Vierundzwanzigster Bericht

über die

städtische mittlere Mädchenschule

zu

Bromberg,

erstattet Ostern 1897 von dem

Rektor Karl Wilske.

Inhalt.

1897. Nr. 37.

Bromberg.
Buchdruckerei von A. Dittmann.
1897.

Zur Lehre von der Siebenteilung ganzer Zahlen.

Von Karl Wilske.

I. Geschichtliches.

Das älteste arithmetische Werk, in welchem wir die Lehre von den Kennzeichen der Teilbarkeit ganzer Zahlen durch 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10 berücksichtigt finden, ist der am Anfange des 13. Jahrh. erschienene „Liber Abaci“ des italischen Kaufmanns Leonardo von Pisa. Im 5. Abschnitt dieser noch heute sehr lehrreichen Schrift giebt der berühmte Pisaner Anleitung, die Teiler von Zahlen über 100 aufzufinden. Zuerst werden ungerade Zahlen auf ihre Teilbarkeit durch 5, 9, 3 untersucht. Als Kennzeichen für den Teiler **5** gilt, daß die Einerziffer 5 sein müsse. Um die Kennzeichen für 9 und 3 zu ermitteln, wird das Verfahren bei der Neunerprobe, die Prüfung der Quersumme nach 9, angewendet; bleibt 0 als Rest, so ist 9 ein Teiler der vorliegenden Zahl, bleibt 3 oder 6 übrig, so ist **3** ein Teiler derselben. Darauf kommen die Teilbarkeitsmerkmale gerader Zahlen zur Behandlung. Der Neunerrest 0 giebt Aufschluß darüber, daß die Zahl durch **9** teilbar ist; bleibt 3 oder 6 als Neunerrest, so ist **6** ein Teiler derselben. Liefert die Teilung der beiden letzten Ziffern einer Zahl durch 8 den Rest 0, dann ist, wenn die dritte Ziffer eine gerade Zahl bezeichnet, die vorliegende Zahl durch **8**, wenn sie eine ungerade Zahl bezeichnet, nur durch **4** teilbar. Ergiebt die Teilung der beiden letzten Ziffern durch 8 den Rest 4, dann ist, wenn die dritte Ziffer eine ungerade Zahl bezeichnet, die ganze Zahl durch 8, wenn sie eine gerade Zahl bezeichnet, nur durch **4** teilbar. Bleibt bei der Teilung der beiden letzten Ziffern durch 8 aber 2 oder 6 übrig, dann ist die vorliegende Zahl nur durch **2** teilbar. Jede Null am Ende der geraden Zahlen zeigt, daß sie den Teiler **10** haben.[1])

Ein anderes arithmetisches Werk aus „alten Zeiten“, in welchem die aufgehende Teilung ganzer Zahlen ebenfalls gekennzeichnet wird, ist der „Talchis“ des westarabischen Mathematikers Ibn Albanna, verfaßt in der zweiten Hälfte des 13. Jahrhunderts. Hier finden wir auch die **Siebenteilung** berücksichtigt. „Bei Gelegenheit der Subtraktion kommt der Rest zur Rede, welcher entsteht, wenn von irgend einer Zahl 9, 8 oder 7 so oft als möglich abgezogen wird. Die Auffindung dieser Reste, welche alsdann als Proben bei Rechnungen angewandt werden, wie wir es von der Neunerprobe der Inder schon

[1]) Dr. G. Friedlein, die Zahlzeichen und das elementare Rechnen der Griechen und Römer S. 141, 142. Erlangen 1869.

wissen, beruht bei der 9 auf dem Satze $10^n \equiv 1 \pmod{9}$, bei der 8 auf den drei Sätzen $10^1 \equiv 2$, $10^2 \equiv 4$, $10^3 \equiv 0 \pmod{8}$. Somit ist der Rest einer Zahl nach 9 ihrer Ziffernsumme gleich, der Rest nach 8 der Einerziffer nebst dem Doppelten der Zehnerziffer noch vermehrt durch das Vierfache der Hundertziffer. Umständlicher ist das Verfahren, den Rest nach 7 zu finden. Ibn Albanna begründet es mit den Sätzen, welche nach moderner Schreibweise $10^1 \equiv 3$, $10^2 \equiv 2$, $10^3 \equiv 6$, $10^4 \equiv 4$, $10^5 \equiv 5$, $10^6 \equiv 1 \pmod{7}$ heißen, und setzt hinzu: ‚von da an beginnt die Reihenfolge aufs neue‘. Man hat also von der Rechten zur Linken fortschreitend unter die einzelnen Ziffern der zu prüfenden Zahl der Reihe nach 1, 3, 2, 6, 4, 5 sich wiederholend niederzuschreiben, die betreffenden Ziffern mit diesen Werten zu multiplizieren und die Summe dieser Produkte zu bilden, welche dann selbst wieder nach 7 zu prüfen ist.“ [2])

In Deutschland hat man die hier angeführten Kennzeichen der aufgehenden Teilung erst einige Jahrhunderte später in Gebrauch genommen. Henricus Grammateus (Heinrich Schreiber) aus Erfurt wendet in seinem Rechenbuch von 1518 noch die wiederholte Zweiteilung einer Zahl an, bis er auf ungerade Zahlen stößt, die er nun mit 3, 5, 7, 11, 13, . . . „probiert“. Auch Adam Riese bedient sich desselben Verfahrens. Christoph Rudolff v. Jauer hat in Deutschland vermutlich zuerst Teilbarkeitsmerkmale aufgestellt. In seinem Rechenbuch von 1526 giebt er Kennzeichen für die Teiler 2, 3, 5, 10. Michael Stifel (1486—1567), der hervorragendste Arithmetiker und Algebrist des 16. Jahrhunderts, geht darüber hinaus, indem er in seiner „Arithmetica integra“ von 1544 Teilbarkeitsregeln für jeden der Teiler 2 bis 10 angiebt. Den gleichen Regeln begegnen wir auch in den Zusätzen, welche Stifel der von ihm besorgten Ausgabe der Rudolff'schen „Coss“ von 1553 hinzufügte. Statt der von Ibn Albanna überlieferten Regel für 7 lehrt Stifel eine andere, die ihm selbst angehören dürfte. „Sie ist richtig, wenn auch zu eng. Sie behauptet nur, 7 teile jede Zahl, welche die Summe von 3, 6, 9, 12 Gliedern einer geometrischen Progression vom Gliederquotienten 2, 4 oder 16 sei.“ [3]) Die deutschen Rechenmeister des 16. Jahrhunderts und spätere Rechenschriftsteller bedienten sich indes der Regel für 7 nach Ibn Albanna und bemühten sich, sie zu vereinfachen. Erst im 19. Jahrhundert stellte man den beiden ältesten Kennzeichen der aufgehenden Siebenteilung neue, mehr oder weniger praktische zur Seite. In den arithmethischen Lehrbüchern der Gegenwart werden zwar die Kennzeichen der Teilbarkeit ganzer Zahlen durch 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9 behandelt; allein die Kennzeichen für 7 bleiben in den meisten unberücksichtigt.

---

[2]) Prof. M. Cantor, Vorlesungen über Geschichte der Mathematik I, 759. Leipzig 1894.

[3]) Prof. M. Cantor, Vorlesungen über Geschichte der Mathematik II, 398. Leipzig 1892.

Die Wahrnehmung dieser Thatsache hat mich bewogen, auf die Siebenteilung näher einzugehen. Da die Herleitung praktischer Kennzeichen für 7 keine erheblichen Schwierigkeiten bereitet, so darf gefordert werden, daß auf der Oberstufe unserer Volks- und Mittelschulen, die von den Kennzeichen der Teilbarkeit ganzer Zahlen umfassenden Gebrauch zu machen hat, auch ein oder das andere praktische Kennzeichen für die von Alters her so bedeutungsvolle 7 gelehrt werde.

II. Allgemeine Kennzeichen der Teilbarkeit ganzer Zahlen durch 7 von mehr wissenschaftlichem als praktischem Werte.

1. Das von Ibn Albanna überlieferte Kennzeichen für 7 drückt ein neuerer Arithmetiker mit folgenden Worten aus:

„Um zu erkennen, ob eine Zahl durch 7 teilbar sei, muß man sie von rechts nach links so in Abteilungen teilen, daß auf jede Abteilung 6 Ziffern kommen, wobei natürlich die letzte Abteilung links auch weniger Ziffern als 6 enthalten kann. Alsdann muß man in jeder Abteilung die erste Ziffer von rechts mit **1**, die zweite mit **3**, die dritte mit **2**, die vierte mit **6**, die fünfte mit **4** und die sechste mit **5** multiplizieren; die daraus entstandenen Produkte müssen alsdann addiert werden, und wenn nun die Summe durch 7 teilbar ist, so ist die gegebene Zahl durch 7 teilbar.“[4])

Gegeben 119 236 834 032 491. „Wir bilden in ihr die Abteilungen:

1	1	9	2	3	6	8	3	4	0	3	2	4	9	1
2	3	1	5	4	6	2	3	1	5	4	6	2	3	1

$$2 + 3 + 9 + 10 + 12 + 36 + 16 + 9 + 4 + 0 + 12 + 12 + 8 + 27 + 1 = 161$$

1	6	1
2	3	1

$$2 + 18 + 1 = 21 = 7 . 3.$$

Demnach ist die gegebene Zahl durch 7 teilbar.“[4])

Beweis. Jede ganze Zahl N unserer Zahlenordnung läßt sich als mehrgliedriger Ausdruck, geordnet nach fallenden Potenzen von 10, darstellen. Daher steht:

$$N = \ldots 10^6 g + 10^5 f + 10^4 e + 10^3 d + 10^2 c + 10^1 b + 10^0 a,$$

wo jeder Buchstabe eine einstellige Zahl vertritt. N muß nun durch 7 teilbar sein, wenn sich beweisen läßt, daß der rechts stehende Ausdruck durch 7 teilbar ist. Dieser kann aber erheblich verkleinert werden durch Ausscheidung aller Siebenerzahlen aus den Potenzen von 10 bis auf die positiven Reste derselben. Alsdann haben wir die Einheiten

---

[4]) v. Karwowski, Über die Teilbarkeit der Zahlen. Progr.-Abhdl. Lissa 1856.

jeder Stelle nur sovielmal, als die zugehörigen Siebenerreste der Potenzen angeben. Der Siebenerrest

von . . .	10^7	10^6	10^5	10^4	10^3	10^2	10^1	10^0
ist . . .	3	1	5	4	6	2	3	1

Werden jetzt diese Reste anstatt der Potenzen in die obige Gleichung eingesetzt, so geht sie über in die Formel:

$$N \equiv \ldots \mathbf{1\,g + 5\,f + 4\,e + 6\,d + 2\,c + 3\,b + 1\,a} \pmod{7}.$$

Diese spricht aus: N ist gleichrestig (kongruent) der Summe auf der rechten Seite für den Gemeinteiler oder das Maß (den modul) 7. Liefert diese Summe den Rest $r = 0, 7, 14, \ldots$ so ist N durch 7 teilbar.

Der deutsche Rechenmeister Joh. Krafft hat in seinem Rechenbuch von 1592 auf eine kleine Abkürzung des Prüfungsweges Bedacht genommen. Die Siebenerreste der Potenzen „Instrumentzahlen" nennend, giebt er folgende Vorschrift:

„Setz die Instrumentzahlen gehörig unter die gegebene Zahl. Multiplicir sie mit den überstehenden Ziffern, wirf aus dem Produkt die Siebener aus und setze die Reste unter. Ist die Summe durch 7 teilbar, so ist es die vorgelegte Zahl." [5])

2. Zur weiteren Vereinfachung des ältesten Kennzeichens für 7 hat man später statt der positiven Reste 6, 4, 5 die negativen (— 1), (— 3), (— 2) gewählt. Führen wir diese negativen oder Ergänzungs-Reste in die für N geltende Kongruenz ein, so steht:

$$N \equiv \ldots + 2i + 3h + 1g - 2f - 3e - 1d + 2c + 3b + 1a$$

oder $N \equiv \ldots + [\mathbf{2i + 3h + 1g}] - [\mathbf{2f + 3e + 1d}] + [\mathbf{2c + 3b + 1a}] \pmod{7}.$

In Worten:

Um zu erkennen, ob eine Zahl durch 7 teilbar sei, bilde man von den Einern an Klassen von je 3 Stellen, vervielfache jede erste Stelle der sämtlichen Klassen mit 1, jede zweite mit 3, jede dritte mit 2 und bilde die Summe der aus den ungeraden wie geraden Klassen erhaltenen Produkte. Wenn nun der Unterschied dieser beiden Summen durch 7 teilbar (also = 0, 7, 14, . . .) ist, so ist die ganze Zahl durch 7 teilbar.[6])

9 4	1 6 3	7 1 9	2 6 5	
	2 3 1		2 3 1	
3 1		2 3 1		
	2 + 18 + 3	+	4 + 18 + 5	= 50
27 + 4	+	14 + 3 + 9		= 57
			Unterschied	= 7

---

[5]) Fr. Unger, Die Methodik der praktischen Arithmetik in hist. Entwickelung, S. 85. Leipzig 1858.

[6]) Rich. Schurig, Lehrbuch der Arithmetik I, 90. Leipzig 1883.

3. Eine Vereinfachung des ältesten Kennzeichens erstrebte auch Chr. v Clausberg, der hervorragendste Schriftsteller auf dem Gebiete der kaufmännischen Arithmetik des 18. Jahrhunderts. Er lehrt:

„Wenn ihr alle Einzige, Zehener und Hunderte der ungeraden wie auch der geraden Classen, ohnangesehen ihrer Stellen zusammenzählet (dabei das Maß von 7 so oft, als möglich, auswerfet), die letzteren Summen ordentlich von den ersteren abziehet, und nichts übrig bleibet; oder wo noch etwas übrig bleibet, solche Reste mit 1, 3, 2 zur Rechten anfangend, ordentlich multipliciret, und die Summe solcher Produkte in 7 teilbar (ist), so muß selbige ganze Zahl in 7 aufgehen.

Z. E. Die Zahl 5, 923, 597, 092 muß in 7 teilbar seyn. Denn die Summen

der ungeraden Classen sind	2. 4. 5.	
der geraden	5. 2. 5.	Diese subtrahiret,
bleiben	4. 2. 0.	Solche
mit	2. 3. 1.	multipliciret,
kommen	1. 6. 0.	Deren Summe ist 7,

so in 7 aufgehen." [7])

Clausberg gesteht selbst ein, „daß dieses Kennzeichen von 7 etwas zu langsam sey, und daß man wohl durch die ordinäre Division in 7 es ebenso geschwinde oder wohl noch geschwinder untersuchen könne."

4 Das von M. Stifel mitgeteilte Kennzeichen läßt sich so ausdrücken:

Eine ganze Zahl ist durch 7 teilbar, falls sie die Summe aus 3 oder 6 oder 9 oder 12 Gliedern einer geometrischen Reihe bildet, deren Quotient jedesmal 2 oder 4 oder 16 ist.

Die Richtigkeit dieses Kennzeichens kann leicht bewiesen werden. Ist nämlich a das Anfangsglied und 2, 4, 16 der Quotient der geometrischen Reihe von 12 Gliedern, so ergiebt sich:

$$
\begin{aligned}
\text{I. } N &= 1a + 2a + 4a + 8a + 16a + 32a + 64a + 128a + 256a \\
&\quad + 512a + 1024a + 2048a \\
&= (1+2+4).a + (1+2+4).8a + (1+2+4).64a + (1+2+4).512a \\
&= 7a + 7.8a + 7.64a + 7.512a. \\
\text{II. } N &= 1^2a + 2^2a + 4^2a + 8^2a + 16^2a + 32^2a + 64^2a + 128^2a + 256^2a \\
&\quad + 512^2a + 1024^2a + 2048^2a \\
&= (1^2+2^2+4^2).a + (1^2+2^2+4^2)\,8a + (1^2+2^2+4^2).64a + (1^2+2^2+4^2).512a \\
&= 7.3a + 7\,3.8a + 7.3.64a + 7.3.512a. \\
\text{III. } N &= 1^4a + 2^4a + 4^4a + 8^4a + 16^4a + 32^4a + 64^4a + 128^4a + 256^4a \\
&\quad + 512^4a + 1024^4a + 2048^4a \\
&= (1^4+2^4+4^4).a + (1^4+2^4+4^4).8a + (1^4+2^4+4^4).64a + (1^4+2^4+4^4).512a \\
&= 7.39a + 7.39.8a + 7.39.64a + 7.39.512a.
\end{aligned}
$$

---

[7]) Chr. v. Clausberg, Demonstrative Rechenkunst. S. 403. 409. Leipzig 1748.

Daß dieses Kennzeichen zu eng gefaßt ist, wurde bereits hervorgehoben. Denn es ist jede Zahl durch 7 teilbar, falls sie die Summe einer geometrischen Reihe von

3, 6, 9, . . ., 3^n Gliedern und dem Quotienten 2^1, 2^2, 2^4, 2^8, . . .
3, 6, 9, . . ., 3^n „ „ „ „ 3^2, 3^4, 3^8, . . .
3, 6, 9, . . ., 3^n „ „ „ „ 5^2, 5^4, 5^8, . . .

darstellt. Aber ein solches Kennzeichen hat nur wissenschaftlichen keinen praktischen Wert.

5. Aus den ältesten Kennzeichen für 7 hat Dr. Ephr. Salomon Unger, ein fruchtbarer Schriftsteller auf dem Gebiete der Schul-Arithmetik in der 1. Hälfte des 19. Jahrh., ein anderes hergeleitet, das folgendermaßen ausgedrückt werden kann:

Man zerlege die zu prüfende Zahl von rechts nach links in zweiziffrige Klassen, vervielfache diese oder ihre Siebenerreste von rechts an mit den sich wiederholenden Zahlen 1, 2, 4 und teile die Summe dieser Produkte durch 7. Geht die Teilung auf, dann ist die geprüfte Zahl durch 7 teilbar.

Ungers Herleitung ist diese: „Es sei die Zahl

584 637

gegeben. Die Faktoren sind 546231.

Also ist die Summe der Produkte =

$$1 \cdot 7 + 3 \cdot 3 + 2 \cdot 6 + 6 \cdot 4 + 4 \cdot 8 + 5 \cdot 5.$$

Der Rest dieser Summe, durch 7 geteilt, bleibt derselbe, wenn man hierzu irgend ein Vielfaches der 7 addiert oder ein solches Vielfache abzieht. Wird nun zu

$$1 \cdot 7 + 3 \cdot 3 + 2 \cdot 6 + 6 \cdot 4 + 4 \cdot 8 + 5 \cdot 5$$

addiert

$$7 \cdot 3 \qquad + 14 \cdot 4 \qquad + 35 \cdot 5,$$

so erhält man

$$\begin{aligned} & 1 \cdot 7 + 10 \cdot 3 + 2 \cdot 6 + 20 \cdot 4 + 4 \cdot 8 + 40 \cdot 5 \\ = {} & 1 \cdot (7 + 10 \cdot 3) + 2 \cdot (6 + 10 \cdot 4) + 4 \cdot (8 + 10 \cdot 5) \\ = {} & \mathbf{1} \cdot 37 + \mathbf{2} \cdot 46 + \mathbf{4} \cdot 58. \end{aligned}$$

Man kann also auch die Summe der Produkte nehmen, welche erhalten werden, wenn man die ersten beiden Stellen der Zahl mit **1**, die folgenden mit **2** und die hierauf folgenden mit **4** multipliziert. Ist ferner die Zahl 3 769 678 376 576 gegeben,

so sind die Klassen	3	76	96	78	37	65	76
ihre Reste	3	6	5	1	2	2	6
und die Faktoren	1	4	2	1	4	2	1
also die Produkte	3	3	3	1	1	4	6

wo bei den Produkten so oft als möglich 7 weggelassen ist. Die Summe der Produkte ist 21. Die Zahl ist folglich durch 7 teilbar.“[8])

[8]) Dr. E. S. Unger, Neue Sammlung von Abhandlungen über die wichtigsten gemeinnützigen Gegenstände der Arithmetik S. 42. 48. Gotha und Erfurt 1832.

Beweis. Bezeichnen a, b, c, . . . zweistellige Zahlen, so kann jede Zahl N durch die Gleichung

$$N = \ldots 100^4 e + 100^3 d + 100^2 c + 100^1 b + 100^0 a$$

dargestellt werden. Nun ist

$$\begin{array}{ll} 100^0 \equiv 1 \ (\text{mod. } 7) & 100^3 \equiv 8 \equiv 1 \ (\text{mod. } 7) \\ 100^1 \equiv 2 & 100^4 \equiv 16 \equiv 2 \\ 100^2 \equiv 4 & 100^5 \equiv 32 \equiv 4 \quad \text{u. s. w.} \end{array}$$

Demgemäß geht die Gleichung für N in die Kongruenz

$$\mathbf{N \equiv \ldots 2e + 1d + 4c + 2b + 1a \ (mod.\ 7)}$$

über. Ist nun die Summe auf der rechten Seite durch 7 teilbar, so muß auch N es sein.

6. Ein Kennzeichen, das nur für dreistellige Zahlen praktischen Wert hat, ist das nachstehende:

„Eine Zahl ist durch 7 teilbar, wenn die Zahl ohne die Einer, vermindert um das Doppelte der Einer (wenn die Zahl der Zehner weniger der doppelten Zahl der Einer) durch 7 teilbar ist.“ [9])

Beweis. Bezeichnet a die Zahl der Einer und b die ein- oder mehrstellige Zahl der Zehner, so gilt für die Zahl N die Gleichung:

$$N = 10b + a.$$

Da nun $10 \equiv 3$ und $1 \equiv -6$ (mod. 7) ist, so erhalten wir aus vorstehender Gleichung die Kongruenz:

$$N \equiv 3b - 6a \ (\text{mod. } 7)$$

oder

$$N \equiv b - 2a.$$

$$\begin{array}{ll} 476 \equiv 47 - 2 \cdot 6 = 35 (\text{mod. } 7) & 1897 \equiv 189 - 2 \cdot 7 = 175 \equiv 17 - 2 \cdot 5 = 7 \ (\text{mod. } 7) \\ 581 \equiv 58 - 2 \cdot 1 = 56 & 3129 \equiv 312 - 2 \cdot 9 = 294 \equiv 29 - 2 \cdot 4 = 21. \end{array}$$

7. Ein Kennzeichen vom Wert des vorigen hat folgenden Ausdruck:

„Eine Zahl ist durch 7 teilbar, wenn die Zahl durch 7 teilbar ist, welche man erhält, wenn man von der zweiziffrigen Zahl der Zehner- und Einerstelle das Fünffache der Zahl abzieht, welche in den vorangehenden Stellen steht.“ [10])

Beweis. Bedeutet c eine beliebige ganze Zahl, b und a dagegen eine beliebige einstellige Zahl, dann findet für die ganze Zahl N die Gleichung statt:

---

[9]) v. Vega, Vorlesungen über die Mathematik I, 66. Wien 1838. — Dir. Zerlang in Hoffmanns Zeitschrift für math. und naturw. Unterricht II, 337. Leipzig 1871. — Dr. Boyman, Lehrbuch der Mathematik III, 53. Düsseldorf 1882. — Prof. Dr. v. der Heyden, Zur Lehre von den Kennzeichen der Teilbarkeit der Zahlen. Essen 1889.

[10]) Dr. Lange, Über die Teilbarkeit der Zahlen. Abhdl. zum Progr. der Handelsschule zu Berlin. 1879.

$$N = 100c + 10b + a.$$

Da $100 \equiv -5 \pmod 7$ ist, so erhalten wir die Kongruenz:

$$N \equiv -5c + 10b + a \pmod 7$$

oder $$\mathbf{N \equiv (10b + a) - 5c.}$$

$476 \equiv 76 - 5 \cdot 4 = 56 \pmod 7$ $1897 \equiv 97 - 5 \cdot 18 = 7 \pmod 7$

$581 \equiv 81 - 5 \cdot 5 = 56$ $3192 \equiv 92 - 5 \cdot 31 = -63.$

8. Ebenfalls sehr wenig praktisch ist das nachstehende Kennzeichen:

„Eine Zahl ist durch 7 teilbar, wenn die Zahl durch 7 teilbar ist, welche man erhält, wenn man das Fünffache der Einer zu der Zahl addiert, die in den vorangehenden Stellen steht.“[10])

Beweis. Haben b, a die unter 6. angegebene Bedeutung, so ist jede ganze Zahl N in der Gleichung

$$N = 10b + a$$

enthalten. Da nun $1 \equiv 50 \pmod 7$ ist, so steht:

$$N \equiv 10b + 50a \pmod 7$$

oder $$\mathbf{N \equiv b + 5a.}$$

$476 \equiv 47 + 5 \cdot 6 = 77 \pmod 7$ $1897 \equiv 189 + 5 \cdot 7 = 224 \equiv 22 + 5 \cdot 4 = 42 \pmod 7$

$581 \equiv 58 + 5 \cdot 1 = 63$ $3192 \equiv 319 + 5 \cdot 2 = 329 \equiv 32 + 5 \cdot 9 = 77.$

III. Allgemeine Kennzeichen der Teilbarkeit ganzer Zahlen durch 7 von praktischem Werte bei fortgesetzter Verwendung von Siebenerresten.

A. Zerlegung der Zahlen in einstellige Klassen.

1. Wenn $84 = 10 \cdot 8 + 4$ auf ihre Teilbarkeit durch 7 zu untersuchen ist, so können wir diese Zahl in die Siebenerzahl $7 \cdot 8$ und den Überschuß $3 \cdot 8 + 4 = 28 = 7 \cdot 4$ zerlegen. Da beide Summenglieder, nämlich $7 \cdot 8$ und $7 \cdot 4$, durch 7 teilbar sind, so muß auch deren Summe 84 durch 7 teilbar sein.

$$84 = 10 \cdot 8 + 4 = 7 \cdot 8 + \mathbf{3 \cdot 8 + 4}$$

$$84 \equiv 3 \cdot 8 + 4 = 28 \equiv 0 \pmod 7.$$

Auf gleiche Weise ergiebt sich:

$$91 = 10 \cdot 9 + 1 = 7 \cdot 9 + \mathbf{3 \cdot 9 + 1}$$

$$98 = 10 \cdot 9 + 8 = 7 \cdot 9 + \mathbf{3 \cdot 9 + 8}.$$

Daher ist $91 \equiv 3 \cdot 9 + 1 \equiv 3 \cdot 2 + 1 = 7 \pmod 7$

und $98 = 3 \cdot 9 + 8 \equiv 3 \cdot 2 + 8 = 14.$

Allgemein. Bezeichnet a die Zahl der Einer und b die Zahl der Zehner, so ist jede zweistellige Zahl N in der Gleichung

$$N = 10b + a$$

enthalten. Da nun $10 \equiv 3 \pmod 7$ ist, so besteht die Kongruenz: $$\mathbf{N \equiv 3b + a \pmod 7}.$$

Erweist sich nun die Summe $3b + a$ durch 7 teilbar, so muß auch N durch 7 teilbar sein. Demgemäß erhalten wir das Kennzeichen:

Eine zweistellige Zahl ist durch 7 teilbar, wenn die dreifache Zahl der Zehner, vermehrt um die Zahl der Einer, durch 7 teilbar ist.

2. Sollen die Zahlen 462 und 581 nach 7 geprüft werden, so findet folgende Zergliederung statt:

$$\begin{aligned}462 &= 10^2 \cdot 4 + 10^1 \cdot 6 + 2 = (7 \cdot 13 + 3^2) \cdot 4 + (7 + 3^1) \cdot 6 + 2\\ &= 7 \cdot 13 \cdot 4 + 7 \cdot 6 + \underbrace{3^2 \cdot 4 + 3^1 \cdot 6 + 2}_{\mathbf{3 \cdot [3 \cdot 4 + 6] + 2}}\\ 581 &= 10^2 \cdot 5 + 10^1 \cdot 8 + 1 = (7 \cdot 13 + 3^2) \cdot 5 + (7 + 3^1) \cdot 8 + 1\\ &= 7 \cdot 13 \cdot 5 + 7 \cdot 8 + \underbrace{3^2 \cdot 5 + 3^1 \cdot 8 + 1}_{\mathbf{3 \cdot [3 \cdot 5 + 8] + 1.}}\end{aligned}$$

Demgemäß ist $462 \equiv 3 \cdot [3 \cdot 4 + 6] + 2 \pmod{7}$
und $581 \equiv 3 \cdot [3 \cdot 5 + 8] + 1.$

Sind nun diese Restbeträge durch 7 teilbar, so müssen auch die zerlegten Zahlen durch 7 teilbar sein.

462	581
$3 \cdot 4 + 6 = 18 \equiv 4 \pmod{7}$	$3 \cdot 5 + 8 = 23 \equiv 2 \pmod{7}$
$3 \cdot 4 + 2 = 14 \equiv 0.$	$3 \cdot 2 + 1 = 7 \equiv 0.$

Vier- und mehrstellige Zahlen werden ähnlich wie dreistellige zerlegt. Nach Ausscheidung der Glieder, in denen 7 als Faktor erscheint, und die deshalb als 7n bezeichnet werden können, erhalten wir z. B. aus 6825 und 51 674 folgende Restbeträge:

$$\begin{aligned}6825 - 7n &= 3^3 \cdot 6 + 3^2 \cdot 8 + 3^1 \cdot 2 + 5\\ &= \mathbf{3 \cdot [3 \cdot (3 \cdot 6 + 8) + 2] + 5.}\\ 51\,674 - 7n &= 3^4 \cdot 5 + 3^3 \cdot 1 + 3^2 \cdot 6 + 3^1 \cdot 7 + 4\\ &= \mathbf{3 \cdot [3 \cdot (3 \cdot (3 \cdot 5 + 1) + 6) + 7] + 4.}\end{aligned}$$

Demgemäß ist $6825 \equiv 3 \cdot [3 \cdot (3 \cdot 6 + 8) + 2] + 5 \pmod{7}$
und $51\,674 \equiv 3 \cdot [3 \cdot (3 \cdot (3 \cdot 5 + 1) + 6) + 7] + 4.$

6825	51 674
$3 \cdot 6 + 8 = 26 \equiv 5 \pmod{7}$	$3 \cdot 5 + 1 = 16 \equiv 2 \pmod{7}$
$3 \cdot 5 + 2 = 17 \equiv 3$	$3 \cdot 2 + 6 = 12 \equiv 5$
$3 \cdot 3 + 5 = 14 \equiv 0.$	$3 \cdot 5 + 7 = 22 \equiv 1$
	$3 \cdot 1 + 4 = 7 \equiv 0.$

Allgemein. **Wenn a, b, c, . . . einstellige Zahlen bezeichnen, dann besteht für jede ganze Zahl N die Gleichung:**

$$N = \ldots 10^4 e + 10^3 d + 10^2 c + 10^1 b + a.$$

Nun ist nach dem modul 7

$$10^1 \equiv 3^1,\ 10^2 \equiv 3^2,\ 10^3 \equiv 3^3,\ 14^4 \equiv 3^4 \text{ u. s. w.}$$

Die Einsetzung dieser Potenzreste anstatt der Potenzen in die für N gebildete Gleichung führt zu der Kongruenz:

$$N \equiv \ldots 3^4 e + 3^3 d + 3^2 c + 3^1 b + a \pmod{7}$$

oder $$\mathbf{N \equiv 3 \cdot [3 \cdot (3 \cdot (3\,e + d) + c) + b] + a.}$$

N muß durch 7 teilbar sein, wenn der Ausdruck auf der rechten Seite es ist. Demgemäß gewinnen wir folgendes Kennzeichen der aufgehenden Siebenteilung:

Eine ganze Zahl ist durch 7 teilbar, falls die letzte Summe durch 7 teilbar ist, die entsteht, wenn wir die Zahl der höchsten Stelle mit 3 vervielfachen und das Ergebnis um die Zahl der zweithöchsten vermehren, darauf den Siebenerrest dieser Summe mit 3 vervielfachen und das Ergebnis um die Zahl der dritthöchsten Stelle vermehren, so fortfahrend bis die Zahl der niedrigsten Stelle zugezählt und hierdurch die letzte Summe zur Prüfung nach 7 ermittelt worden ist.[11])

B. Zerlegung der Zahlen in zweistellige Klassen.

3. Um die Zahl $364 = 100 \cdot 3 + 64$ auf ihre Teilbarkeit durch 7 zu prüfen, zerlegen wir sie in die Siebenerzahl $98 \cdot 3 = 7 \cdot 14 \cdot 3$ und den Überschuß $2 \cdot 3 + 64 = 70$. Da nun dieser Ueberschuß ebenfalls eine Siebenerzahl bildet, so muß 364 durch 7 teilbar sein.

$$364 = 100 \cdot 3 + 64 = \mathbf{7 \cdot 14} \cdot 3 + \mathbf{2 \cdot 3 + 64}$$
$$364 \equiv 2 \cdot 3 + 64 = 70 \equiv 0 \pmod{7}.$$

In gleicher Weise ergiebt sich:

$$1897 = 100 \cdot 18 + 97 = \mathbf{7 \cdot 14} \cdot 18 + \mathbf{2 \cdot 18 + 97}$$
$$5481 = 100 \cdot 54 + 81 = \mathbf{7 \cdot 14} \cdot 54 + \mathbf{2 \cdot 54} + 81.$$
$$1897 \equiv 2 \cdot 18 + 97 \equiv 2 \cdot 4 + 6 = 14 \pmod{7}$$
$$5481 \equiv 2 \cdot 54 + 81 \equiv 2 \cdot 5 + 4 = 14.$$

Allgemein. Bedeutet a eine beliebige zweistellige, b eine beliebige ein- oder zweistellige Zahl, so können wir jede drei- oder vierstellige Zahl durch die Gleichung

$$N = 100\,b + a$$

ausdrücken. Da nun $100 \equiv 2 \pmod{7}$ ist, so erhalten wir aus dieser Gleichung die Kongruenz:

$$\mathbf{N \equiv 2\,b + a \pmod{7}}.$$

Geht die Summe $2\,b + a$, die doppelte Anzahl der Hunderte, vermehrt um die Zahl der Einer, oder der doppelte Siebenerrest der Hunderte, vermehrt um den Siebenerrest der Einer, durch 7 auf, so ist N durch 7 teilbar. Wir merken daher das Kennzeichen:

Eine drei- und vierstellige Zahl ist durch 7 teilbar, falls der doppelte Siebenerrest der Hunderte, vermehrt um den einfachen Siebenerrest der Einer, durch 7 teilbar ist.

---

[11]) Dr. E. S. Unger, Die Algebra für Geschäftsleute. S. 56. Leipzig 1828. F. Fischer, Anfangsgründe der Mathematik I, 39. 40. Leipzig 1887.

4. Fünf- und sechsstellige Zahlen zergliedern wir folgendermaßen:

$$3\,79\,68 = 100^2 . 3 + 100^1 . 79 + 68 = (7 . 1428 + 2^2) . 3 + (7 . 14 + 2^1) . 79 + 68$$
$$= 7 . 1428 . 3 + 7 . 14 . 79 + \underbrace{2^2 . 3 + 2^1 . 79 + 68}_{2 . [2 . 3 + 79] + 68}$$

$$19\,43\,62 = 100^2 . 19 + 100^1 . 43 + 62 = (7 . 1428 + 2^2) . 19 + (7 . 14 + 2^1) . 43 + 62$$
$$= 7 . 1428 . 19 + 7 . 14 . 43 + \underbrace{2^2 . 19 + 2^1 . 43 + 62}_{2 . [2 . 19 + 43] + 62}$$

Mithin ist $3\,79\,68 \equiv 2 \cdot [2 \cdot 3 + 79] + 68 \pmod{7}$
$\equiv 2 \cdot [2 \cdot 3 + 2] + 5 = 21$

und $19\,43\,62 \equiv 2 \cdot [2 \cdot 19 + 43] + 62$
$\equiv 2 \cdot [2 \cdot 5 + 1] + 6 = 28.$

Sieben- und mehrstellige Zahlen erfahren eine ähnliche Zergliederung wie drei- bis sechsstellige. Scheiden wir aus den Zahlen 6 295 478 und 871 263 792 die Glieder, in denen 7 als Faktor auftritt, und die wir insgesamt mit 7n bezeichnen können, aus, so steht:

$$6\,29\,54\,78 - 7n = 2^3 \cdot 6 + 2^2 \cdot 29 + 2^1 \cdot 54 + 78$$
$$= \mathbf{2} \cdot [\mathbf{2} \cdot (\mathbf{2} \cdot \mathbf{6} + \mathbf{29}) + \mathbf{54}] + \mathbf{78}$$
$$8\,71\,26\,37\,92 - 7n = 2^4 \cdot 8 + 2^3 \cdot 71 + 2^2 \cdot 26 + 2^1 \cdot 37 + 92$$
$$= \mathbf{2} \cdot [\mathbf{2} \cdot (\mathbf{2} \cdot (\mathbf{2} \cdot \mathbf{8} + \mathbf{71}) + \mathbf{26}) + \mathbf{37}] + \mathbf{92}.$$

Die Prüfung der Beträge auf der rechten Seite erfolgt so, daß nur S i e b e n e r r e s t e verwendet werden.

6 29 54 78		8 71 26 37 92
6 1 5 1	Siebenerreste	1 1 5 2 1
$2 \cdot 6 + 1 = 13 \equiv 6 \pmod{7}$		$2 \cdot 1 + 1 = 3 \equiv 3 \pmod{7}$
$2 \cdot 6 + 5 = 17 \equiv 3$		$2 \cdot 3 + 5 = 11 \equiv 4$
$2 \cdot 3 + 1 = 7 \equiv 0.$		$2 \cdot 4 + 2 = 10 \equiv 3$
		$2 \cdot 3 + 1 = 7 \equiv 0.$

A l l g e m e i n. Bedeuten a, b, c . . . beliebige zweistellige Zahlen, von denen der letzte Buchstabe auch eine einstellige Zahl vertreten kann, so ist jede ganze Zahl N durch die Gleichung

$$N = \ldots 100^4 e + 100^3 d + 100^2 c + 100^1 b + a$$

wiederzugeben. Nun ist

$100^1 \equiv 2^1 \pmod{7}$ $\quad 100^3 \equiv 2^3 \pmod{7}$
$100^2 \equiv 2^2$ $\quad 100^4 \equiv 2^4$ $\quad$ u. s. w.

Setzen wir diese Potenzreste statt der Potenzen von 100 in die obige Gleichung ein, so gewinnen wir die Kongruenz:

$$N \equiv \ldots 2^4 e + 2^3 d + 2^2 c + 2^1 b + a \pmod{7}$$
oder $$N \equiv \ldots \mathbf{2} \cdot [\mathbf{2} \cdot (\mathbf{2} \cdot (\mathbf{2}\, \mathbf{e} + \mathbf{d}) + \mathbf{c}) + \mathbf{b}] + \mathbf{a}.$$

Erweist sich nun der Ausdruck auf der rechten Seite von N durch 7 teilbar, so ist es auch N. Demgemäß erhalten wir folgendes Kennzeichen für Zahlen von **zwei**stelligen Klassen:

Eine ganze Zahl ist durch 7 teilbar, falls die letzte Summe durch 7 teilbar ist, die entsteht, wenn wir den doppelten Siebener-

rest der höchsten Klasse um den einfachen Siebenerrest der zweithöchsten vermehren, darauf den doppelten Siebenerrest dieser Summe um den einfachen Siebenerrest der dritthöchsten Klasse vermehren, so fortfahrend, bis der einfache Siebenerrest der niedrigsten Klasse zugezählt und hierdurch die letzte Summe zur Prüfung nach 7 gebildet worden ist.[12])

C. Zerlegung der Zahlen in dreistellige Klassen.

5. Haben wir die Zahl $5341 = 1000 \cdot 5 + 341$ auf ihre Teilbarkeit durch 7 zu prüfen, so können wir sie in die Siebenerzahl $1000 \cdot 5 = 7 \cdot 11 \cdot 13 \cdot 5$ und den Mehrbetrag $5341 - 5005 = 341 - 5 = 336 = 7 \cdot 48$ zerlegen. Da auch dieser Mehrbetrag eine Siebenerzahl ist, so muß 5341 ebenfalls durch 7 teilbar sein.

$$5341 = 1000 \cdot 5 + 341 = 1001 \cdot 5 + 341 - 5 = \mathbf{7 \cdot 11 \cdot 13 \cdot 5} + \mathbf{341 - 5}$$
$$5341 \equiv 341 - 5 \equiv 5 - 5 = 0 \pmod{7}.$$

In gleicher Weise ergiebt sich:

$$37\,268 = 1000 \cdot 37 + 268 = 1001 \cdot 37 + 268 - 37$$
$$= \mathbf{7 \cdot 11 \cdot 13 \cdot 37} + \mathbf{268 - 37}.$$
$$37\,268 \equiv 268 - 37 \equiv 2 - 2 = 0 \pmod{7}$$

Liegt die Zahl $610\,218 = 1000 \cdot 610 + 218$ zur Untersuchung nach 7 vor, so entsteht durch Wegnahme der Siebenerzahl $1001 \cdot 610 = 610\,610$ von 610 218 der Minderbetrag $610 - 218 = 392 = 7 \cdot 56$. Da auch dieser Minderbetrag durch 7 aufgeht, so ist 610 218 durch 7 teilbar.

$$610\,218 = 1000 \cdot 610 + 218 = 1001 \cdot 610 - (610 - 218)$$
$$= \mathbf{7 \cdot 11 \cdot 13 \cdot 610} - (\mathbf{610 - 218}).$$
$$610\,218 \equiv -(610 - 218) \equiv -(1 - 1) = 0 \pmod{7}.$$

Allgemein. Bezeichnet a eine beliebige dreistellige Zahl und b eine ebenso willkürliche ein-, zwei- oder dreistellige, so kann jede vier- bis sechsstellige Zahl N durch die Gleichung

$$N = 1000\,b + a$$

ausgedrückt werden. Da nun

$$1000 \equiv -1 \pmod{7}$$

ist, so geht die obige Gleichung über in die Kongruenz:

$$N \equiv -b + a \pmod{7}$$

und diese in $\quad \mathbf{N \equiv +(a - b) \pmod{7}}$

oder $\quad \mathbf{N \equiv -(b - a)}.$

Die Teilbarkeit von N durch 7 hängt also davon ab, ob der Unterschied $a - b$ oder $b - a$, also der Unterschied zwischen den Klassen der Einer und Tausende oder der Unterschied zwischen den Siebener-

---

[12]) R. Adam, Der Rechenlehrer I, 190. Berlin 1883.

resten dieser Klasse durch 7 teilbar ist. Demgemäß gelangen wir zu dem Kennzeichen:

Eine vier- bis sechsstellige Zahl ist durch 7 teilbar, falls der Unterschied zwischen den Siebenerresten der Einer und Tausende oder der beiden ersten Klassen durch 7 teilbar ist.

Dieses Kennzeichen erweist sich besonders dadurch von praktischem Werte, daß es zugleich über die Teilbarkeit einer ganzen Zahl durch **7, 11, 13** entscheidet; denn weil $1001\,b = 7 \cdot 11 \cdot 13\,b$ ist, so kommt es nur noch darauf an, ob auch $a - b$ oder $b - a$ durch 7, 11, 13 aufgeht.[13]

6. Sieben- und mehrstellige Zahlen zergliedern wir in ähnlicher Weise wie vier- bis sechsstellige.

$$\begin{aligned}
5\,378\,513 &= 1000^2 \cdot 5 + 1000^1 \cdot 378 + 513 \\
&= (7 \cdot 142\,857 + 1) \cdot 5 + (7 \cdot 143 - 1) \cdot 378 + 513 \\
5\,378\,513 - 7n &= 513 + 5 - 378 \\
18\,685\,352 - 7n &= 352 + 18 - 685 \\
247\,563\,855 - 7n &= 855 + 247 - 563 \\
8\,357\,982\,465 &= 1000^3 \cdot 8 + 1000^2 \cdot 357 + 1000^1 \cdot 982 + 468 \\
&= (7 \cdot 142\,857\,143 - 1) \cdot 8 + (7 \cdot 142\,857 + 1) \cdot 357 \\
&\qquad + (7 \cdot 143 - 1) \cdot 982 + 465 \\
8\,357\,982\,465 - 7n &= (465 + 357) - (982 + 8) \\
60\,023\,879\,545 - 7n &= (545 + 23) - (879 + 60).
\end{aligned}$$

Die Prüfung der rechtsstehenden Ausdrücke erfolgt wieder mit Benutzung von Siebenerresten.

$$\begin{array}{cccc l}
 & 5 & 378 & 513 & \equiv 2 + 5 - 0 = 7 \ (\text{mod. } 7) \\
 & 5 & 0 & 2 & \\
 & 18 & 685 & 352 & \equiv 2 + 4 - 6 = 0 \\
 & 4 & 6 & 2 & \\
 & 247 & 563 & 855 & \equiv 1 + 2 - 3 = 0 \\
 & 2 & 3 & 1 & \\
8 & 357 & 982 & 465 & \equiv (3 + 0) - (2 + 1) = 0 \\
1 & 0 & 2 & 3 & \\
60 & 023 & 879 & 545 & \equiv (6 + 2) - (4 + 4) = 0 \\
4 & 2 & 4 & 6 &
\end{array}$$

Allgemein. Bezeichnen a, b, c, . . . beliebige dreistellige Zahlen, von denen die höchste auch ein- oder zweistellig sein kann, so gilt für jede Zahl N die Gleichung:

$$N = \ldots 1000^4 e + 1000^3 d + 1000^2 c + 1000^1 b + a.$$

Nun ist nach dem modul 7

$$\begin{array}{ll}
1000^1 \equiv (-1)^1 = -1 & \quad 1000^2 \equiv (-1)^2 = +1 \\
1000^3 \equiv (-1)^3 = -1 & \quad 1000^4 \equiv (-1)^4 = +1 \\
1000^5 \equiv (-1)^5 = -1 & \quad 1000^6 \equiv (-1)^6 = +1
\end{array}$$

u. s. w.

---

[13]) Dr. Th. Spieker, Lehrbuch der Arithmetik und Algebra I, 36. Potsdam 1881.

Setzen wir diese Potenzreste anstatt der Potenzen von 1000 in die obige Gleichung ein, so liefert sie die Kongruenz:

$$N \equiv \ldots + e - d + c - b + a \pmod{7}$$

oder $N \equiv (\mathbf{a} + \mathbf{c} + \mathbf{e} + \ldots) - (\mathbf{b} + \mathbf{d} + \ldots)$.

Hier bezeichnet $(a + c + e + \ldots)$ die Summe der Zahlen in den ungeraden Klassen, kurz die Summe der ungeraden Klassen und $(b + d + \ldots)$ die Summe der geraden Klassen. Geht nun der Unterschied dieser Summen oder ihrer Siebenerreste durch 7 auf, so ist N durch 7 teilbar. Folglich gewinnen wir das Kennzeichen:

Eine ganze Zahl ist durch 7 teilbar, wenn der Unterschied zwischen den Summen der Siebenerreste aus den ungeraden und geraden dreistelligen Klassen durch 7 teilbar ist.[14]

IV. Besondere Kennzeichen für den Teiler 7.

Ausgeschlossen werden hier alle diejenigen Kennzeichen, welche auf der Darstellung der Zahlen durch Siebenerzahlen beruhen; denn Zahlen von der Form 735, 497, 5621, 14763, . . . erkennen wir beim Anblick sofort als solche, die durch 7 aufgehen oder teilbar sind.

A. Dreistellige Zahlen.

1. Durch 7 ist teilbar	322	518	581
weil es ist	$3+2\cdot2=7$	$5+2\cdot1+7=14$	$5+2\cdot8-7=14$
oder weil es ist	$3+2+2=7$	$5+1+8=14$	$5+8+1=14$.

$$N \equiv c + 2b \equiv c + 2b \pm 7 \ (\text{mod. } 7).$$

133, 266, 455, 588, 644, 329, 392.

2. Durch 7 ist teilbar	252	343	959
weil es ist	$2+5=7$	$3+4=7$	$9+5=14$.

$$N \equiv c + b \ (\text{mod. } 7).$$

161, 434, 595, 616, 686, 868, 861.

3. Durch 7 ist teilbar	336	553	882
weil es ist	$3+3-6=0$	$5+5-3=7$	$8+8-2=14$
oder weil es ist	$3+10\cdot6=63$	$5+10\cdot3=35$	$8+2\cdot10=28$.

$$N \equiv 2c - a \ \text{oder} \ N \equiv b + 10a \ (\text{mod. } 7).$$

112, 119, 224, 448, 665, 889, 994.

4. Durch 7 ist teilbar	154	462	854
weil es ist	$2\cdot1+5=7$	$2\cdot4+6=14$	$2\cdot8+5=21$.

$$N \equiv 2c + b \ (\text{mod } 7).$$

238, 315, 469, 546, 623, 693, 931.

---

[14]) Dr. E. Spitz, Lehrbuch der allgemeinen Arithmetik I, 55. Leipzig 1882.

B. Vierstellige Zahlen.

5. Durch 7 ist teilbar	4333	5999	8666
weil es ist	$4 + 3 = 7$	$5 + 9 = 14$	$8 + 6 = 14.$

$$N \equiv d + a \pmod{7}.$$

1666, 2555, 3444, 5222, 6111, 6888, 9555.

6. Durch 7 ist teilbar	2226	4445	5537
weil es ist	$2 + 26 = 28$	$4 + 45 = 49$	$5 + 37 = 42.$

$$N \equiv d + (10b + a) \pmod{7}.$$

3332, 5544, 6664, 8876, 8883, 9982, 9996.

7. Durch 7 ist teilbar	2443	3661	9772
weil es ist	$2+4+4-3=7$	$3+6+6-1=14$	$9+7+7-2=21.$

$$N \equiv d + 2c - a \pmod{7}.$$

2331, 3773, 4991, 5446, 5334, 6993, 8554.

8. Durch 7 ist teilbar	9282	8351	6216
weil es ist	$9 - 2 = 7$	$8 - 1 = 7$	$6 - 6 = 0.$

$$N \equiv d - a \pmod{7}$$

9632, 2639, 8491, 1498, 5075, 3283, 4564.

9. Durch 7 ist teilbar	6153	8204	4312
weil es ist	$6 + 15 = 21$	$8 + 20 = 28$	$4 + 31 = 35.$

$$N \equiv d + (10c + b) \pmod{7}.$$

1204, 2681, 3465, 4592, 5306, 6153, 9268.

C. Fünfstellige Zahlen.

10. Durch 7 ist teibar	12222	31444	62111
weil es ist	$12 + 2 = 14$	$31 + 4 = 35$	$62 + 1 = 63.$

$$N \equiv (10e + d) + a \pmod{7}.$$

15666, 25333, 37555, 43666, 52444, 62888, 54999.

11. Durch 7 ist teilbar	33 334	44 471	55 594
weil es ist	$34-3-3=28$	$71-4-4=63$	$94-5-5=84.$

$$N \equiv (10b + a) - 2d \pmod{7}.$$

11 116, 22 225, 33 348, 44 415, 55 566, 66 654, 88 886.

12. Durch 7 ist teilbar	38 885	46 669	93 331
weil es ist	$2 \cdot 3+8=14$	$2 \cdot 4+6=14$	$2 . 9+3=21.$

$$N \equiv 2e + d \pmod{7}.$$

15 554, 23 331, 31 115, 62 223, 69 993, 85 554, 54 4446.

13. Durch 7 ist teilbar	14 322	21 252	44 835
weil es ist	$3+2+2=7$	$2+5=7$	$4+4-8=0$.
14. Durch 7 ist teilbar	74 333	22 267	72 443
weil es ist	$4+3=7$	$2+26=28$	$2+4+4-3=7$
15. Durch 7 ist teilbar	93 527	76 153	86 947
weil es ist	$9-2=7$	$6+15=21$	$8+69=77$.

D. Sechsstellige Zahlen.

	c b a	c b a	c b a
16. Durch 7 ist teilbar	15 15 15	38 17 38	59 66 59
	4 2 1		
weil es ist	$(4+2+1).15=7.15$	$38-17=21$	$66-59=7$.

$$N \equiv 7c \ (\text{mod. } 7) \cdot N \equiv c-b \equiv b-a \ (\text{mod. } 7).$$

18 18 18, 31 31 31, 46 46 46, 54 26 54, 95 88 95, 62 83 62, 83 90 83.

17. Durch 7 (11, 13, 77,	b a	b a	b a
91, 143) ist teilbar	444 444	538 538	309 309
weil es ist	$444-444=0$	$538-538=0$	$309-309=0$
od. w. d. Zahl gl. ist	$\underbrace{1001}\cdot 444$	$\underbrace{1001}\cdot 538$	$1001\cdot 309$.
	$7\cdot 11\cdot 13\cdot 444$	$7\cdot 11\cdot 13\cdot 538$	$7\cdot 11\cdot 13\cdot 309$.

$$N \equiv a - b \equiv b - a \ (\text{mod. } 7).$$

18. Durch 7 ist teilbar	222 999	888 111	555 625
weil es ist	$9-2=7$	$8-1=7$	$62-55=7$.
19. Durch 7 ist teilbar	133 252	455 119	686 560
weil es ist	133 und 252	455 und 119	686 und 560.

20. Durch 7 ist nicht teilbar . . . A = 458 123
Durch 7 ist auch nicht teilbar. . B = 123 458.
Dagegen ist durch 7 teilbar A + B = 581 581,
aber nicht A — B = 334 665.

21. Durch 7 ist nicht teilbar . . . A = 458 123
Durch 7 ist auch nicht teilbar . B = 321 854.
Dagegen ist durch 7 teibar A — B = 136 269,
aber nicht A + B = 779 977.

V. Bestimmung des Wochentages.

Die Zeitrechnung wird in unsern Schulen in dem bescheidenen Umfange betrieben, daß die Schüler nur Dauer, Ende und Anfang einer Begebenheit berechnen lernen. Nun ist es oft wünschenswert, ja mitunter sogar notwendig, den Wochentag eines Ereignisses zu wissen. Da die hierzu erforderlichen Berechnungen unmittelbar an der Jahreszahl und dem Monatstage des Ereignisses, also mit Umgehung des Sonntagsbuchstabens, leicht ausgeführt werden können, so steht der Ausdehnung der Zeitrechnung auf die Bestimmung des Wochentags nichts im Wege. Hierbei bietet sich die passendste Gelegenheit, die Schüler mit dem julianischen und gregorianischen Kalender etwas bekannt zu machen und in der Anwendung der Siebenteilung zu üben.

1. Welche 1. Monatstage jedes Gemeinjahres / Schaltjahres fallen auf **gleichnamige** Wochentage?

In jedem Gemeinjahr / Schaltjahr verfließen vom 1. Januar

	Tag (mod. 7)		Tag (mod. 7)		Tag (mod. 7)
bis 1. Jan.	0 ≡ 0	bis 1. Juni	151 ≡ 4	bis 1. Oktob.	273 ≡ 0
„ 1. Febr.	31 ≡ 3		152 ≡ 5		274 ≡ 1
„ 1. März	59 ≡ 3	„ 1. Juli	181 ≡ 6	„ 1. Novbr.	304 ≡ 3
	60 ≡ 4		182 ≡ 0		305 ≡ 4
„ 1. April	90 ≡ 6	„ 1. Aug.	212 ≡ 2	„ 1. Dezbr.	334 ≡ 5
	91 ≡ 0		213 ≡ 3		335 ≡ 6.
„ 1. Mai	120 ≡ 1	„ 1. Sept.	243 ≡ 5		
	121 ≡ 2		244 ≡ 6		

Gemäß den ermittelten Siebenerresten fallen also auf gleichnamige Wochentage

im Gemeinjahr	im Schaltjahr
der 1. Januar und 1. Oktober,	der 1. Januar, 1. April u. 1. Juli,
„ 1. Febr., 1. März u. 1. Novbr.,	„ 1. Februar und 1. August,
„ 1. April und 1. Juli,	„ 1. März und 1. November,
„ 1. September und 1. Dezember.	„ 1. September und 1. Dezember.

2. Welche Monatstage des Jahres 1897 fallen auf Sonntag, Montag, Dienstag, ... , Sonnabend?

Das Gemeinjahr 1897 beginnt mit Freitag = F. Daher fällt

der 1. Januar und 1. Oktober	f. auf	F. + 0 = Freitag,
„ 1. Februar, 1. März, 1. Novbr.	„	F. + 3 = Montag = Mo.,
„ 1. April und 1. Juli . . .	„	F. + 6 = Donnerstag = Do.,
„ 1. Mai	„	F. + 1 = Sonnabend = Sb.,
„ 1. Juni	„	F. + 4 = Dienstag = Di.,
„ 1. August	„	F. + 2 = Sonntag = So.,
„ 1. September und 1. Dezember	„	F. + 5 = Mittwoch = Mi.

Entwerfen wir nun den folgenden Wochen-Kalender, so können aus demselben die Antworten auf die obige Frage abgelesen werden.

Wochen-Kalender für das Gemeinjahr 1897.

1897					Jan. Okt.	Mai	Aug.	Febr. März Nov.	Juni	Sept. Dezbr	April Juli
Monatstage					Wochentage						
1	8	15	22	29	F.	Sb.	So.	Mo.	Di.	Mi.	Do.
2	9	16	23	30	Sb.	So.	Mo.	Di.	Mi.	Do.	F.
3	10	17	24	31	So.	Mo.	Di.	Mi.	Do.	F.	Sb.
4	11	18	25	—	Mo.	Di.	Mi.	Do.	F.	Sb.	So
5	12	19	26	—	Di.	Mi.	Do.	F.	Sb.	So.	Mo.
6	13	20	27	—	Mi.	Do.	F.	Sb.	So.	Mo.	Di.
7	14	21	28	—	Do.	F.	Sb.	So	Mo.	Di.	Mi.

Auf Sonntag fallen der 3., 10., 17., 24., 31. Januar und Oktober,
„ 2., 9., 16., 23., 30. Mai,
„ 1., 8., 15., 22., 29. August
u. s. w.

Auf Montag fallen der 4., 11., 18., 25., — Januar und Oktober,
„ 3., 10, 17., 24., 31. Mai,
„ 2, 9., 16., 23., 30. August
u. s. w.

3. Auf welchen Wochentag des **julianischen** Kalenders fiel der **1. Januar 1**?

Dem von Julius Cäsar aus dem altrömischen Kalender hergestellten, vom 1. Januar 45 v Chr. gültigen und heute noch für Russen und Griechen maßgebenden julianischen Kalender liegt eine Jahreslänge von 365.25 Tagen zu Grunde, während die wirkliche Jahreslänge (von einer Frühlingsnachtgleiche bis zur nächsten) nur 365,24225 Tage beträgt. Demnach ist das julianische Kalenderjahr um 0,00775 Tage $\doteq$ $11^1/_4$ Minuten zu lang, und dieser Unterschied wächst in 128 Jahren zu 1 vollen Tage an. Zur Zeit der Nicänischen Kirchenversammlung 325, durch deren Beschluß der julianische Kalender in die christliche Kirche eingeführt wurde, schwankte die Frühlingsnachtgleiche, die zur Zeit Cäsars zwischen dem 23. und 24. März statt-fand, zwischen dem 20. und 21. März; sie wurde für die Berechnung des Osterfestes, das schon damals am ersten Sonntag nach dem ersten Vollmond nach Frühlingsnachtgleiche gefeiert wurde und auch künftig gefeiert werden sollte, auf den 21. März festgesetzt, und zwar in der Annahme, daß sie immer auf diesen Tag fallen werde. Aber im Jahre 1582, 1257 Jahre nach 325, fiel sie gemäß dem julianischen Kalender bereits zwischen den 10 und 11. März, also um $1257 \cdot 11^1/_4$ Minuten $= 1257 \cdot {}^1/_{128}$ Tg. $\doteq$ 9,8 Tage früher, „während bei der Osterberechnung immer noch der 21. März als Eintritt des Frühlings galt. Wollte man also in dieser Beziehung keine Änderung treffen, so wäre mit der Zeit das Osterfest in den Sommer und schließlich gar in den Herbst und Winter gefallen, was seiner gleichzeitigen Bedeutung als Frühlingsfest gänzlich widersprochen haben würde. Papst Gregor XIII unternahm es darum, diesen Uebelstand wieder zu beseitigen."*) Auf das Gutachten Sachverständiger verordnete er unterm 24. Februar 1582, daß im festfreien Monat Oktober 1582 10 Tage, nämlich der 5. bis 14. Oktober, aus dem julianischen Kalender ausgelassen und nach dem 4. gleich der 15. geschrieben werden sollte, um so die Frühlingsnachtgleiche für damals auf den 21. März zurückzubringen. Damit sie aber dauernd auf diesem Tage festgehalten werde, führte er eine Änderung der julianischen Schaltordnung ein. Während nach dieser alle Jahre ohne Ausnahme, deren Zehner und Einer (= Jahrgänge) durch 4 aufgehen, Schaltjahre sind, mithin auch die durch 100 teilbaren Hundertjahre 1700, 1800, 1900, . . . sollten künftig nur diejenigen Hundertjahre Schaltjahre sein, deren Hunderte durch 4 aufgehen oder die durch 400 teilbar sind, folglich nicht 1700, 1800, 1900, sondern nur 1600, 2000, 2400, . . . Auf diese Weise erhielt der Kalender in je 400 Jahren nicht mehr 100, sondern blos 97 Schaltjahre zu 366 Tagen und 303 Gemeinjahre zu 365 Tagen, also im Durchschnitt ein Jahr von 365,2425 Tagen. Gemäß dieser gregorianischen Schaltordnung muß der Unterschied zwischen dem gregorianischen Kalender (dem neuen Stil) und dem julianischen (oder alten Stil) mit jedem Hundertjahre, in welchem ein Schalttag fortgelassen wird, um 1 Tag wachsen; er beträgt

10 Tage für die Zeit vom	5. Oktober	1582	bis	zum	28.	Februar	1700,
11 „ „ „ „ „	1. März	1700	„	„	28.	„	1800,
12 „ „ „ „ „	1. „	1800	„	„	28.	„	1900,
13 „ „ „ „ „	1. „	1900	„	„	28.	„	2100,

u. s. w.

Wir können nun an die Beantwortung der 3. Frage herantreten. Der **13**. Januar 1897 ist nach dem gregorianischen

*) O. Fleischhauer, Kalender-Compendium der christlichen Zeitrechnungsweise. Gotha 1884.

Kalender ein Mittwoch; folglich ist auch der 1. Januar 1897 nach dem julianischen Kalender ein Mittwoch. Nun sind vom 1. Jan. 1 bis 1. Januar 1897 einschließlich 1 Tag = Mi. und noch 1896 Jahre verflossen, darunter $(^1/_4 \cdot 1896) = 474$ Schaltjahre, mithin zusammen

$$\text{Mi.} + 1896 \cdot 365 + 474$$

Tage. Da nun nach Verlauf von je 7 Tagen oder 1 Woche stets der gleichnamige Wochentag eintritt, so kommt es bei der Bestimmung des Wochentages gar nicht auf die Anzahl der bis zum Monatstage der Begebenheit verflossenen Wochen an, sondern lediglich auf die Anzahl der überschießenden Tage, d. h. auf den Siebenerrest der verflossenen Tage, um den wir nach dem Vorzeichen desselben von dem Ausgangstage vorwärts, bezw. rückwärts zu zählen haben.

Demgemäß läßt sich der **Wochentag des 1. Jan. 1** durch die Kongruenz

$$\begin{aligned} \text{Mi.} - (1896 \cdot 365 + 474) &\equiv \text{Mi.} - (1896 + 474) \pmod{7} \\ &\equiv \text{Mi.} - (6 + 5) \\ &\equiv \text{Mi.} - 4 \equiv \text{Mi.} + 3 = \textbf{Sb.} \end{aligned}$$

als **Sonnabend** bestimmen.

4. Welcher Wochentag entspricht dem **1. Januar 1582?**

1. Aufl. Vom 1. Jan. 1 bis 1. Jan. 1582 einschließlich sind 1 Tag = Sb. und noch 1581 Jahre vergangen, darunter $(^1/_4 \cdot 1581) = 395$ Schaltjahre. Mithin entspricht dem 1. Jan. 1582 gemäß der Kongruenz

$$\begin{aligned} \text{Sb.} + 1581 \cdot 365 + 395 &\equiv \text{Sb.} + 1581 + 395 \pmod{7} \\ &\equiv \text{Sb.} + 6 + 3 \\ &\equiv \text{Sb.} + 2 = \textbf{Mo.} \end{aligned}$$

ein Montag.

2. Aufl. Vom 1. Januar 1 bis 1. Januar 1582 einschließlich hat der Wochentag um

$$\text{Sb.} + (1582 - 1) \cdot 365 + 395$$

Tage zugenommen. Nun ist

$$\begin{aligned} \text{Sb.} + (1582 - 1) \cdot 365 + 395 &\equiv \text{Sb.} + 1582 - 1 + 395 \pmod{7} \\ &\equiv \text{F.} + 1582 + 395. \end{aligned}$$

Da ferner $\quad 1582 = 4 \cdot 395 + 2$

und $\quad 2 \cdot 1582 = 8 \cdot 395 + 2 \cdot 2$

$$2 \cdot 1582 - 2 \cdot 2 = 8 \cdot 395 \equiv 395 \pmod{7}$$

ist, so geht die Summe $(\text{F.} + 1582 + 395)$ über in

$$\begin{aligned} \text{F.} + 3 \cdot 1582 - 2 \cdot 2 &\equiv \text{F.} + 3 \cdot 0 - 2 \cdot 2 \pmod{7} \\ &\equiv \text{F.} - 4 \cdot 0 - 2 \cdot 2 \\ &\equiv \text{F.} - (2 \cdot 2 + 4 \cdot 0) \\ &\equiv \text{F.} - 4 \equiv \text{F.} + 3 = \textbf{Mo.} \end{aligned}$$

3. Aufl. Da ein $\begin{matrix}\text{Gemeinjahr } 365\\ \text{Schaltjahr } 366\end{matrix}$ Tage $= 52$ Wch. $\begin{matrix}+1\\+2\end{matrix}$ Tg. enthält, so fällt der 1. Januar eines auf ein $\begin{matrix}\text{Gemeinjahr}\\ \text{Schaltjahr}\end{matrix}$ folgenden Jahres um $\begin{matrix}1\\2\end{matrix}$ Wochentage später als im vorhergehenden Jahre. Es schiebt sich daher der 1. Januar

(mod. 7)

in je	4 Jahren	um	$3+2=5\equiv 5$	Wochentg. vorw.	oder um	2 rückw.
„ „	8 „	„	$2\cdot 5=10\equiv 3$	„	„ „	4 „
„ „	12 „	„	$3\cdot 5=15\equiv 1$	„	„ „	6 „
„ „	16 „	„	$4\cdot 5=20\equiv 6$	„	„ „	1 „
„ „	20 „	„	$5\cdot 5=25\equiv 4$	„	„ „	3 „
„ „	24 „	„	$6\cdot 5=30\equiv 2$	„	„ „	5 „
„ „	**28** „	„	$7\cdot 5=35\equiv \mathbf{0}$	„	„ „	**0** „

Nach Verlauf von je 28 Jahren, also in den Jahren **1, 29, 57, 85, . . ., 1 + 28 n**, fällt hiernach jeder Monatstag auf den gleichnamigen Wochentag des Jahres 1. Nun ist

$$1582 = 1 + 28 \cdot 56 + 13.$$

Da nun der 1. Januar 1 ein Sonnabend war, so war auch

	„ 1.	„	$1 + 28 \cdot 56 = 1569$	ein Sonnabend,
mithin	„ 1.	„	$1569 + 12 = 1581$	„ Sb. + 1 = So.
und	„ 1.	„	$1581 + 1 = 1582$	„ So. + 1 = **Mo.**

5. Welcher Wochentag war der **15. Oktober 1582**, der erste Tag des gregorianischen Kalenders?

Der 1. Jan. 1582 fiel auf Montag; daher fiel der 1. Oktober 1582 ebenfalls auf Montag und der 15. Oktober d. J., der unmittelbar auf den 4. folgte, gemäß Mo. + 4 = **F.** auf Freitag. Der erste Tag des gregorianischen Kalenders war also ein Freitag. (Auch der erste Tag des julianischen Kalenders, der 1. Jan. 45 v. Chr., war ein Freitag.)

6. Auf welchen Wochentag fiel der **19. April 1560**, der Todestag Philipp Melanchthons?

1. Aufl. Vom 1. Jan. 1 bis 1. Jan. 1560 einschließlich verflossen

$$\text{Sb.} + 1559 \cdot 365 + 389$$

Tage, vom 1. Jan. bis 19. April 1560 noch $31 + 29 + 31 + 18 = 91 + 18$ Tage. Daher ergiebt sich die Kongruenz:

$$\text{Sb.} + 1559 + 389 + \underbrace{91 + 18} \equiv \text{Sb.} + 5 + 4 + 4 \pmod{7}$$
$$\equiv \text{Sb.} + 6 \equiv \text{Sb.} - 1 = \mathbf{F}.$$

Der 19. April 1560 fiel demgemäß auf Freitag.

2. Aufl. Vom 1. Jan. 1 bis 19. April 1560 einschließlich hat der Wochentag zugenommen um

$$\text{Sb.} + (1560 - 1)\cdot 365 + 395 + \underbrace{91 + 18}$$

Tage. Nun ist

$$\text{Sb.} + (1560 - 1).365 + 389 + \underbrace{91 + 18} \equiv \text{F.} + 1560 + 389 + \underbrace{91 + 18} (\text{mod.}\,7($$

Da ferner $\quad 1560 = 4\cdot 389 + 4$

und $\quad 2\cdot 1560 = 8\cdot 389 + 2\cdot 4$

$$2\cdot 1560 - 2\cdot 4 = 8\cdot 389 \equiv 389\ (\text{mod. } 7)$$

ist, so geht die Summe $(\text{F.} + 1560 + 389 + \underbrace{91 + 18})$ über in

$$\begin{aligned} \text{F.} + 3\cdot 1560 - 2\cdot 4 + \underbrace{91 + 18} &\equiv \text{F.} + 3\cdot 6 - 2\cdot 4 + 4\ (\text{mod. } 7) \\ &\equiv \text{F.} - 4\cdot 6 - 2\cdot 4 + 4 \\ &\equiv \text{F.} - (2\cdot 4 + 4\cdot 6) + 4 \\ &\equiv \text{F.} - 4 + 4 \equiv \textbf{F.} \end{aligned}$$

3. Aufl. $1560 = 1 + 28\cdot 55 + \mathbf{19}$. Da der 1. Januar $1 = \text{Sb.}$ war, so war auch der 1. Januar

$$1 + 28\cdot 55 = 1541 = \text{Sb.}$$

Nun sind vom 1. Jan. 1541 bis 19. April 1560 einschließlich Sb. + 19 Jahre, darunter $(^1/_4\cdot 19) = 4$ Schaltjahre, und noch $\underbrace{91 + 18}$ Tage, zusammen

$$\text{Sb.} + 19\cdot 365 + 4 + \underbrace{91 + 18}$$

Tage vergangen. Daher besteht für den 19. April 1560 die Kongruenz:

$$\begin{aligned} \text{Sb.} + 19 + 4 + 91 + 18 &\equiv \text{Sb.} + 5 + 4 + 4\ (\text{mod. } 7) \\ &\equiv \text{Sb.} + 6 \equiv \text{Sb.} - 1 = \textbf{F.} \end{aligned}$$

7. **Welche Regeln lassen sich für die Bestimmung des Wochentags einer Begebenheit nach dem julianischen Kalender herleiten?**

I. Betrachten wir das vorige Beispiel. Die Anzahl der vom 1. Januar 1 bis 19. April 1560 einschließlich verflossenen Tage ist

$$\text{Sb.} + 1559\cdot 365 + 389 + 109.$$

Diese Summe muß auf den Rest nach 7 geprüft werden. Nun ist zunächst $365 \equiv 1$ (mod. 7); folglich bleibt noch die Summe

$$\mathbf{Sb. + 1559 + 389 + 109}$$

auf den Rest nach 7 zu untersuchen. Diese Summe enthält

Sb. Sonnabend als ersten Tag der Wochentagszählung,
1559 Tage, ebensoviel, als die um 1 verminderte Jahreszahl der Begebenheit anzeigt,
389 Tage als Schalttage gleich $^1/_4$ dieser Tageanzahl,
109 Tage, ebensoviel als vom 1. Jan. bis 19. April 1560 einschließlich vergangen sind.

Der Siebenerrest dieser Summe ist

$$\text{Sb.} + 5 + 4 + 4 \equiv \text{Sb.} + 6 \equiv \text{Sb.} - 1 = \text{F.}\ (\text{mod. } 7).$$

Es ist also von Sonnabend um den positiven Siebenerrest 6 vorwärts, um den negativen 1 rückwärts zu zählen, wodurch Freitag als der gesuchte Wochentag erhalten wird.

Bezeichnet a das Jahr der Begebenheit, $t = 0, 1, 2, \ldots$ die Anzahl der im Jahre a vom 1. Jan. bis zum Monatstage der Begebenheit einschließlich verstrichenen Tage, r_7 den Siebenerrest, so besteht für diesen Monatstag die Wochentags-Kongruenz:

$$\text{I. } \mathbf{Sb.} + (\mathbf{a}-\mathbf{1}) + {}^1\!/_4 \cdot (\mathbf{a}-\mathbf{1}) + \mathbf{t} \equiv \mathbf{Sb.} \pm \mathbf{r}_7 \ (\mathbf{mod.}\ 7).$$

Für $t = 0$ wird der Wochentag des 1. Jan. a gefunden.

Demgemäß ergiebt sich für die Bestimmung des Wochentags einer Begebenheit nach dem **julianischen** Kalender folgende

I. Regel: Man zähle zum **Sonnabend** soviel Tage hinzu, als die um 1 verminderte Jahreszahl der Begebenheit anzeigt, ferner noch $^1/_4$ dieser Tageanzahl (als ganze Anzahl), endlich noch soviel Tage, als im Jahre a vom 1. Jan. bis zum Monatstage der Begebenheit einschließlich vergangen sind. Diese Summe teile man durch 7 und zähle nun vom **Sonnabend** um den positiven Siebenerrest vorwärts, um den negativen rückwärts.

Bleibt Null als Siebenerrest, so gilt Sonnabend als der gesuchte Wochentag. Jeder Monat wird mit soviel Tagen in Anrechnung gebracht, als ihm nach dem Kalender zukommen, der Februar also im Schaltjahr auch mit 29 Tagen.

II. Für den 19. April 1560 ergiebt sich als Wochentag

$$\text{Sb.} + (1560 - 1) \cdot 365 + 389 + 109.$$

Da $365 \equiv 1$ (mod. 7) und $\text{Sb.} - 1 = \text{F.}$ ist, so behalten wir für die Bestimmung des Siebenerrestes noch die Summe

$$\text{F.} + 1560 + 389 + 109$$

übrig. Diese geht über in

$$\text{F.} + 3 \cdot 1560 - 2 \cdot 4 + 109.$$

Da nun $3 \cdot 1560 \equiv 3 \cdot 6 \equiv -4 \cdot 6$ (mod. 7)

ist, so ergiebt sich schließlich als Wochentag des 19. April 1560 der Ausdruck

$$\text{F.} - 4 \cdot 6 - 2 \cdot 4 + 109 = \mathbf{F.} - (\mathbf{2} \cdot \mathbf{4} + \mathbf{4} \cdot \mathbf{6}) + \mathbf{109}.$$

Dieser enthält

F. Freitag als ersten Tag der Wochentagszählung,

$2 \cdot 4$ Tage, ebensoviel, als der doppelte positive Viererrest der Jahreszahl der Begebenheit anzeigt,

$4 \cdot 6$ Tage, ebensoviel, als der vierfache positive Siebenerrest derselben Jahreszahl anzeigt,

109 Tage, ebensoviel, als vom 1. Januar bis 19. April 1560 einschließlich vergangen sind.

Wird nun auch noch 109 durch 7 geteilt und der Siebenerrest $+ 4$ benutzt, so steht:

$$F. - (2 \cdot 4 + 4 \cdot 6) + 4 = F. - 28 \equiv F. - 0 = F. \text{ mod. } 7).$$

Bezeichnet r_4 den positiven Viererest und r_7 den positiven Siebenerrest der Jahreszahl a der Begebenheit, $t = 0, 1, 2, \ldots$ die Anzahl der Tage, welche im Jahre a vom 1. Januar bis zum Monatstage einschließlich verstrichen sind, so besteht für diesen Monatstag die Wochentags-Kongruenz:

$$\textbf{II. } \mathbf{F. - (2\,r_4 + 4\,r_7) + t \equiv F. \pm R_7 \text{ (mod. 7)}}.$$

Für $t = 0$ wird auch hier der Wochentag des 1. Januar a bestimmt.

Demgemäß ergiebt sich für die Bestimmung des Wochentags einer Begebenheit nach dem **julianischen** Kalender folgende

II. Regel: Man ziehe vom **Freitag** soviel Tage ab, als der doppelte positive Viererrest und der vierfache positive Siebenerrest der Jahreszahl zusammen anzeigen; darauf vermehre man diese Zahl um soviel Tage, als im Jahre a vom 1. Januar bis zum Monatstage der Begebenheit einschließlich vergangen sind. Diese Summe teile man durch 7 und zähle vom **Freitag** um den Siebenerrest nach Art des Vorzeichens vorwärts, bzw. rückwärts.

$$\text{III. Aus } 1560 = \underbrace{.\,1\,. + 28 \cdot 55}_{} + 19$$
$$= \quad 1541 \quad + 19$$

folgt, daß der 1. Januar 1560 19 Jahre später eingetreten ist als der 1. Januar 1541. Diese 19 Jahre enthalten $19 \cdot 365$ Tage und $(^1/_4 \cdot 19) = 4$ Schalttage. Da nun der 1. Januar 1541 ein Sonnabend war, und vom 1. Januar 1560 bis 19. April einschließlich noch $(91 + 18)$ Tage verflossen sind, so ergiebt sich für den 19. April 1560 die Kongruenz:

$$\text{Sb.} + 19 \cdot 365 + 4 + \underbrace{91 + 18}_{} \equiv \text{Sb.} + 19 + 4 + \underbrace{91 + 18}_{} \text{ (mod. 7)}.$$

Es bleibt also die Summe

$$\mathbf{Sb. + 19 + 4 + \underbrace{91 + 18}_{}}$$

auf den Rest nach 7 zu prüfen. Diese enthält

Sb. Sonnabend als ersten Tag der Wochentagszählung,

19 Tage, ebensoviel als Jahre des angefangenen 56. „Sonnenkreises" (vom 1. Jan. $1 + 28 \cdot 55 = 1541$ bis 1. Jan. 1560 einschließlich) verflossen sind,

4 Tage, ebensoviel als Schalttage in 19 Jahren vorkommen,

$\underbrace{91 + 18}_{}$ Tage, ebensoviel, als vom 1. Jan. 1560 bis mit 19. April d. J. vergangen sind.

Der Siebenerrest dieser Summe ist

$$\text{Sb.} + 5 + 4 + \mathbf{4} \equiv \text{Sb.} + 6 = \text{Sb.} - 1 = \mathbf{F}.$$

Bezeichnet s die Anzahl der Jahre, welche von dem angefangenen „Sonnenkreis" bereits vergangen sind, d. h. den positiven Rest, welcher bei der Teilung der um 1 verminderten Jahreszahl a der Begebenheit durch 28 entsteht, ferner $^1/_4 \cdot s$ die Anzahl der Schaltjahre, bezw. Schalttage und $t = 0, 1, 2, \ldots$ die Anzahl der im Jahre a vom 1. Jan. bis zum Monatstage der Begebenheit einschließlich verstrichenen Tage, so besteht für diesen Monatstag auch die Wochentags-Kongruenz:

$$\textbf{III.} \qquad \mathbf{Sb.} + \mathbf{s} + {}^1/_4 \cdot \mathbf{s} + \mathbf{t} \equiv \mathbf{Sb.} \pm \mathbf{r_7} \ (\textbf{mod. } 7).$$

Für $t = 0$ ergiebt sich der Wochentag des 1. Jan. a.

Demgemäß erhalten wir für die Bestimmung des Wochentags einer Begebenheit nach dem **julianischen** Kalender folgende

III. Regel: Man zähle zum **Sonnabend** soviel Tage hinzu, als der positive Rest anzeigt, der bei der Teilung der um 1 verminderten Jahreszahl durch 28 entsteht, ferner $^1/_4$ dieser Tageanzahl, endlich noch soviel Tage, als im Jahre a vom 1. Januar bis zum Monatstage der Begebenheit einschließlich vergangen sind. Diese Summe teile man zuletzt durch 7 und zähle vom **Sonnabend** um den positiven Siebenerrest vorwärts, um den negativen rückwärts.

8. Auf welchen Wochentag des **gregorianischen** Kalenders fiel a) der **1. Januar 1601**, b) der **1. Januar 1701**, c) der **1. Januar 1801?**

1. Aufl. a) Nach dem julianischen Kalender ist der Wochentag des 1. Januar 1601 gleich

$$\text{Sb.} + 1600 + 400.$$

Da nun infolge der Überspringung von 10 Tagen im Jahre 1582 der 1. Januar 1601 nach dem gregorianischen Kalender 10 Tage früher eingetreten ist, so haben wir die obige Summe um 10 zu vermindern. Mithin besteht für den 1. Jan. 1601 die Kongruenz:

$$\begin{aligned} \text{Sb.} + 1600 + 400 - \mathbf{10} &\equiv \text{Sb.} + 4 + \mathbf{1} - 3 \ (\text{mod. } 7) \\ &\equiv \text{Sb.} + 2 = \mathbf{Mo.} \end{aligned}$$

Demgemäß fiel der 1. Januar 1601 auf Montag.

2. Aufl. b) Für den 1. Januar 1701 ergiebt sich die Kongruenz:

$$\text{F.} - (2 \cdot 1 + 4 \cdot 0 + \mathbf{11}) \equiv \text{F.} - 6 \equiv \text{F.} + 1 = \mathbf{Sb.} \ (\text{mod. } 7).$$

Demnach fiel der 1. Januar 1701 auf Sonnabend.

3. Aufl. c) Da $1801 = 1 + 28 \cdot 64 + 8$ ist, so erhalten wir für den 1. Januar 1801 den Wochentag

$$\text{Sb.} + 8 + 2 - \mathbf{12} = \text{Sb.} - 2 = \mathbf{Do.}$$

Mithin fiel der 1. Januar 1801 auf Donnerstag.

9. An welchem Wochentage des **gregorianischen** Kalenders wurde geboren

a) Friedrich Wilhelm der große Kurfürst, geb. den **16. 2. 1620,**

b) Kaiser Wilhelm der Große, geb. den **22. 3. 1797,**

c) Kaiser Friedrich der Dritte, geb. den **18. 10. 1831?**

1. 2. 3. Aufl. **a)** Für den 16. Februar 1620 ergeben sich die Kongruenzen:

$$\begin{aligned} &1.\ \text{Sb.} + 1619 + 404 + 46 - 10 \equiv \text{Sb.} + 2 + 5 + 4 - 3 \pmod 7 \\ &\qquad\equiv \text{Sb.} + 1 = \mathbf{So.} \\ &2.\ \text{F.} - (2\cdot 4 + 4\cdot 3 + 10) + 46 \equiv \text{F.} - 2 + 4 = \text{F.} + 2 = \mathbf{So.} \\ &3.\ 1620 = 1 + 28\cdot 57 + \mathbf{23}. \\ &\quad \text{Sb.} + 23 + 5 + 46 + 10 \equiv \text{Sb.} + 0 + 4 - 3 = \text{Sb.} + 1 = \mathbf{So.} \end{aligned}$$

Friedrich Wilhelm der große Kurfürst wurde also an einem Sonntag geboren.

4. 5. 6. Aufl. **b)** Für den 22. März 1797 steht:

$$\begin{aligned} &4.\ \text{Sb.} + 96 + 24 + 80 \equiv \text{Sb.} + 5 + 3 + 3 \pmod 7 \\ &\qquad\equiv \text{Sb.} + 4 = \mathbf{Mi.} \\ &5.\ \text{F.} - (2\cdot 1 + 4\cdot 6) + 80 \equiv \text{F.} - 5 + 3 = \text{F.} - 2 = \mathbf{Mi.} \\ &6.\ 97 = 1 + 28\cdot 3 + \mathbf{12}. \\ &\quad \text{Sb.} + 12 + 3 + 80 \equiv \text{Sb.} + 5 + 3 + 3 \equiv \text{Sb} + 4 = \mathbf{Mi.} \end{aligned}$$

Kaiser Wilhelm der Große wurde also an einem Mittwoch geboren.

7. Aufl. **c)** Der 1. Januar 1897 ist ein Freitag; folglich muß auch der **1.** Oktober 1897 ein Freitag sein; daher ist der **18.** Oktober 1897 gemäß

$$\text{F.} + 17 \equiv \text{F.} + 3 = \text{Mo.}$$

ein Montag. Da nun der 18. Oktober 1831 volle 66 Jahre früher eingetreten ist, als der 18. Oktober 1897, und da ferner unter diesen 66 Jahren

$$\tfrac{1}{4}\cdot 66 + 1 = 17$$

Schaltjahre sich befinden, so ergiebt sich als Wochentag des 18. Oktober 1831

$$\text{Mo.} - (66 + 17) \equiv \text{Mo.} - 6 = \text{Mo.} + 1 = \mathbf{Di.}$$

ein Dienstag.

Kaiser Friedrich der Dritte wurde also an einem Dienstag geboren.

10. Welche **Regeln** ergeben sich für die Bestimmung des Wochentags einer Begebenheit nach dem **gregorianischen Kalender?**

I. II III. **Regel:** Man verfahre wie bei der Bestimmung des Wochentags nach dem julianischen Kalender, ziehe aber vor der letzten Siebenteilung ab

	falls die Begebenheit angehört der Zeit
10 Tage	vom 15. Oktober 1582 bis 28. Februar 1700,
11 „	„ 1. März 1700 „ 28. „ 1800,
12 „	„ 1. „ 1800 „ 28. „ 1900,
13 „	„ 1. „ 1900 „ 28. „ 2100.

Demgemäß gewinnen wir für einen Monatstag des Jahres a innerhalb dieser Grenzen, wenn im Jahre a vom 1. Jan. bis zum Monatstage der Begebenheit einschießlich t = 0, 1, 2 .... Tage verflossen sind, die Wochentags-Formeln:

$$\text{I. } \mathbf{Sb.} + (a-1) + {}^1/_4 \cdot (a-1) + t - 10\,[11, 12 \ldots] \equiv \mathbf{Sb.} \pm r_7 \,(\text{mod. } 7).$$

$$\text{II. } \mathbf{F.} - (2\,r_4 + 4\,r_7) + t - 10\,[11, 12, \ldots] \equiv \mathbf{F.} \pm R_7 \,(\text{mod } 7).$$

$$[a = 1 + 28n = s]$$

$$\text{III. } \mathbf{Sb.} + s + {}^1/_4 \cdot s + t - 10\,[11, 12, \ldots] \equiv \mathbf{Sb.} \pm r_7 \,(\text{mod. } 7).$$

IV, V., VI. **Regel:** Man bestimme den Wochentag des 1. Januar 1601, 1701, 1801, ... nach dem **gregorianischen** Kalender, je nachdem die Begebenheit dem 17., 18., 19., ... Jahrhundert angehört, und verfahre dann mit dem Überschuß von Jahren und Tagen gemäß den Regeln für die Bestimmung des Wochentags nach dem **julianischen** Kalender.

Daher ergeben sich folgende Wochentags-Formeln:

$$\text{IV. } \quad \mathbf{W.} + (á - 1) + {}^1/_4 \cdot (á - 1) + t \equiv \mathbf{W.} \pm r_7 \,(\text{mod. } 7).$$

Hier bezeichnet W. den Wochentag des 1. Januar 1601 = Mo., 1701 = Sb., 1801 = Do., 1901 = Di, ..., á die Jahreszahl a ohne die Hunderte.

$$\text{V. } \quad (\mathbf{W.} - 1) - (2\,r'_4 + 4\,r'_7) + t \equiv (\mathbf{W.} - 1) \pm R_7 \,(\text{mod. } 7).$$

Hier bedeutet (W. — 1) den um 1 verminderten Wochentag des 1. Januar 1601, 1701, 1801, ..., r'_7 den positiven Viererrest und r'_7 den positiven Siebenerrest aus á.

$$[a = 1 + 28n + s]$$

$$\text{VI. } \quad \mathbf{W.} + s + {}^1/_4 \cdot s + t \equiv \mathbf{W.} \pm r_7 \,(\text{mod. } 7).$$

VII. Regel: Man zähle zum Wochentage des 1. Januars im laufenden Jahre A soviel Tage hinzu, als bis zum Monatstage der Begebenheit einschließlich vergehen werden; darauf ziehe man von dieser Summe soviel Tage ab, als volle Jahre seit der Begebenheit bis dahin verstrichen sein werden, und noch soviel Tage, als Schaltjahre darunter sind; endlich teile man die übrig gebliebene Zahl durch 7 und zähle von dem Wochentage des 1. Januars A nach dem Vorzeichen des Siebenerrestes vorwärts, bezw. rückwärts.

Bezeichnet W. den Wochentag des 1. Januars A, t = 0, 1, 2, ... die Anzahl der im Jahre A bis zum gleichen Monatstage der Begebenheit verfl. Tage, a das Jahr der Begebenheit und b die Anzahl der Schaltjahre von a bis A, so steht als Wochentags-Formel:

VII. $$\mathbf{W.} + \mathbf{t} - (\mathbf{A} - \mathbf{a} + \mathbf{b}) \equiv \mathbf{W.} \pm \mathbf{r}_7 \ (\mathbf{mod.}\ 7).$$

11. Ohne Berechnung findet man den Wochentag einer Begebenheit leicht aus einem sogenannten „ewigen“ Kalender. Der beste dieser Art ist der „Panchronist“, ein Kalender aller vergangenen und künftigen Jahre, verfaßt von Prof. Dr. H. Schubert.“ (Leipzig 1896. J. Trabert. 1 M.)

Bromberg, den 7. März 1897.

Schulnachrichten.

I. Allgemeine Lehrverfassung.

1. Stundentafel.

Lehrfächer. Kl.	VII	VI	V	IV 1 · 2	III 1 · 2	II	I	Zus.
1. Religionslehre . . .	3	3	3	3	3	3	3	27
2. Deutsch	9	7	6	6	6	5	5	56
3. Französisch	—	—	—	3	4	4	4	22
4. Rechnen und Rauml.	4	4	4	4	3	4	4	34
5. Geschichte	—	—	—	3	2	2	2	23
6. Erdkunde	—	—	1		2	2	2	
7. Naturkunde	—	—	1	1	2	3	3	13
8. Zeichnen	—	—	—	1	2	2	2	10
9. Schönschreiben . .	—	3	3	2	1	—	—	12
10. Handarbeit	—	1	2	2	2	2	2	15
11. Gesang	1	1	1	2	2	2	2	15
12. Turnen	1	1	1	1	1	1	1	9
Wöchentl. Stundenanzahl	18	20	22	28	30	30	30	236

2. Verteilung der Lehrfächer für 1896—97.

1. Der Rektor, Ord. I. 12 Std. w.: 8 Rechnen und Raumlehre in I. II; 4 Rechnen in IV,1.

2. Herr Löscher, Ord. II. 23 Std. w.: 3 ev. Religionslehre in II, 5 Deutsch in II; 4 Erdkunde in I. II; 5 Naturkunde in II III,1; 6 Zeichnen in I. II. III,1.

3. Herr Sekura, Ord. III,1. 24 Std. w.: 9 kathol. Religionslehre in I—VII; 11 Deutsch in I. III,1; 3 Rechnen in III,1; 1 Schönschreiben in III,1.

4. Herr Pannicke. 28 Std. w.: 6 ev. Religionslehre in I. III,1; 8 Rechnen in VI, VII; 6 Geschichte in I. III,1. 2; 2 Erdkunde in III,2; 6 Gesang in I. II. III,1. 2. VI VII.

5. Herr Gluth, Ord. III,2. 28 Std. w.: 6 Deutsch in III,2; 7 Rechnen in III,2. V; 2 Erdkunde in III,2; 7 Naturkunde in I. III,2. IV,1 2; 1 Zeichnen in IV,1; 1 Schönschreiben in III,2; 4 Turnen in I—V.

6. Herr Stoll, Ord. IV,2. 26 Std. w.: 3 ev. Religionslehre in IV,2; 6 Deutsch in IV,2; 4 Rechnen in IV,2; 2 Geschichte in II; 3 Geschichte und Erdkunde in IV,2; 3 Zeichnen in III,2. IV,2. 2 Schönschreiben in IV,2; 3 Singen in IV,1.2 V.

7. Fräulein Fechner, Ord. VII. 23 Std. w.: 3 ev. Religionslehre in VII; 9 Deutsch in VII; 8 Französisch in III,1.2; 2 Handarbeit in III,1; 1 Turnspiel in VII.

8. Fräulein Krause, Ord. IV. 24 Std. w.; 6 ev. Religionslehre in III,2. IV,1; 6 Deutsch in IV,1; 3 Französisch in IV,1; 3 Geschichte und Erdkunde in IV,1; 2 Schönschreiben in IV,1; 4 Handarbeit in III,2. VI,1.

9. Fräulein Buchholz, Ord. VI. 24 Std. w.: 3 ev. Religionslehre in VI; 7 Deutsch in VI; 7 Französisch in I. IV,2; 3 Schönschreiben in VI; 3 Handarbeit in I. IV; 1 Turnspiel in VI.

10. Fräulein Hartung, Ord. V. 24 Std. w.: 3 ev. Religionslehre in V; 6 Deutsch in V; 4 Französisch in II; 1 Erdkunde in V; 1 Naturkunde in V; 3 Schönschreiben in V; 6 Handarbeit in II. IV,2. V.

3. Durchgearbeitete Unterrichtsstoffe.

Die in jedem der beiden Schuljahre 1895—97 durchgearbeiteten Unterrichtsstoffe sind im wesentlichen die im Lehrplan vom April 1895 bezeichneten, dessen Abdruck im 23. Jahresbericht erfolgte.

II. Verfügungen der vorgesetzten Behörden.

1895.

1. April. M.=E.: Unverzügliche Verwendung des „Leitfadens für den Turnunterricht in den Preußischen Volksschulen von 1895" auch bei den Mädchenschulen, soweit für den Turnunterricht bei diesen die im Leitfaden aufgeführten Übungen überhaupt in Frage kommen.

8. April. K. Reg.: Genehmigung des Lehrplans der mittleren Mädchenschule.

24. April. M.=E.: Bestimmungen über die Feier des Reformationsfestes.

10. Juni. M.=E.: Empfehlung des von Prof. Dr. Th. Lindner im Allerhöchsten Auftrage verfaßten Werkes: „Der Krieg gegen Frankreich."

14. Juni. K.=Reg.: Bestimmungen über Schulausflüge und ähnliche Feste.

27. 29. August. Magistrat: Bezeichnung der Arbeiten, zu denen Hülfskräfte angenommen werden dürfen (Umstellen der Schulbänke zu Ostern und Michaelis, Reinigung des Schulgebäudes nach umfangreichen Ausbesserungen, Anbringen von Markisen, Ausnehmen und Einsetzen der Doppelfenster.)

3. September. K. Reg.: Einführung der 2. Auflage des Katechismus für den katholischen Religionsunterricht von Dr. Likowski.

24. September. Magistrat: Versetzung des Lehrers Stoll von der städtischen Volksschule an die mittlere Mädchenschule zum 1. Oktober.

18. November. K. Reg.: Vorschriften über Zulassung von „Photographen und Leuten, welchen gegen Entgelt Bilder, Thiere und dergl. vorzuzeigen beabsichtigen."

27. November. K. Reg: Bestimmungen über die für den 18. Januar 1896 angeordnete Schulfeier.

3. Dezember. K. Reg.: Endgültige Anstellung von Frl. Marie Hartung als Lehrerin der städtischen mittleren Mädchenschule.

1896.

13. März. Magistrat: Anderweite Beschäftigung des Lehrers M. Schmidt im städtischen Volksschuldienst vom 1. April ab.

27. April. Magistrat: Anweisung an die städtische Lehrer, Gesuche um Urlaub von mehr als 4 Wochen und Beihülfen zu Badereisen durch ein Zeugnis eines der beiden städtischen Vertrauensärzte zu begründen.

10. Juni. K.=Reg.: Mitteilung des M.=E. vom 26. Mai 1896 über Vereinfachung des Geschäftsganges und Vereinfachung des Schreibwerks im Verwaltungsbereich der Regierungen.

23. Juni. Magistrat: Ansetzung des vollen Schulgeldes für jede im Laufe eines Vierteljahrs neu eintretende Schülerin.

25. Juni. Magistrat: Anschaffung der von Dr. Waschow zusammengestellten Verordnungen über das Volksschulwesen des Regierungsbezirks Bromberg.

4. August. K. Reg.: Anschaffung der von dem Kaiserlichen Gesundheitsamt herausgegebenen Denkschrift über Blattern und Schutzpockenimpfung.

19. Oktober. K. Reg.: Übertragung der Aufsicht über den Bezirk Bromberg Stadt I an Herrn Schulrat Dr. Grabow vom 1. November 1896 ab.

24. Oktober. K.-Sch.-J.: Mitteilung des Herrn Superintendenten Lic. Saran über seine Enthebung von der nebenamtlich verwalteten Kreis-Schul-Inspektion des Bezirks Bromberg Stadt I.

1897.

31. Januar. Magistrat: Feststellung des Gewichts von angekauften Steinkohlen.

9. Februar. Magistrat: Bewilligung eines Betrages bis höchstens 100 Mk. zum Ankauf von Festschriften für die Schülerinnen aus Anlaß der Hundertjahrfeier am 22. März.

11. Februar. K.-Sch.-J.: Anordnung, daß am 16. Februar die evangelischen Schülerinnen im Religionsunterrichte über das Leben Philipp Melanchthons und dessen Wirken für die evangelische Kirche und Schule in geeigneter Weise belehrt werden.

18. Februar. K.-Sch.-J.: Mitteilung des M.-E. vom 30. Januar 1897 über die Feier der Wiederkehr des hundertjährigen Geburtstages Sr. Majestät des Hochseligen Kaisers Wilhelms des Großen.

III. Zur Geschichte der Anstalt.

33. Schuljahr 1895—96.

Eröffnet wurde das 33. Schuljahr am 18. April mit 11 Klassen. In die Arbeit traten wieder ein: der Rektor, die Lehrer Löscher, Sekura, Pannicke, Gluth, Schmidt, Schilling und die Lehrerinnen Fechner, Krause, Buchholz, Hartung, sowie die Hülfslehrerin M. Wilske.

Vom 13. Juni an ließ sich unser kranker Kollege Schilling zur Ausführung einer Kur in Bad Ems beurlauben. Er fand dort aber nicht die sehnlichst erwartete Heilung; denn schon in der Nacht zum 19. Juli erlöste ihn der Tod von seinem schweren Leiden. Das Kollegium widmete ihm einen Nachruf in den hiesigen Zeitungen und ließ durch Vermittelung des evangelischen Pfarrers in Ems einen Kranz auf den Grabhügel niederlegen. Am ersten Schultage nach den Ferien fand eine Trauerfeier für den Heimgegangenen statt, wobei

Herr Löscher in Vertretung des beurlaubten Rektors die Gedächtnisrede hielt. Als Ende September die Leiche auf dem hiesigen Kirchhof beerdigt wurde, gaben die Schülerinnen der Anstalt mit ihren Lehrern und Lehrerinnen dem Entschlafenen das Grabgeleit. Ein Männerchor hiesiger Kollegen sang den Choral: „Christus, der ist mein Leben", der Chor der Oberstufe die Motette: „Wie sie so sanft ruhn".

Herr Lehrer Schilling gehörte dem städtischen Schulwesen seit dem 1. Oktober 1876 an. Über 13 Jahre wirkte er in Treue und Gewissenhaftigkeit an der mittleren Mädchenschule. Er ruhe in Frieden!

Als Vertreterin war von Mitte Juni bis Ende September Fräulein Anna Holm mit Eifer und Erfolg thätig. Am 1. Oktober übernahm die erledigte Stelle der vom Magistrat erwählte Lehrer

38. Herr Emil Stoll, geb. den 26. Oktober 1857 zu Huttendorf bei Fordon. Derselbe erhielt seine Vorbildung auf dem hiesigen Königlichen Schullehrer-Seminar und bestand 1878 die erste, 1880 die zweite Prüfung. Zuerst in Wiesensee im Kreise Wongrowitz angestellt, trat er am 1. Januar 1879 in den Volksschuldienst der Stadt Bromberg ein, aus welchem er an unsere Schule überging.

Die Prüfung sämtlicher Klassen erfolgte am 30. Januar 1896 durch den Kreis-Schul-Inspektor Herrn Superintendenten Lic. Saran.

Die Schulfeiern wurden gemäß den von den hohen Behörden erlassenen Bestimmungen gestaltet. Es hielten Ansprachen: am Sedansfeste (2. Sept. 1895) Herr Gluth, Fräulein Fechner und der Rektor, am Reformationsfeste (31. Oktober 1895) der Rektor, am Feste der 25jährigen Wiederkehr der Ausrufung König Wilhelms I. zum Deutschen Kaiser (18. Januar 1896) die Herren Pannicke und Stoll, am Geburtstage Sr. Majestät Kaiser Wilhelms II. (27. Januar 1896) Herr Löscher und Fräulein Krause. Die übrigen vaterländischen Gedenktage wurden durch Ansprachen der Klassenlehrer in den einzelnen Klassen ausgezeichnet. Die 100jährige Wiederkehr des Geburtstages Heinrich Pestalozzis beging die Anstalt am 11. Januar 1896 durch eine Ansprache des Rektors über den Lebensgang und die Bedeutung dieses hervorragendsten Pädagogen der Neuzeit.

Schulfeste feierten die Klassen V, 1. 2, VI, VII am 29. Mai 1895 an der V. Schleuse, die Klassen VI, VII am 30. August im Walde beim Försterhäuschen, die Klassen I—IV, 2 am 27. Mai im Walde bei Rinkau und die Klassen I—V, 2 am 2. September ebendaselbst, und zwar jedesmal unter reger Beteiligung von Angehörigen der Schülerinnen.

Der Gesundheitszustand der Schülerinnen ließ nichts zu wünschen übrig.

Die am 1. April 1894 eingetretene Schulgelderhöhung wirkte auf den Besuch der Anstalt derart vermindernd ein, daß mit dem Schluß des 33. Schuljahres zwei Klassen eingehen mußten. Infolge dessen schied die Hülfslehrerin Fräulein Margarete Wilske nach dreijähriger Wirksamkeit aus dem Lehrkörper der Anstalt aus, und der Lehrer Herr Max Schmidt wurde vom Magistrat in einen anderen Wirkungskreis gestellt. Beiden bleibt die Anstalt zu gebührendem Danke verpflichtet.

Nach mindestens einjährigem Besuche der 1. Klasse wurden entlassen

Michaelis 1895:

1. Gertrud Appenzeller, geb. den 16. August 1881, 1½ J. in I.
2. Olga Heling, geb. den 28. August 1881, 1½ J. in I.
3. Gertrud Hirthe, geb. den 29. Mai 1881, 1½ J. in I.

Ostern 1896:

4. Hedwig Kaempf, geb. den 5. Mai 1882, 2 J. in I.
5. Melida Hartwig, geb. den 28. November 1881, 1 J. in I.
6. Frida Schmidt, geb. den 1. Februar 1881, 1 J. in I.
7. Hedwig Schultz, geb. den 14. März 1882, 1 J. in I.
8. Gertrud Sohn, geb. den 12. September 1881, 1 J. in I.
9. Elise Sohr, geb. den 30. Januar 1881, 1 J. in I.
10. Martha Tschiersch, geb. den 5. Februar 1881, 1 J. in I.

34. Schuljahr. 1896—97.

Die Eröffnung des 34. Schuljahres fand am 14. April statt, und zwar mit 9 Klassen. In die Arbeit traten ein der Rektor, die Lehrer Löscher, Sekura, Pannicke, Gluth und Stoll und die Lehrerin Fechner, Krause, Buchholz und Hartung.

Die Prüfung der 6 oberen Klassen erfolgte am 22. September 1896 durch den Kreis-Schul-Inspektor Herrn Superintendenten Lic. Saran, die Prüfung sämtlicher Klassen am 3. April 1897 durch den Kreis-Schul-Inspektor Herrn Schulrat Dr. Grabow.

Mit dem 31. Oktober 1896 schied Herr Superintendent Lic. Saran aus dem Amt des Kreis-Schul-Inspekors über unsere Anstalt. Er war uns stets ein milder und gerechter Vorgesetzer, der jede gewissenhafte Arbeit freudig anerkannte und die Förderung der Anstalt wie des Wohles aller Lehrenden sich stets angelegen sein ließ. Den herzlichen Dank für sein gesegnetes Wirken sprach ihm der Lehrkörper am 6. November 1896 durch den Rektor, Fräulein Fechner und Herrn Gluth aus. Ein herzlicher Segenswunsch für Lehrende und Lernende war die Antwort des Herrn Superintendenten.

Die von der hohen Behörde vorgeschriebenen Schulfeiern wurden auch im 34. Schuljahre genau nach den darüber ergangenen Vorschriften gestaltet. Ansprachen hielten: am Sedanfeste (2. Sept. 1896) die Herren Sekura und Stoll, am Geburtstage Sr. Majestät Kaiser Wilhelms II. (27. Januar 1897) die Herren Gluth und Stoll, am Feste der 100jährigen Wiederkehr des Geburtstages Kaiser Wilhelms des Großen (22. März 1897) Herr

Pannicke und Fräulein Krause. Am 21. März beteiligten sich die evangelischen Lehrer und Lehrerinnen mit 100 Schülerinnen an der kirchlichen Feier zum Gedächtnis Kaiser Wilhelms des Großen. Die übrigen vaterländischen Gedenktage wurden in den einzelnen Klassen durch eine Ansprache der Klassenlehrer ausgezeichnet. Am 16. Februar erhielten die evangelischen Schülerinnen der vier oberen Klassen Belehrung über das Leben Philipp Melanchthons und sein Wirken für die evangelische Kirche.

Ihr Schulfest feierten die drei untern Klassen am 2. Juni 1896 an der V. Schleuse, die sechs oberen am 9. Juni im Walde bei Rinkau.

Der Gesundheitszustand unserer Schülerinnen war auch im 34. Schuljahr recht befriedigend. Doch entriß uns der Tod eine liebe Schülerin, Regina Blumenthal, die am 8. August 1896 an Diphterie starb.

Nach mindestens einjährigem Besuch der 1. Klasse wurden entlassen

Michaelis 1896:

1. Martha Müller, geb. den 31. Aug. 1882, $1^1/_2$ J. in I,
2. Gertrud Schröder, geb. den 13. Juni 1882, $1^1/_2$ J. in I,
3. Charlotte Springer, geb. den 7. Jan. 1882, $1^1/_2$ J. in I,
4. Martha Wendt, geb. den 20. Aug. 1882, $1^1/_2$ J. in I.

Ostern 1897:

5. Martha Otto, geb. den 23. März 1882, 2 J. in I,
6. Clara Baier, geb. den 12. Sept. 1882, 1 J. in I,
7. Marie Berendt, geb. den 9. Mai 1882, 1 J. in I,
8. Luise Blietz, geb. den 11. März 1883, 1 J. in I,
9. Katharina Braun, geb. den 29. März 1883, 1 J. in I,
10. Marie Brieske, geb. den 12. März 1883, 1 J. in I,
11. Charlotte Fett, geb. den 1. Segt. 1881, 1 J. in I,
12. Anna Fieberg, geb. den 24. Sept. 1882, 1 J. in I,
13. Clara Klawitter, geb. den 23. Febr. 1883, 1 J. in I,
14. Margarete Krienke, geb. den 17. April 1883, 1 J. in I,
15. Johanna Nickel, geb. den 16. März 1882, 1 J. in I,
16. Elisabeth Rulf, geb. den 6. Juni 1883, 1 J. in I.

IV. Zahlenmäßige Übersichten.

1. 33. Schuljahr 1895—96.

Klasse	I	II 1.	II 2.	III 1.	III 2.	IV 1.	IV 2.	V 1.	V 2.	VI 1.	VI 2.	VII	Zus.
1. **Bestand am 1. Februar 1895**	13	36	—	36	38	35	37	35	30	31	35	40	366
2. Abgang am Ende des 32. Schuljahres . . .	9	10	—	9	5	4	4	1	6	4	—	5	57
3a. Bestand aus dem 32. Schuljahr (nach der Versetzung)	28	28	28	29	30	30	34	30	35	31	—	6	309
3b. Zugang für das 33. Schuljahr	—	—	—	1	—	3	2	2	—	5	—	30	43
4. **Bestand am Anfange des 33. Sommerhalbjahres**	28	28	28	30	30	33	36	32	35	36	—	36	352
5. Zugang } im 33. Sommerhalbjahr	—	—	—	—	—	—	—	2	—	1	—	4	7
6. Abgang } im 33. Sommerhalbjahr	15	1	5	2	1	—	1	2	1	3	—	4	35
7. Zugang für das 33. Winterhalbjahr . . .	—	—	—	—	—	2	1	1	—	1	—	1	6
8. **Bestand am Anfange des 33. Winterhalbjahres**	13	27	23	28	29	35	36	33	34	35	—	37	330
9. Zugang } bis 1. Februar 1896	—	—	—	—	—	-	—	1	—	1	—	1	3
10. Abgang } bis 1. Februar 1896	1	1	1	3	2	1	2	1	—	—	—	—	12
11. **Bestand am 1. Februar 1896**	12	26	22	25	27	34	34	33	34	36	—	38	321
a. Evangelische . . .	11	22	20	25	20	23	28	28	29	25	—	23	254
a. Katholische . . .	1	3	2	—	6	11	4	3	3	10	—	12	55
a. Jüdische	—	1	—	—	1	—	2	2	2	1	—	3	12
b. Deutsche Muttersprache . . .	12	26	22	25	26	31	33	33	34	32	—	35	309
b. Polnische Muttersprache	—	—	—	—	1	3	1	—	—	4	—	3	12
c. Einheimische . . .	10	22	21	23	25	29	29	32	33	32	—	37	293
c. Auswärtige . . .	2	4	1	2	2	5	5	1	1	4	—	1	28
12. Bestand aus dem 32. Schuljahr	28	28	28	29	30	30	34	30	35	31	—	6	309
13. **Zugang im 33. Schuljahr**	—	—	—	1	—	5	3	6	—	8	—	36	59
14. **Gesamtanzahl im 33. Schuljahr**	28	28	28	30	30	35	37	36	35	39	—	42	368

2. 34. Schuljahr 1896—97.

Klasse	I	II 1.	II 2.	III 1.	III 2.	IV 1.	IV 2.	V 1.	V 2.	VI	VII	Zus.
1. **Bestand am 1. Febr. 1896**	12	26	22	25	27	34	34	33	34	36	38	321
2. Abgang am Ende des 33. Schuljahres	7	9	4	3	4	3	1	—	1	1	2	35
3a. Bestand aus dem 33. Schul-Schuljahr (nach der Versetzung)	36	37	—	32	33	36	32	41	—	38	1	286
3b. Zugang für das 34. Schuljahr	—	—	—	1	—	1	5	4	—	5	44	60
4. **Bestand am Anfange des 34. Sommerhalbjahres** .	36	37	—	33	33	37	37	45	—	43	45	346
5. Zugang im 34. Sommerhalbjahr	—	—	—	—	1	—	2	1	—	—	1	5
6. Abgang im 34. Sommerhalbjahr	11	9	—	—	3	—	1	6	—	3	5	38
7. Zugang für das 34 Winterhalbjahr	—	1	—	—	2	1	2	3	—	3	2	14
8. **Bestand am Anfange des 34. Winterhalbjahres** . .	25	29	—	33	33	38	40	43	—	43	43	327
9. Zugang bis 1. Februar 1897	—	—	—	—	—	—	—	2	—	2	2	6
10. Abgang bis 1. Februar 1897	2	3	—	—	—	1	—	—	—	—	1	7
11. **Bestand am 1. Febr. 1897**	23	26	—	33	33	37	40	45	—	45	44	326
a. Evangelische . .	19	22	—	30	25	29	30	33	—	30	39	257
a. Katholische . .	4	4	—	—	8	6	7	10	—	13	5	57
a. Jüdische . . .	—	—	—	3	—	2	3	2	—	2	—	12
b. Deutsche Muttersprache . . .	23	25	—	33	32	36	39	42	—	43	42	315
b. Polnische Muttersprache . . .	—	1	—	—	1	1	1	3	—	2	2	11
c. Einheimische . .	20	22	—	26	29	36	35	39	—	42	40	289
c. Auswärtige . .	3	4	—	7	4	1	5	6	—	3	4	37
12. Bestand aus dem 33. Schuljahr	36	37	—	32	33	36	32	41	—	38	1	286
13. **Zugang im 34. Schuljahr**	—	1	—	1	3	2	9	10	—	10	49	85
14. **Gesamtanzahl im 34. Schuljahr**	36	38	—	33	36	38	41	51	—	48	50	371

3. 14. bis 34. Schuljahr 1876—97.

	Schuljahr.	Bestand aus dem Vorjahr.	Zugang.	Gesamtanzahl.	Bestand am 1. Februar: Zusammen	Kl.-Anzahl	Kl.-Durchschn.	Abgang.	Jährlicher Schulgeldsatz
14.	1876—77	275	156	431	375	8	47	92	18 Mk. für die unteren, 24 Mk. für die oberen Klassen.
15.	1877—78	339	**187**	**526**	**445**	10	44	**160**	
16.	1878—79	**366**	89	455	374	10	37	**119**	Vom 1. April 1878 ab 36 Mark für alle Klassen.
17.	1879—80	336	108	444	383	11	35	99	
18.	1880—81	345	121	466	389	11	35	135	
19.	1881—82	331	112	443	375	11	34	111	
20.	1882—83	332	90	422	364	11	33	109	
21.	1883—84	313	103	416	361	11	33	99	
22.	1884—85	317	113	430	373	10	37	111	
23.	1885—86	319	116	435	381	10	38	108	
24.	1886—87	327	109	436	391	10	39	97	
25	1887—88	339	121	460	425	10	42	86	
26.	1888 89	374	91	465	402	10	40	109	
27.	1889—90	356	97	453	400	10	40	102	
28	1890—91	351	94	445	401	10	40	109	
29.	1891—92	356	89	445	400	10	40	94	
30.	1892—93	351	92	443	400	10	40	92	
31.	1893—94	351	**123**	**474**	**430**	11	39	**115**	
32	1894—95	**359**	73	432	366	11	33	**123**	Vom 1. April 1894 ab 48 Mark für alle Klassen.
33	1895—96	309	59	368	321	11	29	82	
34.	1896—97	286	85	371	326	9	36	84	

V. Sammlungen von Lehrmitteln.

1. Für den Anschauungsunterricht. W. Pfeiffers Bilder aus den Hey=Speckterschen Fabeln, 16—18.

2. Für den erdkundlichen und geschichtlichen Unterricht. Gaebler, Deutsches Reich, physik. Ausgabe. Gaebler, Deutsches Reich, polit. Ausgabe. Baldamus und Gaebler, Historische Karte von Preußen.

3. Für den naturkundlichen Unterricht. 1 Telephon mit Leitungsdraht, 1 Druckpumpe.

4. Schriften für die Lehrerbücherei. Neben Zeitschriften wurden u. a. erworben: Ad. Diesterwegs Ausgewählte Schriften I—IV. Gesell, Pädagogische Kleinmünze. Goerth, Ausbildung der Mädchen. Mauersberger, Mnemosyne. Ostermann, Lehrbuch der Pädagogik I. II. Roempler, Die Form des Unterrichts. Scherer, Die Pestalozzische Pädagogik. Schmarje, Das katechetische Lehrverfahren. Vogel, Herbart und Pestalozzi. Vogel, Systematische Darstellung der Pädagogik Pestalozzis. Dr. Waschow, Verordnungen, betreffend das Volksschulwesen des Regierungsbezirks Bromberg. — Bürgel, Perikopen=Erklärung. v. Koetsveld, Die Gleichnisse des Evangeliums. Passarge, Präparationen über Kirchenlieder. Presting, Die biblischen Geschichten des neuen Testaments in Bildern. Die Bergpredigt. Triebel, Erläuterung biblischer Geschichten. — Eitzen, Fremdwörter der Handelssprache. Harder, Werden und Wandern unserer Wörter. Klee, Grundzüge der Litteraturgeschichte. Saalfeld, Katechismus der deutschen Rechtschreibung. Weise, Unsere Muttersprache. — Blum, Das erste Vierteljahrhundert des deutschen Reiches. Lindner, Der Krieg gegen Frankreich und die Einigung Deutschlands. v. Moltke, Geschichte des deutsch=französischen Krieges von 1870—71. Toeche — M., Die Kaiserproklamation. Tromnau, Lehrbuch der Schulgeographie. Völkel, Geschichte des deutschen Ritterordens. — Fährmann, Das rhythmische Zählen. Holzmüller, Elementar=Mathematik II. III. Hultsch, Ägyptische Teilungsrechnung. Räther, Theorie des Rechenunterrichts III. Silberberg, Sefer ha mispar. Stolz, Vorlesungen über allgemeine Arithmetik I. Weißenborn, Einführung der Ziffern. Zeuthen, Geschichte der Mathematik im Altertum und Mittelalter. — Bautz, Formenstudien. Stuhlmann, Leitfaden zum Zeichenunterricht. Willig, Taschenbuch für Zeichenlehrer. — Dr. Grabow, Schrägschrift oder Steilschrift? — Springer, Der Handarbeitsunterricht. — Hallig, Das Volkslied. Ein Kinderfestspiel. Graben=Hoffmann, Die singende Kinderwelt. Pflege der Singstimme. — Amtlicher Leitfaden für den Turnunterricht. — Netsch, Spielbuch für Mädchen. — Bürgerliches Gesetzbuch für das deutsche Reich.

5. **Schriften für die Schülerinnenbücherei.** Zur Verfügung standen in jedem Berichtsjahre 300 Mark. Angeschafft wurden nur anerkannt gute Bücher gemäß dem Goetheschen Wort: „Für Kinder ist das Beste eben gut genug.“

VI. Auszug aus den Schulstatuten der Stadt Bromberg, betreffend die Schulzucht.

§ 87. Jeder Vater oder väterliche Stellvertreter, welcher den städt. Schulen einen Zögling anertraut, verpflichtet sich, allen Bestimmungen der Schulzucht unbedingt beizutreten.

§ 88. Jedes Kind wird in den Listen so lange fortgeführt, bis sein Abgang auf gehörige Weise bei dem Rektor gemeldet ist, und bleibt so lange auch dem Schulgeld unterworfen.

§ 90. Auswärtige Eltern oder Vormünder haben wegen des Unterkommens ihrer Kinder und Mündel, welche hiesige Schulen besuchen sollen, vorher mit dem Rektor Rücksprache zu nehmen, auch ohne dessen Willen dasselbe weiterhin nicht zu verändern.

§ 92. 93. Befreiung von Unterrichtsgegenständen findet nur dann statt, wenn nach ärztlichem Gutachten einzelne Lehrgegenstände nicht ohne Nachteil für die Schüler betrieben werden können.

§ 94. Jeder Schüler muß sich, mit allem Erforderlichen versehen, in reinlicher und anständiger Kleidung zur rechten Zeit vor dem Anfange des Unterrichts in der Schule einfinden. Verspätung darf nicht stattfinden. Auch wer gegründete Abhaltung vom Schulbesuch hat, darf doch nicht ohne persönlich von dem Rektor eingeholte Erlaubnis ausbleiben.

In Krankheitsfällen bedarf es eines schriftlichen, glaubwürdigen, durch den Vater, Vormund, Aufseher oder Arzt ausgestellten Nachweises über den Grund und die Dauer der Schulversäumnis.

§ 95. Von jedem Schüler wird Ordnung und Anstand in der Schule und auf dem Schulwege gefordert. Auch während der Pausen ist jeder Lärm und jede Zügellosigkeit zu vermeiden.

§ 96. Das Schulgebäude, Schulgerät, die Unterrichtsmittel sind auf jede Weise zu schonen, und in keinem Falle ist Schuleigentum mit Wissen und Willen zu beschädigen oder zu entstellen. Der Zuwiderhandelnde hat außer den Kosten der Wiederherstellung des Verdorbenen noch eine besondere Schulstrafe zu erleiden.

§ 98. Schüler haben nicht das Recht, Bücher oder andere zum Unterricht gehörige Gegenstände ohne Genehmigung ihrer Eltern oder deren Vertreter an Mitschüler oder Händler zu verkaufen. Zuwiderhandelnde werden zuchtmäßig bestraft.

§ 100. Die schriftlichen Censuren, welche zu Weihnachten, Ostern und Michaelis unmittelbar vor Eintritt der Ferien erteilt werden, hat jeder Schüler den Eltern oder Vormündern vorzulegen und dieselben, mit deren Unterschrift versehen, dem Ordinarius wiederum vorzuzeigen.

§ 101. Die Schulstrafen für Unfleiß, Unordnung, Lügenhaftigkeit, Ungehorsam ꝛc. bestehen in Erinnerungen, Verweisen, Bemerkungen im Tagebuch der Klasse, außerordentlichen schriftlichen Benachrichtigungen an die Eltern oder Vormünder, Schularrest ꝛc.

§ 104. Kein Schüler kann von der Schule entlassen werden resp. sein Abgangszeugnis erhalten, so lange er noch Schuleigentum, z. B. Bücher, Zeichnungen ꝛc., zurückzuliefern hat.

VII. Verzeichnis der eingeführten Bücher.

Lehrfächer	Titel	Klasse						
Evangelische Religionslehre.	Woike-Triebel, zweimal, 48 biblische Historien mit Anhang	1	2	2	4	5	—	—
	Saran, Kl. Religionsbuch	1	2	3	4	5	—	—
	Das neue Testament	—	—	3	—	—	—	—
	Die Bibel	1	2	—	—	—	—	—
Katholische Religionslehre.	Dr. Schuster, Die biblische Geschichte a. u. n. Testaments mit Anhang	1	2	3	4	5	—	—
	Dr. Likowski, Katechismus für die Erzdiöcese Gnesen	1	2	3	4	5	—	—
Deutsch.	Bock, Schreib- und Lesefibel B	—	—	—	—	—	—	7
	Lüben u. Nacke, Lesebuch für Bürgerschulen: Teil II	—	—	—	—	—	6	—
	„ III	—	—	—	—	5	—	—
	„ IV	—	—	3	—	—	—	—
	„ V	—	2	—	—	—	—	—
	„ VI	1	—	—	—	—	—	—
	Büttner-Wetzel, Deutsches Lesebuch, Ausgabe A, Teil I	—	—	—	4	—	—	—
	Lessing, Minna von Barnhelm (Ausgabe von Hentschel u. Linke)	1	—	—	—	—	—	—
	Schiller, Wilhelm Tell, dieselbe Ausgabe	1	—	—	—	—	—	—
	Goethe, Hermann und Dorothea, dieselbe Ausgabe	1	—	—	—	—	—	—
	Buth u. Reimer, Leitfaden für deutsche Rechtschreibung: Heft I	—	—	—	—	5	6	—
	„ II	—	—	—	4	—	—	—
	„ III	—	2	3	—	—	—	—
	Damm u. Niendorf, Grammatik, Ausgabe A	1	2	3	4	—	—	—
	Weber, Deutsche Sprache und Dichtung	1	2	—	—	—	—	—

Lehrfächer	Titel	Klasse						
		1	2	3	4	5	6	7
Französisch.	Plötz, Elementarbuch, Ausgabe D . .	1	2	3	4			
	Mme Colomb, La fille de Carilès .	1						
	La croix, Le testament	1						
Rechnen und Raumlehre.	Koch-Hellermann, Aufgaben:							
	Heft I							7
	„ II						6	
	„ III					5		
	„ IV				4			
	„ V			3				
	„ VIa	1	2					
Geschichte.	Sieber, Geschichte, Ausgabe f. Simultanschulen	1	2	3				
	Kahnmeyer u. Schulze, Geschichte des Altertums	1						
Erdkunde und Naturkunde.	Tromnau, Erdkunde für Mittelschulen	1	2	3				
	Keil u. Riecke, Atlas	1	2	3				
	Paust, Pflanzen- und Tierkunde . . .	1	2	3				
	Paust, Physik, Chemie und Mineralogie	1	2	3				
Gesang.	Lüdicke, Liederwald:							
	Heft I					5		
	„ II			3	4			
	„ III	1	2					