1893. Nr. 32.

Bericht

über die

städtische mittlere Töchterschule

zu Bromberg

für das 29. und 30. Schuljahr

Ostern 1893

erstattet vom

Rektor **Karl Wilske.**

Inhalt:

1. Schulnachrichten. 2. Abhandlung zum Rechenunterricht.

Bromberg.
Buchdruckerei von A. Dittmann.
1893.

Schulnachrichten.

I. Allgemeine Lehrverfassung.

1. Übersicht über die Lehrgegenstände und deren wöchentliche Stundenzahl.

Lehrgegenstände.	I.	II.	III, 1.	III, 2.	IV, 1.	IV, 2.	V, 1.	V, 2.	VI.	VII.	Zus.
Ev. Religionslehre	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	30
Kath. Religionslehr.	3				3				2		8
Deutsch	5	5	6	6	6	6	8	8	8	8	66
Französisch	4	4	4	4	4	4	—	—	—	—	24
Rechnen u. Rauml.	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	40
Erdkunde	2	2	3	3	3	3	1	1	—	—	12
Geschichte	2	2					—	—	—	—	10
Naturkunde	4	3	2	2	1	1	1	1	—	—	15
Schönschreiben . .	—	—	1	1	2	2	3	3	2	2	16
Zeichnen	2	2	2	2	2	2	—	—	—	—	12
Singen	2		2		2		2		2	1	11
Weibl. Handarbeit.	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	20
Turnen	—	1	1		1		1		—	—	4
Zusammen	30	30	30	30	30	30	25	25	21	20	

2. Verteilung der Lehrgegenstände

Lehrer und Lehrerinnen.	Klassen-Vorst.	Wöchentl. Stunden.	I.	II.	III, 1.	III, 2.
Wilske.	I.	16	4 Rechnen und Raumlehre. 2 Erdkunde. 2 Geschichte.	4 Rechnen und Raumlehre. 2 Erdkunde. 2 Geschichte.	—	—
Löscher.	II.	25	4 Naturkunde 2 Zeichnen.	3 ev. Relig. 5 Deutsch. 3 Naturkunde. 2 Zeichnen.	4 Rechnen.	2 Zeichnen.
Sekura.	III, 1.	25	5 Deutsch.	—	3 kath. Rel. I. II. III, 1. 6 Deutsch. 3 Erdk. u. Gesch. 1 Schönschreib. 2 Zeichnen.	—
Pannicke.	—	28	3 ev. Relig.	—	2 Naturkunde	3 ev. Relig.
Gluth.	III, 2.	25 + 4	—	1 Turnen.	1 Turnen. III, 1. III, 2.	6 Deutsch. 4 Rechnen. 3 Erdk. u. Gesch. 2 Naturkunde. 1 Schönschreib.
Schilling.	V, 1.	21	—	—	—	—
Schmidt.	V, 2.	27 1	2 Singen. I. II.	—	3 ev. Relig. 2 Singen. III, 1. III 2.	—
Krause.	IV, 1.	23	4 Französisch. 2 Handarb.	—	—	—
Buchholz.	IV, 2.	23	—	4 Französisch. 2 Handarb.	—	—
Fechner.	VI.	25	—	—	4 Französisch. 2 Handarb.	—
Waldow.	VII.	25	—	—	—	4 Französisch 2 Handarb.

im Winterhalbjahr 1892—93.

IV, 1.	IV, 2.	V, 1.	V, 2.	VI.	VII.
—	—	—	—	—	—
—	—	—	—	—	—
3 kath. Relig. IV, 1—V, 2.	2 Zeichnen.	—	—	—	—
3 Erdk. u. Gesch. 2 Singen. IV, 1. IV 2.	3 Rechnen. 3 Erdk. u. Gesch. 1 Naturgesch.	2 Singen. V, 1. V, 2.	—	4 Rechnen. 2 Singen.	—
4 Rechnen. 1 Naturgesch. 2 Zeichnen.	1 Turnen. IV, 1. IV, 2.	1 Turnen. V, 1. V, 2.	—	2 kath. Relig. VI. VII.	—
—	1 Schriftrechn.	3 ev. Relig. 8 Deutsch. 4 Rechnen. 1 Erdkunde. 1 Naturgeschichte. 3 Schönschreiben.	—	—	—
—	—	—	3 ev. Relig. 8 Deutsch. 4 Rechnen. 1 Erdkunde. 1 Naturgesch. 3 Schönschreib.	—	1 Singen.
3 ev. Relig. 6 Deutsch. 4 Französisch. 2 Schönschreiben. 2 Handarb.	—	—	—	—	—
—	3 ev. Relig. 6 Deutsch. 4 Französisch. 2 Schönschreiben. 2 Handarb.	—	—	—	—
—	—	2 Handarb.	2 Handarb.	3 ev. Relig. 10 Deutsch und Schönschrb. 2 Handarb.	—
—	—	—	—	—	3 ev. Relig. 10 Deutsch u. Schreiben. 4 Rechnen. 2 Handarb.

3. Durchgearbeitete Unterrichtsstoffe.

In den beiden Berichtsjahren wurden diejenigen Unterrichtsstoffe durchgearbeitet, welche der im 18., bezw. 21. Bericht enthaltene Lehrplan vorschreibt, weshalb von einer Wiedergabe derselben hier abgesehen wird.

II. Verfügungen der vorgesetzten Behörden.

Vom 30. April 1891. Der Minister der geistlichen, Unterrichts- und Medizinal-Angelegenheiten ordnet für den 25. Mai 1891 eine Erhebung über den Stand des niedern Schulwesens im Pr. Staate an.

Vom 18. März 1892. Die Königliche Regierung genehmigt die Einführung des geographischen Lehrbuchs von Ad. Tromnau.

Vom 26. März 1892. Der Magistrat ordnet an, alle Rechnungen für Lieferungen in den 9 ersten Monaten des des Rechnungsjahres im Dezember einzureichen und in den Abschluß des Rechnungsamts diejenigen Beträge einzusetzen, welche für die 3 letzten Monate erforderlich sein werden.

Vom 13. Mai 1892. Der Magistrat ersucht, als Schutzmaßregel gegen die Verbreitung der Tuberkulose Glasspucknäpfe mit vorgeschriebener Füllung aufzustellen und benutzen zu lassen.

Vom 19. Juni 1892. Der Regierungs-Präsident vervollständigt die Vorschriften über die Füllung der Glasspucknäpfe.

Vom 29. August 1892. Die Königliche Regierung erfordert Bericht über die wegen großer Hitze eingetretenen Kürzungen des Unterrichts.

Vom 10. Januar 1893. Die Königliche Regierung regelt die Feier des Geburtstages Sr. Majestät des Kaisers und Königs' sowie des Sedanfestes.

III. Zur Geschichte der Anstalt.

1. Unterrichtsdauer, Ferien und Prüfungen.

	Schulschluß:	Schulanfang:
1891:	Ostern,	am 8. April,
	Pfingsten am 15. Mai,	„ 21. Mai,
	Sommer „ 1. Juli,	„ 2. August,
	Herbst „ 26. September,	„ 13. Oktober.
	Weihnacht am 21. Dezember.	

	Schulschluß:	Schulanfang:
1892:	Neujahr,	am 7. Januar,
	Ostern am 6. April,	„ 21. April,
	Pfingsten am 3. Juni,	„ 9. Juni,
	Sommer „ 1. Juli,	„ 2. August,
	Herbst „ 24. September,	„ 11. Oktober.
	Weihnacht „ 20. Dezember.	
1893:	Neujahr,	am 4. Januar,
	Ostern am 24. März.	„ 11. April.

Prüfungen erfolgten durch den Königlichen Kreis-Schul-Inspektor Herrn Lic. Saran am 8. Mai 1891 und 8. März 1892.

2. Feste und Feierlichkeiten.

Die vaterländischen Feste und Gedenktage in den beiden Berichtsjahren wurden im Sinne der erlassenen Bestimmungen durch Ansprachen, sowie durch Vorträge von Gesängen und Gedichten gefeiert. Ansprachen hielten im Schulsaale:

a) am 27. Januar 1892 Herr Löscher, 1893 Herr Gluth, Frl. Buchholz und Frl. Fechner,
b) am 22. März 1892 der Rektor,
c) am 15. Juni 1892 der Rektor,
d) am 18. Oktober 1891 der Rektor, 1892 Herr Sekura,
e) am 2. September 1891 Herr Gluth, 1892 Herr Schilling,
f) am 25. September 1891 zum Gedächtnis Theodor Körners der Rektor.

In jedem der beiden Berichtsjahre wurde eine Weihnachtsfeier veranstaltet, bestehend aus Gesängen der Schülerinnen unter Leitung des Gesanglehrers Herrn Schmidt und einer Ansprache des Rektors. Ein Weihnachtsbaum mit angemessener Ausstattung erhöhte die Feier, der eine große Anzahl von Angehörigen der Schülerinnen beiwohnte.

Ausflüge einzelner Klassen mit ihren Lehrern fanden mehrfach statt. Diese wurden nicht nur zu Belehrungen unternommen, sondern auch zu fröhlichem Spiel in frischer Waldesluft. Ihr Schulfest begingen die 4 unteren Klassen 1891 am 3. Juni, 1892 am 10. Juni im schönen Walde bei der 5. Schleuse, die 6 oberen Klassen 1891 wie 1892 am 9. Juni in dem herrlichen Rinkau, jedesmal unter großer Beteiligung der Eltern und Geschwister unserer Schülerinnen, sowie von Schulfreunden.

3. Der Lehrkörper.

In beiden Berichtsjahren ist eine Änderung in der Zusammensetzung des Lehrkörpers nicht eingetreten. Derselbe besteht aus folgenden 11 Gliedern: dem Rektor Wilske, den Mittelschullehrern Pannicke, Löscher und Sekura, den Volksschullehrern Gluth, Schmidt und Schilling, sowie den Lehrerinnen Fechner, Krause, Buchholz und Waldow.

Im Schuljahr 1891—92 war Herr Schilling für den Monat August ganz beurlaubt, um eine Kur zur Herstellung und Kräftigung seiner angegriffenen Gesundheit ausführen zu können; er wurde durch den Lehrkörper vertreten. Vom 1. September bis zum Schlusse des Schuljahres Ostern 1892 gab Herr Schilling mit dankenswerter Zustimmung des Magistrats nur die Hälfte seiner wöchentlichen Pflichtstunden; die andere Hälfte übernahm die Lehrerin Frl. Hartung von hier. Da im Sommerhalbjahr 1892 eine nochmalige Beurlaubung des Herrn Schilling geboten war, so übernahm Frl. Hartung dessen Vertretung ganz, und zwar von Pfingsten bis zum Anfang der Sommerferien. Sie vertrat auch 3 Wochen nach den Sommerferien den Kollegen Schmidt, der zur Ausführung einer ihm ärztlich verordneten Trinkkur beurlaubt war. Frl. Hartung hat die ihr gestellten Aufgaben mit Eifer, Umsicht und gutem Erfolg gelöst und die Anstalt daher zu Dank verpflichtet. Vom 1. bis 17. September 1891, 9. bis 14. August und 10. bis 15. Dezember 1892 war der Rektor an der Ausübung seines Dienstes behindert. In den Rektoratsgeschäften wurde er von Herrn Löscher, in den Unterrichtsstunden von diesem und den übrigen Lehrern der Anstalt bereitwilligst vertreten.

Die übrigen Glieder des Lehrkörpers erfreuten sich einer so vortrefflichen Gesundheit, daß bei einzelnen nur kürzere Unterbrechungen des Unterrichts notwendig wurden.

4. Die Schülerinnen.

Der Gesundheitszustand unserer Schülerinnen war während der ganzen Berichtszeit durchaus gut. Eine liebe Schülerin rief Gott der Herr aus unserer Mitte:

Ida Steck, Tochter des Briefträgers Steck hierselbst, starb am 1. September 1891 an Typhus.

IV. Zahlenmäßige Übersichten.

1. Klassenbestände, Zu- und Abgänge im Schuljahr 1891—92.

1891—92.	I.	II.	III,1.	III,2.	IV,1.	IV,2.	V,1.	V,2.	VI.	VII.	Zus.
1. **Bestand 1. Februar 1891**	**16**	**35**	**36**	**32**	**44**	**44**	**37**	**36**	**70**	**51**	**401**
2. Abgang Ostern 1891	8	8	6	9	2	6	1	2	3	—	45
3 a. Zugang durch Versetzung	21	37	35	31	27	33	29	34	49	—	296
3 b. Zugang durch Aufnahme	—	—	—	—	2	3	8	7	4	37	61
4. **Bestand 22. April 1891**	**29**	**43**	**44**	**38**	**39**	**40**	**43**	**45**	**57**	**39**	**417**
5. Zugang Sommer 1891	—	—	—	1	—	—	1	1	—	3	6
6. Abgang Sommer 1891	9	5	6	4	2	2	1	5	3	1	38
7. Zugang Michaelis 1891	—	—	—	1	—	1	1	3	6	2	14
8. **Bestand 15. Oktober 1891**	**20**	**38**	**38**	**36**	**37**	**39**	**44**	**44**	**60**	**43**	**399**
9. Zugang bis 1. Februar 1892 ...	—	—	—	—	2	2	—	1	1	1	7
10. Abgang bis 1. Februar 1892 ...	2	—	—	—	—	—	—	1	—	3	6
11. **Bestand 1. Februar 1892**	**18**	**38**	**38**	**36**	**39**	**41**	**44**	**44**	**61**	**41**	**400**
12a. Bestand aus 1890—91	29	43	44	38	37	37	35	38	53	2	356
12b. Zugang in 1891—92	—	—	—	2	4	6	10	12	11	44	89
12c. **Gesamtanzahl 1891—92**	**29**	**43**	**44**	**40**	**41**	**43**	**45**	**50**	**64**	**46**	445

2. Religion (Confession), Sprache, Heimat und Alter der Schülerinnen im Schuljahr 1891—92.

1891—92.	Gesamtanzahl.	Religion bezw. Confession.			Sprache.		Heimat.		Alter.	
		Evangel.	Kath.	Mos.	Deutsch.	Deutsch u. Poln.	Einh.	Ausw.	Durchschnittlich.	14 J. u. darüber.
1. Am Anfange des Sommerhalbjahres . .	419	354	50	15	419	5	399	20	—	—
2. Am Anfange des Winterhalbjahres . .	399	341	40	18	399	5	379	20	—	—
3. Am 1. Febr. 1892:									J.	Sch.
Klasse I	18	16	1	1	18	1	18	—	14,0	9
„ II	38	29	5	4	38	—	35	3	13,5	11
„ III, 1	38	29	8	1	38	1	36	2	12,7	3
„ III, 2	36	31	—	5	36	—	34	2	12,4	1
„ IV, 1	39	33	4	2	39	—	37	2	11,7	—
„ IV, 2	41	37	2	2	41	1	38	3	11,6	—
„ V, 1	44	36	6	2	44	—	42	2	10,0	—
„ V, 2	44	41	2	1	44	—	42	2	10,1	—
„ VI	61	56	5	—	61	1	58	3	8,8	—
„ VII	41	35	6	—	41	1	40	1	7,5	—
	400	343	39	18	400	5	380	20	—	—

3. Klassenbestände, Zu- und Abgänge im Schuljahr 1892—93.

1892—93.	I.	II.	III,1.	III,2.	IV,1.	IV,2.	V,1.	V,2.	VI.	VII.	Zus.
1. **Bestand 1. Februar 1892**	18	38	38	36	39	41	44	44	61	41	400
2. Abgang Ostern 1892	10	13	8	6	3	4	1	1	2	1	49
3 a. Zugang durch Versetzung	19	38	33	23	39	33	26	27	33	—	271
3 b. Zugang durch Aufnahme	—	—	—	1	5	—	4	8	7	46	71
4. **Bestand 30. April 1892**	27	44	41	38	48	46	39	40	46	53	422
5. Zugang Sommer 1892	—	—	—	—	—	1	2	—	1	2	6
6. Abgang Sommer 1892	10	5	5	4	4	2	—	2	1	2	35
7. Zugang Michaelis 1892	—	—	—	1	1	1	—	1	3	1	8
8. **Bestand 15. Oktober 1892**	17	39	36	35	45	46	41	39	49	54	401
9. Zugang bis 1. Februar 1893 . . .	—	—	—	1	1	1	1	—	2	1	7
10. Abgang bis 1. Februar 1893 . . .	—	—	—	—	2	3	—	—	3	—	8
11. **Bestand 1. Februar 1893**	17	39	36	36	44	44	42	39	48	55	400
12a. Bestand aus 1891—92	27	44	41	37	43	46	35	32	39	7	351
12b. Zugang in 1892—93	—	—	—	3	7	3	7	9	13	50	92
12c. **Gesamtanzahl 1892—93**	27	44	41	40	50	49	42	41	52	57	443

4. Religion (Confession), Sprache, Heimat und Alter der Schülerinnen im Schuljahr 1892—93.

1892—93.	Gesamtanzahl.	Religion bezw. Confession. Evangel.	Kath.	Mos.	Sprache. Deutsch.	Deutsch u. Poln.	Heimat. Einh.	Ausw.	Alter. Durchschnittlich.	14 J. u. darüber.
1. Am Anfange des Sommerhalbjahres . .	422	360	49	13	422	6	395	27	—	—
2. Am Anfange des Winterhalbjahres . .	401	336	51	14	401	7	375	26	—	—
3. Am 1. Febr. 1893:									J.	Sch.
Klasse I	17	15	2	—	17	—	17	—	13,9	6
„ II	39	34	3	2	39	1	38	1	13,3	8
„ III, 1	36	27	8	1	36	2	33	3	12,8	4
„ III, 2	36	32	—	4	36	—	32	4	13,0	8
„ IV, 1	44	41	3	—	44	—	42	2	11,2	—
„ IV, 2	44	40	4	—	44	2	43	1	11,4	—
„ V, 1	42	37	5	—	42	1	39	3	10,0	—
„ V, 2	39	34	4	1	39	—	36	3	10,3	—
„ VI	48	41	6	1	48	—	43	5	8,5	—
„ VII	55	41	12	2	55	3	52	3	7,7	—
	400	342	47	11	400	9	375	25	—	—

V. Vermehrung der Lehrmittel.

1. Lehrmittel im engeren Sinne.

W. Pfeifers Bilder für den Anschauungsunterricht aus den Hey-Speckterschen Fabeln, Bild 13 (Schwan), 14 (Mäuschen), 15 (Vögel und Ente). — Porschke, Wandkarte zur brandenburg.-preuß. Geschichte. Nabert, Karte der Verbreitung der Deutschen in Europa. — Tafel der deutschen Kleinvögel. Schlittenapparat nach du Bois-Reymond. Rolle mit Stahlmagnet. 2 Geißlersche Röhren. Thermoelektrische Säule nach Nobili. — Bruchrechen-Apparat von Schöpfs.

2. Schriften für die Lehrerbücherei.

Die Lehrerbücherei wurde u. a. durch folgende Schriften vermehrt: Allgemeine Dtsch. Lehrerztg. 1891. 92. Centralblatt für die Unterrichts-Verwaltung 1891. 92. Mittelschule 1891. 92. Posener Schulztg. 1891. 92. Pädagogische Warte 1892. Praktischer Schulmann 1891. 92. Remboldt, Schulgesundheitspflege. Zeitschrift für weibliche Bildung 1891. 92. — Krumbach, Deutsche Aufsätze I—III. Lion, Zeitschrift für den deutschen Unterricht. 1891. 92. Müller — Frauenstein, Handbuch für den deutschen Sprachunterricht. I. II. Zeitschrift des Deutschen Sprachvereins 1891. 92. — Cantor, Vorlesungen über die Geschichte der Mathematik II. Hoffmann, Zeitschrift für den math. und naturw. Unterricht 1891. 92. — Seibert, Zeitschrift für Schulgeographie 1891. 92. Geistbeck, Leitfaden der Geographie. — Jäger, Weltgeschichte IV. — Wildermuth, Jahrbuch der Naturwissenschaften, 1890—92. May, Kontaktelektrizität.

3. Schriften für die Schülerinnen-Bücherei.

Die Schülerinnen-Bücherei wurde nach Maßgabe der verfügbaren Mittel um 180 Nummern vermehrt, so daß dieselbe jetzt einen Bestand von 3130 Bänden, bezw. Bändchen hat.

Zum Rechenunterricht.

Vom Rechnen der alten Ägypter vor mehr als 3500 Jahren.

Die Fragen, wer bei den alten Kulturvölkern Unterricht im Rechnen erteilte, welche Verfahrungsweisen in Anwendung kamen, wer diesen Unterricht empfing, können nur unvollständig beantwortet werden, weil aus den lückenhaften Überlieferungen kein deutliches Bild zu gewinnen ist. Als sicher gilt, daß die Rechenkunst nicht Gemeingut war, ja daß nicht einmal die geringsten Anfangsgründe Jedermann aus dem Volke vermittelt wurden, da es einen Volksunterricht in unserm Sinne nicht gab. Mit Kunst und Wissenschaft sich zu beschäftigen, das beanspruchten sogar bestimmte Kasten oder sich abschließende Kreise als ihr gebührendes Vorrecht. So sehen wir bei den Babyloniern, Ebräern und Ägyptern die Pflege der Wissenschaften in den Händen der Priester.

Die ägyptischen Priester haben unzweifelhaft den Grund zu den mathematischen Wissenschaften gelegt und auch eine weitergehende Ausbildung derselben geleistet. Denn ein Volk, dessen Hoch- und Tiefbauten, Pyramiden, Tempel, Paläste, Kanäle und Schleusenwerke, noch heute, nach Jahrtausenden, unsere Bewunderung erregen, muß Lehrmeister gehabt haben, die über ein nicht unbedeutendes Maß arithmetischer, geometrischer und mechanischer Kenntnisse verfügten. Diese Annahme wird unterstützt durch die Zeugnisse hervorragender Schriftsteller des Altertums. So erfahren wir durch Herodot, den Vater der Geschichte, der um die Mitte des 5. Jahrhunderts vor Chr. Ägypten bereiste, daß die Ägypter die Rechenkunst nicht weniger pflegten als die Griechen, und Diodoros, welcher 70 vor Chr. in Ägypten sich aufhielt, berichtet: „Die Priester lehren ihre Söhne zweierlei Schrift, die sogenannte heilige (hieratische) und die, welche man gewöhnlich lernt (die demotische). Mit Geometrie und Arithmetik beschäftigen sie sich eifrig. Denn indem der Fluß (Nil) alljährlich das Land vielfach verändert, veranlaßt er viele und mannigfache Streitigkeiten über die Grenzen zwischen den Nachbarn; diese können nun nicht leicht ausgeglichen werden, wenn nicht ein Geometer den wahren Sachverhalt durch direkte Messung ermittelt. Die Arithmetik dient ihnen in Haushaltungsangelegenheiten und bei den Lehrsätzen der Geometrie; auch ist sie denen von nicht geringem Vorteil, die sich mit Sternkunde beschäftigen."

Über Umfang und Art des Rechnens, wie es die ägyptischen Priester in grauer Vorzeit lehrten, giebt ein mathematischer Papyrus, den in neuerer Zeit der Engländer A. Henry Rhind erworben und der deutsche Ägyptologe Prof. Aug. Eisenlohr entziffert hat, genauern Aufschluß. Diesen Papyrus, den man nach dem glücklichen Entzifferer wohl am richtigsten den Papyrus Eisenlohr nennen würde, hat derselbe 1877 unter dem Titel: „Ein mathematisches Handbuch der alten Ägypter (Papyrus Rhind des British Museum) übersetzt und erklärt," herausgegeben. Der erste Band enthält den Wortlaut in althieratischer Schrift (vermutlich eine zum Schreiben bequemere Form der Hieroglyphen) mit darunter stehender Übersetzung, der sich Erläuterungen anschließen. Den zweiten Band bilden 24 Tafeln, auf denen lediglich der Wortlaut in althieratischer Schrift dargeboten wird.

Gemäß dem Urteile Sachverständiger stellt dieser Papyrus eine um 1700 v. Chr. angefertigte Abschrift eines Papyrus dar, der gegen das Ende oder schon um die Mitte des dritten Jahrtausends v. Chr. entstanden sein dürfte. Über den Charakter des Papyrus sind die Sachverständigen nicht einig. Während Prof. Aug. Eisenlohr ihn als mathematisches Handbuch, als ein bequemes Nachschlage- und Hilfsbuch für praktische Zwecke bezeichnet, da derselbe nur lauter Beispiele des praktischen Lebens, aber keine Theorie enthalte, folglich kein Lehrbuch sei, führt Prof. Weyr in Übereinstimmung mit dem französischen Ägyptologen E. Revillout den Nachweis, daß der Papyrus ein Übungs- oder Aufgabenheft eines Zöglings jener Unterrichtshäuser gewesen sei, in denen Schüler für den Beruf als Landwirt, Verwalter, Feldmesser 2c. mit den erforderlichen Rechnungsarten vertraut gemacht wurden. „Wir wiederholen nur unsere Übereinstimmung mit der Ansicht, daß das Original des Papyrus neben den von einem Lehrer der Mathematik herrührenden Musterbeispielen die sehr oft verunglückten Übungen eines Schülers enthält, der nicht zu den hervorragenden seiner Klasse gehört haben mochte." (Weyr, Über die Geometrie der alten Ägypter S. 22.)

Mag nun das Urteil Eisenlohrs oder Weyrs zutreffend sein, dem Inhalte des Papyrus geschieht hierdurch kein Eintrag; auch als Schulheft bleibt der Papyrus eine gar köstliche Quelle altägyptischer Arithmetik und rechnender Geometrie. Klar und deutlich fließt aus ihr die Erkenntnis, daß die Ägypter schon in jener grauen Vorzeit eine ausgebildete Rechenkunst besaßen, indem sie mit ganzen und gebrochenen Zahlen zu rechnen und alle

Aufgaben des praktischen Lebens einschließlich der Flächenmessung zu lösen verstanden. Auch Gleichungen ersten Grades, sowie arithmetische und geometrische Reihen wußten sie zu bewältigen. Sogar eine Anwendung der Proportionslehre auf die Durchschnittsfigur einer geraden Pyramide findet sich, welche Anklänge an unsere moderne Trigonometrie erkennen läßt.

Vor einem Eingehen auf die Art des Rechnens der alten Ägypter ist es geboten, den Inhalt des Papyrus übersichtlich vorzuführen. Eisenlohr hat 5 Teile unterschieden und ihnen folgende Überschriften gegeben: 1. Arithmetik, 2. Volumetrie, 3. Geometrie, 4. Berechnung der Pyramiden, 5. Sammlung praktischer Beispiele. Eingeleitet wird der Papyrus mit folgenden Worten: „Vorschrift zu gelangen zur Kenntnis aller dunkeln Dinge . . . . . aller Geheimnisse, welche enthalten sind in den Gegenständen." Dieser Anpreisung, die wahrscheinlich von dem Abschreiber Ahmes herrührt, folgt eine Angabe über den Zeitraum, in welchem die Urschrift entstanden sein dürfte, die Ahmes einige Jahrhunderte später auffand und samt allen Fehlern abschrieb. Die einzelnen Teile haben folgenden Inhalt:

1. Arithmetik. Dieser Teil besteht aus 5 Abschnitten, die auf den Tafeln 1—14 dargestellt sind. Der 1. Abschnitt (Tafel 1 bis 8) behandelt die Teilung der Zahl 2 durch die ungeraden Zahlen von 3 bis 99 oder, was dasselbe ist, die Zerlegung der Zweigbrüche

$$\frac{2}{5}, \frac{2}{7}, \frac{2}{9}, \ldots\ldots, \frac{2}{99}$$

in 2 bis 4 Stammbrüche, deren Nenner mit wenigen Ausnahmen gerade Zahlen sind. — Der 2. Abschnitt (Tafel 9) beschäftigt sich mit der Teilung der Zahlen 1, 3, 6, 7, 8, 9 durch 10 in Form von Brotverteilungen. Aufg. 1 bis 6. — Der 3. Abschnitt (Tafel 9. 10) bietet die sogenannte Ergänzungs- oder Vollendungsrechnung, in welcher Ergänzungen von Brüchen und gemischten Zahlen auf den Wegen des Vervielfachens und Zuzählens gefordert werden. Aufg. 7 bis 23. — Der 4. Abschnitt (Tafel 11 bis 13) umfaßt die Haurechnung, nämlich Gleichungen ersten Grades, in welchen aus der gegebenen Summe eines Ganzen und seiner Teile die Größe dieses Ganzen (der Unbekannten = Hau = Haufen) gesucht werden soll. Aufg. 24 bis 38. — Der 5. Abschnitt (Tafel 14) macht mit der Unterschiedsrechnung bekannt, indem Verteilungen mit ungleichen Anteilen vorgenommen werden, so daß die Größe des Unterschiedes der Anteile in Frage kommt. Aufg. 39. 40.

2. Volumetrie. Der zweite Teil umfaßt die Berechnung des Inhalts von runden und viereckigen Fruchthäusern hinsichtlich ihres Fassungsvermögens für Getreide. (Tafel 15. 16.) Aufg. 41 bis 48.

3. Geometrie. Der dritte Teil, dessen Überschrift Geometrie in der wörtlichen Bedeutung von Erd- oder Landmessung aufzufassen ist, enthält die Berechnung der Flächen rechteckiger, kreisrunder, dreieckiger und trapezförmiger Felder, außerdem die Teilung von Feldflächen. (Tafel 17.) Aufg. 49 bis 55.

4. Berechnung der Pyramiden und eines Grabdenkmals, aber nicht des Körperinhalts dieser Raumgestalten, sondern des Verhältnisses zweier vorkommenden Strecken zur Wiederholung desselben Winkels. (Tafel 18.) Aufg. 56 bis 60. — Den Schluß dieses Teils bildet eine Zusammenstellung von Bruchvervielfachungen und eine arithmetische Regel zur Bestimmung des $^2/_3$fachen von einem Stammbruch. (Tafel 19.) Aufgabe 61.

5. Sammlung praktischer Beispiele. Dieser Teil bietet 23 Aufgaben über Fragen des bürgerlichen Lebens, wie Berechnung des Werts der Steine in einem Schmuck, abermals Verteilungen von Brot oder Getreide, Berechnung des auf einen Tag entfallenden Teils eines Jahresertrags, Berechnung von Arbeitslöhnen, Nahrungsmitteln, des Biergehalts, sowie des Futters für Geflügel und Ochsen. (Tafel 19 bis 23.) Aufg. 62 bis 84. — Den Schluß bilden ein Losungswort („Fange das Ungeziefer und die Mäuse, vertilge das frische Unkraut, bitte Gott Ra um Wärme, Wind und hohes Wasser“) und zwei Bruchstücke von Aufgaben. (Tafel 24.) Aufg. 85. 86.

I. Die Zerlegung von Zweigbrüchen in Stammbrüche.

Die Zahlen, mit denen im Papyrus Eisenlohr gerechnet wird, sind größtenteils Brüche, und zwar Stammbrüche, deren Zähler 1 durch ein Pünktchen über dem Nenner angezeigt ist. Zweigbrüche konnte der Ägypter wohl denken, wie aus dem ganzen Charakter der Aufgaben im Papyrus erhellt, aber nur dann schreiben, wenn mehrere derselben mit gemeinschaftlichem Nenner in Zwischenrechnungen auftraten. Er stellte sonst jeden Zweigbruch mit alleiniger Ausnahme von $\frac{2}{3}$, wofür ein eigenes Zeichen benutzt wurde, als Summe von Stammbrüchen dar, die einzelnen Stammbrüche aneinanderreihend, z. B.

$$\frac{1}{24}\ \frac{1}{58}\ \frac{1}{174}\ \frac{1}{232} \text{ statt } \frac{2}{29}.$$

Diese Darstellungsweise der Zweigbrüche nötigte den Lehrer, seine Schüler mit der Lösung der Aufgabe vertraut zu machen, jede angedeutete Teilung, d. h. jeden Zweigbruch in eine Summe von Stammbrüchen zu zerlegen. So steht denn auch auf den 8 ersten Tafeln des Papyrus diese unbestimmte Aufgabe, die als solche unzählig viele Lösungen gestattet, für die Zweigbrüche

$\frac{2}{5}, \frac{2}{7}, \frac{2}{9}, \ldots\ldots, \frac{2}{99}$

in der hier gegebenen Folge gelöst; jedoch ist jedesmal nur eine Lösung verzeichnet. Für $\frac{2}{3}$ fehlt eine Zerlegung, z. B. die naheliegendste $\frac{1}{2}\ \frac{1}{6}$, obgleich gerade diese im Papyrus vielfach benutzt wird.

Werden die Ergebnisse der Zerlegung gruppenweis und nach der Größe der Zweigbruchnenner zusammengestellt, so entsteht folgende

Stammbruchtafel:

1)
$$\frac{2}{3} = \frac{2}{3}$$
$$\frac{2}{9} = \frac{1}{6}\ \frac{1}{18}$$
$$\frac{2}{15} = \frac{1}{10}\ \frac{1}{30}$$
$$\frac{2}{21} = \frac{1}{14}\ \frac{1}{42}$$
$$\frac{2}{27} = \frac{1}{18}\ \frac{1}{54}$$
$$\frac{2}{33} = \frac{1}{22}\ \frac{1}{66}$$
$$\frac{2}{39} = \frac{1}{26}\ \frac{1}{78}$$
$$\frac{2}{45} = \frac{1}{30}\ \frac{1}{90}$$
$$\frac{2}{51} = \frac{1}{34}\ \frac{1}{102}$$
$$\frac{2}{57} = \frac{1}{38}\ \frac{1}{114}$$
$$\frac{2}{63} = \frac{1}{42}\ \frac{1}{126}$$
$$\frac{2}{69} = \frac{1}{46}\ \frac{1}{138}$$
$$\frac{2}{75} = \frac{1}{50}\ \frac{1}{150}$$
$$\frac{2}{81} = \frac{1}{54}\ \frac{1}{162}$$
$$\frac{2}{87} = \frac{1}{58}\ \frac{1}{174}$$
$$\frac{2}{93} = \frac{1}{62}\ \frac{1}{186}$$
$$\frac{2}{99} = \frac{1}{66}\ \frac{1}{198}$$

2)
$$\frac{2}{5} = \frac{1}{3}\ \frac{1}{15}$$
$$\frac{2}{25} = \frac{1}{15}\ \frac{1}{75}$$
$$\frac{2}{65} = \frac{1}{39}\ \frac{1}{195}$$
$$\frac{2}{85} = \frac{1}{51}\ \frac{1}{255}$$

3)
$$\frac{2}{7} = \frac{1}{4}\ \frac{1}{28}$$
$$\frac{2}{49} = \frac{1}{28}\ \frac{1}{196}$$
$$\frac{2}{77} = \frac{1}{44}\ \frac{1}{308}$$

4)
$$\frac{2}{11} = \frac{1}{6}\ \frac{1}{66}$$
$$\frac{2}{55} = \frac{1}{30}\ \frac{1}{330}$$

5)
$$\frac{2}{23} = \frac{1}{12}\ \frac{1}{276}$$

6)
$$\frac{2}{35} = \frac{1}{30}\ \frac{1}{42}$$
$$\frac{2}{91} = \frac{1}{70}\ \frac{1}{130}$$

7)
$$\frac{2}{13} = \frac{1}{8}\ \frac{1}{52}\ \frac{1}{104}$$
$$\frac{2}{37} = \frac{1}{24}\ \frac{1}{111}\ \frac{1}{296}$$
$$\frac{2}{41} = \frac{1}{24}\ \frac{1}{246}\ \frac{1}{328}$$
$$\frac{2}{67} = \frac{1}{40}\ \frac{1}{335}\ \frac{1}{536}$$
$$\frac{2}{71} = \frac{1}{40}\ \frac{1}{568}\ \frac{1}{710}$$
$$\frac{2}{97} = \frac{1}{56}\ \frac{1}{679}\ \frac{1}{776}$$

8)
$$\frac{2}{17} = \frac{1}{12}\ \frac{1}{51}\ \frac{1}{68}$$
$$\frac{2}{19} = \frac{1}{12}\ \frac{1}{76}\ \frac{1}{114}$$
$$\frac{2}{31} = \frac{1}{20}\ \frac{1}{124}\ \frac{1}{155}$$
$$\frac{2}{59} = \frac{1}{36}\ \frac{1}{236}\ \frac{1}{531}$$
$$\frac{2}{95} = \frac{1}{60}\ \frac{1}{380}\ \frac{1}{570}$$

9)
$$\frac{2}{47} = \frac{1}{30}\ \frac{1}{141}\ \frac{1}{470}$$
$$\frac{2}{53} = \frac{1}{30}\ \frac{1}{318}\ \frac{1}{795}$$

10)
$$\frac{2}{29} = \frac{1}{24}\ \frac{1}{58}\ \frac{1}{174}\ \frac{1}{232}$$
$$\frac{2}{61} = \frac{1}{40}\ \frac{1}{244}\ \frac{1}{488}\ \frac{1}{610}$$

11)
$$\frac{2}{73} = \frac{1}{60}\ \frac{1}{219}\ \frac{1}{292}\ \frac{1}{365}$$
$$\frac{2}{79} = \frac{1}{60}\ \frac{1}{237}\ \frac{1}{316}\ \frac{1}{790}$$
$$\frac{2}{83} = \frac{1}{60}\ \frac{1}{332}\ \frac{1}{415}\ \frac{1}{498}$$
$$\frac{2}{89} = \frac{1}{60}\ \frac{1}{356}\ \frac{1}{534}\ \frac{1}{890}$$

12)
$$\frac{2}{43} = \frac{1}{42}\ \frac{1}{86}\ \frac{1}{129}\ \frac{1}{301}$$

Eine Betrachtung der vorstehenden Zerlegungen ergiebt zunächst Folgendes:

a) In den 5 ersten Gruppen stellen die Stammbrüche jedes Zweigbruchs eine Teilbruchreihe oder einen aufsteigenden Kettenbruch dar, so daß man sie auch in dieser Weise schreiben kann:

$$\frac{2}{5} = \frac{1}{3} + \frac{1}{3\,.\,5} = \frac{1}{3} + \frac{\frac{1}{5}}{}$$
$$\frac{2}{7} = \frac{1}{4} + \frac{1}{4\,.\,7} = \frac{1}{4} + \frac{\frac{1}{7}}{}$$
$$\frac{2}{9} = \frac{1}{6} + \frac{1}{6\,.\,3} = \frac{1}{6} + \frac{\frac{1}{3}}{}$$

u. s. w.

b) Bei den Stammbrüchen der 6. bis 12. Gruppe findet eine derartige Gesetzmäßigkeit nicht statt; nur in Gruppe 7 sind die beiden letzten Stammbrüche des Zweigbruches $\frac{2}{13}$ Teilbrüche.

c) Da von der Wahl des ersten Stammbruchs die des zweiten, dritten, vierten abhangt, so ist es erforderlich, den ersten Stammbruchnenner ins Auge zu fassen. Derselbe

in Gruppe	hat die Form	
1)	$2\,(2n+1)$,	$n = 1, 2, 3, \ldots, 16$,
2)	$3\,(2n+1)$,	$n = 0, 2, 6, 8$,
3)	$2\,.\,2\,(2n+1)$,	$n = 0, 3, 5$,
4)	$2\,.\,3\,(2n+1)$,	$n = 0, 2$,
5)	$2\,.\,2\,(2n+1)$,	$n = 1$,
6)	$2\,(2n+1)$,	$n = 7, 17$,
7)	$2\,.\,2\,.\,2\,(2n+1)$,	$n = 0, 1, 2, 3$,
8)	$2\,.\,2\,(2n+1)$,	$n = 1, 2, 4, 7$,
9)	$2\,(2n+1)$,	$n = 7$,
10)	$2\,.\,2\,.\,2\,(2n+1)$,	$n = 1, 2$,
11)	$2\,.\,2\,(2n+1)$,	$n = 7$,
12)	$2\,(2n+1)$,	$n = 10$.

d) Der Nenner des ersten Stammbruchs ist bei 4 Zweigbrüchen ungerade, bei 44 dagegen gerade, und zwar führt

aa) bei 2 Zweigbrüchen $\left(\frac{2}{7}, \frac{2}{13}\right)$ die fortgesetzte zweite, bezw. dritte Hälftung des 1. Stammbruchnenners auf die erste ungerade Zahl 1,

bb) bei 23 Zweigbrüchen (Gruppe 1, 4, 6, 9, 12) die erste Hälftung desselben auf ungerade Zahlen von 3 bis 35,

cc) bei 12 Zweigbrüchen (Gruppe 3, 5, 8, 11) die fortgesetzte zweite Hälftung auf ungerade Zahlen von 3 bis 15,

dd) bei 7 Zweigbrüchen (Gruppe 7, 10) die fortgesetzte dritte Hälftung auf ungerade Zahlen von 3 bis 7.

Diese Beschaffenheit der ersten Stammbruchnenner ermöglichte es den alten Ägyptern, die Stammbruchtafel zur Zerfällung solcher Zweigbrüche zu verwerten,

1. deren Zähler über 2 hinausgeht, sofern nur deren Nenner in der Tafel enthalten ist,
2. deren Zähler über 2 hinausgeht, und deren Nenner durch Hälftungen auf solche der Tafel verkleinert werden können.

Es werde hier die Anwendung auf $\frac{7}{13}$ und $\frac{17}{20}$ gezeigt. Wegen $7 = 1 + 2 + 2 + 2$ und $17 = 1 + 4 + 4 + 4 + 4$ steht:

$$\begin{aligned}
\tfrac{7}{13} &= \tfrac{1}{13} + \left(\tfrac{1}{8}\;\tfrac{1}{52}\;\tfrac{1}{104}\right) + \left(\tfrac{1}{8}\;\tfrac{1}{52}\;\tfrac{1}{104}\right) + \left(\tfrac{1}{8}\;\tfrac{1}{52}\;\tfrac{1}{104}\right)\\
&= \tfrac{1}{13} + \left(\tfrac{1}{4}\;\tfrac{1}{26}\;\tfrac{1}{52}\right) + \left(\tfrac{1}{8}\;\tfrac{1}{52}\;\tfrac{1}{104}\right)\\
&= \left(\tfrac{1}{4}\;\tfrac{1}{8}\right) + \left(\tfrac{1}{8}\;\tfrac{1}{52}\;\tfrac{1}{104}\right) + \tfrac{1}{104}\\
&= \tfrac{1}{2}\;\tfrac{1}{26}.\\
\tfrac{17}{20} &= \tfrac{1}{20} + \left(\tfrac{1}{5}\;\tfrac{1}{5}\right) + \left(\tfrac{1}{5}\;\tfrac{1}{5}\right)\\
&= \tfrac{1}{20} + \left(\tfrac{1}{3}\;\tfrac{1}{15}\right) + \left(\tfrac{1}{3}\;\tfrac{1}{15}\right)\\
&= \tfrac{2}{3} + \tfrac{1}{20} + \left(\tfrac{1}{10}\;\tfrac{1}{30}\right)\\
&= \tfrac{2}{3}\;\tfrac{1}{6}\;\tfrac{1}{60}.
\end{aligned}$$

Es drängt sich nun die Frage auf: Wie bewirkten die alten Ägypter die Zerlegungen der Zweigbrüche vom Zähler 2 und den Nennern 3, 5, 7, ..., 99? Professor M. Cantor vermutet, daß sie diese Arbeit zu verschiedenen Zeiten auf verschiedenen Wegen geleistet haben, da ein einheitlicher Grundgedanke nicht zu erkennen sei. Er sagt: „Nur eine allmählige Entstehung der Tabelle läßt sich denken. Es will nicht in Abrede gestellt werden, daß an einem guten Teile der Zerlegungen mehr oder weniger bewußt gewisse Regeln zur Ausübung gelangten; aber gerade deren ebenmäßiges, gleichberechtigtes Vorhandensein schließt wieder rückwärts jede Möglichkeit eines einheitlichen Grundgedankens aus, und sei es auch nur eines solchen wie der, daß wenn thunlich Stammbrüche mit geradem Nenner erscheinen sollen." (Vorlesungen über die Geschichte der Mathematik I, 27.)

Eine der ältesten Zerlegungsarten bestand wahrscheinlich in der Ausführung der angedeuteten Teilung, wie sie jeder Zweigbruch ausdrückt, und zwar in der den Ägyptern eigentümlichen Weise. Sie vervielfachten nämlich den Teiler (Divisor) durch Stammbrüche so lange, bis die zu teilende Zahl (der Dividend) erreicht war; die Summe der Stammbrüche bildete dann den gesuchten Teil (den Quotienten). Dieses Verfahren ist ganz richtig, wenn auch mühsam; denn hat man z. B.

$$\frac{m}{n} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}$$

ermittelt, so ist folglich

$$\frac{1}{a}\,n + \frac{1}{b}\,n + \frac{1}{c}\,n = m.$$

Gründe für die oben ausgesprochene Annahme liegen in der Auflösung der Beispiele zur Ergänzungsrechnung, sowie in der Ausrechnung der Teilungsaufgaben: „Teile 2 durch . . .!“ Cantor sieht diese Ausrechnungen als Beweise für die Richtigkeit der auf andern Wegen gefundenen Zerlegungen an, während sie doch das ursprüngliche Zerlegungsverfahren darzustellen scheinen.

In der Auflösung von Aufgabe 21: „Gesagt ist dir zu ergänzen $\frac{2}{3}$ $\frac{1}{15}$ zu 1,“ wird nämlich die Zerlegung der Ergänzung $\frac{4}{15}$ mit den Worten gefordert: „Vervielfache die Zahl 15, um zu finden 4!“ Und die Ausführung gestaltet sich so:

$$\begin{array}{rcl c rcl}
\cdot & & 15 & & 1 & . \ 15 = & 15 \\
 & \frac{1}{10} & 1\frac{1}{2} & & \frac{1}{10} & . \ 15 = & 1\frac{1}{2} \\
* & \frac{1}{5} & 3 & \text{d. h.} & \frac{1}{5} & . \ 15 = & 3 \\
* & \frac{1}{15} & 1 & & \frac{1}{15} & . \ 15 = & 1 \\
\text{zusammen} & & 4 & & \left(\frac{1}{5} + \frac{1}{15}\right) & . \ 15 = & 4.
\end{array}$$

(Die Sternchen, welche Eisenlohr statt seitlicher Striche gesetzt hat, sollen andeuten, daß die folgenden Stammbrüche p. p. die gesuchten sind.)

Die nachstehende Ausrechnung gehört zu der Aufgabe

$$\begin{array}{l c c c c}
\text{Teile 2 durch 13!} & & \frac{1}{8} & \frac{1}{52} & \frac{1}{104} \\
 & & 1\frac{1}{2}\ \frac{1}{8} & \frac{1}{4} & \frac{1}{8} \\
 & & \frac{1}{2} & 6\frac{1}{2} & \\
 & & \frac{1}{4} & 3\frac{1}{4} & \\
 & * & \frac{1}{8} & 1\frac{1}{2}\ \frac{1}{8} & \\
 & * & 4 & \frac{1}{52}\ \frac{1}{4} & \\
 & * & 8 & \frac{1}{104}\ \frac{1}{8}. &
\end{array}$$

Hier wird 13 so lange vervielfacht, bis 2 entsteht. $\frac{1}{2} \ . \ 13 = 6\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4} \ . \ 13 = 3\frac{1}{4}$; dieses Produkt ist noch größer als 2; $\frac{1}{8} \ . \ 13 = 1\frac{1}{2}\ \frac{1}{8}$; das ist mehr als 1 und weniger als 2; mithin kann $\frac{1}{8}$ als der erste brauchbare Stammbruch gewählt werden. Die Ergänzung von $\frac{1}{8} \ . \ 13 = 1\frac{1}{2}\ \frac{1}{8}$ zu 2, nämlich $\frac{1}{4}\ \frac{1}{8}$, wurde jedenfalls im Kopfe vollzogen. Um nun $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{8}$ zu erzeugen, muß 13 mit einem Stammbruch vervielfacht werden, dessen Nenner 4 . 13, 8 . 13 ist, also mit $\frac{1}{52}$, $\frac{1}{104}$; denn aus

$$\begin{array}{l l l}
 & \frac{1}{n} \ . \ 13 = \frac{1}{4} & \frac{1}{n} \ . \ 13 = \frac{1}{8} \\
\text{folgt} & n = 4 \ . \ 13 & n = 8 \ . \ 13.
\end{array}$$

Demgemäß ist $\frac{1}{52}$ der zweite und $\frac{1}{104}$ der dritte brauchbare Stammbruch. Die ermittelten 3 Stammbrüche sind neben der Aufgabe in roter Schrift verzeichnet, dabei die Produkte $\frac{1}{8} \cdot 13$, $\frac{1}{52} \cdot 13$, $\frac{1}{104} \cdot 13$ in schwarzer Schrift.

Daß die Ägypter durch fortgesetzte mittelbare Vervielfachung auch einen Zweigbruch von hohem Nenner in Stammbrüche umzusetzen vermochten, werde hier ausführlich an $\frac{2}{89}$ gezeigt.

Teile 2 durch 89! $\frac{1}{60}$ $\frac{1}{356}$ $\frac{1}{534}$ $\frac{1}{890}$

$1\frac{1}{3}\ \frac{1}{10}\ \frac{1}{20}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{6}$ $\frac{1}{10}$

1 89

$\frac{1}{10}$ $8\frac{2}{3}\ \frac{1}{5}\ \frac{1}{30}$

$\frac{1}{30}$ $2\frac{2}{3}\ \frac{1}{6}\ \frac{1}{18}\ \frac{1}{15}\ \frac{1}{90} = 2\frac{2}{3}\ \frac{1}{5}\ \frac{1}{10}$

* $\frac{1}{60}$ $1\frac{1}{3}\ \frac{1}{10}\ \frac{1}{20}$, Ergänzung $\frac{1}{4}\ \frac{1}{6}\ \frac{1}{10}$. 1 89

* $\frac{1}{356}$ $\frac{1}{4}$ 4 356

* $\frac{1}{534}$ $\frac{1}{6}$ 6 534

* $\frac{1}{890}$ $\frac{1}{10}$ 10 890.

Achtet man auf die Größe des Produkts: erster Stammbruch mal Zweigbruchnenner, so findet man, daß dasselbe beträgt

bei 9 Zweigbrüchen weniger als $1\frac{1}{2}$, mindestens $1\frac{1}{42}$,

„ 16 „ genau $1\frac{1}{2}$,

„ 9 „ mehr als $1\frac{1}{2}$ und weniger als $1\frac{2}{3}$,

„ 4 „ genau $1\frac{2}{3}$,

„ 10 „ über $1\frac{2}{3}$, höchstens $1\frac{1}{2}\ \frac{1}{8}\ \frac{1}{14}\ \frac{1}{28}$.

Man wählte also den ersten Stammbruch so groß, daß das Produkt aus ihm und dem vorliegenden Zweigbruchnenner meistens den Werth $1\frac{1}{2}$ und darüber bis einschließlich $1\frac{2}{3}$ erreichte.

Eine andere, vielleicht jüngere Zerlegungsart der Zweigbrüche läßt die Vorschrift in Nr. 61 des Papyrus erkennen, die einzige, welche teilweis allgemein ist. Sie lautet:

„$\frac{2}{3}$ zu machen von einem Bruch. Wenn dir gesagt ist, was ist $\frac{2}{3}$ von $\frac{1}{5}$, so mache du sein Doppeltes und sein Sechsfaches, das ist sein zwei Drittel. Also ist es zu machen in gleicher Weise für jeden gebrochenen Teil, welcher vorkommt.“

Da zur Bezeichnung eines Stammbruchs sein Nenner mit einem Pünktchen darüber genügte, so ist sein Doppeltes und Sechsfaches gleichwertig der Hälfte und dem Sechstel des Stammbruchs.

Um $\frac{2}{3}$ von $\frac{1}{5}$ oder $\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{5}$ zu gewinnen, sollte der Schüler das Doppelte und Sechsfache des Nenners 5 suchen, also $\frac{1}{5}$ mit $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{6}$ vervielfachen:

$$\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{5} = \frac{1 \cdot 1}{2 \cdot 5} + \frac{1 \cdot 1}{6 \cdot 5} = \frac{1}{10}\ \frac{1}{30}.$$

Diese Vorschrift beweist, 1) daß den Ägyptern die Zerlegung

$$\frac{2}{3} = \frac{1}{2}\ \frac{1}{6}$$

geläufig war, 2) daß sie „in gleicher Weise für jeden gebrochenen Teil, welcher vorkommt", rechneten

$$\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{n} = \frac{1}{2\,n}\ \frac{1}{6\,n}$$

Wahrscheinlich haben sie auch erkannt, daß

$$\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{n} = \frac{2}{3\,n}$$

und daher

$$\frac{2}{3\,n} = \frac{1}{2\,n}\ \frac{1}{6\,n}$$

ist; die Stammbruchtafel im Papyrus liefert thatsächlich bei allen Zweigbrüchen vom Nenner 3 n ausschließlich diese Zerlegung.

Ob die Ägypter nun auch

$$\frac{2}{5} = \frac{1}{3}\ \frac{1}{15}, \quad \frac{2}{7} = \frac{1}{4}\ \frac{1}{28}, \quad \frac{2}{11} = \frac{1}{6}\ \frac{1}{66}$$

zur Zerlegung von Brüchen, die unter den Formen

$$\frac{2}{5\,n} \qquad \frac{2}{7\,n} \qquad \frac{2}{11\,n}$$

stehen, angewandt haben, läßt sich aus dem Papyrus nicht beweisen; jedoch giebt die Zerlegung von

$$\frac{2}{25},\ \frac{2}{65},\ \frac{2}{85}\ \Big|\ \frac{2}{49},\ \frac{2}{77}\ \Big|\ \frac{2}{55}$$

in der angedeuteten Weise die in der Stammbruchtafel verzeichneten Bruchpaare:

$$\frac{2}{25} = \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{5} = \frac{1 \cdot 1}{3 \cdot 5} + \frac{1 \cdot 1}{15 \cdot 5} = \frac{1}{15}\ \frac{1}{75},$$
$$\frac{2}{49} = \frac{2}{7} \cdot \frac{1}{7} = \frac{1 \cdot 1}{4 \cdot 7} + \frac{1 \cdot 1}{28 \cdot 7} = \frac{1}{28}\ \frac{1}{196},$$
$$\frac{2}{55} = \frac{2}{11} \cdot \frac{1}{5} = \frac{1 \cdot 1}{6 \cdot 5} + \frac{1 \cdot 1}{66 \cdot 5} = \frac{1}{30}\ \frac{1}{330}.$$

Dagegen ist $\frac{2}{35}$ und ebenso $\frac{2}{91}$ abweichend hiervon zerlegt; indes kann auch die Zerfällung dieser Brüche durch $\frac{2}{5}$, bezw. $\frac{2}{7}$ ausgeführt werden, wenn man nämlich zerlegt:

$$\frac{2}{5} = \frac{1}{5}\ \frac{1}{30}\ \frac{1}{6}, \qquad \frac{2}{7} = \frac{1}{7}\ \frac{1}{35}\ \frac{1}{70}\ \frac{1}{10}.$$

Demnach

$$\begin{aligned} \frac{2}{35} = \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{7} &= \frac{1 \cdot 1}{5 \cdot 7} + \frac{1 \cdot 1}{30 \cdot 7} + \frac{1 \cdot 1}{6 \cdot 7} \\ &= \underbrace{\frac{1}{35} + \frac{1}{210}} + \frac{1}{42} \\ &= \quad \frac{1}{30} \qquad\quad \frac{1}{42}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{2}{91} = \frac{2}{7} \cdot \frac{1}{13} &= \frac{1 \cdot 1}{7 \cdot 13} + \frac{1 \cdot 1}{35 \cdot 13} + \frac{1 \cdot 1}{70 \cdot 13} + \frac{1 \cdot 1}{10 \cdot 13} \\ &= \underbrace{\frac{1}{91} + \frac{1}{455} + \frac{1}{910}} + \frac{1}{130} \\ &= \qquad \frac{1}{70} \qquad\qquad\quad \frac{1}{130}. \end{aligned}$$

Von einer weitern Erörterung der Verfahrungsarten, welche die Ägypter bei der Zweigbruchzerlegung angewandt haben können, absehend, weise ich darauf hin, daß im Papyrus jedenfalls nicht alles geboten ist, was die ägyptischen Priester über dieses arithmetische Kapitel ergründet haben. Denn auch durch die ägyptische Wissenschaft zieht sich, wie Kenner behaupten, ganz ebenso wie durch die Wissenschaft anderer Völker ein eigentümlicher Gegensatz zwischen leichtfaßlichem, volksmäßigem und solchem Wissen, das nur Eingeweihten zugänglich war, und daher ist zu vermuten, daß die in den Tempelschulen herangebildeten Priester gar vieles wußten, was sie dem gemeinen Volke nicht zu überliefern für ersprießlich erachteten.

Vor einem weitern Eingehen auf die arithmetischen Abschnitte des Papyrus sei es gestattet, einige Mitteilungen über das *Fortleben der Stammbrüche* anzuschließen. Die Stammbrüche erlangten *berechtigtes* Fortleben, weil ihre ausschließliche Benutzung den großen Vorteil gewährt, daß man nur zu teilen hat, nicht aber abwechselnd zu teilen und zu vervielfachen wie bei der Benutzung von Zweigbrüchen. Und warum sollte jeder praktische Rechner sich diesen Vorteil nicht sichern! So sehen wir denn die Umwandlung von Zweigbrüchen in Stammbruchsummen auch später sich erhalten. Die *Griechen* entlehnten das Rechnen mit Stammbrüchen unzweifelhaft ihren unmittelbaren Lehrmeistern, den Ägyptern, und zur Zerfällung von Zweigbrüchen wandten sie Methoden an, die im wesentlichen mit der Umwandlung derselben in aufsteigende Kettenbrüche übereinstimmen. Eine noch weit ausgedehntere Anwendung fanden die Stammbrüche bei den *Römern*, nachdem sie das As, eine Kupfermünze, 1 Pfd. schwer, zur Darstellung jedes Ganzen als Eins erwählt und die Teile des As zu allgemeinen Zahlbegriffen erhoben hatten. Sie benutzten fortan außer den Zweigbrüchen $\frac{11}{12} = 1 - \frac{1}{12}$, $\frac{5}{6} = 1 - \frac{1}{6}$, $\frac{3}{4} = 1 - \frac{1}{4}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{7}{12}$, $\frac{5}{12}$ folgende Stammbrüche: $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{12}$, $\frac{1}{24}$, $\frac{1}{48}$, $\frac{1}{72}$, $\frac{1}{144}$, $\frac{1}{288}$. Die Rechnung mit diesen „Minutien“, wie sie die Brüche nannten, bildete den Hauptteil des römischen Rechenunterrichts. Weiter finden wir die Stammbrüche bei den *Arabern*, denen bei der Eroberung von riesigen Erdräumen die Errungenschaften älterer und weit höher stehender Kulturvölker zur Bewahrung anvertraut wurden. In dem ersten arithmetischen Werke der Araber, das im Anfange des 9. Jahrhunders von dem berühmten Mathematiker Muhammed ibn Musa Alchwarizmi verfaßt die auf den Stellenwert der Ziffern gegründete indische Methode darlegt, kommen zwar Stammbrüche nicht vor, obgleich die *Inder* mit ihnen rechneten, wohl aber werden sie in späteren arabischen Schriften behandelt, so z. B. recht ausführlich in dem „Buch des Genügenden über Arithmetik“ von Alkarchi zu Anfang des 11. Jahrhunderts. Auch im *mittelalter*-

lichen Italien treffen wir die Stammbrüche an. Hier ist es der größte Mathematiker, den das Mittelalter hervorgebracht hat, der Kaufmann Leonardo Fibonacci von Pisa (1180—1250), der die Stammbrüche in seinem hochberühmten Liber Abaci (1202 und 1228) gebührend berücksichtigt. Am Schlusse der ausführlichen Bruchrechnung lehrt er im letzten Teile des 7. Abschnitts die „Zerlegung vielfacher Teile in einzelne". Er giebt hier für die Umsetzung von Zweigbrüchen in Stammbruchsummen sieben besondere Regeln und eine allgemeine. Professor M. Cantor sagt bezüglich derselben: „In diesen Regeln erkennen wir der Hauptsache nach Jahrtausende lang von Mund zu Mund fortgepflanzte Vorschriften, endlich zu Papier gebracht, oder sagen wir lieber, in einer ihrer Aufzeichnungen endlich vor dem Untergange bewahrt. Das Altertümliche in dem von Leonardo Vorgetragenen kennzeichnet sich in allererster Linie dadurch, daß nicht weniger als 7 besondere Fälle unterschieden werden, an welche sich dann noch eine letzte allgemeine Vorschrift anknüpft." Drei Jahrhunderte nach Leonardo ist es dessen Landsmann Tartaglia, der in seinem mathematischen Hauptwerk bei Waarenberechnungen in der kaufmännischen Arithmetik von den Stammbrüchen umfassendsten Gebrauch macht. Aus Italien brachten dann Kaufleute im Anfange des 16. Jahrhunderts das Rechnen mit Stammbrüchen nach Deutschland, wo es sich als „welsche Praktik" einbürgerte. Bei den deutschen Rechenmeistern hat dieses Verfahren, Berechnungen unter Anwendung von Teilbrüchen zu vollziehen, im 16. Jahrhundert eine bedeutende Rolle gespielt und im 17. sogar die goldene Regel, die Regel de tri, in den Schatten gestellt. In kaufmännischen Kreisen wird von der welschen Praktik noch heute Gebrauch gemacht. Kann sie im Schulrechnen der Gegenwart auch keine vorwaltende Rechenform mehr sein, so verdient sie doch wegen ihres bildenden Einflusses auf die Denkthätigkeit der Schüler noch immer sorgfältige Pflege.

II. Die Zehnteilung der Grundzahlen in Form von Brotverteilungen.

Auf die Teilung der Zahl 2 durch die ungeraden Zahlen 3, 5, 7, ..., 99 folgt im Papyrus die Zehnteilung der Grundzahlen, veranschaulicht durch Verteilung von 1, 3, 6, 7, 8, 9 Broten an 10 Personen. Die Teilung von 2, 4, 5 durch 10 ist nicht berücksichtigt, wahrscheinlich weil $\frac{2}{10} = \frac{1}{5}$, $\frac{4}{10} = \frac{1}{3}\ \frac{1}{15}$, $\frac{5}{10} = \frac{1}{2}$ leicht ermittelt werden konnte. Die Teilung von 1 durch 10 diente jedenfalls als Muster für die übrigen Teilungen, deren Ergebnisse sind:

$$\frac{3}{10} = \frac{1}{5}\ \frac{1}{10},$$
$$\frac{6}{10} = \frac{1}{2}\ \frac{1}{10},$$
$$\frac{7}{10} = \frac{1}{2}\ \frac{1}{5},$$
$$\frac{8}{10} = \frac{2}{3}\ \frac{1}{10}\ \frac{1}{30},$$
$$\frac{9}{10} = \frac{2}{3}\ \frac{1}{5}\ \frac{1}{30}.$$

Nur das 6. Beispiel ist vollständig erhalten und wird von Eisenlohr folgendermaßen wiedergegeben:

„Verteilen 9 Brote an 10 Personen. Mache wie geschieht, vervielfältige die Zahl $\frac{2}{3}\ \frac{1}{5}\ \frac{1}{30}$ zehnmal!

$$\begin{array}{llll}
 & \cdot & \frac{2}{3} & \frac{1}{5}\ \frac{1}{30} \\
* & \cdot\ \cdot & 1\frac{2}{3} & \frac{1}{10}\ \frac{1}{30} \\
 & 4 & 3\frac{1}{2} & \frac{1}{10} \\
* & 8 & 7\frac{1}{5} &
\end{array}$$

zusammen 9 Brote sind es."

Der Anteil einer jeden Person wird hier zu $\frac{2}{3}\ \frac{1}{5}\ \frac{1}{30}$ bestimmt, wahrscheinlich durch Vermehrung von $\frac{8}{10}$ um $\frac{1}{10}$, und $\frac{8}{10}$ fand man jedenfalls gleich $\frac{4}{10} + \frac{4}{10} = \left(\frac{1}{3}\ \frac{1}{15}\right) + \left(\frac{1}{3}\ \frac{1}{15}\right) = \frac{2}{3}\ \frac{1}{10}\ \frac{1}{30}$. Nun folgt die Probe durch Vervielfachung der gefundenen Stammbruchsumme mit 1, 2, 4, 8 und Vereinigung des Zwei- und Achtfachen zu 9.

III. Die Ergänzungsrechnung.

In den 14 ersten Beispielen der Ergänzungsrechnung handelt es sich darum, Stammbruchsummen und einzelne Stammbrüche durch Vielfache derselben zu einem bestimmten Werte zu ergänzen. So wird

in Nr. 7 $\frac{1}{4}\ \frac{1}{28}$ durch $\left(\frac{1}{2}\ \frac{1}{4}\right) \cdot \left(\frac{1}{4}\ \frac{1}{28}\right)$ zu $\frac{1}{2}$

in Nr. 20 $\frac{1}{24}$ durch $\left(\frac{2}{3}\ \frac{1}{3}\right) \cdot \frac{1}{24}$ zu $\frac{1}{12}$

ergänzt. Die Ausrechnung von Nr. 7 ist folgende:

$$\begin{array}{llll}
 & \frac{1}{4} & & \frac{1}{28} \\
 & 7 & & 1 \\
\frac{1}{2} & \frac{1}{8} & & \frac{1}{56} \\
 & 3\frac{1}{2} & & \frac{1}{2} \\
\frac{1}{4} & \frac{1}{16} & & \frac{1}{112} \\
 & 1\frac{1}{2} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4}
\end{array}$$

zusammen $\frac{1}{2}$.

Zuerst wird $\frac{1}{4}\ \frac{1}{28}$ durch Vervielfachung der Nenner mit 7 und 1 auf den Hauptnenner 28 gebracht. An $\frac{1}{2} = 14$ Achtundzwanzigst.

fehlen noch 6, also mehr als die Hälfte von 8; demnach kann $\frac{1}{4}\ \frac{1}{28}$ zuvörderst mit $\frac{1}{2}$ zu $\frac{1}{8}\ \frac{1}{56}$ vervielfacht werden, wodurch sich $3\frac{1}{2}\ \frac{1}{2} = 4$ Achtundzwanzigstel ergeben. Jetzt fehlen an $\frac{1}{2}$ noch 2 Achtundzw., die durch Vervielfachung von $\frac{1}{4}\ \frac{1}{28}$ mit $\frac{1}{4}$ zu $\frac{1}{16}\ \frac{1}{112}$ als $1\frac{1}{2}\ \frac{1}{4}\ \frac{1}{4}$ Achtundzw. sich gewinnen lassen. Nun ist thatsächlich $\frac{1}{4}\ \frac{1}{28}$ zu $\frac{1}{2}$ ergänzt, was durch Zusammenzählen der unter den Brüchen $\frac{1}{4}\ \frac{1}{28}\ \frac{1}{8}\ \frac{1}{56}\ \frac{1}{16}\ \frac{1}{112}$ rot verzeichneten Zahlen erprobt wird: $7 + 1 + 3\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + 1\frac{1}{2}\ \frac{1}{4}\ \frac{1}{4} = 14$ Achtundzw. $= \frac{1}{2}$.

In den 3 folgenden Beispielen der Ergänzungsrechnung kommt es darauf an, nach dem Hauptnenner einzelne Stammbrüche zu ermitteln, die neben gegebenen Brüchen als Glieder der Summe 1 auftreten. Das letzte Beispiel ist dieses:

Nr. 23. „$\frac{1}{4}\quad \frac{1}{8}\quad \frac{1}{10}\quad \frac{1}{30}\quad \frac{1}{45}$ ergänze zu $\frac{2}{3}$!

$$\begin{array}{ccccc} 11\frac{1}{4} & 5\frac{1}{2}\ \frac{1}{8} & 4\frac{1}{2} & 1\frac{1}{2} & 1 \end{array}$$

also $\frac{1}{9}\ \frac{1}{40}$ im Hinzufügen dazu macht $\frac{2}{3}$.

$$\begin{array}{cccccccccc} \frac{1}{4} & \frac{1}{8} & & \frac{1}{9} & \frac{1}{10} & \frac{1}{30} & \frac{1}{40} & \frac{1}{45} & \frac{1}{3} & \\ 11\frac{1}{4} & 5\frac{1}{2}\ \frac{1}{8} & & 5 & 4\frac{1}{2} & 1\frac{1}{2} & 1\frac{1}{8} & 1 & 15 & \text{macht } 1.\text{“} \end{array}$$

Die gegebenen 5 Stammbrüche werden zunächst zu $\frac{2}{3}$ ergänzt. Nachdem sie durch Vervielfachung der einzelnen Nenner mit $11\frac{1}{4}$, $5\frac{1}{2}\ \frac{1}{8}$, $4\frac{1}{2}$, $1\frac{1}{2}$, 1 auf den Hauptnenner 45 gebracht worden sind, ergiebt sich die Summe $23\frac{1}{2}\ \frac{1}{4}\ \frac{1}{8}$. An $\frac{2}{3} = 30$ Fünfundzwanzigst. fehlen noch $6\frac{1}{8} = 5\ 1\frac{1}{8}$ Fünfundvierzigst. $= \frac{1}{9}\ \frac{1}{40}$. Diese ergänzenden Brüche werden nun eingereiht, und zuletzt kommt $\frac{1}{3}$ hinzu, so daß man durch Zusammenzählen der darunter stehenden Fünfundvierzigstel 1 erhält.

Das Mitgeteilte zeigt, daß das Verfahren bei der Ergänzungsrechnung wesentlich darin besteht, die gegebenen Brüche auf einen gemeinsamen Nenner, den Hauptnenner, zu bringen. Als solcher dient in Papyrus:

a) der größte Nenner, wenn die übrigen seine Teiler sind, z. B. 30 für $1\frac{2}{3}\ \frac{1}{10}\ \frac{1}{30}\ 7\frac{1}{5} = 9$ (Nr. 6),

b) der größte Nenner, auch wenn nicht alle übrigen Nenner seine Teiler sind, z. B. 45 für $\frac{1}{4}\ \frac{1}{8}\ \frac{1}{10}\ \frac{1}{30}\ \frac{1}{45}$ (Nr. 23),

c) eine größere Zahl als der größte Nenner, wenn mindestens ein Nenner Teiler dieser Zahl ist, z. B. 42 für $\frac{1}{7}\ \frac{1}{8}\ \frac{1}{14}\ \frac{1}{28}\ \frac{1}{28} = 6\ 5\frac{1}{4}\ 3\ 1\frac{1}{2}\ 1\frac{1}{2}$ Zweiundvierzigstel (Nr. 31),

d) eine kleinere Zahl als der größte Nenner, z. B. 28 für $\frac{1}{16}\ \frac{1}{112} = 1\frac{1}{2}\ \frac{1}{4}\ \frac{1}{4}$ Achtundzwanzigstel (Nr. 13).

Maßgebend für die Wahl des Hauptnenners ist, daß er zur Aufgabe selbst oder zu der bis dahin geführten Rechnung in Beziehung stehe. Keineswegs macht sich hierbei eine Scheu vor großen Zahlen geltend, was am treffendsten die Lösung von Nr. 33 beweist, in welcher 5432 für $\frac{2}{3}\ \frac{1}{4}\ \frac{1}{28}$ als Hauptnenner vorkommt.

IV. Die Haurechnung.

Das Wort Hau bedeutet einen Haufen von allen Dingen, besonders von Getreide und ist in der ägyptischen Arithmetik die Bezeichnung der Unbekannten in Gleichungen ersten Grades. Die 11 ersten Gleichungen sind reine Zahlengleichungen, die 4 folgenden beziehen sich auf die Teilung des ägyptischen Fruchtmaßes. Bei den Lösungen treten arithmetische Zeichen auf, so zwei nach links oder rechts ausschreitende Beine für Addition, bezw. Subtraktion, drei horizontale Pfeile für Differenz, wie endlich ein besonderes, dem unsrigen nicht unähnliches Gleichheitszeichen.

Nr. 24. „Haufen, sein Siebentel, sein Ganzes, es macht 19.

.	7		.	8	*	.	$2\frac{1}{4}\ \frac{1}{8}$
$\frac{1}{7}$	1	*	. .	16	*	. .	$4\frac{1}{2}\ \frac{1}{4}$
			$\frac{1}{2}$	4	*	4	$9\frac{1}{2}$
		*	$\frac{1}{4}$	2			
		*	$\frac{1}{8}$	1			

Mache wie geschieht, der Hau $16\frac{1}{2}\ \frac{1}{8}$
$\frac{1}{7}$ $2\frac{1}{4}\ \frac{1}{8}$
zusammen 19."

Der Haufen und sein Siebentel werden auf den Nenner 7 gebracht und so 8 Siebentel desselben bestimmt. Hierauf wird 8 so lange vervielfacht, bis 19 kommt, wodurch sich $2\frac{1}{4}\ \frac{1}{8}$ als 8. Teil von 19 ergiebt, und diesen vervielfacht man nun mit 7 zu dem gesuchten Hau $16\frac{1}{2}\ \frac{1}{8}$. Durch die Vermehrung um $\frac{1}{7} = 2\frac{1}{4}\ \frac{1}{8}$ entsteht thatsächlich 19. Daß das angewandte Verfahren richtig ist, ergiebt sich aus der Auflösung der Gleichung

$$x + \frac{x}{7} = 19$$

in folgender Weise:

$$\frac{8}{7}\,x = 19,$$
$$x = \frac{19}{8} \cdot 7$$
$$= \left(2\frac{1}{4}\ \frac{1}{8}\right) \cdot 7.$$

Nr. 30. „Wenn dir sagt der Schreiber: das Ergebnis ist 10 von $\frac{2}{3}$ $\frac{1}{10}$ einer Zahl.

Mache du $\frac{2}{3}$ $\frac{1}{10}$, um zu finden 10!

$$\begin{array}{llll} * & . & \frac{2}{3} & \frac{1}{10} \\ & . & 1\frac{1}{3} & \frac{1}{5} \\ * & 4 & 3\frac{1}{15} & \\ * & 8 & 6\frac{1}{10} & \frac{1}{30} \\ & 13 & & \frac{1}{30} \end{array}$$

Mache $\frac{2}{3}$ $\frac{1}{10}$ mal $\frac{1}{23}$, um zu finden $\frac{1}{30}$! Zusammen der sogenannte Hau $13\frac{1}{23}$.

$$\begin{array}{llll} . & 13\frac{1}{23} & & \\ \frac{2}{3} & 8\frac{2}{3} & \frac{1}{46} & \frac{1}{138} \\ \frac{1}{10} & 1\frac{1}{5} & \frac{1}{10} & \frac{1}{230} \end{array}$$

zusammen 10.“

Die vorstehende Lösung läßt erkennen, daß der Schreiber oder Lehrer vom Schüler verlangt, eine Zahl zu finden, von welcher $\frac{2}{3}$ $\frac{1}{10}$ die Summe 10 liefert. Es handelt sich demnach um die Auflösung der Gleichung

$$\frac{2}{3}\,x + \frac{1}{10}\,x = 10.$$

Diese ergiebt $$x = \frac{10}{\frac{2}{3} + \frac{1}{10}},$$

so daß 10 durch $\frac{2}{3} + \frac{1}{10}$ zu messen oder, ägyptisch ausgedrückt, $\frac{2}{3}$ $\frac{1}{10}$ zu vervielfachen ist, damit 10 gefunden werde. Die Vervielfachung dieser Bruchsumme mit 13 ergiebt $9\frac{2}{3}$ $\frac{1}{5}$ $\frac{1}{10}$, mithin $\frac{1}{30}$ weniger als 10. Mit welchem Stammbruch hat man nun $\frac{2}{3}$ $\frac{1}{10}$ zu vervielfachen, um $\frac{1}{30}$ zu erzeugen? Soll

$$\left(\frac{2}{3} + \frac{1}{10}\right) n = \frac{1}{30}$$

sein, so folgt $$n = \frac{30}{30} \cdot \frac{1}{23} = \frac{1}{23}.$$

Der gesuchte Stammbruch ist also $\frac{1}{23}$ und demgemäß der Hau $13\frac{1}{23}$. Zuletzt wird durch Bestimmung des $\frac{2}{3}$- und $\frac{1}{10}$-fachen von $13\frac{1}{23}$ die Probe angestellt.

$$\frac{2}{3} \cdot 13 = 8\frac{2}{3},$$
$$\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{23} = \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{6}\right) \cdot \frac{1}{23} = \frac{1}{46}\ \frac{1}{138},$$
$$\frac{1}{10} \cdot 13 = 1\frac{1}{5}\ \frac{1}{10},$$
$$\frac{1}{10} \cdot \frac{1}{23} = \frac{1}{230}.$$

$$8\frac{2}{3} + 1\frac{1}{5}\ \frac{1}{10} = 9\frac{29}{30},$$
$$\frac{1}{46} + \frac{1}{138} + \frac{1}{230} = \frac{15 + 5 + 3}{690}$$
$$= \frac{23}{690} = \frac{1}{30},$$

zusammen 10.

Aus der „Sammlung praktischer Beispiele“ seien hier die zwei folgenden Aufgaben mit ihren Lösungen angeschlossen:

Nr. 63. „Vorschrift zu verteilen 700 Brote unter 4 Personen, $\frac{2}{3}$ für einen, $\frac{1}{2}$ für den andern, $\frac{1}{3}$ für den dritten, $\frac{1}{4}$ für den vierten. Laß du mich wissen den Anteil eines jeden von ihnen!“ Lösung: „Addiere du $\frac{2}{3}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, das giebt um $1\frac{1}{2}\,\frac{1}{4}$. Teile du 1 durch $1\frac{1}{2}\,\frac{1}{4}$, das giebt um $\frac{1}{2}\,\frac{1}{14}$. Nimm du $\frac{1}{2}\,\frac{1}{14}$ von 700, das ist 400. Nimm du $\frac{2}{3}$ von 400, das ist $266\frac{2}{3}$, die Hälfte von 400, das ist 200, $\frac{1}{3}$ von 400, das ist $133\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$ von 400, das ist 100. Das ist der Betrag eines jeden von ihnen, zusammen 700.“

Die Anteile der 4 Personen sollen in dem Verhältnis von $\frac{2}{3} : \frac{1}{2} : \frac{1}{3} : \frac{1}{4}$ stehen. Es ist also die Gleichung

$$\left(\frac{2}{3} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4}\right) x = 700$$

aufzulösen. Auch wir würden zunächst die Summe der Brüche suchen. Statt nun 700 durch die Summe $1\frac{1}{2}\,\frac{1}{4}$ zu messen, um x zu finden, wird diese Messung an 1 vollzogen und der Quotient mit 700 vervielfacht. Die Messung von 1 durch $1\frac{1}{2}\,\frac{1}{4} = \frac{1}{2}\,\frac{1}{14}$ bleibt unausgeführt, da sie schon aus Nr. 9 bekannt ist, wo $\frac{1}{2}\,\frac{1}{14}$ mit $1\frac{1}{2}\,\frac{1}{4}$ vervielfacht 1 giebt. Da aber $\left(\frac{1}{2}\,\frac{1}{14}\right) \cdot \left(1\frac{1}{2}\,\frac{1}{14}\right) = 1$, so ist 1 durch $1\frac{1}{2}\,\frac{1}{4} = \frac{1}{2}\,\frac{1}{14}$. Nun muß 700 mit $\frac{1}{2}\,\frac{1}{14}$ vervielfacht werden, um denjenigen Wert zu finden, von welchem der erste Teilnehmer $\frac{2}{3}$, der zweite $\frac{1}{2}$, der dritte $\frac{1}{3}$ und der vierte $\frac{1}{4}$ zu beanspruchen hat.

Nr. 67. „Vorschrift, zu berechnen die Arbeiten des Hirten. Siehe, da kommt dieser Hirt über das Vieh mit 70 Ochsen. Gesagt wird vom Rechner des Viehes zu diesem Hirten: Wieviel Vieh bringst du von deinem zahlreichen Vieh? Gesprochen vom Hirten zu ihm: Ich bringe dir $\frac{2}{3}$ von $\frac{1}{3}$ des Viehes; bestimme es mir!“

Lösung: „Mache wie geschieht!

. 1	. $\frac{1}{6}\ \frac{1}{18}$
$\frac{2}{3}\ \frac{2}{3}$	. . $\frac{1}{3}\ \frac{1}{9}$
$\frac{1}{3}\ \frac{1}{3}$	* 4 $\frac{2}{3}\ \frac{1}{6}\ \frac{1}{18}$
$\frac{2}{3}$ von seinem $\frac{1}{3}\ \frac{1}{6}\ \frac{1}{18}$.	* $\frac{1}{2}\ \frac{1}{9}$
Teile du 1 durch $\frac{1}{6}\ \frac{1}{18}$!	zusammen 1.

Mache 70 mal $4\frac{1}{2}$, das giebt 315.

Dies ist seine Nachweisung: . 315

$\frac{2}{3}$ 210

$\frac{1}{3}$ 105

$\frac{2}{3}$ von seinem $\frac{1}{3}$ 70, das ist sein Herbeigebrachtes.“

V. Die Unterschiedsrechnung.

Bis hieher begegneten uns im Papyrus nur Teilungen in gleiche Anteile; nunmehr handelt es sich um Teilungen in ungleiche Anteile, zunächst in Aufgabe 39 und 40.

In Nr. 39 wird verlangt, von 100 Broten 50 an 6 und 50 an 4 Personen zu verteilen und dann den mittleren Unterschied zu berechnen, d. h. den Unterschied zwischen dem Anteil jeder der 4 und dem jeder der 6 Teilnehmer. Die Anteile werden zu $12\frac{1}{2}$ und $8\frac{1}{3}$ gefunden, indem man 4 und 6 vervielfacht, bis 50 erreicht ist. Der gesuchte Unterschied beträgt dann $12\frac{1}{2} - 8\frac{1}{3} = 4\frac{1}{6}$.

Nr. 40. „Brote 100 an Personen 5; $\frac{1}{7}$ von 3 ersten das von Personen 2 letzten. Was ist der Unterschied?“

Wir würden diese Aufgabe so ausdrücken: 100 Brote sind derart unter 5 Personen zu verteilen, daß $\frac{1}{7}$ von der Anteilsumme der 3 ersten gleich der Anteilsumme der 2 letzten Personen betrage. Wie groß ist der Unterschied? Daß der Unterschied zwischen je zwei Anteilen stets der gleiche sein soll, ist zwar in der Aufgabe nicht angegeben, erhellt jedoch aus der hier folgenden Auflösung.

	* . 23
	* . $17\frac{1}{2}$
	* . 12
Mache wie geschieht, der Unterschied $5\frac{1}{2}$!	* . $6\frac{1}{2}$
	* . 1
zusammen	60
	* $\frac{2}{3}$ 40

Vervielfältige: $1\frac{2}{3}$ mal	23,	das giebt nun	$38\frac{1}{3}$,
	17		$29\frac{1}{6}$
	12		20
	$6\frac{1}{2}$		$10\frac{2}{3}\ \frac{1}{6}$
	1		$1\frac{2}{3}$
zusammen	60	zusammen	100.

Zuvörderst wird der Unterschied zwischen den Anteilen, welche vermöge der obigen Bedingung Glieder einer fallenden arithmetischen Reihe erster Ordnung bilden, ohne nähere Begründung zu $5\frac{1}{2}$ angegeben, darauf die Reihe

$$23 \quad 17\tfrac{1}{2} \quad 12 \quad 6\tfrac{1}{2} \quad 1$$

hingeschrieben und zusammengezählt. Allein die Summe dieser Reihe ist 60, während sie nach der Aufgabe 100 sein soll. Es fehlen also noch 40, welche als $\frac{2}{3}$ von 60 erkannt werden. Demgemäß braucht man nur jedes Glied der Reihe $1\frac{2}{3}$ mal zu nehmen, um beide Bedingungen zu erfüllen. So entsteht die richtige Reihe

$$38\tfrac{1}{3} \quad 29\tfrac{1}{6} \quad 20 \quad 10\tfrac{2}{3}\,\tfrac{1}{6} \quad 1\tfrac{2}{3},$$

deren Summe thatsächlich 100 ist.

Die erste Festsetzung des Unterschiedes zu $5\frac{1}{2}$ ist keine willkürliche, wie es scheinen könnte, sondern in der Bedingung der Aufgabe begründet. Bedeutet nämlich t das Endglied und d den Unterschied der fallenden Reihe, zu welcher die Aufgabe führt, so ist die Reihe

$$t + 4d,\ t + 3d,\ t + 2d,\ t + d,\ t.$$

Gemäß der ausgesprochenen Bedingung findet nun die Gleichung statt:

$$\frac{(t + 4d) + (t + 3d) + (t + 2d)}{7} = (t + d) + t,$$

aus welcher folgt:

$$3t + 9d = 14t + 7d,$$
$$2d = 11t,$$
$$d = \frac{11}{2}t = 5\tfrac{1}{2}t.$$

Für t ist nun im Papyrus der Wert 1 genommen worden, wodurch sich ergab

$$d = 5\tfrac{1}{2}.$$

Den Unterschied der richtigen Reihe, nämlich

$$d = 1\tfrac{2}{3} \cdot 5\tfrac{1}{2} = 9\tfrac{1}{6},$$

finden wir sonderbarer Weise in der Auflösung nicht angegeben, obgleich doch lediglich nach ihm gefragt wird.

Aus der „Sammlung praktischer Beispiele" sei hier noch Nr. 64 angeführt und erläutert:

„Vorschrift des Abteilens Unterschiede. Wenn gesagt dir, Getreide Maß 10 an Personen 10. Der Unterschied von Person jeder zu ihrer zweiten an Getreide Maß $\frac{1}{8}$ ist er."

Der Gang der Auflösung ist folgender. Zuerst wird der größte Anteil als Anfangsglied einer fallenden arithmetischen Reihe erster Ordnung gesucht; darauf werden die 9 übrigen Anteile als Glieder dieser Reihe durch fortgesetztes Abziehen des Unterschiedes $\frac{1}{8}$ Maß bestimmt; zuletzt wird die Summe der Reihe zu 10 Maß berechnet.

Beim Aufsuchen des Anfangsgliedes kommt schrittweise ein Verfahren in Anwendung, dessen wir uns noch heute bedienen, nämlich das Verfahren nach der Formel

$$a = \frac{s}{n} + (n-1) \frac{d}{2}.$$

Der Wortlaut der Auflösung mag diese Behauptung begründen.

„Ich teile in der Mitte (ich suche den mittleren Unterschied $\frac{s}{n}$). Das ist ein Maß $\left(\frac{10}{10} = 1\right)$.

Ziehe ab 1 von 10, bleibt 9 (bilde $n-1$).

Mache die Hälfte des Unterschiedes (suche $\frac{d}{2}$), das ist $\frac{1}{16}$.

Zähle es zum mittleren Teil $\left(\text{bestimme } \frac{s}{n} + (n-1) \frac{d}{2}\right)$.

Ziehe du ab $\frac{1}{8}$ Maß für jede Person, um zu erreichen das Ende (ziehe zunächst $\frac{1}{8}$ von dem größten Anteile $1 \frac{1}{2} \frac{1}{16}$ ab, darauf $\frac{1}{8}$ von dem Reste u. s. w., bis du den Anteil der 10. Person zu $\frac{1}{4} \frac{1}{8} \frac{1}{16}$ gefunden hast).“

Das bei der Auflösung von Nr. 40 und 64 eingeschlagene Verfahren ist ohne Begründung geblieben. Der Schüler hatte diese jedenfalls im mündlichen Unterricht erhalten und sich die betreffende Regel oder Formel gemerkt. Vielleicht war er auch angeleitet worden, sie zu entwickeln. Die hier befolgte Formel setzt die Bildung der Summenformel für eine fallende arithmetische Reihe voraus, was leicht zu zeigen ist.

Bedeutet a das Anfangsglied einer fallenden arithmetischen Reihe, n die Anzahl der Glieder und d deren Unterschied, so ist die allgemeine Form dieser Reihe

$$a, a-d, a-2d, \ldots\ldots, a - (n-1)d.$$

Sie ergiebt

$$s = [2a - (n-1)\, d] \frac{n}{2},$$

in welcher Formel die in der Aufgabe gegebenen 3 Größen s, n, d und die gesuchte Größe a vorkommen. Um a zu finden, hat man daher die obige Formel nach a aufzulösen:

$$2a = \frac{2s}{n} + (n-1)\, d,$$

$$a = \frac{s}{n} + (n-1) \frac{d}{2}.$$

In der vorstehenden Auflösung wird von der Zahl 60 auf 100 geschlossen und jedes für 60 passende Ergebnis in ein solches für 100 umgewandelt. Dies ist sicherlich das älteste Beispiel von dem Verfahren mit einer angenommenen falschen Zahl. Die Ägypter haben dieses Verfahren wohl nur instinktiv angewendet; bei den altindischen und arabischen Algebristen begegnet es uns schon als bewußte, ausgebildete Methode. Die deutschen

03808

Rechenmeister bedienten sich desselben unter der Bezeichnung Regula falsi simplicis positionis, sobald es sich bei der Lösung einer Aufgabe nur um Vervielfachungen und Teilungen oder Messungen handelte. Hervorragende arabische Algebristen schufen das Verfahren mit zwei angenommenen falschen Zahlen, die „Regel der zwei Fehler", die „Methode der Wagschalen", und Leonardo Pisano erläuterte es in seinem Liber Abaci durch Liniengrößen. Die deutschen Rechenmeister handhabten dasselbe unter dem Namen Regula falsi duplicis positionis, wenn die Reihe der Multiplikationen und Divisionen von Additionen und Subtraktionen untermischt war. Wegen ihrer praktischen Bedeutung verdienen beide Arten der Regel falsi noch heute verständige Anwendung im Schulrechnen, aus dem sie ohne triftige Gründe verbannt worden sind.

(Der Schluß dieser Abhandlung muß fortgelassen werden, um den bewilligten Druckkostenbetrag nicht zu überschreiten.)

Mitteilungen.

1) Ferien-Ordnung für 1893—94.

Schulschluß:	Schulanfang:
Ostern: Freitag, den 24. März,	Dienstag, den 11. April,
Pfingsten: Freitag, den 19. Mai,	Donnerstag, den 25. Mai,
Sommer: Freitag, den 14. Juli,	Mittwoch, den 16. August,
Herbst: Sonnabend, den 30. Sept.,	Mittwoch, den 11. Oktober,
Weihnacht: Donnerstag, den 21. Dezbr.,	Donnerstag, den 4. Januar 1894.

2) Die **Aufnahme** neuer Schülerinnen erfolgt

Montag, den 10. April,
von 8—12 Uhr
im Schulhause, Wilhelmstraße 24.

Vorzulegen sind Tauf-, Geburts- und Impfschein.

Wilske, Rektor.