UNIWERSYTET MIKOŁAJA KOPERNIKA W TORUNIU

TADEUSZ CZEŻOWSKI

LOGIKA

(KURS ELEMENTARNY)

SKRYPT WYKŁADÓW DLA HUMANISTÓW

DRUGIE WYDANIE
PRZEJRZANE I UZUPEŁNIONE

TORUŃ 1957

UNIWERSYTET MIKOŁAJA KOPERNIKA W TORUNIU

TADEUSZ CZEŻOWSKI

LOGIKA

(KURS ELEMENTARNY)

SKRYPT WYKŁADÓW DLA HUMANISTÓW

DRUGIE WYDANIE
PRZEJRZANE I UZUPEŁNIONE

TORUŃ 1957

Zakład Produkcji Skryptów Politechniki Pozn.,Poznań Ogrodowa 11
Zam.nr 469 - K-7-2381 - 500 - I.57 - papier powielacz.

W S T Ę P

1. Tymczasowe określenie logiki i główne fazy jej rozwoju

1. Logika należy do grupy nauk, które obejmujemy wspólną nazwą t e o r i i n a u k. Do grupy tej należą oprócz logiki między innymi: p s y c h o l o g i a p o z n a - n i a, której przedmiotem są myślowe procesy poznawcze, podstawowe dla badań naukowych, a zadaniem - ich analiza, opis, wyjaśnienie ich powstania i przebiegu; s o c j o l o - g i a w i e d z y, która rozpatruje nauki jak wytwór społeczny i stara się zbadać rozliczne zależności między rozwojem nauk oraz zjawiskami społecznymi, wśród których one powstają i rosną; g n o s e o l o g i a lub e p i s t e - m o l o g i a, której zadaniem jest analiza treści wiedzy, jej stosunek do rzeczywistości będącej jej przedmiotem, rozróżnienie jej składników i podstawowych założeń; m e t o - d o l o g i a n a u k, mająca za przedmiot ogólne właściwości metod stosowanych w nauce, tu zwykle załącza się też zagadnienia związków między poszczególnymi naukami i systematyki nauk. W tym zespole l o g i k a jest nauką o s t r u k t u r z e n a u k i.

Twierdzenia naukowe składające się na całość pewnej nauki nie są luźnym nieuporządkowanym zbiorem, lecz tworzą układ, określony przez związki, jakie między nimi zachodzą. Związki te bada logika jako logiczne związki międzyzdaniowe. Logika bada nadto budowę twierdzeń naukowych, rozkładając je na ich prostsze składniki i ustalając związki wewnątrzzdaniowe między tymi składnikami. Związkiem międzyzdaniowym jest np. stosunek wynikania lub stosunek sprzeczności między zdaniami. Przykładami związków wewnątrzzdaniowych są stosunki równości lub nierówności między liczbami, o których mowa w twierdzeniach arytmetyki, związki zachodzące między podmiotem i orzeczeniem w zdaniach twierdzących lub przeczących itd. Strukturę nauk określają owe związki międzyzdaniowe i wewnątrzzdaniowe; stosownie do rozróżnienia tych dwóch rodzajów związków w obrębie struktury nauk można podzielić logikę na dwie główne części: teorię związków międzyzdaniowych i teorię związków wewnątrzzdaniowych.

W dalszym ciągu, po krótkim zarysie historycznym, zostaną podane niezbędne informacje o poznawczych zjawiskach psychicznych oraz o ich szacie językowej, po czym nastąpi właściwy wykład logiki, podzielony na trzy części: pierwszą wypełni teoria związków międzyzdaniowych, drugą teoria związków wewnątrzzdaniowych, w trzeciej powrócimy do teorii związków międzyzdaniowych, rozwijając naukę o rozumowaniach w oparciu o treść obu poprzednich rozdziałów.

2. Rozwój historyczny logiki jest związany z ogólnym rozwojem badań naukowych. W okresie rozkwitu tych badań budziła się potrzeba refleksji krytycznej nad ich podstawami, w szczególności potrzeba analizy logicznej. Takich okresów było trzy w historii europejskiej kultury. Pierwszy obejmuje naukę grecką od V w. p.n.e., drugi wystąpił jako tzw. Odrodzenie nauk w XVI i XVII wieku, trzeci najnowszy trwa od XIX w. do obecnej chwili. Tym trzem okresom odpowiadają trzy główne fazy rozwoju logiki. Faza pierwsza przypada na w. IV i III p.n.e. Wówczas A r y s t o t e l e s (384-322) podał pierwszą systematycznie opracowaną teorię logiczną, zawierającą się w zbiorze pięciu rozpraw, ujętych później w całość pod tytułem „Organon" (dosłownie „narzędzie" to znaczy metoda badań naukowych). Logika Arystotelesa opiera się na teorii związków wewnątrzzdaniowych, gdyż Arystoteles rozpoczyna swe badania logiczne od analizy zdania i rozpatruje następnie związki międzyzdaniowe w zależności od struktury zdań, między którymi one zachodzą. Starożytność pozostawiła nadto drugi system logiki, mianowicie teorię związków międzyzdaniowych rozważanych zupełnie ogólnie, to znaczy niezależnie od struktury zdań, opracowaną w szkole filozoficznej S t o i k ó w, głównie przez jednego z jej najwybitniejszych przedstawicieli C h r y s y p p a (ok.280-205). Pisma logiczne stoików nie zachowały się, logikę stoicką znamy przeto tylko z pośrednich źródeł, zwłaszcza z pism po-

lemicznych S e x t o s a E m p i r y k a, filozofa z III w. n.e. Logika starożytna została przekazana filozofii średniowiecznej jako teoria dowodzenia, to jest budowania nauki drogą uzasadniania jej poszczególnych twierdzeń na podstawie z góry przyjętych założeń, czerpanych najczęściej z filozofii starożytnej, głównie z pism Arystotelesa. Tak pojmowana logika nie mogła sprostać nowym zadaniom, jakie powstawały w związku z bujnie rozwijającymi się w XVI i XVII w. naukami przyrodniczymi. Należało opracować nowe metody, służące przede wszystkim tym naukom, to jest metody rozumowań wychodzących od obserwacji faktów i mających na celu ustanowienie hipotez i praw naukowych. Rzecznikami nowych prądów w logice byli w tym okresie G a l i l e o G a l i l e i we Włoszech (1564 - 1642, Discorsi o dimonstrazioni matematiche, 1638), F r a n c i s B a c o n w Anglii (1561-1626, Novum Organum, 1620) i R e n é D e s c a r t e s we Francji (1596-1650, Discours de la Methode, 1637). Wreszcie najnowszy okres rozwoju logiki rozpoczął się mniej więcej od połowy XIX w. i doszedł do szczytu w początkach XX w. Bodźcem dlań był rozkwit badań matematycznych. Nowopowstałe zagadnienia wymagały opracowania metod logicznych stosowanych w matematyce, stąd przeto bliski związek logiki z matematyką w pracach najwybitniejszych logików tego czasu: G i u s e p p e P e a n o (1858-1932), G o t t l o b F r e g e (1848-1925), B e r t r a n d R u s s e l l (ur.1872, Whitehead-Russell - Principia Mathematica, 1910). We współczesnych badaniach logicznych wybitne miejsce zajmują uczeni polscy, zgrupowani w tzw. polskiej szkole logicznej, którą stworzyli J a n Ł u k a s i e w i c z (1878-1956) i S t a n i s ł a w L e ś n i e w s k i (1886-1939).

2. Zasadnicze pojęcia psychologii poznania

1. Nauki powstają jako rezultat pracy myślowej uczonych. Trzeba poświęcić nieco uwagi analizie elementów myślenia, aby zdać sobie sprawę z tego, w jaki sposób myśl badacza

przekształca się w twierdzenie naukowe. Poznawczymi zjawiskami psychicznymi są przekonania i przedstawienia.

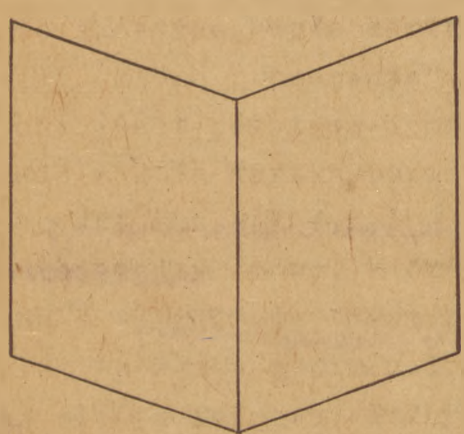
P r z e k o n a n i a są to zjawiska psychiczne, które posiadają dwojakie własności charakterystyczne, mianowicie każde przekonanie a) jest twierdzeniem lub przeczeniem b) jest prawdziwe lub fałszywe. Przekonania wyrażamy w zdaniach twierdzących i przeczących jak: dziś jest sobota, 7 nie jest podzielne przez 3. Każde przekonanie ma swój przedmiot, o którym w przekonaniu stwierdza się lub zaprzecza, że jest czyli istnieje lub nie jest czyli nie istnieje; tak np. w przekonaniu, że 7 nie jest podzielne przez 3, zaprzecza się, by istniał stosunek podzielności między tymi liczbami; w przekonaniu, że niektóre maki są liljowe, stwierdza się istnienie liljowych maków, a w przekonaniu, że żaden człowiek nie dożywa 200 lat życia, stwierdza się, że nie istnieją 200-letni ludzie (lub zaprzecza się, że istnieją dwóchsetletni ludzie). Stąd określenie prawdziwości przekonania: przekonanie jest prawdziwe, jeżeli stwierdza o przedmiocie, który istnieje, że istnieje - lub zaprzecza, że istnieje przedmiot, który nie istnieje; przekonanie jest natomiast fałszywe w przeciwnym przypadku.

2. Warunkiem koniecznym powstania przekonania jest, abyśmy sobie uprzytomnili, uobecnili, przedstawili jego przedmiot. Zjawisko psychiczne, w którym uobecniamy sobie przedmiot, to znaczy poznajemy jakim on jest, nie stwierdzając jednak jeszcze ani zaprzeczając jego istnienia, nazywa się p r z e d s t a w i e n i e m. Przedstawieniem jest myśl, która powstaje, gdy rozumiem, co znaczy ptak, liczba parzysta, prędkość ciała poruszającego się, napięcie prądu elektrycznego itp. Przedstawienia dzielą się na dwa rodzaje. Jedne powstają, gdy widzę przedmiot, dotykam go, słyszę dźwięk, który wydaje, albo też przypominam go sobie takim, jakim go kiedyś spostrzegłem wzrokowo, słuchowo, dotykowo itp. Tego rodzaju przedstawienia powstają również jako twory fantazji artystycznej, które mogą być uzmysłowione wzrokowo przez rysunki fantastycznych przedmiotów lub słuchowo w utworach muzycznych itp. Tu należą wreszcie przedstawienia własnych przeżyć obecnych, minionych lub przyszłych. Takie przedsta-

wienia nazywają się *wyobrażeniami*. Drugim rodzajem przedstawień są *pojęcia*. Powstają one, gdy uobecniamy sobie przedmioty lub zdarzenia inaczej: nie jako widziane, słyszane lub dotykane, czy też przeżywane teraz lub poprzednio, lecz jako opisywane w opisie lub określane w definicji.

a) Co widzę lub słyszę, czego dotykam, to mi jest dane *naocznie* czyli *intuicyjnie* (intueor - patrzę; rozszerzamy zakres naoczności, ograniczony w pierwotnym znaczeniu tego wyrazu tylko do rzeczy widzianych, na wszystkie inne zmysły i na przeżycia, to jest zjawiska psychiczne), có natomiast uobecniam sobie przez opis lub definicję, dane mi jest *symbolicznie* a mianowicie za pośrednictwem znaków mowy lub innych symboli (np. matematycznych lub chemicznych); pojęcie jest przeto przedstawieniem pośrednim, natomiast wyobrażenie jest przedstawieniem bezpośrednim, bo ujmuję nim sam ów widziany, słyszany lub dotykany przedmiot, w jego własnej niejako osobie. Zarazem zaś intuicyjny akt wyobrażenia jest ujęciem całościowym, to znaczy, że jego przedmiot uobecnia się w nim od razu w całości, jak gdyby na jeden rzut oka, gdy przeciwnie poznanie pojęciowe jest *dyskursywne* (discurro - przebiegam, stąd termin „dyskurs" na oznaczenie wywodu, przechodzącego kolejno z przedmiotu na przedmiot), to znaczy jest ono poznaniem przez części, wymieniane kolejno w opisie lub definicji i od owych części trzeba dopiero przejść do całości przedstawienia. Poznanie intuicyjne, w wyżej wyłuszczonym znaczeniu właściwym tego wyrazu, jest poznaniem, które otrzymuje ktoś, kto patrzy na przedmiot; analogiczne znaczenie ma wyraz „naoczny" - porównaj np. „naoczny świadek"; poznanie intuicyjne jest więc poznaniem bezpośrednim, niejako z pierwszej ręki w przeciwieństwie do poznania pośredniego, które otrzymujemy przez opis lub opowiadanie. W znaczeniu szerszym używa się terminów intuicja i intuicyjny na oznaczenie każdego poznania, nie tylko wzrokowego lub w ogóle zmysłowego, które jest w jakimś sensie bezpośrednim i całościowym, a więc np. jakiegoś bezpośredniego natchnienia, olśnienia, uchwycenia ukrytych związków, wiążących różnorodne elementy w jedną całość, jakie jest udziałem wielkich twórców, artystów lub uczonych).

b) Z powyższą różnicą sposobu ujęcia przedmiotu (mówimy też: różnicą aktu) w wyobrażeniu lub pojęciu łączą się różnice dalsze. Przez całościowe uchwycenie przedmiotu w intuicyjnym akcie wyobrażenia, zostają poszczególne części owego przedmiotu związane ze sobą w pewien u k ł a d lub p o s t a ć. Chcąc określić tę własność wyobrażenia mówimy, że jest ono przedstawieniem k o n k r e t n y m (concretus - zrosły od concresco - zrastam się), gdyż poszczególne jego składniki są ze sobą niejako zrośnięte przez to, że tworzą ową całość układu lub postaci; tak np. cztery kropki ⁚⁚ mogą ująć w postaci czworoboku albo w postaci jednej z liter Z, N, lub X, wiążąc w myśli te kropki odpowiednio kreseczkami; szereg leżących obok siebie kropek .... mogę rozczłonkować w pary lub trójki; jednostajny stukot kół kolejowych o szyny układa się w takt dwójkowy, trójkowy lub czwórkowy itp. Rysunek podany obok (Rys.1) możemy ująć albo płasko, albo trójwymiarowo; wtedy przedstawia jakby przełamaną w środku kartę i to albo od strony wewnętrznej - grzbiet w głębi, a skrzydła skierowane ku przodowi, albo od strony zewnętrznej, grzbietem ku nam, a skrzydłami w głąb. Umiemy przeto, tworząc wyobrażenie, ujmować te same elementy w różne układy. W innych natomiast przypadkach powstawać mogą takie same układy z różnych elementów. Piosenka odegrana na fortepianie, śpiewana sopranem lub tenorem, w takiej lub innej tonacji, pozostaje tą samą, mimo że zmieniają się wszystkie tworzące ją dźwięki; nie zmieniony jednak pozostaje układ muzyczny, to jest interwały (stosunki wysokości dźwięków) i takt (trwanie i następstwo w czasie). Obraz fotograficzny czyjejś twarzy przedstawia ją dzięki za-



Rys.1

chowaniu proporcji przestrzennych oraz rozkładu świateł i cieni zgodnie z jej bryłowatością itp.

c) Nie jest konieczne dla powstania wyobrażenia, byśmy znali wszystkie jego elementy. Tworząc układ jakiejś całości, nie zdajemy sobie sprawy z wielu wchodzących w nią szczegółów. Kilka kresek szkicu lub dobrej karykatury wystarczy dla utworzenia sobie wyobrażenia ludzkiej postaci - dwie, trzy litery dla odczytania całego słowa (stąd tak łatwo przeoczyć błąd drukarski), słaby zarys w półmroku dla poznania znajomego miejsca. Wskutek tego, że przy tworzeniu wyobrażenia ważny jest układ całości, a szczegóły pozostają niejako w cieniu, wyobrażenia nasze są niedokładne, nieostre, mętne, o g ó l n i k o w e i stosować się mogą do różnych podobnych między sobą przedmiotów, z pominięciem różnic indywidualnych między nimi; dla Europejczyka, który znalazł się między Murzynami wszystkie ich twarze wydają się jednakowe - i podobnie dla Murzyna między Europejczykami; przeważna część ludzi uważa za jednakowe wszystkie liście dębu lub lipy, wszystkie kwiaty stokroci, wszystkie muchy.

Tworząc natomiast pojęcie musimy w opisie lub definicji wymienić poszczególne składniki lub części jego przedmiotu. Czynność rozróżniania części przedmiotu, czyli jego cech, jaką należy wykonać, gdy tworzymy jego pojęcie, nazywa się a b s t r a k c j ą (abstraho - odłączam, odrywam). Przez abstrakcję i wyliczanie kolejne rozróżnionych części rozbijamy całość, jaką jest wyobrażenie, niszczymy jego układ. Pojęcie jako rezultat abstrakcji jest przeto przedstawieniem niekonkretnym; pojęcia przeciwstawiamy konkretnym wyobrażeniom, jako przedstawienia a b s t r a k c y j n e. Utrata całościowego charakteru sprawia zarazem, że pojęcie jest już nie przedstawieniem intuicyjnym, lecz dyskursywnym (zob. wyżej). Brak konkretności, której pozbawione są pojęcia wskutek tworzenia ich przez abstrakcję, wynagradza okoliczność, że jednocześnie - również dzięki abstrakcji - usuwamy ogólnikowość, która charakteryzuje wyobrażenia. W przeciwieństwie do ogólnikowych wyobrażeń pojęcia są przedstawieniami, w których występują oddzielnie wszystkie cechy przedmiotu, jakie tylko rozróżniliśmy przez abstrakcję. Biorąc to pod uwagę mó-

cecha = część? Czy przedmiot jest złożony z cech? Cechy przedmiotu są to, co jest w nim [illegible] od innego przedmiotu. Tak samo wielkość jest cechą przedmiotu?

Czy cechy występują w pojęciu, czy w przedmiocie?

wi się, że pojęcie jest przedstawieniem j a s n y m i w y r a ź n y m. Jasnym - bo poznajemy dzięki abstrakcji wszystkie po kolei cechy wchodzące w skład treści pojęcia, wyraźnym zaś, bo zarazem potrafimy je odróżnić od innych pojęć zdając sobie sprawę z tego, które cechy do jego treści należą, a które nie należą; jasność daje wnętrze, wyraźność kontur treści pojęcia. W żadnym jednak opisie przedmiotu indywidualnego ani w żadnej definicji nie jesteśmy w stanie podać wszystkich cech tego przedmiotu, toteż ograniczamy się do tych jedynie, które są dla nauki ważne. Tak np. w opisie systematycznym zwierzęcia lub rośliny przyrodnik postępuje według pewnego schematu naukowego, pomijając cechy nieistotne. Wskutek tego pojęcia, które tworzymy o poszczególnych przedmiotach nie odpowiadają dokładnie tym przedmiotom, są względem tych przedmiotów n i e a d e k w a t n e (adaequare - dorównać), nie dorównują im.

d) Rozróżnienia przedstawień konkretnych i abstrakcyjnych nie należy pojmować w ten sposób (jak to dzieje się czasem), jakoby coś innego miało być przedmiotem jednych i drugich. Jeden i ten sam przedmiot, kamień, roślinę, zwierzę, kwadrat, mogę sobie przedstawić bądź konkretnie przez wyobrażenie, gdy go spostrzegam lub przypominam, bądź abstrakcyjnie, gdy go opisuję lub definiuję. Różnica w obu przypadkach jest różnicą sposobu przedstawienia; konkretne wyobrażenia zamieniamy przez opis naukowy na abstrakcyjne pojęcia, które przez swą jasność i wyraźność są lepszym narzędziem badań naukowych, niż ogólnikowe wyobrażenia.

Wyobrażenie tak jak pojęcie są nieadekwatne.

e) Nie jest też słuszne łączenie konkretności z jednostkowością, abstrakcyjności zaś z ogólnością; zarówno konkretne wyobrażenia jak i abstrakcyjne pojęcia mogą być w jednych przypadkach jednostkowe, w innych przypadkach ogólne. Myśląc o jakimkolwiek przedmiocie indywidualnym, np. o Wawelu, przedstawiam go sobie bądź przez jakiś zapamiętany jego widok, a więc konkretnie w wyobrażeniu, bądź przez opis, którego się uczyłem, a więc abstrakcyjnie w pojęciu; podobnie zaś jest i wówczas, gdy przedstawiam sobie w sposób ogólny roślinę lub zwierzę pewnego gatunku - dąb lub konia. Wyobrażenie może być ogólne, bo jest ogólnikowe, pojęcie - bo jest

O przedstawieniu [illegible] mamy dwa rodzaje przedstawień: 1) przedstawienie w pojedynczym [illegible] 2) przedstawienie przy pomocy szeregu pojęć abstrakcyjnych [illegible] w pierwszym razie jest ogólne, w drugim zaś może być jednostkowe.

Konkretnie jest zawsze jednostkowe [illegible] nie pojęciowe [illegible] jako [illegible] postrzeżenie

Zastanowić się czy „Berlin" i „Babia Góra" są to pojęcia [illegible] jednostkowe, ale czy to pojęcia czy to jest [illegible] skojarzone [illegible] nieadekwatne; ogólność bowiem wymaga pominięcia w przedstawieniu cech indywidualizujących. Jednostkowość lub ogólność przedstawienia zależy nie od jego konkretności lub abstrakcyjności, lecz od tego, czy zawiera ono w swej treści jakieś i n d y w i d u a l i z u j ą c e   c e c h y przedmiotu. Cechami indywidualizującymi są zaś cechy wyznaczające przedmiotowi miejsce w jakimś szeregu, np. spółrzędne w układzie geometrycznym spółrzędnych (np. długość i szerokość geograficzna miejscowości), data w szeregu chronologicznym (np. data i miejsce wydarzenia historycznego), cechy superlatywne (np. najlepszy uczeń w klasie, największy wspólny podzielnik dwóch liczb), oznaczenia cyfrowe (np. druga ulica na lewo) itp.

f) W y o b r a ż e n i a dzielą się na p i e r w o t n e, czyli s p o s t r z e g a w c z e, oraz p o c h o d n e, wśród których rozróżniamy o d t w ó r c z e i w y t w ó r c z e. Wyobrażenia spostrzegawcze przedmiotów, które właśnie widzę, słyszę, dotykam itp., posiadają charakterystyczną żywość, która sprawia, iż doskonale je odróżniamy od wyobrażeń pochodnych. Wyobrażenia pochodne są przeciwnie blade, jakby martwe, nie dojmujące: wyobrażony w przypomnieniu blask nie razi oczu, ciepło nie grzeje, ból nie dolega. W wyobrażeniach odtwórczych, które wchodzą w skład przypomnień, odtwarza się treść poprzednich wyobrażeń spostrzegawczych, w wyobrażeniach wytwórczych (fantazyjnych) łączą się elementy dawniejszych wyobrażeń spostrzegawczych i odtwórczych w nowe zestawienia i całości fantastycznych istot i zdarzeń.

g) P o j ę c i a przedmiotów otrzymane przez abstrakcję z wyobrażeń tych przedmiotów nazywamy a n a l i t y c z n y m i, abstrakcja bowiem rozróżniająca cechy jest analizą myślową przedmiotu. Pojęciami analitycznymi są wszystkie pojęcia przedmiotów znanych nam z doświadczenia, zwierząt, roślin, dzieł rąk ludzkich itd. Cechy rozróżnione przez abstrakcję możemy łączyć ze sobą w inne zestawienia niż te, na których dokonaliśmy abstrakcji; otrzymane w ten sposób jak gdyby sztucznie pojęcia nazywamy s y n t e t y c z n y m i.

Przez abstrakcję z wyobrażeń przedmiotów otrzymujemy pojęcia dotyczące wyobrażeń a nie ich przedmiotów. Pojęcia przedmiotów powstają przez abstrakcję z przedmiotów a nie z ich wyobrażeń.

Ze względu na sposób powstania pojęcia syntetyczne są podobne do wyobrażeń wytwórczych, lecz brak im konkretności wyobrażeń (podobnie pojęcia analityczne z uwagi na ich stosunek do wyobrażeń spostrzegawczych, od których pochodzą, można porównać z wyobrażeniami odtwórczymi). Pojęciami syntetycznymi są pojęcia logarytmu, funkcji trygonometrycznej itd. Uzyskane przez abstrakcję pojęcia cech prostych, np. białość, równość itp. zaliczamy do pojęć analitycznych.

3. Przedstawienia i przekonania są w życiu psychicznym ściśle ze sobą związane. Powiedziane zostało poprzednio, że warunkiem koniecznym powstania przekonania jest przedstawienie, w którym dany jest jego przedmiot; trzeba przedstawić sobie jakoś to, o czym mamy stwierdzić, czy istnieje. Przedstawienie przedmiotu przekonania nazywa się *podstawą* przekonania - nie ma przekonania, jeżeli nie ma dla niego podstawy. Ale najczęściej przedstawienie, które jest podstawą przekonania, jest zarazem warunkiem wystarczającym dla jego pojawienia się, jako jego *motyw*. Tak wyobrażenie spostrzegawcze kartki papieru na którą patrzę w tej chwili (którą „obserwuję", jak mówi się w naukach przyrodniczych), jest podstawą i motywem przekonania, że oto jest przede mną ta kartka papieru, przekonanie to nazywamy *spostrzeżeniowym*. Wyobrażenie zaś odtwórcze wczorajszej rozmowy, które powstaje, gdy przypominam sobie obecnie tę rozmowę, jest podstawą i zarazem motywem przekonania *przypomnieniowego*, że wczoraj odbyła się ta rozmowa. Podobnie pojęcie koła, które uprzytomniam sobie w jego definicji, jest podstawą i motywem przekonania, że średnice koła są równe itp. Podział przedstawień na wyobrażenia i pojęcia prowadzi w ten sposób do bardzo ważnego podziału przekonań na *empiryczne* i *analityczne*: przekonania empiryczne mają jako podstawę i motyw wyobrażenie spostrzegawcze (przekonania spostrzeżeniowe) lub odtwórcze (przekonania przypomnieniowe); przekonaniami analitycznymi nazywamy przekonania, dla których podstawą i motywem jest pojęcie. Innymi słowy: przekonaniem empirycznym jest takie przekonanie, którego przedmiot znamy z obserwacji; przedmiot przekonania analitycznego natomiast jest dany przez opis lub definicję. Przekonania empi-

ryczne, czerpane z obserwacji, są punktem wyjścia w badaniach nauk empirycznych, to jest przyrodniczych i humanistycznych, przekonania analityczne mają podobną rolę w naukach matematycznych. (Termin „empiria" jest często tłumaczony przez „doświadczenie". Tłumaczenie takie nie jest jednak poprawne, gdyż „doświadczenie" jest wyrazem dwuznacznym i odpowiada łacińskim wyrazom „experientia" oraz „experimentum". Empiria to tyle co experientia, a więc wiedza, którą posiada człowiek doświadczony w pierwszym znaczeniu tego wyrazu, taki który dużo widział, przeżył i zapamiętał. Natomiast gdy mówi się o fizyce doświadczalnej, w przeciwstawieniu do teoretycznej, ma się na myśli fizykę eksperymentalną, gdyż fizyka w obu swych częściach jest nauką empiryczną. Dlatego trzeba używać terminów empiria lub eksperyment wszędzie tam, gdzie termin doświadczenie mógłby być źródłem nieporozumienia.)

3. Myśl i język

1. Przedstawienia i przekonania jako zjawiska psychiczne posiadają pewne charakterystyczne cechy, które omówimy kolejno:

a) Każde zjawisko psychiczne jest subiektywne (podmiotowe). Rozumiemy przez to zależność zjawisk psychicznych od podmiotu psychicznego czyli osoby, która przeżywa owo zjawisko psychiczne. Mówi się w tym sensie „ja przedstawiam sobie", „ja jestem przekonany" itp. Nie ma zjawiska psychicznego, które by nie było czyimś, to znaczy nie należało do jakiegoś podmiotu. Należąc zaś w ten sposób do jakiegoś podmiotu, jest zależne w swoim ukształtowaniu i przebiega od jego właściwości; zjawiska psychiczne, które różni ludzie przeżywają w takich samych na ogół warunkach i w stosunku do tych samych przedmiotów, są różne, bo zależą od dyspozycji psychicznych, które decydują - łącznie z działaniem świata zewnętrznego na podmiot - o tym, jak przebiegają jego zjawiska psychiczne. W przeciwieństwie do subiektywnych zjawisk psychicznych nazywamy zjawiska fizyczne obiektywnymi (przedmiotowymi); gdyż w przebiegu swoim nie są związane z podmiotami psychicznymi.

b) Każde zjawisko psychiczne jest w stosunku do swego podmiotu w e w n ę t r z n e. Nie należy tego rozumieć dosłownie, jakoby to miało znaczyć, że znajduje się ono wewnątrz ciała swojego podmiotu, nie należy bowiem utożsamiać zjawiska psychicznego z jego fizjologicznym podłożem w układzie nerwowym. Zwrot ten oznacza w y ł ą c z n o ś ć i j e d y n o ś ć podmiotu zjawiska psychicznego - to, że każdy z nas jest wyłącznym podmiotem swoich zjawisk psychicznych, że każde zjawisko psychiczne należy tylko do jednego podmiotu i jest niejako ukryte w nim przed innymi osobami. Życie psychiczne każdej istoty myślącej stanowi świat w sobie zamknięty. Świat fizyczny, nie związany z żadnym podmiotem, nazywamy z e w n ę t r z n y m w stosunku do wszystkich podmiotów psychicznych.

c) Każde zjawisko psychiczne jest procesem, mianowicie c z y n n o ś c i ą psychiczną, która trwa tylko tak długo, jak długo jest wykonywana, potem przemija, a jeżeli jest nawet powtarzana, to przy każdym powtórzeniu jest już nową czynnością, choćby nawet była całkiem podobna do wykonywanej poprzednio. Nie są więc zjawiska psychiczne, przedstawienia, przekonania i inne, rzeczami, które by trwały nawet wtedy, gdy ich podmiot nie wzbudza ich właśnie w sobie.

d) Każda czynność jest wytwarzaniem jakiegoś skutku jako swojego wytworu; nieodłącznym wytworem myślenia, który powstaje wraz z czynnością myślenia, jest myśl. Rozróżniamy przeto w każdym przedstawieniu i przekonaniu, a tak samo w innych zjawiskach psychicznych, stronę czynnościową, którą nazywamy a k t e m i wytwór tej czynności, myśl, którą nazywamy t r e ś c i ą przedstawienia lub przekonania. Treść wyobrażenia pewnego przedmiotu nazywamy w i d o k i e m tego przedmiotu, treść przekonania nazywamy s ą d e m. Treść przemija wraz z czynnością, która ją wytworzyła, lecz w różnych aktach możemy ponawiać treść taką samą. Także zaś różni ludzie w stosownych okolicznościach wytwarzają w swoich aktach myślowych takie same treści, czyli myślą tak samo. Wreszcie być też może, iż taka sama treść powtarza się w aktach różnego rodzaju, tak w szczególności można sobie przedstawić sąd, mimo że nie przyjmuje się go w akcie przekonania. Tak samo umiemy przedstawić sobie uczucia, życzenia i inne przeżycia, których w danej chwili nie doznajemy, gdyż brak nam odpowiednich aktów.

c) Każde przekonanie ma swój przedmiot, którego istnienie w nim stwierdzam lub zaprzeczam, każde zaś przedstawienie ma swój przedmiot, który sobie w nim uobecniam. Podobnie też jest w innych zjawiskach psychicznych; gdy cieszę się lub smucę czymś, gdy chcę lub nie chcę czegoś itp. istnieje przedmiot tego zjawiska psychicznego, ku któremu ono niejako kieruje się w swoisty, różny dla każdego rodzaju zjawisk psychicznych sposób, ujmuje ów przedmiot, odnosi się jakoś do niego. Stosunek zjawiska psychicznego do jego przedmiotu nazywamy stosunkiem i n t e n c j o n a l n y m (intentio - skierowanie, od intendere - kierować); mówi się też w tym samym sensie, że każde zjawisko psychiczne jest zjawiskiem intencjonalnym.

Subiektywność oraz intencjonalność zjawisk psychicznych są dwiema ich własnościami, dzięki którym są zjawiska psychiczne łącznikiem między podmiotem psychicznym oraz otaczającym go światem zewnętrznym. Różnorodność zaś zjawisk psychicznych sprawia, że owa łączność jest dwojaka: poznawcza przez przedstawienia i przekonania, oraz sprawcza przez uczucia i dążenia, które kierują ludzkim działaniem.

2. Wytworem myślenia są, jak powiedziano wyżej, treści myślowe. W skład nauki wchodzą treści myślowe ujęte w wyrażenia języka naukowego. Ujęcie to dzieje się przez mówienie lub pisanie. Czynność mówienia lub pisania składa się z dwojakiego rodzaju elementów, psychicznych i fizycznych. Psychiczne akty wytwarzają treści myślowe, a ruchy narządów mówienia lub ruchy piszącej ręki przekształcają owe treści w symbole mowy lub pisma. Język mówiony lub pisany jest więc wytworem psychofizycznym, przez który myśl przybiera taką postać, iż może stać się elementem nauki. Składa się zaś na to trojaka rola języka jak narzędzia o b i e k t y w i z o w a n i a, u z e w n ę t r z n i a n i a i u t r w a l a n i a treści myślowych. Mianowicie myśl ujęta w słowa odrywa się niejako od swego podmiotu, odsubiektywizuje się,

rozpoczyna jakby życie samodzielne, bo przybiera postać fizyczną, głosu lub pisma, staje się więc, jak wszystko co fizyczne, obiektywną. Zarazem zaś przestając być związaną wyłącznie ze swym podmiotem uzewnętrznia się, to znaczy udostępnia się wszystkim, którzy głos usłyszą lub pismo przeczytają i zrozumieją. Wreszcie zaś utrwala się, trwając w słowie lub piśmie tak długo, póki one istnieją, niezależnie od czynności, która je wytworzyła.

Język pełni tę potrójną rolę dzięki swemu ścisłemu powiązaniu z aktem, treścią i przedmiotem myśli, przez *funkcje semantyczne: wyrażania, znaczenia i oznaczania lub orzekania.* Kto mówi lub pisze, ten słowami swymi *wyraża* czynność myślenia i komunikuje ją słuchaczowi, który dzięki temu wie, że mówca w danej chwili tak a tak myśli. Treść powstająca jako wytwór czynności myślenia jest znaczeniem słów, które ją komunikują; znaczeniem słowa „Wisła" jest treść przedstawienia Wisły, jej widok lub treść pojęciowa, które wytworzył sobie ktoś, kto powyższym słowem wyraża swoje przedstawienia; znaczeniem zdania „deszcz pada" jest sąd będący treścią przekonania, które ktoś wyraża tym zdaniem.

Jeżeli treść przedstawienia jest znaczeniem jakiegoś wyrażenia, to rozróżniamy jego *znaczenie psychologiczne i znaczenie logiczne.* Znaczeniem psychologicznym jest indywidualna treść wyobrażeniowa, którą sobie ktoś myśli, wyrażając swą myśl danym wyrażeniem, np. znaczeniem psychologicznym wyrażenia „drzewo liściaste" dla kogoś, kto chce wyrazić swoje przedstawienie, jest widok jakiegoś dębu lub klonu, lub innego drzewa liściastego w określonej sytuacji lub po prostu wyobrażenie napisanych lub wymawianych słów „drzewo liściaste" jako wyrażenie zastępcze pojęcia. Znaczeniem logicznym natomiast jest treść abstrakcyjna pojęcia, utworzonego przez definicję drzewa liściastego, takiej mniej więcej postaci: Drzewo liściaste jest rośliną wieloletnią, posiadającą korzenie, pień i konary, okrywającą się z wiosną liśćmi, które opadają w jesieni. Jeżeli dwaj rozmówcy łączą z wyrażeniem, którym się posługują, to samo znaczenie logiczne, to mówią tym samym językiem i mogą się ze sobą porozumieć, w przeciwnym przypadku używają danego wyrażenia w różnych znaczeniowo (semantycznie) językach (choćby te semantycznie różne języki były jednym językiem etnicznym, np. polskim) i porozumienie między nimi jest niemożliwe, póki nie znajdą jakiegoś wspólnego języka celem przetłumaczenia na ten język różnoznacznych wyrażeń. Gdy np. (jak było niedawno w jednym z tygodników) ktoś twierdzi „pijawka jest zwierzęciem ssącym", a ktoś inny temu przeczy, to niewątpliwie nieporozumienie polega na różnicy znaczenia logicznego, które rozmówcy łączą z wyrażeniem „zwierzę ssące"; zniknie ono, gdy obaj zgodzą się zastąpić wyrażenie to przez inne wyrażenie, pełniące rolę definicji pojęcia, z którym obaj będą łączyli jednakowe już znaczenia logiczne (np. „zwierzę żyworodne, karmiące potomstwo mlekiem matki" - w tym znaczeniu pijawka nie jest zwierzęciem ssącym; lub „zwierzę posiadające ssawki, którymi ssie krew żywiciela" - w tym znaczeniu pijawka jest zwierzęciem ssącym).

Dwie osoby mogą posługiwać się tym samym językiem nie znając go w równej mierze. Ktoś, kto zna pewne wyrażenie, nie potrafi w danym języku powiedzieć więcej od osoby, która [illegible] tego nie zna. Znaczenia psychologiczne są w różnych wypadkach różne. Znaczenie logiczne jest to samo.

Przedmiot przedstawienia, którego treść jest znaczeniem pewnego wyrażenia, nazywamy d e s y g n a t e m tego wyrażenia; owo zaś wyrażenie jest nazwą swego desygnatu n a z y w a go lub o z n a c z a; wyrażenie „drzewo liściaste" jest nazwą dębów, klonów itp., które są jego desygnatami. Wyrażenia, których znaczeniem są sądy, są różne od nazw, nie mają bowiem desygnatów, dla których byłyby nazwami. Przedmiotem przekonania jest przedmiot jego podstawy (przedstawienia), przekonanie stwierdza lub zaprzecza istnienie przedmiotu, a wyrażenia, których znaczeniem są sądy (nazywać je będziemy z d a n i a m i), odnoszą się do przedmiotów w ten sposób, iż o nich o r z e k a j ą.

Tak przeto język wiąże myśli z ich przedmiotami za pośrednictwem znaczeń należących do jego wyrażeń. Zarazem jest on również dzięki tym samym znaczeniom narzędziem powiązania myśli różnych osób intersubiektywnymi związkami porozumiewania się wzajemnego. Mianowicie słuchacz lub czytelnik rozumie tego, kto w mowie lub w piśmie wyraża swoje myśli, jeżeli słyszane lub czytane słowa i zdania stają się dlań motywami dla przeżywania w przedstawieniach lub w przekonaniach treści myślowych zgodnych ze znaczeniem logicznym owych słów i zdań w języku interlokutora. Jest w nauce jak w życiu obowiązującą zasadą, by zwracać się do innych osób w języku dla nich zrozumiałym. Kto wyrażając swe myśli nie dba o zrozumiałość języka, którym przemawia, to znaczy wiąże z jego wyrażeniami znaczenie logiczne inne niż ci, do których się zwraca - sobie musi przypisać winę, jeżeli nie zostanie zrozumiany. Stąd ważność postulatu, aby ustalić, przystępując do pracy naukowej, jakim językiem zamierzamy się posługiwać. Nieprzydatnym dla nauki jest język zawierający wyrażenia wieloznaczne, wyrażenia o znaczeniu chwiejnym i wyrażenia o znaczeniu niejasnym lub niewyraźnym.

Językiem naukowym jest albo język naturalny (etniczny) odpowiednio do celów naukowych przystosowany i uzupełniony przez stworzenie w nim terminologii naukowej (takim był dla nauki europejskiej przez długie wieki język łaciński) lub też język sztuczny, np. język symboliczny matematyki lub logiki. Dla zbudowania jakiegokolwiek języka są potrzebne trojakie elementy:

a) S ł o w n i k   j ę z y k a, to jest spis wszystkich prostych znaków (słów, symboli), z jakich on jest złożony.

b) P r a w i d ł a   s k ł a d n i, to jest reguły określające, w jaki sposób wolno łączyć znaki proste słownika, aby tworzyć z nich wyrażenia złożone.

c) P r a w i d ł a   s e n s u, to jest ustalenia nadające znaczenie wyrażeniom języka. Jak zobaczymy później, prawidłami sensu dla języków naukowych są definicje i aksjomaty.

Przykładem bardzo prostego języka naukowego jest język teorii związków międzyzdaniowych (teorii zdań), z którym zapoznamy się w logice.

3. Wyrażenia języka potocznego są obarczone pewną zasadniczą dwuznacznością, z której należy zdać sobie sprawę, gdy przystępujemy do rozważań logicznych. Np. rzeczownik „koń" w jednym znaczeniu może być użyty na oznaczenie zwierzęcia domowego, jak w zdaniu „koń służy jako zwierzę juczne lub pociągowe", w innym zaś znaczeniu na oznaczenie siebie samego, jak w zdaniu „'koń' jest słowem jednozgłoskowym". Zdanie „dziś jest środa" stwierdza w jednym znaczeniu datę dnia w tygodniu, w drugim służy za nazwę dla samego siebie, jak gdy mówimy „zdanie 'dziś jest środa' jest zdaniem twierdzą-

cym". Dla rozróżnienia obu tych znaczeń przyjęto zaznaczać cudzysłowami wyrażenia użyte w owym drugim znaczeniu. Przykłady takie prowadzą do rozróżnienia w obrębie języka potocznego dwóch różnych języków: jednego, którego używamy mówiąc o rzeczach i drugiego, w którym mówimy o wyrażeniach tamtego języka. Pierwszy z tych języków nazywamy językiem przedmiotowym lub językiem pierwszego stopnia, drugi nazywa się językiem drugiego stopnia lub językiem metateoretycznym (rozważania bowiem, dotyczące twierdzeń jakiejś teorii naukowej wyrażonych w języku tej teorii, noszą nazwę rozważań metateoretycznych, np. metalogiką nazywamy rozważania mające za przedmiot twierdzenia logiki, metamatematyka pozostaje w analogicznym stosunku do matematyki). Rozróżnienie stopni języka jest niezbędne dla uniknięcia pewnych zasadniczych błędów w budowaniu twierdzeń naukowych. Błędy te ujawniły się w tzw. antynomiach logicznych, czyli sprzecznościach, których przykłady pochodzą jeszcze z czasów starożytnych. Jednym z najbardziej znanych był paradoks Epimenidesa lub kłamcy, którego autorstwo przypisywano Eubulidesowi, uczniowi Euklidesa z Megary, założyciela szkoły filozoficznej megarejskiej w IV w. przed n.e.: Epimenides Kreteńczyk (Kreteńczyków wyśmiewano jako kłamców) mówi „kłamię". - Jeżeli mówiąc tak, mówi prawdę, czyli nie kłamie, to prawdą jest, że kłamie - jeżeli przeto nie kłamie, to kłamie. A jeżeli kłamie, to mówi nieprawdę; nieprawdą jest, że kłamie, więc nie kłamie - jeżeli przeto kłamie, to nie kłamie. W obu przypadkach kłamie i nie kłamie zarazem. Wyjaśnienie paradoksu znajdujemy rozróżniając stopnie językowe. Wyrażenia „kłamię" jest wyrażeniem z języka drugiego stopnia, w którym stwierdza się nieprawdziwość jakiegoś wyrażenia należącego do języka pierwszego stopnia. W paradoksie Epimenidesa wyrażenie „kłamię" ma stwierdzić nieprawdziwość siebie samego, jest więc użyte jednocześnie jako nieprawdziwe wyrażenie z języka pierwszego stopnia (wyrażenie, którego nieprawdziwość zostaje stwierdzona) i prawdziwe wyrażenie z języka stopnia drugiego (które ową nieprawdziwość prawdziwie stwierdza). To właśnie pomieszanie rodzi antynomię.

ROZDZIAŁ I

T e o r i a   z w i ą z k ó w   m i ę d z y z d a n i o w y c h

Część I

1. Zdania i funkcje prawdziwościowe

1. Elementami jakiegokolwiek działu nauk są twierdzenia naukowe, tj. prawdziwe zdania oznajmujące, twierdzące lub przeczące. Gramatyczne zdania oznajmujące będziemy w dalszym ciągu nazywali krótko z d a n i a m i; jeżeli zaś w naszych rozważaniach będziemy wspominać inne rozróżniane przez gramatykę rodzaje zdań, pytajne, rozkazujące, wykrzyknikowe, to będziemy je wyraźnie jako takie oznaczać. Wiemy już, że znaczeniem zdań są sądy, czyli treści przekonań; zdanie jest prawdziwe zawsze i tylko, jeżeli prawdziwe jest przekonanie, którego treść jest znaczeniem zdania, tak iż możemy przenieść na zdania definicję prawdziwości przekonania: mianowicie

W przekonaniu rozróżniliśmy treść i akt – jest ono więc też dwuznaczne. Jak treść przekonania jest prawdziwe czy nie?; skoro przekonania wtedy nie ma)

Bywa tak, że nikt w pewnym momencie nie ma przekonania. Czy wtedy zdania, którego ~~treść~~ znaczeniem

p r a w d z i w e jest takie i tylko takie zdanie, przez które stwierdza się to, co istnieje, lub zaprzecza to, co nie istnieje. Czego istnienie stwierdzamy w zdaniu: „2×2=4"?

Zdania mogą być użyte dwojako zależnie od tego, czy wyrażamy w nich przekonania, czy tylko przedstawienia przekonań. W pierwszym przypadku nazywamy je a s e r c j a m i lub t w i e r d z e n i a m i, w drugim – s u p o z y c j a m i lub p r z y p u s z c z e n i a m i; rozróżnia się je w ten sposób, że asercję można poprzedzić słowami „prawdą jest, że" lub „twierdzę, że", czyli z n a k i e m a s e r c j i, supozycje zaś poprzedza się niekiedy podobnie słowami „przypuśćmy, że" lub „przyjmijmy, że", jak np. wówczas, gdy ustalamy warunki dla rozwiązania jakiegoś zadania matematycznego. Supozycjami są człony zdania warunkowego, zdania podawane jako przykłady w gramatyce lub w logice, zdania przytaczane w cudzysłowie jako cudze wypowiedzi; z supozycji składają się powieści, nowele, bajki.

Czasem wyrażenie mające postać zdania nie jest zdaniem, lecz wyrażeniem nieokreślonym, bo bądź zawiera w sobie składnik wieloznaczny, bądź brakuje mu pewnego określonego składnika. Tak np. zdanie „deszcz pada" lub jakiekolwiek inne w czasie teraźniejszym może być użyte dwojako. W jednym sposobie użycia rozumiemy je jako „teraz i tutaj deszcz pada" i wtedy jest wyrażeniem wieloznacznym, należącym do typu wyrażeń o k a z j o n a l n y c h, tzn. zmieniających swe znaczenie i swą prawdziwość zależnie od tego, w jakich okolicznościach, kiedy i gdzie lub przez kogo są wypowiedziane; co innego znaczy ono, gdy zostało wypowiedziane dnia 10 czerwca 1947 r. w Warszawie, co innego zaś, gdy je ktoś wypowiedział dwa dni później w Krakowie, być może, iż w pierwszym przypadku było prawdziwe, w drugim fałszywe. Można jednak użyć zdania w czasie teraźniejszym nie w sposób okazjonalny, lecz inaczej, tak np. w okresie warunkowym „jeżeli deszcz pada przy mrozie, to powstaje gołoledź", poprzednik „deszcz pada przy mrozie" i następnik „powstaje gołoledź" nie zawierają domyślnych „teraz" i „tutaj", lecz rozumiemy je w sposób nieokreślony „jeżeli w jakimś czasie (kiedykolwiek) i w jakimś miejscu (gdziekolwiek) deszcz pada przy mrozie, to w tym czasie powstaje gołoledź". Wyrażenia zawierające jakiś składnik nieokreślony, jak (A) „w jakimś czasie i miejscu deszcz pada przy mrozie", nie są zdaniami, lecz zamieniają się w zdanie prawdziwe lub fałszywe, gdy składnik nieokreślony zostanie zastąpiony przez określenie dokładne, gdy np. zamiast „w jakimś czasie" powiemy „w takim a takim czasie" lub „w każdym czasie" a zamiast „w jakimś miejscu" - „w takim a takim miejscu" lub „wszędzie"; o takich wyrażeniach nieokreślonych, zamieniających się przez stosowne uzupełnienie w zdanie, będziemy mówić później jako o f u n k c j a c h p r o p o z y c j o n a l n y c h.

Odwrotnie! wyrażenie (A) jest prawdziwym zdaniem, natomiast „deszcz pada" ~~nie~~ jest wyrażeniem okazjonalnym

Rozróżniamy zdania proste i zdania złożone. Zdania jak „każdy kwadrat jest prostokątem", „Napoleon umarł na wyspie św.Heleny", „grzmi" są z d a n i a m i p r o s t y m i. Przykładami zdań złożonych są: „jeżeli pewna liczba jest podzielna przez 2 i przez 3, to jest podzielna przez 6", „niektórzy ludzie sądzą, że istnieją upiory". *Zdanie jest złożone*, jeżeli zawiera część, która sama jest zdaniem. Zdania złożone powstają przez połączenie zdań prostych przy pomocy spójników międzyzdaniowych „i", „lub", „jeżeli", „ponieważ", „że" itd. Zdaniem złożonym jest też zaprzeczenie zdania, ponieważ składa się z przeczenia „nie" lub „nieprawda, że" oraz zdania zaprzeczonego, np. „nie jest zimno", „gość nie przyszedł". Wyrażenia, które łączą lub przekształcają zdania proste na zdania złożone (spójniki międzyzdaniowe, znak negacji), nazywają się *funktorami zdaniotwórczymi argumentów zdaniowych*.

Dział logiki, który zajmuje się zasadniczymi typami zdań złożonych i związkami, jakie zachodzą między nimi, nazywa się niekiedy *rachunkiem zdań*; działania bowiem, które wykonujemy, tworząc zdania złożone lub przekształcając je, są pod niektórymi względami analogiczne do działań algebry. Jak w algebrze dokonujemy działań na zmiennych liczbowych a, b, c, ..., x, y, z, ..., które w poszczególnych przypadkach reprezentują liczby metrów, kilogramów, złotych lub innych wielkości, tak w rachunku zdań rozważa się połączenia zdań oznaczonych w sposób ogólny literami p, q,r.... Litery te nazywamy *zmiennymi zdaniowymi*; w poszczególnych przypadkach zmienne zdaniowe reprezentują zdania o takiej lub innej treści. Jak algebra określa swe działania i twierdzenia w sposób ogólny tzn. tak, by odnosiły się one do liczb jakichkolwiek bez względu na ich miana, tak i rachunek zdań określa połączenia ważne dla zdań jakichkolwiek, tzn. bez względu na treść zdania - i jak w algebrze wartość liczbowa połączenia dwóch liczb, np. ich suma lub iloczyn, zależy od wartości składników połączenia (dodajników lub czynników), tak w rachunku zdań *prawdziwość* połączenia, czyli *funkcji zdaniowej*, zależy od prawdziwości zdań składowych, czyli *argumentów*. Ze względu na to podobieństwo nazywamy prawdziwość zdań ich *wartością logiczną*. Nie wszystkie zdania złożone, jakie występują w mowie potocznej, posiadają właściwość, by prawdziwość zdania złożonego zależała jedynie od prawdziwości zdań składowych, niezależnie od ich treści; nie posiadają tej właściwości np. zdania złożone przy pomocy spójników „że", „ponieważ", „chociaż". Prawdziwość zdania „sądzę, że jutro będzie pogoda" nie zależy od prawdziwości zdania „jutro będzie pogoda"; jeżeli tak właśnie sądzę, zdanie „sądzę, że jutro będzie pogoda" jest prawdziwe bez względu na prawdziwość mego przekonania, natomiast zależy od jego treści, bo prawdą jest, że tak właśnie sądzę, nie zaś inaczej. Podobnie prawdziwość połączenia dwóch zdań przez „ponieważ", np. „12 jest podzielne przez 6, ponieważ jest podzielne przez 2 i przez 3" zależy nie tylko od prawdziwości zdań składowych, lecz także od ich treści, gdyż jeżeli w połączeniu tym zastąpimy zdanie prawdziwe „12 jest podzielne przez 6" przez zdanie również prawdziwe, lecz o innej treści, np. „12 jest podzielne przez 4", połączenie stanie się fałszywe. Przeciwnie połączenie dwóch zdań przy pomocy „i" posiada własność, o którą chodzi; połączenie takie bowiem jest prawdziwe zawsze, jeżeli prawdziwe są (bez względu na to, jaka jest ich treść) oba zdania składowe, oraz tylko pod tym warunkiem jest prawdziwe. Rachunek zdań bada zależności międzyzdaniowe ważne dla zdań o wszelkiej treści, musi przeto od różnic treści abstrahować i zajmuje się tylko takimi funkcjami zdaniowymi, których prawdziwość zależy od prawdziwości argumentów, nie zależy zaś od ich treści. Do połączeń tego rodzaju, czyli funkcji prawdziwościowych, należą połączenia przez „i", „lub", „albo", „jeżeli" oraz połączenia zdania z funktorem „nie". Sposób używania tych połączeń w języku potocznym jest niekiedy chwiejny; funkcje prawdziwościowe są określone ściśle, przeto jakkolwiek odpowiadają na ogół połączeniom zdań w mowie potocznej, to jednak odpowiadanie nie jest całkowicie dokładne.

Wyrażenie ‚sądzę, że jutro będzie pogoda' rozumiem dwojako: jako deskrypcję sądu a nie jako samo [illegible] zdanie (w [illegible])

Jeśli zależy od prawdziwości, to też zależy od treści

2. Omówimy obecnie najważniejsze funkcje prawdziwościowe:

1) **K o n i u n k c j a** zdań p, q, którą oznaczamy symbolem „Kpq" (używa się także symboli „pq" lub „p.q."), a czytamy „p i q", jest funkcją prawdziwościową, która jest zdaniem prawdziwym zawsze i tylko, jeżeli oba zdania p i q są

prawdziwe. Np. „Wisła wypływa w Karpatach i wpada do Morza Bałtyckiego" jest zdaniem prawdziwym, a „Wisła wypływa w Karpatach i wpada do Morza Czarnego" jest zdaniem fałszywym, ponieważ jedno ze zdań składowych jest fałszywe. Zależność prawdziwości koniunkcji od prawdziwości jej argumentów przedstawia się za pomocą tablicy, podającej wartości koniunkcji dla wartości jej argumentów, podobnie jak to czyni się dla przedstawienia przebiegu funkcji w algebrze. W tablicy takiej, czyli m a t r y c y, oznaczamy prawdziwość znakiem „v" (verum), fałszywość znakiem „f" (falsum). Oto matryca koniunkcji (w pierwszym pionie wartości argumentu p, w drugim wartości argumentu q, w trzecim wartości koniunkcji obu zdań):

p	q	Kpq
v	v	v
v	f	f
f	v	f
f	f	f

2) A l t e r n a t y w a zdań p, q, którą piszemy „Apq" (używany jest także symbol „p v q", przy czym „v" jest pierwszą literą łacińskiego „vel"), a czytamy „p lub q", jest funkcją prawdziwościową, która jest zdaniem prawdziwym zawsze i tylko, jeżeli przynajmniej jedno ze zdań p, q jest prawdziwe (lecz mogą być prawdziwe oba zdania). Np. prawdą jest o każdej liczbie całkowitej, że jest parzysta lub nieparzysta; sprawdza się przepowiednia „rzucę kostką liczbę podzielną przez 2 lub podzielną przez 3", jeżeli rzut da szóstkę Alternatywa „Apq" znaczy przeto „przynajmniej p lub q, lecz może być p i q". Poniżej matryca alternatywy:

p	q	Apq
v	v	v
v	f	v
f	v	v
f	f	f

3) D y s j u n k c j a zdań p, q, którą piszemy „Dpq" (pisze się też „p/q"), a czytamy „p albo q" (łacińskie „aut", gdy „lub" odpowiada łacińskiemu „vel"), jest funkcją prawdziwościową, która jest zdaniem prawdziwym zawsze i tylko, jeżeli przynajmniej jedno ze zdań p, q jest fałszywe, lecz mogą też oba być fałszywe. Mówimy np. o dwóch współzawodnikach, że zwycięstwo odniesie jeden albo drugi; nie mogą zwyciężyć obaj, lecz być może, że zwycięży ktoś trzeci. Gdy powiadamy, że dziś jest wtorek albo środa, to chcemy przez to powiedzieć, że nie może być zarazem wtorek i środa. Dysjunkcja przeto „p albo q" znaczy „tylko p albo tylko q, lecz być może ani p, ani q". W niektórych zwrotach potocznych, np. gdy rozważam „pójdę albo nie pójdę" występuje koniunkcja alternatywy i dysjunkcji: jedno i tylko jedno zdanie jest prawdziwe, drugie fałszywe. Posługując się przeto spójnikami „lub" i „albo" trzeba mieć zawsze na uwadze, czy wypowiadamy alternatywę, czy dysjunkcję, czy koniunkcję ich obu. Matryca dysjunkcji jest następująca:

p	q	Dpq
v	v	f
v	f	v
f	v	v
f	f	v

4) Implikacja zdań p, q, którą piszemy „Cpq" (pisze się też „p → q" lub „p ⊃ q", przy czym znak „⊃" powstał z odwróconego „c"), a czytamy „jeżeli p, to q" jest funkcją prawdziwościową, która jest zdaniem prawdziwym zawsze i tylko jeżeli nie jest p prawdziwe i q fałszywe, gdy zatem p fałszywe lub q prawdziwe. Implikacja Cpq jest przeto uogólnieniem, obejmującym zdanie warunkowe w jego trzech postaciach, rozróżnianych w gramatyce jako okres warunkowy rzeczywisty, możliwy i nierzeczywisty; odpowiednio do tego w czytaniu implikacji zamiast spójnika „jeżeli" można położyć „jeżeliby" lub „gdyby". Weźmy jako przykład implikację między zdaniami (funkcjami propozycjonalnymi) „liczba x jest podzielna przez 6" oraz „liczba x jest podzielna przez 3", odpo-

wiadające jej zdanie warunkowe „jeżeli liczba x jest podzielna przez 6, to jest podzielna przez 3" jest zdaniem prawdziwym i może mieć a) prawdziwy poprzednik i prawdziwy następnik, gdy np. liczbą, o której mowa, jest 12, b) fałszywy poprzednik i prawdziwy następnik, np. dla liczby 9, c) fałszywy poprzednik i fałszywy następnik, np. dla liczby 7; natomiast zgodnie z definicją implikacja wyklucza przypadek, w którym przy prawdziwym poprzedniku następnik byłby fałszywy i nie ma takiej liczby, która by była podzielna przez 6, a nie była podzielna przez 3. Przeciwnie nie ma implikacji między zdaniami „liczba x jest podzielna przez 3" oraz „liczba x jest podzielna przez 6" i odpowiednie zdanie warunkowe „jeżeli liczba x jest podzielna przez 3, to jest podzielna przez 6" byłoby fałszywe, gdyż dopuszcza przypadek, np. dla liczby 9, w którym poprzednik jest prawdziwy a następnik fałszywy. Użycie „jeżeli" na oznaczenie implikacji odchyla się od zwyczaju językowego w przypadkach, w których poprzednik i następnik nie wiążą się treścią ze sobą; w zdaniach jak „jeżeli 2 a 2 jest 4, to Kraków leży nad Wisłą" odczuwamy sztuczność zwrotu językowego, ponieważ, jak mówimy, drugie zdanie „nie wynika" z pierwszego. Stosunek wynikania, który w języku potocznym oznaczamy przez „jeżeli", pozostaje w bliskim związku z implikacją - będzie o nim mowa później. Jednak także w języku potocznym używa się takich sztucznych połączeń implikacyjnych między zdaniami niezwiązanymi treściowo dla podkreślenia prawdziwości lub fałszywości zdania ze szczególnym naciskiem; tak mówi się „jeżeli zajdzie coś takiego, to mi włosy na dłoni wyrosną", aby podkreślić niemożliwość poprzednika przez widoczną fałszywość następnika, a znów zdanie przytoczone wyżej „jeżeli 2 a 2 jest 4, to Kraków leży nad Wisłą" może być formą zapewnienia o prawdziwości następnika przez powołanie się na oczywistość poprzednika. Oto matryca implikacji:

p	q	Cpq
v	v	v
v	f	f
f	v	v
f	f	v

5) R ó w n o w a ż n o ś ć (ekwiwalencja) zdań p, q, którą piszemy „Epq" (pisze się też „p≡q), a czytamy „zawsze i tylko jeżeli p, to q", jest funkcją prawdziwościową, która jest zdaniem prawdziwym zawsze i tylko, jeżeli prawdziwa jest implikacja Cpq oraz implikacja odwrotna Cpq, innymi słowy: jeżeli albo p jest prawdziwe i q jest prawdziwe, albo p jest fałszywe i q jest fałszywe (bo według pierwszej implikacji nie może być p prawdziwe a q fałszywe, według drugiej zaś nie może być p fałszywe a q prawdziwe). Np. zdanie „trójkąt ABC jest równokątny" jest równoważne zdaniu „trójkąt ABC jest równoboczny", zdanie zaś „żaden ptak nie jest ssakiem" jest równoważne zdaniu „żaden ssak nie jest ptakiem". Matryca równoważności:

p	q	Epq
v	v	v
v	f	f
f	v	f
f	f	v

6) Z a p r z e c z e n i e (negacja) zdania p, którą piszemy „Np", a czytamy „nie p" (lub „nieprawda, że p) jest funkcją prawdziwościową, która jest zdaniem prawdziwym zawsze i tylko, jeżeli p jest fałszywe. Np. prawdziwe jest zdanie „nieprawda, że 2 razy 2 jest 5 (lub „2 razy 2 nie jest 5). Matryca negacji:

p	Np
v	f
f	v

Określiliśmy pięć funkcji prawdziwościowych o dwóch argumentach (koniunkcję, alternatywę, dysjunkcję, implikację, równoważność) i jedną (negację) o jednym argumencie. Zarazem zaś zbudowaliśmy język symboliczny rachunku zdań zgodnie z zasadami budowy języka, o których była poprzednio mowa, a mianowicie:

A) S ł o w n i k tego języka zawiera a) zmienne zdaniowe p, q, r,... b) funktory prawdziwościowe K, A, D, C, E, N.

B) **P r a w a s k ł a d n i** określają, jak należy budować zdania. Jako zdania w języku rachunku zdań występują a) zmienne zdaniowe, b) połączenia, w których po funktorze N następuje jeden argument zdaniowy, c) połączenia, w których po którymkolwiek z funktorów K, A, D, C, E, następują dwa argumenty zdaniowe. Zgodnie przeto z prawem b) zdaniami są np. wyrażenia Nq (nie q czyli negacja zdania q), NCpq (negacja implikacji), NKCpqCqp (negacja koniunkcji dwóch odwrotnych implikacji) itp. Według prawa c) można tworzyć np. wyrażenia CCpqq (implikacja, której pierwszym członem jest Cpq, drugim zaś q), CKpqApq (implikacja między koniunkcją zdań p i q oraz ich alternatywą), CKCpqCqrCpr (implikacja, której pierwszym członem jest koniunkcja KCpqCqr, drugim członem Cpr). Chcąc zdać sobie sprawę z budowy bardziej złożonych wyrażeń, trzeba je rozkładać na ich prostsze składniki, począwszy od prawej strony, tj. odwrotnie do kierunku, w którym wyrażenia odczytujemy. Zaletą składni naszego języka jest to, że nawet bardzo złożone wyrażenia dają się w nim wypowiedzieć bez używania nawiasów lub innych znaków interpunkcyjnych, które są niezbędne przy innych rodzajach symboliki.

C) **P r a w i d ł a s e n s u** dla naszego języka ujęliśmy w formę matryc, które można uważać za definicje funktorów prawdziwościowych. Zobaczymy później, że można te prawidła wypowiedzieć także w postaci aksjomatów. Przez różne zestawienia wartości argumentów z wartościami funkcji prawdziwościowych można zbudować matryce dla różnych jeszcze innych funkcji tego rodzaju (mianowicie możliwe są cztery różne matryce dla funkcji prawdziwościowych jednego argumentu, a szesnaście dla funkcji prawdziwościowych dwóch argumentów), jednakże odpowiadające im funkcje prawdziwościowe dają się wyrazić przez te, które już uwzględniliśmy jako najczęściej występujące w języku potocznym i w językach naukowych. A nawet i te można by sprowadzić do jeszcze mniejszej ich liczby, tak np. dwie z nich Np i Cpq wystarczają dla przedstawienia wszystkich innych (alternatywa „p lub q" tyle, co „jeżeli nie p, to q", a dysjunkcja „p albo q" to tyle, co

2^{2^2} 2^{2^n}

jeżeli p to nie q" co można sprawdzić, porównując ze sobą odpowiednio zbudowane matryce itp.).

Przy objaśnieniu wyrażeń sformułowanych w języku rachunku zdań można bądź odczytywać te wyrażenia (przytaczać je) za pomocą wyrażeń języka potocznego, bądź opisywać je. Przy odczytywaniu posługujemy się spójnikami międzyzdaniowymi („i", „lub", „jeżeli" i in.), jakie wprowadziliśmy, określając funkcje prawdziwościowe. Opisujemy natomiast wyrażenie z języka rachunku zdań, gdy nazywamy poszczególne jego części nazwami funkcji prawdziwościowych, jak czyniliśmy to wyżej pod B), gdy objaśnialiśmy przytoczone tam przykłady. W opisie zatem tego rodzaju mówimy o zdaniach lub funkcjach prawdziwościowych zamiast posługiwać się nimi samymi, zwrotami opisowymi są również takie jak: „zdanie p jest prawdziwe (fałszywe)" (zamiast odczytania: „prawda (lub nieprawda), że p"), „p implikuje q" (zamiast „jeżeli p to q"), „p jest równoważne q" (zamiast „zawsze i tylko jeżeli p to q"). Jednego lub drugiego sposobu będziemy używali zależnie od tego, który w danym przypadku będzie dogodniejszy. Pamiętać jednak trzeba, że należą one do dwóch różnych języków: Odczytując twierdzenia rachunku zdań, mówimy językiem logiki; opisując je, czynimy to w języku metalogiki. Językiem metateorii musimy się posługiwać, gdy budujemy język jakiejś teorii; ustalenie słownika, praw składni i matryc jako prawideł sensu dla rachunku zdań wymagało przeto odwołania się do języka metalogiki.

2. Niektóre twierdzenia rachunku zdań

Twierdzenia rachunku zdań podają własności funkcji prawdziwościowych oraz zależności między tymi funkcjami. Zależności te mają ważne zastosowanie w różnych odmianach rozumowań.

1) Cpp

co odczytujemy „jeżeli p, to p", np. jeżeli deszcz pada, to deszcz pada, lub ogólnie: jeżeli coś jest takie a takie, to jest takie a takie. W powyższym sformułowaniu twierdzenie to orzeka, że każdy przedmiot jest identyczny ze sobą samym, dlatego nazywa się je z a s a d ą i d e n t y c z n o ś c i. Twierdzenie nasze można nadto opisać słowami „p implikuje p" „dowolne zdanie implikuje siebie samo"; podobne jest ono przeto do twierdzenia arytmetyki, według którego każda liczba jest równa sobie samej. Związek lub stosunek, który zachodzi między dowolnym przedmiotem pewnego zakresu i nim samym, nazywa się z w r o t n y m w tym zakresie; implikacja jest stosunkiem zwrotnym w zakresie zdań, a twierdzenie Cpp jest p r a w e m z w r o t n o ś c i dla implikacji, tak jak równanie a = a jest prawem zwrotności dla równości arytmetycznej. Stosunkiem zwrotnym jest także podobieństwo w zakresie trójkątów, tak samo równoległość prostych i inne. Niezwrotne są natomiast stosunki takie, jak np. stosunek chwalenia się między ludźmi, ktoś chwali kogoś innego być może też, że chwali się sam, lecz na ogół tak nie bywa. Wśród stosunków, które nie są zwrotne, niektóre są p r z e c i w z w r o t n e, są to stosunki, które w żadnym przypadku nie zachodzą między jakimś przedmiotem i nim samym, np. stosunek większości między liczbami, następstwo czasowe, różność i in.

Dla twierdzeń rachunku zdań buduje się matryce tak samo, jak dla funkcji prawdziwościowych, określając prawdziwość twierdzenia, gdy jest dana prawdziwość jego argumentów. Twierdzenia rachunku zdań są prawdziwe zupełnie ogólnie, tzn. dla wszelkich wartości zmiennych zdaniowych, a zatem w matrycy powinniśmy otrzymać v na wartość logiczną twierdzenia przy wszelkich wartościach argumentów. Matryce służą w ten sposób dla sprawdzania twierdzeń logicznych; jest to tzw. s p r a w d z a n i e m a t r y c o w e. Sprawdźmy zasadę identyczności: Jeżeli p jest prawdziwe, to zasada identyczności ma wartość Cvv, a wartością tego wyrażenia jest według matrycy implikacji v; jeżeli p jest fałszywe, to Cff według matrycy implikacji ma również wartość v; twierdzenie nasze przeto jest prawdziwe dla obu wartości argumentu:

p	Cpp
v	v
f	v

2) ApNp

co odczytujemy „p lub nie p", np. jutro będzie deszcz lub jutro nie będzie deszczu, lub ogólnie: o czymkolwiek orzekamy w zdaniu, to jest lub nie jest. Twierdzenie to nosi nazwę zasady wyłączonego środka, bo nie ma między członami powyższej alternatywy trzeciej pośredniej ewentualności, jedno z dwojga musi być prawdziwe. Dwa zdania, z których jedno jest zaprzeczeniem drugiego, nazywamy sprzecznymi. Zasadę wyłączonego środka można przeto opisać nadając jej brzmienie: Z dwóch zdań sprzecznych jedno jest prawdziwe (alternatywa bowiem jest prawdziwa, gdy przynajmniej jeden z jej członów jest prawdziwy). Matryca dla tego twierdzenia ma postać

p	Np	ApNp
v	f	v
f	v	v

3) NKpNp

co czytamy „nieprawda, że p i nie p", np. nieprawda, że 6 jest podzielne przez 3 i sześć nie jest podzielne przez 3, lub ogólnie: nieprawda, że cośkolwiek jest i nie jest. Twierdzenie to nosi nazwę zasady sprzeczności. Analogicznie do zasady wyłączonego środka opisujemy je w brzmieniu: Z dwóch zdań sprzecznych jedno jest fałszywe (koniunkcja bowiem jest fałszywa, gdy przynajmniej jeden z jej członów jest fałszywy). Zasady wyłączonego środka i sprzeczności łącznie podają charakterystyczne własności negacji. Matrycę dla zasady sprzeczności tworzymy w sposób następujący:

p	Np	KpNp	NKpNp
v	f	f	v
f	v	f	v

4) CpNNp

odczytujemy je słowami „jeżeli p, to nieprawda, że nieprawda, że p", np. jeżeli deszcz pada, to nieprawda, że nieprawda, że deszcz pada. Twierdzenie to nosi nazwę zasady p o d w ó j n e g o   p r z e c z e n i a. Można je opisać słowami: Jeżeli jakieś zdanie jest prawdziwe, to jego zaprzeczenie jest fałszywe. Twierdzenie to w inny sposób formułuje własność negacji, o której mowa w zasadzie sprzeczności.

5) CNNpp

co odczytujemy „jeżeli nieprawda, że nieprawda, że p, to p", np. jeżeli nieprawda, że deszcz nie pada, to deszcz pada. Jest to o d w r o t n a   z a s a d a   p o d w ó j n e g o   p r z e c z e n i a. Opiszemy ją w następujących słowach: Jeżeli zaprzeczenie zdania fałszywe, to ono prawdziwe. Twierdzenie to w inny sposób formułuje własność negacji, o której mowa w zasadzie wyłączonego środka.

6) CKCpqCqrCpr

odczytujemy w słowach „jeżeli: jeżeli p to q i jeżeli q to r, to jeżeli p to r", np. jeżeli: jeżeli dziś jest piątek, to jutro jest sobota, i jeżeli jutro jest sobota, to pojutrze jest niedziela, to jeżeli dziś jest piątek, to pojutrze jest niedziela. Twierdzenie to jest implikacją, której poprzednik jest koniunkcją dwóch implikacji o wspólnym członie środkowym; następnikiem jest trzecia implikacja, łącząca poprzednik pierwszej z następnikiem drugiej. Nosi ono nazwę z a s a d y   s y l o g i z m u   h i p o t e t y c z n e g o, albowiem na zasadzie tej opiera się rozumowanie zwane sylogizmem hipotetycznym w którym występują trzy zdania złożone przy pomocy spójnika „jeżeli", czyli zdania hipotetyczne (warunkowe). Według zasady sylogizmu hipotetycznego jeżeli mamy trzy zdania takie, iż implikacja zachodzi między pierwszym a drugim oraz drugim a trzecim, to zachodzi ona również między pierwszym a trzecim. Stosunek posiadający taką własność nazywamy p r z e c h o d n i m. Implikacja jest przeto stosunkiem przechodnim, a tak samo równość liczbowa (dwie liczby równe trzeciej są sobie równe), równoległość prostych (dwie proste równoległe do trzeciej prostej są między sobą równoległe), stosunek między rodzeństwem itp. - natomiast nie są przechodnie: stosunek prostopadłości prostych, stosunek rodziców do dzieci, stosunek przyjaźni (przyjaciel mego przyjaciela nie zawsze jest moim przyjacielem) itp.

Matryca tego twierdzenia jest nieco bardziej skomplikowana, trzeba bowiem uwzględnić w niej wszystkie zestawienia wartości trzech zmiennych p, q r:

p	q	r	Cpq	Cqr	KCpqCqr	Cpr	CKCpqCqrCpr
v	v	v	v	v	v	v	v
v	v	f	v	f	f	f	v
v	f	v	f	v	f	v	v
v	f	f	f	v	f	f	v
f	v	v	v	v	v	v	v
f	v	f	v	f	f	v	v
f	f	v	v	v	v	v	v
f	f	f	v	v	v	v	v

7) CKpqKqp

co odczytujemy słowami „jeżeli p i q, to q i p", np. „Jeżeli dana liczba jest podzielna przez 2 i przez 3, to jest podzielna przez 3 i przez 2". Twierdzenie to nazywa się p r a w e m p r z e m i e n n o ś c i d l a k o n i u n k c j i; jest ono analogiczne do arytmetycznego prawa przemienności dla mnożenia: a.b = b.a. Stosunek lub połączenie dwóch przedmiotów, które zachodzi między nimi w obu kierunkach, tzn. łączy pierwszy z drugim i tak samo drugi z pierwszym nazywa się s y m e t r y c z n y m. Koniunkcja jest połączeniem symetrycznym, podobnie jak mnożenie lub dodawanie w arytmetyce, a także stosunek równości lub nierówności dwóch liczb, stosunek równoległości lub prostopadłości między prostymi na płaszczyźnie, stosunek pokrewieństwa, koleżeństwa, sąsiedztwa itp. Niesymetrycznymi są: stosunek implikacji (który jedynie w niektórych przypadkach, mianowicie gdy jego człony są zdaniami równoważnymi, zachodzi w obu kierunkach), stosunek mniejszości lub większości liczbowej, stosunki międzyludzkie oznaczone czasownikami chwalić, kochać itp. Wśród stosunków niesymetrycznych niektóre są p r z e c i w s y m e t r y c z n e, tzn. w żadnym przypadku, w którym zachodzą między przedmiotami a i b, nie zachodzą między b i a; przeciwsymetryczny jest stosunek większości lub mniejszości między liczbami, stosunek następstwa czasowego, stosunek między rodzicami a dziećmi itd. Stosunek zachodzący między b i a nazywamy o d w r ó c e-n i e m lub k o n w e r s j ą stosunku zachodzącego między a i b. Jeżeli stosunek jest symetryczny, to zachodzi implikacja między nim i jego konwersją (jak jest właśnie w prawie przemienności dla koniunkcji), jeżeli jest przeciwsymetryczny, zachodzi implikacja między nim i negacją jego konwersji.

8) CApqAqp

czytamy: „jeżeli p lub q, to q lub p" - p r a w o p r z e m i e n n o ś c i d l a a l t e r n a t y w y, analogiczne do poprzedniego. Alternatywa jest połączeniem symetrycznym, podobnie jak dodawanie w arytmetyce: a+b = b+a.

9) CCpqCNqNp

czytamy „jeżeli: jeżeli p to q, to: jeżeli nieprawda, że q, to nieprawda, że p", co można również opisać słowami: Jeżeli p implikuje q, to nie-q implikuje nie-p; np. przypuśćmy, że pewna liczba jest podzielna przez 6, to jest ona podzielna przez 3, lecz na odwrót, jeżeli nie jest podzielna przez 3, to nie jest podzielna przez 6. Implikacja nie jest stosunkiem symetrycznym, nie można jej przeto odwrócić wprost przez samo przestawienie jej poprzednika i następnika, rezultat takiego odwrócenia byłby bowiem w wielu przypadkach fałszywy (tak np. byłoby w podanym wyżej przykładzie). P r a w o t r a n s p o z y c j i, które właśnie omawiamy, wskazuje, jak należy odwracać implikację, aby odwrócenie było prawdziwe w każdym przypadku, gdy implikacja jest prawdziwa; należy mianowicie przy odwróceniu zaprzeczyć oba jej człony. Aby utworzyć matrycę prawa transpozycji, trzeba oznaczyć osobno wartości wyrażeń Cpq oraz CNqNp, a następnie wartość implikacji między nimi.

10) CKCpqpq

czytamy „jeżeli (zarazem) jeżeli p to q, i p, to q", co możemy również opisać słowami: jeżeli p implikuje q (a nadto) i p jest prawdziwe, to q jest prawdziwe; np. jeżeli a) jeżeliby Jan był stryjem Józefa, to Józef byłby bratankiem Jana - i na prawdę b) Jan jest stryjem Józefa, to Józef jest bratankiem Jana; jeżeli a) jeżeli suma cyfr liczby 37926 jest podzielna przez 3, to liczba 37926 jest podzielna przez 3 -

i rzeczywiście b) suma cyfr liczby 37926 jest podzielna przez 3, to liczba 37926 jest podzielna przez 3. Twierdzenie to orzeka znaną nam z matrycy implikacji własność tej funkcji prawdziwościowej, polegającą na tym, że prawdziwość jej poprzednika wyklucza fałszywość następnika; nazywamy je p r a w e m a s e r c j i lub z a s a d ą s y l o g i z m u k o n s t r u k c y j n e g o, pozwala ono bowiem na stwierdzenie zdania q, tj. następnika implikacji, gdy prawdziwy jest jej poprzednik, tj. zdanie p. W matrycy obliczamy najpierw wartość Cpq, potem KCpqp, na koniec zaś CKCpqpq.

11) CKCpqNqNp

twierdzenie to, bardzo podobne do poprzedniego, jest implikacją, w której poprzedniku występuje koniunkcja implikacji Cpq i zaprzeczenie jej następnika Nq, w następniku zaś mamy Np, tj. zaprzeczenie poprzednika tejże implikacji. Przykład: Jeżeli a) jeżeli liczba 37826 jest podzielna przez 6, to jest podzielna przez 3, i b) liczba 37826 nie jest podzielna przez 3, to liczba ta nie jest podzielna przez 6. Zaprzeczenie następnika implikacji pociąga za sobą zaprzeczenie jej poprzednika. Twierdzenie to nazywa się z a s a d ą s y l o g i z m u d e s t r u k c y j n e g o.

12) CApqCNpq

co czytamy: „jeżeli p lub q, to jeżeli nie p, to q"; np. jeżeli prawdą jest, że odwiedzisz mnie jutro lub pojutrze, to jeżeli nie odwiedzisz mnie jutro, odwiedzisz mnie pojutrze. Twierdzenie to orzeka tę własność alternatywy, według której przynajmniej jeden z jej członów jest prawdziwy; przekształca ono alternatywę na implikację i nosi nazwę z a s a d y s y l o g i z m u a l t e r n a t y w n e g o.

13) CDpqCpNq

„jeżeli p albo q, to jeżeli p, to nieprawda, że q"; np. jeżeli prawdą jest, że zwycięży Cezar albo Pompejusz, to jeżeli zwycięży Cezar, nie zwycięży Pompejusz. Twierdzenie to orzeka tę własność dysjunkcji, według której przynajmniej jeden z jej członów jest fałszywy; przekształca ono dysjunkcję na implikację i nosi nazwę z a s a d y s y l o g i z m u d y s j u n k t y w n e g o.

14) CApAqrAApqr

twierdzenie to opisujemy słowami: jeżeli prawdziwa jest alternatywa, której pierwszym członem jest p, drugim zaś alternatywa q lub r, to prawdziwa jest także alternatywa, której pierwszym członem jest p lub q, drugim zaś r; innymi słowy, człony potrójnej alternatywy można łączyć ze sobą w dowolnej kolejności. Twierdzenie to, zwane prawem łączności dla alternatywy, jest podobne do prawa łączności dla dodawania w arytmetyce: a + (b + c) = (a + b) + c.

15) CKpKqrKKpqr

prawo łączności dla koniunkcji, analogiczne do poprzedniego prawa łączności dla alternatywy i podobne do prawa łączności dla mnożenia w arytmetyce: a.(b.c) = (a.b).c. Oba prawa łączności razem z prawami przemienności pozwalają tworzyć wieloczłonowe alternatywy i koniunkcje w dowolnym porządku członów i kolejności łączenia ich między sobą.

16) CNKpqANpNq

co czytamy „jeżeli nieprawda, że p i q, to nieprawda, że p, lub nieprawda, że q", np.: jeżeli nieprawda, że dany trójkąt jest prostokątny i równoramienny, to trójkąt ten nie jest prostokątny lub nie jest równoramienny. Twierdzenie to nosi nazwę prawa De Morgana dla koniunkcji (De Morgan, logik angielski z XIX w.) i podaje regułę zaprzeczania koniunkcji: zaprzeczenie koniunkcji implikuje alternatywę zaprzeczonych członów.

17) CNApqKNpNq

co czytamy „jeżeli nieprawda, że p lub q, to nieprawda, że p, i nieprawda, że q", np.: jeżeli nie jest prawdą, że niedziela jest jutro lub pojutrze, to ani jutro nie jest niedziela, ani pojutrze („ani" znaczy „i nie"). Twierdzenie to nosi nazwę prawa De Morgana dla alternatywy i podaje regułę zaprzeczania alternatywy: zaprzeczenie alternatywy implikuje koniunkcję zaprzeczonych członów.

18) CCpCqrCqCpr

co możemy opisać słowami: jeżeli p implikuje, że q implikuje r, to q implikuje, że p implikuje r. Np. jeżeli pewna liczba jest podzielna przez 3, to jeżeli jest podzielna przez 2, jest podzielna także przez 6, - stąd wynika, że jeżeli pewna liczba jest podzielna przez 2, to jeżeli jest podzielna przez 3, jest podzielna także przez 6. Twierdzenie to, zwane p r a w e m p r z e m i e n n o ś c i (k o m u t a c j i) h i p o t e z, orzeka, że można przestawić poprzedniki podwójnej implikacji. Według tego prawa możemy np. tw. 9) przekształcić na CNqCCpqNp (jeżeli nieprawda, że q, to jeżeli p implikuje q, nieprawda, że p), otrzymując odmienną postać zasady sylogizmu destrukcyjnego (tw.11).

19) CCpNpNp

czytamy „jeżeli: jeżeli p to nie-p, to nie-p, albo w opisie: jeżeli jakieś zdanie implikuje swoją negację, to jest fałszywe. Twierdzenie to nosi nazwę p r a w a r e d u k c j i d o a b s u r d u (czyli sprowadzenia do sprzeczności) i ma zastosowanie w takim np. rozumowaniu: Aby dowieść, że równanie liniowe Ax+B = 0 ma jeden tylko pierwiastek, zakładamy przeciwnie, że posiada ono dwa różne pierwiastki a, b; zatem Aa+B = 0 = Ab+B, stąd wynika, że a = b, czyli, że równanie ma jeden tylko pierwiastek, co właśnie należało udowodnić.

20) CCNppp

jeżeli Np, implikuje p, to p jest prawdziwe. Twierdzenie to, zwane p r a w e m C l a v i u s a (Clavius, matematyk niemiecki z XVI w.), wydawało się tak dziwne, że je nazwano „consequentia mirabilis" (cudownym wynikaniem). Różni się ono od poprzedniego tylko tym, że mamy w nim Np zamiast p i odwrotnie. Przykładem jego zastosowania jest następujące dowodzenie: Wiemy, że jeżeli iloczyn a.b dwóch liczb całkowitych dodatnich jest podzielny przez liczbę pierwszą n, to jeden z jego czynników (a lub b) jest również podzielny przez tę liczbę. Przypuśćmy, że a^2 jest podzielne przez liczbę pierwszą n, zaś a nie jest podzielne przez tę liczbę. Lecz jeżeli tak jest, tzn. a, wzięte jako pierwszy czynnik potęgi a^2, nie jest podzielne przez n, to w myśl poprzednio przytoczonego twierdzenia a jako drugi czynnik liczby a^2 jest podzielne przez n; tak więc udowodniliśmy, że jeżeli a^2 jest podzielne przez liczbę pierwszą n, także a jest podzielne przez tę liczbę.

21) CpCNpq

22) CNpCpq

oba te twierdzenia wzajemnie przechodzą w siebie przez zastosowanie prawa komutacji hipotez. Stwierdzają one znaną nam z matrycy implikacji jej własność, że przy fałszywym poprzedniku implikacja jest prawdziwa bez względu na to, czy jej następnik jest prawdziwy czy fałszywy: jeżeli przyjmiemy, że p prawdziwe, to Np fałszywe i CNpq jest prawdą przy dowolnym q (według tw.21), a jeżeli przyjmiemy, że Np prawdziwe (według tw.22), to p jest fałszywe i znów Cpq jest prawdziwe przy dowolnym q. Oba przeto twierdzenia głoszą, że fałszywość poprzednika implikacji jest warunkiem wystarczającym jej prawdziwości. Oba twierdzenia można też uważać za charakterystykę zdania fałszywego jako zdania, które implikuje jakiekolwiek inne zdanie. Można wreszcie odczytać z nich, że dwie przesłanki sprzeczne (p i Np) implikują jakiekolwiek inne zdanie q. Posiadają one więc dużą doniosłość teoretyczną przez to, że okazują, jak wprowadzanie do jakiejś nauki twierdzenia fałszywego czyni ją otwartą dla wszelkich innych zdań fałszywych. Dla przykładu niech służy żartobliwy dowód Bertranda Russella, od którego ktoś zażądał w rozmowie, by z założenia 2.2 = 5 wywnioskował, że on Bertrand Russell jest papieżem. Odejmijmy od lewej i prawej strony równania po trzy jednostki, to otrzymamy 1 = 2. Bertrand Russell i papież są dwiema osobami, ponieważ jednak 2=1, więc są jedną osobą (Mostowski, Logika Matem.). Twierdzenie 21 nosi nazwę p r a w a D u n s a S c o t u s a (Duns Scotus, logik angielski z XIII w.).

23) CCpqCCNpqq

jeżeli p implikuje q, to jeżeli także Np implikuje q, q jest prawdziwe. Jest to p r a w o d y l e m a t u k o n s t r u k c y j n e g o (lemmat - twierdzenie; dylematem, trylematem, polilematem konstrukcyjnym nazywa się rozumowanie, w którym - wychodząc z rozróżnienia dwóch, trzech lub więcej, wyczerpujących możliwe przypadki, założeń alternatywnych - dowodzi się wspólnej dla nich konkluzji). Należy wziąć pod uwagę, że jedno z dwóch zdań p lub Np jest prawdziwe, jedna przeto z obu implikacji występujących w poprzedniku naszego twierdzenia ma prawdziwy poprzednik, wobec czego musi być prawdziwy także jej następnik. Według tego prawa miał rozumować kalif Omar, nakazując spalić Bibliotekę Aleksandryjską: Jeżeli te księgi zawierają to samo, co Koran, to są niepotrzebne i należy je spalić; jeżeli nieprawda, że zawierają to samo, co Koran, to są szkodliwe i należy je spalić - przeto w każdym razie należy je spalić.

24) CCpqCCpNqNp

jeżeli p implikuje q, to jeżeli p implikuje także Nq, p jest fałszywe. Twierdzenie to nazywa się p r a w e m d y l e m a t u d e s t r u k c y j n e g o (dylemat destrukcyjny to rozumowanie, w którym wychodząc z pewnego założenia dochodzimy do dwóch sprzecznych ze sobą konkluzji i w ten sposób wykazujemy fałszywość założenia). Należy tu wziąć pod uwagę, że jedno z dwóch zdań q lub Nq jest fałszywe, jedna przeto z obu implikacji w poprzedniku twierdzenia ma fałszywy następnik, wobec czego fałszywy musi być także jej poprzednik. Jako przykład zastosowania tego prawa może służyć rozumowanie dowodzące, że przedmioty sprzeczne nie istnieją. Przedmiotem sprzecznym nazywa się przedmiot, który pewną cechę posiada i zarazem jej nie posiada. Gdyby było prawdą, że istnieje przedmiot sprzeczny, to przedmiot ten posiadałby pewną cechę c, zarazem zaś gdyby było prawdą, że istnieje przedmiot sprzeczny, to przedmiot ten nie posiadałby cechy c. Ale z dwóch zdań sprzecznych „przedmiot ten posiada cechę c" oraz „przedmiot ten nie posiada cechy c" jedno jest fałszywe, przeto fałszywe jest też zdanie „istnieje przedmiot sprzeczny", które implikuje owe dwa zdania sprzeczne.

25) CCpCqrCKpqr

jeżeli p implikuje, że q implikuje r, to p i q implikuje r. Twierdzenie to nazywa się p r a w e m w ł ą c z a n i a (importacji), ponieważ pozwala włączać zdanie p, implikujące implikację Cqr, do jej poprzednika, przez co ten poprzednik przekształca się na koniunkcję Kpq. Stosując prawo włączania możemy np. twierdzenie 12 (zasadę sylogizmu alternatywnego) przekształcić na twierdzenie CKApqNpq (koniunkcja Apq i Np implikuje q).

26) CCKpqrCpCqr

jeżeli Kpq implikuje r, to p implikuje, że q implikuje r; jest to p r a w o w y ł ą c z a n i a (eksportacji), odwrotne do poprzedniego, pozwala ono przeciwnie wyłączyć z koniunkcji jako poprzednika implikacji jeden jej człon i rozłożyć tę implikację na implikację podwójną. Twierdzenie 6 (zasadę sylogizmu hipotetycznego) można w ten sposób przekształcić na CCpqCCqrCpr, a twierdzenia 10 i 11 (zasady sylogizmu konstrukcyjnego i destrukcyjnego) na CCpqCpq oraz CCpqCNqNp (tw.9).

Dwa prawa podwójnego przeczenia (4 i 5), a tak samo prawa włączania i wyłączania (25 i 26) są odwrotnymi implikacjami, które łącznie dają równoważność między p i NNp oraz między CpCqr i CKpqr. Także dla twierdzeń 9, 12, 13, 16, 17, 18 są prawdziwe odwrotne implikacje, tak że w każdym z nich oba człony są między sobą równoważne, co łatwo stwierdzić przez matryce.

3. Wnioskowanie

1. Wnioskowaniem nazywamy proces logiczny, w którym pewne zdanie prawdziwe, zwane p r z e s ł a n k ą (praemissa) wnioskowania lub koniunkcja takich zdań (nazywamy je przesłankami częściowymi) prowadzi do stwierdzenia prawdziwości innego zdania, zwanego w y n i k i e m lub k o n k l u z j ą (conclusio) wnioskowania. Wnioskowanie korzysta z tego, że w implikacji nie może być następnik fałszywy przy prawdziwym poprzedniku. Aby przeto wnioskowanie było możliwe, trzeba przesłankę i konkluzję związać ze sobą przez implikację. Odpowiednie do tego celu związki implikacyjne znajdujemy w twierdzeniach rachunku zdań, mających postać implikacji. Twierdzenia te tworzą z a s a d y dla różnych odmian wnioskowania. Wspomniane twierdzenia zawierają zmienne zda-

niowe i - jak wiemy - są prawdziwe dla wszelkich wartości zmiennych. Aby przeto związać przesłankę z konkluzją związkiem implikacyjnym, należy w stosownie dobranym na zasadę wnioskowania twierdzeniu rachunku zdań dokonać takich podstawień za zmienne, wskutek których przesłanka stałaby się poprzednikiem, a konkluzja następnikiem implikacji. Przez takie podstawienie przekształcamy implikację na stosunek w y n i k a n i a czyli stosunek r a c j i d o n a s t ę p s t w a; mianowicie poprzednik w tym stosunku, tworzący przesłankę wnioskowania, nazywamy r a c j ą (ratio), a następnik, który staje się wynikiem wnioskowania - n a s t ę p s t w e m lub k o n s e k w e n c j ą (consequentia). Twierdzenie logiczne, w którym dokonaliśmy takiego podstawienia, będziemy nazywali p o d s t a w ą stosunku wynikania. Np. koniunkcja zdań „jeżeli dziś jest piątek, to jutro sobota" i „dziś jest piątek" jest racją dla zdania „jutro jest sobota" jako następstwa, ponieważ przez podstawienie w twierdzeniu 10) CKCpqpq za „p" - „dziś jest piątek" i za „q" - „jutro jest sobota" otrzymujemy w poprzedniku tego twierdzenia koniunkcję „jeżeli dziś jest piątek, to jutro jest sobota, i dziś jest piątek", a w następniku „jutro jest sobota". Jeżeli, jak w powyższym przykładzie, racja jakiegoś zdania jest koniunkcją dwóch (lub więcej) zdań, to każde z tych zdań jest r a c j ą c z ę ś c i o w ą. Stosunek wynikania oznacza się przy pomocy „jeżeli", tak samo jak stosunek implikacji, charakteryzuje się zaś tym, że racja i następstwo nie są od siebie treściowo niezależne (jak poprzednik i następnik dowolnej implikacji), gdyż zdania, jakie wstawiamy za zmienne p, q, ... w następniku, nie mogą być różne od tych, które zostały podstawione w poprzedniku twierdzenia logicznego, tworzącego podstawę stosunku wynikania.

Mając dwa zdania w stosunku racji do następstwa, możemy wnioskować, jeżeli racja jest zdaniem prawdziwym; albowiem stosunek wynikania, podobnie jak stosunek implikacji, posiada tę właściwość, że prawdziwość racji wyklucza fałszywość następstwa. Wnioskowanie na tym polega, że stwierdziwszy prawdziwość racji jako przesłanki, mamy prawo stwierdzić również prawdziwość następstwa jako wyniku wnioskowania czyli w n i o s k u. Charakterystyczne dla wnioskowania, a nazywane i n f e r e n c j ą przejście od stwierdzenia związku wynikania przez stwierdzenie prawdziwości przesłanki do stwierdzenia prawdziwości konkluzji dzieje się przez zmianę spójnika „jeżeli" na „więc" lub „przeto"; łącząc bowiem dwa zdania spójnikiem „więc" lub „przeto" stwierdzamy zarówno pierwsze, jak i drugie. Przejście to jest jak gdyby o d e r w a n i e m następstwa od racji, albowiem dzięki niemu następstwo, figurujące w stosunku wynikania nie jako samodzielne zdanie, lecz jedynie jako następnik okresu warunkowego, staje się samodzielnym zdaniem, które stwierdzamy „w oderwaniu" od racji.

Wnioskowanie składa się z dwóch jak gdyby etapów lub czynności składowych. Należy: a) ustalić stosunek racji do następstwa między przesłanką i konkluzją oraz b) oderwać konkluzję od przesłanki. Ażeby zaś dokonać pierwszej z obu czynności, należy obrać twierdzenie logiczne nadające się w danym przypadku na podstawę stosunku racji do następstwa i wykonać odpowiednie podstawienia określonych wyrażeń za zmienne w twierdzeniu tym występujące. Twierdzenie logiczne, będące podstawą stosunku racji do następstwa, jest - jak wiemy - zasadą wnioskowania. Rozróżniamy zatem we wnioskowaniu: zasadę wnioskowania, przesłankę (przesłanki częściowe), konkluzję oraz czynności podstawienia i odrywania. Czynności te dzieją się zgodnie z następującymi r e g u ł a m i lub d y r e k t y w a m i:

a) R e g u ł a p o d s t a w i a n i a: Otrzymujemy zdanie prawdziwe, jeżeli podstawimy w miejsce zmiennych w twierdzeniu logicznym tworzącym zasadę wnioskowania zdania określone, zawsze takie same za takie same zmienne w danym podstawieniu. (Wykonanie podstawienia daje nam związek racji do następstwa między przesłanką i konkluzją wnioskowania.)

b) R e g u ł a o d r y w a n i a: Otrzymamy zdanie prawdziwe jako konkluzję wnioskowania, odrywając następstwo od prawdziwej racji jako przesłanki.

W niektórych przykładach rozumowań stosujemy tylko czynność podstawiania: rozumowanie takie nazywamy również wnioskowaniem, a twierdzenie, w którym dokonujemy podstawienia, jest w nim zasadą wnioskowania. Tak np. gdy w tw.1) podstawimy „Cpq" za „p", otrzymujemy jako wniosek twierdzenie CCpqCpq, które poznaliśmy już poprzednio jako przekształcenie sylogizmu konstrukcyjnego (tw.10) według prawa wyłączania (tw.26).

Najprostszy schemat wnioskowania, czyli s c h e m a t i n f e r e n c y j n y, ma postać następującą:

$$(1) \qquad \frac{\begin{array}{c}Cab\\ a\end{array}}{b}$$

Cab jest związkiem racji a i następstwa b (w różnych odmianach wnioskowania mają one różną postać, zależnie od tego, jaka jest zasada wnioskowania); a jest przesłanką, b jest konkluzją, kreskę poziomą między przesłanką i konkluzją czytamy „przeto".

Bardziej złożoną postać ma schemat następujący:

$$(2) \qquad \begin{array}{c}CaCbc\\ \underline{\quad a \quad}\\ Cbc\\ \underline{\quad b \quad}\\ c\end{array}$$

Stosujemy tutaj odrywanie dwukrotnie, pierwszym razem otrzymujemy jako konkluzję Cbc, następnie zaś przez drugie odrywanie dochodzimy do ostatecznej konkluzji c.

Cała analiza wnioskowania, jaką przeprowadziliśmy, należy do dziedziny metalogiki, mówiliśmy bowiem o zdaniach, związkach między nimi i prawdziwości; do metalogiki należą reguły wnioskowania i schematy inferencyjne. Natomiast przesłanki i konkluzja są czerpane z tej nauki szczegółowej, w której obrębie przeprowadzamy wnioskowanie.

2. Omówimy obecnie kolejno kilka ważniejszych odmian wnioskowania, biorąc za podstawę rozróżnienia zasady wnioskowania.

1. S y l o g i z m h i p o t e t y c z n y. Zasadą tego wnioskowania jest tw. 6) CKCpqCqrCpr. Sylogizm tego rodzaju tworzymy wnioskując np. że jeżeli dziś jest poniedziałek, to pojutrze jest środa, bo jeżeli dziś jest poniedziałek,

to jutro jest wtorek i jeżeli jutro jest wtorek, to pojutrze jest środa. Podstawmy mianowicie p/(dziś jest poniedziałek) (kreska „/" niech służy jako symbol, iż podstawiamy wyrażenie stojące po jej prawej stronie ze zmienną po lewej), q/(jutro jest wtorek), r/(pojutrze jest środa). W schemacie inferencyjnym (1) otrzymamy po tym podstawieniu jako przesłankę (a) koniunkcję: „jeżeli dziś jest poniedziałek, to jutro jest wtorek i jeżeli jutro jest wtorek, to pojutrze jest środa", jako konkluzję zaś (b): „jeżeli dziś jest poniedziałek, to pojutrze jest środa". Prawdziwość przesłanki (jako twierdzenia nauki zwanej chronologią) pozwala na oderwanie konkluzji.

2. T r a n s p o z y c j a (odwrócenie zdania hipotetycznego). Zasadą tego wnioskowania jest tw. 9) CCpqCNqNp. Przykład podany tam układa się we wnioskowanie według schematu inferencyjnego (1); podstawienia p/(x jest podzielne przez 6), q/(x jest podzielne przez 3), dają jako przesłankę (a) twierdzenie arytmetyki: „Jeżeli x jest podzielne przez 6, to jest podzielne przez 3". Przez oderwanie otrzymujemy konkluzję (b): „Jeżeli x nie jest podzielne przez 3, to nie jest podzielne przez 6".

3. S y l o g i z m k o n s t r u k c y j n y (modus ponendo ponens, ponere - zakładać, stwierdzać, więc stwierdzający przez stwierdzenie). Zasadą jest tw.10) CKCpqpq. Sylogizm ten stosujemy np. przy rozwiązywaniu równań: przyjmijmy, że mamy rozwiązać równanie 2 x = 4. Podstawmy: p/(2x=4), q/(x=2). W schemacie inferencyjnym (1) dla tego wnioskowania przesłanką (a) jest koniunkcja zdań „jeżeli 2x=4, to x=2" (twierdzenie algebry będące szczególnym przypadkiem zastosowania prawidła, pozwalającego dzielić obie strony równania przez tę samą liczbę) oraz „2x=4" (założenie zadania); konkluzją (b) jest rozwiązanie „x=2". Łatwa do zapamiętania reguła praktyczna dla tego sylogizmu brzmi:
Z prawdziwości poprzednika prawdziwego okresu warunkowego wynika prawdziwość następnika.

4. S y l o g i z m d e s t r u k c y j n y (modus tollendo tollens, tollere - znosić, zaprzeczać; więc zaprze-

czający przez przeczenie). Zasadą tego wnioskowania jest tw.11) CKCpqNqNp. Przykład ten podany może służyć dla dokonania podstawień. Wnioskowanie odbywa się według schematu inferencyjnego (1). Krótka reguła pamięciowa dla tego wnioskowania brzmi: Z fałszywości następnika prawdziwego zdania warunkowego wynika fałszywość poprzednika. Należy pamiętać, że nie można wnioskować ani z zaprzeczenia (fałszywości) poprzednika o następniku (bo następnik jest przy fałszywym poprzedniku nieokreślony, może być prawdziwy lub fałszywy), ani z prawdziwości następnika o prawdziwości poprzednika (bo wtedy poprzednik nieokreślony, prawdziwy lub fałszywy).

5. S y l o g i z m   a l t e r n a t y w n y   (modus tollendo ponens). Zasadą tego wnioskowania jest tw.12) CApqCNpq. Niech jako przykład służy wnioskowanie następujące: Wiem, że mogę spotkać kolegę w sali I lub w sali II; nie ma go w sali I, stąd wnoszę, że jest w sali II. Aby ułożyć to wnioskowanie w schemat inferencyjny, trzeba podstawić: p/(kolega jest w sali I), q/(kolega jest w sali II). Otrzymujemy przesłanki: (a) „kolega jest w sali I lub w sali II", (b) „nieprawda, że kolega jest w sali I", konkluzja (c) brzmi: „kolega jest w sali II"; wnioskujemy według schematu inferencyjnego (2), gdzie mamy CaCbc i dokonujemy oderwania dwukrotnie, aby otrzymać konkluzję. Reguła pamięciowa tego sylogizmu brzmi: Z zaprzeczenia pierwszego członu alternatywy wynika prawdziwość drugiego członu. Ponieważ zaś alternatywa jest symetrycznym połączeniem swych członów, przeto także z zaprzeczenia drugiego jej członu wynika prawdziwość pierwszego. Nie można natomiast z prawdziwości jednego członu alternatywy wnioskować o fałszywości drugiego, gdyż - jak wiadomo - oba jej człony mogą być prawdziwe.

Przykład nadaje się na dysjunkcję, a nie na alternatywę.

6. S y l o g i z m   d y s j u n k t y w n y   (modus ponendo tollens). Zasadą tego wnioskowania jest tw.13) CDpqC~~Npq~~pNq; odbywa się ono według schematu inferencyjnego (2). Pozwala ono wnioskować z prawdziwości jednego członu dysjunkcji o fałszywości drugiego. Np. wiem, że ktoś urodził się w r.1904 albo 1905, jeżeli stwierdzę nadto, że urodził się w r.1904, to zaprzeczam, że urodził się w r.1905.

ROZDZIAŁ II

T e o r i a   z w i ą z k ó w   w e w n ą t r z-z d a n i o w y c h

1. Analiza zdania - jego składniki

1. Analizę zdań rozpoczniemy od zdania jednostkowego, w którym stwierdzamy istnienie jakiegoś przedmiotu lub faktu indywidualnego. Wśród takich zdań rozróżniamy dwa rodzaje: Zdania jak „Kain zabił Abla", „Warszawa leży nad Wisłą", „Jadwiga poślubiła Jagiełłę", stwierdzają zachodzenie jakiegoś stosunku czyli relacji między dwoma przedmiotami; nazywamy je zdaniami elementarnymi *r e l a c j o n a l n y m i*. Zdania zaś, w których o przedmiocie indywidualnym stwierdzamy, że jest tym a tym, np. „Krynica jest uzdrowiskiem", „Iliada jest epopeją", nazywamy krótko zdaniami *e l e m e n t a r n y m i*. Każde zdanie relacjonalne można przekształcić na zwykłe zdanie elementarne: „Kain jest zabójcą Abla", „Warszawa jest położona nad Wisłą", „Jadwiga jest (była) małżonką Jagiełły". Orzeczniki zdań elementarnych uzyskanych przez takie przekształcenie nazywają się *o r z e c z n i k a m i   w z g l ę d n y m i* lub *r e l a t y w a m i*.

Wyraz „jest" w zdaniu elementarnym łączy dwie nazwy, podmiot i orzecznik. Każda z nich ma inną funkcję w zdaniu: podmiot *n a z y w a* to a to (Krynica, Iliada, Jadwiga), orzecznik przez swe znaczenie *o k r e ś l a*, jakim (czym) to jest: uzdrowiskiem, epopeją, małżonką Jagiełły, Łącznik „jest" zalicza desygnat podmiotu do zbioru (zakresu, klasy) przedmiotów takich a takich. Nazwy występujące w zdaniu elementarnym jako podmiot i orzecznik należą do dwóch różnych rodzajów. Podmiot zdania elementarnego to *n a z w a   i n d y w i d u a l n a*, która *n a z y w a* przedmiot bezpośrednio wskazany; orzecznikiem w zdaniu elementarnym jest zawsze *n a z w a   g e n e r a l n a*, czyli nazwa, której desygnat nie jest wskazany bezpośrednio, lecz tylko określony, to jest pośrednio oznaczony przez znaczenie nazwy, przez to mianowicie, że jest taki, jak wymaga znaczenie nazwy. Nazwami indywidualnymi są imiona własne, nadawane rzeczom lub osobom aktem wskazującym wprost tę właśnie rzecz lub osobę jako desygnat danej nazwy (np. aktem chrztu osoby, statku itp. albo wprost gestem wskazującym), oraz zaimki wskazujące; nazwami generalnymi są rzeczowniki, przymiotniki itp., np. „kwiat", „las", „zielony", „najwyższy szczyt Tatr". Nazwy indywidualne są pokrewne wyrażeniom, okazjonalnym, tak jak one nie mają ustalonego znaczenia i mogą być nadawane różnym przedmiotom: imieniem „Wanda" można nazwać osobę, łódkę, willę lub gatunek papierosów. Nazwa indywidualna otrzymuje znaczenie dopiero wskutek nazwania przedmiotu tą nazwą i z tą samą nazwą łączą się w różnych jej zastosowaniach różne znaczenia: inne znaczenie posiada słowo „Batory" jako nazwisko króla polskiego, inne zaś jako nazwa okrętu, jeszcze zaś inne, gdy jest nazwą kopalni węgla. Nazwa generalna przeciwnie ma znaczenie ustalone w języku, do którego należy i jej desygnatem może być tylko przedmiot odpowiadający owemu znaczeniu.

Podobnie jak inne wyrażenia języka potocznego także nazwy bywają używane dwuznacznie, tj. bądź jako wyrażenia języka pierwszego stopnia na oznaczenie przedmiotów, bądź jako wyrażenia drugiego stopnia, gdy są nazwami dla samych siebie. Te dwa sposoby posługiwania się nazwami rozróżniano już w logice klasycznej jak różne s u p o z y c j e t e r m i n ó w (od supponere - podkładać, supozycją jest podkładanie lub podstawianie przedmiotu pod nazwę, która go oznacza, nie należy mieszać supozycji terminów z supozycjami czyli przypuszczeniami, które odróżniliśmy od asercji). Mówiono, że nazwa jest użyta w s u p o z y c j i z w y k ł e j (suppositio simplex), jeżeli jej używamy jako wyrażenia z języka przedmiotowego, tj. jako nazwy dla indywidualnych desygnatów. Natomiast nazwa użyta w s u p o z y c j i m a t e r i a l n e j (suppositio materialis) jest nazwą dla siebie samej, a więc należy do języka drugiego stopnia. Obok tych dwóch stawiano nadto s u p o z y c j ę f o r m a l n ą (suppositio formalis), przez co rozumiano użycie nazwy na oznaczenie przedmiotu abstrakcyjnego (gatunku lub formy przedmiotów indywidualnych według terminologii klasycznej), jak w geometrii klasycznej, gdzie mowa o kwadratach, kołach itp. abstrakcyjnych; w tym użyciu mówi się np. „kwadrat jest prostokątem równobocznym", przypisując kwadratowi abstrakcyjnemu cechy wymienione w orzeczeniu.

Trzeci składnik zdania elementarnego, „jest" łączące podmiot z orzecznikiem, nazywamy f u n k t o r e m z d a n i o t w ó r c z y m, podobnie jak funktorami zdaniotwórczymi nazywaliśmy spójniki międzyzdaniowe w teorii dedukcji. Gdy jednak tamte były funktorami argumentów zdaniowych, tu mamy funktor dwóch argumentów nazwowych, z których pierwszy jest nazwą indywidualną, drugi nazwą generalną.

W zdaniu elementarnym podmiotem może być tylko nazwa indywidualna, orzecznikiem tylko nazwa generalna, zdanie, w którym by położyć w roli orzecznika nazwę indywidualną lub w roli podmiotu nazwę generalną, przestałoby być zdaniem elementarnym, a łącznik jest uzyskałby tam inne znaczenie. W zdaniu elementarnym „jest" oznacza stosunek p r z y n a l e ż n o ś c i indywiduum do zbioru, stosunek ten jest przeciwzwrotny, przeciwsymetryczny i nieprzechodni. W zdaniu, w którym nazwa indywidualna jest podmiotem zarówno jak orzecznikiem, np. „to jest Wisła", stwierdzamy, że indywiduum wskazane przez podmiot jest tym samym przedmiotem indywidualnym, który nazywa się Wisłą - łącznik „jest" oznacza stosunek i d e n t y c z n o ś c i desygnatów podmiotu i orzecznika; stosunek identyczności jest zwrotny, symetryczny i przechodni. W zdaniu wreszcie, w którym nazwa generalna jest podmiotem i również orzecznikiem, np. „ptak jest kręgowcem", stwierdzam, że każdy przedmiot, który jest tym a tym (jest ptakiem), jest zarazem jeszcze czymś innym (jest kręgowcem); łącznik „jest" oznacza tutaj stosunek dwóch zbiorów (zbioru ptaków i zbioru kręgowców), zwany stosunkiem z a w i e r a n i a s i ę lub s u b s u m c j i, a polegający na tym, że każdy element pierwszego zbioru jest elementem drugiego; stosunek subsumcji jest zwrotny, niesymetryczny i przechodni. Zdania, w którym by nazwa generalna była podmiotem, a nazwa indywidualna orzecznikiem, nie można utworzyć w języku polskim ani w języku symbolicznym logiki; połączenie takie jest bowiem niezgodne z prawami składni gramatycznej i logicznej.

Rozróżnienie znaczeń „jest" jest konwencjonalne. Czy jest to przydatne i najprostsze?

Zdania przeczące mogą mieć jako podmiot nazwę generalną a jako orzecznik nazwę indywidualną np. „Nie każdy z Toruniich jest Salvatorem" „Niektóre miasta nie są Warszawą." Zaś zd. przeczące jest złożone. A więc zd. ~~[illegible]~~ może mieć tylko

Wyraz „jest" posiada jeszcze dwie funkcje, których nie należy mieszać z wyliczonymi wyżej. Zdanie „w tych lasach są wilki" stwierdzą przebywanie lub istnienie wilków, „jest" znaczy tutaj to samo, co „istnieje" desygnat podmiotu („jest" e g z y s t e n c j a l n e). Podobnie w każdym zdaniu elementarnym „jest" nie tylko oznacza przynależność, ale też stwierdza istnienie desygnatu dla podmiotu zdania. Nadto określamy często przez „jest" (w przeciwstawieniu do „było" lub „będzie") moment czasowy teraźniejszości („jest" c z a s o w e czyli t e m p o r a l n e), np. „pogoda jest chmurna" („jest" tyle co „jest teraz"); w zdaniach jak np. „2 jest liczbą pierwszą", nie ma tego momentu czasowego („jest" b e z c z a s o w e).

2. Powyższe rozróżnienia wskazują, że każdy ze składników zdania ma w nim swe ściśle wyznaczone miejsce i gdybyśmy je w zdaniu zamienili, to struktura zdania zmieniłaby się albo nawet uległa zniszczeniu. Prowadzi to do podziału wyrażeń każdego języka na k a t e g o r i e s y n t a k t y c z n e (mówi się mniej poprawnie „kategorie semantyczne"). Mianowicie dwa wyrażenia należą do tej samej kategorii syntaktycznej, jeżeli w zdaniu (lub funkcji zdaniowej) wolno zastąpić jedno z nich przez drugie bez naruszenia struktury właściwej temu zdaniu (jako zdaniu któregoś z różróżnionych wyżej trzech lub innych jeszcze rodzajów). Natomiast dwa wyrażenia należą do różnych kategorii syntaktycznych w przypadku przeciwnym. Do jednej kategorii syntaktycznej należą funktory K, A, D, C, E, bo można je wzajemnie zastępować w funkcjach prawdziwościowych, które przy takim zastępowaniu pozostają funkcjami prawdziwościowymi, lecz żadnego z powyższych funktorów nie można zastąpić przez funktor N, który tworzy funkcję prawdziwościową z jednym, nie z dwoma argumentami zdaniowymi. „Jest" w każdym z trzech naczelnych znaczeń, które rozróżniliśmy, należy do innej kategorii syntaktycznej. Osobną kategorię syntaktyczną tworzą nazwy indywidualne, osobną nazwy generalne. Inną jest kategoria syntaktyczna zdań elementarnych, inna znów kategoria syntaktyczna zdań zaczynających się od „każdy" lub „niektóre". Podział wyrażeń na kategorie syntaktyczne jest zbliżony do grama-

postać jeśli jest częścią zd. złożonego.

tycznego podziału słów należących do jakiegoś języka na tzw. części mowy, gdyż np. rzeczownik w zdaniu może być zastąpiony przez inny rzeczownik, lecz nie można go zastąpić przez czasownik lub przysłówek itp. bez naruszenia struktury zdania. Jednak kategorie syntaktyczne, jak widać z przytoczonych przykładów nie pokrywają się z częściami mowy.

2. Terminy, działania na terminach, stosunki zakresów

1. Wśród nazw generalnych należy wyróżnić te, dla których określono przez definicję ich znaczenie logiczne. Nazwy takie nazywamy t e r m i n a m i, rozróżniamy terminy logiczne, techniczne, lekarskie itp., zależnie od nauki, do której należą. Z a k r e s e m t e r m i n u (lub pojęcia, którego treść jest znaczeniem terminu) nazywa się zbiór lub klasa wszystkich jego desygnatów; do zakresu terminu należy przeto każdy przedmiot - i tylko one - o którym zdanie ist- [illegible] prawdziwe jest zdanie elementarne zawierające dany termin w orzeczniku, np. do zakresu terminu „dom" należą te i tylko te przedmioty, o których prawdą jest, że są domem. Dzięki temu, że pojęcie jest przedstawieniem jasnym i wyraźnym potrafimy rozstrzygnąć o każdym przedmiocie, jeżeli tylko znamy go dostatecznie, czy należy do zakresu danego terminu; zakresy terminów są przeto dokładnie określone. Natomiast dla nazw generalnych, które nie mają dokładnie określonego znaczenia logicznego, których znaczeniem są zatem treści wyobrażeń, nie pojęć, nie można dokładnie określić zakresu wskutek ogólnikowości wyobrażenia.

Ze względu na zakres rozróżniamy terminy:

a) o g ó l n e, których zakres nie jest ograniczony do jednego tylko desygnatu, np. człowiek, drzewo, liczba.

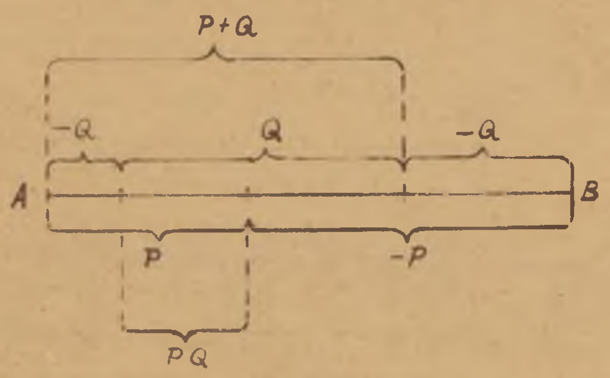
b) j e d n o s t k o w e, których zakres jest ograniczony do jednego tylko desygnatu (zachodzi to, gdy znaczenie terminu zawiera znamiona indywidualizujące, jakimi są określenia czasowe i przestrzenne, cechy superlatywne itp.), np. najwyższy szczyt Tatr, ostatni król Polski.

c) p u s t e, których zakręs nie obejmuje żadnego przedmiotu (gdy np. znaczenie terminu zawiera cechy niezgodne ze sobą), drewniane żelazo, największa liczba całkowita, szczyt tatrzański wyżej 3000 npm.

W dalszym ciągu, mówiąc o terminach, jeżeli nie zastrzeżemy inaczej, będziemy mieli na myśli jedynie terminy nie puste.

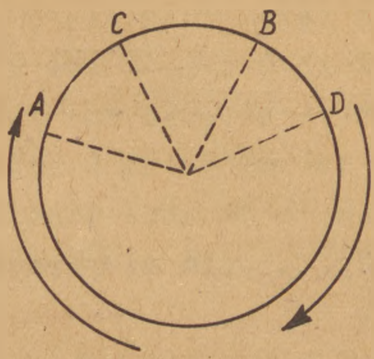
Zakresy terminów przekształcamy lub łączymy ze sobą, dokonując na nich działań logicznych, podobnych pod wielu względami do działań w rachunku zdań. Działania te, d o d a w a n i e   l o g i c z n e,   m n o ż e n i e   l o g i c z n e   i   z a p r z e c z a n i e   czyli   n e g o w a n i e (lub odejmowanie logiczne), wyrażają się w mowie potocznej przez łączenie terminów spójnikami międzynazwowymi „i", „lub", resp. przez przedrostek „nie", np. „uczony i lekarz", „białe lub czerwone ciałka krwi", „nieprzyjaciel". Zakres terminu „uczony i lekarz" („i" może być opuszczone, jak w zestawieniach „uczony lekarz", „biała owca" itp.) obejmuje wszystkie osoby, które są zarazem uczonymi i lekarzami, zakres terminu „inżynier lub technik" jest łącznym zakresem obu zakresów składowych, tzn. obejmuje każdego, kto jest bądź inżynierem bądź technikiem, zakres terminu „niestary" obejmuje wszystkie istoty, które nie przekroczyły pewnego wieku. Mówiąc ogólnie, jeżeli przez „P", „Q" oznaczymy zakresy dwóch terminów: 1) Zakres PQ lub P.Q, czytamy „P i Q", czyli   i l o c z y n   l o g i c z n y   obu zakresów, obejmuje wszystkie przedmioty, które należą do każdego z obu zakresów składowych. 2) Zakres P+Q, czytamy „P lub Q", czyli   s u m a   l o g i c z n a   obu zakresów, obejmuje wszystkie przedmioty, które należą przynajmniej do jednego z obu zakresów składowych. 3) Zakres - P, czytamy „nie-P", czyli   z a k r e s   u z u p e ł n i a j ą c y   (uzupełnienie) lub   n e g a c j a   P, obejmuje wszystkie przedmioty, które nie należą do zakresu P. Zakres terminu pustego nazywamy   z e r e m   l o g i c z n y m   (0), zakres obejmujący wszystkie przedmioty, o których mowa (np. wszystkie liczby całkowite, gdy zajmujemy się arytmetyką, wszystkie zwierzęta, gdy uprawiamy zoologię itp.) nazywa się zakresem   u n i w e r s a l n y m   lub   j e d y n k ą   l o g i c z n ą   (1). Wszystkie zakresy różne od zera logicznego są częściami zakresu uniwersalnego, a działania na nich są podobne do działań na ułamkach.

Przymiotnik występujący przy rzeczowniku jako przydawka zwykle, ale nie zawsze, tworzy z nim iloczyn logiczny, jak w przykładzie „biała owca". Rozróżniamy mianowicie przydawki d e t e r m i n u j ą c e i m o d y f i k u j ą c e; jedynie przydawka determinująca tworzy z rzeczownikiem iloczyn logiczny determinując go, czyli ograniczając jego zakres; przydawka modyfikująca modyfikuje czyli zmienia znaczenie rzeczownika; ponieważ zaś działania logiczne na terminach określamy jako działania na zakresach bez względu na znaczenie terminów, przeto połączenie rzeczownika z przydawką modyfikującą nie przedstawia działania logicznego, podobnie jak połączenie zdań, które zależy od treści zdań składowych, nie jest funkcją prawdziwościową. Przydawki modyfikujące występują w przykładach: fałszywy przyjaciel, nieżywe zwierzę, kwiat malowany - fałszywy przyjaciel nie jest przyjacielem, lecz wrogiem, nieżywe zwierzę nie jest zwierzęciem, lecz zwierzęcymi zwłokami, kwiat malowany nie jest kwiatem, lecz obrazkiem.



Rys.2

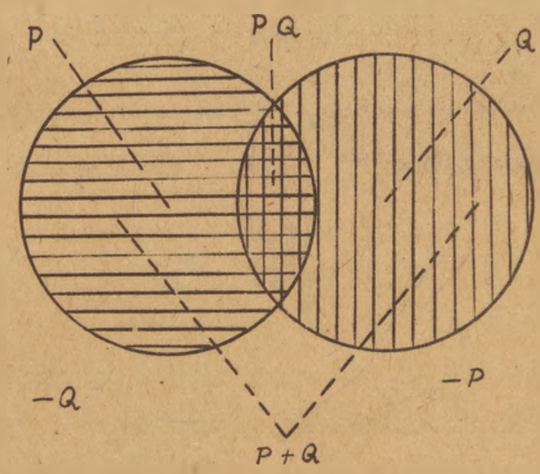
Działania na zakresach uzmysławiamy przedstawiając zakresy w postaci odcinków prostej lub łuków okręgu, powierzchni kół lub innych figur geometrycznych. Niech odcinek AB (rys.2) przedstawia zakres 1, umieśćmy na nim odcinki przedstawiające zakresy P, Q; iloczyn logiczny PQ zakresów P i Q przedstawia część wspólna obu odcinków; sumę logiczną P+Q przedstawia część odcinka AB, na której leży przynajmniej jeden z odcinków P,Q; wreszcie negację P, czyli - P, pozostająca poza odcinkiem P część AB. W podobny sposób uzmysłowiają się iloczyn, suma i negacja, jeżeli zakres 1 przedstawimy jako okręg koła (rys.3). Bardzo rozpowszechniony sposób przedstawiania zakresów jako powierzchni kół (schematy Eulera, rys.4) posiada tę niedogodność, że przedstawienia iloczynu, sumy i negacji nie są kołami; soczewka utworzona przez przecinające się koła P, Q, przedstawia iloczyn P,Q, zespół obu kół P,Q przedstawia sumę P+Q, negację zakresu P przedstawia część płaszczyzny pozostająca na zewnątrz koła P.



AB = P
CD = Q
BA = -P
DC = -Q
CB = PQ
AD = P+Q

Wszystkie odcinki liczone w kierunku zgodnym z ruchem wskazówek zegara

Rys.3



Rys.4

2. Stosunek między zakresami P,Q, z których żaden nie jest 0 albo 1, określamy, biorąc pod uwagę stosunki subsumcji między nimi i ich negacjami; pytamy zatem, czy:
a) każde P jest Q, b) każde nie-P jest Q, c) każde P jest nie-Q, d) każde nie-P jest nie-Q. Oczywiście nie może być, by wszystkie te cztery zdania były zarazem prawdziwe. Jeżeli nieprawda, że każde P jest Q, to niektóre P nie są Q; jeżeli nieprawda, że każde nie-P jest Q, to niektóre nie-P nie są Q; jeżeli nieprawda, że każde P jest nie-Q, to niektóre P są Q; wreszcie jeżeli nieprawda, że każde nie-P jest nie-Q, to niektóre nie-P są Q. Zależnie przeto od tego, które z czterech zdań a), b), c), d) są prawdziwe, otrzymujemy następujące przypadki:

1) S t o s u n e k   n i e z a l e ż n o ś c i (krzyżowania) między P i Q: Żadne z powyższych czterech zdań nie jest prawdziwe, a zatem niektóre P są Q, niektóre P nie są Q, niektóre nie-P są Q i niektóre nie-P nie są Q. Stosunek niezależności charakteryzuje się tym, że są przedmioty, które należą do obu zakresów jednocześnie, inne do jednego którego kolwiek z nich, a jeszcze inne nie należą do żadnego z obu zakresów. Np. liczba nieparzysta i liczba pierwsza, żołnierz i Polak.

2) S t o s u n e k   p o d r z ę d n o ś c i między P i Q: Zdanie „każde P jest Q" jest prawdziwe, zdania b), c), d) są fałszywe, a zatem niektóre nie-P są Q i niektóre nie-P nie są Q, - zaprzeczenia zdania c), czyli „niektóre P są Q", możemy pominąć, bo mieści się ono już w zdaniu a), nie ma zaś takich P, które by nie były Q. Stosunek podrzędności charakteryzuje się tym, iż jeżeli jakiś przedmiot należy do zakresu P, to należy do zakresu Q, lecz nie odwrotnie. Np. kwadrat i czworobok, kot i zwierzę ssące.

3) S t o s u n e k   p o d p r z e c i w i e ń s t w a między P i Q: Zdanie „każde nie-P jest Q" jest prawdziwe, pozostałe zdania są fałszywe, tzn. niektóre P są Q, niektóre P nie są Q, nie ma zaś takich nie-P, które by były nie-Q. Stosunek ten charakteryzuje się tym, iż są przedmioty, które należą do obu zakresów jednocześnie, albo do jednego któregokolwiek z nich, nie ma natomiast przedmiotu, który by nie należał do jednego przynajmniej z obu zakresów. Np. nieczłowiek i zwierzę w zbiorze przedmiotów zmysłowych, liczba pierwsza i liczba większa od trzech w zbiorze liczb naturalnych.

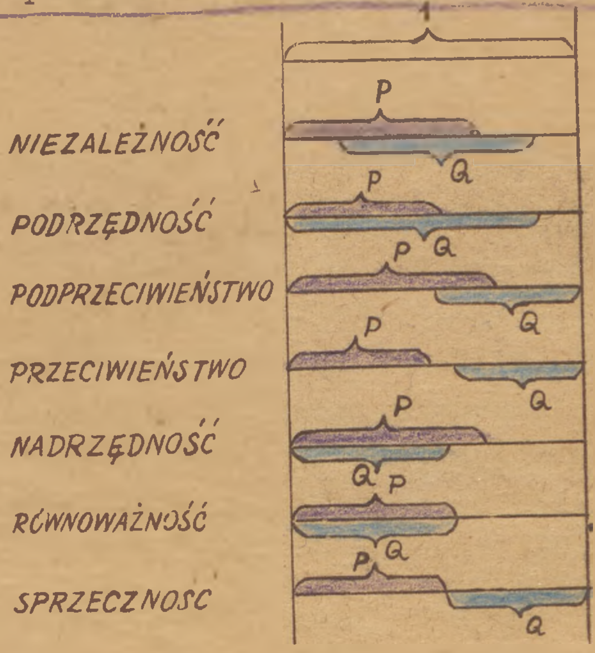
4) S t o s u n e k   p r z e c i w i e ń s t w a między P i Q: Zdanie „każde P jest nie-Q" jest prawdziwe, pozostałe zdania są fałszywe, a zatem niektóre nie-P są Q, niektóre nie-P nie są Q, nie ma zaś takich P, które by były Q. Żaden przedmiot nie może należeć do obu zakresów, może natomiast należeć bądź do jednego którego kolwiek, bądź do żadnego z nich. Np. trójkąt i równoległobok, owad i ptak.

5) S t o s u n e k   n a d r z ę d n o ś c i   między P i Q: Zdanie „każde nie-P jest nie-Q" jest prawdziwe, pozostałe zdania są fałszywe, a zatem niektóre P są Q, niektóre P nie są Q, nie ma zaś takich nie-P, które by były Q. Stosunek ten jest odwróceniem stosunku podrzędności; jeżeli jakiś przedmiot nie należy do zakresu P, to nie należy do zakresu Q, czyli jeżeli należy do zakresu Q, to należy do zakresu P, lecz nie odwrotnie. Np. człowiek i europejczyk, zwierzę kręgowe i ptak.

6) S t o s u n e k   r ó w n o w a ż n o ś c i   (zamienności) między P i Q: Zdania „każde P jest Q" i „każde nie-P jest nie-Q" są prawdziwe, pozostałe zdania są fałszywe, tzn. nie ma takich P, które by nie były Q i takich nie-P, które by były Q. Jeżeli jakiś przedmiot należy do zakresu P, to należy do zakresu Q i odwrotnie; żaden przedmiot nie może należeć do jednego tylko z obu zakresów, lecz należy bądź do obu, bądź do żadnego z nich. Np. trójkąt równoboczny i trójkąt równokątny, najwyższy szczyt Himalajów i najwyższa góra świata.

7) S t o s u n e k   s p r z e c z n o ś c i   między P i Q: Zdania „każde nie-P jest Q" i „każde P jest nie-Q" są prawdziwe, pozostałe zdania są fałszywe. Żaden przedmiot nie może należeć do obu zakresów, i żaden nie może do żadnego z nich nie należeć, każdy przedmiot musi należeć do jednego i tylko jednego z obu zakresów. Np. człowiek i nieczłowiek w zbiorze przedmiotów zmysłowych, liczba parzysta i liczba nieparzysta w zbiorze liczb naturalnych.

Rys.5 podaje wykresy powyższych siedmiu stosunków, poniższa zaś tablica unaocznia tok myśli, prowadzący do ich określenia. W nagłów-



Rys.5.

kach czterech rubryk są wymienione iloczyny zakresów P.Q, P.-Q, -P.Q, -P.-Q, kreska pionowa „/" poniżej znaczy, że zakres iloczynu istnieje, kreska pozioma „-", że nie istnieje.

Tablica stosunków między zakresami

P.Q	P.-Q	-P.Q	-P.-Q	Nazwa stosunku
/	/	/	/	Niezależność
-	/	/	/	Przeciwieństwo
/	-	/	/	Podrzędność
/	/	-	/	Nadrzędność
/	/	/	-	Podprzeciwieństwo
-	/	/	-	Sprzeczność
/	-	-	/	Równoważność

Inne zestawienia prawdziwości zdań a), b), c), d), po dwa i po trzy, nie dają nowych przypadków stosunków między zakresami P i Q, ponieważ są możliwe tylko wówczas, jeżeli P lub Q są 0 albo 1, co wykluczyliśmy; że tak jest łatwo można stwierdzić na rysunku. Przypuszczenie, że wszystkie cztery zdania są prawdziwe, daje konkluzję, że zarówno P jak Q są zarazem 0 i 1, sprawdza się przeto jedynie, gdy 0 obierzemy jako zakres uniwersalny (tzn. w zbiorze pustym).

Spomiędzy siedmiu wyliczonych stosunków między dwoma zakresami szczególną doniosłość w myśleniu naukowym i potocznym posiadają stosunki podrzędności, nadrzędności i sprzeczności, związane bezpośrednio z trzema działaniami, dodawaniem logicznym, mnożeniem logicznym i negacją w ten sposób, iż suma logiczna P+Q jest nadrzędna w stosunku do P i do Q, iloczyn logiczny PQ jest podrzędny w stosunku do obu swych członów, negacja -P jest sprzeczna do P.

3. Klasyfikowanie i szeregowanie

1. W logice klasycznej podział stosunków między terminami jest przeprowadzony na innej zasadzie, aniżeli uczyniliśmy to wyżej. Punktem wyjścia są wprawdzie tak samo zdania subsumcyjne, w których jako podmiot i orzecznik występują terminy, lecz bierze się pod uwagę tylko zdanie twierdzące „P jest Q", a terminy P, Q są przy tym rozważane w supozycji formalnej. W zdaniu takim podmiot P nosi nazwę g a t u n k u (species), orzecznik zaś jest rozróżniany trojako. Orzecznik, który może być orzeczony zarówno o P, jak i o innych podobnych gatunkach, nazywa się r o d z a j e m (genus). Jak zaś dobiera się rodzaje i gatunki, to zależy od treści pojęć, nie jest przeto rzeczą logiki, lecz tej nauki, do której należą dane pojęcia. Tak np. wyobrażenia i pojęcia są gatunkami dla rodzaju przedstawień. Orzecznik, który może być orzeczony o gatunku P, należącym do rodzaju R, lecz nie o żadnym innym gatunku tego samego rodzaju R (które przeto pozwala na rozróżnianie gatunków w obrębie rodzaju R), nazywa się r ó ż n i c ą g a t u n k o w ą (differentia specifica), np. intuicyjne dla wyobrażeń. Koniunkcja rodzaju i różnicy jest równoważna z gatunkiem (przedstawienie intuicyjne - wyobrażenie). Wreszcie każdy inny orzecznik, dający się orzec prawdziwie o tym samym gatunku P, nazywa się jego w ł a ś c i w o ś c i ą (proprium); właściwościami wyobrażeń są konkretność i ogólnikowość. Rodzaj, różnica gatunkowa i właściwość względem pewnego gatunku są tak ze sobą związane, iż oznaczenie różnicy gatunkowej i właściwości zależy nie tylko od gatunku, lecz także od rodzaju. Jeżeli dla gatunku kwadrat obierzemy rodzaj prostokąt, to różnicą gatunkową jest równoboczny, jeżeli za rodzaj obierzemy czworobok, to różnicą gatunkową staje się równoboczny i prostokątny. W pierwszym przypadku czworobok jest właściwością kwadratu, w obu przypadkach właściwościami są np. równoległobok i figura o przekątnych równych i prostopadłych względem siebie. Wśród terminów zaś nie dających się orzekać o danym gatunku bierze się pod uwagę takie, które nie wykluczają się z nim, które zatem mogą być orzekane o niektórych

? Równoległoboczność mieści się już w pojęciu prostokąta. Nie rodzaj wyznacza [illegible] kiedy mówię: „prostokąt równoległoboczny".

Przy danym rodzaju gatunek może mieć kilka różnic gatunkowych np. kwadrat = prostokąt równoboczny = prostokąt o przekątnych prostopadłych względem siebie. A zatem określenie różnicy gatunkowej nie zależy od rodzaju (?) Zależy, pozostawiając swobodę wyboru różnicy gat.

jego desygnatach; nazywa się je p r z y p a d ł o ś c i a m i lub c e c h a m i p r z y p a d k o w y m i (accidens). Przypadłością dla wyobrażenia jest np. „odtwórcze", dla kwadratu długość boków lub wielkość powierzchni. Rodzaj, właściwość, różnica gatunkowa są przeto nadrzędne względem gatunku; gatunek i przypadłość pozostają do siebie w stosunku niezależności albo podprzeciwieństwa. Równorzędne gatunki w obrębie rodzaju (np. wyobrażenia i pojęcia jako zjawiska psychiczne w obrębie przedstawień, kwadraty i romby jako figury płaskie w obrębie równoległoboków) są względem siebie przeciwne (?); rodzaje, na które dzieli się zakres obranej dziedziny badań, są sprzeczne (gdy ich jest tylko dwa), albo przeciwne (gdy ich jest więcej). Pojęcia gatunku, rodzaju, różnicy gatunkowej, właściwości i przypadłości obejmuje się wspólną nazwą p r a e d i c a b i l i a czyli „to, co może być orzekane".

albo sprzeczne gdy są tylko dwa gatunki

Dobieranie rodzaju do danego gatunku nazywa się g e n e r a l i z a c j ą (uogólnianiem), dobieranie gatunku do danego rodzaju • s p e c j a l i z a c j a (determinacją, określaniem). Generalizacja dzieje się przez dodawanie logiczne gatunków, tak np. przedstawienie to wyobrażenie lub pojęcie, specjalizacja - przez mnożenie logiczne rodzaju i różnicy gatunkowej. Zależy od celów badania, które spomiędzy pojęć danej nauki uznamy za gatunek, aby szukać dlań rodzaju, które za rodzaj, szukając dlań gatunków. Umiejętny układ rodzajów i gatunków w obrębie pewnej dziedziny badania naukowego nazywa się s y s t e m a t y k ą tej dziedziny. Rodzaje i gatunki tworzą w obrębie systematyki hierarchię, w której rodzaje względem g a t u n k ó w n i ż s z y c h są gatunkami względem r o d z a j ó w w y ż s z y c h. G a t u n k a m i n a j n i ż s z y m i systematyki są gatunki nie mające już pod sobą gatunków, lecz tylko indywidua; r o d z a j a m i n a j w y ż s z y m i są rodzaje nie mające nad sobą w danej systematyce rodzajów wyższych, czyli rodzaje, na które dzieli się bezpośrednio cały zakres systematyką objęty. Tak np. w systematyce zoologicznej rodzaje najwyższe nazywają się typami, rodzaje i gatunki pośrednie (kolejno od wyższych do niższych) gromadami, rzędami, rodzi-

2. dobierania rodzaju dla danego gatunku nie potrzebne jest dodawanie logiczne

nami, rodzajami, gatunkami, - gatunki najniższe nazywają się odmianami (terminy rodzaj i gatunek są przeto w systematyce zoologicznej użyte w znaczeniu węższym aniżeli w logice).

Arystoteles podał próbę systematyki najogólniejszej, to jest takiej, która by objęła cały byt. Termin b y t (ens) znaczy mniej więcej tyle co wszystko, zarówno to co w jakikolwiek sposób istnieje (byt rzeczywisty, ens reale), jak też to, co można tylko pomyśleć (byt pomyślany, ens rationis). W systematyce swej Arystoteles stawia jako najwyższe rodzaje, czyli k a t e g o r i e, a) r z e c z y czyli s u b s t a n c j e i b) c e c h y (accidentia - termin ten ma tu znaczenie ogólniejsze aniżeli accidens jako praedicabile), rozróżniając nadto 9 rodzajów cech (wielkość, jakość, stosunek, miejsce, czas, ułożenie, stan, działanie, doznawanie), tak iż łącznie wymienia się 10 kategorii Arystotelesa. Rzeczy czyli substancje to byty samodzielne, jednostki, indywidua; cechy nie są bytami samodzielnymi, istnieją bowiem tylko w rzeczach, każda cecha jest cechą jakiejś substancji. Kamień jest substancją, a jego wielkość, kształt, twardość, barwa itp. cechami. Wśród cech rozróżnia się niekiedy c e c h y b e z w z g l ę d n e i c e c h y w z g l ę d n e czyli s t o s u n k o w e lub r e l a t y w n e; jedne są cechami przedmiotu samego niejako dla siebie, np. barwa, kształt, masa przedmiotu, drugie przedmiot posiada w stosunku do innych przedmiotów, będąc np. od czegoś innego większy lub mniejszy, na lewo lub na prawo, czegoś przyczyną lub skutkiem itp. Także praedicabilia są nazwami cech względnych dla terminów, oznaczają bowiem terminy zdania we wzajemnym stosunku do siebie. Inny znów podział cech rozróżnia wśród nich stałe w ł a s n o ś c i i zmienne s t a n y. Trzeba jednak mieć na uwadze, że rozróżnienia te nasuwają różne trudności i są na ogół stosowane dość chwiejnie.

2. Weźmy pod uwagę rodzaj P i utwórzmy przy pomocy różnicy gatunkowej Q gatunek PQ; przejście od rodzaju do gatunku dzieje się w ten sposób, jak gdybyśmy wybrali z zakresu P jego część PQ, odrzucili zaś zeń część P.-Q. Tworząc przeto

gatunek PQ, tworzymy jednocześnie gatunek P.-Q i dzielimy zakres P na dwie części PQ oraz P.-Q; tak dokonany podział rodzaju na gatunki nazywa się p o d z i a ł e m l o g i c z n y m (divisio), np. tworząc gatunek owca biała jako część rodzaju owca, dzielimy tym samym rodzaj na dwa gatunki owca biała i owca niebiała. Poprawność podziału wymaga, by przy tym gatunki uzyskane jako c z ł o n y p o d z i a ł u (membra divisionis) wzajemnie wykluczały się, łącznie zaś wyczerpywały zakres dzielonego rodzaju. Ażeby tę poprawność osiągnąć, trzeba zdać sobie sprawę z tego, jaka jest różnica gatunkowa Q, według której dokonaliśmy podziału, czyli z a s a d a p o d z i a ł u (fundamentum divisionis), i odpowiednio do niej dobrać różnicę gatunkową dla gatunku uzupełniającego. Najprostszym przypadkiem podziału jest podział, w którym jako różnice gatunkowe występują jakaś cecha Q i jej zaprzeczenie -Q (jak w ostatnim przykładzie biała - nie biała); podział taki nazywamy d y c h o t o m i c z n y m czyli d w u c z ł o n o w y m. Zdarzają się jednak także podziały trójczłonowe i wieloczłonowe, np. podział ludzi według barwy skóry na białych, czarnych i żółtych, podział wrażeń zmysłowych według narządów, podział krzywych płaskich drugiego stopnia na elipsy, parabole i hiperbole itp. Chcąc sprawdzić poprawność podziału wieloczłonowego, najlepiej uczynimy to przez rozbicie takiego podziału na szereg kolejnych podziałów dychotomicznych, tak np. podzielimy krzywe płaskie drugiego stopnia (według dwumianu charakterystycznego) na parabole i nieparabole, te zaś na elipsy i hiperbole; takie rozbicie pozwala sprawdzić poprawność każdego z podziałów dychotomicznych z osobna. Bardzo częstą metodą otrzymywania podziałów wieloczłonowych z podziałów dwuczłonowych jest stosowanie podziałów dwuczłonowych krzyżujących się: Zakres P dzielimy według zasady Q na PQ i P.-Q oraz według zasady R na PR i P.-R; rezultatem są cztery człony podziału PQR, PQ-R, P.-QR, P.-Q.-R. Np. dzielimy uczniów pewnej szkoły dwuoddziałowej na uczniów pierwszego i uczniów drugiego oddziału, na chłopców i dziewczęta, otrzymamy podział na chłopców z pierwszego oddziału, dziewczęta z pierwszego oddziału, chłopców z drugiego oddziału i dziewczęta z drugiego oddziału. Podział stosunków między zakresami terminów jest przykładem podziału złożonego z czterech krzyżujących się podziałów dwuczłonowych, każdy z nich ma jako zasadę prawdziwość jednego ze zdań a), b), c), d). W podziałach takich zdarza się, że niektóre człony podziału są puste, np. w ostatnim przykładzie mamy 16 członów podziału, z których 9 jest pustych; ponieważ braliśmy pod uwagę tylko zakresy różne od 0 i od 1, pozostało nam tylko 7 stosunków między zakresami dwóch terminów. Dokonując szeregu kolejnych podziałów przeprowadzamy k l a s y f i k a c j ę; każda przeto systematyka naukowa pewnej dziedziny jest rezultatem klasyfikacji jej przedmiotów.

Każdy podział logiczny i każda systematyka mają na celu ułatwić zbadanie własności przedmiotów należących do zakresu, który poddajemy podziałowi, bądź dla celów teoretycznych,bądź dla celów praktycznych. Zazwyczaj bowiem przedmioty, do których badania przystępujemy, wykazują tak różnorodne własności, iż trudno się w nich zorientować; podział logiczny wprowadza porządek w ową różnorodność. Sposób przeprowadzenia podziału, tzn. wybór zasady podziału, zależy od celu, w jakim badanie przeprowadzamy, przy czym na ogół można powiedzieć, że badanie własności przedmiotów dla celów naukowych jest wszechstronniejsze, aniżeli badanie ich dla celów praktycznych, gdzie w poszczególnych przypadkach chodzi tylko o pewne szczególne własności: np. inżynier, dla którego kamień jest materiałem budowlanym, bada wytrzymałość skał na siły mechaniczne, odporność na wpływy atmosferyczne, podatność dla obróbki, natomiast nie bierze pod uwagę - lub uwzględnia tylko pośrednio, szereg innych własności, ważnych dla mineraloga. Stąd podział skał dla celów technicznych rożróżnia materiały trwałe i nietrwałe, wytrzymałe i mniej wytrzymałe, twarde i kruche; podział natomiast, jakim posługuje się mineralog, winien porządkować skały według ich własności podstawowych, od których inne ich własności w najszerszej mierze zależą, a więc np. według składu chemicznego lub budowy krystalicznej. Im więcej własności zależy od własności obranej jako zasada podziału, tym bardziej podobne do siebie są przedmioty, skupione w jednym członie podziału i tym bardziej różnią się one od przedmiotów, należących do innych członów podziału. Podziały, oparte na takich własnościach podstawowych jako zasada podziału, nazywamy n a t u r a l n y m i. Wśród podziałów naturalnych wyróżniają się podziały oparte na zasadzie g e n e t y c z n e j, tzn. takie które łączą ze sobą przedmioty o wspólnym pochodzeniu; tego rodzaju podziałami posługują się językoznawcy, wydzielając np. w jedną grupę języki indoeuropejskie i rozróżniając wśród nich rodziny języków romańskich, germańskich, słowiańskich itd., powstałych ze wspólnego prajęzyka. Nie są naturalnymi podziały, w których chodzi o rozróżnienie członów podziału według jakiejś szczególnie interesującej nas własności, bez względu na jej związek z innymi własnościami; takie podziały nazywają się, w przeciwieństwie do naturalnych, s z t u c z n y m i. Podziałami sztucznymi posługują się rozmaite działy praktyki: hodowca, gdy dzieli zwierzynę na pożyteczną i szkodliwą; rolnik, gdy rozróżnia rośliny uprawne i chwasty; ustawodawca, gdy dzieli obywateli państwa według ich zatrudnienia albo według wieku (na małoletnich i pełnoletnich). Sztuczne podziały tworzy się często w tym celu, by przez łatwo dostrzegalną cechę oznaczyć daną jednostkę wśród innych, temu celowi służy np. podział ludzi według początkowej litery nazwiska w spisach alfabetycznych. Nauka dąży do uzyskania podziałów naturalnych, lecz i w nauce posługujemy się podziałami sztucznymi, opartymi na własnościach najłatwiejszych do stwierdzenia, stosuje się je np. w tzw. kluczach do oznaczania roślin lub minerałów.

Systematyka i klasyfikacja są narzędziami opisu naukowego. Opis rośliny lub zwierzęcia zmierza do tego, by znaleźć dlań miejsce w systematyce botanicznej lub zoologicznej; jeżeli opisywany egzemplarz nie daje się włączyć do żadnego spomiędzy zawartych w systematyce gatunków, tworzy się dlań nowy gatunek. Opis przedmiotu indywidualnego dzieje się w ten sposób, iż wymienia poszczególne jego części i własności, aby na ich podstawie znaleźć jego miejsce w systematyce. Opis taki jest także pewnego rodzaju podziałem, nazywa się go p a r t y c j a (partitio, od pars - część); partycji dokonuje się na przedmiocie indywidualnym, gdy natomiast w podziale logicznym dzieli się rodzaj. Partycja rozróżnia bądź przestrzenne, bądź czasowe części przedmiotu (wtedy nazywa się ją również podziałem fizycznym), bądź jego cechy czyli części abstrakcyjne. Części przestrzenne u rośliny to korzeń, pień lub łodyga, gałęzie, liście, kwiaty, owoce; u zwierzęcia kręgowego - głowa, tułów, kończyny. Częściami czasowymi są w dziejach społeczeństw okresy historyczne, w życiu indywidualnym człowieka - dzieciństwo, młodość, wiek dojrzały i starość; w utworze dramatycznym - akty i sceny. Rozróżnienie zaś cech lub własności takich, jak kształt, wielkość, barwa itp., nazwaliśmy abstrakcją (s. 9), dlatego partycja w takim przypadku bywa nazywana również podziałem abstrakcyjnym.

Co to są czasowe części przedmiotu?

?

D y s p o z y c j ą nazywa się podział utworu pisanego, książki, rozprawy, artykuły, na części, rozdziały, paragrafy. Można ją uważać za partycję, gdy utwór pisany bierzemy jako przedmiot fizyczny. Jest ona zaś odmianą podziału logicznego lub klasyfikacji, jeżeli całość dzieła uważamy za zbiór twierdzeń dotyczących tematu, któremu dzieło jest poświęcone; części dzieła, rozdziały i paragrafy są członami podziałów, zasadą podziału jest zwykle przedmiot, o którym mowa w danej części dzieła, tak iż dyspozycja dzieła odpowiada systematyce przedmiotów dziedziny, o której dzieło traktuje. Należycie przeprowadzona dyspozycja, czyniąca zadość wymaganiom poprawnego podziału, którymi są wyłączanie się członów i wyczerpanie całości, jest cenną pomocą dla autora przy kompozycji dzieła, wskazuje bowiem z jednej strony luki do uzupełnienia, z drugiej strony rzeczy zbyteczne, które nieraz narastają w czasie pisania i które potem należy usunąć.

3. O p i s k l a s y f i k u j ą c y, tj. posługujący się klasyfikacją i systematyką jako narzędziem, nie zawsze wystarcza dla należytego poznania i uporządkowania przedmiotów badanej dziedziny. Używa się przeto obok niego innej formy opisu, tzw. o p i s u s z e r e g u j ą c e g o, który oddaje usługi, zwłaszcza gdy chodzi o następujące cele:

a) Ujęcie subtelnych przejść między przedmiotami. Tak np. porządkuje się zakres barw, dzieląc je na neutralne i kolorowe, a kolorowe według tonu barwnego na czerwone, żółte, zielone i niebieskie, w każdym zaś tonie barwnym rozróżniając jeszcze barwy nasycone i nienasycone; taka systematyka nie daje jednak wystarczającego przeglądu wszystkich barw, których naliczono ponad 30 000. Aby uzyskać bardziej doskonały opis, trzeba użyć innej metody, mianowicie uszeregować barwy w obrębie każdego gatunku wzdłuż odcinka zawartego między dwoma punktami krańcowymi (np. między białym i czarnym, między czystym czerwonym i czystym żółtym) według ich zwiększającego się lub zmniejszającego się podobieństwa w stosunku do obu krańców.

b) Uporządkowanie indywiduów wewnątrz gatunku, do którego zostały zaliczone. W tym celu np. dźwięki gamy muzycznej układa się w szereg według wzrastającej wysokości, a w życiu szkolnym podział uczniów na klasy szkolne (gatunki) uzupełnia się następnie, szeregując ich w obrębie każdej klasy według porządku alfabetycznego; przy ustalaniu wyników pomiarów antropologicznych tworzy się szeregi według wzrostu osób badanych, obwodu klatki piersiowej itp.

c) Uchwycenie różnic indywidualnych, charakteryzujących opisywane indywidua danego gatunku. W badaniach psychologicznych, zmierzających do scharakteryzowania osób pod względem np. inteligencji lub usposobienia, postępuje się w ten sposób, iż wybiera się pewne szczególne jednostki jako t y p y (typ skrajny wybitnie inteligentny lub przeciwnie mało inteligentny, typ przeciętny) i przez stosownie dobrane próby ustala się pozycję, jaką charakteryzowana osoba zajmuje w stosunku do typu, wewnątrz szeregu utworzonego z badanych osób według wyników, jaki dały owe próby. Podobnie określa się twardość minerału według miejsca, które zajmuje w szeregu zwanym skalą twardości, ciepłotę ciała według miejsca w skali temperatur itp.

Podstawą szeregowania jest w każdym takim przypadku porównywanie indywiduów badanego szeregu, różniących się między sobą określoną cechą w ten sposób, iż jedno z nich znajduje się w wyniku tego porównania na bliższym, drugie zaś na dalszym miejscu w szeregu; każde ma w nim swoje dokładnie wyznaczone miejsce. Różnice, które rozstrzygają o zaszeregowaniu, dają się niekiedy ująć liczbowo, jak np. w przypadku szeregowania ludzi według wzrostu, szereg nazywamy wtedy m e t r y c z n y m; nie zawsze jednak to zachodzi i np. szeregi barw neutralnych i kolorowych nie są metryczne.

Między każdymi dwoma elementami szeregu zachodzi stosunek p o p r z e d z a n i a lub n a s t ę p o w a n i a, każdy element następuje po wszystkich elementach poprzednich, poprzedza zaś wszystkie elementy następne. Poprzedzanie i następowanie może być różnego rodzaju, liniowo przestrzenne (na lewo lub na prawo, w dół lub w górę, w przód lub w tył), czasowe (wcześniej - później), liczbowe (mniej - więcej) itp. Każdy taki stosunek posiada trzy cechy, konieczne i wystarczające do tego, aby był stosunkiem szeregującym: 1) jest p r z e c h o d n i, tzn. jeżeli a poprzedza b, b poprzedza c, to a poprzedza c, 2) jest p r z e c i w s y m e t r y c z n y, czyli jeżeli a poprzedza b, to b nie poprzedza a, 3) jest s p ó j n y, czyli jeżeli a nie poprzedza b, to b poprzedza a (innymi słowy, spomiędzy każdych dwóch elementów szeregu jeden poprzedza drugi). Elementy dowolnego zbioru dają się uszeregować, jeżeli dobierzemy dla nich stosunek o wymienionych trzech własnościach, przy czym zdarzyć się może, iż stosunków takich jest więcej i dają one rozmaite uszeregowania, np. pewien zbiór ludzi można uszeregować według alfabetu, według wieku, według wzrostu lub według kolejności wejścia do zbioru, jak w kolejce przy kasie kolejowej; szereg liczb wymiernych można uszeregować według wzrastającej wielkości, albo też w sposób niżej podany (tj. według wzrastającej sumy licznika i mianownika, a wśród ułamków o równej sumie licznika i mianownika według kolejności wzrastających liczników):

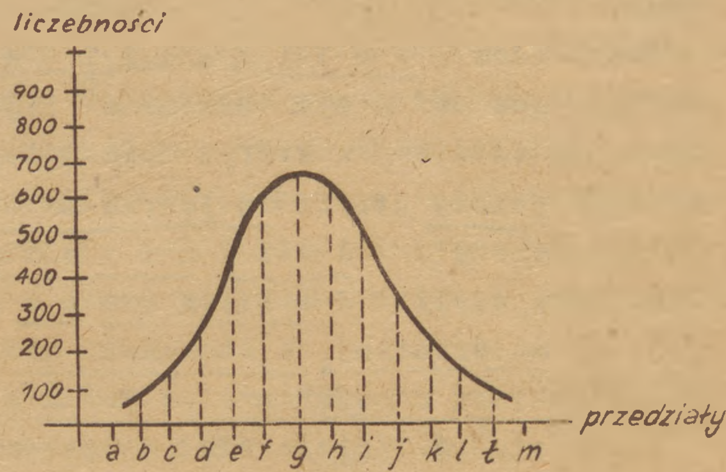
$$0, \frac{1}{1}, \frac{1}{2}, \frac{2}{1}, \frac{1}{3}, \frac{2}{2}, \frac{3}{1}, \frac{1}{4}, \frac{2}{3}, \frac{3}{2}, \frac{4}{1}, \ldots\ldots$$

Opis klasyfikujący i opis szeregujący często bywają stosowane w połączeniu ze sobą, tak iż bądź pierwszy jest uzupełniany przez drugi, bądź drugi przez pierwszy. Opis klasyfikujący jest uzupełniany przez opis szeregujący, gdy szeregujemy przedmioty wewnątrz rodzaju lub gatunku, jak w przykładzie opisu jakości barwnych, wyżej przytoczonym, lub wówczas gdy uczniów szkoły, podzielonych na klasy szkolne (gatunki), układa się alfabetycznie w klasowym katalogu. Opis zaś szeregujący uzupełnia się opisem klasyfikującym, dokonując cięć w szeregu. Szereg może być w dowolnym miejscu przecięty, każdy punkt przecięcia dzieli zbiór uszeregowany na dwa gatunki, przedmiotów poprzedzających punkt przecięcia i następujących po nim; takich cięć można dokonać w szeregu więcej. Np. przecinając szereg ludzi, uporządkowany według wzrostu, w punktach odpowiadających wzrostowi 165 cm i 175 cm, otrzymujemy podział na ludzi niskich, ludzi średniego wzrostu i ludzi wysokich. Przecinając szereg minerałów, uporządkowany według wzrastającej twardości, w punktach odpowiadających twardości wybranych minerałów wzorcowych, otrzymujemy podział na dziesięć stopni skali twardości; podobnie powstaje skala Beauforta siły wiatru (lub jego prędkości), która w przeciwieństwie do poprzedniej jest metryczna, gdyż siłę lub prędkość wiatru mierzy się w jednostkach fizykalnych.

W różnych dziedzinach b a d a ń s t a t y s t y c z n y c h szeregowanie służy do uporządkowania otrzymanych wyników w postaci o p i s u s t a t y s t y c z n e g o. Statystykami obejmuje się bardzo liczne grupy (setki i tysiące) osobników, między którymi wielu wcale nie różni się między sobą lub tylko bardzo nieznacznie. Przypuśćmy np., że przedmiotem badania jest wzrost mężczyzn, stających do poboru wojskowego w pewnym okręgu terytorialnym. Jest ich wiele tysięcy, wśród nich znajdują się osobnicy różnego wzrostu, lecz wielu też będzie równych między sobą wzrostem, lub nieznacznie tylko różnych. Aby należycie ująć te różnice i podobieństwa, rozcina się szereg uporządkowany według wzrostu na części; niech np. szereg mieści się w granicach od 140 cm do 195 cm; punkty przecięcia rozmieścimy co 1 cm, poczynając od 140,5 cm, potem 141,5 cm, 142,5 cm itd., tak iż w każdym przedziale znajdą się osobnicy o wzroście wynoszącym całkowitą liczbę cm lub trochę mniej czy więcej. Oblicza się liczebności poszczególnych przedziałów czyli klas wzrostu, tj. liczbę osobników w każdej klasie, i przedstawia się je w tablicach wymieniających liczebność każdego przedziału i wykresach. Oto przykład tablicy:

Klasa wzrostu	Liczebność
140 - 140,5	2
140,5 - 141,5	5
141,5 - 142,5	5
142,5 - 143,5	9
....	.....

Wykresy tworzy się odcinając na osi poziomej przedziały (oznaczymy je literami a, b, c, ...), liczebności zaś wykreślamy (w odpowiednio przyjętej podziałce) na odcinkach prostych, prostopadłych do osi poziomej, we właściwych przedziałach. Łącząc ze sobą końce odcinków prostopadłych, otrzymamy charakterystyczną krzywą dzwonowatą (krzywą Gaussa). Liczebności przybierają bowiem największą wartość dla przedziałów pośrednich, a maleją ku obu końcom (niewielu jest mężczyzn bardzo niskich i niewielu ponad miarę wysokich, przeważa zaś wzrost średni). Przebieg krzywej Gaussa ilustruje rozkład liczebności w badanej dziedzinie (rys.6).



Rys.6

4. Definicje

1. W dotychczasowych rozważaniach dwukrotnie już wymieniliśmy definicje: w związku z prawidłami sensu przy budowaniu języka (s.18), a poprzednio jeszcze w związku z charakterystyką pojęcia jako przedstawienia przedmiotu przez opis lub definicję (s. 7). Rozróżnienie obu tych zastosowań definicji prowadzi do rozróżnienia dwóch jej rodzajów: definicji wyrażeń, czyli **d e f i n i c j i   n o m i n a l n y c h**, i de-

finicji rzeczy, czyli *definicji realnych*. Definicje nominalne służą do nadawania znaczeń definiowanym wyrażeniom, definicje realne do pojęciowego przedstawienia przedmiotów. Innym podziałem definicji jest podział na *definicje terminów* i *definicje zdań*. Teoria definicji w logice klasycznej ograniczała się do definicji terminów, można jednak definiować także inne wyrażenia, np. funktory, definiując zdania, w których one występują. Rozpoczynamy nasze rozważania od definicji terminów.

Przykładem *definicji nominalnej* jest następująca definicja terminu a^2 : „a^2 znaczy to samo co a.a". Jest ona zdaniem, w którym mowa o terminie definiowanym, jako taka należy przeto do języka metateoretycznego, termin definiowany, czyli *definiendum*, „a^2" oraz termin definiujący, czyli *definiens* „a.a" są wzięte w supozycji materialnej, a stosunek, który definicja ustala między nimi jest stosunkiem *równoznaczności*.

Funkcję a^2 definiuje się w algebrze szkolnej zwykle inaczej, niż to uczyniliśmy powyżej, mianowicie przez równanie: $a^2 = a.a$. Jest to *definicja realna*, mowa w niej bowiem nie o terminie „a^2", lecz o tym, co ten termin oznacza. Definiujemy w niej funkcję a^2 ustalając stosunek równości arytmetycznej, łączącej jej wartości z wartościami iloczynu, stanowiącego definiendum. Innym przykładem definicji realnej jest definicja zwierzęcia kręgowego lub definicja silnika spalinowego, zawarta w opisie, jaki dają podręczniki szkolne. Definicja taka jest koniunkcją zdań prawdziwych o każdym zwierzęciu kręgowym lub o każdym silniku spalinowym i tylko o nich. Szczególną i najczęściej stosowaną odmianą definicji realnej jest *definicja klasyczna*, np. „kwadrat jest to prostokąt równoboczny". Definicja klasyczna jest zdaniem, w którym podmiotem jest definiendum, orzecznikiem dwuczłonowy definiens; oba są wzięte w supozycji formalnej lub w supozycji zwykłej, między nimi zaś zachodzi stosunek równoważności zakresów, oznaczony łącznikiem „jest to". Dwuczłonowość definiensu polega na tym, iż budując definicję klasyczną szukamy najpierw dla definiendum (kwadrat) rodzaju (prostokąt), a następnie rodzaj ten determinujemy przez różnicę gatunkową (równoboczny), tak aby otrzymać właśnie definiendum jako gatunek. Podając rodzaj, wskazujemy na podobieństwa między tym, co definiujemy i tym co do niego w obrębie rodzaju podobne; przez różnicę gatunkową wskazujemy, czym wyróżnia się ono wśród innych rzeczy podobnych. Formuła tradycyjna definicji klasycznej brzmi: Definitio fit per genus proximum et differentiam specificam, czyli: definiuje się przez rodzaj najbliższy i różnicę gatunkową. Rodzajem najbliższym jest rodzaj, od którego przez dołączenie danej różnicy gatunkowej przechodzimy do definiowanego gatunku; gdybyśmy w przytoczonym przykładzie użyli rodzaju czworobok, to rodzaj ten nie byłby najbliższym dla gatunku kwadrat przy różnicy czworoboczny; moglibyśmy jednak przyjąć czworobok za rodzaj najbliższy, dostosowując doń różnicę gatunkową, którą w danym przypadku byłoby: prostokątny i równoboczny.

Definicja realna jest zdaniem prawdziwym, gdy spełnia dwa warunki. Pierwszy formułujemy jako p o s t u l a t i s t n i e n i a, drugi jako p o s t u l a t a d e k w a t n o ś c i. Postulat istnienia żąda, aby istniał definiowany przedmiot, postulat adekwatności zaś, aby definicja orzekała o nim to wszystko i tylko to, co jest dlań charakterystyczne; postulat ten zostaje spełniony, gdy zakresy definiendum i definiens są równoważne. Naruszenie tego postulatu następuje, gdy definicja jest za obszerna lub gdy jest za ciasna. Definicja zaś jest za obszerna jeżeli definiendum jest podrzędne w stosunku do definiens, nie zaś - jak powinno być - równoważne. Poprawność definicji realnej „a jest to b" pod tym względem sprawdzamy, zamieniając ją na zdanie postaci „każde a jest b" i przestawiając w tym zdaniu podmiot i orzeczenie (takie przekształcenie zdania nazywamy odwróceniem prostym); jeżeli definicja jest za obszerna, otrzymamy na wynik zdanie fałszywe, np. definicja „przekątna kwadratu jest to odcinek prostej, który łączy dwa jego wierzchołki" jest za obszerna - odwrócenie „każdy odcinek prostej, który łączy dwa wierzchołki kwadratu, jest jego przekątną" jest zdaniem fałszywym, ponieważ zalicza także boki kwadratu do przekątnych. Definicję za obszerną można poprawić, determinując definiens tak, aby uzyskać równoważność z definiendum, w podanym przykładzie uczynimy to przez uzupełnienie „... łączy dwa jego przeciwległe wierzchołki". Definicja, w której definiens jest podrzędny w stosunku do definiendum, nazywa się z a c i a s n ą. Definicja realna za ciasna jest zdaniem fałszywym, jeżeli ją uważamy za zdanie ogólne o definiowanych przedmiotach. Błędność jej okazuje się przez wskazanie na przykładzie, iż pewne z definiowanych przedmiotów nie spełniają jej; tak np. za ciasna byłaby definicja „pojęcie jest to przedstawienie abstrakcyjne i ogólne", co łatwo okazać, biorąc jako przykład jakiekolwiek pojęcie, które jest jednostkowe a nie ogólne, np. pojęcie najwyższej góry na ziemi. Definicja nie wykazująca żadnego w wymienionych błędów nazywa się a d e k w a t n ą.

Definicje realne są zazwyczaj budowane w ten sposób, iż znaczenie terminu definiowanego jest pojęciem analitycznym; takie definicje nazywamy również a n a l i t y c z n y m i. Definiendum definicji realnej jest bowiem najczęściej nazwą generalną dla przedmiotów, wykazujących pewne podobieństwo i chodzi nam w definicji o to, by znaleźć definiens, którego znaczenie odpowiadałoby własnościom desygnatów terminu definiowanego. W ten sposób tworzy się definicje analityczne w różnych naukach, np. w zoologii definiując gatunki zwierzęce, w geologii, definiując formacje geologiczne, w fizyce, definiując różne rodzaje ruchów, w psychologii, definiując zjawiska psychiczne. We wszystkich takich przypadkach definicje powstają na podstawie opisu konkretnych desygnatów terminu definiowanego; istnienie przeto tych desygnatów czyni zadość postulatowi istnienia dla definicji analitycznej. Postulat adekwatności zaś zostaje spełniony, jeżeli definicja i zdania analityczne z niej wysnute są prawdziwe w odniesieniu do przedmiotów zdefiniowanych i tylko do nich. Jeżeli natomiast tworzymy definicję realną jako definicję s y n t e t y c z n ą tzn. w ten sposób, iż nadajemy terminowi definiowanemu znaczenie w postaci pojęcia syntetycznego, to w myśl postulatu istnienia jesteśmy zarazem obowiązani stwierdzić, iż istnieją przedmioty, które stają się desygnatami terminu definiowanego przez nadane mu znaczenie, tzn. iż nie jest on terminem pustym, terminy puste są bowiem w naukach nieprzydatne. Definicje syntetyczne występują przeważnie w matematyce, tak np. definicja logarytmu i inne definicje funkcji różnego rodzaju są definicjami syntetycznymi. Stwierdzenie, że istnieją desygnaty definiowanego terminu, osiąga się tutaj, podając prawidło obliczenia liczby będącej logarytmem liczby logarytmowanej przy danej zasadzie, lub sposób konstruowania funkcji odpowiednio do definicji. Ponieważ zaś wszystko, co powstaje przez takie obliczenie lub konstrukcję, podpada pod definicję, spełnia ona także postulat adekwatności. Definicje realne są w obu przypadkach zdaniami, które orzekamy o desygnatach terminu definiowanego i tylko wtedy uważamy definicję realną za poprawną, jeżeli w tej roli jest ona zdaniem prawdziwym. Definicja nominalna nie jest natomiast wiązana owym warunkiem prawdziwości w stosunku do desygnatów, nie traktujemy jej bowiem jako zdania o desygnatach, lecz jedynie jako zdanie o wyrazie definiowanym. W definicjach nominalnych wolno nam przeto umownie ustalać znaczenie terminów, nie licząc się nawet ze zwykłym sposobem użycia danego wyrazu, bylebyśmy następnie starannie odróżniali potoczny i definicyjny sposób jego użycia oraz przestrzegali zgodnego z definicją znaczenia. Definicja nominalna jest jak gdyby umową (konwencją) co do posługiwania się danym wyrażeniem, wprowadzoną dla wygody terminologicznej, np. dla zwięzłości i przejrzystości twierdzeń.

Stąd też różna rola definicji nominalnych i realnych w nauce. Definicje realne występują jako przesłanki w rozumowaniach dotyczących desygnatów terminów definiowanych, tak np. od definicji jako przesłanek rozpoczynamy w planimetrii i stereometrii dowody, dotyczące własności definiowanych utworów geometrycznych. Definicje nominalne nie są nigdy przesłankami rozumowań, nigdy nie odrywamy ich ani też nie dokonujemy w nich podstawień. Wchodzą one w rozumowania jedynie w ten sposób, iż wolno nam w zdaniu, w którym występuje definiens, zastąpić go przez definiendum lub odwrotnie; dzięki czemu uzyskujemy wspomnianą przejrzystość i zwięzłość.

A w rozumowaniu metasystemowych definicje też nie bywają przesłankami rozumowań?

Regułę, pozwalającą na tego rodzaju przekształcenie zdań w rozumowaniach, nazywamy d y r e k t y w ą z a s t ę p o w a n i a. Można każdą definicję syntetyczną przekształcić na definicję nominalną (zastępując łącznik „jest to" przez „znaczy to samo co") i zastosować ją w myśl dyrektywy zastępowania. Weźmy jako przykład twierdzenie: Suma wykładników, przez które należy potęgować liczbę x, aby otrzymać potęgi a i b, jest równa wykładnikowi, przez który należy potęgować liczbę x, aby otrzymać potęgę a.b; twierdzenie to, po wprowadzeniu definicji logarytmu (w postaci definicji nominalnej) i zastosowaniu dyrektywy zastępowania otrzymuje postać bardziej przejrzystą i zwięzłą: Suma logarytmów jest równa logarytmowi iloczynu liczb logarytmowanych ($\log_x a + \log_x b = \log_x ab$).

Czy definicji analitycznych nie można przekształcić na nominalną?

2. Definiujemy nie tylko terminy, lecz także zdania. D e f i n i c j a z d a n i a może być nominalna lub realna, podobnie jak definicja terminu. W definicji zdania precyzujemy jego znaczenie w ten sposób, iż ustalamy równoznaczność (wtedy definicja nominalna) lub równoważność (wtedy definicja realna) między zdaniem, które kładziemy jako definiendum i drugim zdaniem, występującym jako definiens; stosunek równoznaczności między obu zdaniami oznacza się słowami „znaczy to samo co", stosunek równoważności słowami „zawsze i tylko jeżeli". Np. „p jest równoważne q" znaczy to samo co „p implikuje q i q implikuje p" (definicja nominalna równoważności międzyzdaniowej), p albo q zawsze i tylko jeżeli nie-p lub nie-q (definicja realna dysjunkcji), a - b = c zawsze i tylko jeżeli a = b + c (definicja odejmowania).

Definicje nominalne zdań, podobnie jak definicje nominalne terminów, wprowadza się do rozumowań przez dyrektywę zastępowania. Tak np. definicja nominalna alternatywy: „Apq" = „CNpq" (znak „=" czytamy tutaj „znaczy to samo co") - którą można utworzyć, bo matryca dla wyrażenia CNpq jest identyczna z matrycą dla Apq - pozwala na zastąpienie definiendum przez definiens w następniku implikacji CApqApq, jaka powstaje z prawa identyczności Cpp (s.29 tw.1) przez podstawienie p/Apq. Zastąpiwszy w następniku tej implikacji „Apq" przez „CNpq" otrzymujemy zasadę sylogizmu alternatywnego (s.35 tw.12) CApqCNpq. Można podobnie otrzymać implikację odwrotną zastępując „Apq" przez „CNpq" w poprzedniku tejże implikacji, a stąd jest widoczne, że dwa wyrażenia równoznaczne są także równoważne.

Składnikami zdań są nazwy i funktory różnego rodzaju. W logice klasycznej rozróżniano nazwy, uważane za samodzielne elementy języka, jako wyrazy k a t e g o r e m a t y c z n e (orzekające) - oraz wyrazy nie będące nazwami, niesamodzielne, s y n k a t e g o r e m a t y c z n e (współorzekające). Podział wyrażeń na kategorematyczne i synkategorematyczne jest zbliżony do rozróżnienia nazw i funktorów wśród składników zdania, jakkolwiek nie odpowiadają one sobie całkiem dokładnie, ponieważ funktorami nazywamy nie tylko poszczególne wyrazy synkategorematyczne, ale także formy fleksyjne rzeczowników, przymiotników i czasowników oraz różne wyrażenia złożone. Gdy definiujemy zdanie, to najczęściej chodzi nam o te właśnie niesamodzielne wyrażenia, co przejawia się w tym, że inne składniki definiowanego zdania zastępujemy przez zmienne; tak jest właśnie w przytoczonych wyżej przykładach definicji zdania. Uwydatniamy ten stan rzeczy, mówiąc skrótowo, że w odnośnych definicjach definiujemy owe niesamodzielne części zdań (zamiast, że definiujemy zdania, zawierające owe wyrażenia niesamodzielne), albo że precyzujemy sposób ich użycia (ich rolę). Zawsze bowiem wyrażenia niesamodzielne występujące w takich definicjach mogą być później stosowane tylko w połączeniach, w jakich podaje je definicja, a więc „albo" jako spójnik międzyzdaniowy, „ - " jako znak odejmowania między dwiema liczbami itp. Definicje zdania, dzięki temu właśnie, że ustalają sposób stosowania lub użycia pewnych wyrażeń, jak w przytoczonych przykładach, noszą nazwę d e f i n i c j i u ż y t k o w y c h. Każda definicja terminu może być zastąpiona przez definicję użytkową, w której termin definiowany występuje jako orzecznik; np. zamiast definiować termin „kwadrat" przy pomocy definicji klasycznej, definiujemy zdanie „x jest kwadratem", w którym wymieniony termin wystę-

? czy to jest ważne?

puje we właściwej dla nazw generalnych roli, to jest jako orzecznik zdania elementarnego.

3. Stosunek między definiendum a definiens jest w definicji nominalnej równoznacznością wyrażeń, w klasycznej definicji realnej równoważnością zakresów, a w definicji użytkowej równoznacznością lub równoważnością zdań. Wszystkie te stosunki są zwrotne, symetryczne i przechodnie. Stosunki zwrotne, symetryczne i przechodnie są r ó w n o ś c i a m i, wymienione definicje przeto nazywamy r ó w n o ś c i o w y m i. Koniecznym warunkiem poprawności definicji równościowej jest, by definiens zawierał jedynie terminy (lub zdania) o znaczeniu już poprzednio ustalonym (zdefiniowane), inaczej bowiem nie osiągnęlibyśmy celu definicji, to jest ustalenia znaczenia terminu lub zdania definiowanego. Nie może przeto zawierać się w definiens definicji terminu ani sam termin definiowany, ani też żaden termin, w którego definiens występuje termin definiowany - i podobnie dla zdań. Błąd, który powstaje w przeciwnym przypadku nazywa się b ł ę d n y m k o ł e m (circulus vitiosus in definiendo). Błędne koło popełniłby np. ktoś, kto by definiował: Zdrowie jest to stan, w którym organizm nie podlega chorobie, oraz: choroba jest to brak zdrowia; ruch obrotowy jest to ruch dokoła osi obrotu; oś obrotu jest to prosta, dokoła której odbywa się ruch obrotowy. Natomiast (mimo pozorów) nie zawiera błędnego koła definicja „trójkąt równoboczny jest to trójkąt, którego trzy boki są równe", gdyż definiendum w niej jest termin „trójkąt równoboczny", różny od terminów „trójkąt", „równy", „bok" zawartych w definiens.

Warunek, według którego definiens w definicji równościowej winien zawierać jedynie składniki o znaczeniu już poprzednio zdefiniowanym, nasuwa zagadnienie, jakie postępowanie należy zastosować w celu ustalenia znaczeń t e r m i n ó w p i e r w o t n y c h, to jest terminów, od których zaczynamy budowanie definicji równościowych. Takimi terminami pierwotnymi np. w arytmetyce szkolnej są jedynka i działanie dodawania; przy ich pomocy definiujemy wszystkie inne liczby całkowite oraz wszystkie inne działania arytmetyczne, natomiast nie mamy do rozporządzenia żadnego bardziej pierwotnego terminu, który by mógł wystąpić jako definiens dla utworzenia definicji równościowej jedynki lub dodawania. W rachunku zdań możemy zdefiniować wszystkie funkcje prawdziwościowe przez implikację i negację jako terminy pierwotne: alternatywę definiuje się jako CNpq (por. s. 35, tw.12), dysjunkcję jako CpNq (por. s.35 tw.13), konjunkcję jako NCpNq (zaprzeczenie dysjunkcji), równoważność jako NCCpqNCqp (zaprzeczenie dysjunkcji czyli koniunkcję dwóch odwrotnych implikacji Cpq i Cqp); można to sprawdzić, okazując, że matryce definiendum i definiens są identyczne.

Dla ustalenia znaczenia terminów pierwotnych służą definicje różne od definicji równościowych; przede wszystkim d e f i n i c j a p r z e z a k s j o m a t y. Nazywa się ją definicją w u w i k ł a n i u, ponieważ definiendum nie jest w niej wydzielone i nie tworzy osobnego członu definicji (jak to jest w definicjach równościowych). A k s j o m a t y pewnej teorii są to jej założenia naczelne, w których zawierają się tylko terminy pierwotne i symbole zmienne. Aksjomaty winny być tak dobrane, aby wynikały z nich wszystkie twierdzenia prawdziwe w danej teorii. Zakładając prawdziwość aksjomatów, ustalamy znaczenie zawartych w nich terminów pierwotnych (o nieustalonym do tego czasu znaczeniu), mianowicie ma ono być takie, aby aksjomaty były prawdziwe. Aksjomaty w taki sam sposób określają znaczenie terminów pierwotnych, jak równania o wyrazach niewiadomych określają wartości owych niewiadomych. Każde bowiem równanie jest zdaniem stwierdzającym równość obu stron równania; w równaniach z niewiadomymi, zakładając ich prawdziwość, żądamy, by niewiadome miały wartości, które sprawdzają owe równanie, rozwiązanie zaś równania jest wnioskowaniem, w którym wysnuwamy z równania konkluzję ustalającą, jaka jest wartość zmiennej. Podobnie wynikające z aksjomatów twierdzenia o terminach pierwotnych pouczają nas o tym, jakie jest znaczenie tych terminów, jak to widzieliśmy, omawiając poszczególne twierdzenia o własnościach implikacji i innych funkcji prawdziwościowych. Aksjomaty mogą być dobierane w różny sposób. Dla rachunku zdań o implikacji i negacji jako terminach pierwotnych aksjomatami są np. twierdzenia:

1) CCpqCCqrCpr (s.32 tw.6, przekształcono według tw.26 s.40)
2) CCNppp (s.37 tw.20)
3) CpCNpq (s.38 tw.21).

Przykładem zastosowania definicji aksjomatycznej w geometrii jest definicja stosunku „między" (wyraźnie: zdania „punkt C leży między A i B") dla punktów leżących na jednej prostej. Stosunek to bardzo ważny w pewnych rozważaniach geometrycznych, gdzie definiuje się go przez następujące aksjomaty:

1) Jeżeli punkt C leży między punktami A i B, to leży między punktami B i A.

2) Z trzech punktów A, B, C, jeden i tylko jeden leży między pozostałymi.

3) Każdy punkt A dzieli pozostałe punkty na dwa rodzaje, tak iż jeżeli A leży między dwoma punktami, to należą one do różnych rodzajów, jeżeli A nie leży między nimi, to należą one do jednego rodzaju (rodzaje te możemy nazwać „na lewo" i „na prawo" od A).

Innym typem definicji nierównościowej, nadającej się do określania terminów pierwotnych, jest d e f i n i c j a p r z e z a b s t r a k c j ę. Służy ona do określenia elementów, których nie umiemy dalej analizować i wskutek tego nie umiemy opisać lub zdefiniować przez definicję równościową. Są to zazwyczaj proste cechy przedmiotów, które wyodrębniamy przez abstrakcję, definicja przez abstrakcję wskazuje drogę do owego wyodrębnienia. Tak np. chcąc komuś podać definicję terminu „kolor czerwony", powiadamy: „kolor czerwony, to taki, jak kolor polnego maku, lub krwi, lub dogasającego żaru"; wymieniamy szereg przedmiotów, którym wspólną jest określana cecha i tylko ona, a w ten sposób naprowadzamy na drogę abstrakcyjnego wyodrębnienia tej cechy. Definicja przez abstrakcję poszukuje przeto przedmiotów równych między sobą pod tym względem, że są związane w pewien sposób z tym, co chcemy zdefiniować przez abstrakcję, aby dokonać na nich abstrakcji i uzyskać w wyniku definiendum. Trudność definicji tego rodzaju leży w sposobie dostatecznie ścisłego oznaczenia owej równości, nie wystarczy bowiem na nią wskazać przez przykłady, jak to uczyniliśmy z czerwienią, lecz trzeba ją ująć ogólnie. Gdy to zostanie osiągnięte, zadanie jest rozwiązane, gdyż sama abstrakcja już nie nasuwa trudności teoretycznych; dlatego w praktyce definicje przez abstrakcję formułują jedynie ów warunek równości. Dla ilustracji niech służy taka definicja treści przekonania, czyli sądu, która jest definicją przez abstrakcję: Dwa przekonania mają treść taką samą zawsze i tylko, jeżeli jednakowe są ich podstawa i jakość. W definicji tej nie definiujemy wprost, czym jest treść przekonania, jakbyśmy uczynili w definicji równościowej, lecz jedynie określamy warunki, w jakich dwa przekonania mają treść taką samą. Daje to możność zestawienia ze sobą dwóch przekonań o takiej samej treści i utworzenia pojęcia treści przekonania, przez abstrakcję od obu przekonań tego, co jest im wspólne. Innym przykładem definicji przez abstrakcję jest definicja kategorii syntaktycznej (s. 49), jeszcze innym definicja stosunku rodzeństwa jako pochodzenia od wspólnych rodziców, jeszcze zaś innym definicja liczby jako własności zbiorów. Liczba pięć jest wspólną cechą piątki palców, piątki orzechów, piątki dzieci. Zgodnie z tym definiujemy: Dwa zbiory są równie liczne zawsze i tylko, jeżeli elementy ich można poukładać w pary, tak by każdemu elementowi jednego zbioru odpowiadał jeden i tylko jeden element drugiego; tak np. zbiory palców obu moich rąk są równie liczne, a liczbą palców mojej ręki nazywam tę ich własność, dzięki której mogę je poukładać w pary z palcami drugiej ręki.

Dla jasnego przeglądu różnych odmian definicji, które omówiliśmy, niech służy następująca ich systematyka:

- Definicje
  - równościowe
    - terminów
      - nominalne
      - realne
    - zdań (użytkowe)
      - nominalne
      - realne
  - nierówościowe (uwikłane)
    - przez aksjomaty
    - przez abstrakcję

analityczne — syntetyczne

Czy nominalne mogą być analityczne i syntetyczne?

5. Zdania kategoryczne

1. W logice klasycznej nazwano *zdaniami kategorycznymi*, czyli *orzekającymi*, subsumcyjne zdania proste, w przeciwieństwie do złożonych zdań warunkowych (implikacji) i rozjemczych (alternatywy lub dysjunkcji). Wśród zdań prostych rozróżniliśmy zdania przynależnościowe, zdania identycznościowe i zdania subsumcyjne, to jednak rozróżnienie nie było w logice klasycznej przestrzegane i wszystkie zdania proste traktowano tam łącznie jako zdania subsumcyjne, zakładając, że podmioty i orzeczenia w nich są terminami. Zdania kategoryczne dzielą się na ogólne i szczegółowe oraz na twierdzące i przeczące. Dwa te podziały, krzyżując się ze sobą, dają cztery rodzaje, a mianowicie:

a) *Zdanie ogólne twierdzące* po-
a staci „każde S jest P" (S - subiectum, podmiot; P - praedicatum, orzeczenie).

b) *Zdanie ogólne przeczące*: „Żadne
e S nie jest P".

c) *Zdanie szczegółowe twierdzą-*
i *ce*: „Niektóre S są P".

d) *Zdanie szczegółowe przeczą-*
o *ce*: „Niektóre S nie są P".

Zdanie ogólne przeczące „żadne S nie jest P" jest, jak łatwo spostrzec posługując się którymkolwiek ze schematów graficznych, równoważne zdaniu „każde S jest nie-P", tzn. zdaniu subsumcyjnemu o zaprzeczonym orzeczniku. Zdanie szczegółowe twierdzące „niektóre S są P" jest równoważne zaprzeczeniu zdania „każde S jest nie-P", tzn. zdania ogólnego przeczącego, a zdanie szczegółowe przeczące „niektóre S nie są P" zaprzeczeniu zdania ogólnego twierdzącego „każde S jest P". Przez „niektóre" rozumie się „przynajmniej niektóre" nie zaś „tylko niektóre".

Podział zdań kategorycznych na twierdzące i przeczące nazywa się podziałem według *jakości* (qualitas), podział na ogólne i szczegółowe - podziałem według *ilości* (quantitas). Zdanie ogólne twierdzące oznacza się w skróceniu literą „a", zdanie szczegółowe twierdzące literą „i" (od samogłosek słowa affirmo - twierdzę), zdanie ogólne przeczące literą „e", zdanie szczegółowe przeczące literą „o" (od samogłosek słowa nego - przeczę). Litery te umieszczamy między S oraz P, pisząc SaP, SeP itd., jeżeli chcemy wymienić przedmiot i orzeczenie zdania.

Posłużyliśmy się wyżej przekształceniem zdania „żadne S nie jest P" na „każde S jest nie-P", przyjmując, że oba te zdania są równoważne. Analogiczne przekształcenie stosujemy do każdego z czterech zdań kategorycznych, gdy chcemy zdaniu twierdzącemu nadać równoważną postać zdania przeczącego, lub zdaniu przeczącemu równoważną postać zdania twierdzącego, co jest nieraz potrzebne. Przekształcenie tego rodzaju nazywamy obwersją, przypadki obwersji podaje poniższa

Tablica obwersji

Każde S jest P	- Żadne S nie jest nie-P
Żadne S nie jest P	- Każde S jest nie-P
Niektóre S są P	- Niektóre S nie są nie-P
Niektóre S nie są P	- Niektóre S są nie-P

Związki negacji między zdaniami ogólnymi i szczegółowymi oraz związki obwersji między zdaniami twierdzącymi i przeczącymi pozwalają na przedstawienie każdego z czterech zdań kategorycznych w sposób równoważny przez którekolwiek inne. Poniższe zestawienie podaje w każdym wierszu formy równoważne (litera „N" oznacza zaprzeczenie zdania, które czytamy „nieprawda, że", kreska „-" oznacza zaprzeczenie terminu, które czytamy „nie"):

	a	e	i	o
SaP	SaP	Se-P	NSi-P	NSoP
SeP	Sa-P	SeP	NSiP	NSo-P
SiP	NSa-P	NSeP	SiP	So-P
SoP	NSaP	NSe-P	Si-P	SoP

Rozróżniamy według znaczenia zdania „każde S jest P", „wszelkie S jest P", „wszystkie S są P", i „S jest P" jak następuje: Zdanie „każde S jest P" rozumiemy dystrybutywnie, czyli rozłącznie, tzn. mowa o nim o desygnatach terminu S z osobna wziętych („S" w supozycji zwykłej) i mocno, tzn. „jest" rozumie się w tym zdaniu egz stencjalnie, zakładając że istnieją desygnaty terminu S. Zdanie „wszelkie S jest P" jest rozumiane dystrybutywnie i słabo, tzn. „jest" w nim nie posiada znaczenia egzystencjalnego, np. zdanie „wszelka krzywda powinna być naprawiona" pozostałoby prawdziwe także wtedy, gdyby nikt nikogo nie skrzywdził. Zdanie „wszystkie S są P" rozumie s kolektywnie, czyli zbiorowo, mowa w nim nie o k dym S z osobna, lecz o zbiorze ich wszystkich, np. „wszys Polacy tworzą naród polski". Wreszcie w zdaniu „S jest P", np. „kwadrat jest prostokątem", „S" występuje w supozycji formalnej, mowa w nim o kwadracie abstrakcyjnym; zdanie te postaci bywa nazywane zdaniem generalnym.

Zdania kategoryczne spotkaliśmy już przy omawianiu stos ków między zakresami terminów, albowiem zdaniami kategory nymi są wzięte tam (s. 53) pod uwagę zdania a) - d) i ich zaprzeczenia. Poszczególne zdania kategoryczne są prawdzi zawsze i tylko dla niektórych spomiędzy stosunków 1 - 7 mi dzy zakresami podmiotu i orzeczenia. W każdym przeto zdani kategorycznym stwierdzamy, że między zakresami podmiotu i orzeczenia zachodzi któryś ze stosunków scharakteryzowanych przez owo zdanie. A mianowicie zdanie SaP jest prawdzi we zawsze i tylko, jeżeli między jego podmiotem i orzeczeniem zachodzi stosunek podrzędności albo równoważności - in nymi słowy:

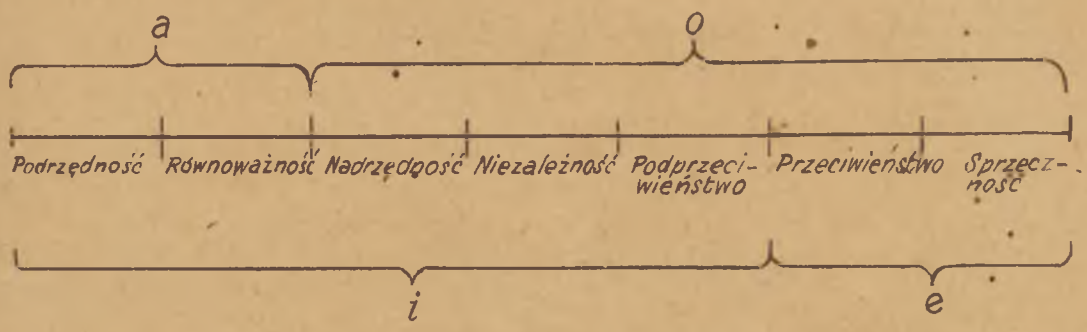
Zdanie SaP stwierdza podrzędność, np. „każ dy kwadrat jest prostokątem", albo równoważnoś np. „każdy trójkąt równokątny jest trójkątem równobocznym" (subsumcja jest przeto podrzędnością, albo równoważnością).

Podobnie zdanie SeP stwierdza przeciwieństwo, np. „żadna ryba nie jest ssakiem", albo sprz czność, np. „żaden przedmiot martwy nie jest żywy".

Zdanie SiP stwierdza niezależność, np. „nie które ssaki są zwierzętami drapieżnymi", albo podrzę ność, np. „niektórzy ludzie są śmiertelni" (ale nie tylko niektórzy, lecz wszyscy), albo podprzeciwieństwo, np. „niektóre liczby pierwsze są większ od 3", albo nadrzędność, np. „niektóre prost kąty są kwadratami", albo *równoważność* np. „niektóre trójkąty równoboczne są trójkątami równokątnymi" (ale nie tylko niektóre, lecz także wszystkie).

Zdanie SoP stwierdza *niezależność*, np. „niektóre ssaki nie są drapieżne", albo *przeciwieństwo*, np. „niektóre ryby nie są ssakami", albo *podprzeciwieństwo*, np. „niektóre liczby pierwsze nie są większe od 3", albo *nadrzędność*, np. „niektóre prostokąty nie są kwadratami", albo *sprzeczność*, np. „niektórzy zmarli nie są żywi".

Powyższe zestawienie ilustruje rys.7.



Rys.7

2. Jeżeli zdanie „każde S jest P" rozumiemy w ten sposób, jak to przyjęliśmy, mianowicie jako stwierdzenie subsumcji między zakresami S i P, to powiadamy, że interpretujemy je subsumcyjnie. W *interpretacji subsumcyjnej* zdanie SeP jest stwierdzeniem subsumcji między S i nie-P, zdanie SiP jest negacją zdania SeP, czyli zaprzeczeniem powyższej subsumcji, zdanie SoP jest zaś negacją zdania SaP, czyli zaprzeczeniem subsumcji między S oraz P.

Można jednak interpretować zdania kategoryczne jeszcze inaczej, mianowicie „każde S jest P" to tyle, co „dla każdego x: jeżeli x jest S, to x jest P"; „x" jest zmienną nazwową czyli symbolem, za który wolno podstawić jakąkolwiek nazwę indywidualną, a zwrot „dla każdego x" nosi nazwę *kwantyfikatora ogólnego* lub *generalizatora*. W tej interpretacji zdanie postaci SaP rozumie się jako implikację poprzedzoną kwantyfikatorem ogólnym i łączącą dwa wyrażenia „x jest S" oraz „x jest P", które od zdań elementarnych różnią się tylko tym, że w miejsce nazwy indywidualnej zawierają zmienną nazwową; wyrażenia takie nazywamy **f u n k c j a m i p r o p o z y c j o n a l n y m i** (dokładniej: funkcjami propozycjonalnymi argumentu nazwowego); łącząca je zaś implikacja nosi nazwę **i m p l i k a c j i f o r m a l n e j.** Implikacja taka jest prawdziwa zawsze i tylko, jeżeli dla każdego podstawienia za x jest spełniony warunek implikacji, tzn. nie jest poprzednik jej zdaniem prawdziwym przy fałszywym następniku. Np. zdanie „każdy ptak jest kręgowcem" rozumiemy jako implikację formalną poprzedzoną kwantyfikatorem ogólnym: „dla każdego x: jeżeli x jest ptakiem, to x jest kręgowcem"; przy czym dla różnych wartości x otrzymamy przypadki, w których bądź poprzednik implikacji jest prawdziwy i następnik jest prawdziwy (gdy np. x jest orłem), bądź poprzednik fałszywy, następnik prawdziwy (gdy np. x jest myszą), bądź poprzednik fałszywy i następnik fałszywy (gdy np. x jest pszczołą) nie ma natomiast takiej nazwy, które podstawiona za x dałaby poprzednik prawdziwy, następnik fałszywy. Taki sposób rozumienia zdania SaP nazywamy jego **i n t e r p r e t a c j ą i m p l i k a c y j n ą.** Zdanie „żadne S nie jest P" w interpretacji implikacyjnej ma postać „dla każdego x: jeżeli x jest S, to x nie jest P"; zdania zaś szczegółowe są w tej interpretacji, podobnie jak w interpretacji subsumcyjnej, negacjami zdań ogólnych, zdanie SiP otrzymuje przeto postać „nieprawda, że dla każdego x: jeżeli x jest S, to x nie jest P", zdanie zaś SoP: „nieprawda, że dla każdego x: jeżeli x jest S, to x jest P".

Istnieje wreszcie trzecia jeszcze interpretacja zdań kategorycznych zwana **e g z y s t e n c j a l n ą.** W tej interpretacji zdanie „każde S jest P" otrzymuje postać „nie ma takiego x, które by było S i nie-P" lub „nieprawda, że dla pewnego x: x jest S i nie-P". Wyrażenie „dla pewnego x" (inaczej: „istnieje takie x, iż") nazywa się **k w a n t y f i k a t o r e m s z c z e g ó ł o w y m** lub **p a r t y k u l a r y z a t o r e m.** Zdanie „żadne S nie jest P" ma w interpretacji egzystencjalnej postać „nieprawda, że dla pewnego x: x jest S i P". Zdania szczegółowe w tej interpretacji są zdaniami twierdzącymi: „dla pewnego (pewnych) x:

x jest S i P" (SiP) oraz „dla pewnego x: x jest S i nie-P" (SoP).

W interpretacji subsumcyjnej i w interpretacji implikacyjnej zdania ogólne są zdaniami twierdzącymi, a szczegółowe przeczącymi; w interpretacji egzystencjalnej zdania szczegółowe są zdaniami twierdzącymi, a ogólne przeczącymi. Natomiast różnice jakości zdań kategorycznych przemieniają się we wszystkich trzech interpretacjach na różnice orzeczników (P lub nie-P).

Kwantyfikator „dla każdego x" wraz z następującą po nim funkcją propozycjonalną fx (np. „x jest takie a takie") rozumiemy jako koniunkcję zdań, które powstają, gdy za zmienną x w funkcji propozycjonalnej podstawiamy wyrażenia należące do zakresu jej wartości. Niech np. zmienna x przybiera dwie wartości, x_1 i x_2, to wyrażenie „dla każdego x: x jest takie a takie" rozumiemy jako koniunkcję „x_1 jest takie a takie i x_2 jest takie a takie". W podobny sposób kwantyfikator szczegółowy wraz z następującą po nim funkcją propozycjonalną rozumiemy jako alternatywę zdań otrzymanych przez podstawienie określonych wyrażeń za zmienną x funkcji propozycjonalnej. Np. gdy za x podstawimy kolejno „Henryk Sienkiewicz", „Bolesław Prus", „Władysław Reymont" - zdanie „dla pewnego x: x otrzymał nagrodę Nobla (tzn. pewien z wymienionych pisarzy otrzymał nagrodę Nobla) rozumiemy jako alternatywę stwierdzającą, że jeden lub drugi, lub trzeci z tych pisarzy otrzymał nagrodę Nobla. Kwantyfikatory są uogólnieniem koniunkcji i alternatywy w tym sensie, iż każda koniunkcja lub alternatywa ma tylko skończoną liczbę członków, podczas gdy zmienna pod kwantyfikatorem może przebiegać nieskończony zbiór wartości. Związki zaś między obu kwantyfikatorami są uogólnieniem praw De Morgana (s.36 tw.16 i 17) dla koniunkcji i alternatywy. Negacją kwantyfikatora ogólnego z następującą po nim funkcją propozycjonalną jest kwantyfikator szczegółowy z następującą po nim negacją tejże funkcji: „Nieprawda, że dla każdego x: fx", to tyle co „dla pewnego x: nieprawda, że x" (nieprawda, że pierwsze i drugie i trzecie ... x jest takie a takie" to tyle, co „pierwsze lub drugie lub trzecie .... x nie jest takie a takie"). Negacją natomiast kwantyfikatora szczegółowego z następującą po nim funkcją propozycjonalną jest kwantyfikator ogólny z następującą po nim negacją tej samej funkcji: „Nieprawda, że dla pewnego x: fx" to tyle, co „dla każdego x: nieprawda, że fx" (nieprawda, że pierwsze lub drugie lub trzecie .... x jest takie a takie", to tyle, co „ani pierwsze ani drugie ani trzecie ... x nie jest takie a takie").

3. Analiza zdań kategorycznych, którą przeprowadziliśmy interpretując je jako implikacje, okazuje, że nie są to zdania proste, lecz zdania złożone. Zdaniem prostym jest jedynie zdanie jednostkowe elementarne lub identycznościowe. Logika klasyczna nie wyodrębniała zdań jednostkowych, lecz traktowała je zwykle łącznie ze zdaniami ogólnymi, biorąc pod uwagę, że jedyny przedmiot, o którym orzeka się w takim zdaniu, jest całym zakresem podmiotu.

Czy nazwy indywidualne w zdaniu są takie?

Zdania zaś jednostkowe są dwojakiego rodzaju. Jedne to proste zdania elementarne, podmiotem takiego zdania jest nazwa indywidualna, nazywająca, tzn. wskazująca wprost przedmiot, o którym w zdaniu mowa. Drugie natomiast mają w podmiocie termin jednostkowy, jak np. „najwyższy szczyt Tatr ma 2663 metrów n.p.m."; zdania takie, zwane d e s k r y p c y j n y m i (termin jednostkowy jest nazywany przez niektórych logików deskrypcją), są złożone. Są one mianowicie koniunkcją trzech zdań, w których stwierdza się kolejno 1) że istnieje przedmiot, o którym w zdaniu mowa (tzn. że termin w podmiocie zdania nie jest pusty), 2) że przedmiot ten jest jedyny (że więc termin w podmiocie zdania jest jednostkowy) i 3) że ten przedmiot posiada własność, którą się o nim w zdaniu orzeka. Że takie właśnie są składniki zdań jednostkowych deskrypcyjnych, to widoczne jest na przykładach, wskazujących warunki prawdziwości zdań tego rodzaju. Fałszywe są bowiem zdania: 1) Granica polsko-francuska nie uległa zmianie po wojnach napoleońskich (bo nie było takiej granicy), 2) $\sqrt{4} = 2$ (bo jest dwa drugie pierwiastki liczby 4), 3) autor Pana Tadeusza żył 70 lat (bo nie żył tyle).

Zdanie 1) jest prawdziwe!

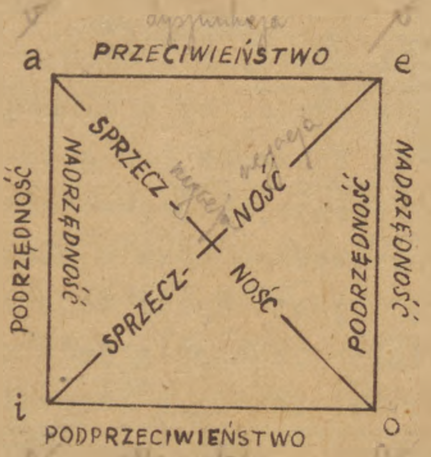
Analogiczne do zdań deskrypcyjnych są zdania o p r z e d m i o t a c h f i k c y j n y c h. Nazwy jak np. „Hamlet"

„Herakles", jeżeli oznaczamy nimi osoby fikcyjne, nie są nazwami indywidualnymi, bo nie można wskazać osoby oznaczonej taką nazwą. Są to terminy puste o znaczeniu określonym w pewien sposób, jak np.: „Hamlet" jest imieniem bohatera tragedii Szekspira pod tym tytułem. Zdanie o podmiocie „Hamlet", np. „Hamlet umarł młodo", jest koniunkcją trzech zdań, podobnie jak zdanie deskrypcyjne: 1) Ktoś był Hamletem, 2) jeżeli ktoś był Hamletem, to tylko jeden był taki, 3) jeżeli ktoś był Hamletem, to umarł młodo. Pierwsze z tych trzech zdań jest fałszywe, to zaś wystarcza, by koniunkcja, której ono jest członem, była również fałszywa (drugie i trzecie zdanie są implikacjami o fałszywych poprzednikach, więc nie są fałszywe). Negacją jednostkowego zdania elementarnego (np. „Kraków leży nad Wisłą") jest zdanie tego samego rodzaju („Kraków nie leży nad Wisłą"). Negacją jednostkowego zdania deskrypcyjnego, jak również zdania o przedmiocie fikcyjnym, jest według prawa De Morgana alternatywa zaprzeczonych jego składników; przeto negacją zdania „Hamlet umarł młodo" jest nie zdanie „Hamlet nie umarł młodo" jakby było, gdyby ono było zdaniem prostym, lecz alternatywa, której pierwszym członem jest „nieprawda, że ktoś był Hamletem". Zdanie „Hamlet umarł młodo" jest fałszywe, jego negacja zaś jest prawdziwa jako alternatywa, której pierwszy człon jest prawdziwy.

6. Opozycja i konwersja

1. O p o z y c j ą nazywa się stosunek dwóch zdań kategorycznych, które mają identyczne terminy w podmiocie oraz identyczne terminy w orzeczeniu, różnią się natomiast jakością lub ilością. Wśród stosunków opozycji rozróżniamy następujące przypadki:

Stosunek zdania SaP do SiP oraz zdania SeP do SoP nazywa się s t o s u n k i e m n a d r z ę d n o ś c i, a jest nadrzędne względem i, e jest nadrzędne względem o; stosunek odwrotny nazywa się s t o s u n k i e m p o d r z ę d n o ś c i (oppositio subalterna lub subalternatio), i jest podrzędne względem a, o jest podrzędne względem e. Stosunek między zdaniami a - e nazywa się s t o s u n k i e m p r z e c i w i e ń s t w a (oppositio contraria), a jest przeciwne względem e oraz odwrotnie. Stosunek między a - o, a także stosunek między e - i, nazywa się s t o s u n k i e m s p r z e c z n o ś c i (oppositio contradictoria), każde z tych zdań jest sprzeczne względem drugiego w tej samej parze. Stosunek między zdaniami i - o nazywa



Rys.8

się s t o s u n k i e m p o d p r z e c i w i e ń s t w a (oppositio subcontraria). Wymienione stosunki między zdaniami trzeba odróżnić od tak samo nazwanych stosunków między zakresami terminów. Uzmysławia je schemat zwany k w a d r a t e m l o g i c z n y m (rys.8).

Stosunki kwadratu logicznego są funkcjami prawdziwościowymi; a mianowicie odczytujemy z rys.7:

Jeżeli prawdziwe zdanie a (mianowicie dla podrzędności i równoważności między zakresami podmiotu i orzeczenia), to prawdziwe jest zdanie i; jeżeli fałszywe jest zdanie i (mianowicie dla przeciwieństwa i sprzeczności), to fałszywe jest zdanie a. Tak samo ma się rzecz dla pary zdań e - o. Stosunek n a d r z ę d n o ś c i między dwoma zdaniami jest i m p l i k a c j ą, co zapiszemy w skróceniu: Cai, Ceo.

Jeżeli prawdziwe jest zdanie a, to zdanie e jest fałszywe, jeżeli prawdziwe e (dla przeciwieństwa i sprzeczności między zakresami podmiotu i orzeczenia), to a fałszywe; dwa zdania przeciwne nie mogą być zarazem, - tzn. dla tych samych S oraz P - prawdziwe, mogą być zarazem fałszywe (gdy między zakresami podmiotu i orzeczenia zachodzi nadrzędność, niezależność lub podprzeciwieństwo). Stosunek p r z e c i w i e ń s t w a między zdaniami a - e jest d y s j u n k c j ą: Dae.

Jeżeli a prawdziwe, to o fałszywe - jeżeli a fałszywe, to o prawdziwe; jeżeli o prawdziwe, to a fałszywe - jeżeli o fałszywe to a prawdziwe. Tak samo dla pary e - i. Dwa zdania sprzeczne nie mogą być zarazem prawdziwe ani też zarazem fałszywe (według zasady sprzeczności i zasady wyłączonego środka (s.31, tw. 3 i s.31 tw.2). Stosunek s p r z e c z n o ś c i dwóch zdań jest stosunkiem zdania do jego n e g a c j i.

Jeżeli i fałszywe, to o prawdziwe - jeżeli o fałszywe, to i prawdziwe. Dwa zdania podprzeciwne nie mogą być zarazem fałszywe, mogą zaś być zarazem prawdziwe. Stosunek p o d p r z e c i w i e ń s t w a między zdaniami i - o jest alternatywą: Aio.

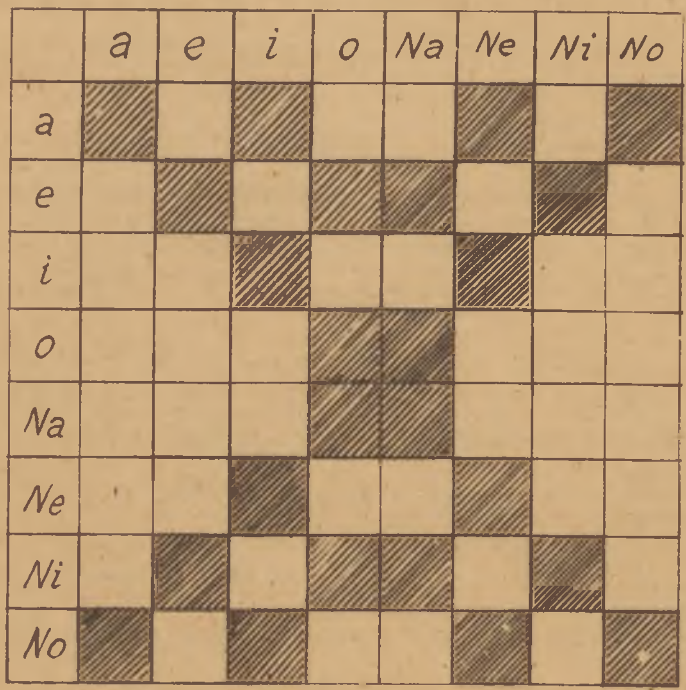
Wymienione związki formułujemy w twierdzeniach logicznych, należących do teorii związków wewnątrzzdaniowych, mianowicie do jej działu zwanego t e o r i ą o r z e c z n i k ó w, zdania SaP, SeP, SiP, SoP są bowiem związkami międzyorzecznikowymi, w których występują z m i e n n e o r z e c z n i k o w e S, P. Twierdzenia te, sprowadzone do formy implikacyjnej, podaje następująca tablica (dla przejrzystości opuszczamy zmienne nazwowe, pisząc „Cai" zamiast „CSaPSiP" itd.):

T a b l i c a o p o z y c j i

1) Cai.	2) CNiNa.	(podrzędność)
3) Ceo.	4) CNoNe.	"
5) CaNe.	6) CeNa.	(przeciwieństwo)
7) CNio.	8) CNoi.	(podprzeciwieństwo)
9) CaNo.	10) CoNa.	(sprzeczność)
11) CeNi.	12) CiNe.	"
13) CNao.	14) CNoa.	"
15) CNei.	16) CNie.	"

Twierdzenia 2) i 4) otrzymujemy z 1) i 3) przez transpozycję. Twierdzenia 5) i 6) są otrzymane z dysjunkcji (w obu porządkach jej członów) przez sylogizm dysjunktywny. Podobnie tw. 7-8 z alternatywy przez sylogizm alternatywny. Tw. 9-12 wynikają z zasady sprzeczności, gdy przekształcimy ją na alternatywę według prawa De Morgana dla koniunkcji, a następnie zastosujemy sylogizm alternatywny. Również przez sylogizm alternatywny otrzymuje się tw. 13-16 z zasady wyłączonego środka.

Graficzną ilustrację stosunków opozycji podaje rys.9. W kolejnych wierszach są wskazane czarno zdania implikowane według tw.1-16 przez zdanie stojące na początku wiersza (przy czym każde zdanie implikuje samo siebie).

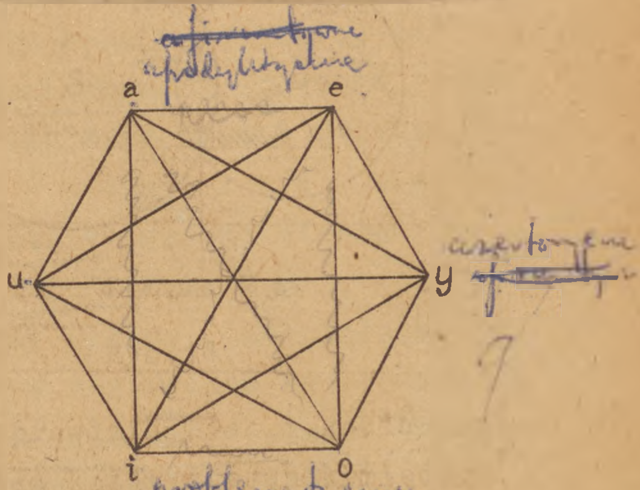


Rys.9

Twierdzenia 1-16 tablicy opozycji są zasadami wnioskowania, podobnie jak twierdzenia rachunku zdań. Wnioskujemy, stosując dyrektywy podstawienia i odrywania, lecz w stosowaniu dyrektywy podstawiania zachodzi ta odmiana, że podstawiamy nie zdania za zmienne zdaniowe, lecz terminy za zmienne orzecznikowe S,P. Celem podstawienia jest uzyskanie w poprzedniku implikacji zdania prawdziwego jako przesłanki pozwalającej na oderwanie konkluzji. Wnioskowanie to nosi nazwę w n i o s k o w a n i a z k w a d r a t u l o g i c z n e g o lub z o p o z y c j i. Tak np. z prawdziwości zdania a wnioskujemy o prawdziwości zdania i (1), o fałszywości zaś zdań e (5) oraz o (9). Z zaprzeczenia zdania o wnioskujemy o fałszywości zdania e (4), o prawdziwości zaś a (14) oraz i (8).

2. Jednostkowe zdania proste postaci „to S jest P" można włączyć w kwadrat logiczny, biorąc pod uwagę następujące stosunki opozycji: Zdanie jednostkowe jest podrzędne w stosunku do zdania ogólnego o tych samych terminach, zdanie szczegółowe jest podrzędne w stosunku do zdania jednostkowego o tych samych terminach. Np. jeżeli każdy kot jest fałszywy, to i ten kot jest fałszywy; jeżeli ten kot jest czar-

ny, to niektóre koty są czarne. Podobnie dla zdań przeczących: Jeżeli żaden kot nie lubi wody, to i ten kot nie lubi wody; jeżeli ten kot nie łapie myszy, to niektóre koty nie łapią myszy. Między zdaniem jednostkowym twierdzącym i zdaniem jednostkowym przeczącym o tych samych terminach zachodzi stosunek sprzeczności:



Rys.10

Ten kwiat jest czerwony - ten kwiat nie jest czerwony. Z powyższych stosunków podrzędności i sprzeczności można wywnioskować, jakie są zależności opozycji między zdaniami jednostkowymi a zdaniami ogólnymi i szczegółowymi. Wszystkie te zależności uzmysławia sześciobok na rys.10, zbudowany podobnie jak kwadrat logiczny, a mianowicie mamy na jego wierzchołkach:

a - zdanie ogólne twierdzące (każde S jest P)
e - zdanie ogólne przeczące (żadne S nie jest P)
u - zdanie jednostkowe twierdzące (to S jest P)
y - zdanie jednostkowe przeczące (to S nie jest P)
i - zdanie szczegółowe twierdzące (niektóre S są P)
o - zdanie szczegółowe przeczące (niektóre S nie są P)

Między tymi zdaniami zachodzą następujące stosunki:

Przeciwieństwo a-e, a-y, e-u;
Podrzędność a-u, u-i, a-i, e-y, y-o, e-o;
Podprzeciwieństwo i-o, u-o, i-y;
Sprzeczność a-o, e-i, u-y.

W sześcioboku mamy trzy kwadraty logiczne, pierwszy z nich aeio jest kwadratem czterech klasycznych zdań kategorycznych, drugi ueiy odznacza się tym, iż zdanie jednostkowe twierdzące zajmuje w nim miejsce zdania ogólnego twierdzącego, a zdanie jednostkowe przeczące miejsce zdania szczegółowego przeczącego (wbrew przyjmowanej na ogół zasadzie, że zdanie jednostkowe traktuje się jako ogólne); w kwadracie trzecim ayuo zdanie jednostkowe przeczące stoi w miejscu ogólnego przeczącego, a jednostkowe twierdzące w miejscu szczegółowego twierdzącego. Widać stąd, że zdanie jednostkowe można trak-

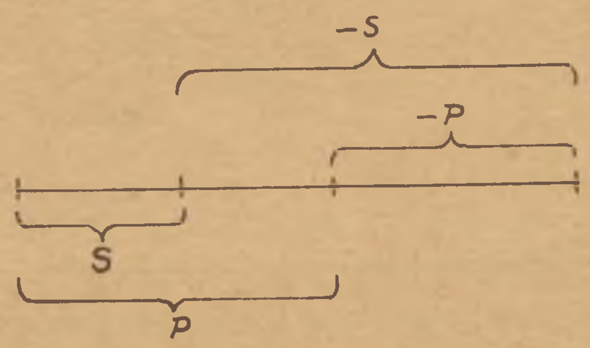
Co upoważnia do traktowania zdań jednostkowych jako ogólnych? W zdaniu jedno-
stkowym mowa nie o ogólnym.

tować w jednych przypadkach jako ogólne, w innych jako szczegółowe, i że jeżeli jedno z dwóch sprzecznych zdań jednostkowych traktujemy jako ogólne, to drugie trzeba traktować jako szczegółowe.

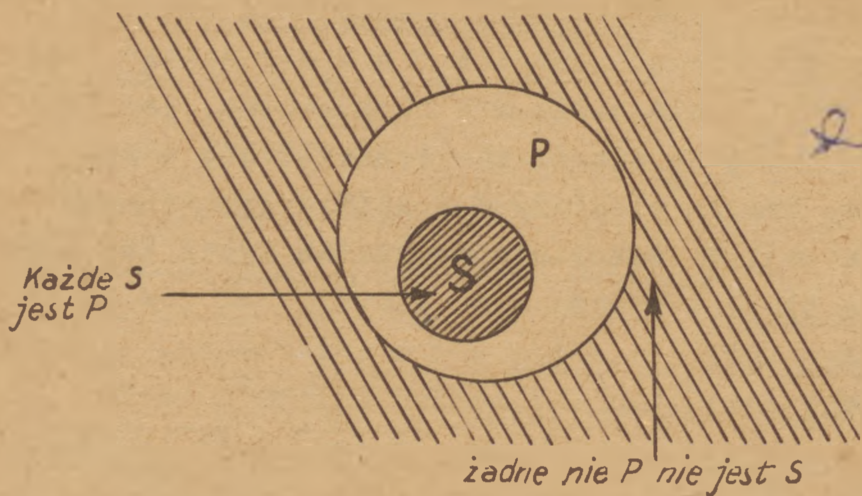
Stosunki przedstawione przez rys.10 pozwalają na inną jeszcze interpretację. A mianowicie zdania analityczne (tzn. takie, których znaczeniem jest sąd analityczny, por. s.12) są niekiedy formułowane jako zdania m o d a l n e, tj. zdania o k o n i e c z n o ś c i lub m o ż l i w o ś c i. Zdanie ogólne twierdzące przybiera wtedy postać „jest konieczne, że S jest P" lub „S musi być P" (np. kwadrat musi być prostokątem); zdanie zaś ogólne przeczące ma postać „jest konieczne, że S nie jest P" lub „S nie może być P". Zaprzeczeniem zdania o konieczności jest zdanie o możliwości przeciwnej; zdanie szczegółowe twierdzące w postaci modalnej brzmi „S może być P"; zdanie szczegółowe przeczące „S może nie być P". Zdania modalne, w których stwierdza się konieczność, nazywają się zdaniami a p o d y k t y c z n y m i; zdania, w których stwierdza się możliwość, nazywają się zdaniami p r o b l e m a t y c z n y m i. W przeciwstawieniu do zdań apodyktycznych i problematycznych zdania, w których stwierdza się tylko stan faktyczny, nazywają się a s e r t o r y c z n y m i (S jest P). Między zdaniami tych trzech rodzajów zachodzą związki opozycji tego rodzaju, iż ze zdania apodyktycznego wynika zdanie asertoryczne tej samej jakości, ze zdania zaś asertorycznego wynika zdanie problematyczne tej samej jakości. Związki te wyraża formuła łacińska: Ab oportet ad esse valet consequentia, ab esse ad posse valet consequentia. Uzmysłowienie powyższych i innych zależności w obrębie opozycji zdań modalnych daje schemat na rys.10, jeżeli zdania apodyktyczne wstawimy zamiast zdań ogólnych, asertoryczne zamiast jednostkowych, a problematyczne zamiast szczegółowych.

Zdania modalne bywają czasem rozumiane inaczej: nie jako zdania o konieczności lub o możliwości, lecz jako zdania w jakimś sensie konieczne lub możliwe do przyjęcia. To drugie znaczenie leży poza zakresem logiki.

3. Jeżeli dwa terminy zdania S - P zostaną w nim przestawione, to nowe zdanie o podmiocie P i orzeczeniu S nazywa się o d w r ó c e n i e m lub k o n w e r s j ą zdania pierwotnego. Odwrócenie uważa się za poprawne, jeżeli zdanie odwrócone wynika ze zdania odwracanego. Aby odwrócenie było poprawne, trzeba niekiedy dokonać zarazem innych jeszcze przekształceń. Wnioskowanie dające na wynik poprawne odwrócenie nazywa się w n i o s k o w a n i e m p r z e z o d w r ó c e n i e lub w skróceniu o d w r a c a n i e m zdania. Założeniem dla wnioskowania przez odwrócenie jest, co następuje: Zawsze i tylko jeżeli między zakresami S, P zachodzi stosunek podrzędności lub równoważności stwierdzony w zdaniu „każde S jest P", to na odwrót zachodzi taki sam stosunek między zakresami nie-P i nie-S (rys. 11). Związek powyższy, zwany p r a w e m k o n t r a p o z y c j i (odpowiednik prawa transpozycji dla zdań, s.34 tw.9), tworzy zasadę wnioskowania przez odwrócenie zdania ogólnego twierdzącego, odwrócenie to nazywamy o d w r ó c e n i e m p r z e z k o n t r a p o z y c j ę (conversio per contrapositionem). Podstawmy za S - kwadrat, za P - prostokąt, to otrzymamy: Zawsze i tylko jeżeli każdy kwadrat jest prostokątem, to każdy nieprostokąt jest niekwadratem, czyli (przez obwersję) żaden nieprostokąt nie jest kwadratem. Stąd przez oderwanie prawdziwej przesłanki stwierdzamy konkluzję zawartą w następniku. Praktyczna reguła odwracania zdania ogólnego twierdzącego przez kontrapozycję brzmi przeto: Zdanie ogólne twierdzące odwraca się przez kontrapozycję na zdanie ogólne przeczące o zaprzeczonym podmiocie. Rys.12 przedstawia graficznie to odwrócenie na schemacie Eulera.

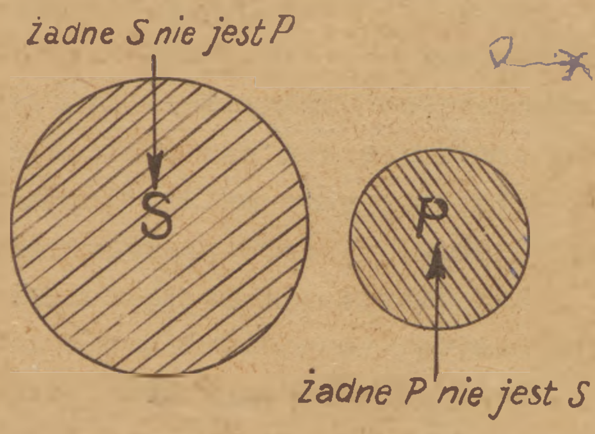


Rys.11



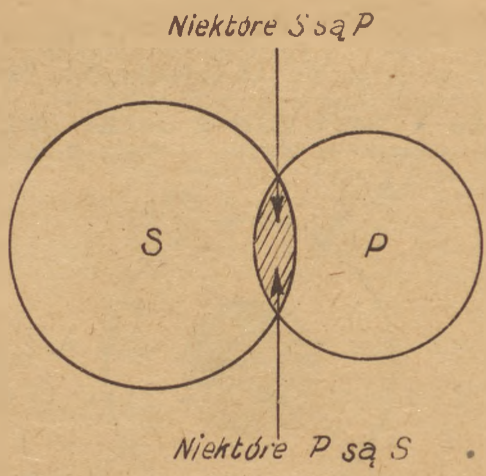
Rys.12

Stosujemy ten sam sposób odwracania przez kontrapozycję do zdania ogólnego przeczącego „żadne S nie jest P" czyli „każde S jest nie-P". Jeżeli „każde S jest nie-P", to według prawa kontrapozycji „każde nie-nie-P jest nie-S" czyli „żadne P nie jest S" (por. na rys.5, s. 55 stosunki przeciwieństwa i sprzeczności między zakresami). Rezultat odwrócenia tak wygląda, jak gdyby w zdaniu ogólnym przeczącym wystarczało dla poprawnego odwrócenia samo przestawienie terminów S i P; takie odwrócenie nazywa się o d w r ó c e n i e m p r o s t y m (conversio simplex). Praktyczna reguła odwracania zdania ogólnego przeczącego brzmi przeto: Zdanie ogólne przeczące odwraca się przez odwrócenie proste (rys.13).



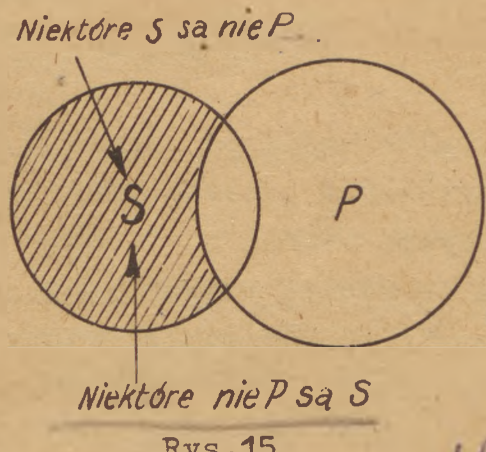
Rys.13

Zdanie szczegółowe twierdzące „niektóre S są P" odwracamy, odwołując się do podanej wyżej reguły odwracania zdania ogólnego przeczącego z uwagi na to, że zdanie szczegółowe twierdzące jest zaprzeczeniem zdania ogólnego przeczącego. Przekształcamy równoważnie „niektóre S są P" na „nieprawda, że żadne S nie jest P", to na „nieprawda, że żadne P nie jest S", to wreszcie na „niektóre P są S". Zatem reguła praktyczna odwracania zdania szczegółowego twierdzącego brzmi: Zdanie szczegółowe twierdzące „niektóre S są P" odwraca się przez odwrócenie proste na zdanie szczegółowe twierdzące „niektóre P są S" (por.rys.14, można to też sprawdzić, jak i każde inne odwrócenie, na rys.5, uwzględniając każdy stosunek między zakresami podmiotu i orzeczenia, który może być stwierdzony w zdaniu szczegółowym twierdzącym).



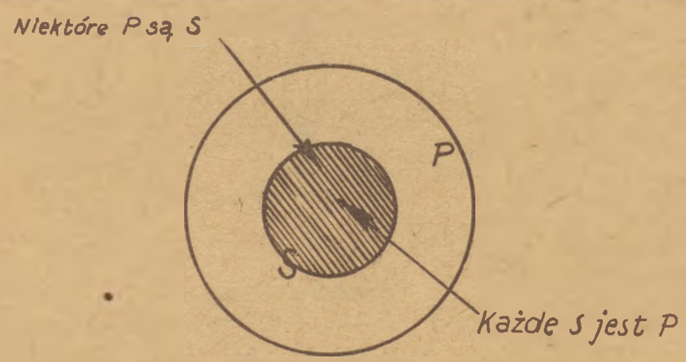
Rys.14

Podobnież wreszcie dla odwrócenia zdania szczegółowego przeczącego „niektóre S nie są P" przekształcamy je równoważnie na „nieprawda, że każde S jest P", to na „nieprawda, że żadne nie-P nie jest S", to zaś ostatecznie na „niektóre nie-P są S". Praktyczna reguła odwracania zdania szczegółowego przeczącego opisuje ten rezultat w sposób następujący: Dla odwrócenia zdania szczegółowego przeczącego „niektóre S nie są P" nadaje się temu zdaniu przez obwersję postać zdania szczegółowego twierdzącego o zaprzeczonym orzeczeniu „niektóre S są nie-P", to zdanie zaś odwraca się przez odwrócenie proste (rys.15). Np. niektóre prostokąty nie są kwadratami, stąd niektóre prostokąty są niekwadratami i wreszcie - niektóre niekwadraty są prostokątami (zastosowanie odwrócenia prostego byłoby błędne: niektóre kwadraty nie są prostokątami!).

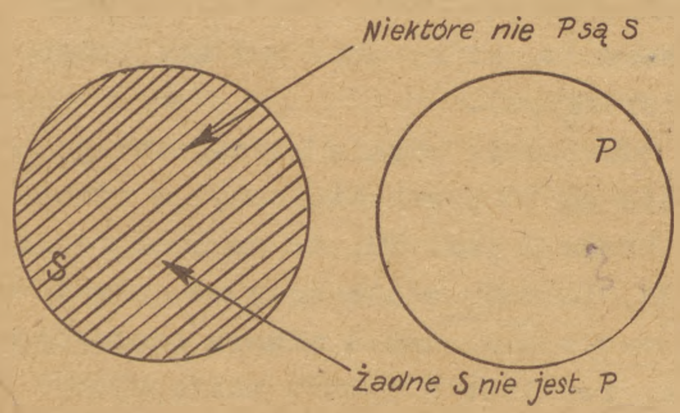


Rys.15

Obok odwracania zdań SaP i SeP na zasadzie kontrapozycji stosuje się też odwracanie tych zdań p r z e z o g r a n i c z e n i e (conversio per accidens - termin ten wskazuje, że S jest dla P cechą przypadkową) na zdanie szczegółowe tej samej jakości: „każde S jest P" odwraca się w ten sposób na „niektóre P są S" (rys.16); „żadne S nie jest P" czyli „każde S jest nie-P" na „niektóre nie-P są S" (rys.17). Np. „każdy ptak jest kręgowcem" - „niektóre kręgowce są ptakami"; „żaden Hindus nie jest europejczykiem" - „niektórzy nieeuropejczycy są Hindusami". Odwrócenie przez ograniczenie jest rezultatem dwóch kolejnych działań: przejścia przez subalternację od zdania a do zdania i (lub od e do o) oraz odwrócenia prostego zdania i (lub odwrócenia przez kontrapozycję zdania o). Zdanie odwrócone przez ograniczenie wynika ze zdania odwracanego, ale nie jest mu równoważne, podczas gdy odwrócenie proste lub przez kontrapozycję daje wynik równoważny zdaniu odwracanemu. Odwrócenie proste lub przez kontrapozycję jest zarazem odwracalne, tzn. odwracając zdanie odwrócone (np. „każde nie-P jest nie-S") w ten sam sposób, w jaki je otrzymaliśmy, powracamy do zdania pierwotnego („każde nie-nie-S jest nie-nie-P" czyli „każde S jest P"). Odwrócenie przez ograniczenie natomiast nie daje się odwrócić w ten sposób, ponowne odwrócenie daje znów zdanie szczegółowe - nie ogólne.



Rys.16



Rys.17

Zdania jednostkowe SuP oraz SyP odwraca się jak zdania ogólne lub jak zdania szczegółowe. W sposób pierwszy zdanie „to S jest P" odwraca się na „żadne nie-P nie jest tym S, a zdanie „to S nie jest P" na „żadne P nie jest tym S"; w sposób drugi odwrócenie zdania „to S jest P" daje „pewne P jest tym S", a odwrócenie zdania „to S nie jest P" daje „pewne nie-P jest tym S". Odwrócenia na oba sposoby są równoważne i odwracalne.

Związki odwracania zdań są tak samo jak związki kwadratu logicznego twierdzeniami teorii nazw. Poniższa tablica podaje ich zestawienie:

T a b l i c a   k o n w e r s j i

(Objaśnienie: „c" oznacza przestawienie podmiotu i orzeczenia, np. jeżeli „a" piszemy zamiast „SaP", to „ca" znaczy „PaS". Koma „'" u góry na prawo od symbolu zdania znaczy, że podmiot jego jest zaprzeczony, np. „ca'" znaczy „-PaS". „Caci" znaczy, że zdanie a odwraca się nierównoważnie na zdanie ci. „Eace'" znaczy, że zdanie a odwraca się równoważnie na ce').

1)	Eace'	-	odwrócenie przez kontrapozycję
2)	Caci	-	" przez ograniczenie
3)	Eece	-	" proste
4)	Ceci'	-	" przez ograniczenie
5)	Eici	-	" proste
6)	Eoci'	-	" przez kontrapozycję
7)	Euce'	-	" przez kontrapozycję
8)	Eyce	-	" proste
9)	Euci	-	" proste
10)	Eyci'	-	" przez kontrapozycję

Twierdzenia 1) - 10) służą za zasady wnioskowania przez odwrócenie, gdy za S i za P zostaną podstawione terminy, pozwalające na uzyskanie zdania prawdziwego jako przesłanki w poprzedniku implikacji lub równoważności i na oderwanie następnika jako konkluzji wnioskowania.

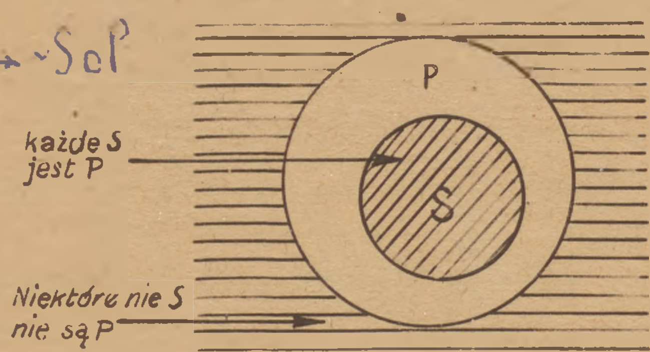
Odwracając zdanie SaP przez kontrapozycję na zdanie -PeS, a następnie -PeS przez ograniczenie na -SoP (-Si-P), otrzymujemy przekształcenie zwane i n w e r s j ą; przez inwersję otrzymuje się przeto ze zdania „każde S jest P" zdanie „niektóre nie-S nie są P", np. zdanie „każde dziecko jest ciekawe" daje przez inwersję konkluzję „niektórzy do-

9) Może być tylko przyjęte [illegible] jako [illegible] Cuci, podobnie 10): Cyci'

Natomiast 7): Cce'u. 8): Cceu

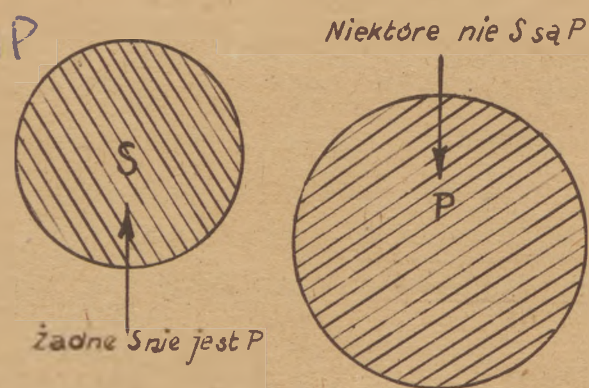
rośli nie są ciekawi". Podobnie stosuje się inwersję do zdania SeP odwracając je wprost na PeS a następnie powtórnie przez ograniczenie na -SiP, np. „żaden Spartanin nie uciekał przed wrogiem" prowadzi przez inwersję do konkluzji „niektórzy nie-Spartanie uciekali przed wrogiem". Ogólnie przeto inwersja jest działaniem, które pozwala na przejście od zdania ogólnego do zdania szczegółowego przeciwnej jakości o zaprzeczonym podmiocie. Związki inwersji ilustrują rys.18 i 19.

SaP → ~SeP



Rys.18

SeP → ~SiP



Rys.19

Prawa odwracania zdań kategorycznych dostarczają narzędzia dla interpretacji zdań o g ó l n y c h w y ł ą c z a j ą c y c h postaci „tylko S jest P"; zdanie takie znaczy to samo, co „żadne nie-S nie jest P", to zaś po odwróceniu przez kontrapozycję zamienia się na „każde P jest S"; np. „tylko liczby podzielne przez 3 są podzielne przez 6" jest równoważne zdaniu „każda liczba podzielna przez 6 jest podzielna przez 3". Zdanie zaś w y ł ą c z a j ą c e s z c z e g ó ł o w e „tylko niektóre S są P" znaczy tyle co „niektóre S są P i niektóre S nie są P".

7. Sylogizm kategoryczny

1. Sylogizmem kategorycznym nazywa się wnioskowanie, którego zasadą jest następujące twierdzenie teorii orzeczników

CKSaMMaPSaP

czyli „jeżeli każde S jest M i każde M jest P, to każde S jest P". Nosi ono nazwę z a s a d y s y l o g i z m u k a t e g o r y c z n e g o, stwierdza się w nim, że stosunek subsumcji (podrzędności, równoważności między zakresami) jest przechodni. Wnioskujemy według zasady sylogizmu, stosując reguły podstawiania i odrywania w podobny sposób jak przy wnioskowaniu z opozycji; jeżeli po podstawieniu określonych terminów za S, M, P poprzednik implikacji jest prawdziwy, to wolno oderwać następnik jako prawdziwy wynik wnioskowania.

Schemat sylogizmu kategorycznego bywa podawany zwykle w formie następującej

$$\frac{\begin{array}{c}MaP\\ SaM\end{array}}{SaP}$$

Schemat ten jest skrótem; w pełnej postaci odpowiadającej schematowi inferencyjnemu (s.43) powinien mieć postać następującą

$$\frac{\begin{array}{c}CKSaMMaPSaP\\ KSaMMaP\end{array}}{SaP}$$

Zdanie „każde M jest P" zawierające termin P, tj. orzeczenie konkluzji, czyli t e r m i n w i ę k s z y (terminus maior, bo jego zakres jest nadrzędny w stosunku do zakresu S), nazywamy p r z e s ł a n k ą w i ę k s z ą (praemissa maior) i kładziemy na pierwszym miejscu (co wolno, bo koniunkcja obu przesłanek jest połączeniem symetrycznym); zdanie „każde S jest M", zawierające termin S (podmiot konkluzji), czyli t e r m i n m n i e j s z y (terminus minor), nazywamy p r z e s ł a n k ą m n i e j s z ą (praemissa minor) i kładziemy na miejscu drugim; termin M występujący w obu przesłankach nazywa się t e r m i n e m ś r e d n i m (terminus medius, stąd litera M). Przesłanka większa stwierdza jakieś prawo ogólne, któremu podlegają desygnaty terminu M (np. każdy prostokąt ma dwie równe przekątne), przesłanka mniejsza stwierdza o przedmiotach S, że są M (np. każdy kwadrat jest prostokątem), w konkluzji stwierdza się, że prawo zawarte w większej przesłance stosuje się do przedmiotów S (każdy kwadrat ma dwie równe przekątne).

Schemat sylogizmu kategorycznego może być przedstawiony w różnych innych postaciach, stanowiących przekształcenia postaci pierwotnej. Np. kładąc -P zamiast P i pamiętając, że Ma-P to tyle co MeP otrzymujemy postać

$$\frac{\begin{matrix}\mathrm{MeP}\\ \mathrm{SaM}\end{matrix}}{\mathrm{SeP}}$$

stąd zaś wynika inna znów postać przez odwrócenie proste przesłanki większej i konkluzji oraz przestawienie przesłanek. Wskutek dokonanego przekształcenia zmieniły się role terminów: termin mniejszy pierwotnego sylogizmu stał się terminem większym w sylogizmie otrzymanym jako wynik przekształcenia, a termin większy terminem mniejszym, należy przeto jeszcze przemienić odpowiednio litery:

$$\frac{\begin{matrix}\mathrm{SaM}\\ \mathrm{PeM}\end{matrix}}{\mathrm{PeS}} \qquad\qquad \frac{\begin{matrix}\mathrm{PaM}\\ \mathrm{SeM}\end{matrix}}{\mathrm{SeP}}$$

Każda tak otrzymana postać sylogizmu ma swoją zasadę równoważną z zasadą pierwotną lub przez nią implikowaną. Każda z owych postaci jest odrębną formą sylogizmu. Takich form, czyli *trybów* (modi), wylicza się zwykle 19, dzieli się je zaś na cztery rodzaje, zwane *figurami*, według tego, jakie jest położenie terminu średniego w przesłankach. W trybach pierwszej figury termin średni jest podmiotem przesłanki większej, orzeczeniem zaś mniejszej przesłanki. W trybach drugiej figury termin średni jest orzeczeniem obu przesłanek, w figurze trzeciej podmiotem obu przesłanek, w czwartej wreszcie orzeczeniem większej przesłanki oraz podmiotem przesłanki mniejszej. Każdy tryb posiada nazwę mnemotechniczną, np. tryby pierwszej figury nazywają się Barbara, Celarent, Darii, Ferio. W nazwach tych samogłoski a, e, i, o oznaczają kolejno przesłankę większą, mniejszą i konkluzję (np. w trybie Barbara obie przesłanki i konkluzja są zdaniami a), spółgłoski zaś przekształcenia logiczne, przez które zasada danego trybu może być uzyskana z zasady jednego z trybów pierwszej figury (czym tutaj nie będziemy się zajmowali). Dwie pierwsze z przytoczonych wyżej postaci sylogizmu należą do pierwszej figury (Barbara i Celarent), trzecia jest przykładem drugiej figury (Camestres). Przykład trybu trzeciej figury (Felapton):

$$\frac{\begin{array}{c}MeP\\ MaS\end{array}}{SoP}$$

Przykład trybu figury czwartej (Dimatis):

$$\frac{\begin{array}{c}PiM\\ MaS\end{array}}{SiP}$$

Przy posługiwaniu się sylogizmami kategorycznymi trzeba zwracać uwagę na tzw. r o z ł o ż e n i e t e r m i n ó w. Rozłożyć (distribuere) termin to znaczy wziąć go w całym jego zakresie. Podmiot jest rozłożony w zdaniach ogólnych, gdyż w zdaniach tych jest wzięty w całym zakresie (każdy, żaden), natomiast jest nierozłożony w zdaniach szczegółowych, gdyż tam mowa tylko o niektórych przedmiotach z zakresu podmiotu. Orzeczenie zaś jest rozłożone w zdaniach przeczących, gdyż w zdaniach takich wykluczamy desygnaty podmiotu z całego zakresu orzeczenia; w zdaniach twierdzących desygnaty podmiotu tworzą tylko część zakresu orzeczenia, w zdaniach twierdzących przeto orzeczenie nie jest rozłożone.

Aby sprawnie wnioskować przy pomocy sylogizmów, trzeba pamiętać kilka prostych reguł praktycznych, które podają a) jakim warunkom winny czynić zadość przesłanki, aby dawały konkluzje, i b) jaka konkluzja wynika z danych przesłanek.

a) Reguły dotyczące przesłanek:

I. Przynajmniej jedna przesłanka ma być ogólna (z dwóch szczegółowych nic nie wynika).

II. Przynajmniej jedna przesłanka ma być twierdząca (z dwóch przeczących nic nie wynika).

III. Termin średni ma być przynajmniej w jednej z przesłanek rozłożony.

b) Reguły dotyczące konkluzji:

IV. Jeżeli obie przesłanki są ogólne, konkluzja jest ogólna lub szczegółowa; jeżeli jedna przesłanka jest szczegółowa, konkluzja jest szczegółowa.

Darapti

V. Jeżeli obie przesłanki są twierdzące, konkluzja jest twierdząca; jeżeli jedna przesłanka jest przecząca, konkluzja jest przecząca.

VI. Termin nie może być rozłożony w konkluzji, jeżeli nie jest rozłożony w przesłance (jeżeli konkluzja przecząca, w przesłance winien być rozłożony termin większy, jeżeli ogólna - termin mniejszy).

Przypuśćmy dla przykładu, że mamy jako przesłanki zdania:

a) Wieloryby są ssakami
   Wieloryby są zwierzętami morskimi.

Przesłanki są ogólne (I) i twierdzące (II), termin średni (wieloryby) jest rozłożony (III) - warunki dla przesłanek sylogizmu są przeto spełnione. Podmiotem konkluzji jest termin mniejszy (zwierzęta morskie), orzeczeniem termin większy (ssaki). Obie przesłanki są ogólne (IV), ale termin mniejszy w przesłance nie jest rozłożony i nie może być rozłożony w konkluzji (VI), która przeto jest szczegółowa; obie przesłanki są twierdzące, więc i konkluzja twierdząca (V) brzmi: Niektóre zwierzęta morskie są ssakami.

b) Każdy kwadrat jest prostokątem
   Niektóre prostokąty nie są równoboczne.

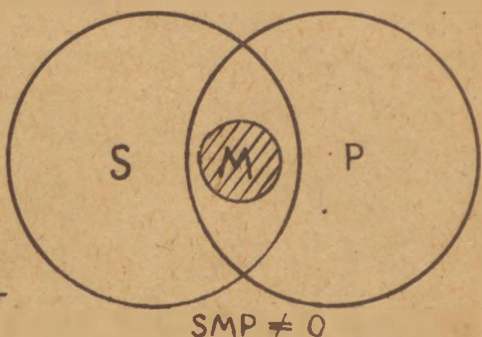
Jedna z przesłanek jest ogólna (I) i twierdząca (II), ale termin średni (prostokąt) nie jest rozłożony w żadnej przesłance (III), nie ma więc konkluzji.

c) Każdy prostokąt jest czworobokiem
   Żaden trapez nie jest prostokątem.

Przesłanki są ogólne (I), jedna z nich twierdząca (II), termin średni rozłożony (III), dają więc konkluzję. Obie przesłanki ogólne, konkluzja przeto jest ogólna lub szczegółowa (IV), jedna przecząca, taką więc jest i konkluzja (V); w przeczącej konkluzji orzeczenie ma być rozłożone, a że w przesłance termin „czworobok" nie jest rozłożony, termin „trapez" rozłożony, więc ten ostatni musi być terminem większym (VI). Trzeba wobec tego obie przesłanki przestawić, konkluzja ma za podmiot termin „czworobok", nierozłożony w przesłance, jest więc szczegółowa (VI): Niektóre czworoboki nie są trapezami.

2. Rozwiązywanie sylogizmów można przeprowadzać graficznie na schematach Eulera. Szukamy nie wprost stosunku między S i P, tzn. wzajemnego położenia tych zakresów, określającego konkluzję, lecz tego zakresu przedmiotów S, o którym orzeka się w konkluzji. Zakres ten znajdujemy zaś według następującej reguły: a) jeżeli obie przesłanki są twierdzące, to w konkluzji orzeka się o przedmiotach S należących do wspólnej części zakresów S, M, P, b) jeżeli większa przesłanka jest przecząca, to w konkluzji orzeka się o przedmiotach S należących do wspólnej części zakresów S, M, nie-P, c) jeżeli mniejszą przesłanka jest przecząca, to w konkluzji orzeka się o przedmiotach S należących do wspólnej części zakresów S, nie-M, nie-P. Warunkiem otrzymania konkluzji z danych przesłanek jest , aby przy wszelkich położeniach S, M, P, na jakie pozwalają przesłanki, istniała owa wspólna część zakresów; konkluzji natomiast nie ma, jeżeli schemat wzajemnego położenia zakresów dozwala na takie ich rozmieszczenie, przy którym wspólna część SMP lub SM.-P lub S.-M.-P (zależnie od przesłanek) nie istnieje. Konkluzja jest ogólna, jeżeli owa wspólna część obejmuje cały zakres S, szczegółowa w przeciwnym przypadku.

Wykreślamy zakresy terminów M i P według większej przesłanki, przy czym jest rzeczą obojętną praktycznie, który wybierzemy z możliwych przypadków, następnie zaś staramy się tak dobrać położenie zakresu S, według mniejszej przesłanki, aby okazać, że zakres S-ów, o którym mowa w konkluzji, nie istnieje. Jeżeli to okaże się niemożliwe (co łatwo spostrzec), to dorysowujemy S w którymkolwiek z dopuszczalnych przypadków, gdyż w każdym z nich zakres S-ów, o którym mowa w konkluzji, jest identyczny. Zacieniowawszy ten zakres odczytamy konkluzję.



SMP ≠ 0

Rys.20

W przytoczonym wyżej przykładzie a) mamy przesłanki MaP i MaS (S- zwierzęta morskie, M - wieloryby, P - ssaki).Część wspólną zakresów SMP (przy wszelkim dozwolonym przez przesłanki ich położeniu) wskazuje rys.20; częścią tą jest zakreskowany zakres M. O przedmiotach S, należących do tego zakresu orzeka konkluzja: Niektóre zwierzęta morskie są ssakami.

W przykładzie b) przesłanki są PaM i MoS (S - równoboczny, M - prostokąt, P - kwadrat). Konkluzja dotyczy przedmiotów S należących do wspólnej części zakresów S, nie-M, nie-P. Jak widać na rys. 21, można zgodnie z przesłankami schemat wzajemnego położenia zakresów S, M, P ułożyć w ten sposób, iż nie istnieje część wspólna S.-M.-P, nie ma przeto konkluzji.

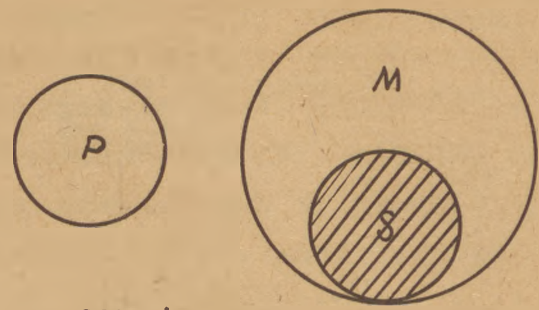
Rys.21

W przykładzie c) o przesłankach MaP i SeM (S - trapez, M - prostokąt, P - czworobok) konkluzja dotyczy przedmiotów S, należących do wspólnej części zakresów S, nie-M, nie-P. Lecz według rys.22 można także tutaj zgodnie z przesłankami schemat wzajemnego położenia zakresów S, M, P ułożyć w ten sposób, iż nie istnieje część wspólna S.-M.-P, nie ma przeto konkluzji. Jednakowoż po przestawieniu przesłanek konkluzja dotyczy przedmiotów należących do wspólnej części zakresów S.M.-P (na rysunku P, M, nie-S), który pokrywa się z zakresem M (niektóre czworoboki nie są trepezami).

Rys.22

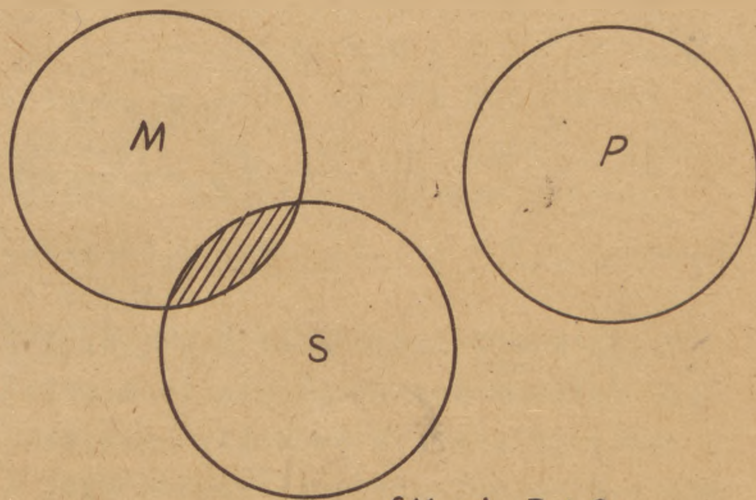
Jako dalsze przykłady niech służą tryby Cesare (o przesłankach PeM, SaM i konkluzji SeP) oraz Ferio (o przesłankach MeP, SiM i konkluzji SoP), przedstawione na rys.23 i rys.24.

3. Sylogizm bywa nieraz podawany w formie skróconej, z opuszczeniem jednej z przesłanek, która pozostaje domyślna. Taki sylogizm, zwany e n t y m e m a t e m, składa się w postaci słownej ze zdania głównego, które zawiera konkluzję, i połączonego z nim za pośrednictwem spójnika „bo" (bowiem, ponieważ) zdania pobocznego zawierającego przesłankę. Typowe postaci entymematu są przeto następujące: „S jest P, bo S jest M", „S jest P, bo M jest P". Aby utworzyć przesłankę, której brakuje, trzeba wziąć pod uwagę, że winna ona zawierać ten z terminów konkluzji, którego brak w przesłance przytoczonej, oraz termin średni; termin średni winien być przy tym przynajmniej w jednej z przesłanek rozłożony, terminy pozostałe winny być w przesłankach wzięte w zakresie nie mniejszym niż w konkluzji. Domyślną przesłanką jest przeto „M jest P" (bo M winno być rozłożone) w pierwszym oraz „S jest M" (bo S winno być rozłożone) w drugim z przytoczonych wyżej entymematów.



SM nie $P \neq 0$

Rys.23



SM nie $P \neq 0$

Rys.24

Entymemat ma czasem postać bardziej złożoną typu: „S jest P, bo M jest N" (np. każdy z nas może się omylić, bo ludzie są niedoskonali). Mamy wtedy między S i P dwa terminy pośrednie M i N, entymemat zaś jest skrótem z dwóch sylogizmów, złożonych kolejno ze zdań „S jest M", M jest N, „N jest P"; wnioskowanie w postaci wyraźnej wygląda tak:

Sylogizm pierwszy:	N jest P	Sylogizm drugi:	M jest P
	M jest N		S jest M
	M jest P		S jest P.

ROZDZIAŁ III

T e o r i a   z w i ą z k ó w   m i ę d z y- z d a n i o w y c h

Część II

1. O rozumowaniach

a. Podział rozumowań

Wszystkie rodzaje wnioskowania, które omówiliśmy poprzednio, różne rodzaje sylogizmów hipotetycznych, wnioskowanie z opozycji zdań, konwersja, sylogizm kategoryczny, dzieją się według schematów inferencyjnych (s. 43), a różnią się między sobą budową przesłanek i konkluzji, zależną od zasady wnioskowania. Wnioskowanie ma trzy człony, jednym z nich jest prawo Cab, stwierdzające związek racji do następstwa między zdaniami a i b, członem drugim jest racja a, stanowiąca przesłankę, następstwo b - jako człon trzeci - jest konkluzją. Rozumowanie takie nazywa się d e d u k c y j n y m. Nie jest to jednak jedyna postać rozumowania.

Cab
a
b

Nieraz - stwierdziwszy, że q (np. że żarówka w lampie stołowej nie świeci), pytamy, dlaczego q i znajdujemy jako odpowiedź: dlatego że p (np. prąd w sieci został wyłączony). Rozumowanie, które prowadzi do konkluzji p, ma tak jak wnioskowanie trzy człony: jednym z nich jest prawo w postaci implikacji Cpq (w naszym przykładzie zaczerpniętym z praktycznej elektrotechniki - jeżeli prąd wyłączony, żarówka włączona w sieć nie świeci), ale przesłanką (członem drugim) jest następnik q tej implikacji, którego prawdziwość stwierdziliśmy w naszym przypadku przez obserwację; poprzednik zaś implikacji p jest członem trzecim i konkluzją rozumowania. Prawdziwość następnika q nie wyklucza fałszywości poprzednika p, konkluzja rozumowania p nie jest więc w tym rozumowaniu całkowicie uzasadniona przez przesłankę q, jakby to było przy wnioskowaniu i może się okazać fałszywa (gdy np. żarówka nie świeci z innego powodu, nie wskutek wyłączenia prądu). Jest jednak przy uwzględnieniu przesłanki q lepiej uzasadniona niż w przeciwnym przypadku, prawdziwość zdania q przyczynia się w pewnej mierze do uzasadnienia zdania p. Jeżeli między p i q zachodzi stosunek implikacji, to w kierunku odwrotnym między q i p zachodzi słabszy związek, który wypowiadamy słowami: jeżeli q, to prawdopodobnie p w jakimś stopniu. Rozumowanie jak powyższe, na które składa się jakieś twierdzenie w postaci implikacji Cpq, jego następnik q jako przesłanka i poprzednik p jako konkluzja w pewnym stopniu uzasadniona przez przesłankę q, nazywa się **rozumowaniem redukcyjnym.**

Podział rozumowań na dedukcyjne i redukcyjne łączy się z podziałem nauk na matematyczne, w których założeniami są aksjomaty i definicje, i na empiryczne, w których rolę założeń pełnią jednostkowe zdania obserwacyjne. Aksjomaty i definicje nadają się na przesłanki dla rozumowania dedukcyjnego, zdania obserwacyjne są przesłankami dla rozumowania redukcyjnego, stąd przeto dedukcja jest typową formą rozumowania w naukach mających postać matematyczną, które w związku z tym bywają nazywane naukami dedukcyjnymi, a redukcja typową formą rozumowania w naukach empirycznych.

Wnioskowanie jest rozumowaniem scharakteryzowanym nie tylko przez to, że racja jest w nim przesłanką a następstwo konkluzją, lecz nadto jeszcze jest ono rozumowaniem **odkrywczym**, czyli **heurystycznym**: dobieramy w nim do przesłanek konkluzję, która jest w wielu przypadkach zdaniem poprzednio nieznanym. Rozumowanie dedukcyjne może być jednak prowadzone także w ten sposób, że dobieramy przesłanki do danej konkluzji, tzn. tak, aby z nich ta właśnie a nie inna wynikała konkluzja. Rozumowanie takie nie jest odkrywczym, bo przesłanki możemy dobierać tylko spośród twierdzeń poprzednio znanych i uzasadnionych. Jego celem jest uzasadnienie obranego z góry twierdzenia, jest ono zatem rozumowaniem u z a s a d n i a j ą c y m, nazywamy je d o w o d z e n i e m.

Rozumowanie redukcyjne może być również odkrywcze albo uzasadniające. Jeżeli dobieramy do przesłanki q konkluzję p, która by była dla niej racją według związku Cpq, to racja ta jest często twierdzeniem poprzednio nieznanym i rozumowanie takie, zwane w y j a ś n i a n i e m lub t ł u m a c z e n i e m, jest rozumowaniem odkrywczym. Takie właśnie było rozumowanie, które omówiliśmy wyżej jako przykład rozumowania redukcyjnego. Wyjaśnianiem też było rozumowanie, które Kopernik przeprowadził, opierając teorię heliocentryczną układu planetarnego na obserwacjach wstecznych ruchów planet. Twierdzenie, że Ziemia jak i inne planety krąży dokoła Słońca, tłumaczy owe ruchy wsteczne, założywszy bowiem powyższe twierdzenie otrzymujemy jako następstwo za pomocą prostej konstrukcji geometrycznej obraz wspomnianych wstecznych ruchów planet na sklepieniu niebieskim.

Rozumowaniem redukcyjnym u z a s a d n i a j ą c y m jest s p r a w d z a n i e p o z y t y w n e (konfirmacja lub weryfikacja). Sprawdzaniem nazywamy rozumowanie, w którym dla twierdzenia p, jeżeli jest ono znane, ale nie wiadomo jeszcze, czy jest prawdziwe, szukamy prawdziwej przesłanki wśród jego następstw. Przesłankę taką otrzymuje się przez wnioskowanie z p, a jej prawdziwość potwierdza nam bądź poprzednia wiedza (tak jest np. gdy sprawdzam wynik dzielenia a:b=c, tworząc iloczyn b.c i stwierdzając, że b.c = a), bądź nowa obserwacja, jeżeli p jest zdaniem empirycznym. Członem każdego sprawdzania jest nadto prawo Cpq, zaczerpnięte z tej nauki, do której należy sprawdzane twierdzenie. Sprawdzaniem n e g a t y w n y m (infirmacją) nazywamy sprawdzanie wówczas, gdy q jest fałszywe; sprawdzanie negatywne jest sylogizmem destrukcyjnym i dowodzi fałszywości p. Sprawdzanie pozytywne (tzn. gdy q jest prawdziwe) daje uzasadnienie częściowe zdania p, czyniąc je prawdopodobnym w większym stopniu, w wyjątkowych zaś przypadkach, mianowicie gdy q jest następstwem równoważnym ze zdaniem p, może dać uzasadnienie całkowite i zamienia się w dowód praw-

jest sylogizmem, więc jest wnioskowaniem?

dziwości zdania p. Chcę np. sprawdzić pozytywnie twierdzenie podane mi przez sąsiada, że wilk podchodził w nocy do naszego domu. Sprawdzenie da się przeprowadzić przez znalezienie śladów wilczych na wilgotnej ziemi lub na śniegu, zoologia praktyczna myśliwych uczy bowiem, że jeżeli wilk podchodził, to pozostawił charakterystyczne wilcze ślady. Twierdzenie, że ziemia ma kształt kulisty, sprawdzono wysnuwając zeń według praw geometrii lub geografii następstwa i realizując je następnie drogą empiryczną; jednym z nich było, że podróż odbywana bez zmiany w jednym kierunku, np. ze wschodu na zachód, doprowadzi po pewnym czasie do powrotu na punkt wyjścia. Sprawdzenie całkowite zdania a:b = c (p) otrzymujemy, wysnuwając zeń drogą wnioskowania według reguł arytmetyki konsekwencję a = b.c (q), jeżeli jest ona zdaniem prawdziwym, - zdanie q jest bowiem równoważne ze zdaniem p.

Podział rozumowań na odkrywcze i uzasadniające odpowiada podwójnemu zadaniu badań naukowych. Nie wystarcza dokonać odkrycia naukowego; twierdzenie, w którym zostało ono wypowiedziane, należy nadto uzasadnić. Nie podlegają uzasadnieniu przez rozumowanie jedynie definicje i aksjomaty. Stanowią one założenia pierwotne dla wnioskowania i dowodzenia, a wprowadzenie ich do nauki jest uprawnione przez cele, którym służą, o czym była mowa w rozdziale o definiowaniu. Twierdzenia analityczne uzyskane przez wnioskowanie z prawdziwych przesłanek są już przez to samo uzasadnione; inne twierdzenia nauk dedukcyjnych uzasadnia się przez dowodzenie. Twierdzenia empiryczne, do których należą zdania obserwacyjne, hipotezy i prawa naukowe, uzasadnia się przez sprawdzanie pozytywne.

Czy zdania obserwacyjne też się uzasadnia przez sprawdzenie ?

Rozumowania, w których szukamy racji dla danych następstw, mianowicie wyjaśnianie i dowodzenie, nazywamy r e g r e s y w n y m i. Są one o wiele trudniejsze aniżeli rozumowania p r o g r e s y w n e, w których mamy racje dane a szukamy następstw, tj. wnioskowanie i sprawdzanie. Albowiem rozumowania, w których szukamy następstw, odbywają się według dobrze znanych reguł i wystarczy nabyć wprawy w ich stosowaniu, aby gładko rozumować. Natomiast dla szukania racji nie ma określonych reguł. Rozumowanie takie wymaga cierpliwych prób lub twórczej pomysłowości. Szukanie następstw dla danych racyj i szukanie racyj dla danych następstw to dwa działania o przeciwnych kierunkach: działanie proste i działanie odwrotne. Znamy wiele par takich działań, w których działanie odwrotne nie jest równorzędne działaniu prostemu - jak w labiryncie łatwo można poruszać się naprzód, lecz znalezienie drogi powrotnej jest rzeczą bardzo trudną. Mając dane dwie liczby, tworzymy łatwo ich iloczyn, lecz zupełnie inaczej przedstawia się zagadnienie, gdy zostanie nam podana jakaś wielka liczba z tym, by rozłożyć ją na czynniki. Na pytanie, jakie to dwie liczby pomnożone przez siebie dają iloczyn 8616460799, prawdopodobnie nikt nie potrafi dać odpowiedzi, z wyjątkiem tego, kto ów iloczyn obliczył, albowiem dwa jego czynniki są bardzo wielkimi liczbami pierwszymi, których wyszukanie wymagałoby ogromnej liczby prób, co nawet biegłemu rachmistrzowi zajęłoby wiele tygodni, gdy tymczasem mnożenie wymagało niewielu jedynie minut. Innym przykładem tego rodzaju są działania potęgowania i pierwiastkowania lub logarytmowania.

Przeprowadziliśmy rozróżnienia wśród rozumowań, biorąc pod uwagę trojakie stosunki między zdaniami wchodzącymi w rozumowanie: rację i następstwo, przesłankę i konkluzję, punkt wyjścia i cel rozumowania. Według trzech zasad podziału, zestawiając owe stosunki, otrzymaliśmy rozumowanie:

I. Dedukcyjne - w którym przesłanką jest racja, konkluzją następstwo,

redukcyjne, w którym przesłanką jest następstwo, konkluzją racja.

II. Odkrywcze - w którym punktem wyjścia jest przesłanka, celem konkluzja,

uzasadniające, w którym punktem wyjścia jest konkluzja, celem przesłanka.

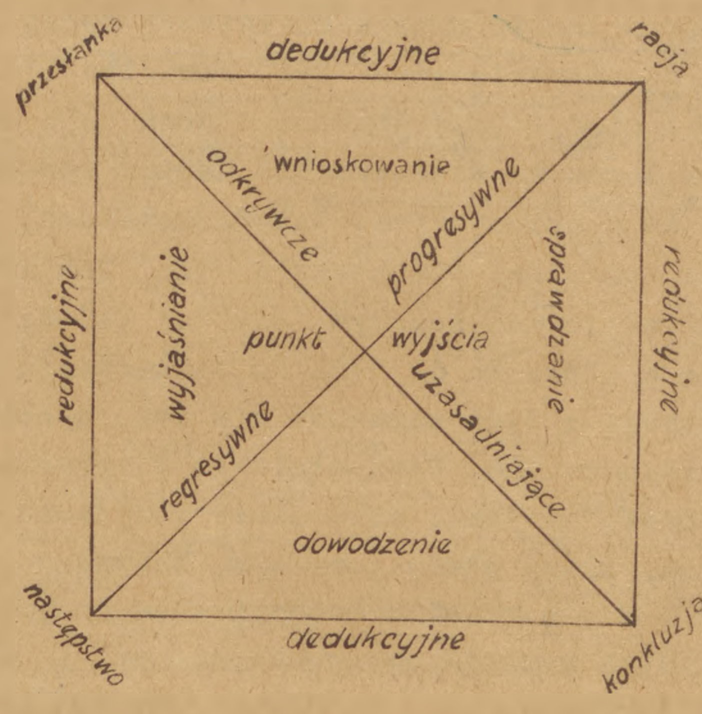
III. Progresywne - w którym punktem wyjścia jest racja, celem następstwo,

regresywne - w którym punktem wyjścia jest następstwo, celem racja.

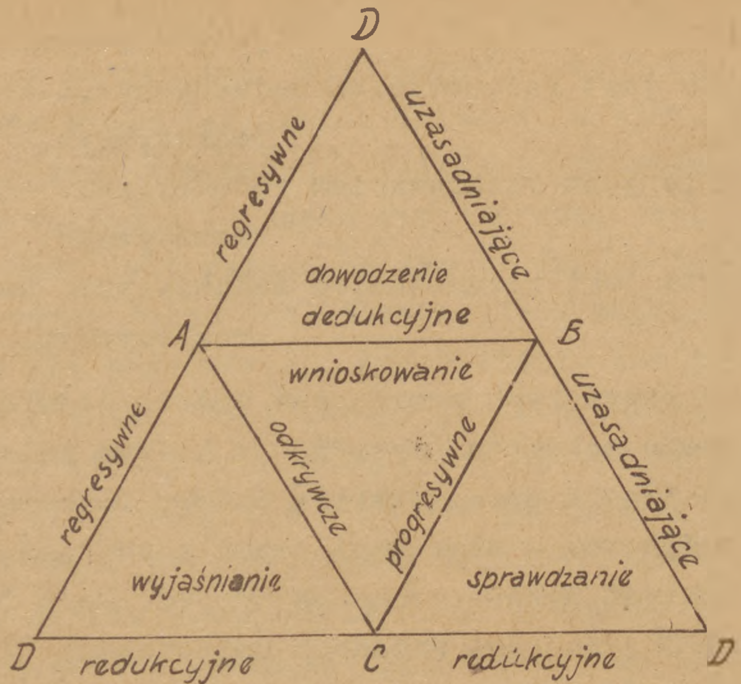
Te trzy podziały obejmują łącznie cztery rodzaje rozumowań, z których każde jest scharakteryzowane przez trzy własności:

1. Wnioskowanie jest rozumowaniem dedukcyjnym, odkrywczym, progresywnym,
2. Dowodzenie jest rozumowaniem dedukcyjnym, uzasadniającym, regresywnym.
3. Wyjaśnianie jest rozumowaniem redukcyjnym, odkrywczym, regresywnym.
4. Sprawdzanie jest rozumowaniem redukcyjnym, uzasadniającym, progresywnym.

Zapamiętanie powyższych rozróżnień będzie łatwiejsze przy pomocy poniższego schematu (rys.25), w którym pola czterech trójkątów w kwadracie przedstawiają cztery rodzaje rozumowań, a boki tych trójkątów - własności owych rozumowań. To samo przedstawia schemat przestrzenny na rys.26. Jest to siatka czworościanu ABCD, na jego ścianach umieszczamy cztery rodzaje rozumowań, sześć ograniczających je krawędzi w trzech przeciwległych parach odpowiada trojakiemu podziałowi rozumowań.



Rys.25



Rys. 26

b. Błędy rozumowania

Poprawność rozumowania wymaga spełnienia dwóch warunków: a) Przesłanki rozumowania winny być prawdziwe i należycie uzasadnione, b) między przesłankami i konkluzją winna zachodzić zależność logiczna właściwa dla danego rozumowania i powodująca, że konkluzja jest tak uzasadniona, jak to odpowiada danemu rodzajowi rozumowania, tzn. tak samo jak przesłanki w rozumowaniu dedukcyjnym, słabiej zaś niż przesłanki (prawdopodobna w stosunku do nich) w rozumowaniu redukcyjnym. Jeżeli któryś z tych warunków nie jest spełniony, powstaje błąd w rozumowaniu. Niespełnienie pierwszego warunku następuje w sposób dwojaki: albo przez przyjęcie przesłanki fałszywej, błąd, który wtedy powstaje, nazywamy b ł ę d e m m a t e r i a l n y m, albo przez przyjęcie przesłanki nieuzasadnionej. Błąd materialny popełniano np. w ubiegłych wiekach, kiedy przyjmowano jako przesłanki twierdzenia, o których później okazało się, że były błędne. Do twierdzeń tego rodzaju należała np. zasada, że skutek musi być podobny do swej przyczyny, że natura nie znosi próżni, że ziemia jest płaską tarczą itp.

Szczególna postać błędu polegającego na przyjęciu przesłanki nieuzasadnionej nosi nazwę p e t i t i o p r i n c i p i i („petitio" tutaj tyle co uroszczenie, że przesłanka jest zasadą „principium", tj. w danym przypadku wystarczającym założeniem dla konkluzji) i powstaje przez to, że jako przesłankę w dowodzie lub wyjaśnieniu przyjmuje się zdanie niedowiedzione. Często jest to bądź zdanie tej samej treści, co konkluzja, a tylko inaczej wyrażone, bądź zdanie, w którego dowodzie trzeba powołać się na konkluzję. Pierwszy przypadek zwykle występuje jako dowód lub wyjaśnienie pozorne, czysto słowne, gdy wprowadza się nazwę na oznaczenie własności ciała, polegającej na pewnym jego zachowaniu się, a później dany sposób zachowania się uzasadnia się lub wyjaśnia przez przypisanie ciału oznaczonej tą nazwą własności. Np. ciężkością ciała nazywamy własność polegającą na tym, że nie podparte spada na ziemię; ktoś, kto by uzasadniał zdanie, że ciało niepodparte spadło na ziemię, tym, że ono jest ciężkie, popełniłby petitio principii. Taki sam błąd popełnia medyk w „Chorym z urojenia", któremu Molier, chcąc wyszydzić nieuctwo, wkłada w usta rozumowanie, iż opium usypia, ponieważ posiada siłę usypiającą. Odmiana zaś petitionis principii, w której dla dowodu przesłanki trzeba powołać się na konkluzję, nazywa się b ł ę d n y m k o ł e m (circulus vitiosus in demonstrando). Błędne koło jest ukryte np. w takim rozumowaniu: A jest C, bo A jest B, zaś A jest B, bo C jest B. Gdy rozwiniemy oba entymematy na pełne sylogizmy, to otrzymamy:

Czy przyjęcie niedowiedzionej normy hipotezy w celu wyjaśnienia można uważać za petitio principii?

B jest C	oraz	C jest B
A jest B		A jest C
A jest C		A jest B

zatem A jest C uzasadniamy, przyjmując przesłankę A jest B; A jest B zostało zaś uzasadnione przy pomocy przesłanki A jest C. Podobny błąd zawiera się w rozumowaniu S jest P, bo M jest P, a M jest P, bo M jest S.

Błąd rozumowania powstający przez niezachowanie drugiego warunku, tj. przez brak zależności logicznej między konkluzją a przesłankami, nazywa się b ł ę d e m f o r m a l n y m. Błąd formalny zachodzi w przypadkach, w których bądź dobieramy dla uzasadnianego twierdzenia niewłaściwą przesłankę, błąd taki nazywa się i g n o r a t i o e l e n c h i (nieświadomość tego, co ma być dowiedzione), bądź wyprowadzamy konkluzję, która nie wynika ze zdań przyjętych jako przesłanki, jest to błąd n o n s e q u i t u r (nie wynika). Przykładem ignoratio elenchi jest np. obrona oskarżonego przez stawianie oskarżycielowi zarzutu, iż on również nie jest człowiekiem nieposzlakowanym, albo zwalczanie wniosku tym, iż wnioskodawca nie jest prawym człowiekiem. W przeważnej części przypadków tzw. a r g u m e n t a c j a a d h o m i n e m, czyli argumentacja dla uczuciowego pozyskania osoby, do której jest skierowana, i nakłonienia jej, by uznała nasze stanowisko, obarczona jest tym błędem. Przykładem błędu non sequitur jest każde rozumowanie, w którym wykraczamy przeciwko regułom rozumowania, np. przeciw regułom odwracania zdań lub prawidłom sylogizmu.

konkluzja wynika z przesłanek?

Przegląd systematyczny omówionych powyżej błędów rozumowania:

Błędy rozumowania

- Błąd w przesłankach
  - Błąd materialny
  - (przesłanka nieuzasadn.) petitio principii
    - circ. vit.
- Błąd w konsekwencji (formalny)
  - non sequitur
  - ignor. elenchi

Jeśli dobieramy niewłaściwą przesłankę (ignoratio elenchi) to błąd jest w przesłance a nie w konsekwencji.

c. Dysputa

Znajomość zasadniczych błędów rozumowania jest niezbędna w dysputach naukowych. D y s p u t a jest formą sporu, w której jeden z uczestników stawia i uzasadnia twierdzenie, drugi zaś usiłuje to twierdzenie obalić bądź wprost, bądź drogą wykazania błędu w jego uzasadnieniu. Trzeba odróżnić obalenie twierdzenia i obalenie rozumowania uzasadniającego to twierdzenie. Aby obalić twierdzenie, trzeba dowieść, że ono jest fałszywe, stosując jeden z dowodów fałszywości. Aby obalić uzasadnienie, należy wykazać, że zawiera ono błąd materialny, petitio principii lub błąd formalny. Przez obalenie twierdzenia obalamy także jego uzasadnienie, okazuje się ono bowiem niewystarczające. Natomiast wykazanie błędu w uzasadnieniu nie obala jeszcze uzasadnianego twierdzenia, lecz jedynie powoduje konieczność szukania innego uzasadnienia.

Na początku dysputy winien ten z jej uczestników, który zamierza bronić jakiegoś twierdzenia, czyli d e f e n d e n t, podać je w postaci ścisłej, to jest nie pozostawiającej wątpliwości. Może przy tym okazać się potrzeba objaśnienia lub zdefiniowania terminów zawartych w owym twierdzeniu, zilustrowania twierdzenia na przykładach, przeciwstawienia go innym zbliżonym twierdzeniom aby je od tamtych należycie odróżnić. Nadto ciąży na defendencie u wstępu dyskusji o n u s p r o b a n d i (ciężar dowodzenia), to jest obowiązek uzasadnienia twierdzenia, którego broni. Przeciwnik czyli o p o n e n t może zaatakować bądź samo twierdzenie, bądź jego uzasadnienie. Atakując uzasadnienie, winien wskazać w nim rodzaj błędu. W dysputach scholastycznych uzasadnienia były podawane w postaci sylogizmów, oponent zaś atakował uzasadnienie jedną z formuł: nego maiorem, nego minorem, nego consequentiam, zależnie od tego, czy zarzut był skierowany przeciwko przesłance większej lub mniejszej, czy też dotyczył prawidłowości sylogizmu. Przy tym może oponent albo żądać od defendenta innego uzasadnienia przesłanek, albo przeciwstawić ze swej strony tezom czyli twierdzeniom, zawartym w przesłankach, tezy przeciwne. W tym ostatnim przypadku, jak też i wtedy, gdy oponent wysuwa tezę przeciwną tezie bronionej przez defendenta, przechodzi na niego onus probandi, mianowicie jest on obowiązany uzasadnić swe twierdzenia przeciwne twierdzeniom defendenta, a zatem role defendenta i oponenta ulegają zamianie. Uzasadnienie, zaatakowane przez oponenta, może być zastąpione przez inne uzasadnienie, które z kolei staje się przedmiotem dyskusji (zazwyczaj defendent przedstawiał od razu kilka dowodów swojej tezy). Defendent jest pokonany, jeżeli oponent obali tezę stanowiącą przedmiot dysputy, albo też jeżeli oponent obali wszystkie przedstawione przez defendenta sposoby uzasadnienia, tak iż defendent nie potrafi wywiązać się z zadania, jakie nakłada nań onus probandi. Może jednak zdarzyć się, że obaj przeciwnicy, uzasadniając kolejno coraz dalsze przesłanki swych rozumowań, dojdą do twierdzeń, którym nadają charakter definicji lub aksjomatów, jako ostatecznych założeń i punktów wyjścia dla swych stanowisk. Są to najczęściej założenia natury bardzo ogólnej, znamionujące przeciwne dyspozycje poznawcze (u osób o różnych „poglądach na świat", optymistów i pesymistów, ludzi praktycznych i nieżyciowych fantastów), czasem zaś natury faktycznej, polegające na innym ujmowaniu tych samych zjawisk. Dysputa doprowadzona do takich założeń pierwotnych (res ad principia venit) ma przeto jako rezultat wyjaśnienie wzajemne stanowisk; każdy z przeciwników pozostaje przy swoim zdaniu, rozumiejąc zarazem, jakie jest stanowisko przeciwnika.

Rezultaty dysputy są l o g i c z n i e w y c z e r p u j ą c e, jeżeli została uzasadniona nie tylko prawdziwość jednego z przeciwnych twierdzeń, lecz jeżeli zarazem dysputa wykazała, jakie błędy zostały popełnione przy uzasadnianiu twierdzenia obalonego. Rezultaty są nadto w y c z e r p u j ą c e p s y c h o l o g i c z n i e, jeżeli zostały wykryte psychologiczne źródła błędów w sposób tak trafny, iż są one dostatecznie jasne zarówno dla świadków dysputy, nie biorących w niej bezpośredniego udziału, jak dla tych, którzy błąd popełnili. Obowiązkiem zaś zwycięzcy w dyspucie, umotywowanym zarówno psychologicznie jak moralnie, jest staranie, aby zwyciężonemu uczynić jak najlżejszym przyznanie się do porażki, aby mu ona była najmniej przykra. Spełniając to zalecenie obok poprzednio wymienionych osiągniemy, że dysputa stanie na prawdziwie wysokim poziomie (Hoefler).

2. Dowodzenie

1. Nowe twierdzenia, które uzyskujemy drogą wnioskowania, są już zarazem udowodnione, albowiem znamy przesłanki, z których one wynikają. Nie zawsze jednak mając nowe jakieś twierdzenie, znamy zarazem jego przesłanki. Wnioskowanie jest mało płodną metodą odkrywania, najczęściej zaś dochodzi się do nowych twierdzeń inaczej. Zazwyczaj bowiem rozważania naukowe rozpoczynają się od sformułowania zagadnienia, na które

Do tego by twierdzenie było udowodnione nie wystarcza znać przesłanki z których twierdzenie to wynika, gdyż przesłanki mogą być fałszywe lub nieuzasadnione szukamy odpowiedzi. Aby uzyskać odpowiedź, tworzymy przypuszczenia tak lub inaczej uzasadnione i ostatecznie przyjmujemy jako odpowiedź to spomiędzy owych przypuszczeń, które okaże się najlepiej uzasadnione, bądź w drodze dowodu (w naukach matematycznych), bądź przez sprawdzenie pozytywne (w naukach przyrodniczych). Właściwy przeto dla dowodzenia jest przypadek, w którym jakieś nowe twierdzenie zostało uzyskane jako przypuszczalna odpowiedź na poprzednio postawione zagadnienie (rzadziej jako pomysł, który zrodził się samorzutnie w myśli uczonego, bez wyraźnie sformułowanego zagadnienia) i twierdzenie to należy powiązać z innymi twierdzeniami danej nauki przez znalezienie wśród tamtych odpowiedniej dla niego przesłanki.

W niewielu tylko przypadkach, dowodząc jakiegoś twierdzenia, wystarczy znaleźć jego rację najbliższą, tzn. taką, z której da się ono bezpośrednio wywnioskować. Zazwyczaj dowód jest łańcuchem, którego poszczególne ogniwa łączą się ze sobą w ten sposób, iż pierwsze, licząc od dowodzonego twierdzenia, zawiera jego najbliższą rację, następne rację najbliższą owej racji, itd. aż dojdzie się do twierdzenia, które stanowi ostateczną przesłankę, czyli założenie całego dowodu. Biorąc to pod uwagę, rozróżniamy dwa typy dowodów. Typ pierwszy powstaje, gdy przechodzimy ogniwa dowodu od przesłanki ostatecznej, będącej założeniem dowodu, do dowodzonego twierdzenia; typ drugi - gdy łańcuch przebiegamy w kierunku przeciwnym. W pierwszym przypadku dowód nazywa się *progresywnym* lub *syntetycznym* (progresywnym, ponieważ postępuje ku dowodzonemu twierdzeniu, syntetycznym zaś, ponieważ dowodzone twierdzenie otrzymuje się jak gdyby przez syntezę czyli składanie przesłanek), w drugim przypadku nazywamy dowód *regresywnym* (ponieważ cofamy się w nim od twierdzenia do założenia dowodu) lub *analitycznym* (ponieważ otrzymujemy dowód, analizując twierdzenie, którego mamy dowieść).

progres.

Stosowana zwykle metoda dowodu progresywnego dla jakiegoś twierdzenia postaci „S jest P" polega na znalezieniu takiego terminu średniego M, który by razem z terminami S i P dał szukane przesłanki. Np. dla dowodu twierdzenia „niektóre metale są lżejsze od wody" trzeba znaleźć odpowiedni przykład, takim jest sód, bo sód jest lżejszy od wody i sód jest metalem, a dwie te przesłanki dają według trybu Darapti dowodzone twierdzenie jako konkluzję. W żarcie średniowiecznym dowodzi się twierdzenia „qui bene bibit, non peccat" (kto dobrze pije, ten nie grzeszy) przy pomocy terminu średniego dormit (śpi). Dowód ma postać sylogizmu hipotetycznego: Qui bene bibit, bene dormit; qui bene dormit, non peccat; ergo qui bene bibit, non peccat.

Według podobnego schematu dowodzi się np. prawa De Morgana dla koniunkcji (s.36 tw.16) CNKpqANpNq. Dowód posługuje się dwiema przesłankami. Pierwsza przesłanka CNKpqCpNq jest odmianą prawa sylogizmu dysjunktywnego (s.35 tw.13), można ją wypowiedzieć w następujących słowach: Jeżeli nie zarazem p i q, to jeżeli p, to nie q. Dobraliśmy tę przesłankę w taki sposób, by mieć w niej ten sam poprzednik, który występuje w dowodzonym twierdzeniu. Druga przesłanka brzmi CCpNqANpNq: jest to twierdzenie odwrotne do prawa sylogizmu alternatywnego (s.35 tw.12) ze zmianą p na Np oraz q na Nq. Sens tego twierdzenia uprzytomni następujący przykład: Jeżeli pójście do teatru pociągnie za sobą, że nie będę miał czasu na napisanie listu, to zachodzi jedna z dwóch ewentualności, nie będę w teatrze lub nie będę miał czasu na napisanie listu. W tej drugiej przesłance poprzednik jest równy następnikowi pierwszej przesłanki; stosując sylogizm hipotetyczny, otrzymuje się z obu przesłanek twierdzenie, które należało udowodnić, a tak dowód został przeprowadzony.

Do tego samego typu należy forma dowodu progresywnego, w której - mając udowodnić twierdzenie matematyczne w postaci równania L = P - poddajemy lewą stronę równania przekształceniom dopóty, aż otrzymamy prawą stronę: $L = L_1 = L_2 = \ldots = P$. Dowód składa się z ogniw następujących:

$$\dfrac{\begin{array}{c} L = L_1 \\ L_1 = L_2 \end{array}}{L = L_2} \qquad \dfrac{\begin{array}{c} L = L_2 \\ L_2 = L_3 \end{array}}{L = L_3} \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \qquad \dfrac{\begin{array}{c} L = L_n \\ L_n = P \end{array}}{L = P}$$

Tak dowodzi się, że $a^m \cdot b^m = (ab)^m$, powołując się na przemienność mnożenia w sposób następujący:

$$a^m . b^m = \frac{a.a.\ldots.a}{m\ \text{razy}} . \frac{b.b.\ldots.b}{m\ \text{razy}} = \frac{(ab).(ab).\ldots.(ab)}{m\ \text{razy}} = (ab)^m$$

W dowodach tego typu wskazówką dla doboru naczelnej przesłanki jest budowa lewej strony dowodzonego twierdzenia; dalsze zaś przesłanki dobiera się według prawej strony przesłanki poprzedniej, tak zaś zamienia się dowodzenie na wnioskowanie, w którym powołujemy się na przechodniość stosunku między lewą i prawą stroną dowodzonego twierdzenia (implikacji lub równoważności między zdaniami, równości lub mniejszości czy większości między wielkościami).

Przeprowadzenie dowodu udaje się dopiero wtedy, gdy potrafimy uchwycić jego myśl zasadniczą zwaną n e r w e m d o w o d u (nervus probandi), dzięki której staje się on jakby układem spoistym, zwartą całością, złożoną z poszczególnych członów jako elementów. Nerwem dowodu w przykładzie z rachunku zdań wyżej podanym jest myśl, iż zarówno koniunkcja jak alternatywa daje się wyrazić przez implikację, a przeto implikacja stanowi jak gdyby przejście między nimi, pozwalające zastosować sylogizm hipotetyczny. Dlatego przystępując do zbudowania dowodu trzeba dążyć przede wszystkim do uchwycenia nerwu dowodu, aby jego całość ująć niejako jednym rzutem oka; dopiero potem można przystąpić do opracowania dowodu w szczegółach. To samo dotyczy zapamiętywania dowodów już przeprowadzonych: trzeba pochwycić nerw dowodu, aby go należycie zapamiętać.

2. W dowodzie regresywnym cofamy się, wychodząc od dowodzonego twierdzenia i szukając dla niego racji drogą jego przekształcania: np. żaden uczciwy człowiek nie kłamie, bo żaden kłamca nie jest uczciwym człowiekiem. Dowód dzieje się tu przez proste odwrócenie, którego wynik uważamy za wystarczającą przesłankę. Bardziej złożony jest następujący dowód twierdzenia z algebry szkolnej:

$$\frac{a + b}{c} = \frac{a}{c} + \frac{b}{c} \qquad (p)$$

Według definicji ilorazu twierdzenie p jest prawdziwe, jeżeli:

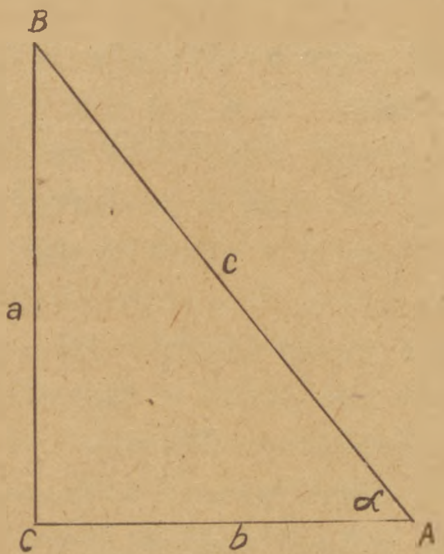
$$a + b = \left(\frac{a}{c} + \frac{b}{c}\right) \cdot c \qquad (q) \quad \text{zatem } Cqp$$

$$a + b = \frac{a}{c} \cdot c + \frac{b}{c} \cdot c \qquad (r) \qquad Crq$$

$$a + b = a + b \qquad (s) \qquad Csr$$

p wynika z q, q wynika z r, r wynika z s, s jest prawdziwe, przeto także p jest prawdziwe.

Inny przykład dowodu regresywnego:



Rys.27

$$\sin^2 a + \cos^2 a = 1 \qquad (p)$$

$$\left(\frac{a}{c}\right)^2 + \left(\frac{b}{c}\right)^2 = 1 \qquad (q)$$

$$\frac{a^2}{c^2} + \frac{b^2}{c^2} = 1 \qquad (r)$$

$$a^a + b^2 = c^2 \qquad (s)$$

s - Csr - Crq - Cqp przeto p

W obu przykładach znaleźliśmy racje dla dowodzonego twierdzenia, przekształcając to twierdzenie na wyrażenia z nim (według praw rachunku) równoważne. Dowód regresywny powyższej postaci zazwyczaj stosujemy w tych tylko przypadkach, w których są możliwe takie równoważne przekształcenia, pozwalają one bowiem na przemianę dowodzenia we wnioskowanie: wnioskujemy, gdy analizując twierdzenie, które mamy udowodnić, znajdujemy jego równoważne z nim racje i wnioskujemy w kierunku odwrotnym, aby uzyskać to twierdzenie jako wniosek ze znalezionych racji.

Inną odmianą dowodu regresywnego jest d o w ó d n i e w p r o s t, zwany także dowodem p r z e z s p r z e c z n o ś ć albo dowodem a p a g o g i c z n y m (tzn. przez wnioskowanie). W dowodzie takim zamieniamy również dowodzenie na wnioskowanie, lecz zamiast szukać racji dla twierdzenia p, które ma być dowiedzione, przyjmujemy za

Dlaczego dowód apagogiczny uważa się za regresywny?

punkt wyjścia jego zaprzeczenie Np. Opieramy się zaś przy tym na prawie sylogizmu destrukcyjnego (s.35 tw.11); szukamy mianowicie zdania q, które by z Np wynikało i było fałszywe. Otrzymujemy w ten sposób przesłanki dla sylogizmu destrukcyjnego, który okazuje, że Np jest fałszywe - a przeto według odwrotnego prawa podwójnego przeczenia (s.32 tw.5) p jest prawdziwe.

Przykładem dowodu niewprost jest poniższe rozumowanie, według którego proste AB i CD, równoległe do prostej MN na tej samej płaszczyźnie, są także do siebie równoległe (p). Przypuśćmy, że dwie proste AB i CD, równoległe do prostej MN na tej samej płaszczyźnie, nie są do siebie równoległe (Np), przeto przecinają się w jakimś punkcie P; w takim razie przez punkt P, leżący obok prostej MN, przechodzą dwie proste do niej równoległe (q). Lecz według jednego z aksjomatów geometrii płaszczyzny przez punkt leżący obok prostej MN przechodzi tylko jedna prosta do niej równoległa, więc q jest fałszywe.

Jako drugi przykład niech służy dowód twierdzenia, że liczb pierwszych jest nieskończenie wiele (tzn. ilekolwiek weźmiemy liczb pierwszych, istnieje ich więcej niż wzięliśmy). Niech przeto będą dane jakiekolwiek liczby pierwsze, okażemy, że istnieje liczba pierwsza od nich różna. Przypuśćmy, że najmniejsza wspólna wielokrotność danych liczb pierwszych jest a. Utwórzmy liczbę a+1, jest ona pierwsza albo nie jest pierwsza. Jeżeli liczba a+1 jest liczbą pierwszą, to jako większa od a jest także większa od każdej z danych liczb pierwszych, a więc od nich różna, mamy przeto żądaną liczbę. Jeżeli zaś a+1 nie jest liczbą pierwszą, to posiada dzielnik pierwszy. Niech b będzie dzielnikiem pierwszym liczby a+1. Twierdzimy, że b jest różne od każdej z danych liczb pierwszych (p), i tego właśnie dowodzimy niewprost. Przypuśćmy mianowicie, że b jest jedną z danych liczb pierwszych (Np) - w takim razie dzieli ona a, więc dzieli i różnicę liczb a+1 oraz a tj. liczbę 1 (q). To jednak jest niemożliwe, a tak udowodniliśmy, że b jest różne od każdej z danych liczb pierwszych.

Dowód niewprost występuje niekiedy w odmianie opartej na tw.20 (s.37) rachunku zdań CCNppp jako zasadzie. Podane tam przykłady ilustrują tę postać dowodu.

Mówiliśmy dotychczas o dowodach prawdziwości twierdzeń, zdarza się jednak także, że stajemy przed zadaniem d o w o d u f a ł s z y w o ś c i jakiegoś twierdzenia (Np). Zadanie takie rozwiązuje się najczęściej przez dowód regresywny niewprost w ten sposób, iż dowodzi się prawdziwości twierdzenia p, sprzecznego z twierdzeniem, którego fałszywość mamy udowodnić. Gdy dowód twierdzenia p zostanie dokonany, wtedy wnioskujemy o fałszywości Np według zasady podwójnego przeczenia (s.31 tw.4). Często mamy do czynienia z fałszywymi uogólnieniami: Każde S jest P (np. twierdzi może jakiś pesymista, że każdy człowiek kłamie). Dla dowodu fałszywości takiego uogólnienia trzeba dowieść prawdziwości zdania z nim sprzecznego, tzn. zdania „niektóre S nie są P" (s.87 Tabl.opozycji, 10), tego zaś dowodzimy empirycznie przez powołanie się choćby na jeden przykład z doświadczenia (tak twierdzenie owego pesymisty obalimy wskazując, że ten lub ów człowiek jest prawdomówny). Krótka zatem reguła dowodu fałszywości twierdzenia ogólnego brzmi: Twierdzenie ogólne obalamy przez przykład przeciwny.

Jaka jest zasada, gdy twierdzenie, dowo- którego fałszywości dowodzimy ma postać „p" (nie: Np)

Dowód niewprost fałszywości twierdzenia p ma czasem za zasadę prawo Claviusa CCpNpNp (s.37 tw.19), jak okazuje przykład przytoczony w objaśnieniu tego twierdzenia.

Czy to jest prawo Claviusa?

Innym sposobem dowodu fałszywości jakiegoś twierdzenia jest jego sprawdzenie negatywne przez sylogizm destrukcyjny: jeżeli mianowicie w związku racji do następstwa fałszywe jest następstwo, to wnosimy stąd, że również racja jest fałszywa. Sprawdzanie negatywne odbywa się przeto w ten sposób, iż wysnuwamy konsekwencje ze sprawdzanego twierdzenia; jeżeli znajdzie się między nimi fałszywa, to fałszywe również jest sprawdzane twierdzenie. Tak np. sprawdżamy twierdzenie $\frac{a}{b} = c$ przez wysnucie zeń konsekwencji $b \cdot c = a$; jeżeli to zdanie okaże się fałszywe, to zły był wynik dzielenia, podany w jego racji.

Przegląd systematyczny objaśnionych odmian dowodzenia:

Dowodzenie

- prawdziwości
  - dow.analit. (regres.)
    - wprost
    - niewprost
      - przez syl. destrukcyjny
        CKCNpqNqNNp
        CNNpp
      - przez pr. Claviusa
        CCNppp
  - dow.syntet. (progres.)
- fałszywości
  - przez podw. negację
    CpNNp
  - przez syll.destr. lub przez pr.Claviusa

3. Wyjaśnianie

1. Wyjaśnianie jest rozumowaniem redukcyjnym, odkrywczym i regresywnym. Stwierdziwszy jakieś q, pytamy „dlaczego q?" - odpowiedzią jest podanie racji p dla zdania q. Członami wyjaśniania są związek racji do następstwa Cpq, przesłanka q oraz konkluzja p. Ale jak wiemy z prawdziwości następstwa nie można wnioskować o prawdziwości racji, przeto bieg rozumowania przybiera tutaj postać swoistą, wymagającą wprowadzenia pojęcia p r a w d o p o d o b i e ń s t w a.

W matematycznej teorii prawdopodobieństwa rozważa się prawdopodobieństwo zdarzeń, w logice mówi się o prawdopodobieństwie zdań. Aby określić prawdopodobieństwo zdania, trzeba je włączyć w pewien zbiór zdań; tak np. gdy pytamy, jakie jest prawdopodobieństwo zdania, że pewna osoba 30-letnia dożyje 60 roku życia, trzeba wziąć pod uwagę wszystkie znane nam tej treści twierdzenia o osobach trzydziestoletnich i zbadać (służą do tego celu statystyki ubezpieczeniowe), w ilu przypadkach zdania tego rodzaju okazały się prawdziwe; stosunek liczby zdań prawdziwych w danym zbiorze do liczby wszystkich zdań zbioru jest miarą lub stopniem prawdopodobieństwa dla przytoczonego zdania.

Jeżeli pytamy o prawdopodobieństwo racji, mając prawdziwe jej następstwo jako przesłankę, to zbiorem zdań, w którego obrębie określamy owo prawdopodobieństwo, jest określony w danej dziedzinie badań zbiór wszystkich racji przesłanki. Wśród tych racji są różne zdania fałszywe, ale są też zdania prawdziwe. Każda przeto racja, której prawdziwości nie znamy, może być prawdziwa, tzn. jest prawdopodobna w stopniu równym stosunkowi liczby zdań prawdziwych wśród racyj przesłanki do liczby wszystkich, jej racyj. Np. stwierdzam, że żarówka w lampie stołowej nie świeci; szukając wyjaśnienia, biorę pod uwagę możliwe racje, jest ich kilka: popsuła się żarówka, wtyczka nie kontaktuje z przewodami w gniazdku, przepalone są bezpieczniki, prąd został wyłączony. Każda z tych racyj (mogą być jeszcze inne) posiada pewien stopień prawdopodobieństwa. Stopień prawdopodobieństwa tej samej racji ze względu na różne jej następstwa jako przesłanki bywa różny, bo dla każdej przesłanki inny jest zbiór jej racji. Jeżeli więc jakieś zdanie może być racją dla jakiejś jednej i drugiej przesłanki, to każdym razem jego stopień prawdopodobieństwa obliczamy w obrębie innego zbioru racji; np. przesłanki, dla których szukam wyjaśnienia, że żarówka nie świeci i że grzejnik nie działa, mogą mieć wspólną rację, że prąd jest wyłączony, ale możliwe są inne różne racje dla jednej i drugiej przesłanki, kontakt źle włączony, nieodpowiednie dla tego grzejnika napięcie sieci itp., które sprawiają, że wspólna racja ma różny stopień prawdopodobieństwa ze względu na każde ze swych następstw jako przesłankę.

Czy każda implikacja prawdopodobieństwowa jest odwróceniem zwykłej implikacji?

Wprowadźmy nowy symbol „$C_u qp$", który czytamy „jeżeli q, to prawdopodobnie p w stopniu u". Związek oznaczony tym symbolem nazywamy i m p l i k a c j ą p r a w d o p o d o b i e ń s t w o w ą. Jest on jak gdyby odwróceniem implikacji Cpq, przestawieniem jej członów bez transpozycji kosztem zmiany związku prawdziwościowego na słabszy związek prawdopodobieństwowy. Zarazem zaś jest on również w pewnym sensie uogólnieniem implikacji Cqp; mianowicie zachodzi w każdym przypadku, w którym prawdą jest Cpq, podczas gdy Cqp zachodzi tylko wówczas razem z Cpq, gdy p i q są równoważne.

Wyjaśnienie jest przeto uprawnionym rodzajem rozumowania na tej podstawie, że jeżeli p jest racją dla q, to q czyni tę rację zdaniem prawdopodobnym w jakimś stopniu u. Zależność tę zapiszemy w postaci twierdzenia

$$CCpq(Eu)C_u qp$$

które czytamy: Jeżeli p jest racją dla q, to istnieje takie u, iż jeżeli q, to prawdopodobnie p w stopniu u. Symbol (Eu) jest kwantyfikatorem szczegółowym, wiążącym zmienną u, która przybiera wartości liczbowe w przedziale 0 - 1.

Twierdzenie powyższe pozwala ująć wyjaśnienie w schemat wnioskowania, w którym ono występuje jako zasada. Schemat inferencyjny (s.43)

$$\frac{\begin{array}{c}Cab\\ a\end{array}}{b}$$

po podstawieniu a/Cpq, b/(Eu)$C_u$qp, otrzymuje postać:

$$\frac{\begin{array}{c}CCpq(Eu)C_uqp\\ Cpq\end{array}}{(Eu)C_uqp}$$

Schemat ten wskazuje, że właściwa konkluzja wyjaśniania, gdy przesłanką wyjaśnianą jest q, brzmi: „Jeżeli q, to prawdopodobnie p w pewnym stopniu u". Zazwyczaj wypowiada się konkluzję nie w tym pełnym sformułowaniu, lecz w postaci skrótowej „prawdopodobnie p", nie wymieniając ani poprzednika q implikacji prawdopodobieństwowej, ani stopnia prawdopodobieństwa. Trzeba jednak pamiętać, ze względu na jaką przesłankę uznaje się prawdopodobieństwo zdania p; różne bowiem przesłanki dają prawdopodobieństwa różne co do stopnia.

Konkluzja p, którą uzyskujemy przez wyjaśnianie, jest zatem wątpliwa, nie jest przez swą przesłankę całkowicie uzasadniona, stopień jej prawdopodobieństwa jest początkowo w wielu przypadkach nieznaczny. Wymaga ona dodatkowego uzasadnienia przez dobieranie nowych przesłanek wśród jej następstw, aby zwiększyć jej stopień prawdopodobieństwa. Dobieranie przesłanek dla danej konkluzji wśród jej następstw jest już nie wyjaśnianiem, lecz konfirmacją, tj. rozumowaniem uzasadniającym. Wyjaśnianie i sprawdzanie łączą się w ten sposób bezpośrednio ze sobą.

2. Rozmaite odmiany wyjaśniania powstają, gdy zdaniom q i p nadajemy rozmaite postaci. Jeżeli p jest zdaniem ogólnym SaP (każde S jest P), q zaś zdaniem szczegółowym SiP (pewne S jest P) pozostającym do SaP w stosunku subalternacji, wy-

jaśnianie nazywamy w y j a ś n i a n i e m p r z e z p r a w o. Prawem jest zdanie SaP, każde zaś zdanie SiP stwierdza jakiś przypadek szczegółowy podpadający pod tamto prawo; tak np. stwierdziwszy, że ten, tamten i ów przedmiot żelazny pod działaniem wilgoci rdzewieje (SiP), podporządkowujemy te szczegółowe przypadki pod prawo ogólne: Każdy przedmiot żelazny pod działaniem wilgoci rdzewieje (SaP).

Czasem jednak związek między prawem ogólnym i pewnymi przypadkami, które dają się jemu podporządkować, nie jest tak prosty, jak w powyższym przykładzie. Po odkryciu zjawisk uginania się oraz interferencji światła stała się widoczna analogia między zachowaniem się promienia świetlnego i zachowaniem się fali liniowej w ośrodku sprężystym, pozwalająca podporządkować zjawiska świetlne pod znane już wówczas (z początkiem XIX w.) prawa ruchu falowego. Aby to uczynić, a zarazem wyjaśnić, dlaczego promień światła posiada owe własności, trzeba było uciec się do przypuszczenia przyjmującego falową naturę promienia świetlnego. Schemat wyjaśnienia w tym przypadku był następujący: Racja p była koniunkcją dwóch zdań, prawa MaP (fala liniowa wykazuje zjawiska uginania się i interferencji) oraz zdania SaM (promień światła jest falą liniową), stanowiącego w tym przypadku właściwe odkrycie naukowe, podporządkowującego zjawiska świetlne pod powyższe prawo; nazywa się je hipotezą jako pars pro toto, tj. biorąc jednak składnik hipotezy we właściwym znaczeniu, tutaj najważniejszy za całą hipotezę wobec tego, że drugi jej składnik - prawo - był znany z góry. (Termin hipoteza w klasycznej terminologii logicznej oznacza poprzednik okresu warunkowego, teza - następnik). Teza q, stanowiąca empiryczną przesłankę rozumowania, ma postać SaP (każdy promień światła wykazuje zjawiska uginania się i interferencji) i jest rezultatem uogólnienia wielu poszczególnych obserwacji postaci SiP. Takie uogólnienia bywają nazywane p r a w a m i r e j e s t r u j ą c y m i. Omawiany typ wyjaśniania daje się przeto ująć w schemat

$$\begin{array}{ll} M\,a\,P & \text{(prawo)} \\ \underline{S\,a\,M} & \text{(hipoteza)} \\ S\,a\,P & \text{(empiryczna przesłanka rozumowania-prawo rejestrujące)} \end{array}$$

i jest *wyjaśnianiem przez hipotezę* (w przeciwieństwie do wyjaśniania przez prawo), hipotezę zaś nazwiemy tu *hipotezą przyrodniczą*, ponieważ najczęściej spotykamy takie hipotezy w naukach przyrodniczych. Mają one postać zdań ogólnych, podporządkowujących pewną dziedzinę faktów o charakterystycznych własnościach pod jakieś, znane skądinąd, prawo ogólniejsze.

Inny typ wyjaśniania przez hipotezę powstaje, gdy zdanie wyjaśniane q i hipoteza p są zdaniami o indywidualnych faktach, a prawo wyjaśniające pozostaje często niesformułowanym wyraźnie związkiem empirycznym z zakresu uogólnień potocznych obserwacji, jakimi rozporządza tzw. człowiek doświadczony w różnych dziedzinach praktyki życiowej. U podstawy wyjaśniania leży tu następujący schemat logiczny

$$\frac{\begin{array}{c}\text{Jeżeli } p \text{, to } q\\ p\end{array}}{q}$$

Np. stwierdziwszy, że na list który wysłałem, nie otrzymałem od adresata odpowiedzi, stawiam hipotezę, że adresat nie otrzymał listu, opierając się na domyślnej zależności, iż kto listu nie otrzymał, nie może nań odpowiedzieć. Hipotezy tego rodzaju będziemy nazywali *hipotezami historycznymi*.

Hipotezy historyczne są główną częścią wiedzy o przeszłości. Wszelkie zdania o faktach minionych, których nie możemy w nauce ponownie zaobserwować, mają charakter hipotetyczny. Hipotezami historycznymi są przeto wszelkie rekonstrukcje z przeszłości, które historia tworzy na podstawie badań pomników historycznych, ruin, wykopalisk i innych śladów bezpowrotnie minionych zdarzeń. Do hipotez historycznych w tym sensie należą rekonstrukcje języków, którymi mówili przodkowie dzisiejszych ludów (np. języka prasłowiańskiego, praindoeuropejskiego i in.), rekonstrukcje zaginionych utworów literackich itp. Wprawdzie zainteresowanie historyka dotyczy najczęściej rekonstrukcji samej dla siebie, a nie tego, że ona wyjaśnia zabytki historyczne, to jednak nie zmienia schematu rozumowania. Inną dziedziną hipotez historycznych są hipotezy astrofizyczne i geologiczne, wyjaśniające powstanie układu słonecznego i przeszłości ziemi. Hipotezami historycznymi w metodologicznym znaczeniu tego terminu, jakie przyjęliśmy wyżej przy jego określeniu, są twierdzenia dotyczące faktów z życia psychicznego innych ludzi lub zwierząt, jeżeli stawia się je dla wyjaśnienia zachowania się tych istot. Wreszcie hipotezami historycznymi są wszelkie zdania, w których domyślamy się według praw przyczynowych przyczyn dla indywidualnych zdarzeń: takie hipotezy stawia np. inżynier, aby wyjaśnić uszkodzenie maszyny, sędzia śledczy, dążący do wyświetlenia przebiegu zbrodni, lekarz, gdy szuka przyczyny objawów chorobowych. Można by powiedzieć z grubsza, że hipoteza historyczna podaje genezę lub przyczynę zjawiska, stwierdzonego w wyjaśnianym zdaniu obserwacyjnym, podczas gdy hipoteza przyrodnicza klasyfikuje odnośne zjawisko, przypisując mu pewną cechę.

4. Prawa naukowe

Prawa naukowe wypowiada się w formie bądź zdań warunkowych, bądź zdań kategorycznych ogólnych. Omawiając poprzednio zdania złożone, przyjęliśmy, iż w zdaniu warunkowym „jeżeli p, to q" stwierdza się związek implikacyjny między dwoma zdaniami p i q. Podobnie przyjęliśmy, mówiąc o zdaniach kategorycznych, że zdanie „każde S jest P" stwierdza stosunek subsumcji między terminami S i P. Gdybyśmy tak rozumieli prawa naukowe, to opisywalibyśmy je, mówilibyśmy o nich samych, wygłaszalibyśmy przeto twierdzenia, należące do metateorii tych nauk, które posługują się prawami naukowymi, aby wypowiadać twierdzenia o badanych przedmiotach. Prawa naukowe w poszczególnych naukach należy natomiast rozumieć jako twierdzenia o związkach między przedmiotami lub faktami, zdarzeniami, zjawiskami itp.: zdanie „dwie przekątne kwadratu są względem siebie prostopadłe" można wprawdzie rozumieć metateoretycznie w ten sposób, iż stwierdza ono stosunek podrzędności między zbiorem par przekątnych w kwadratach i zbiorem par odcinków względem siebie prostopadłych, jednakże w rozumowaniach geometrycznych rozumiemy je jako stwierdzenie stosunku prostopadłości między przekątnymi kwadratu; podobnie w arytmetyce rozumiemy zdanie „3 jest mniejsze od 4" nie jako stwierdzenie stosunku podrzędności między zakresem trójek i zakresem liczb mniejszych od czwórki, lecz jako stwierdzenie stosunku mniejszości między 3 i 4; zdanie zaś „gazy ogrzewane pod stałym ciśnieniem zwiększają swoją objętość" rozumiemy nie jako stwierdzenie podrzędności między zakresem przypadków ogrzewania pewnej masy gazu pod stałym ciśnieniem i zakresem przypadków zwiększenia się objętości ciała ogrzewanego, lecz jako stwierdzenie zależności między ogrzewaniem i zmianą objętości tej samej próbki ciała gazowego.

Zależności między faktami itp. stwierdzane w prawach naukowych mogą być rozmaicie pojmowane. W potocznym życiu spotykamy się najczęściej z poglądem, który jako pogląd naukowy historycznie poprzedza poglądy odmienne i w myśl którego pojmuje się związki między faktami jako z a l e ż n o ś c i p r z y c z y n o w e. Pogląd taki bywa nazywany k a u z a l i z m e m (od causa - przyczyna). O zależności przyczynowej między dwoma faktami mówimy wówczas, gdy wierzymy, że pierwszy z nich jako przyczyna wywołuje działaniem swoim drugi jego skutek. Określenie tej zależności jest bardzo trudne; wyrażenia takie, jak „działanie", „wywoływanie", zaczerpnięte z dziedziny stosunków międzyludzkich, mają w odniesieniu do związku przyczynowego znaczenie obrazowe lub przenośne. Przejaw działania przyczynowego upatrujemy w stałości współistnienia lub następstwa faktów. Jednakże spostrzegając występujące w regularnym połączeniu, jednoczesne lub bezpośrednio po sobie następujące fakty, nie spostrzegamy żadnego poza tym związku między nimi, który by miał być związkiem przyczynowym; z samej zaś znajomości faktu nie można stwierdzić, ani jaka była jego przyczyna, ani jakie są jego skutki.

Owa niejasność związku przyczynowego jest jednym z powodów, które sprawiają, że nauka dąży do znalezienia innego sposobu ujęcia związków między faktami, stwierdzanych w prawach naukowych. Drugim powodem jest to, że nie każde zdanie ogólne, które można rozumieć jako prawo naukowe, daje się interpretować przyczynowo. Zdania takie jak „przyśpieszenie dośrodkowe przy ruchu jednostajnym po obwodzie koła jest wprost proporcjonalne do kwadratu prędkości liniowej i odwrotnie proporcjonalne do promienia koła", lub „jeżeli nazwa roku jest liczbą podzielną przez cztery, to jest on rokiem przestępnym" i inne podobne są prawami, natomiast nie nadają się do pojmowania przyczynowego. Dlatego kauzalizm ustępuje miejsca innym sposobom rozumienia związków między faktami, wyrażanych w prawach naukowych.

Fizyka i inne nauki, ujmujące badane przez siebie zjawiska ilościowo w jednostkach miary, nadają prawom naukowym postać wyrażeń matematycznych, w których zależności między zjawiskami są przedstawione jako zależności funkcyjne; np. funkcja $a = \frac{v^2}{r}$ przedstawia podaną wyżej jako przykład zależność między przyspieszeniem dośrodkowym a, prędkością liniową v ruchu jednostajnego po kole i promieniem koła r, a funkcja pv = const. jest wyrażeniem matematycznym zależności między prężnością p i objętością v określonej masy gazu przy stałej temperaturze (prawo Boyle'a). Zależności między zjawiskami dające się przedstawić w postaci funkcji matematycznych, nazywamy *zależnościami funkcyjnymi*. Pogląd zaś, według którego tylko te zależności między zjawiskami, które dają się przedstawić w postaci funkcji matematycznych, podlegają ujęciu w prawach naukowych, nazywa się *funkcjonalizmem*.

Funkcjonalizm zacieśnia pojęcie prawa naukowego do zakresu nauk, które posługują się matematyką - taką jest przede wszystkim fizyka. Jednakowoż w wielu naukach, np. w biologii, psychologii i innych, wzory matematyczne mają tylko bardzo ograniczone zastosowanie. W tych przeto naukach spotykamy się z innym ujęciem zależności między faktami. Mianowicie rozróżnia się dwa rodzaje zależności: zależność, w której jedno zjawisko jest dla drugiego *warunkiem wystarczającym*, oraz zależność, w której jedno zjawisko jest dla drugiego *warunkiem koniecznym*. Zjawisko a nazywamy zaś warunkiem wystarczającym dla zjawiska b zawsze i tylko, jeżeli w każdym przypadku, w którym występuje zjawisko a, występuje także zjawisko b. Zjawisko a nazywamy warunkiem koniecznym dla zjawiska b zawsze i tylko, jeżeli w żadnym przypadku, w którym nie występuje zjawisko a, nie występuje także zjawisko b.

Np. warunkiem wystarczającym dla zabicia zwierzęcia kręgowego jest obcięcie mu głowy. Nie jest to jednak warunek konieczny, gdyż można zwierzę uśmiercić bez obcięcia mu głowy. Warunkiem koniecznym dla wyrośnięcia rośliny jest skiełkowanie nasienia; nie jest to jednak warunek wystarczający, albowiem skiełkowane nasienie nie wyrośnie bez odpowiednich warunków fizycznych gleby, temperatury, wilgotności; ogół tych warunków koniecznych tworzy warunek wystarczający. W spostrzeżeniu wyobrażenie spostrzegawcze jest dla przekonania spostrzeżeniowego warunkiem koniecznym jako jego podstawa, a zarazem jako motyw jego warunkiem wystarczającym.

Prawo naukowe postaci „jeżeli a, to b" stwierdza przeto, że a jest warunkiem wystarczającym dla b. Zarazem według zasady transpozycji zdanie powyższe jest równoważne zdaniu „jeżeli nie b, to nie a", to zaś jest stwierdzeniem, że b jest warunkiem koniecznym dla a. Jak widać stąd, warunki konieczne i wystarczające są tak związane ze sobą, że jeżeli a jest warunkiem wystarczającym dla b, to b jest warunkiem koniecznym dla a - i odwrotnie. Np. warunkiem wystarczającym dla zwiększenia prężności pewnej masy gazu przy stałej temperaturze jest zmniejszenie jego objętości; na odwrót warunkiem koniecznym zmniejszenia objętości gazu w tych samych okolicznościach jest zwiększenie prężności, bez tego zmniejszenie objętości nie nastąpi. Zdanie kategoryczne „każde S jest P" jest równoważne zdaniu warunkowemu „jeżeli coś jest S, to jest P"; posiadanie własności S jest przeto warunkiem wystarczającym dla posiadania własności P, a posiadanie własności P warunkiem koniecznym dla posiadania własności S.

Pogląd, według którego prawa naukowe stwierdzają warunki konieczne lub wystarczające występowania zjawisk, nosi nazwę k o n d y c j o n a l i z m u (conditio - warunek). Kondycjonalizm jest najdogodniejszą formą interpretacji praw naukowych, ponieważ daje się zastosować do każdego prawa, mającego postać zdania warunkowego lub zdania kategorycznego ogólnego, nawet do zdań matematycznych, np. zdanie „każda liczba podzielna przez 6 jest podzielna przez 3" stwierdza, że podzielność przez 6 jest warunkiem wystarczającym podzielności przez 3, a podzielność przez 3 warunkiem koniecznym podzielności przez 6. W zastosowaniu do faktów używa się również terminu „przyczyna" zamiast „warunek wystarczający"; tak będziemy posługiwać się nim nadal, pamiętając jednak, że jest to szersze znaczenie terminu „przyczyna" aniżeli to, które jest przyjęte w kauzalizmie. Przyczyny, jeżeli jest ich więcej, występują alternatywnie, tzn. każda z nich z osobna i niezależnie od pozostałych jest wystarczającym warunkiem powstania skutku; przyczyną pożaru może być iskra z ogniska, piorun, zwarcie przewodów prądu elektrycznego, rozkład pirytu w kopalni węgla - żadna z nich nie jest dla skutku konieczna, może być bowiem zastąpiona przez inną. Natomiast skutek jest dla przyczyny konieczny, nie ma przyczyny bez właściwego dla niej skutku, a jeżeli pewna przyczyna daje różne skutki, to wszystkie one występują przy niej łącznie.

W związku z dwojakim rozumieniem zdań warunkowych i ogólnych zdań kategorycznych, czy to jako sformułowań dla związków międzyzdaniowych lub międzynazwowych, czy to jako sformułowań dla związków między faktami, może być również wyjaśnianie dwojako rozumiane: mianowicie gdy pytamy „dlaczego", pytamy albo o rację zdania, albo o przyczynę stwierdzonego w tym zdaniu faktu, chcemy wyjaśnić bądź zdanie, bądź fakt. Wyjaśnienie przez prawo jest wyjaśnieniem pierwszego rodzaju, gdyż prawo można rozumieć tylko jako rację dla zdania o fakcie, które chcemy wyjaśnić. Wyjaśnienie zaś przez hipotezę można rozumieć na oba sposoby: jeżeli hipotezę traktujemy jako zdanie w supozycji materialnej, to jest ona racją dla zdania o fakcie, jeżeli natomiast bierzemy hipotezę w supozycji zwykłej na stwierdzenie faktu, który jest przyczyną faktu wyjaśnianego, to podanie tej przyczyny jest szukanym wyjaśnieniem. Odpowiadając na pytanie, dlaczego owoce są tanie w tym roku, przez podanie prawa „w lata urodzajne owoce są tanie", podajemy rację dla zdania „owoce są tanie w tym roku"; odpowiadając zaś hipotezą, że rok był urodzajny, podajemy bądź rację „rok był urodzajny" dla zdania „owoce są tanie w tym roku", bądź przyczynę, mianowicie dobry urodzaj dla faktu, że owoce są tanie.

Jeśli „przyczynę" rozumie się jako „warunek wystarczający" to podając prawo „w lata urodzajne owoce są tanie" podajemy ~~przyczynę~~ taniości owoców w tym roku. Wystarczy bowiem aby w każdym roku urodzajnym były tanie owoce do tego, aby w tym urodzajnym roku były także tanie.

5. Indukcja

Dlaczego indukcję uważa się za wyjaśnianie?

1. Często stosowaną metodą wyjaśniania przez prawo jest *indukcja*. Prawa uzyskane tą metodą noszą nazwę *praw indukcyjnych*. Nadaje się im postać zdań warunkowych lub zdań kategorycznych ogólnych, a rozumie się je jako prawa przyczynowe w znaczeniu szerokim, w którym „przyczyna" znaczy tyle co „warunek wystarczający". Zadanie znalezienia prawa przyczynowego może być sformułowane w dwojaki sposób, mianowicie stwierdziwszy pewien fakt, możemy szukać prawa wskazującego dlań albo przyczynę, albo skutek. Aby stwierdzić, jaka jest przyczyna lub jaki jest skutek badanego zjawiska (faktu, okoliczności), trzeba je obserwować wraz z towarzyszącymi mu innymi zjawiskami w powtarzających się przypadkach, tylko w ten sposób bowiem można stwierdzić regularność współistnienia lub następstwa, wskazującą na stosunek przyczynowy. Wyniki obserwacji ujęte w zdaniach, w których stwierdzamy współistnienie lub następstwo zjawisk, są przesłankami dla rozumowania indukcyjnego. Rozróżniamy dwa jego rodzaje, *indukcję prostą* (inductio per enumerationem simplicem czyli przez proste wyliczenie) oraz *indukcję przez eliminację*.

Jaka jest różnica między prawem indukcyjnym a rejestrującym?

Czy indukcja prowadzi tylko do praw przyczynowych?

Indukcja prosta opiera się na obserwacjach, w których stwierdzamy, że zjawisku a towarzyszą w szeregu obserwowanych przypadków inne zjawiska, b, c, d, ... Przypuśćmy, że któreś z nich, np. zjawisko b pojawia się we wszystkich przypadkach, w których obserwowaliśmy a. Zapiszemy wyniki obserwacji, jak następuje:

a, b, c, d, e, f,
a, b, d, e, f,
a, b, c, g, h,

Każdy szereg liter przedstawia nam wynik jednej obserwacji; pierwszy szereg czytamy słowami „pewne a jest b, c, d, e, f", dalsze w podobny sposób. Bierzemy pod uwagę tylko te okoliczności lub zjawiska, które stale sobie towarzyszą i skłonni jesteśmy przyjąć, że istnieje między nimi związek przyczynowy. Stwierdzenie, że w każdej obserwacji a jest b, prowadzi do wyjaśnienia przez prawo, że każde a jest b. Rozumowanie odbywa się według schematu, jaki poznaliśmy dla wyjaśniania. Zdanie „każde a jest b" (p) implikuje zdanie „pewne a jest b" (q) jako sobie podrzędne; członami rozumowania są przeto implikacja Cpq oraz przesłanka q, konkluzją zdanie p, które wynika z przesłanki w jakimś stopniu prawdopodobieństwa.

Te same wyniki obserwacji pozwalają jednak stwierdzić w podobny sposób, że dane w obserwacjach b są a, lub wreszcie - gdybyśmy odkryli jeszcze jakieś c występujące stale wraz z a i b, że c są a i b. skąd droga do wyjaśnienia przez prawo „każde b jest a" lub „każde c jest a i b". Indukcja prosta, jak stąd widać, nie jest metodą przydatną dla szukania praw, bo daje wyniki wieloznaczne; nie pozwala rozstrzygnąć, które z dwóch towarzyszących sobie zjawisk jest przyczyną, a które skutkiem, ani też czy nie są one oba równoległymi skutkami jakiejś trzeciej przyczyny. Często stosowana w potocznym życiu, jest ona nieraz źródłem błędów. Przez nieumiejętne i zbyt pochopne jej stosowanie powstają zabobony, łączące niewłaściwie w związki przyczynowe zjawiska, które jedynie dzięki jakimś ubocznym okolicznościom występowały łącznie.

2. Metodą, która pozwala rozstrzygnąć te wątpliwości i wybrać właściwe spomiędzy różnych nasuwających się uogólnień, jest indukcja przez eliminację. Rozróżnia się dwie główne jej odmiany: metodę zgodności i metodę różnicy. Metoda zgodności służy do otrzymania praw przyczynowych przez szukanie skutków dla danych przyczyn, metoda różnicy podobnie daje prawa, w których wskazuje się przyczyny dla danych skutków.

Aby zastosować metodę zgodności do szukania skutków zjawiska a, obserwujemy przypadki, w których występuje zjawisko a; przypadki te staramy się tak dobrać, by każde dwa różniły się między sobą w niektórych okolicznościach towarzyszących zjawisku a. Przypuśćmy, że nasze obserwacje dały następujące wyniki:

a, b, c, d, e, f,
a, b, nie c, d, e, f,
a, b, c, nie d, e, nie f,
a, b, c, d, nie e, nie f.

Każdy szereg liter przedstawia wynik jednej obserwacji, podobnie jak w tablicy, którą ułożyliśmy dla indukcji prostej. Pierwsza z tych obserwácji ma znaczenie podstawowe, dostarcza ona przesłanki alternatywnej, w której stwierdzamy, że skutkiem zjawiska a może być zjawisko b lub c lub d lub e lub f lub jakiekolwiek inne, które w tej obserwacji stwierdziliśmy łącznie z a, gdyby takie istniały. Wspomnianą przesłankę formułujemy przeto w postaci alternatywy supozycji:

Każde a jest b lub c lub d lub e lub f.

Następne przesłanki służą do eliminacji tych spomiędzy członów alternatywy „b lub c lub d ...", które nie są skutkami zjawiska a, tzn. które w pewnych obserwacjach nie występują, chociaż występuje a. Zatem druga z kolei obserwacja dostarcza przesłanki „pewne a nie jest c", trzecia „pewne a nie jest d i nie jest f" itd. Każda z tych przesłanek tworzy wraz z przesłanką alternatywną sylogizm alternatywny, eliminujący człony alternatywy, które nie w każdym przypadku łączą się ze zjawiskiem a, te bowiem nie są skutkami a. Rezultatem eliminacji jest prawo „każde a jest b", gdzie b jest zjawiskiem (lub zbiorem zjawisk), które nie zostało wyeliminowane, gdyż w każdym obserwowanym przypadku występuje łącznie ze zjawiskiem a.

Skąd wiadomo czy a, czy b jest skutkiem?

W celu zastosowania m e t o d y r ó ż n i c y dla znalezienia przyczyny zjawiska z obserwujemy najpierw przypadek, w którym występuje owo zjawisko wraz z szeregiem innych, a następnie przypadki podobne do pierwszego, lecz bez zjawiska z. Tablica obserwowanych przypadków ma przeto następującą postać:

a, b, c, w, z,
b, c, d, w, nie z.

Pierwsza obserwacja daje, znów jak przy metodzie zgodności, przesłankę w postaci alternatywy supozycji:

Każde a lub każde b lub każde c lub każde w jest z. Następna obserwacja (lub więcej takich obserwacji) dostarcza przesłanki negatywnej:

Pewne b oraz c oraz d oraz w nie jest z.

Obie przesłanki tworzą sylogizm alternatywny, którego konkluzja brzmi: Każde a jest z. Eliminacja usuwa te spomiędzy członów alternatywy, które pojawiają się jakkolwiek nie ma z - żadne bowiem takie zjawisko nie jest przyczyną z.

W praktyce badawczej, aby uzyskać przypadki dogodne dla zastosowania metody zgodności, postępuje się zazwyczaj w ten sposób, iż wprowadza się zjawisko, dla którego szukamy skutków, w różne zespoły okoliczności, tak np. rolnik, który chce zbadać wartość odżywczą pewnej odmiany paszy, podaje ją różnym rodzajom zwierząt domowych, trzymanych w rozmaitych warunkach hodowlanych i obserwuje zmiany w rozwoju zwierząt, którym podawano ową paszę. Aby zaś uzyskać przypadki dogodne dla zastosowania metody różnicy i szukania przyczyn zjawiska z, usuwamy poszczególne spomiędzy zjawisk, którym towarzyszy zjawisko z, patrząc, czy zjawisko z znika, czy też pozostaje; tak np. szukając przy pomocy metody różnicy przyczyn kwaśnienia mleka zaobserwowano, że kwaśnienia nie ma, gdy zostaną usunięte bakterie znajdujące się w mleku przy zachowaniu poza tym innych okoliczności.

Rozumowanie, które przeprowadzamy stosując metodę zgodności lub metodę różnicy, składa się z dwóch kolejnych kroków. Krok pierwszy uogólnia obserwację „pewne a jest b, c, d, e, f" (przy metodzie zgodności) lub „pewne a, b, c, d, w jest z" (przy metodzie różnicy), która dostarcza zbioru zdań szczegółowych „pewne a jest b", „pewne a jest c",... (przy metodzie zgodności) lub „pewne a jest z",.... „pewne w jest z" (przy metodzie różnicy); z nich przez indukcję prostą otrzymujemy zbiór zdań ogólnych „każde a jest b" itd. Przystępując do drugiego eliminacyjnego kroku rozumowania zakładamy, że choć może nie wszystkie, to pewne z owych zdań ogólnych są prawdziwe i na tej podstawie łączymy je w prawo alternatywne. Jest ono punktem wyjścia dla sylogizmów alternatywnych, które zacieśniają alternatywę zdań ogólnych, uzyskanych przez indukcję prostą, i tylko temu celowi służą, natomiast nie uzasadniają ostatecznej konkluzji „każde a jest b" lub „każde a jest z" silniej, niż była uzasadniona ich wspólna przesłanka alternatywna, uzyskana w wyniku uogólnień z pierwszego kroku rozumowania. Owa zaś przesłanka alternatywna, oparta zazwyczaj na niewielkiej liczbie obserwacji wstępnych, nasuwa wątpliwości co do tego, czy jest prawdziwa. Jej prawdziwość wymaga bowiem, by przynajmniej jeden z jej członów był prawdziwy. Na to zaś z kolei trzeba założyć 1) że istnieje skutek lub przyczyna badanego zjawiska, tzn. takie zjawisko x, dla którego jest prawdą zdanie „każde a jest x" (przy metodzie zgodności) lub „każde x jest z" (przy metodzie różnicy), 2) że owo x zostało wykryte wśród badanych okoliczności, tak iż nie pominęliśmy go w przesłance alternatywnej. Takie pominięcie zaś łatwo może się zdarzyć, gdyż każdemu zjawisku towarzyszy niezmiernie wiele okoliczności i nieraz bardzo trudno jest wykryć te właśnie, które są jego przyczynami lub skutkami.

3. Ze względu na powyższe wątpliwości trzeba dla każdego prawa indukcyjnego szukać dodatkowego uzasadnienia przez s p r a w d z a n i e. Aby sprawdzić prawo indukcyjne „każde a jest b" obserwujemy przypadki, w których występuje a, i szukamy nowych przesłanek postaci „pewne a jest b", będących następstwami sprawdzanego prawa. Jest to rozumowanie według schematu takiego jak przy indukcji prostej, gdzie zdania postaci „pewne a jest b" są przesłankami dla prawa „każde a jest b". Różnica jest tylko ta, że indukcja prosta jest rozumowaniem odkrywczym, przy którym przesłanka jest punktem wyjścia rozumowania, a prawo jako konkluzja - jego celem; tu natomiast mamy rozumowanie uzasadniające, więc sprawdzane prawo jest punktem wyjścia, a przesłanka celem rozumowania. Każda uzyskana przesłanka tego typu daje k o n f i r m a c j ę prawa i wzmacnia jego uzasadnienie. Uzasadnienie stałoby się całkowite, gdybyśmy mogli wyczerpać wszystkie przypadki występowania zjawiska a i gdybyśmy we wszystkich tych przypadkach stwierdzili, że występuje również zjawisko b. Indukcja, w której zakres badanych przypadków jest ograniczony i całkowicie znany, nazywa się i n d u k c j ą z u p e ł n ą. Przez indukcję zupełną zosta-

ły uzasadnione np. prawa Keplera, opisujące ruchy planet dokoła Słońca, zostały one bowiem sprawdzone dla każdej z planet z osobna.

Może się jednak zdarzyć, że przy sprawdzaniu według powyższej metody otrzymujemy przesłankę „pewne a nie jest b", sprzeczną ze sprawdzanym prawem. Przesłanka taka daje sprawdzenie negatywne, tzn. dowodzi fałszywości prawa (s.120). Prawo obalone w ten sposób jako prawo indukcyjne może jednak zostać zachowane w innej postaci. Przypuśćmy np., że chodzi o wypróbowanie skuteczności pewnego środka leczniczego. Nie zdarza się, by jakieś lekarstwo było skuteczne w każdym przypadku jego zastosowania; prawo indukcyjne tej treści byłoby przeto fałszywe. Dokonując jednak wielkiej ilości prób i prowadząc statystykę otrzymanych wyników, można stwierdzić, iż dany środek leczniczy był skuteczny np. w 90 % przypadków zastosowania. Wolno przyjąć (jeżeli takich prób była dostatecznie wielka liczba, aby wykazać stateczność wymienionego stosunku procentowego), iż także w dalszym stosowaniu otrzymywać będziemy ten sam procent skuteczności. Prawo sformułowane na podstawie obliczeń statystycznych i podające stosunek przypadków, w których zachodzi dany skutek, do ogółu przypadków obserwowanych, nosi nazwę *prawa statystycznego*.

Indukcja nie jest jedyną metodą dochodzenia do praw naukowych i ich uzasadniania. Wiele praw naukowych powstaje jako zdania analityczne otrzymane z definicji analitycznych; takimi są np. w mechanice prawa ruchu jednostajnego i jednostajnie przyśpieszonego, które zostały sformułowane przez Galileusza. Indukcja nie daje się zastosować do przypadków, w których chodzi o liczbowe ujęcie zależności w jednostkach mierniczych. W takich przypadkach stosuje się metody matematyczne i graficzne, które dają wyniki w postaci zależności funkcyjnych. Nie umniejsza to jednak znaczenia indukcji w życiu praktycznym i w tych dziedzinach badań naukowych, które nie posługują się matematyką.

4. Metody indukcji przez eliminację w postaci powszechnie dziś przyjętej opracował John Stuart Mill (A System of Logic, 1843). Do metod Milla należą jeszcze (oprócz metody zgodności

i metody różnicy) metoda zmian towarzyszących i metoda reszt.

Metoda zmian towarzyszących tym różni się od innych odmian indukcji, iż zamiast porównywania przypadków, w których badane zjawisko występuje i nie występuje, porównuje przypadki, w których podlega ono zmianie. Za przyczynę lub skutek badanego zjawiska uważamy to ze zjawisk towarzyszących mu, które również ulega zmianie. Metoda zmian towarzyszących może być stosowana jako indukcja prosta lub jako indukcja przez eliminację, bądź metodą zgodności bądź metodą różnicy. Np. ogrzewaniu pewnej masy gazu przy niezmienionej masie, objętości i innych okolicznościach towarzyszy zmiana prężności - stąd wniosek, że między wzrostem temperatury i wzrostem prężności zachodzi stosunek przyczynowy; zwiększeniu częstości drgań ciała brzmiącego towarzyszy zmiana wysokości tonu - wnosimy stąd, że wysokość tonu zależy przyczynowo od częstości drgań źródła głosu. To są zastosowania odpowiadające indukcji prostej. Według metody zgodności b nie jest skutkiem a, jeżeli nie zmienia się, chociaż zmienia się a; wreszcie według metody różnicy a nie jest przyczyną b, jeżeli zmienia się, mimo że b jednocześnie nie ulega zmianie.

Przy stosowaniu metody reszt wychodzi się od pewnego znanego prawa ogólnego i szuka się według tego prawa nieznanych przyczyn lub skutków dla zjawisk obserwowanych, co dzieje się w ten sposób, że z całości zespołu poddanego obserwacji eliminuje się należące do siebie według powyższego prawa pary przyczyn i skutków; przyczyna lub skutek badanego zjawiska znajduje się wśród ukrytych poprzednio okoliczności, które wskutek dokonanej eliminacji stają się uchwytne. Np. porównując sumę pracy, potrzebnej według zasady równoważności energii dynamicznej dla przesunięcia pewnej masy, z pracą rzeczywiście w tym celu wykonaną, stwierdzamy, że tylko część pracy wykonanej została zużyta na samo przesunięcie, natomiast jednocześnie wytworzyła się pewna ilość ciepła. Wnosimy przeto, że reszta pracy mechanicznej została zużyta na wytworzenie ciepła. Prędkość fali w przewodniku sprężystym zależy od współczynnika sprężystości i gęstości przewodnika i daje się obliczyć z całkowitą dokładnością; okazało się jednak przy pomiarach prędkości rozchodzenia się głosu w powietrzu, że prędkość ta jest większa od obliczonej teoretycznie. Należało przeto szukać przyczyny nadwyżki prędkości metodą reszt wśród innych okoliczności towarzyszących. Dalsze badania wykazały, że przyczyną owej nadwyżki jest ogrzewanie się powietrza przy szybkich zmianach gęstości, jakie towarzyszą fali głosowej, wskutek czego zmienia się współczynnik sprężystości powietrza. W ten sposób wreszcie wykryto nieznane poprzednio planety Neptuna (w r.1846) i Plutona (w r. 1930) jako ciała niebieskie, od których zależą według prawa grawitacji perturbacje w ruchach planet sąsiednich, nie dające się wytłumaczyć działaniem ciał niebieskich poprzednio znanych. Te i inne przykłady, które Mill podaje na zastosowanie metody reszt, wskazują, że nie jest to metoda indukcji, gdyż nie prowadzi do prawa, lecz że jest to metoda wyjaśniania przez hipotezy w oparciu o przyjęte z góry prawo.

5. Przykład zastosowania indukcji do konkretnego zagadnienia (badania Wellsa nad powstawaniem rosy - według Milla):

Badanie, którego celem jest wykrycie przyczyn powstawania rosy, należy rozpocząć od ustalenia, co rozumiemy przez tę nazwę, lub innymi słowy od odpowiedzi na pytanie, czym jest zjawisko, którego przyczyny mamy znaleźć. Należy przeto odróżnić rosę zarówno od deszczu jak od mgły wilgotnej i ograniczyć zakres terminu do przypadków samorzutnego pojawiania się wilgoci na powierzchni ciał, które pozostają na wolnym powietrzu, gdy nie pada na nie deszcz ani też woda w żadnej innej postaci. Analogicznymi do rosy zjawiskami są: osadzanie się wilgoci na chłodnej powierzchni metalu lub polerowanego kamienia pod wpływem ciepłego oddechu, pokrywanie się wilgocią szklanki z zimną wodą nad naczyniem, z którego unosi się para wodna, pocenie się szyb okiennych, gdy deszcz lub grad oziębi powietrze zewnętrzne, pocenie się murów, gdy po długotrwałych mrozach nastąpi wilgotna odwilż. Zestawiając ze sobą te przykłady stwierdzamy, że one wszystkie przedstawiają zjawisko, które ma być przedmiotem naszego badania. Wszystkie one są pod pewnym względem jednakowe, mianowicie we wszystkich zroszona powierzchnia jest zimniejsza od otaczającego powietrza. Czy okoliczność ta zachodzi w przypadkach, w których pojawia się rosa nocna? Czy tam także przedmiot zroszony jest zimniejszy od otoczenia i cóż sprawiałoby, że tak jest? Trzeba wykonać pomiar temperatury; dwa termometry, jeden w zetknięciu z powierzchnią pokrytą rosą i drugi zawieszony obok wolno w powietrzu, wykazują stale, że temperatura ciała pokrytego rosą jest niższa od temperatury otaczającego powietrza. Stwierdzając, że osiadanie rosy i różnica temperatury między ciałem pokrytym rosą a otaczającym powietrzem stale sobie towarzyszą, uzyskaliśmy szereg obserwacji, wystarczających dla zastosowania indukcji prostej. Co jest przyczyną, co zaś skutkiem? A może oba zjawiska są skutkami czegoś trzeciego? Indukcja prosta nie może tu dać odpowiedzi, trzeba szukać dalszych przypadków, w których rosa bądź występuje, bądź nie występuje, aby uzyskać w ten sposób materiał dla zastosowania indukcji przez eliminację. Otóż okazuje się, że rosa nie osadza się na powierzchni polerowanego metalu, natomiast występuje obficie na powierzchni szkła. Mamy więc gotowe dwa przypadki przeciwne; nie wystarczają one jednak dla całkowitej eliminacji według metody różnicy, gdyż różnice między szkłem a metalem są wielorakie. Jedynie więc to można stwierdzić, że przyczyna powstawania rosy znajduje się między okolicznościami, którymi różni się szkło od metalu. Gdyby atoli można było upewnić się, że szkło i inne przedmioty, na których osadza się rosa, mają wspólną tylko jedną własność, polerowany zaś metal i inne przedmioty, na których rosa nie osiada, mają tylko to wspólne, że owej własności nie posiadają, to stwierdzilibyśmy według metody różnicy, że owa własność jest przyczyną powstawania rosy. To wskazuje nam dalszą drogę badania.

Porównanie zachowania się gładkich powierzchni szkła i metalu pozwala przypuszczać, że zjawisko pojawiania się rosy zależy od rodzaju ciała, na którym ona występuje. Zmieniajmy przeto tylko rodzaj ciała, biorąc do doświadczeń gładkie powierzchnie ciał różnorodnych. Otrzymamy w rezultacie stopniowanie zjawiska. Spostrzegamy, że przedmioty gładkie, na których rosa osadza się najobficiej, są najgorszymi przewodnikami ciepła, natomiast dobre przewodniki nie przyjmują rosy. Zjawisko rosy, jak widać, jest bardziej zawikłane, niż to zdawało się z początku. Trzeba zastosować metodę zmian towarzyszących; tylko ona może dać rezultaty, gdyż przewodnictwa ciepła nie można całkowicie usunąć, metoda zaś zmian towarzyszących pozwala przypuszczać, że tworzenie się rosy na powierzchni ciała pozostaje w związku z jego przewodnictwem ciepła.

Jednakże jeżeli weźmiemy powierzchnie szorstkie zamiast gładkich, to okazuje się, że powyższa prawidłowość nie zostaje zachowana. Tak np. szorstka powierzchnia żelaza, szczególnie jeżeli jest poczerniona, pokrywa się rosą łatwiej, aniżeli powierzchnia lakierowanego papieru, jakość powierzchni ma zatem wielkie znaczenie. Wystawiając na działanie rosy ciała tego samego rodzaju, a zmieniając tylko jakość ich powierzchni, otrzymamy znów innego rodzaju stopniowanie: powierzchnie, które przez promieniowanie tracą najprędzej ciepło, pokrywają się najobficiej rosą. Stosując przeto ponownie metodę zmian towarzyszących, dochodzimy do wyniku, że tworzenie się rosy na powierzchni ciała zależy od jego zdolności promieniowania.

Stwierdziwszy wpływ powierzchni i rodzaju ciała na tworzenie się rosy, winniśmy teraz wziąć pod uwagę także budowę ciała. Obserwowane przypadki pozwalają ustalić trzecią skalę stopni: Ciała o budowie zwartej, jak kamień i metale, są mniej podatne do pokrywania się rosą, przeciwnie zaś ciała o budowie luźnej, sukno, wełna, pierze, łatwo pokrywają się rosą. Metoda zmian towarzyszących poucza nas przeto znowu, że luźna budowa ciała jest okolicznością sprzyjającą osadzaniu się rosy. Wynik ten potwierdza tylko to, co uzyskaliśmy już poprzednio, mianowicie ciała o budowie luźnej są złymi przewodnikami ciepła; stwierdzamy przeto ponownie, że złe przewodnictwo sprzyja osiadaniu rosy.

Tak więc różnorodne przypadki, w których rosa tworzy się obficie, zgadzają się w tym i - o ile potrafiliśmy zbadać - tylko w tym, że ciała, na których rosa występuje, źle przewodzą ciepło albo je prędko promieniują; dwie własności, którym to jest wspólne, że ciało wskutek każdej z nich traci na swej powierzchni więcej ciepła, niż go może ze swego wnętrza doprowadzić. Przeciwnie, najrozmaitsze przypadki, w których rosa albo wcale nie występuje, albo tylko bardzo nieznacznie, zgadzają się w tym i - o ile mogliśmy zbadać - tylko w tym, że ciała badane nie posiadają wspomnianych własności. Możemy więc teraz odpowiedzieć na pytanie poprzednio postawione, które z dwóch zjawisk, obniżenie temperatury ciała w stosunku do temperatury otaczającego powietrza czy też osiadanie na nim rosy, jest przyczyną, które zaś skutkiem. Stwierdziliśmy bowiem, że ciało, na którym występuje rosa, oziębia się bardziej od otaczającego powietrza skutkiem swoich wyłącznie własności. Możemy zatem wyjaśnić oziębienie się ciała niezależnie od zjawiska występowania rosy. A ponieważ stwierdziliśmy, że między tymi zjawiskami istnieje zależność przyczynowa, przeto należy przyjąć, że pojawienie się rosy jest skutkiem oziębienia się ciała poniżej temperatury otoczenia, nie zaś odwrotnie.

Znalezione prawo zostaje dodatkowo uzasadnione jeszcze przez trojakie rozumowanie. Mianowicie znane prawa fizyki dostarczają przesłanek, z których można je uzyskać przez wnioskowanie. Wiemy, że jeżeli powietrze jest nasycone parą wodną, to obniżenie jego temperatury powoduje częściowe skroplenie się znajdującej się w nim pary wodnej. Zetknięcie się zaś powietrza z powierzchnią ciała zimniejszą od niego ma za skutek oziębienie się warstewki powietrza przylegającej do tej powierzchni i - co za tym idzie - oddanie części pary wodnej, która wystąpi na powierzchni ciała w postaci rosy. Drugie potwierdzenie prawa uzyskujemy stosując znowu indukcję prostą. Można bowiem zawsze, oziębiając powierzchnię jakiegoś ciała, dojść do temperatury, w której pojawi się rosa na tej powierzchni. Potrafimy to wprawdzie uczynić tylko na małą skalę, wolno jednak przyjąć, że to samo dzieje się w całej przyrodzie. Wreszcie trzeciego potwierdzenia dostarczają nam obserwacje meteorologiczne. Oto rosa pojawia się w noce pogodne, natomiast nie ma jej, gdy niebo jest zasłonięte chmurami. W pierwszym przypadku powierzchnia ziemi oziębia się szybko przez promieniowanie, w drugim przypadku promieniowanie jest utrudnione, ziemia jest otulona jakby płaszczem chmur, który chroni ją przed utratą ciepła. Mamy tu dane zupełnie wystarczające dla rozumowania według metody różnicy, w wyniku którego okazuje się potwierdzenie znalezionego prawa.

6. Wyjaśnianie przez hipotezy

1. Hipotezy przyrodnicze i historyczne służą do wyjaśniania zdań obserwacyjnych lub faktów w takich zdaniach stwierdzonych przez podporządkowanie ich pod jakieś znane poprzednio prawa wyjaśniające (s.125). Wyjaśnianie przez hipotezy ułożyliśmy w schemat sylogizmu kategorycznego

$$\begin{array}{c} M \; a \; P \\ \underline{S \; a \; M} \\ S \; a \; P \end{array}$$

lub hipotetycznego

$$\begin{array}{c} \text{jeżeli } p, \text{ to } q \\ \underline{\qquad\qquad p \qquad\qquad} \\ q \end{array}$$

w którym przesłankami są prawo wyjaśniające (na miejscu większej przesłanki) i wyjaśniane zdanie obserwacyjne (na miejscu konkluzji), a konkluzją hipoteza (na miejscu przesłanki mniejszej sylogizmu). Dla uproszczenia dalszych wywodów przyjmujemy, że schemat sylogizmu hipotetycznego daje się sprowadzić do schematu sylogizmu kategorycznego przez podstawienie p/(S jest M), q/(S jest P), gdy zdanie warunkowe „jeżeli S jest M, to S jest P" uważamy za postać implikacyjną zdania ogólnego, dającą się równoważnie przedstawić w postaci subsumcyjnej „M a P".

Szukanie hipotezy według takiego schematu jest rozwijaniem entymematu, w którym są dane konkluzja i większa przesłanka (S jest P, bo M jest P), na pełny sylogizm. Moment odkrywczy rozumowania leży w tym, by dobrać do wyjaśnianego zdania „S jest P" odpowiednie prawo; do tego zaś należy dostrzec analogię (podobieństwo) między przypadkami S i M, polegającą na tym, że zarówno S jak M są P. Tak np. archeolog może na podstawie analogii dokonać rekonstrukcji znalezionych szczątków, ponieważ ustalił na podstawie poprzednich wykopalisk pewien typ wytworu kulturowego w prawie rejestrującym: Takie a takie przedmioty mają takie a takie cechy. Jeżeli znalezione szczątki posiadają owe cechy, to istnieje podstawa do postawienia hipotezy, że znalezione szczątki są częścią takiego właśnie przedmiotu i uzupełnienia ich do typowej całości. Geolog przez analogię dochodzi do hipotezy, że Tatry posiadały lodowce, stwierdzając, że formy wysokogórskie Tatr, ostre grzbiety, nieckowate doliny itd. są analogiczne do wysokogórskich form gór zlodowaconych:

Góry zlodowacone posiadają ostre grzbiety, nieckowate doliny itd.
Tatry są (były) górami zlodowaconymi

Tatry posiadają ostre grzbiety, nieckowate doliny itd.

Według takiego samego schematu analogia między własnościami promienia świetlnego i własnościami fal rozchodzących się np. na powierzchni wody była podstawą dla przyjęcia hipotezy undulacyjnej w optyce:

Fala wykazuje zjawiska uginania się, interferencji itd.
Promień światła jest falą

Promień światła wykazuje zjawiska uginania się, interferencji itd.

Milla m e t o d a r e s z t (s.127) jest szczególną odmianą omawianego postępowania. Stosuje się ją wówczas, gdy trzeba rozłożyć pewne złożone prawidłowości na ich proste składniki, celem znalezienia przyczyn lub skutków zjawisk, które obserwujemy. Trzy przykłady, które przytoczyliśmy poprzednio, układają się w następujący schemat inferencyjny:

$P_1 = P_2 + P_3$ (prawo rozkładu) Co to jest prawo rozkładu?

$P_3 > 0$ (hipoteza)

$P_1 > P_2$ (zdanie obserwacyjne)

(Schemat ten nie jest sylogizmem, jak założyliśmy ogólnie, bo wchodzące weń zdania nie są zdaniami subsumcyjnymi; jego budowa odpowiada jednak w wystarczającej mierze naszemu schematowi sylogistycznemu).

W pierwszym przykładzie: P_1 - praca rzeczywiście wykonana.
P_2 - praca zużyta na przesunięcie,
P_3 - praca, która zamienia się w ciepło.

W drugim przykładzie: P_1 - prędkość głosu obserwowana
P_2 - " " teoretyczna
P_3 - przyrost prędkości wskutek ogrzania

W trzecim przykładzie: P_1 - perturbacje obserwowane,
P_2 - " pochodzące od znanych planet
P_3 - " wywołane przez nieznaną planetę

W każdym z powyższych przykładów należało odwołać się do analogii, która wskazuje prawo rozkładu: do analogii ze zjawiskami wytwarzania ciepła przez pracę mechaniczną, przez szybkie zgęszczanie gazu, lub do analogii ze znanymi poprzednio przypadkami działania mas planetarnych na siebie.

2. Jak w rozumowaniu indukcyjnym trzeba przez eliminację odrzucać niektóre z możliwych pierwotnie uogólnień, tak na ogół również hipotezy wyjaśniające pewne zdania obserwacyjne mogą być różne i trzeba dokonać między nimi wyboru. Podobna też jest tu, jak w rozumowaniu indukcyjnym, metoda eliminacyjna. Przypuśćmy np., że zgasła żarówka w lampie elektrycznej; wyjaśnieniem może być hipoteza, że żarówka się przepaliła, bądź że zostały uszkodzone bezpieczniki, bądź że prąd w sieci został wyłączony. Tworzymy alternatywę tych trzech hipotez i tak jak w indukcji eliminacyjnej staramy się zmniejszyć ich liczbę przez sylogizm alternatywny, dobierając nowe przesłanki obserwacyjne i badając ich zgodność z poszczególnymi członami alternatywy. Może się np. okazać, że za chwilę druga próba zaświecenia tej samej lampy, bez zmiany żarówki i bezpieczników, będzie skuteczna, co okazuje, że żarówka nie przepaliła się, że bezpieczniki nie są uszkodzone, że więc wysoce prawdopodobny jest pozostały człon alternatywy, tzn. że prąd był chwilowo wyłączony. Przypuśćmy, biorąc inny przykład, że znaleziono zwłoki ludzie ze śladami gwałtownej śmierci i urzędnik śledczy, którego zadaniem jest wyjaśnienie okoliczności śmierci denata, ma do wyboru trzy hipotezy, morderstwo, samobójstwo lub nieszczęśliwy wypadek. Dla przeprowadzenia eliminacji tworzy ich alternatywę i zestawia ją z wynikami śledztwa. Jeżeli stwierdzenia uzyskane w śledztwie są niezgodne z którymś z członów alternatywy, powstają przesłanki dla utworzenia sylogizmu alternatywnego, eliminującego ten człon alternatywy, potwierdzającego zaś pozostałe jej człony; tak np. stwierdzenie, że ra-

na śmiertelna znajduje się na plecach, może wyeliminować hipotezę samobójstwa, a potwierdzić alternatywę pozostałych hipotez; stwierdzenia zaś, że ciało zostało znalezione w sytuacji, która nie wskazuje na ślady nieszczęśliwego wypadku, eliminuje także tę hipotezę.

Hipotezy otrzymane przez wymienione metody rozumowania sprawdza się następnie, aby zwiększyć ich stopień prawdopodobieństwa, w podobny sposób jak każdą konkluzję wyjaśniającego rozumowania redukcyjnego, to jest przez następstwa, które dają się potwierdzić drogą obserwacji. Przy sprawdzaniu tego rodzaju sprawdzaną racją jest nie sama hipoteza, lecz jej koniunkcja z należącym do niej prawem wyjaśniającym. Każdy nowy przypadek konfirmujący powiększa prawdopodobieństwo obu członów koniunkcji; każdy przypadek infirmacji układa się w sylogizm destrukcyjny, którego konkluzja jest negacją owej koniunkcji, implikującą fałszywość jednego z jej członów - prawa lub hipotezy; ale hipoteza jest dobierana do prawa wyjaśniającego, przeto odrzucenie prawa pociąga za sobą także odrzucenie hipotezy, tak że infirmacja w każdym razie ma za wynik potrzebę zmiany hipotezy. Różnica w sprawdzaniu praw i hipotez jest ta, że w niektórych przypadkach jest możliwe bezpośrednie sprawdzenie hipotezy przez obserwację, jeżeli hipoteza wskazuje drogę dla dokonania takiej obserwacji. Hipoteza przekształca się wówczas w twierdzenie empiryczne. Tak dała się potwierdzić empirycznie hipoteza Leverriera o istnieniu planety poza torem Urana, tak potwierdza się przez pomiar temperatury hipoteza, że fala głosowa ogrzewa przewodzące powietrze i w.in.

7. Rozumowanie przez analogię

1. Przy omawianiu w poprzednim rozdziale wyjaśniania przez hipotezy była mowa o tym, że jego momentem odkrywczym jest dostrzeżenie analogii między zjawiskiem wyjaśnianym S i zjawiskami M, ujętymi w prawo, na które powołujemy się przy wyjaśnianiu. Zajmiemy się obecnie analizą tego momentu, jak również innych przypadków, w których ma zastosowanie tzw. rozumowanie przez analogię.

A n a l o g i ą nazywamy podobieństwo, polegające na tym, że powtarzają się w różnych przypadkach u k ł a d y zjawisk (cech, elementów) takie same pod interesującymi nas względami, choć złożone z różnych elementów; przypadki, w których powtarza się pewien taki układ nazywamy analogicznymi, tak samo nazywamy analogicznymi i same owe układy, a wreszcie także odpowiadające sobie człony różnych układów analogicznych bywają oznaczane jako analogiczne. Analogicznymi narządami w układzie całości organizmu są płuca zwierząt ssących, skrzela ryb, tchawki owadów, bo są to narządy oddychania; analogicznymi układami są różne pasma górskie pokryte lodowcami itp.

R o z u m o w a n i e p r z e z a n a l o g i ę stosujemy, mając w jednym przypadku obserwowanym (lub w większej ich liczbie) pewien układ elementów (zjawisk, cech, okoliczności), w innym zaś przypadku fragment takiego układu; w wyniku rozumowania stwierdzamy, jak dany fragment uzupełnia się do całości układu. Tak np. paleontolog znalazłszy szczątki kopalne zwierzęcia, żyjącego w minionych epokach geologicznych, potrafi przez analogię zrekonstruować jego budowę na podstawie znajomości innych organizmów analogicznie zbudowanych. Rozumowanie przez analogię jest więc pozornie rozumowaniem, w którym wiedzę o pewnym przypadku przenosimy bezpośrednio na inny przypadek analogiczny; w rzeczywistości jednak jest ono rozumowaniem złożonym, w którym (podobnie jak w entymemacie) ogniwo pośrednie pozostaje domyślne. Niech zdanie „pewne a i b jest c i d" będzie przesłanką stwierdzającą istnienie układu złożonego z elementów a, b, c, d, i niech druga przesłanka stwierdza istnienie innym razem fragmentu tego układu. Należy rozróżnić dwa przypadki, w zależności od tego, czy dany fragment zawiera elementy a, b, uzupełniamy go zaś w naszym rozumowaniu elementami c, d, - czy też dane są elementy c,d, a domyślamy się elementów a,b. W obu przypadkach pierwszym krokiem rozumowania jest indukcyjne uogólnienie przesłanki „pewne a i b jest c i d", wskutek czego otrzymujemy (jako domyślne ogniwo pośrednie) prawo „każde a i b jest c i d". Służy ono do tego, aby obejmując oba układy stwierdzić istnienie analogii między nimi i winno wyczerpywać tę analogię. Przy tym, im mniej jest ono ogólne, tym ściślejsza jest analogia między obu układami i odwrotnie. Analogia między przedmiotami, które są a i b (czerwone i krągłe), jest mniej ścisła, niż między przedmiotami, które są a i b i c (czerwone, krągłe i twarde), gdyż prawo o przedmiotach ab jest bardziej ogólne od prawa o przedmiotach abc. Następny krok rozumowania przyjmuje jako drugą przesłankę zdanie, w którym stwierdzamy, iż w danym przypadku x występują fragmenty układu; nadajemy jej postać „x jest a i b" lub „x jest c i d" zależnie od tego, które fragmenty są dane.

W pierwszym z przypadków, jakie rozróżniamy, niech ta druga przesłanka będzie „x jest a i b", konkluzją rozumowania jest w tym przypadku, że x jest c i d. Schemat rozumowania jest następujący:

Krok I (uogólnienie)	Pewne a i b jest c i d Każde a i b jest c i d	(a) (b)
Krok II (wnioskowanie)	Każde a i b jest c i d x jest a i b ――――――――― x jest c i d	(b) (c) (d)

Jest to klasyczna postać rozumowania przez analogię, opisana przez Arystotelesa, który ilustruje je następującym przykładem: Wojna Teb przeciw Focydzie była wojną zgubną, wojna Teb przeciw Focydzie była wojną między sąsiadami, więc pewna wojna między sąsiadami była wojną zgubną (a) - stąd uogólnienie, że każda wojna między sąsiadami jest zgubna (b). Uogólnienie to wraz z następną przesłanką „wojna Aten przeciw Tebom jest wojną między sąsiadami" (c) daje wniosek, że wojna Aten z Tebami jest wojną zgubną (d). Ten sam schemat objaśnia rozumowanie, które z oparciem się na analogii stosunków klimatycznych między Ziemią a Marsem daje konkluzję, że na Marsie istnieje życie organiczne:

I.	Pewna planeta (Ziemia), która posiada atmosferę i i wodę, posiada życie organiczne	(a)
	Każda planeta, która posiada atmosferę i wodę, posiada życie organiczne	(b)
II.	Każda planeta, która posiada atmosferę i wodę, posiada życie organiczne	(b)
	Mars jest planetą, która posiada atmosferę i wodę	(c)
	―――――――――――――――――――――――――――――――	
	Mars posiada życie organiczne	(d)

Rozumowanie przez analogię w tym przypadku niczego nie wyjaśnia, lecz prowadzi jedynie do przypuszczenia, które daje wskazówkę dla dalszych badań w celu jego sprawdzenia. Stopień prawdopodobieństwa owego przypuszczenia zależy od stopnia prawdopodobieństwa jego przesłanek - w szczególności nie może być większy od stopnia prawdopodobieństwa owego pośredniego uogólnienia indukcyjnego. Analogię w tym przypadku będziemy nazywali analogią wnioskującą, bo krok II w tym rozumowaniu jest wnioskowaniem

Przypadek drugi natomiast jest analogią wyjaśniającą, ponieważ jest rozumowaniem, które służy do wyjaśniania przez hipotezy. Krok pierwszy tego rozumowania jest uogólnieniem od przesłanki „pewne a i b jest c i d" do prawa „każde a i b jest c i d". Krok drugi układa się w schemat znany nam już z analizy wyjaśniania przez hipotezę, w którym są przesłankami prawo „każde a i b jest c i d" (większa przesłanka sylogizmu MaP) i zdanie obserwacyjne „x jest c i d" (konkluzja sylogizmu SaP), konkluzją zaś jest szukana hipoteza „x jest a i b" (mniejsza przesłanka w sylogizmie SaM). Weźmy pod uwagę poprzedni przykład analogii między Ziemią i Marsem, ale odwróćmy role przesłanki i wniosku w drugim kroku rozumowania. Przypuśćmy więc, że zdobyliśmy w jakiś sposób wiedzę o tym, że Mars posiada życie organiczne, i że na tej podstawie stawiamy hipotezę, iż posiada atmosferę i wodę. Pierwszy krok rozumowania wychodzi od stwierdzenia, że Ziemia jest planetą, która posiada atmosferę i wodę, że Ziemia posiada życie organiczne, że więc pewna planeta, która posiada atmosferę i wodę, posiada życie organiczne, co zostaje uogólnione w prawo, że każda planeta, która posiada atmosferę i wodę, posiada życie organiczne. Krok drugi ma za przesłanki powyższe prawo i obserwację, że Mars posiada życie organiczne, które w schemacie sylogizmu są większą przesłanką i konkluzją. Uzupełniamy sylogizm mniejszą przesłanką „Mars jest planetą, która posiada atmosferę i wodę" i ona jest hipotezą, stanowiącą konkluzję, do której zmierzamy w tej postaci rozumowania przez analogię.

Inne przykłady zastosowania rozumowania przez analogię wyjaśniającą w badaniach naukowych (według Biegańskiego):

a) Karol Darwin (1809-1882) zauważył, że hodowcy gołębi, zajmujący się wytwarzaniem nowych odmian tych ptaków, posługują się w tym celu sztucznym doborem; mianowicie korzystają z przypadkowych zboczeń w budowie organizmów gołębi i przez odpowiedni dobór osobników oraz ich krzyżowanie otrzymują nowe odmiany nieraz bardzo wybitnie różne od dawniejszych. Spostrzeżenia te naprowadziły go na pomysł, że i gatunki w przyrodzie mogą powstawać podobnie z przypadkowych mutacji, przy czym osobniki dobierają się tutaj nie przez wolę hodowcy, lecz przez dobór naturalny a rezultat utrwala się przez krzyżowanie i dziedziczność. Domyślnym prawem ogólnym jest tu stwierdzenie związku między doborem płciowym, krzyżowaniem, dziedzicznością i powstawaniem nowych gatunków, hipotezą zaś, że dobór ten dzieje się w naturze jako dobór naturalny. Rozumowanie układa się w następujący schemat:

Dobór, krzyżowanie, dziedziczność wytwarzają nowe gatunki (prawo)
W przyrodzie odbywa się dobór, krzyżowanie, dziedziczność (hipoteza)
____
W przyrodzie powstają nowe gatunki (zdanie wyjaśniane)

b) Geotropizmem nazywa się w botanice zjawisko wzrostu korzeni roślin w kierunku do środka ziemi (geotropizm dodatni) oraz wzrostu łodygi w kierunku przeciwnym (geotropizm ujemny). Te kierunki są związane ściśle z organizacją roślin. Jeżeli nadamy sztucznie inny kierunek, np. poziomy, korzeniom lub łodydze, to dalszy ich wzrost wraca do kierunku pierwotnego, wskazanego przez geotropizm dodatni lub ujemny. Wyjaśnienie tego zjawiska nastąpiło przez analogię przy pośrednictwie następującego rozważania: Zjawisko geotropizmu stanowi orientację w położeniu części ustroju rośliny, przystosowaną do działania siły ciężkości. Podobną orientację spotykamy także w ustrojach zwierzęcych. Orientacja ta u zwierząt odbywa się dzięki narządowi równowagi w uchu wewnętrznym i ważną w niej rolę odgrywają statolity, drobne ciałka znajdujące się w tym narządzie. Otóż podobieństwo, jakie zachodzi między geotropizmem a orientacją w położeniu przestrzennym organizmów zwierzęcych, nasunęło myśl, że mechanizm geotropizmu jest podobny do mechanizmu orientacji przestrzennej u zwierząt. Dalsze poszukiwania, dokonane pod kierunkiem tej myśli, wykazały rzeczywiście obecność statolitów u roślin w postaci drobnych ziarenek skrobi znajdujących się w cieczy protoplazmatycznej komórek korzeni oraz u wierzchołka łodygi. Hipoteza statolitów u roślin powstała tutaj w oparciu o prawo uogólniające mechanizm orientacji przestrzennej, obserwowany w świecie zwierzęcym i została następnie potwierdzona bezpośrednio przez obserwację.

2. Rozumowanie przez analogię ma zastosowanie także jako rozumowanie uzasadniające, mianowicie stosuje się je jako sprawdzanie pozytywne zdań obserwacyjnych. Wówczas, jak w każdym rozumowaniu uzasadniającym, zdanie uzasadniane staje się punktem wyjścia, a przesłanka uzasadniająca celem rozumowania (także indukcja, jak widzieliśmy, jest w jednym zastosowaniu metodą odkrywania a w innym metodą uzasadniania). Zdania obserwacyjne, czyli zdania jednostkowe o faktach, uzyskane przez obserwację w warunkach naturalnych lub laboratoryjnych, sprawdza się przez powtarzanie obserwacji; każde powtórzenie, dokonane przez tego samego lub innego obserwatora, dostarcza nowego zdania obserwacyjnego, które służy jako przesłanka dla sprawdzenia pierwotnej obserwacji. Jeżeli nowa obserwacja potwierdza obserwację pierwotną, to tamta staje się lepiej uzasadniona, aniżeli była poprzednio; w przeciwnym przypadku musimy uznać obserwację pierwotną za błędną. Sprawdzanie zdań obserwacyjnych rozumowaniem przez analogię pojmujemy jako rozumowanie o domyślnym ogniwie pośrednim, jak w każdym przypadku rozumowania przez analogię: oba zdania obserwacyjne, jeżeli są zgodne, tzn. jeżeli w obu stwierdziliśmy, że w danych warunkach a, b, c, zachodzi d, e, możemy ująć jako następstwa wspólnej racji w postaci prawa indukcyjnego „każde a, b, c jest d i e" (lub „jeżeli a, b, c, to d oraz e"). Oba zastosowania rozumowania przez analogię, odkrywcze i sprawdzające, różnią się między sobą odwróceniem ról przesłanki i konkluzji. Jeżeli je stosujemy jako rozumowanie odkrywcze, to pierwotna obserwacja jest przesłanką dla wyjaśnienia lub przewidywania analogicznego wyniku w obserwacji powtórnej; jeżeli zaś stosujemy je dla sprawdzenia obserwacji pierwotnej, to nowa obserwacja, podpadająca pod wspólną rację w postaci obejmującego obie ob-

serwacje prawa indukcyjnego, staje się przesłanką uzasadniającą (sprawdzającą) owo prawo, a wskutek tego także obserwację pierwotną. Rozumując przez analogię w heurystycznym jej zastosowaniu, przewidujemy np., że lekarstwo, które było skuteczne w pewnym przypadku (a) choroby, okaże się skuteczne w innym przypadku (b) dostatecznie podobnym. Przy stosowaniu natomiast tego rozumowania jako metody sprawdzania - stwierdzenie skuteczności lekarstwa w nowym przypadku (b) służy jako przesłanka sprawdzająca twierdzenie, że było ono skuteczne w przypadku (a). Stopień uzasadnienia konkluzji w rozumowaniu przez analogię jest tym większy, im ściślejsza jest analogia, tzn. im węższe jest uogólnienie indukcyjne, obejmujące jako wspólna racja oba przypadki analogiczne. Jeżeli rozumowanie przez analogię daje wynik fałszywy, to wnosimy stąd, że uogólnienie indukcyjne (owa wspólna racja) było zbyt szerokie; należy je przeto odpowiednio zacieśnić, aby uzyskać wynik poprawny. Przypuśćmy, że jakieś a w okolicznościach b jest z i że oparte na analogii nasze przewidywanie, w myśl którego inne a w takich samych okolicznościach b będzie z, okazało się mylne. Stąd wniosek, że uogólnienie „każde a i b jest z" nie jest prawdziwe i nie jest przydatne dla ustalenia analogii. Trzeba przeto szukać jakiejś okoliczności c, współistniejącej z b w pierwszym przypadku, lecz brakującej w drugim. Wykrycie jej pozwala zacieśnić uogólnienie, które otrzymuje obecnie postać „każde a i b i c jest z" i być może, to uogólnienie wystarczy już, by w nowym przypadku wypełniło się przewidywanie, wysunięte na podstawie analogii; jeżeli nie - będziemy dalej starali się w podobny sposób zwęzić uogólnienie i uczynić analogię bardziej ścisłą. Jeżeli mamy dwa przypadki analogiczne i pierwszy z nich jest układem o elementach a, b, c, d, e, to stopień uzasadnienia konkluzji, że drugi przypadek jest układem o takichże elementach, jest tym większy, im więcej elementów wspólnych obu obserwowanym przypadkom mamy podanych w podmiotach zdań obserwacyjnych (czyli - jak mówi się - w warunkach obserwacji np. a, b, c) i zarazem im mniej ich pozostaje w orzeczeniach (czyli w tym, czego przy danych warunkach w nowej obserwacji oczekujemy, np. d oraz e), wtedy bowiem wspólna racja jest mniej ogólna i wskutek tego bardziej prawdopodobna (z dwóch zdań „każde a, b, c, jest d oraz e" i „każde a, b jest c, d, e" pierwsze jest mniej ogólne, bo wynika z drugiego, i być może, że jest prawdziwe, chociaż drugie jest fałszywe). Niech np. obie nasze obserwacje dotyczą dwóch jabłek, które pochodzą z pewnego sadu, i niech a oznacza charakterystyczny kształt, b - kolor, c - jabłoń, z której zostało zerwane, d - zapach, e - smak. Przypuśćmy, że w jednej obserwacji stwierdziliśmy: jabłko o takim kształcie i takim kolorze pochodzi z tej oto jabłoni, ma taki zapach i smak; stąd konkluzja przez analogię (w którymkolwiek z obu jej zastosowań), że drugie jabłko o takimże kształcie i kolorze pochodzi z tej samej jabłoni, ma taki sam zapach i smak. Stopień uzasadnienia konkluzji będzie jednak wyższy, jeżeli w przesłance stwierdzimy: jabłko o takim kształcie i takim kolorze, pochodzące z tej określonej jabłoni, ma taki zapach i taki smak - i na tej podstawie powiemy w konkluzji, że drugie jabłko o takimże kształcie i kolorze, z tej samej jabłoni, posiada taki sam zapach i smak. Wspólna bowiem racja obu zdań obserwacyjnych w drugim przypadku (dwa jabłka o takim samym kształcie i kolorze, zerwane z tej samej jabłoni, mają taki sam zapach i smak) wynika z ich wspólnej racji w poprzednim przypadku (dwa jabłka o takim samym kształcie i kolorze pochodzą z tej samej jabłoni, mają taki sam zapach i smak).

8. Teorie naukowe

1. Całość wiedzy dzieli się na poszczególne nauki (dyscypliny) i teorie. Podział na poszczególne nauki dokonywał się w rozwoju historycznym stopniowo, nauki te wydzielały się z większych całości w miarę różnicowania się celów badania, zagadnień i metod ich rozwiązywania oraz w miarę potrzeb praktycznych. Jesteśmy do dnia dzisiejszego świadkami tego procesu; nauki do niedawna jednolite, zoologia, botanika - z nauk humanistycznych historia, filologia, - rozszczepiają się na wyspecjalizowane gałęzie, uprawiane samodzielnie. Granice samodzielności tak wyspecjalizowanych nauk są do pew-

nego stopnia płynne. Można mechanikę uważać za część fizyki, ale można ją też uważać za naukę samodzielną; można chemię uważać za jedną naukę, ale można ją dzielić za chemię nieorganiczną i chemię organiczną. Natomiast teorie naukowe są zamkniętymi i zwartymi całościami, dobrze wyodrębnionymi i scharakteryzowanymi przez swoją logiczną budowę. Są nauki będące zarazem teoriami, np. arytmetyka - nazywamy je teoretycznymi; są inne, nie budujące teorii, lecz zajmujące się opisem lub klasyfikacją badanych przedmiotów - to są nauki opisowe, np. etnografia, historia sztuki; jeszcze inne dołączają do opisu i klasyfikacji prawa i hipotezy wyjaśniające, tworząc w ten sposób teorie, które są bądź częściowe, tzn. obejmują niektóre tylko partie zakresu badań, bądź całkowite, gdy obejmują cały ten zakres; tu należą w przeważnej części nauki przyrodnicze.

Termin „teoria" w mowie potocznej jest używany wieloznacznie, mówi się np. o teorii w przeciwstawieniu do zastosowań praktycznych, mając na myśli rozważania abstrakcyjne, których słuszność może okazać się dopiero w zastosowaniach praktycznych. Dla naszych tu celów będziemy posługiwali się terminem „teoria" na oznaczenie zbioru twierdzeń naukowych, odnoszących się do jakiejś określonej dziedziny przedmiotów i powiązanych w zwartą całość przez zachodzące między nimi związki logiczne. Teorie biorą zwykle nazwę od dziedziny przedmiotów, do której się odnoszą, np. istnieją w algebrze teorie równań różnych rodzajów, teorie funkcji takich lub innych, w fizyce teoria ruchu falowego, teoria gazów, teoria elektryczności i magnetyzmu, w psychologii teorie pamięci, uczuć itd., w naukach filologicznych teorie gramatyczne i literackie. Aby jednak twierdzenia dotyczące określonej dziedziny badań tworzyły teorię, muszą one nadto spełniać drugi wymieniony wyżej warunek, tzn. wiązać się ze sobą logicznie, tak by wszystkie były konsekwencjami jednego lub niewielu twierdzeń naczelnych, niesprzecznych między sobą, jako racji ostatecznych. Tak rozumiane teorie dzielą się na dwa rodzaje odpowiednio do dwóch typów nauk, jakie rozróżniliśmy już dawniej, nauk typu matematycznego, których twierdzenia są analityczne, i nauk empirycznych. Jedne, to właśnie teorie zbudowane wyłącznie z twierdzeń analitycznych, nazywa się je zwykle dedukcyjnymi, bo posługują się rozumowaniem dedukcyjnym dla uzasadniania swych twierdzeń; drugie - to teorie empiryczne, tzn. zbudowane ze zdań empirycznych (ale mogą one zawierać także twierdzenia analityczne).

Teorie dedukcyjne mają stosunkowo prostą budowę. Trzeba rozróżnić wśród nich teorie w sensie logicznym (nie chronologicznym) wcześniejsze i późniejsze. Teoria A jest wcześniejsza logicznie od teorii B, jeżeli teoria B przejmuje pewne twierdzenia z teorii A, lecz nie na odwrót; w naszych rozważaniach teorią wcześniejszą była teoria związków międzyzdaniowych (część pierwsza), teorią późniejszą teoria związków wewnątrzzdaniowych. Teoria wcześniejsza zawiera dwojakie twierdzenia, aksjomaty i twierdzenia pochodne. Aksjomaty zakłada się na czele teorii, aby nadać znaczenie zawartym w nich terminom pierwotnym, twierdzenia pochodne są powiązane z aksjomatami i między sobą związkami logicznymi przez wnioskowanie i dowodzenie. W razie potrzeby wprowadza się do teorii terminy inne niż pierwotne przez definicje równościowe. Teoria późniejsza zawiera ponadto pewne twierdzenia przejęte od teorii względem niej wcześniejszych, tak np. w teorii związków wewnątrzzdaniowych odwoływaliśmy się do pewnych twierdzeń teorii zdań.

Teorie dedukcyjne powstają najczęściej jako rezultat porządkowania pewnej rozwiniętej już dziedziny badań, gdy chodzi o kontrolę rozumowań, o rejestrację ostatecznych założeń, o rozstrzygnięcie, czy założenia są między sobą zgodne, czy mogą być dobrane w różne sposoby i jakie to sposoby, jaka najmniejsza liczba założeń wystarcza. Tworzenie takiej teorii ma przeto na celu analizę związków logicznych między twierdzeniami gotowej już do pewnego stopnia nauki, a dopiero wtórnie może prowadzić również do jej dalszego rozszerzenia. Owe związki zaś są tego rodzaju, że dają układ jakby odwróconej piramidy. Fundamentem są aksjomaty (w niektórych teoriach jeden tylko aksjomat) jako racje ostateczne, na tym fundamencie wznoszą się coraz dalsze następstwa, jak gdyby kolejne piętra, powiązane między sobą znów stosunkami racji do następstwa, tak iż każde twierdzenie ma jakieś racje i jakieś następstwa; lecz nie muszą być każde dwa twierdzenia teorii powiązane tym stosunkiem bezpośrednio między sobą, gdyż stosunek racji do następstwa nie jest spójny - tak jak w obrębie rodu wszyscy pochodzący od wspólnych przodków jego członkowie są między sobą krewnymi, jakkolwiek nie wszyscy pozostają do siebie w stosunku przodka do potomka.

2. Teorie empiryczne składają się ze zdań obserwacyjnych, wyjaśniających je praw naukowych i hipotez oraz często jeszcze ze zdań innego rodzaju: definicji terminów, zdań, w których klasyfikujemy objęte teorią fakty itd. Celem teorii empirycznej jest znalezienie wspólnego wyjaśnienia dla zdań o faktach objętej teorią dziedziny. Elementem takiej teorii jest zatem układ złożony z prawa i hipotezy jako racji oraz koniunkcji wynikających z nich i wyjaśnionych przez nie zdań o faktach jako następstwa. Poszczególne układy tego typu łączą się ze sobą znowu w podobny sposób, mianowicie prawa i hipotezy stojące na ich czele dają się wyjaśnić przez prawa i hipotezy wyższego rzędu. Tak np. teoria spadania swobodnego, stworzona przez Galileusza i Keplera teoria ruchu planet dały się łącznie wyjaśnić przez prawa i hipotezy mechaniki Newtona; teoria zjawisk optycznych i teoria zjawisk elektromagnetycznych dały się objąć jedną wspólną teorią pól elektromagnetycznych itp. Teorie empiryczne można przeto porównać do piramidy, której podstawą są zdania obserwacyjne, na nich jako na przesłankach wznoszą się coraz ogólniejsze prawa i hipotezy. Mamy i tu, podobnie jak w teoriach dedukcyjnych, powiązanie poszczególnych twierdzeń teorii stosunkami racji do następstwa; podczas jednak gdy tu przesłankami są następstwa, w teoriach dedukcyjnych przesłankami są racje - uzmysłowiliśmy to porównaniem odwróconej piramidy.

W każdej teorii empirycznej prawa i hipotezy wnoszą element niepewności, gdyż nie są całkowicie uzasadnione przez zdania o faktach jako przesłanki teorii. Ten element niepewności jest ujemną stroną każdej takiej teorii i stąd dążenie nauki, by doskonalić teorię, czyniąc go jak najmniejszym. To zaś można osiągnąć dwojaką drogą. Po pierwsze tworząc teorie jak n a j p r o s t s z e, tzn. obejmujące daną dziedzinę faktów najmniejszą liczbą praw i hipotez. Po drugie tworząc teorie jak n a j o g ó l n i e j s z e, to jest obejmując tymi samymi prawami i hipotezami fakty najbardziej różnorodne. Ten drugi rezultat osiąga się często drogą podporządkowania teoryj o mniejszym zakresie pod teorię ogólniejszą, nadrzędną względem tamtych. Wśród różnych teorii lepsza jest przeto taka, która daje się w ten sposób połączyć z innymi. Postulat prostoty i ogólności teorii był już znany od dawna; wyrażano go w zasadzie: Entia non sunt multiplicanda praeter necessitatem, czyli, że bytów nie należy mnożyć ponad konieczną potrzebę - mnoży się zaś byty, przyjmując hipotezy, nie dające się stwierdzić wprost drogą obserwacji.

Zadaniem teorii empirycznych jest nie tylko wyjaśnianie faktów, lecz także ich p r z e w i d y w a n i e. Czasem, jak widzieliśmy, przewiduje się fakt dotychczas nie obserwowany stawiając hipotezę wyjaśniającą, lecz zazwyczaj dzieje się to drogą wnioskowania z praw i hipotez, w ten sposób np. przewiduje się zaćmienia słońca i księżyca, stan pogody itp. Tak przeto teoria jest narzędziem, dzięki któremu granice obserwacji zostają przekroczone w dwóch kierunkach: przez wyjaśnianie w dziedzinę racyj i przez przewidywanie w dziedzinę następstw. Teoria jest tym bardziej wartościowa, im dokładniej potrafi wskazać i określić fakty przewidywane. Postulat d o k ł a d n o ś c i uzupełnia postulaty prostoty i ogólności. Najpełniej czynią mu zadość teorie empiryczne mające postać matematyczną, najdokładniej bowiem jest określone to, co może być zmierzone. Nauki, które formułują swe teorie empiryczne w tej postaci, bywają nazywane n a u k a m i ś c i s ł y m i, na pierwszym miejscu co do stopnia rozwoju stoi wśród nich fizyka.

Indeks nazwisk i terminów

Sporządził Dr Franciszek Indan

Abstrakcja 9, 76
adekwatny 10
aksjomat 75
akt przedstawienia i przekonania 14
alternatywa 24, 87
analityczne pojęcie 11
analityczne przekonanie 12
analogia 142, 146 i nast.
antynomia 19
argument 22
argumentacja ad hominem 112
Arystoteles 4
asercja 20

Bacon 5
błąd formalny 111
błąd materialny 110
błędne koło w definicji 74
" " w dowodzeniu 111
błędy rozumowania 110 i nast.
byt 59

Cecha (accidens) 59
cecha indywidualizująca 11
Chrysypp 4

Dedukcja 104
definicja 67 i nast.
Descartes 5
desygnat 17
determinacja zob. specjalizacja
dodawanie logiczne 51
doświadczenie 13
dowodzenie 106, 115 i nast.
dylemat 38, 39
dyrektywa zastępowania 72
dyrektywy wnioskowania zob. reguły wn.
dysjunkcja 25, 86
dyskursywny 7
dyspozycja (podział) 63
dyspozycje psychiczne 13
dysputa 112 i nast.
dystrybutywny 79

Empiria 13
empiryczne przekonania 12
entymemat 103, 142
epistemologia 3

Fikcyjny przedmiot 84
Frege 5
funkcja prawdziwościowa 23
" propozycjonalna 21, 82
" zdaniowa 22
funkcje semantyczne 16
funkcjonalizm 128
funktor 22, 48

Galilei 5
gatunek 57
generalizacja 58
generalizator 81
gnoseologia 3

Hipoteza 124
hipoteza historyczna 125 i nast.
" przyrodnicza 125 i nast.

Ignoratio elenchi 112
iloczyn logiczny 51
implikacja 25, 86
" formalna 82
" prawdopodobieństwowa 122
inferencja 42
infirmacja zob.sprawdzanie negatywne
intencjonalny 15
indukcja 131 i nast.
intuicyjny 7
inwersja 95

Jasny i wyraźny 8 10
jedynka logiczna 51
„jest" 46, 49
język 14 i nast.
" przedmiotowy 19
" metateoretyczny 19

Kategorematyczne wyrazy 73
kategorie 59
kategorie syntaktyczne (semant.) 49
kauzalizm 127
klasyfikacja 61
kolektywny 80
kondycjonalizm 129
konfirmacja zob.sprawozdanie pozytywne
koniunkcja 23
konkluzja 40
konkretny 8
konsekwencja zob.następstwo
konwersja zob.odwracanie zdań
krzywa Gaussa 67
kwadrat logiczny 86
kwantyfikator 81, 82

Leśniewski 5
logika 3

Łukasiewicz 5

Matryca 24
metalogika 19
metateoria 19
metoda reszt 137, 143
" różnicy 133
" zgodności 132
" zmian towarzyszących 137
metodologia nauk 3
mnożenie logiczne 51
motyw przekonania 12

Nadrzędność 55, 85
następstwo (konsekwencja) 41
nauki dedukcyjne 105, 153
" empiryczne 13,105,153
" humanistyczne 13
" matematyczne 13, 105, 153
" przyrodnicze 13
" ścisłe 160
nazwa generalna 46
" indywidualna 46
nazywanie 46
negacja zdań 27
negowanie terminów 51
nerw dowodu 117
niezależność 54
non sequitur 112

Obwersja 79
odejmowanie logiczne 51
odrywanie 42
odwracanie zdań 91 i nast.

odwrócenie stosunku 33,34
ogólnikowy 9
ogólność przedstawień 10, 11
okazjonalny 21, 47
onus probandi 113
opis klasyfikujący 62,63
" statystyczny 66
" szeregujący 63
opozycja zdań 85
orzecznik względny 46
orzekanie 16, 17
oznaczanie 16, 17, 46

Paradoks kłamcy 19
partycja 62
partykularyzator 82
Peano 5
petitio principii 111
podprzeciwieństwo 54,86
podstawa przekonania 12
podstawa wynikania 41
podział abstrakcyjny 63
" fizyczny 63
" logiczny 60 i nast.
" naturalny 62
" sztuczny 62
pojęcie 7, 11
polilemat 39
postać 8
postulat adekwatności 69
" istnienia 69
praedicabilia 57
prawdopodobieństwo 121
prawidła sensu 18, 28
" składni 18, 28
prawa naukowe 126 i nast.
prawo asercji 35
" Claviusa 37, 120
prawo De Morgana dla alternatywy i dla koniunkcji 36
" Dunsa Scota 38
" eksportacji (wyłączania) 40
" identyczności 29
" importacji (włączania) 39
" kontrapozycji 91
" łączności dla alternatywy i dla koniunkcji 36
" podwójnego przeczenia 32
" przemienności 33, 34
" przemienności hipotez 37
" redukcji do absurdu 37
" rejestrujące 124
" statystyczne 136
przeciwieństwo 54, 86
przedstawienia 6 i nast.
przekonania 6, 11, 14
przesłanka 40, 97
przydawki determinujące i modyf. 52
przypadłość 58
psychologia poznania 3, 5 i nast.

Rachunek zdań 22
racja 41
redukcyjne rozumowanie 105
reguły wnioskowania 42
relatyw zob.orzecznik względny
rodzaj 57
rozkład liczebności 67
rozłożenie terminu 99
rozumienie 17
rozumowanie 104 i nast.

równość 74
równoważność 27, 68
równoznaczność 68
różnica gatunkowa 57
Russell 5
rzecz (substancja) 59

Sąd 14, 16
schemat inferencyjny 43,123
Sextus Empiryk 4
słownik języka 18, 27
socjologia wiedzy 3
specjalizacja 58
sprawdzanie matrycowe 30
" negatywne (infirmacja) 106 136
" pozytywne (konfirmacja) 106, 135, 145, 150
sprzeczne zdania 31, 87
sprzeczność 55
stoicy 4
stosunek identyczności 48
" intencjonalny 15
" następowania 65
" przechodni 32
" przeciwzwrotny 30
" przeciwsymetryczny 33
" przyczynowy 127
" przynależności 48
" racji do następstwa 41
" spójny 65
" symetryczny 33
" zwrotny 30
Stosunki między zakresami terminów 54 i nast.
subalternacja 85
subiektywny 13
substancja zob.rzecz
suma logiczna 51
supozycja (przypuszczenie) 20
supozycja terminów 47
systematyka 58
szeregowanie 64 i nast.
sylogizm alternatywny 35,45
" destrukcyjny 35,44
" dysjunktywny 35,45
" hipotetyczny 32,43
" kategoryczny 97 i nast.
" konstrukcyjny 35, 44
symboliczny 7
synkategorematyczne wyrażenia 73
syntetyczne pojęcie 11

Teoria nauk 3
teoria nazw (orzeczników) 87, 95
teoria zdań 18
teorie naukowe 152 i nast.
termin 50 i nast.
termin pierwotny 74
tłumaczenie zob.wyjaśnianie
transpozycja 34, 44
treść myśli 14
typ 64

Układ 8

Wartość logiczna 22
warunek konieczny 128
" wystarczający 128
wewnętrzny 14

widok 14
właściwość 57
wnioskowanie 41 i nast. 88, 105
wyjaśnianie 106
wyjaśnianie przez prawa 124
" przez hipotezy 125, 142
wynikanie 41
wyobrażenia 7, 11
wyrażanie 16

Zakres terminu 50
zakres uniwersalny 51
" uzupełniający 51
zaprzeczenie zob.negacja
zasada podziału 60
" podwójnego przeczenia 31, 32
" sprzeczności 31
" wyłączonego środka 31
" identyczności 30
" wnioskowania
zdanie 20 i nast.
zdanie apodyktyczne 90
" asertoryczne 90
" deskrypcyjne 84
" elementarne 46
" generalne 80
" kategoryczne 78 i nast.
" mocne 80
" modalne 90
" problematyczne 90
" proste i złożone 21
" relacjonalne 46
" słabe 80
" wyłączające 96
zero logiczne 51
zmienne nazwowe 81
" orzecznikowe 87
" zdaniowe 22
znaczenie logiczne i psychologiczne 16

T r e ś ć

str.

Wstęp

1. Tymczasowe określenie logiki i główne fazy jej rozwoju 3
2. Zasadnicze pojęcia psychologii poznania 5
3. Myśl i język 13

Rozdział I. Teoria związków międzyzdaniowych - część I

1. Zdania i funkcje prawdziwościowe 20
2. Niektóre twierdzenia rachunku zdań 29
3. Wnioskowanie 40

Rozdział II. Teoria związków wewnątrzzdaniowych

1. Analiza zdania, jego składniki 46
2. Terminy, działania na terminach, stosunki zakresów 50
3. Klasyfikowanie i szeregowanie 57
4. Definicje 67
5. Zdania kategoryczne 78
6. Opozycja i konwersja 85
7. Sylogizm kategoryczny 96

Rozdział III. Teoria związków międzyzdaniowych - część II

1. O rozumowaniach
   a) Podział rozumowań 104
   b) Błędy rozumowania 110
   c) Dysputa 112
2. Dowodzenie 114
3. Wyjaśnianie 121
4. Prawa naukowe 126
5. Indukcja 131
6. Wyjaśnianie przez hipotezy 142
7. Rozumowanie przez analogię 145
8. Teorie naukowe 152

Indeks nazwisk i terminów 157

Barbara, Celarent, Darii, Ferio
Cesare, Camestres, Festino, Baroco
Darapti, Felapton, Disamis, Datisi, Bocardo, Ferison

Bamalip, Camenes, Dimatis, Fesapo, Fresison

Kp. Cesare

PeM	→	~~PeM~~ ~~SaM~~	MeP
SaM			SaM
SeP			SeP

Camestres

PaM	SeM	MeS
SeM	PaM	PaM
SeP	SeP	PeS