Logika 1926

Ćwiczen. cykl. I. 5. X. 26. 412

Rozpoczniemy [w oznaczeniu w studiach] nasze ćwiczenia ~~studiów~~ od zagadnień historycznego rozwoju logiki. 384-322 Zaczniemy od nauk ~~Ar~~ Arystotelesa, który stworzył pierwszy systematyczny badania nie oparte na samodzielnych rozważaniach, pisał całkowicie system naukowy, zawarty w pismach jego, zwanych potem ogólną nazwą Organon: περὶ κατηγοριῶν, περὶ ἑρμηνείας, ἀναλυτικὰ πρότερα καὶ ὕστερα, τοπικά, περὶ ~~σ~~ σοφιστικῶν ἐλέγχων. Logika Arystotelesa jest logiką pojęć, a zarazem logiką ... Twierdzimy, że nauka wyrosła ze zalecenia Arystotelesa od Platona. Od zasady bowiem, według Arystotelesa, podobnie jak i według Platona nie ... nauki wiedzy o rzeczywistości, a więc poznanie pojęć ... i zarazem ... rzeczywistości, a ... [przeprowadzenie] o tym, co jest, o rzeczywistości, ... ~~...~~ i w logice ... w tym ... z ... .

Logika Arystotelesa jest też logiką pojęć, t. zn. ... ... , a ... ...

I 2.

2 pojęć. Jednakże można ~~[illegible]~~ wyrazić, że nie pojęcia, lecz rzeczy są od-

dzielonemi ustosunkowanemi rzeczy, i wtedy rzecz nie wyjmuje się z stosunku-

(które, te wyrazy, jak wyłączamy ~~[illegible]~~ Kategorye Arystotelesa)

nie między pojęciami, lecz zdaniami i stosunkami zachodzącemi między zdania-

Taką logikę zdań po Arystotelesie rozwinęła szkoła stoików, ~~[illegible]~~ głównie (a z starożytnych uczniów)

250 – 205

w dziełach Chryzypa w III w. przed Chr., umiejąc ona jednak bardziej w

arystotelesowskiej logice pojęć.

Średniow. wykł. II. 7. X. 26. 411

Do znajomości i poznania logiki Arystot. w średniowiecznej [illegible]
232-304.
się dwaj głównie przyczynili: Porfiryusz w III w. po Chr. który

napisał do logiki Ar., Εἰσαγωγή εἰς τὰς Ἀριστοτέλους κατηγορίας
480-524.
i Boëthius w VI w. po Chr., tłumacz dzieł Arystot. na język łaciński

i twórca łacińskiej terminologji logicznej.

Arystoteles ~~[illegible]~~, ~~[illegible]~~ wychodząc w swej nauce o pojęciach ogólnych od Platona, [illegible] jak Platon przedmiot pojęć ogólnych za istniejące naprawdę, [illegible] jak przedmioty konkretne; [illegible] [illegible] Platona i Arystotelesa objaśniamy [illegible] [illegible] realizm, ~~[illegible]~~ [illegible] [illegible] między nimi istnieje różnica, że według Platona przedmioty pojęć ogólnych (czyli idee) istnieją poza światem zmysłowym, jako przedmioty [illegible], według Arystot. zaś ~~[illegible]~~ (idee) istnieją w samych przedmiotach konkretnych jako ich formy.

2. 12/X 1933. Przemian uległ jednak [illegible] realizm [illegible] [illegible] w logice Porfiryusza; ale [illegible] [illegible] w filozofii średniowiecznej przedmiot pojęć ogólnych. Przeciwko realizmowi [illegible] [illegible], czyli przedmiot pojęć ogólnych.

Jak wspomniano, w XII w. realizmowi [illegible] przedmioty [illegible] [illegible] nazwy [illegible], podobne jako przedmioty konkretne, [illegible]

II. 2.

ści, jako jego rozpoczęcie, wystąpił pogląd, według którego uniwersalia nie są niczem realnem, nie istnieją, istnieją tylko przedmioty konkretne, jednostkowe. Pojęcia zaś są jedynie wspólnemi nazwami dla większej liczby przedmiotów od siebie podobnych. Pogląd ten ~~zaprzeczający~~ uznaw realne uniwersalia do [illegible] wspólne jedynie nazwy (nomina) przedmiotów konkretnych, stąd jego nazwa nominalizm. W sporze ~~między realizmem~~ o uniwersalia; w historji jako obrońcy ~~i nominalizmu~~, ~~którego zwol-~~ ~~zwolennikami~~ nominalistami ~~był~~ wystąpili Roscelinus, żyjący w drugiej połowie XI i z początkiem XII w., później zaś słynne [illegible] Tracei, pośredni i [illegible]

Twórcą zaś jej Piotr Abelard (w XII w.), wobec że myśli się zwana realizm przyjmujący uniwersaliów był niezgodny, niż nominalizm odczuwający [illegible] objektywny wszelkiego bytu, [illegible] przeciwny one być pomyślany. Realizmowi był [illegible] tylko rzeczy konkretne, ale mówi [illegible], istnieją [illegible], nie tylko obok wspólnemi nazwami podobne do siebie rzeczy, lecz mówi wyrażać [illegible] pojęcia ogólne, które obejmują podobne do siebie rzeczy konkretne. Pojęcie ogólne nazywa się łacińskie conceptus, ~~od~~ od niego teoryja Abelarda nazywa się konceptualizmem. — Tak określenie spór o uniwersalja rozstrzygnięty się w ~~[illegible]~~ treści, a [illegible]

[illegible] odmiany realizmu, zaś u wśród scholastyków, wyszły z formuły uni-
versalia (sunt realia) ante rem, in re, post rem. Pierwsza wyraża ~~[illegible]~~
~~[illegible], [illegible]~~ realizm skrajny, ~~[illegible]~~ drugi realizm umiarkowany, trzecia [illegible]-
ceptualizm, wreszcie nominalizm. Połączenie tych [illegible] [illegible] [illegible]-
[illegible] [illegible] w XIII w. Albert Wielki, u którego umiarkowanego realizmu, nie
[illegible] [illegible] ani skrajnego realizmu, ani konceptualizmu, i tylko
nominalizm [illegible] w [illegible] [illegible]. Albert Wielki głosi pogląd,
wypowiedziany już poprzednio [illegible] XI w. przez arabskiego filozofa Avicennę, że univer-
salia istnieją zarówno przed rzeczami, jak w rzeczach, jak też po rzeczach.
Przed rzeczami w myśli bożej, jako wzory rzeczy stworzonych, w rzeczach ~~[illegible]~~ [illegible]-
[illegible], jako istota każdej z nich, po rzeczach zaś jako ~~[illegible] w [illegible]~~ same myśli, [illegible]
[illegible] [illegible] wielu rzeczy konkretnych. Pogląd ten, [illegible] [illegible] [illegible]
z Albertem, [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] filozofii scholastycznej, [illegible]
[illegible] tego filozofa.

~~Realizm [illegible] logiki scholastycznej [illegible] logiki metafizycznej.~~

Stenogr. wykł. III. 9. X. 1926. 417

Jest [illegible] w [illegible], [illegible] absolutyzm, [illegible] do-

[illegible], [illegible], jest [illegible] Arystotelesowski, [illegible]

(ontologiczny), [illegible] [illegible] o [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible]

[illegible] w [illegible] [illegible]; [illegible] [illegible], [illegible]

[illegible] na [illegible] [illegible] [illegible], ~~[illegible]~~ [illegible] [illegible] z ~~[illegible]~~ [illegible]

[illegible], [illegible] i [illegible] [illegible] myśli psychologicznej, [illegible] [illegible] [illegible]

[illegible] i [illegible], [illegible] [illegible] i [illegible]; z [illegible] [illegible] [illegible]

[illegible] jest i [illegible] [illegible] realizmu, [illegible] [illegible]-

[illegible] [illegible] [illegible], [illegible] [illegible] do [illegible], [illegible]

z którego przeszło się [illegible] myśli [illegible].

Do wszystkich tych [illegible] [illegible] nad [illegible] [illegible] [illegible]

się [illegible], jaki [illegible] w XVI i XVII w. [illegible] w [illegible] [illegible],

[illegible] [illegible] absolutyzmów,

jest i w filozofii, [illegible] się [illegible] [illegible] w [illegible] [illegible],

[illegible] [illegible], bardziej, niż w [illegible] ogólne, a [illegible] [illegible]-

[illegible] [illegible] [illegible] w [illegible] [illegible], a nie tylko w [illegible] [illegible].

[illegible]: [illegible] [illegible] [illegible] się [illegible] [illegible] Franciszka Bacona,

[illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] w [illegible] filozoficznym Kartezjusza.

Bacon uważał za zadanie logiki, by [illegible] metodę badania przy-
rody wszelkiego, gdyż umysł jej [illegible] jest [illegible] [illegible], wskazując na
drogę stosowniejszą uzupełniania od faktów stwierdzonych do [illegible] i twierdzeń
ogólnych; uzupełnienie to ma się dziać metodą indukcyjną, którą Bacon
~~[illegible]~~ pierwszy w filozofii starał się dokładnie opracować. [illegible] filozofii,
twierdzi Bacon, wyłączając zacząć od faktów, lecz [illegible] każdy umysł uczo-
nego, aby wolny i niezależny postępował, a tak zapobiec idolom (błędy,
które strzec Bacon nie ustaje wskazując ie: idola tribus, id. specus,
id. fori, id. theatri: wywodząc one [illegible] z ogólnych właściwości natury [illegible] ~~[illegible]~~
ludzkiej, ze szczególnych właściwości umysłu każdego człowieka, ~~[illegible]~~ [illegible]
~~[illegible]~~ ~~ogólnych~~ fałszywych, z wad języka i z ~~[illegible]~~ poglądów ~~filozoficznych~~. Szczególnie uczo-
nych,

3. 14/X 33. Jako metody Bacona nie posiadamy innego; przyjmując [illegible] Bacon także
pojęcie formy, [illegible] [illegible] [illegible] posługuje się dziś z pojęciem formy i [illegible]
formy, [illegible]; przyjmując [illegible] jest coś w jej naturze, gdy dana rzecz istnieje,
[illegible]; [illegible] jest coś w jej naturze, gdy dana rzecz nie istnieje. Dla wykrycia tak określonej [illegible]
[illegible], jeśli dana rzecz nie istnieje.

[illegible] [illegible] badać fakty konkretne, zestawiając ~~je [illegible] [illegible] w tablice~~
~~[illegible] (tab. [illegible] [illegible])~~, ~~obejmujące [illegible] istnienia [illegible] [illegible]~~
[illegible] ~~[illegible]~~ [illegible] badania istnieje, osobno [illegible],
osobno [illegible]; w których ~~[illegible]~~

w których go nie ma, a osobno wypadki, w których podlega zmianom. Tworzy wskutek tego trojakie tablice: tab. essentiae et praesentiae, tab. absentiae i tab. comparativae, na podstawie, których możemy wykryć przyczynę ~~[illegible]~~ niezawodnie. Ostateczny wynik badania stwierdzamy przez experimentum crucis, sprawdzenie wszystkich ~~[illegible]~~ ~~[illegible]~~, które powstały od wykrycia przyczyny niezawodnej.

Podczas gdy Bacon wskazuje pewne wytyczne metody logicznej w indukcyjnem od wiedzy empirycznej, to rozum Kartezjusza zwraca na to uwagę, że jedyne źródło pewności naszej wiedzy mamy w naszem własnem myśleniu. Mianowicie prawdziwem jest tylko to, co jasno i wyraźnie poznajemy, gdyż się i wyraźnie pomyślimy niedorzecznym mniej własne myśli. X

Badanie treści i wartości mocy za naszą wiedzę poznawczą hipotez ostat- … konceptualistycznego w rozprawach Johna Locke'a do odkrycia twórców … Treść wszelkich naszych myśli, twierdzi Locke, powstaje bądź z doświadczenia zewnętrznego (sensacji), bądź z doświadczenia wewnętrznego (refleksji, obserwacji własnego wewnętrznego spostrzeżenia). Wszystko, co składnikiem jest treści naszej myśli, nazywa Locke ideą. Wśród tych idej wyróżnia proste, złożone (i ogólne lub abstrakcyjne). Ideje proste odpowiadają pewnemu składnikowi, pewnej jakości rzeczy. Z idej prostych powstają idee złożone, odpowiadające przedmiotom ze wszystkimi ich jakościami. Z tych zaś wyrastają nam idee abstrakcyjne czyli ogólne, ~~[illegible]~~ wyznaczone przez uogólnienie, drogą abstrakcji, od

idej szczególnych tego, co idee te zawierają wspólnego, tak iż powstają tylko
składniki ogólne, wspólne wszystkim ~~ogólne~~ ideom szczególnym, odpowiadającym od
danej rzeczy. Te idee ogólne, będące więc wytworami umysłu, a więc
odbiciami przedmiotów zewnętrznych, oznaczają rzeczy. Nie są one
jednak tem samem, co te rzeczy, lecz - jest zasadnicza treść, choć
odpowiedniość między przedmiotem zewnętrznym istniejąca w naturze.
Idee abstrakcyjne są więc wytworem umysłu przez 1) wydzielenie
idej pewnych z pewnych idej szczególnych, co nazywamy abstrakcją i 2)
ominięcie pozostałej po tem wydzieleniu reszty osobną uwagą.

Streszcz. wykł. IV. 14. X. 26. 424

Według poglądu Locke'a [pośrednio] idee [ogólne] ~~abstrakcyjne [illegible]~~ powstają przez wydzielanie idei pewnych cech jednostkowych z grupy idei złożonych (ten proces wydzielania nazywamy abstrakcją) i przez oznaczenie pozostałej po tem wydzieleniu reszty ogólną nazwą.

Przeciwko teorji tej Locke'a, oznaczającej właśnie teorji abstrakcji, wystąpił wkrótce Berkeley, tworząc własną teorję reprezentacji. Berkeley twierdził, że idee ogólne i abstrakcyjne pomyśleć się nie dadzą, żadną miarą nie możemy sobie pomyśleć [illegible], a nie mającego jakichś cech indywidualnych. Wyraz mowy, oznaczający pojęcie, budzi w umyśle [illegible] dlatego nie uchwycimy idei ogólnej, lecz wyobrażenie szczegółowe, indywidualne, które w tym momencie odgrywa rolę przedstawiciela, reprezentanta wszystkich innych wyobrażeń szczegółowych, podobnych pod [illegible] względem. Żadnych zaś ogólnych [illegible] jest w umyśle naszym, [illegible] do siebie jednostki. Tak więc Berkeley odrzucił teorję [illegible] nominalistyczną. [illegible] do reprezentacji [illegible] (nominalistycznego

Streszcz. wykł. 26 21.I.1927

Hume przyłączając się do stanowiska Berkeleya, wychodzi od twierdzenia, że nie mamy w umyśle innych idej, jak tylko pochodzące od wrażeń; więc spostrzeżeń, konkretnych, odpowiadających indywidualnym przedmiotom i zdarze-niom. Sądzi Hume, że żadna idea nie może być inną jak impresja od której sama pochodzi, nie może zatem być żadna idea inną, jak tylko indywidualną. Niektóre jednak idee indywidualne mogą być użyte w znaczeniu reprezentującem; z natury, mówi Hume, według swej natury indywidualne, według użycia zaś, w repre-zentacji, ogólne. Dzieje się tak wtedy, gdy z ideą indywidualną łączymy nazwę ogólną, a nazwa ta przypomina ~~ideę~~ [illegible], idee ~~[illegible]~~ podobne z innemi ideami, do których ta sama ~~[illegible]~~ ogólna nazwa się stosuje. Dzięki owemu stosunkowi odpo-wiednio może jedna indywidualna idea reprezentować inne, dzięki wiązaniu bo-wiem, ~~łączy się~~ wyprowadzić jest dana idea w tendencji do wywoływania w miej-sce ~~idei~~ dowolnej idei wraz z nią reprezentowanej.

Nominalizm nowoczesny Berkeley'a i Hume'a różni się zasadniczo od nomi-nalizmu średniowiecznego. Gdy tamten był wyłącznie wynikiem rozważań [illegible] krytyki realizmu, i w treści swej sprowadzał się ~~[illegible]~~ jedynie do odrzucenia rze-czywistości pojęć, to nominalizm ~~[illegible]~~ Berkeley'a i Hume'a powstał z całej teorii po-znania Locke'a i wobec pozytywnego swego uzasadnienia w analizie psycho-logicznej. Jego uzasadnienie było więc odrębne i dlatego wymaga ono osobnej [illegible]

IV. 3. 429

na cały ostatni późniejszych badań logicznych.

4. 17/X 33. Bacon położył w swych dziełach filozoficznych nacisk na wszelkiego rodzaju badania

sillogistyczny

empirycznych, wskutek czego w filozofji angielskiej kierunek ~~[illegible]~~ aksjomatyczny

ustąpił. Hobbes był wybitnym matematykiem (geom. anal.) i uważał, że badania

filozoficzne winny zbliżać się do metody badań matematycznych, a ideałem wiedzy

było dlań poznanie równie ścisłe i oczywiste, jak poznanie matematyczne.

Kierunek filozoficzny, obrany przez Descartes'a inspirującego się w matematyce, nosi

~~u [illegible]~~ nazwę racjonalizmu. Locke, Berkeley, Hume, byli empirystami,

dla

mając jednak wspólne z Descartes'em zainteresowanie sprawą pewności,

przedmiotowej poznania. Racjonalizm przyczynił się do zbliżenia logiki z matematyką,

do wypracowania logiki matematycznej. Zwrot jednak uległ ten przyczyniony

był zbyt [illegible] i powierzchowny, [illegible], że wykładający swoje poglądy

ni filozofowie w postaci wywodów matematycznych, aby im nadać wrażenie

ścisłej metody matematycznej. Tak Benedykt Spinoza nadał swemu traktatowi

filozoficznemu tytuł Ethica ordine geometrico demonstrata, rozwijając sposób

także

[illegible] w geometrji Euklidesa. Jednakże ten zewnętrzny pozór mate-

u niego

matyczny nie łączy się organicznie z treścią wywodów, a wobec nie daje tych korzeczy, których się Spinoza po nim spodziewał. Tomasz Hobbes stara się wyjść daleko i rozumowanie na wzór dziedzin matematycznych. Jednakże i jego rozważania potrzeby ważniejsze powód wyjaśnienia przeważne, tak że dopiero

Streszcz. wykł. V. 16. X. 1926. 4 25

Gottfried Wilhelm

Leibniz pierwszy ujął w sposób wyraźny analogię między matematyką i logiką, odnajdując ją na tem, że jak z jednej strony działania matematyczne sprowadzają się do operacji formy rozumowania, zmierzające do badania własności przedmiotów matematycznych, liczb i utworów geometrycznych, tak z drugiej strony i sposoby rozumowania sprowadzone przez logikę, mogą być ujęte jako działania zachodzące na pojęciach i sądach. Ponieważ zaś takie działania szybciej postępujemy się

symbolicznej

matematyce, przez wyrażenie takich symboli, jak uważał słusznie Leibniz, należy dążyć do stworzenia logiki, jako teorji działań wykonywanych na pojęciach.

Dlatego też wysiłki Leibniza zmierzają do analizy pojęć logicznych do stworzenia odpowiedniej symboliki, takiej mianowicie, by wystarczała ona do przedstawienia

czyli charakterów

wszelkich pojęć złożonych, przy pomocy ograniczonej liczby symboli podstawowych.

Stren czesław 27 ex 1927

Naukę mającą w zadaniu stworzenie takiej symboliki nadał Leibniz nazwę charakterystyki uniwersalnej; jakkolwiek jednak pomimo starań takiej nauki Leibn. nie stworzył, to jednak odkrywszy szereg analogii pojęć i działań logicznych, przyczynił się do rozwoju nowej gałęzi wiedzy, która weszła w skład logiki matematycznej czyli logistyki.

Zaznaczają się w charakterystyce racjonalnej pozycji i [illegible] od Kantowskiemi
odróżnień Leibniza oczywistości, jaka w niej się wyraża, od pewności, jaką [illegible]-
uzyskują fakty doświadczenia. Racjonalizm z jednej strony pewności rozumowej, vérités
de raison i vérités de raison, z drugiej strony pewności empirycznej, vérités des
faits. Nie wszystko, co jest pewnie rozumowe, jest zarazem pewnością faktyczną;
do pewności ~~[illegible]~~ należy nie tylko to, co jest dane w doświadczeniu, ale i wszystko
co jest możliwe, co nie przeczy sprzeczności. To odróżnienie danych rzeczowych i te-
raz empirycznych należy rozwinąć w teorii poznania Kanta, w odróżnieniu
racjonalnej formy poznania ~~a~~ i empirycznej jego treści.

Racjonalizm z jednej strony, empiryzm z drugiej, rodzaje od tej chwili, są
~~[illegible]~~ bez względu bądź różnych, poczynając rozmaitych kierunków
tych badań, uzależniając swój kierunek, z których każdy pomimo
w zasadzie, bądź od racjonalizmu, bądź od empiryzmu, bądź od obu naraz,
w rozmaitych kombinacjach i odmianach. Były to [illegible]: bądź racjo-
tyczny albo ontologiczny, bądź matematyczny, bądź epistemologiczny, bądź
psychologiczny i logiczny pozytywistyczny albo idealistyczny.

5.
19 IX
33.

Logiczny pozytywizm albo idealizm wyprowadza się od ~~[illegible]~~ stanowiska krytycznego

Dawida Hume'a. Nauką pozytywną, ~~której~~ twórcą jej jest filozof francuski August Comte, określa się stanowisko filozoficzne według którego nauka ~~[illegible]~~ powinna się ograniczać do stwierdzania i opisywania faktów z wyłączeniem wszelkich ~~pojęć oderwanych~~ kombinacyj myślowych, uznając tylko dane doświadczenia bezpośred- niego. Pierwszym pozytywistą w tym znaczeniu był David Hume, a pozytywizm jego objawiał się w tem, że uznał on za przedmiot badania naukowego wszystko to, co da się sprowadzić do wrażeń, t. j. danych doświadczenia. W myśleniu zaś odrzucił on z tego samego względu zasadnie związek przyczynowy, ~~twierdząc~~ konkludując, że istotą związku przyczynowego jest stałe powiązanie między ideami dwóch stale po sobie następujących zjawisk.

Dalszy ~~[illegible]~~ pozytywizm oparty na poglądach Hume'a wprowadzili główni Anglicy, między innymi znakomici uczeni John Herschel i William Whewell.

Streszcz. wykł. VI. 19. X. 1936. 428

Str. wykł. 28 21. I. 1927

Głównym przedstawicielem logiki nominalistycznej lub idealistycznej był John Stuart Mill. Mill dzieli wszelkie nasze poznanie na bezpośrednie, t.zn. uzyskane bezpośrednio z obserwacji i doświadczenia, oraz pośrednie, t.j. wywnioskowane z innych danych bezpośrednich. Logika jest nauką o sposobach (uzasadniania, czyli) wnioskowania przez drogę pośrednią z danych bezpośrednich. Cała nasza wiedza wiąże się z szeregu wrażeń, ~~t.j. z [illegible] i [illegible]~~ jakie mi się nasuną rzeczy i zdania o tych rzeczach. Pojęcia ogólne, jako wytwory umysłu nie istnieją. Mamy jednak nazwy ogólne rzeczy, odnoszące z szeregu cech wspólnych przedmiotów indywidualnych, do których dana nazwa się stosuje, dzięki temu odniesieniu możemy ~~[illegible]~~ (którą) wszystko wyjaśniać na owe cechy wspólne i ~~[illegible]~~ (to) [illegible] nich jednak ~~którą~~ (stosować) tej nazwy użyć, z pozostawieniem cech indywidualnych na dalszym planie. Nazwa ogólna wymaga potem też wiele razy jeśli ją ujmować potrzeba, a tem wyobrażeniem jednak wywołanym grupę cech wspólnych, pozostałe zaś jej cechy są obojętne. Nazwa ogólna oznacza (denotuje) przedmioty, a współoznacza (connotes) ich cechy.

Zdania nie wyrażają stosunków między pojęciami, lecz stosunki między faktami doświadczenia. Istnieje zatem ~~[illegible]~~ a jest to słuszne, że cechy wspól-

ne uważane przez jednostkę i to wyższego rzędu. Cechy te umożliwiają

się łatwo odnieść do pewnej klasy zjawisk fizycznych bądź psychicznych.

Dzięki temu każde istnieje wyraz jako pewnej [illegible] [illegible], niezależnie

jest [illegible] między [illegible]. Są to te same pojęcia, które się potrzebuje

[illegible] się [illegible], [illegible] [illegible] [illegible] się [illegible] [illegible] [illegible]

poznania, według których tworzymy istnienia. [illegible] bezpośrednio [illegible] się

jedynie w istnieniach jednostkowych, a istnienia ogólnego doświadczenia od tych istnień pocho-

dzą jednostkowych drogą indukcji, tak jednak zawsze ogólne [illegible] ~~[illegible]~~ bezpośrednio

nie i [illegible] są zdaniem [illegible] [illegible] indukcji

dane doświadczenia.

Inny [illegible] bodaj fizycznego [illegible] [illegible] Emanuela Kanta,

Kant w [illegible] Leibniza [illegible] [illegible] poznanie, poznanie [illegible]

i poznanie empiryczne, uważając je jednak za dwa ~~[illegible]~~ źródła, których [illegible] poz-

[illegible] [illegible] [illegible] w sobie wyjątkowego. Źródło [illegible] [illegible] [illegible]

poznania, [illegible] (empiryczny [illegible] [illegible]) [illegible] [illegible] [illegible], od-

dzieląc w książce zakres pojęcia wszystko, w zgodzie z stwierdzeniem,
wszystko, co jest jednostkowe, szczegółowe, różne w każdym poszczególnym
przypadku. Materja poznania jest aposterjoryczna, dlatego jednostkowa, szcze-
gółowa, forma poznania jest apriorjczna, dla wszystkich, którzy poznają,
6. powszechna i konieczna. Istnieją dwa rodzaje form poznawczych, formy
24/X 33. wyobrażeniowe, czyli wyobrażenia, apriorjczne składniki wszelkiego poznania
naocznego nas i przedmiotów oraz formy pojęciowe, czyli pojęcia, apriorjczne składniki
wszelkich rodzajów myśli bez względu na naoczność, kategorje ilości, jakości,
stosunku i modalności, w ogólnej liczbie dwunastu. – Kant uważa
logikę za naukę o formach pojęciowych poznania, czyniąc ją w ten sposób
zależną od swych badań epistemologicznych, stąd zaliczamy Kanta do
kierunku logiki epistemologicznej.

Aż do czasów Kanta logika była uważana za naukę normatywną i praktyczną, za naukę
o poprawnych sposobach myślenia i rozumowania.

Ćwicz. [illegible] VII. 26/X. 26. 1. 431

Jak mówiłem w ostatnim wykładzie, według Kanta nie jest logika nauką [illegible] normatywną ~~[illegible]~~, której [illegible] celem byłoby podawanie reguł rozumowania, jak to [illegible] zdania [illegible], jak [illegible]. Dla Kanta jest logika nauką teoretyczną (formalną), tzn. nauką o formie poznania, nauką czystą, t.j. niezależną od doświadczenia, bo nie pochodzącą z żadnej ~~[illegible]~~ [illegible]

Nie [illegible] się [illegible] poznania, nie opiera się na danych doświadczenia. [illegible] logika na wzór zasadniczej matematyki. nie może mieć niczego z psychologii rozważającej [illegible], jakiem jest ono w doświadczeniu; z drugiej strony zajmuje się wyjaśnieniem formami [illegible] ~~[illegible]~~ nie ma logika nic wspólnego z nauką o bytach, z metafizyką. Ten podział [illegible] logiki zarówno od psychologii jak i od metafizyki [illegible] ~~[illegible]~~ [illegible], we współczesnych pojęciach logiki.

Str. 89 z r. 1927/28.

W nauce o sądzie odróżnia Kant sąd od [illegible] opartego na prawach kojarzenia; ~~[illegible]~~ dwie te rzeczy były [illegible] ~~[illegible]~~ Dwie złączone ideje tworzą właśnie sąd; ~~[illegible]~~ [illegible]

~~[illegible]~~ przez zastosowanie kategoryj do [illegible] sądów, [illegible] formę, stosownie do 12 kategoryj mamy dwanaście rodzajów sądów, odróżnionych ze względu na ich formę.

sąd zaś, odróżniających ze względu na ich formę, mianowicie

Ilość	Jakość	Stosunek	Modalność
ogólne	twierdzące	kategoryczne,	problematyczne,
szczególne	przeczące	hipotetyczne,	asertoryczne,
jednostkowe	nieskończone	rozłączne.	apodyktyczne.

Ze względu zaś na stosunek podmiotu do orzeczenia dzieli Kant sądy na analityczne i syntetyczne. Sąd nazywa się analitycznym, gdy treść orzeczenia mieści się w treści podmiotu, tak iż sąd analityczny daje się ~~w bezpo~~ dedukcyjnie wywieść z definicji podmiotu. Sądy te są wyjaśniającymi, rozwijają treść podmiotu. Przeciwnie sądy syntetyczne nie dają się wyprowadzić z definicji podmiotu; w syntetycznym orzeczenie dodaje coś nowego do treści podmiotu; wiążą one dopiero podmiot z orzeczeniem. Sądy takie nazywa Kant rozszerzającymi, pomnażają rozszerzając naszą wiedzę o podmiocie. Sądy analityczne są wszystkie a priori, t.zn. z naszej definicji podmiotu wyprowadzamy sąd taki bez odwoływania się do doświadczenia. Natomiast wszystkie sądy doświadczenia są sądami syntetycznemi. Sądy syntetyczne a priori, istnieją również, a takiemi uznawał sądy tyczące formy poznania zmysłowego, stanowią sądy te twierdzenia arytmetyki i geometrji.

VII. 3.

Pogląd Kanta w sposób zbyt niekonsekwentny [illegible] odrzucenie się

7. 26/X 33. w istocie swej okazał się niezbityi. Pozostały się z tego dwa główne

punkty: jednym było podkreślenie przez Kanta wszechstronności materii i formy poznania, drugim odróżnienie teoretycznego i praktycznego rozumu; który

zjawisk i rzeczy samych w sobie (nie)

pozostawia wniosek, że rozum teoretyczny poznaje tylko rzeczy, nie

rzeczy same w sobie; rozum praktyczny natomiast do ~~[illegible]~~ zasad

urzeczywistnienia

moralnych ~~[illegible]~~ postępowania zmierza rzeczy niezbitych. ~~[illegible]~~ rzeczy w rzeczach

innych w sobie, które zresztą przekonania nie dają się udowodnić w obrębie

rozumu teoretycznego, to ostateczności muszą być ujęte jako przedmioty

wiecznego postępowania w obrębie rozumu praktycznego.

26/X 1933. Nawiązując po Kancie filozofowie zarzucali jednak tego stanowisko, zgod-

nienie, z którego zarówno było ująć zarówno materię jak formę poznania, za-

równo rozum teoretyczny, jak praktyczny. W tej myśli Johann Gottlieb

idealistycznie

Fichte oparł się na twierdzeniu, że nie tylko forma, lecz i materia poznania

jest wytworem [illegible], wytworem „jaźni", z której drogą ciągłego szeregu

VII. 4.

Spójnie ze sobą skorygowanych aktów wymagających do się zwrócić całej treści teoretycznego i praktycznego rozumu. Niezależnie z „jedni”, której nie- [illegible] treści swej, że ją jednaję, rozwija się całości ~~treści~~ planu

metodą dialektyczną ~~wytycznie~~ według trzech praw stycznych:

Do str. 202.

F Jeśli Platon wskazywał, że przez zapomnienie potoczne-
ny z drugiego wyjścia utworzył nowe pojęcie

Semin. wykł. VIII. 28. X. 1926.

Jak mówiłem w ostatnim wykładzie założenie filozofii Hegla jest idealistyczne: zarówno forma jak i wszelkie poznanie jest wytworem „jaźni", ponieważ z jaźni, której [illegible] tezą jest określenie [illegible] [illegible] i [illegible] nie, rozwija się całość poznania metodą dialektyczną, której [illegible] [illegible] [illegible] jaźni [illegible] [illegible]: [illegible] [illegible], [illegible] [illegible] i [illegible] [illegible]. Dialektyka [illegible] się [illegible], u Sokratesa i Platona, [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible]; metoda [illegible] [illegible] formy dialogu, pytań i odpowiedzi. Metoda dialektyczna Hegla, [illegible] [illegible] Hegel [illegible] [illegible] w ten sposób, iż [illegible], [illegible] punktem wyjścia procesu dialektycznego, [illegible] [illegible] [illegible], [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible], [illegible] [illegible] [illegible]. [illegible] [illegible] w ten sposób tezę, antytezę i łączącą obie syntezę, która staje się tezą dla [illegible] [illegible] procesu dialektycznego itd.

Ten proces dialektyczny [illegible] w [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible], jak [illegible]. Przez to [illegible] i [illegible] [illegible] [illegible] dialektycznej.

na idealizm ~~Platona~~ przeciwstawia się logice dialektycznej, w szczególności naukę Heraklita z Efezu, którego naukę Arystoteles zwalczał. Według dialektyki sprzeczność istnieć nie może, jest utożsamiana z niebytem, przeciwnie zaś byt z sprzeczności jest utożsamiany, istotą wszelkiego rozwoju, ruchu, [illegible] się [illegible] nie, jest i nie jest (zarazem [illegible]) [illegible]. Jednakże ta teoria sprzeczności nie jest dla ~~[illegible]~~ dialektyki, o której mówimy, stanem ostatecznym myśli i rzeczywistości. Rozwój ten wskazuje ku pełni ostatecznemu. i dąży się z jego ostatecznym [illegible] ciem, ta mocą ostateczną zostaje usunięta sprzeczność, gdy ~~[illegible] [illegible]~~ ostateczna synteza, ~~[illegible]~~ obejmie całą obszar rzeczywistości ~~[illegible]~~ i wszystkie jej zasadnicze objawy.

Proces dialektyczny rozpoczyna się z [illegible] od [illegible] bytu, od [illegible], zgodnie z prawem identyczności: „byt jest bytem". [illegible] [illegible], [illegible] jest [illegible] [illegible] – według prawa sprzeczności – dialektyczny [illegible], odróżnienie się od tego, co nie jest jednym od nie-bytu. Byt i nie ~~nie~~ [illegible] [illegible] wszystko [illegible] – według prawa [illegible] (jak to nazywa [illegible]) – [illegible] [illegible], [illegible] nie może być [illegible] w swojej dziedzinie: Albo [illegible] ~~[illegible]~~ ~~[illegible]~~ [illegible] [illegible] jest [illegible], albo [illegible] nie-[illegible]. W [illegible] [illegible]

VIII. stając się rozumem teoretycznym

[illegible] się [illegible] [illegible], w którym wszystko działające, stając się rozumem

praktycznym, ~~[illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible]~~ tak więc [illegible] teoretycznym,

jak i praktycznym rozum wyłania z [illegible] rozwoju, [illegible] najwyższej

jaźni.

System filozoficzny Fichtego ~~[illegible]~~ nosi nazwę idealizmu subjektywnego. Idealizmem

nazywamy go jako pogląd, który widzi w świecie zewnętrznym jedynie wytwór

działalności ducha, a subjektywnym - ponieważ podstawą [illegible] jest jaź-

jaźń, podmiot myślący, będący [illegible] świadomości poszczególnego człowie-

ka.

Fryderyk Wilhelm Józef Schelling [illegible] nieco założenia Fichtego: Jaźń, duch,

i nie-jaźń, Natura, są jednem i tem samem, a przez [illegible] [illegible] jedynie

wyjaśnieniem siły [illegible] [illegible]. Z punktu takiego [illegible] wyjścia [illegible] się

system filozoficzny Schellinga filozofją identyczności, czyli idealizmem objektywnym.

Wreszcie ~~[illegible]~~ Georg Wilhelm Friedrich Hegel obiera jako punkt wyjścia dla

swej filozofji byt absolutny, [illegible] nieokreślony, u ~~38~~ 30

Streszcz. wykł. IX. 30. X. 1926.

Str. w 30
1927/28.
8.
28/X
1933.

Poznaliśmy w poprzednim wykładzie założenia Hegelowskiego systemu idealizmu absolutnego. Logika jest u niego podstawową częścią filozofji jako nauki o bycie. Punktem wyjścia procesu dialektycznego jest czysty byt, bez treści, nieokreślony ~~[illegible]~~ [illegible] w niczem. Przechodzenie w siebie bytu i niebytu, tj. (lecz) stawanie się jest [illegible], [illegible] się [illegible] i [illegible] [illegible] [illegible] W dalszym procesie dialektycznym byt, nie dający jako wyższej istnienie [illegible] [illegible] [illegible], rozwija się on [illegible] [illegible] [illegible] [illegible], [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible], [illegible] [illegible] [illegible] byt, czyli [illegible] [illegible] w sobie, [illegible] się [illegible].

Logika następców Fichtego, Schellinga i Hegla gubi się w ~~[illegible]~~ niedorzecznościach [illegible] [illegible] z naukami i mimo to [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible], ~~[illegible]~~ wszystkich z dziedziną [illegible] [illegible] rozwijającymi się ~~naukami~~ gałęziami nauk, psychologji i matematyki. Zajmują się psychologizmem zagadnienie w filozofji, zagadnienie, co w ogóle nauki filozoficzne, a między niemi także zagadnieniami logiki, które powstają w ścisłym związku ze zjawiskami psychicznemi. Przedstawicielem ~~tego~~ psychologizmu [illegible], nie tylko psychologji. Fryderyk Edward Beneke, [illegible] [illegible] [illegible] i [illegible] [illegible] się [illegible]

Tymczasem w Anglji powstawała pod wpływem [illegible] rozwoju nauk [illegible] Metodologicznej: Jest bliższe zaś wiele [illegible] z psychologizmem [illegible] powstał pragmatyzm, który zakwitnął w Ameryce i propagowany między innymi zwłaszcza przez Ch. Peirce'a i W. James'a. Według pragmatyzmu logikę należy oceniać nie tylko ze względu psychologicznego jako teorji myślenia, lecz należy odnosić ją do całej osobowości człowieka, oraz z jego praktycznemi potrzebami i dążeniami. Za prawdę trzeba uważać to, co ma znaczenie życiowe bez względu na uzasadnienie drogą oderwanego od życia teoretyzowania.

Rozwój matematyki w XIX w. stworzył logikę matematyczną. Myśl [illegible] Leibniza, aby [illegible] [illegible] pewne działania logiczne analogiczne do [illegible] i [illegible] matematycznych George Boole [illegible] tym działaniom logicznym znaczenie, dodawanie logiczne, odpowiadające ~~[illegible]~~ generalizacji, mnożenie logiczne, odpowiadające determinacji i odejmowanie logiczne odpowiadające negacji. Pojęcie uogólniające, o treści obejmującej wszystkie [illegible], a które w danym zakresie mają, [illegible] jako

9. O wyrazie, [illegible] o [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] jako o wyrazie, [illegible] [illegible],

4/XI [illegible] [illegible] są te same ~~[illegible]~~ [illegible] wyrazie. Każdy [illegible] [illegible]

33 [illegible] [illegible]. [illegible] [illegible] wyrazu [illegible] [illegible] [illegible] [illegible]

może być traktowane jako [illegible] wyrazu. Każde [illegible] [illegible]

jest [illegible] [illegible] [illegible] wyrazowych, [illegible] jako [illegible]-

[illegible] jego [illegible]. [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] jest

opracowanie teorji [illegible] wyrazowych i [illegible] ich [illegible]; teorji

[illegible] [illegible] [illegible] się w [illegible] [illegible] [illegible] wyrazowych, [illegible]

[illegible] [illegible] wyrazu.

Streszcz. wykł. X. 4. XI. 1926.

~~Jak widzimy z ostatniego wykładu~~, z wywodami twórców logiki matematycznej, — niezależnie od algebry logicznej — wyrosłemi na tle ~~[illegible]~~ rozwoju logicznych podstaw matematyki, spotykają się w odmiennym swoim wariancie, jakie osiągnęła mniej więcej jedna z gałęzi logiki psychologicznej, rozwinięta samodzielnie i odrębnie od niej przez Franciszka Brentana. Logika Brentana ~~[illegible]~~ jest pierwszą od czasów Stoików logiką sądów, nie logiką pojęć, uważając sąd za ~~[illegible]~~ jednostkę nie dającą się sprowadzić do stosunku między dwu pojęciami. Cechą istotną zjawisk psychicznych według Brentana jest intencjonalna inegzystencja immanentnego przedmiotu zjawiska psychicznego, czyli okoliczność, że w zjawisku psychicznem mamy dane ~~[illegible]~~ coś, ~~[illegible]~~ do czego zjawisko się odnosi. Wedle trzech odmian stosunku intencjonalnego między zjawiskiem psychicznem i jego przedmiotem immanentnym, odróżnia Brentano trzy rodzaje zjawisk psychicznych, przedstawienia, sądy i zjawiska życia emocjonalnego. Logika zajmuje się sądami. Ze względu na stosunek [illegible], stosunek intencjonalny, dający się określić jako uznawanie się lub odrzucanie [illegible]-

ważniejszego, sądy tworzą odrębny rodzaj zjawisk psychicznych, sąd zatem idiogenetycznej teorji sądów dla logiki Brentany, w przeciwieństwie do teorji allo-genetycznych, zaliczających ~~przedstawień~~ sądy do innych rodzajów zjawisk psychicznych. Sądy polegają w potwierdzeniu lub zaprzeczeniu istnienia. Mianowicie sądzimy, że uznajemy istnienie, gdy uznajemy jakiś sąd twierdzący o tym przedmiocie. Innemi słowy, według Brentany w każdym sądzie stwierdzamy lub zaprzeczamy istnienie materji tego sądu. Każdy sąd jest dla Brentany sądem egzystencjalnym, podczas gdy zwolennicy logiki arystotelesowskiej odróżniali ~~[illegible]~~, sądy kategoryczne dwuczłonowe, „S jest P": sądy egzystencjalne, jednoczłonowe, „S jest." A mianowicie według Brentany sąd „Każde S jest P" znaczy ~~według Brentany~~ „S nie P nie istnieje"; sąd „Żadne S nie jest P" znaczy „SP nie istnieje"; sąd „Niektóre S są P" znaczy „SP istnieje"; sąd „Niektóre S nie są P" znaczy „S nie P istnieje". Według tradycyjnego podziału ogólnego właściwym podziałem sądów, jak i ich podział na twierdzące i przeczące. Podział sądów tzw. według „ilości" na ogólne i szczegółowe nie jest ostry i niejasny. Sądy szczegółowe bowiem są według Brentany sądami twierdzącymi, a ogólne przeczącymi.

ści, sądy ogólne - sądami uniwersalnie; w sądzie ogólnym twierdz. i szczeg. przecz. występuje oznaczenie poprzeczne, czego nie ma w sądzie szczegółowym twierdzącym i ogólnym uniwersalnym. -

Dalsza różnica między logiką Arystot. i logiką Brentana polega na tym, że wyrażenie „każde S jest P" jest dwuznaczne. Poza tym, że znaczy ono „S nie P nie istnieje" może ono znaczyć jeszcze ponadto „S istnieje". To samo odnosi się do sądu „żadne S nie jest P". Brentano przez wyrażenia „każde S jest P" i „żadne S nie jest P", tam gdzie to [illegible], [illegible], [illegible] w lo-gice Arystotelesa mają one także znaczenie „S istnieje", [illegible] Logika Arystotelesa nie zna przeto

10. 7/XI 33. [illegible] sądów egzystencjalnych. X

sądów ogólnych. Dlatego nie były [illegible] sądami o egzystencji przedmiotów i jest przeto bardziej ograniczona, mniej ogólna od logiki sądów Brentana, która zna także sądy ogólne nie zawierające [illegible] istnienia S. Po tej [illegible] Brentana nie wszystkie twierdzenia logiki Arystotelesa pozostają ważne. Stosunki między sądami z kwadratu logicznego, odwrócenie sądów ze [illegible], niektóre [illegible] muszą być [illegible] w systemie [illegible] logiki Arystotelesowej.

Strener. wykł. XI. 6. XI. 26. 479

~~Jak mówiłem w ostatnim wykładzie~~, główne wyniki logiki Brentany są nastę-
pujące: 1) Odrzucenie teorji sądów i sprowadzenie sądów kategorycznych do formy
egzystencjalnej 2) Odrzucenie podziału według ilości, a wiązanie go raczej podział
na sądy twierdzące i przeczące według formy oraz twierdzące i przeczące według materji,
3) ~~[illegible]~~ Rozszerzenie zakresu sądów przez odróżnianie w rozważeniu [illegible]
dla sądu ogólnego dwóch składników: właściwego sądu ogólnego, stwierdzającego istnienie ~~[illegible]~~
materji ~~[illegible]~~ S nie P (w sądach twierdzących) lub materji SP (w sądach przeczących)
oraz sądu stwierdzającego istnienie S. Przez odrzucenie tego drugiego składnika
do właściwego sądu ogólnego otrzymujemy zakres ciaśniejszy, w którym wyjście
obraca się logika Arystotelesa.
~~[illegible]~~ Wyniki logiki Brentany wyjaśnienie ad 2 i 3 zasady nasuwają porównanie z innego punktu
widzenia przez logikę matematyczną w brzmieniu Peany, a zwłaszcza Russella.
Teorja Russella wychodzi od sądów jednostkowych, czyli elementarnych, jako podstawo-
wych składników logiki, będąc w tym podobna do logiki pozytywistycznej Milla; jednakże
odpowiednio inaczej wyprowadza Russell sądy ogólne z sądów jednostkowych, jak Mill, od-
rzuca między nimi tylko ~~[illegible]~~ związek indukcyjny. – Wypowiedziane sądy

jednoznacznego jest dla Russella funkcja propozycjonalna, czyli wyrażenie, które zawiera, gdy w niej jeden [illegible] z jego składników np. podmiot, zastąpiony przez symbol o znaczeniu zmiennym, x, zmienną logiczną. ~~Symbol~~ Zmienna
zmiennymi, oznaczające wartości t. zw.
posiada (możemy) [illegible] dowolne znaczenia; ~~Ale każda z wartości zmiennej~~
(zawsze)
funkcja propozycjonalna zamienia się w zdanie, zależnie od tego jakie wartości przybiera-ta zmienna w tej funkcji przyjęta. Zbiór wartości zmiennej, dla których funkcja propozycjonalna zamienia się w zdanie prawdziwe, nazywamy zakresem tej funkcji
np. x jest ~~[illegible]~~ posiadaczem [illegible] (wartości
propozycjonalnej. Zakres funkcji propozycjonalnej jest identyczny z zakresem pojęcia, którego treść odpowiada treści funkcji propozycjonalnej. Jednakże pojęcie [?] jako takie w teorii Russella nie może być zastąpione przez funkcję propozycjonalną, a więcej ich pojęcia funkcji nie mają [illegible] pojęcia w rozumieniu logiki pojęć, używane są w rozdziale log. klas. Twardowski i Kotarbiński [illegible]
Twardowski i Słomiński [illegible], [illegible]
cje propozycjonalne. Między dwiema funkcjami propozycjonalnymi istnieje stosunek implikacji formalnej, jeżeli dla każdej ~~wartości~~ wartości zmiennej, dla której pierwsza f. pr. zamienia się w zdanie prawdziwe, także druga zamienia się w zdanie prawdziwe, i dla każdej wartości zmiennej, dla której druga zamienia się w zdanie fałszywe, także pierwsza zamienia się w zdanie fałszywe; stosunek implikacji formalnej wyraża się w zdaniu sformułowanym „jeżeli... to”, i jest podobny do stosunku racji do następstwa

w logice klasycznej:

Sądy ~~według klasycznej omówione są w logice Russella oraz stosunek między~~ wyrażające według logiki pojęć stosunki między pojęciami, [illegible] w logice Russella ~~piszą~~ ~~[illegible]~~ pod względem ogólniejszej formalnej jako ich zawieranie; między funkcjami zdaniowymi, występującymi w logice pojęć. Mianowicie sąd ogólny twierdzący „każde S jest P" otrzymuje postać: [x] dla wszelkich x „jeżeli x jest S, to x jest P", sąd ogólny przeczący „żadne S nie jest P", „jeżeli x jest S, to x nie jest P", sąd szczegółowy twierdzący „niektóre S są P" otrzymuje postać ∃x / przy pewnych wartościach x „nie jest prawdą, że jeżeli x jest S, to x nie jest P", czyli przy pewnych wartościach x „może być, że x jest S i x jest P"; sąd szczegółowy przeczący „niektóre S nie są P" otrzymuje postać „nie jest prawdą, że jeżeli x jest S, to x jest P", czyli przy pewnych wartościach x „może być, że x jest S i x nie jest P".

Taki sposób rozumienia sądów pociąga za sobą w logice Russella te same konsekwencje, które powodujemy w logice Brentany. Są więc również podział zdań na twierdzące i przeczące, przyjęcie [illegible] każdy [illegible] jedynie podział zdań na [illegible] [illegible], [illegible] [illegible] zaś forma zdań, [illegible] [illegible], [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] zdań jest [illegible] sposób, że jako funkcji zdaniowej, [illegible] [illegible] zdań jest [illegible]. Mamy też [illegible] to samo [illegible] [illegible] zdań, które charakteryzowano.

XI. 4. 449

albo logikę tradycyjną w stosunku do logiki Arystotelesa. Dalej odróżnić

[illegible] [illegible] jeżeli x jest S, to x jest P, jako wyrażenie [illegible] sądu ogólnego

twierdzącego, od sądu egzystencjalnego istnieje x, które jest S, albo krócej: istnieje

S. Logika Arystotelesa zna tylko takie sądy ogólne, w których przyjmuje się istnienie

[illegible] się od sądów egzystencjalnych, natomiast w logice Russella oddzielone są [illegible]

[illegible]. Dalej [illegible] [illegible] [illegible] logiki Russella [illegible] [illegible], os-

tatnie jest logiki tradycyjnej, że nie wszystkie reguły [illegible] po-

[illegible] w niej [illegible], które logika Arystotelesa i logika [illegible]

[illegible] w [illegible] [illegible] [illegible], [illegible] [illegible] [illegible] i [illegible]

sylogizmu.

Stosunk. wykł. XII. 9. XI. 1926.

Str. w. 33 z r. 1927/28.

11. Jak mówiłem w poprzednim wykładzie logika matematyczna rozszerzyła

9/XI.

33. zakres badań logicznych nie tylko na to, iż ~~[illegible]~~ bierze szczegóły ogólne ~~[illegible]~~ ~~[illegible]~~ w znaczeniu ogólniejszem, niż logika Arystotelesa, lecz także w innym jeszcze kierunku. Jak algebra bada stosunki liczbowe, tak logika wyjść Arystotelesa bada stosunki objemowe między nazwami, a logika zdań stosunki wzajemnej zależności między zdaniami. Nie mówiąc o stosunkach tych opierały się na ich własnościach wyłącznie sposoby wnioskowania, ~~[illegible]~~ którymi posługiwano się w logice ~~tradycyjnej~~. Poszerzyły one zakresem badań logicznych sposoby wnioskowania, opierające się na własnościach innych stosunków, przykładowo sposoby takie były używane w różnych naukach. Ażeby te sposoby wnioskowania objąć badaniami logicznemi, należało badaniu te rozważania i zagadnienia, jakie własności stosunków, występujących w pewnych zdaniach, pozwalają wnioskować z prawdziwości jednych z tych zdań, o prawdziwości innych. Te rozważania badania logiczne, zajmujące się własnościami stosunków wogóle otrzymały nazwę teorji stosunków. Z punktu widzenia tych tak bardzo ogólnych

badań logika ogólna jest teorją jednego stosunku, mianowicie stosunku sub-
sumcji między pojęciami, logika zaś jest teorją stosunku racji do następ-
stwa, matematyka jest teorją pewnych mniej szczególnych stosunków, zwanych
matematycznemi.

Ten tak silny w XIX i XX w. rozwój logiki matematycznej sprawił, że
wyodrębniła się ona z zespołu nauk filozoficznych w odrębną naukę
szczegółową. Jednakże nie został przez to zerwany związek między badaniami
logicznemi i filozofją. Przez owe zagadnienia najważniejsze, zagadnienie podsta-
wowe wiąże się logika ściśle z ~~filozofją~~ innemi działami filozofji, a także tego
z innemi naukami szczegółowemi. Wymienimy tu takie zagadnienia, któ-
wskażę
~~rem się wymienimy~~. Jedne, to zagadnienia graniczne między logiką i psychologją,
mające na celu wyjaśnić związek myśli i sądu, pewne wnioskowania typowe,
odpowiadającymi im
z wyrażeniami słownemi oraz odgraniczyć logikę od psychologji. Drugie
to zagadnienia graniczne między logiką i gramatyką, mające na celu określić
i wyjaśnić związek między owemi wnioskowaniami typowymi, a wyrażającemi
je terminami i zdaniami.

Logika 1933/34

450

Logika (1933/34)

Podstawowe zagadn. logiki i metodologii (1926/27)

1\. 17/10. (str. 1-5) Peano 1858 - 1932

2\. 12/10 (str. 5 - 16)

3\. 14/X (str. 16 - 25)

4\. 17/X (str. 25 - 34)

5\. 21/X. (str. 34 - 41)

6\. 24/X (str. 41 - 46)

7\. 26/X (T. poczn. 1924/25 199 - 204, - 47, 48 - t. p. 1924/25 205 - 210)

8\. 28/X. (" 210 - 215, - 49 - 53)

9 ~~31/X~~ 4/XI (str. 53 - 61)

10\. 7/XI str. 61 - 63

11\. 9/XI (str. 64 - 66)

1.

Algebra logiki.

Rozpoczniemy rozważania logiczne od algebry logiki, aby zapoznać się z jej podstawowymi twierdzeniami. Twierdzenia te mają pewną cechę charakterystyczną. Można je stosować interpretować. Mianowicie możemy przyjąć, że wyrażają one pewne związki między zdaniami, otrzymamy wtedy teorię dedukcji, i pewne związki między klasami, wtedy mamy teorię klas. Przyjmujemy tę ostatnią teorię w postaci tej algebry. ~~[illegible]~~ nie będziemy się w nią teraz wgłębiać.

12. 14/XI p, q, r, s, są zdaniami — $a, b, c, d \ldots$ są klasy.

związki zawierania	$p \supset q$ (implikacja)		$a < b$ (zaw., zawiera)	związki
związki wykluczania	$p \vee q$ (lub)		$a + b$ (lub)	są związkami
są równe zdaniami	$p . q$ (i)		$a . b$ (i)	między klasami.

Zasady:

Z 1) $p \supset p$	zasada tożsamości	$a < a$
Z 2) $p \supset q . q \supset r : \supset p \supset r$	zas. sylogizmu	$(a<b)(b<c) \supset (a<c)$
Z 2a) $pq \supset r . \supset : p . \supset . q \supset r$	zas. eksportacji	
Z 3) a) $pq \supset p$ b) $pq \supset q$	zas. symplifikacji	$ab < a$; $ab < b$
Z 4) a) $p \supset p \vee q$ b) $q \supset p \vee q$		$a < (a+b)$ $b < (a+b)$
13. 16/XI Z 5) $p \supset q . p \supset r : \supset . p \supset qr$	zas. kompozycji	$(a<b)(a<c) \supset a < bc$
Z 6) $p \supset r . q \supset r : \supset : p \vee q . \supset r$		$(a<c)(b<c) \supset \{a+b\} < c$
Z 7) $p \vee q . r : \supset pr \vee qr$	zas. dystrybucji	$(a+b)c < ac + bc$
Def. D1 $p \supset q . q \supset p . =_{df} p \equiv q$		$(a<b)(b<a) =_{df} (a=b)$

prawa słuszne dla związków między zdaniami i klasami

 452

14.
18/XI Reguła podstawiania, reguła odrywania, reguła wstawiania

Używając reguły podstawiania i wstawiania do Z 1 udowodnimy ...

$p \supset q . q \supset p : \supset . p \equiv q$ (1a)

$p \equiv q . \supset : p \supset q . q \supset p$ (1b)

wstawianie D 1, tj. $p \supset q . q \supset p : \equiv . p \equiv q$ (1)

~~2 a) $p \supset qr : \supset . p \supset q$ b) $p \supset qr . \supset . p \supset r$~~

~~[2 2. q/qr, r/q] $p \supset qr . qr \supset q : \supset . p \supset q$~~

(2) $pq \equiv qp$

(3) $p \vee q \equiv q \vee p$

dowód

podst.
23 $(pq \supset q)(pq \supset p)$ Σ(p.

Komp.
25 $(pq \supset q)(pq \supset p) : \supset . (pq \supset qp)$

podst.
23 $(qp \supset p)(qp \supset q)$

Komp.
25) $(qp \supset p)(qp \supset q) : \supset . qp \supset pq$

(2) $pq \equiv qp$

podst.
24, $((p \supset . p \vee q))(q \supset . p \vee q)$

Komp.
26 $(p \supset p \vee q)(p \supset . p \vee q) \supset : q \vee p . \supset . p \vee q$

24 $(q \supset p \vee q)(p \supset p \vee q)$

26 $(q \supset p \vee q)(p \supset p \vee q) \supset . p \vee q . \supset q \vee p$

(3) $p \vee q \equiv q \vee p$

15.
21/XI (2) i (3) nazywamy prawami komutacji (przemienności)

4) $p \equiv pp$

5) $p \equiv p + p$

Ident. Komp.
21, 25 $(p \supset p)(p \supset p) . \supset . p \supset pp$

Komp.
(21)(26) $(p \supset p)(p \supset p) : \supset : p \vee p . \supset p$

podst.
2(3) $pp \supset p$

podst.
(24) $p \supset p \vee p$

(1) $p \equiv pp$

(1) $p \equiv p \vee p$

4) i 5) prawa tautologii

Prawo absorbcji:

6) $p \vee pq . \equiv p$

idemp. ...

(21)(23)(26)

$(p \supset p)(pq \supset p) :\supset: p \vee pq . \supset p$

(24) $p \supset p \vee pq$

(1) $p \vee pq . \equiv p$

7) $p.(p \vee q) :\equiv p$

(21)(24)(25)

$(p \supset p)(p \supset p \vee q) :\supset:. p \supset : p . p \vee q$

2(3) $p . p \vee q : \supset p$

(1) $p . p \vee q : \equiv p$

16. 23/XI

8) $p \supset q . \supset . pr \supset qr$

prawo mnożenia

2.2 (sylog.)

$pr \supset p . p \supset q :\supset. pr \supset q$

22a (exp.) 23a (simpl.)

$p \supset q . \supset . pr \supset q$ (α)

25 (comp.)

$pr \supset q . pr \supset r :\supset. pr \supset qr$

(2) (komut.)

$pr \supset r . pr \supset q :\supset: pr \supset q . pr \supset r$

22 sylog.

$pr \supset r . pr \supset q :\supset. pr \supset qr$

22a (exp.) 23b (simpl.)

$pr \supset q :\supset: pr \supset qr$ β.

22 sylog. α, β,

$p \supset q . \supset . pr \supset qr$

9) $p \supset q . \supset : p \vee r . \supset . q \vee r$

prawo dodawania

22 (sylog.)

$p \supset q : q \supset . q \vee r :. \supset : p \supset . q \vee r$

(2) komut. 22 (sylog.) 22a (exp.) 24a sympl.

$p \supset q . \supset : p \supset . q \vee r$ (α)

2.6 (komp.)

$p \supset . q \vee r : r \supset . q \vee r :. \supset : p \vee r . \supset . q \vee r$

(2) komut. 22 (sylog.) 22a (exp.) 24b sympl.

$p \supset . q \vee r : \supset : p \vee r . \supset . q \vee r$ (β)

22 sylog. α β,

$p \supset q . \supset : p \vee r . \supset . q \vee r$

(10) p⊃q . r⊃s :⊃. $\overset{pr}{pq}$⊃qs

17.
25/XI

prawo mnożenia

Z 3 simpl.

p⊃q . r⊃s :⊃ p⊃q (α)

Z 2 syll.

pr⊃p . p⊃q :⊃. pr⊃q

Z 3a simpl.

p⊃q .⊃. pr⊃q (β)

Z 2 syll. (α)(β)

p⊃q . r⊃s :⊃. pr⊃q (I)

Z 3 simpl.

p⊃q . r⊃s :⊃. r⊃s (γ)

Z 2 syll.

pr⊃r . r⊃s :⊃. pr⊃s

Z 3a simpl.

r⊃s :⊃. pr⊃s (δ)

Z 2 syll. (γ)(δ)

p⊃q . r⊃s :⊃. pr⊃s II.

Z 5 komp. I . II.

p⊃q . r⊃s :⊃: pr⊃q . pr⊃s (ε)

Z 5 komp.

pr⊃q . pr⊃s :⊃. pr⊃qs (δ)

Z 2 syll. (ε)(δ)

p⊃q . r⊃s :⊃. pr⊃qs

(11) p⊃q . r⊃s :⊃: pvr .⊃. qvs

prawo dodawania.

Z 2.

p⊃q : q⊃. qvs :. ⊃ : p⊃. qvs

(2) komm. Z 2a (exp) Z 4a simpl.

p⊃q .⊃: p⊃. qvs 28

$\overset{r}{q}$⊃s : s⊃. qvs :. ⊃ : $\overset{r}{q}$⊃. qvs

(2) komm. Z 2a exp. Z 4b simpl.

r⊃s .⊃. r⊃. qvs

(10) mnoż.

p⊃q . r⊃s :⊃:. p⊃. qvs : r⊃. qvs

Z 6 komp.

p⊃. qvs : r⊃. qvs :. ⊃: pvr .⊃. qvs

Z 2 syll:

p⊃q . r⊃s :⊃: pvr .⊃. qvs

Zasada kompozycji 25 i 26 jest szczególnym wypadkiem twierdzeń (10) i (11)

445

(12) $p \supset qr . \supset : p \supset q . p \supset r$

18.

28/XI 22 syl.

$p \supset qr . qr \supset q : \supset . p \supset q$

(2) komm. 22 syl. 23a simpl.

$p \supset qr . \supset . p \supset q$ (α)

22 syl.

$p \supset qr . qr \supset r : \supset . p \supset r$

2 (komm) 22 syl. 23b simpl.

$p \supset qr . \supset . p \supset r$ (β)

25 komp. α, β

$p \supset qr . \supset : p \supset q . p \supset r$.

(1a) 25 (12)

$p \supset q . p \supset r : \equiv p \supset qr$

19.

14) ~~[illegible]~~

$pr \lor qr . \supset : p \lor q . r$

Tw. 8:

$p \supset . p \lor q : \supset :: pr \supset : p \lor q . r$

2.4a $pr \supset : p \lor q . r$

Tw. 8

$q \supset . p \lor q : \supset :: qr . \supset : p \lor q . r$

24b. $qr \supset : p \lor q . r$

26 $pr \lor qr : \supset : p \lor q . r$

19. 27/XI 33.

(13) $p \lor q . \supset r : \supset : p \supset r . q \supset r$

22 syl.

~~$p \lor q . \supset r$~~

$p \supset . p \lor q : p \lor q . \supset r :: \supset . p \supset r$

22a ~~syl.~~ 2.4a simpl.

$p \lor q . \supset r : \supset . p \supset r$ (α)

$q \supset . p \lor q : p \lor q . \supset r :: \supset . q \supset r$.

$p \lor q . \supset r :: \supset . q \supset r$ (β)

25 komp. (α)(β)

$p \lor q . \supset r : \supset : p \supset r . q \supset r$

(1a) 26 (13)

$p \supset q . q \supset r : \equiv : p \lor q . \supset r$.

15 $pq \lor r : \supset : p \lor r . q \lor r$

(odwrotne [illegible])

Tw 9. $pq \supset p : \supset :: pq \lor r : \supset : p \lor r$

23a $pq \lor r . \supset . p \lor r$

Tw 9. $pq \supset q . \supset : pq \lor r . \supset . q \lor r$

23b. $pq \lor r . \supset . q \lor r$

25 $pq \lor r . \supset : p \lor r . q \lor r$

456

16 ~~15 a)~~ $p \vee r . q \vee r : \supset . pq \vee r$ ([illegible] 27

27 $p \vee r . q \vee r : \supset :. p . q \vee r : \vee : r . q \vee r$ α)

T4 $p . q \vee r : \supset : q \vee r . p : \supset . qp \vee rp$

$qp \supset pq$

$rp \supset pr$

$qp \vee rp . \supset . pq \vee pr .$

T2. $p . q \vee r : \supset . pq \vee pr$

$r . q \vee r : \supset r$

11) $p . q \vee r : \vee : r . q \vee r :. \supset : pq \vee pr . \vee r$ β)

22 αβ) $p \vee r . q \vee r :. \supset : pq \vee pr . \vee r$

$pq \supset pq$

$pr \vee r \supset r$ (6)

$\supset : pq \vee r$ q.e.d.

(17) ~~[illegible]~~ $p \supset q . \equiv . p \equiv pq$

(21) (25)
$p \supset p . p \supset q : \supset . p \supset pq$

$p \supset q . \supset . p \supset pq$ α)

T1a
$p \supset pq . pq \supset p : \supset . p \equiv pq$

(23a) $p \supset pq . \supset . p \equiv pq$ (β)

(22) $p \supset q . \supset . p \equiv pq$ I

T16, 23, 22, $p \equiv pq . \supset . p \supset pq$

T12 $p \supset pq . \supset . p \supset q$

22 $p \equiv pq . \supset . p \supset q$ II

I, II $p \supset q . \equiv p \equiv pq$

(18.) $p \supset q . \equiv : p \vee q . \equiv q$

(26) $p \supset q . q \supset q : \supset : p \vee q . \supset q$

(21) $p \supset q . \supset : p \vee q . \supset q$ (α)

T1a $p \vee q . \supset q : q \supset . p \vee q :. \supset : p \vee q . \equiv q$

24 $p \vee q . \supset q : \supset : p \vee q \equiv q$ (β)

22 αβ, $p \supset q . \supset : p \vee q \equiv q$ I

T16, 23 22 $p \vee q \equiv q : \supset : p \vee q . \supset q$ γ

T. 13 $p \vee q . \supset q : \supset . p \supset q$ δ

22 γδ $p \vee q . \equiv q : \supset . p \supset q$ II.

21a I, II, $p \supset q . \equiv : p \vee q . \equiv q$

457

20.

2/XII 33.

19) ~~pq~~ $pr \equiv qr : p \vee r . \equiv . q \vee r :. \supset . p \equiv q$

(8) $p \vee pr . \equiv . pq \vee pr$ (α) $(p \vee r . \equiv . q \vee r) / . p$

(8) $pq \vee qr . \equiv . q \vee qr$ (β) $/ . q$

(9) $pq \vee pr . \equiv . pq \vee qr$ $(pr \equiv qr) / \vee pq$

Syll. α, β, $p \vee pr . \equiv . q \vee qr$

(6) als. $p \equiv q$

Z 8) $p \supset q . \equiv . \sim p \vee q$

Z 9) $p \supset q . \equiv . \sim (p . \sim q)$

20) $p \vee \sim p$ (prawo wyłącz. śr.)

21) $\sim (p \sim p)$ (pr. sprzeczności)

Z 8, q/p 21

29) q/p 21.

23) $p \supset q . \equiv . \sim q \supset \sim p$ (pr. transpozycji)

22 $p \equiv \sim\sim p$ (pr. podw. neg.)

$p \supset q . \equiv . \sim p \vee q$ (20) $p/\sim p$ $\sim p \vee \sim(\sim p)$.

28 $\equiv . p \supset \sim\sim p$ (α)

α $p/\sim p$ $\sim p \supset \sim\sim\sim p$

(9) $\sim p \supset \sim\sim\sim p) \supset : p \vee \sim p$. $\supset$ ~~pq~~ $\sim\sim\sim p \vee p$ (β)

(28) $\sim\sim p \supset p$ (γ)

α γ $p \equiv \sim\sim p$

21. 8. 458

5/XII 22) $q \supset . p \supset q$

22^a $p \vee q . \equiv . p \supset q . \supset q$

$p \vee q . \equiv \sim p \supset q$

$q \supset q$

$\sim p \vee q . \supset q . \equiv . p \supset q . \supset q$

(2 4 6) $q \supset . p \vee q \qquad p | \sim p$

$q \supset : \sim p \vee q . \equiv . p \supset q$

[illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible]!

~~23.) $p \supset q . \supset . \sim q \supset \sim p$~~

23) $p \equiv . \sim \sim p$ (prawo podwójnego przeczenia)

20 $p | \sim p \qquad \sim p \vee \sim \sim p$

(2 8) $\equiv . p \supset \sim \sim p$ (α)

(α) $p / \sim p \qquad \sim p \supset \sim \sim \sim p$

A.9 $\sim p \supset . \sim \sim \sim p : \supset : \sim p \vee p . \supset . \sim \sim p \vee p$

$\sim \sim p \vee p : \supset : \sim \sim p \supset p$ (β)

(α β) $p \equiv \sim \sim p .$

24) $p \supset q : \equiv . \sim q \supset \sim p$ (prawo transpozycji)

$p \supset q . \equiv . \sim p \vee q . \equiv . q \vee \sim p$

$\sim \sim q . \equiv . q$

$\sim \sim q \vee \sim p . \equiv . q \vee \sim p$

$\cancel{A}$ $p \supset q . \equiv . \sim \sim q \vee \sim p . \equiv \sim q \supset \sim p$

25.) $p \equiv q . \equiv . \sim p . \equiv . \sim q$ Równow. [illegible] [illegible] dla [illegible] wartości!

$p \supset q . \equiv . \sim q \supset \sim p$

$q \supset p . \equiv . \sim p \supset \sim q$

$\Big\}$ $p \supset q . q \supset p . \equiv \sim q \supset \sim p . \sim p \supset \sim q$

9.

26) $\sim(pq) . \equiv . \sim p \vee \sim r$ prawo de Morgana dla iloczynu (ściśle [illegible] i [illegible])

(2829) q/r $(\sim p \vee r . \equiv \sim(p \sim r)) \checkmark$

$r/\sim q$ $(\sim p \vee \sim q . \equiv \sim(p \sim\sim q)) \checkmark$

$\sim(pq) . \equiv . \sim p \vee \sim q$

$p \equiv p$

$\sim\sim q \equiv q$

$p \sim\sim q . \equiv . pq$

$\sim(p \sim\sim q) . \equiv . \sim(pq)$ (25)

[illegible]

27) $\sim(p \vee q) . \equiv . \sim p . \sim q$ prawo de Morgana dla sumy. (ściśle [illegible])

(2829) q/r $\sim r \vee q . \equiv \sim(r . \sim q)$

$r/\sim p$ $\sim\sim p \vee q . \equiv . \sim(\sim p . \sim q)$

$p \vee q . \equiv \sim(\sim p . \sim q)$

25! $\sim(p \vee q) . \equiv . \sim\sim(\sim p . \sim q)$

28.) $\sim p \supset p : \supset p$

29.) $p \supset \sim p . \supset \sim p .$

Pr. 28 $p/\sim p$ Pr. 23 -

Pr. 5 $p \vee p : \supset p$

Pr. 23 $\sim\sim p \vee p . \supset p$

28 $\sim p \supset p . \supset . p$

22.
7/XII.

30) ~~$pq \supset r . \equiv . pr \supset q . \equiv . qr \supset p$~~

$pq \supset r . \equiv . p \sim r \supset \sim q . \equiv . q \sim r \supset \sim p . \equiv .$ (prawo [illegible])

$\equiv : \sim r^{+} \supset \sim p \vee \sim q : \equiv : q . \supset : \sim p \vee r : \equiv : p \supset . \sim q \vee r$

$pq \supset r . \equiv \sim(pq \sim r) . \equiv . \sim(q \sim r \sim\sim p) . \equiv \sim(p \sim r \sim\sim q)$

$. \equiv . \sim(pq) \vee r . \equiv . \sim p \vee \sim q \vee r . \equiv . \sim p \vee \sim\sim r \vee \sim q . \equiv . \sim q \vee \sim\sim r \vee p$

460

V - verum

2 (i) $q \supset V$ $\qquad \sim V =_{df} \Lambda$ $\qquad \Lambda$ falsum :

23.

12/XII. (22) $q \supset . \; p \supset q$ ~~verum [illegible]~~

$q \supset . V \supset q$

$$\frac{q \supset V \, p : q \supset . \; q \supset V}{q \supset . \; q \equiv V}$$

31) verum wszędzie :

32. $q \supset V . \equiv . \; \Lambda \supset \sim q$

$q | \sim p \qquad \Lambda \supset p$

33) $p \vee \sim p \equiv V$

$p \vee p \equiv p$

$V \vee \Lambda \equiv V$

$V \vee V \equiv V$

$\Lambda \vee \Lambda \equiv \Lambda$

$\Lambda \vee V \equiv V$

$\sim (p \sim p) . \equiv . V$

$(p \sim p) \equiv \Lambda$

$p p \equiv p$

$V . \Lambda \equiv \Lambda$

$\Lambda . V \equiv \Lambda$

$V . V \equiv V$

$\Lambda . \Lambda \equiv \Lambda$

$p \supset q . \equiv . \sim p \vee q$

$V \supset V \equiv V$

$V \supset \Lambda \equiv \Lambda$

$\Lambda \supset V \equiv V$

$\Lambda \supset \Lambda \equiv V$

$p \equiv q . \equiv p \supset q . q \supset p$

$V \equiv V \equiv V$

$\Lambda \equiv \Lambda \equiv V$

Uzyskaliśmy więc w [illegible] [illegible] verum-[illegible]! –

Funkcje prawdziwościowe : [illegible] funkcji prawdziwościowych.

Np. wykluczanie $p | q . \equiv . \sim p \vee \sim q$

461

11.

24. 14/XII

Uwagi o kategoriach:
Analiza zdań. Funkcje propozycjonalne. Zmienne [illegible]

Zmienne pozorne $(x).(\varphi x)$ $(\exists x).(\varphi x)$ [illegible]

$$(\exists x).(\varphi x) \equiv \sim (x).(\sim \varphi x)$$

i negacji.

Funkcje propozycjonalne i klasy: $\varphi\{x\} . \equiv . x \varepsilon \hat{z}(\varphi z)$

Inkluzja formalna

$$(x). \varphi\{x\} . \supset . \psi\{x\} . \equiv . (x) : x \varepsilon \hat{z}(\varphi z) . \supset x \varepsilon \hat{z}(\psi z)$$

[illegible]

Kategorie semantyczne. [illegible] [illegible]

Funktory zdaniotwórcze i nazwotwórcze - argumenty zdaniowe i nazwowe.

Operatory. Relacje.

$x \varepsilon \alpha$ znaczyłoby co: x jest jednym x, że x jest jedyne, że x należy do klasy α.

Tłumaczenie ~~[illegible]~~ [illegible] „jest". -

Oznaczenia - [illegible], [illegible] -

[illegible], formalne, [illegible] -

[illegible] [illegible] [illegible]! -

Logika

wykł. 21.

9. I. 1934. Analogicznie jak w przedstawionym rozwinięciu teorji dedukcji wprowadzamy w niej następujące rodzaje elementów: symbole zmienne, x, y..., czyli zmienne nazwowe oraz symbole stałe, oznaczające nazwy, wzgl. szczególne operacje dokonywane na symbolach zmiennych, czyli operatory lub funktory. W dalszym przypadku są to operatory nazwotwórcze.

Przystąpimy obecnie do teorji klas, rozważając [illegible] klasy elementów, czyli klasy o funkcji. Te [illegible] [illegible] [illegible], funkcyjnym [illegible] [illegible] w jednostce. Wyróżniamy z tej klasy symbol jednostkowy (np. Napoleon zwycięzca pod Jeną) i zastępujemy element jego symbolem zmiennym nazwowym x. Otrzymamy w ten sposób element funkcję propozycjonalną φx. Oprócz zmiennej nazwowej mamy w klasie operatory zdaniotwórcze i nazwotwórcze.

Funkcja propozycjonalna wyznacza klasę wartości zmiennej, które czynią ją prawdziwą, klasę tę dla funkcji φx oznaczamy symbolem $\hat{z}(\varphi z)$. Wprowadzamy wzór następujący:

107. $$\varphi x \equiv x \varepsilon \hat{z}(\varphi z)$$

z znakiem [illegible] ε = „jest" w jednym z wielu znaczeń tego wyrazu.

Każdą funkcję propozycjonalną można przekształcić przekształcić na wyrażenie Σ-owe.

Wśród funkcyj propozycjonalnych mamy rozróżnić: takie które dają zdanie prawdziwe dla wszelkich wartości zmiennej; dla niektórych - i dla żadnej. Używamy do tego wyrażenia symbole kwantyfikatorów: ogólny i szczegółowy

25. $(x).\ \varphi x \qquad (\exists x).\ \varphi x$ - trzecim wyrażeniem $(x).\ {\sim}\varphi x$

11/I.

zmienną pod kwantyfikatorem jest zmienną związaną.

Związek obu kwantyfikatorów:

108 $$(\exists x).\ \varphi x \equiv {\sim}(x).\ {\sim}\varphi x$$

Poznaliśmy dotąd dwa rodzaje funkcji propozycjonalnej w obrębie Σ-owej, mianowicie funkcję zdaniową (elementarną) i operator Σ; rodzaj trzeci, symbol klasy $\hat{z}(\varphi z)$ nazywać będziemy orzecznikiem (x jest człowiekiem = x jest elementem klasy ludzi itp.).

Powiedzmy, że dwa symbole należą do tej samej kategorii semantycznej, jeżeli wyrażenie sensowne nie traci sensu, gdy zamienimy jeden z nich przez drugi. Nazwa elementarna (x), operator Σ, orzecznik należą do różnych kategorii semantycznych.

464

Oznaczniki rozważamy również odtąd za nazwy, dla odróżnienia od nazw elementarnych (których oznaczniki będziemy nazwami lub imionami pojedynczemi). Mianowicie powiemy, że ~~nazwa~~ oznacznik P jest nazwą dla przedmiotu z, jeżeli zdanie $z \varepsilon P$ jest zdaniem prawdziwem.

Jeżeli P jest imieniem dla z, to z jest desygnatem P. –

Wprowadzimy sobie termin ~~[illegible]~~ pojęciowy:

Imiona ogólne – jeżeli posiada więcej niż jeden desygnat

" ~~jednostkowe~~ " " tylko jeden desygnat

" ~~[illegible]~~ puste – nie mają desygnatów. –

26. 13/I. Wprowadzimy teraz pewne definicje, które posłużą nam zbudować funkcjami propozycjonalnemi. Ponieważ zaś zmiennemi będziemy teraz [illegible] nam przy [illegible] definicji i dla prostoty stosowaliśmy dla oznaczników symbole a, b, c ...

109. D_4 1) $x \varepsilon a . \vee . x \varepsilon b \;=_{\text{df}}\; x \varepsilon . a+b \;=_{\text{df}}\; a+b$

110. D_5 2) $x \varepsilon a . x \varepsilon b \;=_{\text{df}}\; x \varepsilon ab \;=_{\text{df}}\; ab$

111. D_6 3) $\sim(x \varepsilon a) \;=_{\text{df}}\; x \varepsilon -a \;=_{\text{df}}\; -a$

112. D_7 4) $x \varepsilon a \supset x \varepsilon b \;=_{\text{df}}\; a < b$

Przystąpimy się teraz dokładniej omawianiem w dalszych wykładów. Wy-

[illegible] bardzo zbliżony do zdania ogólnego twierdzącego: każde a jest b. Możemy to wyrazić zgodnie z sensem tego wyrażenia formułą ogólną: $(x).(x \varepsilon a \supset x \varepsilon b)$

Zaprzeczeniem tego wyrażenia jest wyrażenie

$$\begin{aligned} \sim[(x).(x \varepsilon a \supset x \varepsilon b)] &\equiv (\exists x).\sim(x \varepsilon a . \supset . x \varepsilon b) \\ &\equiv (\exists x).\sim(\sim x \varepsilon a . \vee . x \varepsilon b) \\ &\equiv (\exists x).(x \varepsilon a . \sim x \varepsilon b) \\ &\equiv (\exists x).(x \varepsilon a . x \varepsilon -b) \\ &\equiv (\exists x). x \varepsilon a-b \end{aligned}$$

W analogiczny sposób przekształcimy wyrażenie

$$\begin{aligned} (x).(x \varepsilon a \supset x \varepsilon b) &\equiv \sim(\exists x)\sim(x \varepsilon a \supset . x \varepsilon b) \\ &\equiv \sim(\exists x)\sim(\sim x \varepsilon a \vee x \varepsilon b) \\ &\equiv \sim(\exists x).(x \varepsilon a . x \varepsilon -b) \\ &\equiv \sim(\exists x). x \varepsilon a-b \end{aligned}$$

27. 16 II.

Otrzymaliśmy przeto wyrażenia

$(x).(x \varepsilon a \supset x \varepsilon b) \equiv a < b \equiv \sim(\exists x). x \varepsilon a-b \equiv$ Każde a jest b (A)

$\sim(x).(x \varepsilon a \supset x \varepsilon b) \equiv a -< b \equiv (\exists x). x \varepsilon a-b \equiv$ Niektóre a nie są b (O)

$(x).(x \varepsilon a \supset x \varepsilon -b) \equiv a < -b \equiv \sim(\exists x). x \varepsilon ab \equiv$ Żadne a nie jest b (E)

$\sim(x).(x \varepsilon a \supset x \varepsilon -b) \equiv a -< -b \equiv (\exists x). x \varepsilon ab \equiv$ Niektóre a są b (I)

 466

$(x).(x \varepsilon -a \supset x \varepsilon b) \equiv -a < b \equiv \sim(\exists x).\, x \varepsilon -a-b \equiv$ Każde nie-a jest b (A')

$\sim(x).(x \varepsilon -a \supset x \varepsilon b) \equiv -a \not< b \equiv (\exists x).\, x \varepsilon -a-b \equiv$ Niekt. nie-a nie jest b (O')

$(x).(x \varepsilon -a \supset x \varepsilon -b) \equiv -a < -b \equiv \sim(\exists x).\, x \varepsilon -ab \equiv$ Żadne nie-a nie jest b (E')

$\sim(x).(x \varepsilon -a \supset x \varepsilon -b) \equiv -a \not< -b \equiv (\exists x).\, x \varepsilon -ab \equiv$ Niekt. nie-a ~~nie~~ jest b (I')

28.
II. Przykładem tej [illegible] [illegible] mówiący, że zdania I, O, I', O' [illegible] [illegible] [illegible], [illegible] zdania ogólne [illegible] [illegible] w [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] nie [illegible]. Zdania [illegible] [illegible] [illegible] się „zdania szczegółowe [illegible]", zdania ogólne „szczegółowymi [illegible]". Zawsze jednak [illegible] [illegible] [illegible] zdań ogólnych od [illegible]. [illegible] [illegible] zdaniem szczegółowym. Według tej – zdanie ogólne jest iloczynem zdania szczegółowego twierdzącego i zdania szczegółowego przeczącego:

A) $(\exists x).\, x \varepsilon ab \,.\, \sim(\exists x).\, x \varepsilon a-b$

E) $(\exists x).\, x \varepsilon a-b \,.\, \sim(\exists x).\, x \varepsilon ab$ i.t.d.

Tę interpretację należy przypisać Arystotelesowi, albowiem według niektórych Arystoteles [illegible] [illegible] [illegible].

Zdanie „Każde a jest b" może być interpretowane na wiele sposobów. Pomijając tę interpretację [illegible], [illegible]-

$a \equiv b_1$ $\quad$ $a < b_1$

$a_1 < b.$

$a < b . b < a . a < b_1 . \supset . b < b_1$

$a < b . b < a . a < b_1 . \supset . b < b_1$

$a < b . b < a , a_1 < b . \supset . a_1 < a$

968

1932

3 g. [illegible] 8.–

6 g. [illegible] 8 + 8 –

[illegible]

[illegible] [illegible]

[illegible]
[illegible]

$$a < b . \supset . b - < - a$$
$$a + < - b$$

 46

cyjnej i ekstensyonalnej. [illegible] są jeszcze intensyonalnej „intensyi"

terminem „intensyi" (intensio) nazywamy stosunek

~~[illegible]~~ cechy do przedmiotu, któremu ~~[illegible]~~ cecha ta przysługuje. Inter-

pretacyi intensyonalnej zdania „Każde a jest b" przypisuje ono,

*„że każdemu przedmiotowi a przysługuje „cecha b" ~~[illegible]~~ tworząca ter-

minu (której treść oznacznika) ~~terminu~~ b. Według tej teorji każdy oznacznik

posiada dwie funkcje semantyczne. Oznacza (denotuje) pewne

desygnaty (tworzące jego zakres) i współoznacza (konnotuje) cechy

(tworzące jego treść). W zdaniu „Każde a jest b", jeżeli je

rozumiemy intensyonalnie, podmiot oznacza wszystkie desygnaty swego zakresu,

natomiast orzeczenie jest użyte w swej konnotacji - to swej treści.

Powstaje wtedy sporne zagadnienie stosunku zakresu do treści, którem

trzeba poniżej nieco zająć. (Cz. O zależności między treścią

29. i zakresem pojęć, Przegl. fil. 1932). X - Często się wspomina o odwrotnym

18 II. stosunku, iż między zakresami i treściami terminów istnieje stosunek

odwrotny, tj. że większemu zakresowi odpowiada mniejsza treść i odwrotnie.

Twierdzenie to zostało zakwestionowane przez Bernarda Bolzano

Uw. pokrew. przez dodawanie liczenie

by $a_1 < b_1$ Zs $a_1 < a_1 + a_2$ zalem zwyżkowy

$a_2 < b_2$ $b_1 < b_1 + b_2$ tzn. zwiększona

38. $a_1 + a_2 < b_1 + b_2$

2)

31. $a_1 a_2 < b_1 b_2$. $a_1 a_2 < a_1$ zalem zmniejszony

$b_1 b_2 < b_1$ tzn. zbogacona

W 1. Każdy prostok. wokołowy ma wszystkie równe i prostopadłe

" " niewiele " i równe i równoległe

W. 2) Każdy trójk. równobok. ma wszystkie kąty środkowe

" " równoram. " dwa kąty równe

" " prostok. i równ. ma " " "

(1781–1848) na podstawie przesłanek, z których [illegible] [illegible]

swojej matematycznej: [illegible]

[illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible]? [illegible]

„ „ „ [illegible] „ „ [illegible]: [illegible]

Aby [illegible] [illegible] [illegible] z istoty [illegible] i [illegible] trzeba

ustalić [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] i [illegible]-

i [illegible] [illegible] [illegible] [illegible].

Wyjdźmy w tym celu od jakiejkolwiek definicji np.

Uważa się to prawidłowym wnioskowaniem, w którym [illegible] [illegible]

pokrywają się. Powiadamy, że zdanie poprzednie i zdanie następnik

należą do siebie, albo też zdanie poprzednie jest [illegible] przez „[illegible]"

następnik. Ogólnie, niech zdanie „Każde a jest b" będzie takim

[illegible]. Jeżeli [illegible], że [illegible], [illegible] możemy [illegible] o a

[illegible] [illegible] [illegible] z jego definicji i jeżeli można udowodnić [illegible]

np. „Każde a jest b_1", to ~~możemy napisać~~ zdanie to wynika

ze zdania Każde a jest b. ~~$a < b . \supset . a < b_1$~~.

Lecz także, gdy wiadomo, że zdanie $a, < b$ jest prawdziwe, to zdanie

[illegible] wynika ze zdania $a < b$.

Zakres a_1 jest większy od zakresu a_2 wtedy i tylko wtedy, jeżeli przy każdym określeniu b, ze zdania $a_1 < b$ wynika zdanie $a_2 < b$, lecz nie odwrotnie.

Treść b_1 jest większa od treści b_2 wtedy i tylko wtedy, jeżeli przy każdym określeniu a ze zdania $a < b_1$ wynika $a < b_2$, lecz nie odwrotnie.

Jeżeli zakres a_1 określony przez treść b_1 jest większy od zakresu a_2, określonego przez treść b_2, to treść b_2 jest większa od treści b_1 [ze zdania $a_1 < b_1$ wynika zdanie $a_2 < b_1$ lecz także ze zdania $a_2 < b_2$ wynika zdanie $a_2 < b_1$, więc według określenia wyrazów treści, treść b_2 większa od treści b_1]

Jeżeli treść b_2, przez którą jest określony zakres a_2, jest większa od treści b_1 przez którą jest określony zakres a_1, to zakres a_1 jest większy od zakresu a_2.

Mamy bowiem: ze zdania $a_2 < b_2$, wynika zdanie $a_2 < b_1$ lecz także ze zdania $a_1 < b_1$ wynika zdanie $a_2 < b_1$, stąd wynika już według uwagi, że zakres a_1 jest większy od a_2.
(Tw. o s. d. zwiększenie treści – zmniejszenie zakresu.)

20 I rozszerzanie lub zmniejszanie zakresu, a także np. lub term. treści jest stosunkiem logicznym, od którego treść zależy, stąd oczyw. Rozszerzanie zakresu (generalizacja) – a zwężanie zmniejszanie treści dzieje się inaczej [illegible] (dodawanie cechy, – determinacja – wyszczególnienie konjunkcyjne (mnoż. log.)

jak to wynika z następujących rozważań.

Weźmy pod uwagę dwa zdania $a_1 < b_1$, $a_2 < b_2$

z których wskazuje relację $a_1 b_1$, i $a_2 b_2$

według prawa dodawania nierówności otrzymamy zdanie $a_1+a_2 < b_1+b_2$

(każde a_1 lub a_2 ani b_1 lub b_2) z których wskazuje się między

a_1+a_2 i b_1+b_2

R. [illegible] [illegible] [illegible]
R. [illegible] [illegible]
R. [illegible] [illegible] [illegible]

~~[illegible]~~ np. Każde zwierzę dzikie jest z natury [illegible]

„ „ rzeczywiście „ [illegible]

Ze zdania $a_1+a_2 < b_1+b_2$ wynika zdanie $a_1 < b_1+b_2$

$a_2 < b_1+b_2$

a tutaj zakres a_1+a_2 jest większy od zakresów a_1 i a_2

Natomiast ze zdania ~~b_1~~ $a_1 < b_1$ wynika zdanie $a_1 < b_1+b_2$

zaś treść b_1 jest większa od treści b_1+b_2

473

Podobnie $a_1a_2 < b_1b_2$.

ze względu $a_1 < b_1$ wynika $a_1a_2 < b_1$, bo a_1 węższy od a_1a_2

ze względu $a_1a_2 < b_1b_2$ wynika $a_1a_2 < b_1$ bo b_1b_2 węższe od b_1

Każdy tr. przedm. ma jeden tylko wyraz

„ tr. wspólnej „ ma dużo treści

Por. Antoine Arnauld, Pierre Nicole, Logique de Port-Royale

Każdy zakres, który jest sumą, szerszy zakresów składowych, każda treść wspólna iloczynem węższym treści składowych, czyli całej.

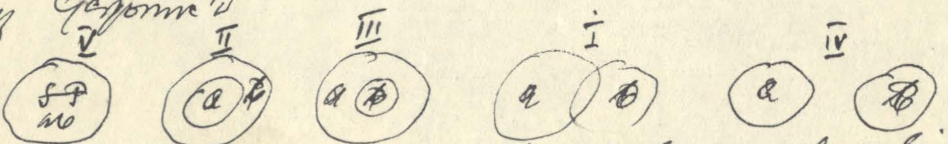
31. 27/I. Zestawienie klasyfikacji stosunków między zakresami terminów.

(Gergonne 1816).

Ilustracja geometryczna wykazuje pięć stosunków:

Ustaliliśmy, że między a, b, $-a$, $-b$, nie ma związku

według Gergonne'a



ab — $ab, -ab$ — $ab, a-b$ — $ab, -ab, a-b$ — $-ab, a-b$

Podział wyczerpany:

I	ab,	$-ab$,	$a-b$	stos. krzyżowania się – część wspólna niezerowa
II	ab	$-ab$		nadrzędność – pierwsze
III	ab		$a-b$	podrzędność
IV		$-ab$	$a-b$	wykluczanie, obcość
V	~~ab~~	~~$-ab$~~		przeciw. sprzeczny; tj. równoważny,
			$a-b$	$a=0$ $b=1$
				$b=0$ $a=1$
				$a=0$ $b=0$

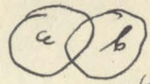
	$a-<-b$	$a-<b$	$-a-<-b$	$-a-<b$
1. Niezależności				
2. Podprzeciwień.	$-<$	$-<$	$-<$	$<$
3. Nadrzędności	$-<$	$-<$	$<$	$-<$
4. Podrzędności	$-<$	$<$	$-<$	$-<$
5. Przeciwieństw.	$<$	$-<$	$-<$	$-<$
6. Równoważności	$-<$	$<$	$<$	$-<$
7. Sprzeczności	$<$	$-<$	$-<$	$<$

47

32.
31/I.

21.

1)	ab	a-b	-ab	-a-b	Niezależność
2)	ab	a-b	-ab	–	Podprzeciwieństwo
3)	ab	a-b	–	-a-b	Nadrzędność
4)	ab	–	-ab	-a-b	Podrzędność
5)	–	a-b	-ab	-a-b	Przeciwieństwo
6)	ab	a-b	–	–	a = 1
7)	ab	–	-ab	–	b = 1
8)	ab	–	–	-a-b	Równoważność
9)	–	a-b	-ab	–	Sprzeczność
10)	–	a-b	–	-a-b	-b = 1
11)	–	–	-ab	-a-b	-a = 1
12)	ab	–	–	–	ab = 1
13)	–	a-b	–	–	a-b = 1
14)	–	–	-ab	–	-ab = 1
15)	–	–	–	-a-b	-a-b = 1
16)	–	–	–	–	–



33. Klasyfikacja stosunków między treściami zdań jest w zasadzie
31/I 34. przedlogiczna (ἀκολουθούμενα). (Teofrast, Porfiryjusz) (232-30i]

Określenie relacji:

cechy istotne – nieistotne (accidens) συμβεβηκός

|

istotny własności – z istoty wynikające (proprium) ἴδιον

|

cechy – gatunek (species, εἶδος)

|

rodzaj (genus) – różnica (diff. specifica, διαφορὰ εἰδοποιός)

Jeżeli „każde a jest b" oraz $b =_{df.} efg$

a [illegible] b, $b =_{df.} hij$

a wiemy że a i „każde a jest c" wiemy c nie jest względem b,

to mamy: b – gatunek hij – własności

e – rodzaj c – nieistotne

fg – różnica gatunk.

Jeżeli z tego że $a < b$ wynika $a < c$, to c jest istotnym względem b

Jeżeli natom. $a < b \equiv a < efg$, to fg różnica gatunkowa względem e

Jeżeli natom. $a < b \equiv a < h$, to h jest własnością względem b,

Jeżeli wreszcie $a < b \not\supset a, < c$, to c jest nieistotnym względem b,

– Gatunki i rodzaje układają się w hierarchię bliższych i dalszych (genus proximum) – granicami tej hierarchii genus supremum i species infima. Species infima, to gatunek, pod który podpadają indywidua, różniące się między sobą już nie cechami gatunkowemi, lecz tylko cechami indywidualnemi; species infima jest ostatnim stopniem ogólności pojęciowej (Tudzież np. najniższe pojęcie gatunkowe zoologi-

3 czny lub botaniczny - varietas). Twierdzenie według „principium

II 1/II identitatis indiscernibilium" gatunek najniższy obejmuje tylko indywidua identyczne.

(Lalande: Identyczność = a) jedność przedmiotu trwającego w czasie, przedmiotu, oznaczonego przez dwie nazwy lub pojęcia;

b) oznacza stosunek przedmiotów, różniących się tylko numerycznie. Według zasady Leibniza niema takich przedmiotów wcale! -

Rodzaje najwyższe, to kategorje, zwłaszcza Arystotelesa:

1) substancja (ousia)
2) wielkość (quantitas)
3) jakość (qualitas)
4) stosunek (relatio)
5) miejsce (ubi)
6) czas (quando)
7) położenie (situs), w siedzeniu, w spoczynku,
8) stan (habitus), uzbrojony, obuty,
9) czynność (actio)
10) bierność (passio)

accidentia: własności, stany, stosunki.

substancja = ens a se
accidens = ens ab alio

Kategorje etymologiczne odpowiadają w znacznej mierze kategorjom grama-tycznym = częściom mowy – uwzględniamy odpowiednio każdą kla-tyczne, których nie należy z tamtymi łączyć, bo te należą tylko do mowy, które są jednak z kategorji etymologicznych. Język może zna-kwalifikować wyrazami, ~~[illegible]~~ jednej kategorji z wyrazów innej kategorji – mówi, mówić, ~~[illegible]~~ które będą przynależeć kategorjalne.

35. 6/II. Jak tamte gatunkami najwyższemi są kategorje, tak poza ~~[illegible]~~ rodzajami najwyższemi są tzw. terminy transcendentalne. ~~[illegible]~~ Jakieś transcendentalia wyliczano nań ens, res, aliquid, unum, verum, bonum (transcendentalia). Terminami jest termin byt i terminy jemu równoważne (coś, przedmiot itd.). Termin byt nie jest rodzajem – „omnia genera transcendit" – jest terminem transcendentalnym (nadrzędnym).

Aby zrozumieć dlaczego byt nie jest rodzajem, trzeba zważyć, co następuje:

Otrzymujemy rodzaje coraz wyższe przez generalizację ~~[illegible]~~, ~~[illegible]~~ ~~[illegible]~~ ~~[illegible]~~ generalizacji ~~[illegible]~~ mówimy z których różnic wyrazowych:

Więc dany gatunek wyróżniamy z niego pewien składnik jako różnicę gatunkową, i ten składnik nazywamy <u>definicją</u> (zaprzeczenie) np. człowiek = istota rozumna – definicja: [illegible] [illegible] tu obie [illegible] gatunki tworzymy [illegible] istoty (rozumne + nierozumne) = istoty.

Które się [illegible] na abstrakcji definicji i koncepcji, przyczem definicji rodzi się tą całą, która nie była skonstruowana. – Proces [illegible] z [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] się procesem dialektycznym (teza, antyteza – synteza; Platon!).

Badanie abstrakcji, eliminacje, neutralizacje, pewien składnik trwa; tak ± [illegible] [illegible] w [illegible] [illegible] <u>[illegible]</u> składnika tego jest <u>nie zmienia</u>. Abstrakcja taka [illegible] w [illegible] dialektycznej [illegible]

~~[illegible] [illegible] od [illegible] do [illegible] ([illegible]) [illegible]~~

~~się [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] ([illegible] [illegible])~~

~~takiego składnika, który [illegible] [illegible] nie jest [illegible]~~

~~który być nie może [illegible]~~

~~składnik [illegible]~~

absolutnie zastosować. Przez takiej abstrakcji ~~ab~~absolutnego można jednak odróżnić ~~od siebie~~ całą wszechrzecz od całej rozmaitości w ten sposób, że otrzymujemy dwie rzeczy, z których żadna drugiej nie zawiera. Myśleniem nie można podzielić podobnie ~~bytu~~ pojęcia np. wszechrzecz na dwa pojęcia, z których wszelkie – pojęcie bytu – nie zawierałoby w sobie wszechrzeczy, a drugie – pojęcie wszechrzeczy – nie zawierało w sobie pojęcia bytu. Być nie może w sobie pojęcia wszechrzeczy, ustanowiwszy pojęcie wszechrzeczy musimy niezbędnie objąć bytu. Któryż pomyślałbym całą wszechrzecz, a nie pomyślałbym całego bytu, jednak pozostałaby ich całe, zawarte byłoby razem, a nie więcej, będzie też razem; wszelakiej tożsame pojęcie bytu podział.

Zatem pojęcie bytu nie da się wydzielić przez abstrakcję absolutnego od innego pojęcia, np. od pojęcia wszechrzeczy. Pochodzi to stąd, że do pojęcia bytu nie możemy zastosować definicji, która jest właściwym jej [illegible] abstrakcji absolutnego: – może jedynie odróżnić jednakowe mnie pojęcie od pojęcia bytu w ten sposób, że otrzymamy z jednej

strony pojęcie bytu, z drugiej strony pojęcie [illegible], zawierają-
ce w sobie pojęcie bytu jako składnik. Taka abstrakcja nosi nazwę
abstr. wielostronnej – wielostopniowej

Między dwoma pojęciami takiego stosunku zależności od gatunku
tego rodzaju, gdy różnica gatunkowa, dołączona do pojęcia rodzajowego, jest
otrzymana przez abstrakcję dokonaną. Tak np. pojęcie ~~[illegible]~~ liczby
jest rodzajem dla ~~gatunków~~ liczby wymierne i liczby niewymier-
ne, gdzie różnica gatunkowa: wymierne – niewymierne, została otrzyma-
na od pojęcia liczby, gdyż abstrakcję tę przeprowadzamy na
pojęciu „wymierności", przez abstrakcję dokonaną. Drugi zaś
pojęcia: liczby i rodzaje, a także liczby i niewymierne,
nie pozostają wobec siebie w stosunku, wskutek tego zaś i dla
~~gatunku~~ pojęcia wymierne oraz niewymierne, stanowiące różnice
gatunkowe, nie zachodzi stosunek [illegible] z pojęciem rodza-
jowym. Natomiast gdybyśmy chcieli pojęcie być [illegible] na [illegible]
i samo [illegible] gatunki, to nie [illegible] różnice gatunkowe
dla tych gatunków, które [illegible] [illegible] [illegible]: niezależnie

wspólnego składnika z pojęciem odnośnym. Ponieważ bowiem pojęcia, różniące się tak mocno, że oddzielenie od pojęcia bytu przez abstrakcję niedostępne. Dlatego też pojęcie bytu nie jest rodzajem; obejmuje wszystkie te substancji (ens a se) i ens ab alio.

Jeżeli cechy pojęcia nadrzędnego wchodzą w treść pojęć podrzędnych jako cechy odrębne, t. zn. w ten sposób, że ujmujemy każdą z nich niezależnie od różnic gatunkowych, wtedy mówi się, że przysługują one pojęciom podrzędnym w sposób jednoznaczny (univoce). Tak np. jeżeli substancję każdą podzielimy na gatunki substancji cielesnych i nie-cielesnych, to cecha substancjal-ności przysługuje cielesnym i niecielesnym univoce. Jeżeli natomiast mamy przypadek, z którym do pojęcia bytu, że cecha pojęcia nadrzędnego nie da oddzielić się od cech gatunkowych, to mamy „ratio analoga". Cecha bytu inaczej przysługuje substancji, łączy się z jej cechą istotną (aseitas), inaczej akcydensom (abalietas): nie tak samo (univoce), tylko analogicznie (analogice).

182

36.
7/II

Mówiliśmy dotychczas o terminach ogólnych (oznaczających) ze względu na ich treść i zakres. Rozważmy funkcję semantyczną każdego terminu z nieco innej strony, uważając jakie ich miejsce (supozycję): Scholastycy mówią, że termin stoi:

w supozycji prostej (supp. simplex), który odnosi się do swoich desygnatów

w supozycji formalnej (" formalis), formy ogólnej swoich desygnatów (treść ogólną (abstrakcyjną)),

w supozycji materialnej (" materialis), ~~[illegible]~~ samego siebie -

W związku z tymi trzema sposobami użycia terminów rozróżniamy trzy rodzaje definicji: definicję semantyczną (nominalną), definicję realną (treściową) (ontologiczną - istotową) i definicję [illegible] / materialną (słownikową). W każdej z tych definicji definiendum występuje w innej swojej supozycji.

Definicja ~~nominalna~~ ma postać: „A znaczy B", tzn. „A jest słowem znaczącym to samo co B" - A jest użyte w supozycji materialnej, oznaczamy związek między A i B jest związkiem (B jest synonimem dla A) równoznaczności. Są to tzw. definicje, gdzie mówimy o teorii definicji. Definicje te należą już do uwikłanie funkcji terminotwórczej nie tylko nazw, lecz przedsta-

nek wyrazów a ~~[illegible]~~ także zdań (Kotarbińskiego definicję

terminotwórczą, w odróżnieniu od aksjomatycznych.) –

Definicja klasyczna lub formalna – per genus proximum et diff.

specificam. Zarówno definiendum jak definiens mieszczą się w kate-

37. gorii formalnej. Między nimi zachodzi stosunek równoważności.
Warunki i charakter ogólnej definicji klasycznej. Ogólnie mówiąc o definicji! –

8/II. Definicja wyrażona przez równanie, w której definiujemy

[illegible]

niejako danego terminu jako równanie

$$(x).\ x \text{ jest } a\ .\equiv.\ x \text{ jest } bc$$

Tutaj definiens i definiendum są w ~~[illegible]~~ relacji, między

funkcjami ~~propozycjonalnymi~~ zachodzi równoważność.

(Kotarbińskiego ujęcie)

Gdy rozpatrujemy zaś definicję zaliczenia między

funkcjami propozycjonalnymi i ośrodkami, mianowicie

4($x \varepsilon a . \supset . x \varepsilon b :=_{df} . a < b$ (str. 13)

To wskazuje osobliwy związek między definicją formalną i oznacz-

Definicja [illegible] jest [illegible] przedmiotu [illegible] - [illegible]-
cji. Taka może być wyrażona w języku [illegible]; ponieważ
cele [illegible] [illegible] bo przez [illegible] cele [illegible],
więc [illegible] definicja [illegible]!

21.

Rozum. czy nie rozumowanie. –

Gdy w rozumowaniu definicje formalne – wówczas jest rzeczą obojętną, czy do definiowanej rzeczy należy cokolwiek – czy termin nie jest pusty. Tylko pod tym warunkiem wszakże wolno cokolwiek orzekać o ~~[illegible]~~ desygnatach terminu, jeżeli desygnaty także istnieją; wprowadzając zaś przez taką definicję nowy termin, przyjmujemy [illegible] [illegible] (lub wyraźnie jako ~~[illegible]~~ [illegible]) być istnienie [illegible], że są desygnaty tego terminu.

~~[illegible]~~ [illegible] z tej krytyki rozróżnienie się [illegible] w logice tzw. definicji formalnych, definicje syntetyczne i definicje analityczne, lub definicje wyrazów i definicje rzeczy (nominalne idealne, i realne). F

Definicje analityczne wyjaśniają [illegible] w naukach empirycznych, gdy [illegible] ~~[illegible]~~, zakres i [illegible] odpowiadający [illegible] [illegible] się [illegible] cech wspólnych przedmiotom zakresu.

Definicje takie zawsze [illegible] być: tzn, terminy [illegible] [illegible], będące desygnatem terminu definiowanego, ponadto cechy [illegible] w

12. 485

definicji. (Def. sprzeczny!): Przykłady: definicje prawa, [illegible]; [illegible] itp.

Inaczej natomiast postępujemy gdy konstruujemy przedmiot abstr. przez [illegible], określenie [illegible] : [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] lub [illegible] ([illegible]), [illegible] –

Gdy definiujemy terminy oznaczające [illegible] konstruowane ([illegible]) to jesteśmy również ograniczeni postulatem ~~[illegible]~~, sprzeczności, definicji [illegible] nie może [illegible] w [illegible] [illegible], [illegible] nie [illegible] w jakimkolwiek [illegible] ([illegible] [illegible], [illegible] [illegible]), że definicja oznacza [illegible] definiendum. [illegible] [illegible] w [illegible] [illegible] 2. –

38. Konieczność [illegible] definiensa, [illegible] [illegible] [illegible] [illegible]

17 II. [illegible], że [illegible] nie [illegible] całej – (całej [illegible] [illegible] w definicji) [illegible] przedmiotem sądu sprzecznego, [illegible] [illegible]:

definicji [illegible] ≡ [illegible] [illegible] def. [illegible], [illegible] nie [illegible] z niej samej; lecz musi być dowiedziony! –

Przypomnijmy sobie, że znaczenie wyrażeń $x \leq a \supset x \leq b$ i równo-
ważnego z niemi przez definicję $a < b$ sprowadza nas do klasyfi-
kacji zdań kategorycznych. (str. 14 i 15) w interpretacji uniwersalnej,
[illegible] i egzystencjalnej. Dawniej te sposoby stosunki mię-
dzy terminami. Takich stosunków wyróżniano siedem, i nieza-
leżności, nadrzędności, podrzędności, przeciwieństwa, podprzeciwieństwa, równo-
ważności i sprzeczności. Pojęcia, jak wymienione stosunki owe
zdania kategoryczne: okazuje się, że zdania kategoryczne
są następujące:

Zdanie:	Nadrzędn.	Równow.	Podrzędn.	Podprzec.	Sprzecz.	Przeciw.	Niezal.
A. $a<b$	–	1	1	–	–	–	–
E $a<-b$	–	–	–	–	1	1	–
I $a-<-b$	1	1	1	1	–	–	1
39. 15/II. O $a-<b$	1	–	–	1	1	1	1
A' $-a<b$	–	–	–	1	1	–	–
E' $a<-b$	1	1	–	–	–	–	–
I' $-a-<-b$	–	–	1	1	1	1	1
O' $-a-<b$	1	1	1	–	–	1	1

Ponadto: –

Analogiczny schemat dla odwodu twierdzącego:

	przeciw.	niezal.	nadrz.	równ.	podrz.
A	–	–	–	1	1
Σ	1	–	–	–	–
J	~~1~~ –	1	1	1	1
O	1	1	1	–	–

$$\overbrace{\text{przeciw.}\ \text{niezal.}\ \text{nadrz.}}^{O}\ \overbrace{\text{równow.}\ \text{podrzęd.}}^{A}$$

$$\underbrace{\text{przeciw.}}_{\Sigma}\ \underbrace{\text{niezal.}\ \text{nadrz.}\ \text{równow.}\ \text{podrzęd.}}_{J}$$

Stosunki między zdaniami –

4/0.
7/II
Kwadrat logiczny – rozszerzony kwadrat logiczny:

$A - \Sigma$ $\qquad A' - \Sigma'$ $\qquad A - A'$ $\qquad \Sigma - \Sigma'$

$J - O$ $\qquad J' - O'$ $\qquad O' - O$ $\qquad J' - J$

Stos. niezależności: $A\Sigma'$, AJ', $\Sigma A'$ $\Sigma O'$, JA', JO', $O\Sigma'$, OJ'

$$\begin{array}{ccc} A & \sim & \Sigma \\ \wr & \times & \wr \\ A' & \sim & \Sigma' \end{array} \qquad \begin{array}{ccc} J & + & O \\ \wr & \times & \wr \\ J' & + & O' \end{array} \qquad \begin{array}{ccc} A & = & \Sigma' \\ '' & \times & '' \\ J' & = & O \end{array} \qquad \begin{array}{ccc} A' & = & \Sigma \\ '' & \times & '' \\ J & = & O' \end{array}$$

~ przeciwieństwo
– niezależn.

+ podprzeciwieństwo.
– niezal.

= równoważność
– sprzeczność

Wszystkie te stosunki: stosunki ważne tylko, jeśli zakładamy, że odnośny obszar nie-pusty! –

Przypuśćmy, że wyłączymy z naszego rozważania zdania o obu
Nieb. Tobek jest płaskim
zdarzeniach: I) takie że ... jest ..., II) takie że ... nie ...
Możemy teraz mieć takie stanowiska

A) I prawdziwe, II prawdziwe (
B) I " II fałszywe
C) I fałszywe II prawdziwe
D) I " II fałszywe

Porównanie obu odpowiednich zdań wyłącza oczywiście, twierdzenie
niezgodnie [illegible] do [illegible] kwadratu logicznego:

A)
1 – 1
1 + 1
0 – 0

B)
1 + 0
– +/ +
0 – 0

C)
0 + 1
+ × –
0 – 0

D)
0 + 0
+ –\ +
0 – 0

41.

20/II

Każdy stosunek kwadratu logicznego określony wyłącznie
niezgodnością i [illegible].

 489

Gdy pewne zdanie wyraża jakiś stosunek między podmiotem a i orzecznikiem b, możemy zapytać, jaki stosunek wyraża zdanie odwrotne między b i a. — Podobnie w ten sposób zajmiemy się odwracaniem zdań.

Rozważanie tego zagadnienia oprzemy na prawie transpozycji

78 24) $p \supset q :\equiv: \sim q \supset \sim p$ 79 25) $p \equiv q .\equiv. \sim p \equiv \sim q$

Mianowicie: $a < b .\equiv. -b < -a .\equiv.\ a -< b .\equiv. -b -< -a$

Zastosujmy również w połączeniu twierdzenia o ... zdań:

A) $a < b .\equiv. -b < -a$ E') $\sim\exists x . x \varepsilon a-b .\equiv.$

E) $a < -b .\equiv. b < -a$ E) $\sim\exists x . x \varepsilon ab$

I) $a -< -b .\equiv. b -< -a$ I) $\exists x . x \varepsilon ab$

O) $a -< b .\equiv. -b -< -a$ I') $\exists x . x \varepsilon a-b$

A') $-a < b .\equiv. -b < a$ A')

E') $-a < -b .\equiv. b < a$ A)

I') $-a -< -b .\equiv. b -< a$ O)

O') $-a -< b .\equiv. -b -< a$ O')

Analogicznie dla zdań w postaci egzystencjalnej

Zilustrować na przykładach! —

42. Logika tradycyjna zna jeszcze odwrócenie przez ograniczenie

24/II.

Każde a jest b . ⊃ . Niektóre b są a

Żadne a nie jest b . ⊃ . ~~Niekt. b nie są a~~

≡ . Każde a jest nie b . ⊃ . Niekt. nie b są a

Symbolicznie $a < b . \supset : b - < - a \equiv . a - < - b$

Ale to [illegible] nie jest ogólne [illegible] ; [illegible]

[illegible], [illegible] [illegible] [illegible] go w [illegible].

Rozszerzamy teorję str. logicznego i konwersji:

A) $\exists x . x \varepsilon ab : \sim \exists x . x \varepsilon a - b$ $\qquad a - < - b . a < b$

E) $\exists x . x \varepsilon a - b : \sim \exists x . x \varepsilon ab$

I) $\sim \exists x . x \varepsilon a - b . v . \exists x . x \varepsilon ab$

O.) $\sim \exists x . x \varepsilon ab . v . \exists x . x \varepsilon a - b$

A) Niektóre nieb. [illegible] są [illegible] i wszystkie nieb. [illegible] są [illegible]

E) Niekt. nieb. [illegible] nie są [illegible] i żadne nieb. [illegible] nie jest [illegible].

Niemo nieb. [illegible] nie [illegible]

I.) Niekt. nieb. [illegible] są [illegible] lub każdy nieb. [illegible] jest [illegible]

O) Niekt. nieb. [illegible] nie są [illegible] lub żaden nieb. [illegible] nie jest [illegible]

43.

491

22/II. Prawa konwersji wyjaśnione ale [illegible] [illegible] wyjaśnionych. —

Kilka uwag [illegible] [illegible] obrotów postaci zdań;

Przedstawienie przez obwersję i inwersję

Obwersja dzieje się przez zaprzeczenie łącznika i orzecznika

Inwersja zdań A i E jest ~~kontrapozycją~~ złączeniem [illegible].

Kontrapozycji i odwrócenia przez ograniczenie.

Obwersja: $a < b . \equiv . a < -(-b)$

$a < -b . \equiv . a < (-b)$

$a - < -b . \equiv . a - < (-b)$

$a - < b . \equiv . a - < -(-b)$

Inwersja:

$a < b . \equiv . -b < -a . \supset . -a - < b$ (o') a

$a < -b . \equiv . b < -a . \supset . -a - < -b$ (J') a b

Każdy [illegible] jest [illegible] .⊃. Niekt. nie[illegible] nie są [illegible]

Żaden [illegible] nie jest [illegible] .⊃. Niekt. nie [illegible] z [illegible] [illegible]

Funkcja „tylko":

Tylko ludzie są rozumni .≡. żaden nieczłowiek nie jest rozumny

.≡. Każda istota rozumna jest człowiekiem

Funktor „tylko" oznacza nadrzędność lub równoważność

„ „każdy" „ podrzędność lub równoważność

„ „tylko każdy (wszyscy)" – równoważność

analogicznie „jeżeli i tylko jeżeli"

Tylko niektórzy ludzie są mędrcami = niekt. ludzie są mędrcami, i nie wszyscy ludzie są mędrcami = niekt. l. są mędr. i niekt. ludzie nie są m.

Funktor „tylko niektóry" oznacza nadrzędn. lub/ podrzędność. lub/ i krzyżowanie

Tylko niektóre czworoboki są kwadratami

Tylko niektórzy niektórzy są [illegible]

Tylko niektórzy [illegible] są [illegible].

44.

24/II Dystrybucja terminów: ważnem jest dla pewnych wniosków wiedzieć, czy termin w zdaniu wzięty jest ogólnie, czy szczegółowo. Mianowicie podmiot ogólnie wzięty jest w zdaniach ogólnych, szczegółowo w zdaniach szczegółowych. Aby orzecznik; jeśli wzięte orzeczenie; trzeba zdanie odwrócić, okazuje się po odwróceniu: w zdaniu A (I) ~~orzecznik~~ orzecznik wzięty szczegółowo.

w zdaniu Σ - (Σ) ogólne

w zdaniu J · (J) szczególne

w zdaniu O po odwróceniu mamy więc szczegółowe zaprzeczenie

orzeczenia - ~~[illegible]~~ nic nowi się tem o żadnej części zakresu

orzeczenia, więc orzeczenie jest wzięte ogólnie.

Tylko orzeczenie jest wzięte ogólnie w zdaniach przeczących.

Sylogizm.

Cała klasyczna nauka o sylogizmach wywodzi się z zasady zwanej

Dictum de omni et de nullo: (22)

Quidquid de omni valet, valet etiam de quibusdam et de singulis, quidquid de nullo valet nec de quibusdam valet nec de singulis.

1) Sformułowanie „dictum" wymaga uzupełnienia. Mamy zdania, z których dwa są przesłankami, trzecie konkluzją; w pierwszem z tych zdań stwierdza się lub zaprzecza pewien orzecznik pewnemu podmiotowi, w drugiem z nich stwierdzamy, że jakiś termin jest temu podmiotowi podrzędny, w trzeciem wreszcie, że orzecznik stwierdzamy lub zaprzeczamy

w stosunku do swego podrzędnego terminu.

2) W ogóle każde rozumowanie zawiera trzy terminy, każdy dwukrotnie:
orzecznik większego zdania, w nim i w trzecim, nazywamy go terminem
większym P, termin podrzędny w w drugim i trzecim, (S), termin
mniejszym, o którym w ostatnim zdaniu nie orzekamy, oznaczamy
orzecznik, w 1szym i w drugim zdaniu (M) (nazywamy terminem średnim)

3) Termin M w pierwszym zdaniu jest wzięty ogólnie (distributus medius)

4) Jedna z przesłanek (ostatnia) jest zawsze ogólna, druga (w której termin podrzędny) jest zawsze twierdząca (utraque nec praemissa negans, nec particularis)

5) Jeśli jedna przesłanka przecząca, to i konkluzja przecząca, jeśli druga szczegółowa, to i konkluzja szczegółowa (sequitur partem conclusio deteriorem.

6) ~~Gdyż~~ Terminy w konkluzji nie mogą być wzięte szerzej, niż w przesłankach (non distributum, nisi cum praemissis) - Konkluzja przecząca, twierdz., gdy przesłanka przecząca.
Każdy te wziąć w szerzej uzasadnionym.

485

Distribuas medium, nec quartus terminus adsit,

Utraque nec praemissa negans, nec particularis.

Sectetur partem conclusio deteriorem,

Et non distribuat, nisi cum praemissa negetve.

45.

~~27/II~~ 25/II. Zestawienie [illegible] [illegible] [illegible] sylogizmu

Barbara	Barbari	Darii	Celarent	Celaront	Ferio
MaP	MaP	MaP	MeP	MeP	MeP
SaM	SaM	SiM	SaM	SaM	SiM
SaP	SiP	SiP	SeP	SoP	SoP

(Zestawienie [illegible] [illegible]

87 [illegible] [illegible] . ≡ . p ∨ r . ⊃ q . ≡ . q ∨ r ⊃ p)

Zestawienie [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] i [illegible] [illegible] [illegible] 2

Baroco	Camestros	Camestres	Festino	Cesaro	Cesare
MaP	MaP	MaP	MeP	MeP	MeP
SoP	SeP	SeP	SiP	SaP	SaP
SoM	SoM	SeM	SoM	SoM	SeM

Śr. 4/III 36.

Zestawienie [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible]

88 i [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] 3 figury:

 4 96

SoP	SeP	SeP	SiP	SaP	SaP
SaM	SaM	SiM	SaM	SaM	SiM
MoP	MoP	MoP	MiP	MiP	MiP
46. Baroco	Felapton	Ferison	Disamis	Darapti	Datisi.

1/3. Przecież mamy jeszcze jeden rodzaj syllogizmu (4ej figury) otrzymany dzięki odwróceniu przesłanek, tam gdzie ono możliwe:

Z 1ej figury:

a) przez odwrócenie obu przesłanek:

— — — — —

$$\frac{\begin{array}{c}PeM\\ MiS\end{array}}{SoP}$$

(Fresison) 2 Ferio

b) przez odwrócenie konkluzji i przestawienie obu przesłanek:

	2 Barbara	2 Darii	2 Celarent		
~~SaM~~	SaM	SiM	SaM		
~~MaP~~	MaP	MaP	MeP	—	—
	PiS	PiS	PeS		
	Bamalip	Dimatis	Calemes		

Z 2ej figury

przez odwrócenie przesłanki mniejszej

2 Camestres (Baroco)	2 Darii (Camestres)	Festino (Celarent)		
MaP	MaP	MeP		
PeS	PeS	PiS	—	—
SoM	SeM	SoM		
Calemes	Calemes	Fresison		

37.

Dr. 1,3/5

Z 3ej figury

przez odwrócenie przesłanki mniejszej:

Felapton	PeS	PeS	PiS	
(Barbari)	SaM	SiM	SaM	— —
	MoP	MoP	MiP	
	Fesapo	Fresison	Dimatis	

Ferison (Darii) Disamis (Celarent)

Zresztą tryby tej czwartej figury:

	SaM	SiM	SaM	PaM
—	MaP	MaP	MeP	MiS
	PiS	PiS	PeS	SoP
	Bamalip	Dimatis	Calemes	Fresison

MaP
PeS
SoM
Calemos

PeS
SaM
MoP
Fesapo

47. Barbara, Celarent primae, Darii, Ferioque

3/13. Cesare, Camestres, Festino, Baroco secundae

Tertia grande sonans recitat: Darapti, Felapton

Disamis, Datisi, Bocardo, Ferison. Quartae sunt

Bamalip, Calemes, Dimatis, Fesapo, Fresison

Quinque subalterni, totidem generalibus orti
Nomen habent nullum nec, si/bene colligis, usum.

Znaczenie liter   mnemotechniczne

spółgłoski: s = conv. simplex
p = conv. per accidens
m = mutatio praemissarum
c = conv. syllogismi

Redukcja sylogizmów:

Cesare: PeM / SaM / —— / MeP / SaM / —— / SeP

Camestres: PaM / SeM / —— / MeS / PaM / —— / PeS / —— / SeP

48.
613.

Festino: PeM / SiM / —— / MeP / SiM / —— / SoP

Baroco: PaM / SoM / —— / SoP   PaM / SaP / —— / SaM

Darapti: MaP / MaS / —— / MaP / SiM / —— / SiP

Felapton: MeP / MaS / —— / MeP / SiM / —— / SoP

Disamis: MiP / MaS / —— / MaS / PiM / —— / PiS / —— / SiP

Darii
$$\begin{array}{c} M a P \\ M i S \\ \hline M a P \\ S i M \\ \hline S i P \end{array}$$

Bocardo
$$\begin{array}{c} M o P \\ M a S \\ \hline S o P \\ S a P \\ M a S \\ \hline M a P \end{array}$$

Ferison
$$\begin{array}{c} M e P \\ M i S \\ \hline M e P \\ S i M \\ \hline S o P \end{array}$$

Bamalip
$$\begin{array}{c} P a M \\ M a S \\ \hline M a S \\ P a M \\ \hline P a S \\ \hline S i P \end{array}$$

Camenes
$$\begin{array}{c} P a M \\ M e S \\ \hline M e S \\ P a M \\ \hline P e S \\ \hline S e P \end{array}$$

Dimatis
$$\begin{array}{c} P i M \\ M a S \\ \hline M a S \\ P i M \\ \hline P i S \\ \hline S i P \end{array}$$

Fesapo
$$\begin{array}{c} P e M \\ M a S \\ \hline M e P \\ S i M \\ \hline S o P \end{array}$$

Fresison
$$\begin{array}{c} P e M \\ M i S \\ \hline M e P \\ S i M \\ \hline S o P \end{array}$$

49.

7/13.

Przykłady omówień sylogizmów:

Analiza przesłanek – konkluzja – stosowny [illegible].

Znaleźć konkluzję z następujących przesłanek i podać nazwę stosownego sylogizmu.

Cesare
$$\begin{array}{c} A e B \\ C a B \end{array},$$

Disamis
$$\begin{array}{c} A i B \\ A a C \end{array},$$

Festino
$$\begin{array}{c} A e B \\ C i B \end{array},$$

Darapti
$$\begin{array}{c} A a B \\ A a C \end{array},$$

900

A a B   A e B   A a B   C e B
C o B,   A a C,   B a C,   C i A

A e B
B a C

Zaden obywatel rzymski nie mógł według lex Portia podlegać chłoście
Niektórzy chrześcijanie byli obywatelami rzymskimi

50. Zaden człowiek prawdziwie mądry nie jest zabobonny
8/3. Niektórzy ludzie wykształceni są zabobonni

Wieloryby są ssakami
Wieloryby są zwierzętami morskiemi

Niektóre namiętności są szkodliwe dla zdrowia
Wszystkie namiętności powodują chwilową przyjemność

Zaden rycerz nie obawia się śmierci
Każdy rycerz obawia się hańby

Niejeden gniew nie jest etycznie zły
każdy gniew jest namiętnością

Potas nie jest c. od wody
Potas jest metalem — Felapton

Wyrazić w formie syllogistycznej:

O Nie wszystkie metale są cięższe od wody, np. potas

Uzasadnić syllogistycznie:

O Nie wszyscy monoteiści są chrześcijanami /wierzy w Chr./

Na rombie nie można opisać koła /przekątnie równe/

Nie wszystko złoto, co się świeci /pierwiastek chem itd./

Każdy Chr. wierzy w Chr.
Niekt. monot. nie wierzą w Chr.
(Baroco)

Na czworoboku o nierównych przek. nie można opisać
Romb jest czw. o nierównych przek.
Miedź nie jest złotem
Miedź jest metal. błyszczącym.

Entgegensetzung A seit B, bis A seit C

A seit C, C seit B,

C seit B
A seit C
―――
A seit B.

A seit B, bis C seit A

(A seit C), C seit D, (D seit B)

D seit B.
C seit D
―――
C seit B.
A seit C
―――
A seit B.

51.
13/3.

Rozważajmy obecnie poszczególne teorje sylogizmów i omówmy stosowanie szczególnej teorji zdań, przy omawianiu odpowiednio, zwracając uwagę na [illegible] ich interpretacji.

Zasada przechodniości stosunku zawierania (zasada sylogizmu)

$(a < b.)(b < c) \supset (a < c)$

Zasada ta nie jest stosowaniem „dictum," bo nie obejmuje zdań szczegółowych i dotyczy jedynie zdań o tym [illegible], że stanowi [illegible] zdań o [illegible] [illegible].

Przekształcenia odpowiadające: Transpozycji $a < b . \equiv . -b < -a$

t. [illegible] $pq \supset r . \equiv . p \sim r . \supset \sim q$

komutacji $pq . \equiv . qp$

odpowiednie [illegible] [illegible].

Zgodnie z §2 [illegible]. (Chrysippus, Ladd-Franklin, Baldwin, [illegible] [illegible],

Dictum nie obejmuje owa [illegible], [illegible], [illegible], [illegible]

[illegible] [illegible] [illegible] $(a < b)(b < c) . \supset (a -<- c)$

Antylogizm:

$(a < b)(b$ ~~jest~~ $c) . \supset . a < c$

$(ab' = 0)(bc' = 0)(ac' \neq 0) = 0$

Tłumaczenie: Nie istnieje ab'. nie istnieje bc' istnieje ac'

Darii: $a < b . c -<- a . \supset . c -> -b$

antyl.: $(ab' = 0).(ca \neq 0)(cb = 0) = 0$

Tylko Grecy są walecznymi = Każdy waleczny jest Grekiem

Każdy Spart. jest Grekiem

Każdy Spart. jest waleczny

Spart. = a
Grek = b
waleczny = c

$c < b . a < b . \supset . a < c$

$(cb' = 0)(ab' = 0)(ac' \neq 0) = 0$ fałszywe! —

502

Inne tryby pierwszej figury

$(b < c)(a < b) . \supset (a < c)$ Barbara

$(b <- c')(a < b) . \supset (a <- c')$ Celarent

Stąd przez ~~[illegible]~~ kontrapozycję konkluzji z przesłanką większą, permutację przesłanek i transpozycję przesłanki mniejszej oraz konkluzji

$(a < b)(c -<- a) \supset (c -<- b)$ Darii

Oraz kontrapozycję ani konkluzji z przesłanką mniejszą i transpozycję przesłanki większej

$(c <- b)(a -<- c) \supset (a -< b)$ Ferio

52.

14/3. Wyrażenie $(a < b)(b < c) \supset (a < c)$, które daje wszystkie rozmaite formy sylogizmu można sprowadzić przez do takiej postaci

$(ab' = 0)(bc' = 0)(ac' \neq 0) = 0$ [29 $p \supset q . \equiv . \sim(p . \sim q)$]

106 $q \equiv . q \equiv V.$ [illegible]

$(ab = 0)(cb' = 0)(ac \neq 0) = 0$

nie może być jednocześnie: każde a nie jest b

Każde ~~każde~~ c ~~nie~~ jest b

niektóre a są c

(sylogizm) - niekonsystencja

50.

Inny sposób aproksymowania sylogistyki:

~~Ax. Każdy~~

1) Każdy sylogizm składa się z trzech zdań, które zawierają

i jedną nazwę, które dwa zdania mają jeden termin

wspólny.

2) Termin wspólny w zdaniach jednakowych ma znak

różny

3) Termin wspólny w zdaniach niejednakowych ma znak

ten sam.

Ax. I Każdy student jest inteligentny,

II Niektóre istoty inteligentne są [illegible],

więc niektóre (studenci są) [illegible]:

Każdy wniosek sylogizmu, [illegible] [illegible] [illegible]

III żaden student nie jest [illegible], tzn. w formie [illegible]-

[illegible]

a = student, b = inteligentny, c = [illegible]:

$I.) (ab' = 0)$ $II) (bc \neq 0)$ $III (ac = 0)$

~~$b\,a\,c = (bc'=0)$ abc~~

~~$a\,a\,b = (ab'=0)$ $ab'c$~~

~~$a\,a\,c$~~ ~~abc'~~

~~$ab'c'$~~

Antylogizmy:

Darii $M\,a\,P$

$S\,i\,M$

$S\,i\,P$

$$(MP'=0)(SM\neq 0)(SP=0)=0$$

Ferio $M\,e\,P$

$S\,i\,M$

$S\,o\,P$

$$(MP=0)(SM\neq 0)(S-P=0)=0$$

Tryby nieważne w logice klasycznej.

$-M\,a\,P$

$S\,e\,M$

$S\,a\,P$

$$(M-P=0)(SM=0)(S-P\neq 0)=0$$

$P\,a\,M$

$M\,a\,S$

$-S\,e\,P$

$$(P-M=0)(M-S=0)(-SP\neq 0)=0$$

Tylko Grecy są walczni

Każdy Spart. jest Grekiem

Każdy Spart. jest walczny

Spart. $= S$

Hell. $= M$

wal. $= P$

$P\,a\,M$

$S\,a\,M$

$S\,a\,P$

$$(P-M=0)(S-M=0)(S-P\neq 0)=0$$

 50d

Inny przykład:

Tylko Grecy są waleczni = Każdy waleczny jest Grekiem

Każdy Trojanin jest Grekiem

więc wszyscy Trojanie są waleczni

błędne i wniosek wcale [illegible]!

Grek = a waleczny = b Trojanin = c

Przyjmujemy:

$(ba' = 0)(ca' = 0)(cb' \neq 0)$

Przykład z Jevonsa

I Niektóre rzeczy pożyteczne nie są rzadkie a = rzeczy pożyt.

II ~~Kamienie szlach~~ Klejnoty są rzadkie. b = rzeczy rzadkie

więc Niektóre rzeczy pożyteczne nie są klejnotami. c = klejnoty

$a\ b\ c$

~~$-a\ b\ c$~~

~~$a\ -b\ c$~~

$a\ b\ -c$

~~$-a\ -b\ c$~~

~~$-a\ b\ -c$~~

$a\ -b\ -c$

~~$-a\ -b\ -c$~~

$ab' \neq 0$

$b'c = 0$

pożyt. rzadkie klejn.

" " niekl.

" nierzadkie niekl.

pożyteczne, rzadkie klejnoty

pożyteczne rzadkie nieklejnoty

" nierzadkie, klejnoty = 0

" nierzadkie nieklejnoty

Trzy wnioski z jednej.

II Każdy inny jest grzesznikiem

I Jeden grzeszny nie jest mieszczaninem.

Jeden inny nie jest mieszczaninem:

c b = inny
a b = grzeszny
b c = mieszczanie.

~~abc~~
~~-abc~~
a -b ~~c~~
~~a b~~ c
~~-a -b~~ c
-a b -c
a -b -c
-a -b -c

~~$ab = 0$~~

~~$a'c = 0$~~

$bc = 0$

$ab' = 0$

~~abc~~
~~ab'c~~
abc'
~~ab'c'~~

a -b c

a -b -c

Jeden inny nie jest mieszcz-

$\sim(Ex)\, i\, M\bar{P} . \sim(Ex)\, i\, M\bar{S}$ $\qquad a \cdot b = a \supset b$

$\sim((Ex)\, i\, M\bar{P} \vee (Ex)\, i\, M\bar{S})$

$\sim((Ex)\, i\, M\bar{P} \vee i\, M\bar{S}) = \sim(Ex)\, i\, M\, \bar{P} \vee \bar{S} = \sim(Ex)\, i\, M \sim PS$

$(x) \sim i\, M \sim PS$

$(x)\; M \supset . PS$

Logika matematyczna

1929/30

506

Logika matem. 1929/30.

Streszcz. wykł. I. 15. X. 1929.

Stosunek logiki matematycznej do logiki klasycznej:

Pomysł [illegible] [illegible] w badaniach logicznych: ich dwa źródła

logika algebraiczna i podstawy matematyki.

Logika algebraiczna: Leibniz, Boole, Schröder

Przykłady teorji Boole'a: Oblicz... [illegible] [illegible] [illegible];

0, 1. [illegible] [illegible] $x(1-x)=0$

$x+(1-x)=1$

Streszcz. wykł. II 17. X. 1929.

Badania nad podstawami matematyki: Aksjomatyzacja matematyki, arytmetyzacja analizy.

Peano, Frege, Russell, Principia mathematica.

Cele [illegible] tego kierunku badań. –

Streszcz. wykł. III. 22. X. 1929.

Sylogistyka Arystotelesa jako [illegible] [illegible] [illegible]

507

Ćwicz.-wykł. III. 2.

indukcji. Symbolizacja formalna. — Tutaj wiążemy

wyniki - oparte na uniwersalności twierdzeń.

Sylogizm hipotetyczny jako ogólna ~~forma~~ reguła rozumowania

Jeżeli (jeżeli p to q) i p, to q. —

Przejście od przesłanek do konkluzji

wszystkie koty są ssakami

" ssaki " zwierzętami kręgowemi

więc wszystkie koty są " kręg.

Ćwicz.-wykł. IV. 24. X. 1929.

Zasada rozumowania, przesłanki, konkluzji.

Dyrektywy rozumowania: dyr. podstawiania, dyr. odrywania.

dopisku; niesprzeczności.

Funkcje logiczne - Funktory N C.

Ćwicz.-wykł. 5.

5. XI. 1929.

Przykład dowodu zupełnego.

Streszcz. wykł. 6. 7. XI. 29.

D. c. omówienia dowodu zupełnego.

funkcje logiczne (prawdziwościowe) C N + . =
D K A

Przebieg wartości funkcji C, N, w zależności od wartości argumentu.

Streszcz. wykł. 7 12. XI. 1929.

Zależność funkcyj prawdziwościowych. Jako pierwotne

wziąć C N.

Streszcz. wykł. 8. 14. XI. 1929.

Teoria dedukcji jako aksjomatyczny system dedukcyjny.

Wyrazy pierwotne teorii – aksjomaty – tezy systemu.

Aksjomaty systemu Łukasiewicza:

1) CCpqCCqrCpr

2) CCNppp

3) CpCNpq

Streszcz. wykł. 9. 19. XI. 1929.

Definicje Apq, Kpq, Dpq. Epq

Określenie wyrażenia sensownego i wyrażenia prawdziwego.

Ćwicz. wyd. 10. 21. XI. 1929.

Reguła podstawiania, reguła odrywania, reguła rozszerzania,

wyrażeń.

Ćwicz. wyd. 11. 26. XI. 1929.

Aksjomaty teorji Whiteheada Russella

Twierdzenia teorji dedukcji Łuk.:

4. CCCCqrCprsCCpqs

Ćwicz. wyd. 12 28. XI. 29.

5 CCpCqrCCsqCpCsr

6 CCpqCCCprsCCqrs

7 CCtCCprsCCpqCtCCqrs

8 CCqrCCpqCCrsCps

Ćwicz. wyd. 13.

9 CCCNpqrCpr CCApqrCpr

15 CCNpqCCqpp.

16 Cpp prawo ~~identyczności~~ tautologii

18 CqCpq prawo symplifikacji

Streszcz. wykł. 14. 5. XII. 1929.

Wyrażenia implikacyjne i inferencyjne.

Przykład dedukcji twierdzenia inferencyjnego ogólniejszego.

19 CCCpqrCqr albo CCApqrCqr

20 CpCCpqq zasada sylogizmu hipotetycznego.

21 CCpCqrCqCpr prawo komutacji.

Streszcz. wykł. 15. 10. XII. 1929.

24 CCCpqpp

Tezy 1, 18 i 24 wystarczają do udowodnienia wszystkich możliwych tez teorii dedukcji, w których występuje jedynie symbol C.

27 CCCpqqCCqpp

Teza 27 pozwala zdefiniować alternatywę przy pomocy samego terminu C

$$Apq = CCpqq$$

Przy takiej definicji z tezy 27 wynika prawo przemienności alternatywy

CApqAqp

Streszcz. wykł. 16. 12. XII. 1929.

Zbiór twierdzeń, w których występuje C i N, lecz nie występują wyrazy zdefiniowane:

<u>36</u> CNpCpq (anal. do 18 CqCpq)

38 CCpNpNp (" " 2 CCNppp)

<u>39</u> CNNpp Zas. podw. przeczenia.

<u>40</u> CpNNp

Streszcz. wykł. 17. 9. I. 1930.

<u>46</u> CCpqCNqNp

<u>47</u> CCpNqCqNp

<u>48</u> CCNpqCNqp

<u>49</u> CCNpNqCqp

Zas. transp.

(Argument a contrario CCNστ w CNστ

Streszcz. wykł. 18. 14. I. 1930.

<u>53</u> CCNpqCCpqq

<u>54</u> CCpqCCNpqq

[illegible]

<u>55</u> CCpqCCpNqNp

59 CCNprCCqrCCpqr

61 CCprCCqrCCNpqr

Posiedz. nauk. 19. 16. I. 1930.

66 CNCpqp 36 CNpCpq

67 CNCpqNq 18 CqCpq

69 CpCNqNCpq

Posiedz. nauk. 20. 21. I. 1930.

Twierdzenia, w których obok negacji i implikacji występuje

alternatywa 01 Apq = CNpq

72 CpApq

73 CqApq Add.

74 CAppp Taut.

75 CApqAqp Perm.

76 CCqrCApqApr Sum.

78 CApAqrAqApr Assoc.

Tezy powyższe (73-78) stanowią aksjomaty logiki zdań

Whiteheada-Russella.

Strescz. wykł. 21. 23. I. 1930.

79 CCApqrCpr
80 CCApqrCqr
81 CCprCCqrCApqr } Aksjomaty teorii dedukcji przy terminach pierwotnych A i N.

82 CApqCCpqq
83 CCCpqqApq } odpowiadające definicji Apq = CCpqq

84 ~~Cp~~ CApqCNpq Mamy wprowadzeniem Tarskiego procesu

~~85 CCNpqApq~~ 84 i 85 określają równoważność wyrażeń równoznacz-nych według definicji.

- - - - - - - - - - - - - - - -

Strescz. wykł. 22. 28. I. 1930.

~~85 CCNpqApq~~

86 CCpqANpq
87 CANpqCpq } ~~tezy~~ tezy pozwalające definiować implikację przez A N Cpq = ANpq

90 ApNp zasada wyłączonego środka.

Tezy zawierające wzór K 02 Kpq = NCpNq

(Dualizm alternatywy i koniunkcji: zastępując w tezie, w której występu-je Kpq p - Np, q - Nq (i odwrotnie) oraz Kpq przez NApq otrzymujemy tezę dualnie odpowiadającą tautologii, w której występuje Apq)

91 CpCqKpq
92 CqCpKpq }

95 CpKpp
94 q/p * CKppp } zasada tautologii.

93 CKpqp
94 CKpqq }

Streszcz. wykł. 23. 30. I. 1930.

96 CCprCKpqr
97 CCqrCKpqr

98 CCKpqrCpCqr
101 CCpCqrCKpqr
Prawo eksportacji (wyłączania) i łączenia (importacji)

102 CKCpqCqrCpr
103 CKCqrCpqCpr
2 sil. hypotetyczny.

104 CKpCpqq modus ponens!

105 CKpqKqp prawo przemienności koniunkcji.

Streszcz. wykł. 24. 4. II. 1930.

106 CKpNpq

109 NKpNp (zas. sprzeczn.)

110 CKpqNANpNq
111 CNANpNqKpq
def: Kpq = NANpNq (Russell-Whit.)

112 CANpNqNKpq
113 CNKpqANpNq
negacja koniunkcji

115 CKNpNqNApq
116 CNApqKNpNq
" alternatywy

twierdz. de Morgana

Streszcz. wykł. 25 6. I. 1930. J15

201 CCprCCqsCApqArs

202 CCpqCCprCpKqr (Comp.)

<u>205</u> CKpAqrAKpqKpr } Zas. rozdzielczości
<u>208</u> CAKpqKprKpAqr }

forma słabsza CApKqrKApqApr

13 Dpq = CpNq

<u>117</u> CDppNp } Np = Dpp – możliwa definicja
<u>118</u> CNpDpp }

<u>119</u> CDpqDqp prawo przemienności.

Streszcz. wykł. 26. 11. XII. 1930

<u>123</u> CCpqDpDqq } Cpq = DpDqq
126 CDpDqqCpq }

Sheffer: O jednym terminie pierwotnym teorji dedukcji (Takimi termi-
nami może być też termin określony przez M = NCNpq (NA))

Aksjomat Nicoda

$\underbrace{DDpDqr}_{P}\,\underbrace{DDtDtt}_{\pi}\,\underbrace{DDsqDDpsDps}_{Q}$

P = DpDqr = CpKqr π = DtDtt = Ctt

Q = DDsqDDpsDps = CKpsKsq

Prosem. wykł. 26 (d. c.)

Aks. Nicoda ma postać DPDπQ czyli CPKπQ

Wywód tego aksjomatu:

Prosem. wykł. 27. 13. II. 1930.

Aks. Nicoda (d. c.)

[illegible]

Prosem. wykł. 28. 18. II. 1930

04 Epq = NCCpqNCqp

127 CEpqKCpqCqp
128 CKCpqCqpEpq
Epq = KCpqCqp

129 CEpqCpq
130 CEpqCqp

131 CCpqCCqpEpq

132 Epp prawo tożsamości

133 ECpCqrCqCpr prawo komutacji

134 ECpCpqCpq

135 EpNNp

136 ECpqCNqNp

138 ECpCqrCKpqr prawo [illegible] i [illegible].

Stenogr. wykł. 29. 20. II. 1930.

141 ΣΣ$_{pq}$ Σ$_{qp}$ prawo przemienności dla Σ

142 ΣΣ$_p$ Σ$_{qr}$ ΣΣ$_{pqr}$ " łączności " Σ

143 CΣ$_{pq}$ CΣ$_{qr}$ Σ$_{pr}$ " sylogizmu dla Σ – patrz 172, 141,

143 stosunek Σ przedstawiony dwustronnie, niezwrotny, przechodni.

144 ΣC$_{pq}$ Σ$_p$ C$_{pq}$ } zamiana implikacji na równoważność.
145 ΣC$_{pq}$ Σ$_q$ A$_{pq}$ }

146 CK$_{pq}$ Σ$_{pq}$ 147 C$_q$ Σ$_p$ C$_{pq}$

Metodologia teorii dedukcji.

Niesprzeczność i niezależność aksjomatów.

Stenogr. wykł. 30. 25. II. 1930.

Niesprzeczność i niezależność aksjomatów d. c.

Stenogr. wykł. 31 27. II. 1930.

j. w. c. d.

Stenogr. wykł. 32. 11. III. 1930.

j. w. c. d.

Sposoby udowadniania, reguły niesprzeczności.

Streszcz. wykł. 33. 13. III. 1930

Pojęcie dowodu niesprzeczności i niezależności aksjomatów. Aksjomatyka Huntingtona

Streszcz. wykł. 34. 18. III. 1930

j. w. (d. c.)

Streszcz. wykł. 35 20. III. 1930.

Dowód zupełności teorji dedukcji. Sformułowanie zagadnienia

Streszcz. wykł. 36. 25. III. 1930.

Twierdzenie, iż każde wyrażenie posiadające własność [illegible] [illegible]cji systemu (mianowicie, że system jest zupełny) jest równoważne twierdzeniu, iż każde wyrażenie sensowne (bez wyrazów definjowanych) albo będzie konsekwencją systemu, albo dołączone do systemu jako teza, powoduje sprzeczność (Dienes wyrazów niezależnych).

Dowód zupełności oparty na twierdzeniu, iż nie istnieją [illegible] wyrażenia niezależne.

Równoważność inferencyjna $\alpha \sim \beta$

wykł. 36 (d.c.)

Stosunek $\alpha \sim \beta$ jest symetryczny i przechodni.

(1) $\epsilon\alpha\epsilon\beta\gamma \sim \epsilon\beta\epsilon\alpha\gamma$

(2) $\epsilon\delta\epsilon\alpha\epsilon\beta\gamma \sim \epsilon\delta\epsilon\beta\epsilon\alpha\gamma$

(3) $\epsilon\delta_n\epsilon\delta_{n-1}\ldots\epsilon\delta_1\epsilon\alpha\epsilon\beta\gamma \sim \epsilon\delta_n\epsilon\delta_{n-1}\ldots\epsilon\delta_1\epsilon\beta\epsilon\alpha\gamma$

(4) $\epsilon\gamma\epsilon\delta_n\epsilon\delta_{n-1}\ldots\epsilon\delta_1\epsilon\alpha\beta \sim \epsilon\gamma\epsilon\alpha\epsilon\delta_n\ldots\epsilon\delta_2\epsilon\delta_1\beta$

(5) $\epsilon\alpha\epsilon\alpha\beta \sim \epsilon\alpha\beta$

Streszcz. wykł. 37. 27. 3. 1930.

Dowód niesprzeczności teorji dedukcji &c:

L. 1. Jeżeli α jest wyrażeniem niezależnem i $\alpha \sim \beta$, to β jest wyrażeniem niezależnem.

L. 2 Jeżeli $\alpha \sim \beta$ i β jest wyrażeniem krótszem od α, to α nie jest najkrótszem wyrażeniem niezależnem.

L. 3. Żadne wyrażenie sensowne nie będące implikacją nie jest najkrótszem wyraż. niezależnem.

Ćwicz. sem. 38. 1. 5. 1930.

Kwantyfikator ogólny $\Pi p\, \varphi(p) = K\varphi(0)\varphi(1)$

Zmienna związana, zmienna wolna.

Jeżeli $\varphi(p)$ jest wyrażeniem sensownem, zawierającem conajmniej jedną wolną zmienną, odmienną od p, to wyrażenie postaci $\Pi p\, \varphi(p)$ jest wyrażeniem sensownem, w którem zmienna p [illegible] już związana.

$\Pi p\, Cpp = 1$, $C\Pi ppp = 1$ $Cp\Pi rr = Np$

Ćwicz. sem. 39. 6. 5. 1930.

Kwantyfikator szczegółowy $\Sigma p\, \varphi(p) = A\varphi(0)\varphi(1)$

$N\Pi p\, \varphi(p) = \Sigma p\, N\varphi(p)$ $N\Sigma p\, \varphi(p) = \Pi p\, N\varphi(p)$

System aksjomatyczny t. dedukcji z kwantyf. ogólnym i z jedynym terminem pierwotnym C

Definicja negacji: $Np = Cp\Pi rr$

Reguły wnioskowania

1) Reguła podstawiania: Wolno podstawić (wyrażenia sensowne, z kwantyfikatorem lub bez) jedynie za zmienne wolne, przyczem każda zmienna wolna wyrażenia podstawianego po podstawieniu winna pozostać nadal zmienną wolną.

Semin. wyż. 40. 8. 5. 1930.

Reguły wnioskowania teorii dedukcji z kwantyfikatorem:

3) Reguła dołączania kwantyfikatora (Rd) pozwala na podstawie wyrażenia $C\alpha\beta(p)$ wnosić wyrażenie $C\alpha\Pi p\beta(p)$

Uzasadnienie na podstawie (202) $CCpqCprCpKqr$

4) Reguła opuszczania kwantyfikatora (Ro) pozwala na podstawie wyrażenia $C\alpha\Pi p\beta(p)$ wnosić wyrażenie $C\alpha\beta(p)$

Uzasadnienie na podstawie $CCpKqrCpq$ i $CCpKqrCpr$

5) Reguła zastępowania pozwala korzystać z def (δ) $Np = Cp\Pi rr$

Aksjomaty (Tarski–Bernays)

T1 $CqCpq$ (18)

T2 $CCCpqpp$ (24)

T3 $CCpqCCqrCpr$ (1)

T4 Cpp

T5 $CCpCqrCqCpr$

T6 $CCqrCCpqCpr$

T7 $CCNppp$ (2)

T8 $C\Pi rpr$

T9 $CCp\Pi prCpq$

T10 $CNpCpq$

Ćwicz. wykł. 40 (d. c.)

T11 $CpCNpq$ (3)

Z aksjomatów T1, T2, T3, otrzymujemy wedł. reg. 1, 2, 3, całą teorię dedukcji.

Ćwicz. wykł. 41. 13. 5. 1930.

Wyrażenia $\varphi(a)$ i $\Pi p\, \varphi(a)$ są inferencyjnie równoważne.

Wyrażenia $\Pi p\, C\varphi q$ i $C\varphi\Pi pq$ są również inferencyjnie równoważne, lecz nie są równoważne.

Aksjomatyka logiki Arystotelesa:

Terminy pierwotne Aab Iab – [illegible].

S1 Aaa

S2 Iaa

S3 CKAbcAabAac

S4 CKAbcIabIac

D1 Oab = NAab

D2 Eab = NIab

Tezy teorii dedukcji

Tw 1. Cpp

Tw 2. CCpqCCqrCpr

Tw 3. CCpqCNqNp

Tw 4. CCpNqCqNp

Tw 5. CCNpqCNqp

Tw 6. CCKpqrCpCqr

Tw 7 CCKpqrCqCpr

Tw 8 CCKpqrCKpNrNq

Tw 9 CCKpqrCKNrqNp

Tw 10 CCKpqrCCspCKsqr

Tw 11 CCKpqrCCsqCKpsr

Tw 12. CCKpqrCCrsCKpqs

~~#~~ Reguły wnioskowania

1) Reg. podstawiania – [illegible] podstawianie [illegible].

2) " odrywania.

3) " zastępowania.

Stenogr. wykł. 43 27. 5. 1930.

Związki implikacyjne w kwadracie logicznym:

S 5	COab NAab	S 9	CEab NIab	prawa sprzeczności
S 6	CNAab Oab	S 10	CNIab Eab	
S 7	CAab NOab	S 11	CIab NEab	
S 8	CNOab Aab	S 12	CNEab Iab	
S 13	CAab Iab	S 15	CEab Oab	prawa podporządkowania
S 14	CNIab NAab	S 16	CNOab NEab	
S 17	CEab NAab	S 18	CAab NEab	prawa przeciwieństwa.
S 19	CNIab Oab	S 20	CNOab Iab	prawa podprzeciwieństwa.

Stenogr. wykł. 44. 3. 6. 1930.

S 21 CIab Iba
S 22 CAab Iba
S 25 CEab Eba
Prawa odwracania.

Stenogr. wykł. 45 5. 6. 1930.

S 26 CKAmb Aam Iab Barbari
S 29 CKEmb Aam Eab Celarent
S 30 CKEmb Aam Oab Celaront

45 (c.d)

531 CKUmb Imm Tab (Dosio)

533 CKYmb Imm Oab (Ferri)

534 CKYbm Uamm Yab (Cesare)

535 CKYbm Uamm Oab (Cesaro)

Strenoz. sykl. 46. 17. 6. 1930.

536 CKUbm Yamm Yab (Camestres)

537 CKUbm Yamm Oab (Camestrop)

538 CKYbm Imm Oab (Festino)

540 CKUbm Oamm Oab (Baroco)

541 CKUmb Umma Tab (Darapti)

542 CKYmb Umma Oab (Felapton)

543 CKImb Umma Tab (Disamis)

545 CKOmb Umma Oab (Bocardo)

546 CKYmb Imma Oab (Ferison)

526

Logika matematyczna. 1929/30.

15. X. 1929.

Wykł. I.

Stosunek logiki matematycznej do logiki klasycznej: nie jest to nową nauką, lecz nowym środkiem w nowej szacie uprawianą nauką.

Logika klasyczna formalna, a psychologia i teoria poznania.

Logika i matematyka w dzisiejszym rozwoju logiki.

Początki nowszej logiki w badaniach logicznych. Są dwa źródła: logika algebraiczna i podstawy matematyki.

Logika algebraiczna:

Gottfried Wilhelm Leibniz (1646–1716). Louis Couturat, La logique de Leibniz d'après des documents inédits (1901)

Pomysł zasadniczy: analogia między rozumowaniami (procesami logicznymi), a działaniami algebraicznemi.

J.A. Segner, J.H. Lambert.

George Boole (1815–1864): An Investigation of the Laws of Thought on which are founded the mathematical Theories of Logic and Probabilities. 1854.

Ernst Schröder (1841–1902) Vorlesungen üb. d. Algebra d. Logik 1890–1905.

Iloczyn klas x i y jest klasą wspólnych elementów x i y

Suma ~~[illegible]~~ $x+y$

Klasa x które nie są y $x-y$

Dwie klasy złożone z tych samych znakiem $=$

Prawo przemienności $xy = yx$ $x+y = y+x$ $x-y = -y+x$

" łączności $(xy)z = x(yz)$ $(x+y)+z = x+(y+z)$

" rozdzielności $z(x+y) = zx+zy$

prawo tautologii $xx = x$

1, 0, $0.x = 0$ $0+x = x$ $1.x = x$

(alternatywa rozłączna się określa [illegible] $x+x = x$ $1+x = 1$)

Negacja x $1-x$

Prawo sprzeczności

$x(1-x) = x1 - xx = x - x = 0$

prawo wył. środka:

$x + (1-x) = x - x + 1 = (x-x)+1 = 1$

2.

9/X Prace nad podstawami matematyki: Aksjomatyzacja – [illegible]

dowodów: Gottlob Frege (1848 – 1925) Giuseppe Peano Formulaire de math. 1894.

Grundgesetze der Arithmetik (1893 – 1903)

~~Ostatecznie [illegible] wszystkie~~:

~~logiczne – ...~~

Rozróżnić ścisłe logiczne i reguły wnioskowania - odpowiednio do tego języka i metodologii.

Logika i teoria zbiorów. -

Alfred North Whitehead - Bertrand Russell, Principia mathematica (1910-1925)

Leśniewski - O podstawach matematyki (Przegl. fil. 1928, 1929)

" Grundzüge eines neuen Systems der Grundlagen der Mathematik. (Fund. Math. XIV, 1929)

Cechy charakterystyczne tego kierunku badań

Algebra symboliczna - sposób traktowania zagadnień nie logicznych analogiczny do algebry

Celem zdania sobie sprawy z tego, jaki jest charakter badań logicznych rozważmy przykład wnioskowania:

Jeżeli wszystkie S są M i wszystkie M są P, to wszystkie S są P.

Zasady rozumowania, wynikania, konsekwencja

Dyrektywy (reguły) rozumowania - reguły ważne -

Dyrektywa podstawiania, dyrektywa odrywania.

Zasady rozumowania są naczelnymi twierdzeniami (logika nauka o związkach między zdaniami)

wnioskowania otrzymujemy z nauk szczegółowych.

Formułowanie dyrektyw należy do metalogiki.

Przegląd naszej notacji (cd.:)

Np - N funktor zdaniotwórczy o jednym argumencie zdaniowym

Cpq C f. zdaniotw. o dwóch argum. zdaniowych

(analogia $a+(b+c) = (a+b)+c$
$+a+bc = ++abc$)

5. W jaki sposób z twierdzenia $C(a \times b \; \varepsilon \; Pn)\, CN(a \; \varepsilon \; Pn)(b \; \varepsilon \; Pn)$

29/X
29. wnioskujemy że $C(a \times a \neq \varepsilon \; Pn)(a \; \varepsilon \; Pn)$?

5/XI
$CCpqCCqrCpr$ (1)

$CCNppp$ (2)

$C(a \times b \; \varepsilon \; Pn)\, CN(a \; \varepsilon \; Pn)(b \; \varepsilon \; Pn)$ (3)

3 - b/a - 4

$C(a\times a\,\varepsilon\,P_n)\,CN(a\,\varepsilon\,P_n)(a\,\varepsilon\,P_n)$ (4)

1 - $p/(a\times a\,\varepsilon\,P_n)$, $q/CN(a\,\varepsilon\,P_n)(a\,\varepsilon\,P_n)$, $r/(a\,\varepsilon\,P_n)$ - 5

$CC(a\times a\,\varepsilon\,P_n)\,CN(a\,\varepsilon\,P_n)(a\,\varepsilon\,P_n)\,CCCN(a\,\varepsilon\,P_n)(a\,\varepsilon\,P_n)(a\,\varepsilon\,P_n)$
$C(a\times a\,\varepsilon\,P_n)(a\,\varepsilon\,P_n)$ (5)

(5) - ov. 4 - 6

6. 7, XI

$CCCN(a\,\varepsilon\,P_n)(a\,\varepsilon\,P_n)(a\,\varepsilon\,P_n)\,C(a\times a\,\varepsilon\,P_n)(a\,\varepsilon\,P_n)$ (6)

2 - $p/(a\,\varepsilon\,P_n)$ - 7

$CCN(a\,\varepsilon\,P_n)(a\,\varepsilon\,P_n)(a\,\varepsilon\,P_n)$ (7)

6 - ov. (7) - 8

$C(a\times a\,\varepsilon\,P_n)(a\,\varepsilon\,P_n)$ (8) c.b.d.d.

Algebra logiczna ~~symboliki~~ przedstawia związki między zakresami

Logika matematyczna - związki między zdaniami.

Lecz przy algebrze log. zwracam uwagę na stosunki ~~logiki~~ wszystkich

wyrażeń, które mogą być interpretowane bądź zdaniowo, bądź

zakresowo.

0, 1 - prawda, fałsz -

poszukujemy funkcje logiczne + - × C =

prawdy wartości tych funkcji w zależności od wartości argumentów

7. 12/XI. 29.

Funkcje prawdziwościowe

Klasyfikacja funkcji prawdziwościowych.

Przykłady funkcji prawdziwościowych

C implikacja

D dysjunkcja

K koniunkcja

A równoważność (alternacja)

	11	10	01	00
Cpq	1	0	1	1
Dpq	1	1	1	0
Kpq	1	0	0	0
Apq	1	0	0	1

16 funkcji [illegible]

	11	10	01	00			
F_1pq	1	1	1	1	[illegible]		NCCNpNpNCNqNq
F_2pq	1	1	1	0	[illegible]	Apq	CNpq
F_3pq	1	1	0	1	[illegible]	Cqp	CNpNq
F_4pq	1	0	1	1	[illegible]	C	
F_5pq	0	1	1	1	[illegible]	E	CpNq
F_6pq	1	1	0	0	p		CNpp
F_7pq	1	0	1	0	q		CNqq
F_8pq	0	1	1	0	[illegible]	NApq	CCNpNqNCpq
F_9pq	0	1	0	1	[illegible]	Nq	NCNqq
$F_{10}pq$	0	0	1	1	[illegible]	Np	NCNpp
$F_{11}pq$	1	0	0	1	[illegible]	A	NCCNpNqNCpq
$F_{12}pq$	0	0	0	1	[illegible]	NApq	NCNpq
$F_{13}pq$	0	0	1	0	[illegible]	NCqp.	NCNpNq
$F_{14}pq$	0	1	0	0	[illegible]		NCpq
$F_{15}pq$	1	0	0	0	[illegible]	Kpq	NCpNq
$F_{16}pq$	0	0	0	0	[illegible]		CCppNCqq

8.
14/XI
29.

Teorja dedukcji - jako aksjomatyczny system dedukcyjny.

aksjomaty - wyrazy pierwotne teorji - tezy systemu.

Aksjomaty systemu Łukasiewicza

1) CCpq CCqr Cpr
2) CCNpp
3) CpCNpq

9.
19. XI. Wyrazy definjowane przez wyrazy pierwotne.

29. Definicje są wyrażeniami nominalnemi - są określeniami - reguła zastępowania.

Uznanie definicji [illegible] [illegible] [illegible].

Definicje nie są tezami systemu (u Łukasiewicza, u Russella tak!)

01 $Apq = CNpq$ $(F_2 pq)$ alternatywa

02 $Kpq = NCpNq$ $(F_{15} pq)$ koniunkcja

03 $Dpq = CpNq$ $(F_5 pq)$ dysjunkcja - [illegible] -

04 $Epq = NCCpqNCqp$ $(F_{11} pq)$ równoważność

tzn. wyrażenie będące definiens

Wyrażenie zastępowane: [illegible], które wyrażenia są zastępowane:

Twierdzenie:

Wyrażenie x jest wyrażeniem zastępowalnym wtedy i tylko wtedy, gdy jest spełniony przynajmniej jeden z następujących warunków:

1) x jest stałą zdaniową (zmienną zdaniową)

2) x jest negacją wyrażenia sensownego

3) x jest implikacją z argumentami, będącymi wyrażeniami sensownemi

4) x " alternatywą j. w.

5) x " koniunkcją "

6) x " dysjunkcją "

7) x " równoważnością "

Oznaczmy wyrażenie sensowne przez 2, to wtedy

$N2=2 \quad C22=2 \quad A22=2 \quad K22=2 \quad D22=2 \quad E22=2$

Np. $C\underbrace{Np}_{2}\underbrace{A\underbrace{\underbrace{Kp}_{2}\underbrace{Nq}_{2}}_{2}r}_{2}$ jest wyrażeniem sensownem

$\underbrace{Np}_{2}\underbrace{K\underbrace{Nq}_{2}\underbrace{r}_{2}}_{2}$ $2K2$ nie jest wyr. sensownem.

Wyrażenie równokształtne – termin wprowadzony dla ścisłego sformułowania wyrażenia równokształtnie np. Np jest równokształtne

10. z następnym wyrażeniem CNpq.

21. XI. Nazywamy jakieś wyrażenie β niewłaściwym podwyrażeniem wyrażenia

α wtedy i tylko wtedy, gdy β jest wyrażeniem samem się jedynie różniącem od α, że w miejsce pewnego zmiennego występującego w α, występuje w β pewne wyrażenie sensowne, bowiem równokształtnym zmiennym w wyrażeniu α odpowiadają równokształtne wyrażenia sensowne w β.

Np: α) $CCpq\,CCqr\,Cpr$ $\qquad$ q/Cpq

β) podstaw. sensowne $\qquad$ β') niesensowne. –

Reguły wnioskowania:

1) Reg. podstawiania: Jeżeli jakieś wyrażenie α jest tezą systemu, to wolno nam uznać jako tezę systemu każde wyrażenie β, będące sensownym podstawieniem wyrażenia α.

2) Reguła odrywania: Jeżeli jakieś wyrażenia α i β są tezami systemu i wyrażenie α jest implikacją o poprzedniku równokształtnym z β, to wolno nam uznać jako tezę systemu każde wyrażenie γ, będące wyrażeniem równokształtnym z następnikiem implikacji α.

3) Reguła zastępowania: Jeżeli jakieś wyrażenie α jest tezą systemu i jakieś wyrażenie β jest częścią wyrażenia α, równokształtną z prawą stroną jakiejś z definicji bezpośrednio definicji lub jej prawdziwej od-

 535

stawienia, to wtedy nam nawet jeśli tego chcemy każde wyrażenie γ, powstające z wyrażenia α przez zastąpienie wyrażenia β przez wyrażenie równoznaczne z tym ostatnim tej definicji albo tezą jego prawdziwego podstawienia.

Np. z aksjomatu 3) $CpCNpq$; definicji 01 $Apq = CNpq$

otrzymamy tezę $CpApq$ (zasada dołączania)

albo z aksjomatu 2) $CCNppp$ i prawdziwego podstawienia tej definicji

$App = CNpp$

otrzymamy $CAppp$ (zasada tautologii)

Między regułą podstawiania a zastępowania będą zachodziły różnice:

1) podstawiamy tylko za zmienne zdaniowe (małe litery) zastępujemy dowolne wyrażenia.

2) przy podstawianiu należy w/ wszystkie za zmienne równoznaczne podstawiać wyrażenia równoznaczne, natomiast przy zastępowaniu to nie jest wymagane. (bo Cpp [illegible])

Np. mając tezę $CCNpqCNpq$ z def. 01 korzystając z reguły zastępowania otrzymamy:

$CApqApq$ $\quad$ $CApqCNpq$ $\quad$ $CCNpqApq$

11. 26/XI 29.

12. 536

Terminy pierwotne i aksjomaty teorji dedukcji ~~Russella~~

Whiteheada - Russella:

Terminy pierwotne $p \vee q$ $\sim p$

Definicja $*1{\cdot}01 \quad p \supset q \,.=.\, \sim p \vee q$ Df.

Aksjomaty:

$*1{\cdot}1$ Następnik implikacji, której poprzednik jest zdaniem (elementarnym) prawdziwym, jest prawdziwy. Pp.

$*1{\cdot}2 \vdash : p \vee p \,.\supset.\, p$ Pp — Zasada tautologji (Taut)

$*1{\cdot}3 \vdash : q \,.\supset.\, p \vee q$ Pp — " addycji (Add.)

$*1{\cdot}4 \vdash : p \vee q \,.\supset.\, q \vee p$ Pp — " permutacji (Perm)

$*1{\cdot}5 \vdash : p \vee (q \vee r) \,.\supset.\, q \vee (p \vee r)$ Pp — " asocjacji (Assoc.)

$*1{\cdot}6 \vdash :. q \supset r \,.\supset:\, p \vee q \,.\supset.\, p \vee r$ Pp — " sumowania (Summ.)

$*1{\cdot}7$ Pp Jeżeli p jest zdaniem elementarnym, to $\sim p$ jest też elem.

$*1{\cdot}71$ Pp " p, q " " , to $p \vee q$ "

Twierdzenia teorji dedukcji (cd.)

Każde twierdzenie wyprowadzone z innych i opatrzone numerem posiada dowodzenie: Owe dowodzenie składa się z dwóch części przedstawiających przesłanki, czyli numery twierdzeń po prawej stronie wskazane zasady.

[illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible]:

[illegible], [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible]

[illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible], [illegible] [illegible].

1* CCpq CCqr Cpr

2* CCNppp

3 CpCNpq

1 p/Cpq, q/CCqrCpr, r/s * C1–4

4 CCCCqrCprs CCpqs

12.
28/II. 4 q/Cqr, r/Csr s/CCsq CpCsr
29. * C4 p/s, s/CpCsr – 5

5 CCpCqr CCsq CpCsr

[illegible] 5, [illegible] [illegible] [illegible] CpCqr [illegible]

[illegible] [illegible] Csq [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible]

q [illegible] [illegible] s i [illegible] [illegible] [illegible] CpCsr

4 s/CCCpqrs CCqrs * C1 p/Cqr, q/Cpr. r/s – 6

6 CCpq CCCprs CCqrs

5 p/Cpq, q/CCprs, r/CCqrs, s/t * C6-7

7 CCt CCprs CCpq Ct CCqrs

Tezy 4-7 są tezami pomocniczemi dla odwrotn~~ości~~ mienia tezy 8:

7 t/Cpq, p/q, r/s, s/Cps, q/r * C1 r/s - 8

8 CCqr CCpq CCrs Cps

jest to twierdzenie, uzupełniające aksjomat 1

Wszystkie te tezy odwrotnie wynikają z aksjomatu 1 (bez pośrednictwa tez 2 i 3)

13. 3/XII. 1 q/CNpq * C3-9

9 CCCNpqr Cpr

albo wyrażony w książce 01 CCApqr Cpr (Comp)

9 r/CCCNppp CCqpp * C6 p/Np, r/p, s/p - 10

10 Cp CCCNppp CCqpp (A 7 Cp CCqpp)

10 p/CCNppp * C2 - C2 p/CCNppp - 11

11 CCq CCNpqp CCNppp

9 p/t, q/εεΛααα, r/εεΛααα * ε11 q/Λt – 12

12 εt εεΛαα

7 p/Λα, r/p, s/p ε12 – 13

13. εεΛpq εt εεqpp

1 p/εΛpq, q/εtεεqpp * ε 13-14

14 εεεt εεqααr εεΛpqr

14 t/Λεεqpp, r/εεqpp * ε 2 p/εεqpp – 15

15 εε Λpq εεqpp

(Teza 15 mówi prawie tyle co 2 w skrótowym oznaczeniu)

Tezy 11-15 są wzorowe, umożliwiają cykl skrótów, zawierających jedynie wyraz stały ε

9 / q/p, r/p * ε 2-16

16 εpp (prawo tożsamości)

(Można, wskazując jedynie tezy 15 i 16 udowodnić aksjomat 2,

15 q/Λp *16 p/Λp – 2

prawo tożsamości wszakże nie odegra żadnej roli w dowodzie..

16.

540

9 r/CCqpp * C15 - 17

17 CpCCqpp

5 p/q, q/CNpq * C17 p/q, q/Np - C3 - 18

18 CqCNpq   prawo symplifikacji

Każdy okres warunkowy o prawdziwym następniku prawdziwy (implikacja materialna). –

14. 5. XII. W wierszu z teraz 18 podaję z wywodem, zauważając, że [illegible] przy rozumowaniu dedukcyjnym mamy [illegible] teorii ogólniejszej.

Co może ogólniejszy? Reguły odrywania – dictum de omni et de nullo –

uzasadnienie inferencyjne i implikacyjne.

18₁ CpCpCrCsr – jeśli tę przyjmiemy jako założenie dowodzimy

18_1 p/CpCpCrCsr * C18_1 - C18_1 - 18_2

18_2 CrCsr   (prawo symplifikacji 18.)

18_2 r/CrCsr s/q * C18_2 - 18_3

18_3 CqCrCsr

18_2 r/CqCrCsr, s/p * C18_3 - 18_4

18_4 CpCqCrCsr

18_4 q/p * 18_1

18_1 CpCpCrCsr

Teza 18_4 jest bardziej ogólna od tezy 18_1, jednakże otrzymujemy, zastępując jedynie tezę 18_1, wszystkie reguły podstawiania i odrywania, odpowiednie tezy 18_4;

Takie dwie tezy, jak 18_1 i 18_4, z których jedna daje się wyprowadzić bezpośrednio tylko drugiej i naodwrót - nazywamy tezami inferencyjnie równoważnemi. - Prawo symplifikacji jest inferencyjnie równoważne tezie 18_1. -

1 p/q, q/Cpq * C18 - 19

19 CCCpqrCqr

19 p/Np * 19_1 19_1 CCCNpqrCqr

a po uwzględnieniu Def. Di 19_2 CCApqrCqr

twierdzenie analogiczne do 9.

19 p/Nq, q/p, r/CCpqq * C15 p/q, q/p - 20

<u>20</u> CpCCpqq

(zasada sylogizmu hipotetycznego innego [illegible]) – dać należy jej usunąć z zasady odrywania!

5 p/q, q/Cqr, r/p * C20 p/q, q/r – 21

<u>21</u> CCpCqrCqCpr   prawo komutacji!

(nie usunąć z pr. permutacji!)

15. 10. XII. 1929.

21 p/Cpq, q/Cqr, r/Cpr * C1 – 22

<u>22</u> CCqrCCpqCpr

Stosując prawo komutacji do tezy 1 otrzymaliśmy przez tezę 22 inną postać prawa sylogizmu.

21 p/Cqr, q/Cpq, r/CCrsCps * C8 – 22,

22, CCpqCCqrCCrsCps   (inna postać 8)

1 p/CpCqr, q/CqCpr, r/s * C21 – 23

23 CCCqCprsCCpCqrs

23 q/Np, r/q, s/CCCpqpp * C15 q/Cpq – C3 – 24

24 CCCpqpp   (cf. Peirce'a – ponieważ na podstawie tezy CCpqp wynika zdanie p)

1 p/eepqr, q/eqr, r/epeqr *

e19 - e18 ~~q~~/eqr - 19'

19' eee pqr epeqr

24 $p/Cpq,\ q/CCprs,\ r/CCqrs\ *\ C6 - 25$

25 $CCCprsCCpqCCqrs$

25 $p/Cpq,\ r/p,\ s/p,\ q/r\ *\ C24 - 26$

26 $CCCpqrCCrpp$ (porównać 24!)

26 $r/q\ *\ 27$

27 $CCCpqqCCqpp$

Teza 27 powiada, że w wyrażeniu typu $CCpqq$ [illegible] zdanie p obok q — i naodwrót. Z tego wynika wzajemnie, że jeżeli p fałszywe, to q prawdziwe i naodwrót. Pozwala ona zatem zdefiniować alternatywę za pomocą jednego terminu C:

$$Apq = CCpqq$$

Przy takiej definicji z tezy 27, [illegible] zastępowania wynika prawo przemienności alternatywy:

$$CApqAqp.$$

1 $p/CCpqr,\ q/CCrpp,\ r/s\ *\ C26 - 28$

28 $CCCCrpsCCCpqrs$ (tylko [illegible]!)

16. 12.XII. 28 $s/CCprr\ *\ C27\ s/r,\ q/p - 29$

29 $CCCpqrCCprr$

jako wyrażeń Tarskiego tezy 29, łącznie z tezami

1 CCpqCCqrCpr i 18 CqCpq

stanowi układ aksjomatów, wystarczający do wyprowadzenia wszystkich rozmaitych tez teorii dedukcji, w których występuje jedynie znak C

(To samo udowodnił [illegible] przez 24 zamiast 29).

29 r/Cpq * C16 p/Cpq - 30

30 CCpCpqCpq

Aksjomaty z teorii Hilberta (tekstu [illegible].)

Część twierdzeń, w których występują C i N, lecz nie występują wyrazy zdefiniowane.

2 q/Np, r/q * C3 - 36

36 CNpCpq (analogon do 18 CqCpq)

1 p/Np, q/Cpq * C36 - 37

37 CCCpqrCNpr

37 p/Np, q/p * C2 - 38

38 CCpNpNp (analogon do 2 CCNppp)

37 p/Np, q/p, r/p * C2 - 39

39 CNNpp

9 q/NNp, r/NNp * C38 p/Np – 40

<u>40</u> CpNNp   Zasada podwójn. negacji

1 p/NNp, q/p r/q * C39 – 41

41 CCpqCNNpq (teza pomocn. do zas. transpoz. - Tarskiemu nieznane -)

17. 9/I 1930 1 p/Cpq, q/CNNpq * C41 – 42

42 CCCNNpqrCCpqr

42 r/CCqNpNp * C15 p/Np – 43

43 CCpqCCqNpNp

5 p/Cpq, q/CqNp, r/Np * C43 – 44

44 CCsCqNpCCpqCsNp

5 p/CNpq, ~~q/Cpq~~ q/Cqp, r/p * C15 – 45

45 CCsCqpCCNpqCsp

44 p/Nq * C36 p/q, q/Np – 46

<u>46</u> CCpqCNqNp   Zas. transpoz. 1.

44 s/q, q/Nq * C3 p/q, q/Np – 47   (3 CpCNpq)

<u>47</u> CCpNqCqNp   Zas. transpoz. 2.

45 ApNq * C 36 p/q, q/p – 48

48 CCNpq CNqp   zas. transpoz. 3.

45 Apq q/Nq * C 3 p/q, q/p – 49

49 CCNpNq Cqp   zas. transpoz. 4.

Aksjomaty pierwszej teorji dedukcji Fregego (Begriffsschrift)

18 CqCpq (prawo symplifik.)

21 CCpCqr CqCpr (prawo komutacji) (Usyjemy, dając się udow. przy pomocy 18 i 35)

35 CCpCqr CCpq Cpr (zas. sylogizmu)

39, 40 zas. podw. przeczenia, 46 zas. transpozycji.

Zasada transpozycji jest odbiciem strony prawa sprzeczności (a contrario, ...). – Dla udowodnienia zd. T zakłada się fałszywość T czyli NT. Z tego założenia wyprowadza się wniosek W, o którym skądinąd wiadomo, że jest fałszywy; wiadomo więc, że prawdziwe jest NW. Ponieważ założenie doprowadziło do wniosku fałszywego, musiało być fałszywe, więc prawdziwe jest T. W pewnej teorji dedukcji przedstawia się to rozumowanie, jak następuje.

23.

48 p/δ q/ω

CNδω CNωδ wg. δ oraz zas. odryw.

18. CNωδ „ „ T.

14/I. ~~#~~ 1 p/CNpq, q/CNqp *C48-50

50 CCNqpr CCNpqr

50 r/CCpq *C15 p/q, q/p - 53

<u>53</u> CCNpq CCpqq

21 p/CNpq, q/Cpq, r/q *C53-54

<u>54</u> CCpq CCNpqq

Prawdziwe jest zdanie uwarunkowane przez dwa zdania sprzeczne.

44 s/CpNq *C47-55

(44 CCsCqNp CCpqCsNp)

<u>55</u> CCpqCCpNqNp

Zdanie, które implikuje dwa zdania sprzeczne, jest fałszywe.

Na twierdzeniu 55 oparty jest sposób dowodzenia apagog.

(Przykład): Jeżeli wiem, że umarł, to umarł,

„ „ . . to nie umarł – a więc nie wiem,

że umarł.

Błędem mniemanie, jakoby nie mogłyby być równocześnie prawdziwe

Cpq i CpNq ! –

1 p/eΛpq. q/eepqq * e 53-56

56 eeee pqqr eeΛpqr

56 q/r, r/eepq eeqrr * e 32 q/r, s/q - 57

57 eeΛpr eepq eeqrr

1 p/eΛpr, q/eepq eeqrr, r/s * e 57-58

58 eeeepq eeqrrs eeΛprs

58 s/eeqr eepqr * e 21 p/epq, q/eqr - 59

59 eeΛpr eeqr eepqr

Teq

19 eee pqr eqr (also eeΛpqr eqr)

37 eee pqr eΛpr (also eeΛpqr epr) [illegible]

59

[illegible]

[illegible]

[illegible] eαβ, eαγ, eγeβα

22 q/eΛpr, r/eeqreepqr, p/s * e 59-60

60 eeseΛpr eseeqr eepqr

60 s/epr, p/Λpr * e 41 q/r - 61

61 eepr eeqr eeΛpqr (cf. 59)

19.
16/II.

1 q/NNp, r/q * C 40 – 62 (40 [illegible])

62 CCNNpqCpq

22 r/NNq * C 40 p/q – 63 (22 [illegible])

63 CCpqCpNNq

22 p/NNq, r/q * C 39 p/q – 64

64 CCpNNqCpq

46 p/CpNNq, q/Cpq * C 64 – 65 (46 [illegible])

65 CNCpqNCpNNq

62 – 65 są [illegible] [illegible] [illegible] odpow. [illegible]

48 q/Cpq * C 36 – 66 (48 [illegible] 36 CNpCpq)

66 CNCpqp

46 p/q q/Cpq * C 18 – 67 (18 CqCpq [illegible])

67 CNCpqNq

[illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] poprzednika i [illegible] następnika

48 p/q, q/CpNq * C 18 q/Nq – 68

68 CNCpNqq (cf. 67)

51 q/Cpq, r/q * C 20 – 69 (51 [illegible] 20 CpCpqq

51 CCpCqrCpCNrNq

04 Ɛρq = ʌCCρq ʌC qρ ɸ|ʌqq

Ɛ ʌqqq = ʌ CC ʌqqq ʌC q ʌqq

48. CC ʌρq C ʌqρ

C ʌρq ʌqρ

70 ρ|Cʌσσ Ɛ|Cρʌρρ. * C 74 - C 74' - 74''

C C ʌσσ C Cρ ʌρρ $\boxed{\text{ʌ C C ʌσσ ʌ Cρ ʌρσ}}$

74''

69 CρCλζ NCρζ

69 [illegible] 66 ; 67.

20.
21/I. 52 q/Cρλζ , r/ζ * C 20 ζ/λζ - 70 — 20 CρCρζζ

52 CCρCζλr CρCrλζ

70 CρCζ NCρλζ (str. 69)

70 ρ/Cρζ , ζ/Cζρ * CCρζ CCζρ NCCρζ NCζρ 04

70 ρ/Cρr , q/Cqζ * C16 - C16xρ/ζ - 71 (16 Cζρ [illegible])

71 NCCρr NCqζ ([illegible])

[illegible]:

01 Aρζ = CNρζ

3 * 01.xx 72 (3 CρCNρζ)

72 CρAρζ

18 o/Nρ * 01. 73 — 18 CqCρζ ([illegible])

73 Cq Aρζ

2 * 0.1 q/ρ . 74 — 2 CCNρrr [illegible]

74 CAρrr [illegible] — 73 q/ρ Cr Aρr (74')

E Aρrr [illegible]. — 70 ρ/CAρrr ζ/CρAρr * C74-C74'-74''

74'' NCCAρrr NCρAρr

48 * 0.1 . 0.1 ρ/ζ , q/ρ . 75 — 04 ζrq = NCCρζ NCζρ ρ/Aρr ζ/r

75 CAρζ Aζρ ([illegible]).

48 CCNρζ CNζρ — [illegible] 27 [illegible]

Aρζ = CCρζζ

22 p/Np * 01. 01 q/r . 76 — 22 zasada sylogizmu (Kommut.)

76 CCqr CApq Apr — Summ. / prawo sumowania !-

2i q/Nq * 01 p/q, q/r. ~~p/q~~ 01 p/q q/Cpr . 77 — 2i CCpCqr CqCpr prawo komut.

77 CCpAqr AqCpr

77 p/Np * 01 q/Aqr . 01 q/r . 78

78 CApAqr AqApr (prawo łączności) Assoc.

Tezy 73, 74, 75, 76, 78 stanowią aksjomatykę teorji dedukcji, zamieszczoną w Principia mathematica. Aksjomatyka ta jest oparta na następującej definicji implikacji: Cpq = ANpq (A i N wyrazy pierwotne – wyraz zdefiniowany występuje już w aksjomatach). Teza 78 ~~...~~ nie jest niezależna od pozostałych, więc jest zbyteczna jako aksjomat.

21. 23/I

9 * 01 . 79 — 9 CCCNpqr Cpr

79 CCApqr Cpr — 37 CCCpqr CNpr

19 p/Np * 01 . 80

80 CCApqr Cqr — 19 CCCpqr Cqr

61 * 01 . 81 — 61 CCpr CCqr CCNpqr

81 CCpr CCqr CApqr — 59 CCNpr CCqr CCpqr

Tezy 79, 80, 81, mogą służyć jako aksjomaty teorji dedukcji, jeżeli przyjmie się A i N jako terminy pierwotne i dopuszcza się występowanie terminu zdefiniowanego C w aksjomatach.

53 * 01. 82 (53 powstaje [illegible] implikacji [illegible] 01 [illegible].)

82 CApq CCpqq

37 r/q * 01. 83

83 CCCpqq Apq

Tezy 82 i 83 okazują (o ile [illegible] przy 27), [illegible] definicji alternatywy: Apq = CCpqq

16 p/CNpq * 01 I. 84 16 Cpp

84 CApq CNpq

Schemat wnioskowania modus tollendo-ponens: p lub q / Nieprawda, że p / A więc q

16 p/CNpq * 01. II. 85

85 CCNpq Apq

84, 85, okazują równoważność [illegible] [illegible] tej definicji.

22. 41 * 01 p/Np. 86 41 CCpq CNNpq

28/I. 86 CCpq ANpq

30. 62 * 01 p/Np. 87 CCNNpq Cpq

87 ~~[illegible]~~ CANpq Cpq

Tezy 86 i 87 okazują [illegible] [illegible] definicji implikacji, jaką jest [illegible] w „Principia Mathem."

46 p/ANpq, q/Cpq * C87-88   46 transp.

88 CNCpq NANpq

46 p/Cpq, q/ANpq * C86-89

89 CNANpq NCpq

85 q/Np * C16 p/Np - 90

90 ApNp   zas. wyłącz. środka

01 Apq = CNpq
02 Kpq = NCpNq
Fnp - Np
Fnq - Nq
Fn Apq - NKpq

Twierdzenia, w których ponadto występuje jeszcze symbol „K":

02 Kpq = NCpNq

70 * 02.91   70 CpCq NCpNq   67, 86,

91 CpCq Kpq   CNpCNqNApq

84. (CApqCNqp)

21 r/Kpq * C91-92

92 CqCp Kpq   CNqCNpNApq

66 q/Nq * 02.93

93 CKpqp   72 CpApq

68 * 02.94

94 CKpqq   73 CqApq

30 q/CKpp * C91 q/p - 95

95 CpKpp
94 q/p * CKppp
} zasada tautologii dla koniunkcji EKppp

50 CCCNpqr CCNpr

23. 30. 554

30/I.

1 p/Kpq, q/p * C93-96 CCCprCqrCCApqrCApr

96 CCprCKpqr [79 CCApqrCpr]

1 p/Kpq * C94-97

97 CCqrCKpqr [80 CCApqrCqr]

5 p/CKpqr, q/CqKpq, r/Cqr, s/p *

C22q/Kpq.p/q - C91-98

98 CCKpqrCpCqr ~~97 CCprCCqrCApqr~~

21 p/CKpqCqr, q/CKpqq, r/CKpqr * C35 p/Kpq - C94-99

99 CCKpqCqrCKpqr

1 p/Cpr, q/CKpqr, r/s * C96-100

100 CCCKpqrsCCprs

100 r/Cqr, s/CKpqr * C99-101

101 CCpCqrCKpqr

98 i 101 są to prawa eksportacji i importacji (wyłączania i włączania)

101 p/Cpq, q/Cqr, r/Cpr * C1-102

102 CKCpqCqrCpr

101 p/Cqr, q/Cpq, r/Cpr * C22-103

103 CKCqrCpqCpr

101 q/Cpq, r/q * C20 - 104

104 CKpCpqq (modus ponens!)

101 r/Kqp * C92 q/p, p/q - 105

24. 105 CKpqKqp (prawo przemienności koniunkcji)

4.II. 101 q/Np, r/q * C3 - 106

106 CKpNpq (Duns Scotus) CqApNp

101 q/Nq, r/NCpq * C69 - 107

107 CKpNqNCpq CCqpApNq (86 CCpqANpq)

47 p/KpNq, q/Cpq * C107 - 108

108 CCpqNKpNq CCqpApNq

108 q/p * C16 - 109

109 NKpNp zasada sprzeczn. - ApNp (90 - zas. wył. śr.)

88 q/Nq * 02. 110 88 CNCpqNANpq

110. CKpqNANpNq

89 q/Nq * 02. 111 89 CNANpqNCpq

111. CNANpNqKpq

Tezy 110 i 111 określają [illegible] następującą definicję koniunkcji:

Kpq = NANpNq

32. 556

47 p/Kpq, q/ANpNq * C110 - 112 — 47/48 prawo transpozycji

112 CANpNqNKpq

48 p/ANpNq, q/Kpq * C111 - 113

113 CNKpqANpNq

Prawo de Morgana (dla negacji koniunkcji)

65 * 02 q/Nq . 114 — 65 neg. rozp. prawa odr. [illegible]

114 CNCpqKpNq

107 p/Np * 01. 115

115 CKNpNqNApq

114 p/Np * 01. 116

116 CNApqKNpNq

Prawo de Morgana (dla negacji alternatywy)

25.
6/II.

201 CCpr CCqs CApqArs (Leibniz, cfr. 76 CCqr CApqApr)

202 CCpq CCpr CpKqr (Comp.)

202 q/CqKpq, r/CrKpr * C91 - C91 q/r - 203

203 CpKCqKpqCrKpr

1 q/KCqKpqCrKpr, r/CAqrAKpqKpr * C203 -
C201 p/q, q/r, r/Kpq, s/Kpr - 204

204 CpCAqrAKpqKpr

101 q/Aqr, r/AKpqKpr * C204 - 205

<u>205</u> CKpAqrAKpqKpr

81 p/Kpq, q/Kpr, r/p * C93 - C93 q/r - 206

206 CAKpqKprp

201 p/Kpq, r/q, q/Kpr, s/r * C94 - C94 q/r - 207

207 CAKpqKprAqr

202 p/AKpqKpr, q/p, r/Aqr * C206 - C207 - 208

<u>208</u> CAKpqKprKpAqr

205, 208 ws. rozdzielności.

(Forma mocna EApKqrKApqApr)

03 δpq = Cpδq

38 * 03 q/p . 117 (38 CCpδpδp)

<u>117</u> Cδpp δp

18 q/δp * 03 q/p . 118

<u>118</u> Cδpδpp

δp = δpp

47 * 03.03 p/q , q/p . 119

<u>119</u> Cδpq δqp jest aksjomatem

26.
11/II. 55 * 03 . 120

120 CCpq Cδpq δp

120 * 03 p/δpq , q/p . 121

121 CCpq δδpqp

1 p/Cpq , q/δδpqp * C 121 − 122

122 CCδδpqpr Cpqr

122 r/δpδpq * C 119 p/δpq , q/p − 123

<u>123</u> CCpq δp δpq

68 * 03 . 124

124 CNδpqq

22 q/NDpq, r/q *C124-125

125 CCpNDpq Cpq

125 * 03 q/Dpq . 126

<u>126</u> CDpDpq Cpq

Wobec 123 i 126 możemy przyjąć definicję Cpq = DpDpq (Sheffer)

Aksjomat Nicoda:

$\underbrace{DDpDqr}\ \underbrace{DDtDtt}\ \underbrace{DDsqDDpsDps}$

Żeby zrozumieć ten aksjomat, trzeba zwrócić uwagę na występujące związki

301 DpDpp (123 q/p *C16 - 301)

02 Kpq = NCpNq

03 Dpq = CpNq

Dpq = NKpq

~~p|q|r~~ <u>DpDqr = CpKqr</u>

(DpDqr = CpNCqNr = CpKqr)

DDsqDDpsDps = DDsqNDps = ~~DCsNqNCpNs = DCsNqKps~~

~~= CDsqDps~~ ~~= DDsq~~ = DNDpsDsq = CNDpsNDsq = CKpsKsq

= CDsqDps

= CCqNsCpNs

P = DpDqr = CpKqr

π = DtDtt = Ctt

Q = DDsqDDpsDps = CKpsKsq (= CCqNsCpNs)

<u>DPDπQ</u>

Dazu Tej ... :

22 q/Kqr , r/q * C 93 p/q, q/r - 302

302 CCpKqr Cpq

1 p/CpKqr , q/Cpq , r/CCqNs CpNs * C 302 - C 1 r/Ns - 303

303 CCpKqr CCqNs CpNs

1 p/CpKqr , q/CCqNs CpNs , r/CNCpNs NCqNs *

* C 303 - C 46 p/CqNs , q/CpNs - 304

304 CCpKqr CNCpNsNCqNs * 02 q/Ns . 02 p/q , q/Ns : 305

305 CCpKqr CKpsKqs

22 p/Kps , q/Kqs , r/Ksq * C 105 p/q , q/s - 306

306 CCKpsKqs CKpsKsq

22 p/CpKqr , q/CKpsKqs , r/CKpsKsq * C 306 - C 305 - 307

307 CC pKqr CKpsKsq

18 q/Ctt , p/CpKqr * C 16 p/t - 308

308 CCpKqr Ctt

202 p/CpKqr , q/Ctt , r/CKpsKsq * C 308 - C 307 - 309

309 $C\underbrace{CpKqr}_{P}K\underbrace{Ctt}_{\pi}\underbrace{CKpsKsq}_{Q}$

$CPK\pi Q = \delta p \delta \pi Q$

860

[illegible] :

~~[illegible]~~ [illegible] = [illegible]

[illegible] 1 [illegible] [illegible] = [illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

~~[illegible]~~ [illegible] = [illegible]

[illegible]

[illegible] ~~[illegible]~~ [illegible]

28.
18.II.
1930.

04 [illegible] = [illegible]

16 [illegible] * 04 I. 02 [illegible] II . 127

127 [illegible]

16 [illegible] * 02 [illegible] I. 04 II. 128

128 [illegible]

127, 128, [illegible] = [illegible]

66 [illegible] * 04. 129

129 [illegible]

37 561

68 p/eφq, q/~~eφq~~ eqp * 04.130

130 eΣφq eqp

70 p/eφq, q/eqp * 04.131

131 eeφq eeqp Σφq

2 Teq 131 [illegible]

[illegible] [illegible] ;

131 q/p * e16 - e16 - 132

132 Σpp - [illegible]

131 p/eφeqr, q/eqer * e21 - e21 p/q, q/p - 133

133 Σep eqr eq er [illegible]

131 p/eφeoq, q/eoq * e30 - e18 q/eoq - 134

134 Σeφ eφq eoq

131 q/NNp * e40 - e39 - 135

135 ΣpNNp [illegible]

131 p/eφq, q/eNq Np * e46 - e49 p/q, q/p - 136

136 Σeφq eNq Np [illegible]

~~131 p/eφq, q/Nbpq * e86 - e87 - 137~~

~~137 Σeφq Nbpq~~

38, 62

131 ~~...~~ p/CpCqr, q/CKpqr *C101-C98-138

138 ΣCpCqr CKpqr prawo eksportacji i importacji.

137 ΣCpq ApNq 139 ΣApq CNpq 140 ΣCpq NKpNq | Możliwe definicje.

29. 20. II. ~~141~~ 142 ΣΣpq Σqp prawo przemienności dla Σ.

142 ΣΣpΣqr ΣΣpqr " łączności dla Σ

143 CΣpq CΣqr Σpr " przechodniości – według 132, 141 i 143

wszystkimi Σ własności charakteryzujące dla równości. –

144 ΣCpq ΣpKpq } więc te formuły zamienić

145 ΣCpq ΣqApq } równoważnymi w równoważności. –

~~#~~ 146 CKpq Σpq

147 Cq ΣpKpq

Z metalogiki t. dedukcji

Niesprzeczność i niezależność aksjomatów. –

(Dowody niezreferowane.)

Niesprzeczność wykazujemy, wykazując, że przy wszelkich zmianach w teorji dedukcji dwóch zdań sprzecznych a i Na.

Gdyby w systemie można było uzyskać zdania sprzeczne a i Na, to dowolnie

wyprowadzalibyśmy zdania fałszywe – teorja dedukcji z pozostałych form wartości przez teorię, w której tylko skończenie prawdziwe dają się udowodnić.

30.
25/III 1930. Co więcej z aksjomatów 3 ~~[illegible]~~ ~~[illegible]~~ $CpCNpq$ przy p/α otrzymalibyśmy $C\alpha CN\alpha q$ i stosując dowolnie zasadę odrywania udowodnilibyśmy dowolne wyrażenie sensowne q, (więc wszystkie wyrażenia sensowne, zarówno prawdziwe jak fałszywe, stałyby się tezami systemu.

Dla dowodu niesprzeczności systemu wystarczy wykazać, że jest niesprzeczny system teorii dedukcji bez definicji (i bez reguły podstawiania).

[illegible] dowodu polega na tem, że wskazuje się pewną własność φ_0, która spełnia trzy następujące warunki:

1) własność φ_0 przysługuje wszystkim aksjomatom

2) jeżeli jakieś wyrażenie posiada własność φ_0, to także podstawienie tego wyrażenia (wraz z [illegible] [illegible]) posiada własność φ_0; jeżeli jakieś dwa wyrażenia posiadają własność φ_0, to także wyrażenie, otrzymane z tych wyrażeń przy pomocy reguły odrywania, posiada własność φ_0 (własność φ_0 jest dziedziczna ze względu na reguły wnioskowania).

3) Dwa wyrażenia stwierdzone tj. postaci α i $N\alpha$ nie mogą zarazem posiadać własności φ_0

Jeżeli pokażemy wreszcie taką własność φ_0, która spełnia owe trzy warunki, to system (aksjomatów) jest niesprzeczny. Każda bowiem (konsekwencja aksjomatów) teza systemu posiada własność φ_0 – jak to wynika z 1 i 2. – Gdyby ~~...~~ zbiór tych konsekwencji były dwa wyrażenia α i $N\alpha$, to musiałyby oba posiadać własność φ_0 – co wobec 3. jest wykluczone.

C	0	1	N
0	1	1	1
*1	0	1	0

Własność φ_0 polega na tem, że rozważane wyrażenie przy wszelkiem podstawieniu symbolów 0 lub 1 na miejsce zmiennych zdaniowych redukuje się z pomocą tabelki zawsze w symbol 1 (wartość wyróżniona)

$\underline{1}$ $CCpqCCqrCpr$ $(2^3 = 8$ podstawień$)$
$\underline{2}$ $CCNppp$ $(2^1 = 2$ podstawienia$)$
$\underline{3}$ $CpCNpq$ $(2^2 = 4$ " $)$

} Warunek 1 sprawdzamy przez podstawienia.

2) Własność φ_0 jest dziedziczna:

a) Każde podstawienie wyrażenia posiadającego własność φ_0, posiada również własność φ_0. –

wykażemy, że H posiada własność φ_0 i że po oddzieleniu

$p|\alpha$ otrzymane wyrażenie P nie posiada własności φ_0, t.zn.

wyrażenie podstawienia nasuwają się redukcji z symbol 0.

φ_0 jednak jest niemożliwe, bo wszystkie H, wyodrębniane

~~odpowiednio~~ na p wartości α i odpowiednik symb. z inne zmienne

takie wartości z 0. – które daje podstawienie P posiada

własność φ_0.

6.) wykażemy, że $C\alpha\beta$ i α posiadają własność φ_0 – wtedy i

β musi posiadać ~~[illegible]~~ własność φ_0 – bo inaczej byłoby dla

tego samego podstawienia $C10=0$, co jest niemożliwe, bo $C\alpha\beta$

posiada własność φ_0.

31. 27/II 30. Formuła 3) α i $N\alpha$ nie mogą obie posiadać własności

φ_0 bo gdy $\alpha=1$, to $N\alpha=0$, więc nie posiada własności φ_0.

Zatem system teorji dedukcji jest niesprzeczny.

Niezależność:

(Tarski i niezależność nie mniej lub udowodniony tymi [illegible] [illegible],

układy Fregego, Whitehead-Russella i Hilberta nie czynią zadość temu postulatowi.)

Niezależność wyrazów udowodnić dla systemu bez definicji.

Dla dowodu niezależności aksjomatu 1 od 2 i 3 skonstruujemy wartości φ, takie że:

1) weryfikują aksjomaty 2 i 3.

2) jest dyrektywa

3) nie weryfikują aksjomatu 1.

Jeżeli istnieją takie wartości φ, to aksjomat 1) nie jest konsekwencją 2 i 3, bo gdyby był konsekwencją – to razem z 1 i 2 musiałby [illegible] wartości φ.

C	0	1	2	N
0	1	1	1	1
1*	0	1	0	0
2	1	1	0	2

Wyznaczenie wartości φ, jeżeli one dowolne podstawienie z tabelki [illegible] wartość 1.

dla aksjomatu 2 $3'$ podstawień

" 3 $3^2=9$ "

Sprawdzenie: ~~[illegible]~~ dla podstawienia – jest ono weryfikowalne.

dla dyrektywy Cαβ, α – β nie może [illegible] wartości jak 1, bo C10 = 0 C12 = 0

Aksjomat 1 nie weryfikuje wartości φ, bo dla p/2, q/0, r/2

mamy CC20CC02C22 = 0.

Zatem wartości φ, spełnia wobec tego warunki, oraz aksjomat 1 jest niezależny od 2 i 3.

11/3. Dla dowodu niezależności aksjomatu 2 [illegible] wartości φ_2 określamy przy pomocy tabelki

C	0	1	N
0	1	1	0
1*	0	1	0

N zaś określamy jak φ_0 i φ_1.

Aksjomaty 1 i 3 posiadają wartość φ_2, aksjomat 2 przy podstawieniu $p/0$ daje 0, więc jego nie spełnia.

Dla wykazania niezależności aksjomatu 3 tworzymy wartości φ_3, określone przy pomocy tabelki

C	0	1	N
0	1	1	1
1*	0	1	1

Aksjomat 3 nie posiada wartości φ_3 przy podstawieniu $p/1$, $q/0$.

Zasada tranzytywności daje nam trzeci sprawdzian niezależ-

(bez zaważenia, że posiadają wartość φ_0)

~~39~~ Logiki wielowartościowe:

System „[illegible]”

Logika uzasadniona wielowartościowa, w której zdania mogą przybierać wartości przyporządkowane liczbom rzeczywistym $0 \leq x \leq 1$

Przy takiem założeniu ~~[illegible]~~ definiujemy:

C	0	1/2	1	N
0	1	1	1	1
1/2	1/2	1	1	1/2
1	0	1/2	1	0

Prawdziwe są aksjomaty 1 i 3, aksjomat 2 nie prawdziwy dla $p/\frac{1}{2}$

$C pq = 1$ jeśli $p \leq q$

$Cpq = 1-p+q$ " $p > q$

$Np = 1-p$

33. **Aksjomaty Huntingtona** (Huntington, Trans. of the Amer. Math. Soc. 1904)

13/III 30.

Zakres zasadniczy K

Pewniki:

I. Istnieją w K przynajmniej dwa różne przedmioty.

II. Jeżeli a i b należą do K, to i a+b należy do K.

II'. Jeżeli a i b należy do K, to i ab należy do K.

III. Jeżeli a, b, a+b, b+a należy do K, to a+b = b+a.

III'. Jeżeli a, b, ab, ba, należą do K, to ab = ba.

IV. Jeżeli ...8.. należa do K, to a+bc = /a+b/./a+c/ (b+ab) (prawo rozdzielności dodawania względem mnożenia,

IV'. Jeżeli ..8.. należa do K, to a/b+c/ = ab+ ac (b(a+a)) prawo rozdzielności mnożenia względem dodawania.)

V. Definicja 0 /wraz z postulatem istnienia/

0 jest przedmiotem, spełniającym równanie:

a + 0 = a

VI'. Definicja 1 a1 = a

Jeżeli przedmioty 0 i 1 istnieją w K i są jednoznaczne, to dla każdego a istnieje a', takie, że

VI. a + a' = 1 aa' = 0 (definicja negacji)

Bezsprzeczność pewników udowadnia się następującym układem znaczeń:

K składa się z dwóch przedmiotów: z liczby 1 (11) i z liczby dowolnej $a \neq 0, 1$, b+c oznaczamy najmniejszą wspólną wielokrotność liczb b i c

bc oznaczamy ich wspólny dzielnik

~~[illegible]~~ $0 = b1$, $1 = a$ $b1' = a$ $a' = b1$

$(0' = a\neq,\ 1' = b1)$

Układ ten czyni zadość wszystkim pewnikom, z wyjątkiem ostatniego [illegible] bezsprzeczności.

34. 18/III. Niezależność pewnika I od innych udowodnimy następująco: K zawiera jeden przedmiot a, działania określamy równaniami

$a+a=a \quad aa=a$

Niezależność każdego z pewników II - VI od wszystkich innych udowodnią następujące tablice. K składa się z dwóch przedmiotów a, b. Znaczenie działań a+b i ab znaleźć można dla każdego pewnika w odpowiedniej linii; x oznacza przedmiot różny od a i b, a więc nie należący do K.

	a+a	a+b	b+a	b+b	aa	ab	ba	bb
II	a	b	b	x	a	a	a	b
II'	a	b	b	b	x	a	a	b
III	a	a	b	b	a	a	a	b
III'	a	b	b	b	a	a	b	b
IV	a	b	b	a	a	a	a	b
IV'	a	b	b	b	b	a	a	b
V	a	a	a	a	a	a	a	b
V'	a	b	b	b	b	b	b	b
VI	a	b	b	b	a	b	b	b

W układzie dla funktorów $\overline{II}$, $\overline{II}'$, $\overline{IV}$, $\overline{IV}'$, $0=a$, $1=b$; w układzie dla $\overline{V}$, $\overline{V}'$ istnieją przedmioty posiadające własności 0, 1, wskutek czego funktor $\overline{VI}$ jest prawdziwy. W układzie dla $\overline{III}$, $\overline{III}'$ przedmioty 0, 1, nie są jednoznaczne, wskutek czego funktor $\overline{VI}$ jest także prawdziwy. W układzie dla funktora $\overline{VI}$ $1=a$, $0=a$

35. Zupełność teorji dedukcji.

20/3 Wykazaliśmy przy dowodzie niesprzeczności, że każda teza teorji dedukcji posiada własność „g”. Zachodzi pytanie, czy każde wyrażenie, posiadające własność g, jest tezą teorji dedukcji, innemi słowy, czy każde wyrażenie prawdziwe ~~jest~~ da się wyprowadzić z przyjętego układu aksjomatów (czy aksjomatyka nie jest za „słaba”). Udowodnienie zupełności teorji dedukcji daje odpowiedź twierdzącą na to pytanie.

36. 25/3 Zagadnienie to możemy sformułować jeszcze inaczej: Przypuśćmy, że każde wyrażenie posiadające własność g. jest konsekwencją naszego systemu teorji dedukcji. Rozpatrzmy jakieś wyrażenie, nie posiadające własności g., np. wyrażenie Cpq (dla p/1, q/0) C10=0. Z takiego wyrażenia przy stosowaniu odłączenia

otrzymamy wyrażenie, wchodzące przy określeniu podstawienia do mianownika p/Cpp , q/NCpp. Otrzymamy więc CCpp NCpp. Wyrażenie więc NCpp NCpp jako zawierające stałą 0 jest na mocy założenia konsekwencją systemu. Widzimy więc, że wyrażenie nie zawierające stałej 0, w stosunku do systemu zostało otrzymane w systemie sprzeczności.

Tym razem uzyskaliśmy ogólnie, że jeśli każde wyrażenie o stałej 0 jest konsekwencją systemu, to każde wyrażenie zawierające (bez symbolu zdefiniowanego), nie będące konsekwencją systemu, po dołączeniu do tego systemu, zostało otrzymane sprzeczności. Ale i na odwrót.F Gdyby bowiem jakieś wyrażenie o stałej 0 nie było konsekwencją systemu, to zmuszałoby jego dołączenie do systemu dowodzić sprzeczności; zatem jasne z dowodu niesprzeczności, że każde wyrażenie o stałej 0 nie może w naszym systemie dowieść sprzeczności.

Rozumiemy więc odpowiedź na pierwsze pytanie jest równoważne następującemu twierdzeniu: Każde wyrażenie zawierające (bez symb-

F Jeśli każde wyrażenie zawarte (bez symbolu zdefiniowanego), nie będące konsekwencją systemu po dołączeniu do tego systemu zostało otrzymane sprzeczności, to każde wyrażenie o stałej 0 jest konsekwencją systemu.

zów zdefiniowanych / jest bądź konsekwencją naszego systemu teorji dedukcji, bądź dołączone do systemu jako teza powoduje sprzeczność. Jeżeli to jest prawdą, to nasz system teorji dedukcji jest zupełny.

(Dowód Posta (1921) i Tarskiego)

Wyrażenia, które nie będą konsekwencjami systemu i dołączone do systemu nie dadzą sprzeczności, nazywamy <u>niezależnemi</u>.

Myśl zasadnicza dowodu zupełności jest następująca: Wyrażenia niezależne nie istnieją. Albowiem:

Wyrażenia niezależne, jako wyrażenia sensowne, musiałyby się składać ze skończonej liczby wyrazów /zmiennych lub stałych/ teorji dedukcji. Gdyby istniały wyrażenia niezależne, to istniałyby najkrótsze wyrażenia niezależne, tj. składające się z najmniejszej liczby wyrazów; najmniejszej w tem znaczeniu, że niema wyrażeń niezależnych, składających się z mniejszej liczby wyrazów. Okaże się natomiast, że nie istnieją najkrótsze wyrażenia niezależne.

Jak wiemy, dwie tezy, z których jedna daje się udowodnić przy założeniu tylko drugiej i naodwrót druga daje się udowodnić przy założeniu tylko pierwszej, nazywją się inferencyjnie równoważnemi. W odniesieniu do systemu aksjomatów mówimy, że jakieś — wyrażenie α jest inferencyjnie równoważne na gruncie przyjętego systemu teorji dedukcji jakiemuś wyrażeniu β wtedy i tylko wtedy, gdy po dołączeniu wyrażenia α do systemu daje się udowodnić wyrażenie β i naodwrót po dołączeniu wyrażenia β - daje się udowodnić wyrażenie α. $\alpha \sim \beta$

Dla każdych dwóch konsekwencji α, β, danego systemu mamy

$\alpha \sim \beta$

Jeśli $\alpha \sim \beta$ to $\beta \sim \alpha$. Jeśli $\alpha \sim \beta$, $\beta \sim \gamma$, to $\alpha \sim \gamma$

Łatwo wskazać własności znaku $\sim$

21 $CCpCqrCqCpr$. (pr. komut.) p/α, q/β, r/γ,

podstawiając że $C\alpha C\beta\gamma$ udowodnimy $C\beta C\alpha\gamma$, odwrotnie więc udowodnimy podstawiając p/β, q/α, r/γ, przeto

(1) $C\alpha C\beta\gamma \sim C\beta C\alpha\gamma$

22 $CCqrCCpqCpr$

22 p/s, $q/CpCqr$, $r/CqCpr$ i stosując odrywanie przy pomocy (21) otrzymujemy

$CCsCpCqrCsCqCpr$, skąd wynika:

(2) $C\delta C\alpha C\beta\gamma \sim C\delta C\beta C\alpha\gamma$

Przy pomocy tez 21 i 22 można wykazać, że w obydwu stronach równoważności występującej (1) wolno dołożyć dowolną liczbę jednakowych poprzedników, tzn. że

(3) $C\delta_n C\delta_{n-1} \ldots C\delta_1 C\alpha C\beta\gamma \sim C\delta_n C\delta_{n-1} \ldots C\delta_1 C\beta C\alpha\gamma$

2 (3) otrzymujemy:

$C\gamma C\delta_2 C\delta_1 C\alpha\beta \sim C\gamma C\delta_2 C\alpha C\delta_1\beta$

$C\gamma C\delta_2 C\alpha C\delta_1\beta \sim C\gamma C\alpha C\delta_2 C\delta_1\beta$ więc wynika:

$C\gamma C\delta_2 C\delta_1\alpha\beta \sim C\gamma C\alpha C\delta_2 C\delta_1\beta$ i ogólnie

(4) $C\gamma C\delta_n C\delta_{n-1} \ldots C\delta_1 C\alpha\beta \sim C\gamma C\alpha C\delta_n \ldots C\delta_2 C\delta_1\beta$

18 $CqCpq$ (prawo symplif.) [illegible] q/Cpq otrzymujemy

$CCpqCpCpq$

30 $CCpCpqCpq$ z tych dwóch tez wynika, że

(5) $C\alpha C\alpha\beta \sim C\alpha\beta$

37.
27/3.

39, 40 : (6) $NN\alpha \sim \alpha$

46, 49 : (7) $CN\alpha N\beta \sim C\beta\alpha$

46, 49, 22 : (8) $C\gamma CN\alpha N\beta \sim C\gamma C\beta\alpha$

47 : (9) $C\alpha N\beta \sim C\beta N\alpha$

48 : (10) $CN\alpha\beta \sim CN\beta\alpha$

48, 22 : (11) $C\gamma CN\alpha\beta \sim C\gamma CN\beta\alpha$

(12) $C\delta C\gamma CN\alpha\beta \sim C\delta C\gamma CN\beta\alpha$

62, 41, 22 (13) $CNN\alpha\beta \sim C\alpha\beta$

(14) $C\gamma CNN\alpha\beta \sim C\gamma C\alpha\beta$

63, 64 (15) $C\alpha NN\beta \sim C\alpha\beta$

L1. Jeżeli α jest wyrażeniem niezależnem i $\alpha \sim \beta$, to β jest wyrażeniem niezależnem.

Albowiem gdyby β dało się udowodnić w naszym systemie teorji dedukcji, to ponieważ z β daje się wyprowadzić α, dałoby się również udowodnić w naszym systemie t. ded. wyrażenie α, co jest niemożliwe. Gdyby zaś β po dołączeniu do systemu powodowało otrzymanie sprzeczności, to ponieważ z α daje się wyprowadzić β, również α po dołączeniu do systemu powodowałoby otrzymanie sprzeczności. Jest to jednak również niemożliwe, a więc wyrażenie β jest niezależne.

Stąd otrzymujemy:

L. 2 Jeżeli $\alpha \sim \beta$ i β jest wyrażeniem krótszem od α, to α nie jest najkrótszem wyrażeniem niezależnem.

Każde wyrażenie sensowne jest albo wyrazem zmiennym, albo negacją, albo implikacją (p, $N\alpha$, $C\alpha\beta$). Wykażemy, iż

L.3. Żadne wyrażenie tensorowe nie będące wyjątkiem nie jest najprostszym wyrażeniem niezależnym.

Wyrażenie takie musi posiadać σ lub δx.

Wyrażenie σ nie jest najprostszym wyrażeniem niezależnym, bo nie jest wogóle wyrażeniem niezależnym. Względnie od względu daje sprzeczność po podstawieniu p/δp.

Rozważmy wyrażenie δx i weźmy różne tu przypadki:

1° x jest zmienną, np. „p". Wyrażenie „δp" nie jest najpr. wyrażeniem niezależnym, bo nie jest wogóle wyrażeniem niezal. Po względem od względu i podstawieniu p/δp, otrzymujemy sprzeczność, albowiem Nδp jest sprzeczne z δp.

2° x jest postaci „Nβ". Wyrażenie postaci δNβ nie jest najprostszym wyrażeniem niezależnym zgodnie z L2, mamy bowiem $N\delta\beta \sim \beta$ (64) i β jest wyrażeniem krótszym od Nδβ.

3° x jest postaci ~~Cβ~~ Cγδ — Wykażemy, że i w tym wypadku NCγδ nie jest najprostszym wyrażeniem niezależnym.

Z wyrażenia postaci NCpq przy pomocy 66, 67 (66: CNCpqp, 67: CNCpqNq) otrzymujemy zdania postaci p i Nq, ale ze zdań postaci p i Nq daje się odwrotnie przy pomocy 69 (CpCNqNCpq) zdanie NCpq. – Gdyby wyrażenie postaci NCpq było wyrażeniem uzasadnionem, to przynajmniej jedno z wyrażeń p lub Nq byłoby wyrażeniem uzasadnionem. Żadne bowiem z wyrażeń p lub Nq nie wynikałoby [?] po odrzuceniu od [?] sprzeczności, bo inaczej wyrażenie NCpq dawałoby również po odrzuceniu od [?] sprzeczność. Przynajmniej więc jedno z wyrażeń p lub Nq nie byłoby konsekwencją tego systemu, w przeciwnym bowiem razie byłoby konsekwencją systemu wyrażenie NCpq.

Ponieważ zaś każde z wyrażeń p i Nq jest krótsze od wyrażenia NCpq, przeto żadne wyrażenie postaci NCpq nie może być uznane za wyrażenie uzasadnionem. Gdyby bowiem było uzasadnionem, istniałoby krótsze wyrażenie uzasadnione postaci p lub Nq.

Udowodniliśmy więc L3. i tem samem twierdzenie o zupełności potrzebne do uzasadnienia jedynie wyrażeń będących ostatecznie uzasadnionemi.

38. 54. 578

1/5 Kwantyfikator ogólny $\Pi p \varphi(p)$

(Twierdzenie o dwóch wartościach funkcji – znaczne skrócenie, znaczna poprawa, – Charles Sanders B Peirce.

$$\Pi p \varphi(p) = K\varphi(0)\varphi(1)$$

Np. $\Pi p p = K01 = 0$, $\Pi q Cqq = KC00C11 = K11 = 1$

W wyrażeniu zdaniowym $\Pi p Cpq$ zmienne różnią się od siebie: zmienna występująca bezpośrednio po kwantyfikatorze, w ogólności zmienna związana przez ten kwantyfikator. Zmienną nazywamy związaną wolną. W wyrażeniu zdaniowym $C\Pi p Cpqp$ nie wszystkie zmienne „p" są związane. Ostatnie zmienna jest wolna, bo nie należy do wyrażenia zdaniowego, następującego po Πp. Możemy ją związać kwantyfikatorem:

$$\Pi p C\Pi p Cpqp$$

Podobnie można związać jeszcze zmienną wolną q

$$\Pi q \Pi p C\Pi p Cpq$$

W wyrażeniu zdaniowym $Cq\Pi pp$ można wstawić do $\Pi q Cq \Pi pp$.

Lecz $\Pi p Cq \Pi pp$ nie ma sensu, bo Π może wiązać tylko wolne zmienne.

Ogólnie: jeśli $\varphi(p)$ jest wyrażeniem zerowym, zawierającem conajmniej jedną wolną zmienną, różnokształtną z p, to wyrażenie postaci $\Pi p\,\varphi(p)$ jest wyrażeniem zerowym, w którem zmienna p już nie występuje.

Wyrażenia z kwantyf. ogólnym sprawdza się, posługując się równaniem

$\Pi p\,\varphi(p) = K\varphi(0)\varphi(1)$.

Πpp jest fałszem, $\Pi pCpp$ jest prawdą, także $C\Pi ppq$, bo

$C\Pi ppq = CK01q = C0q$; $C00=1$ $C01=1$

($C\Pi ppq$ zawiera jedną zmienną wolną).

Natomiast nie jest prawdziwe wyrażenie zerowe $\Pi pCpq$ o jednej zmiennej wolnej q:

$\Pi pCp0 = KC00C10 = K10 = 0$

Rozważmy wyrażenie $Cp\Pi pp$. Podstawiając za zmienną wolną p 0 otrzymamy

$C0\Pi pp = C0K01 = C00 = 1$

a dla $p/1$ $C1\Pi pp = C1K01 = C10 = 0$

$Cp\Pi pp$ zachowuje się tak jak Np: $N0=1$, $N1=0$

Stąd definicja negacji przez implikację i kwantyfikator ogólny:

$$Np = Cp\Pi pp$$

39. 56. 580

6/5 Kwantyfikator szczegółowy $\Sigma p\varphi(p)$ wyznaczony $\varphi(p)$

pozostawia jako prawdziwe jedno z wyrażeń $\varphi(0)$, $\varphi(1)$ czyli $A\varphi(0)\varphi(1)$

$$\Sigma p\varphi(p) = A\varphi(0)\varphi(1)$$

Przy pomocy tej równości otrzymamy:

$\Sigma pp = A01 = 1$,

$\Sigma pCpq = AC0qC1q = A1C1q = 1$ (niezależnie od wartości q

Posługując się prawami de Morgana otrzymamy:

$N\Pi p\varphi(p) = NK\varphi(0)\varphi(1) = AN\varphi(0)N\varphi(1) = \Sigma pN\varphi(p)$

$N\Sigma p\varphi(p) = NA\varphi(0)\varphi(1) = KN\varphi(0)N\varphi(1) = \Pi pN\varphi(p)$

System rozszerzonej teorii dedukcji z kwantyfikatorem ogólnym i z jedynym terminem pierwotnym C (oprócz kwantyfikatora).

Definicja negacji $Np = Cp\Pi rr$ (δ)

Reguły wnioskowania:

1) Reg. podstawiania:

wolno podstawić wyrażenia sensowne (z kwantyfikatorem lub bez), lecz

jedynie a) za zmienne wolne,

b) każda zmienna wolna wyrażenia podstawionego po podstawieniu

winna pozostać nadal zmienną wolną.

przykłady:

1) $C\Pi p o p$ $\quad p/Cq\Pi qq$

$C\Pi p o Cq\Pi qq$ *1(?) (podstawianie prawidłowe)

2) ~~$C\Pi pp$~~ $C\Pi p Cpqq = CK\underbrace{C0q}_{1}\underbrace{C1q}_{q}q = CK\underbrace{1q}_{q}q = Cqq$

Wyrażenie $C\Pi pCpqq$ jest ogólnie prawdziwe.

q/Cqp $\quad$ $C\Pi pCpCqpCqp$

Otrzymane wyrażenie nie jest ogólnie prawdziwe, albowiem przy podstawieniu za zmienne wolne $p/0, q/1$ otrzymamy:

$C\Pi pCpCqpC10 = CK\underline{C0C10}\,\underline{C1C11}C10 = CKC00C110 = C10 = 0$

przez podstawienie q/Cqp otrzymaliśmy od wyrażenia prawdziwego do fałszywego jedynie dzięki temu, że zmienna wolna p wyrażenia podstawianego Cqp stała się po podstawieniu zmienną związaną.

3) Reguła odrywania

Dwie reguły operowania kwantyfikatorem ogólnym:

1) Reguła dołączania kwantyfikatora (Rd): pozwala ona nam podstawić tezę postaci $C\alpha\beta(p)$, gdzie α zmiennej p nie zawiera, wolno pisać tezę wyrażenie postaci $C\alpha\Pi p\beta(p)$.

8/5. Np. na podstawie tezy $CqCpq$ (18) wolno pisać jako tezę wyrażenie $CqΠpCpq$

podobnie na podstawie wyrażenia $CΠprCpq$ wolno pisać wyrażenie $CΠprΠrCpq$

RΠ można uzasadnić przy pomocy tezy teorji dedukcji

$CCpqCprCpKqr$ (202 Comp)

$p/α$ $q/β(0)$ $r/β(1)$ $CαKβ(0)β(1) = CαΠpβ(p)$

e) Reguła usuwania kwantyfikatorów (RO)

Pozwala na podstawie tezy postaci $CαΠpβ(p)$ (gdzie α nie może zawierać zmiennej wolnej p), uważać jako tezę wyrażenie postaci $Cαβ(p)$

Np. Na podstawie tezy $CΠprΠpr$ wolno uważać tezę $CΠprr$

RO można uzasadnić przy pomocy tez teorji dedukcji

$CCpKqrCpq$ (łatwo uzasadnić z reguły zespołu

$CCpKqrCpr$ i 93, 94)

$CpKqr / CαΠpβ(p) = CαKβ(0)β(1)$

$Cpq / Cαβ(0)$

$Cpr / Cαβ(1)$

5) [illegible]

[illegible] ([illegible])

T1 [illegible] (18)

T2 [illegible] (24)

T3 [illegible] (1)

[illegible]

T4 [illegible] (16)

T5 [illegible] (21)

T6 [illegible] (22)

T2 [illegible] * [illegible] T7 [illegible]

T7 [illegible] (2)

T4 [illegible] * [illegible] T8 [illegible]

T8 [illegible]

T6 [illegible] * [illegible] T8 [illegible] - T9 [illegible]

T9 [illegible]

T9 * [illegible] T10

T10 [illegible] (36)

T5 p/Sr, q/p. r/q * CT10 - T11

T11 CrCSpq (3)

[illegible]

41. 13/5. [illegible] T1 [illegible] $q(u)$, [illegible] ~~[illegible]~~ [illegible] $\Pi p\, q(v)$

[illegible] T4 Cor

T1 q/Cor, p/q * CT4 - T12

T12 CqCor

T12 * RD. T13

T13 Cq Πp Cor

T13 q/Cor * CT4 - T14

T14 Πp Cor

[illegible] T1 [illegible] T18:

T1 q/CqCrq, p/r * CT1 - T15

T15 CrCqCrq

T15 * R.D. T16

T16 Cr Πq CqCrq

T16 * RD. T17

T17 $Cr\Pi p\Pi qCqCpq$

T17 r/Cpq * $CT4 - T18$

T18 $\Pi p\Pi qCqCpq$

Analogicznie, przed wyrażeniem, zawierającym dowolny bądź zmienny równo-kształtnych, można dodać tylko kwantyfikatorów ogólnych. Odwrotnie, poprzedzające dowód w dowolnej wyrażenia, można usunąć kwantyfikatory ogólne na początku jakiejś tezy. Tak więc wyrażenia $\varphi(p)$ i $\Pi p\, \varphi(p)$ są dla nas inferencyjnie równoważne.

Wyrażenia $\Pi pCpq$ i $Cp\Pi qq$ są wszakże inferencyjnie równoważne, lecz [illegible] równoważne. Ukazują to tezy 26 i 27.

T19 $CCpCqr\,C\underbrace{NCpNq}_{Kpq}r$ (101 [illegible]) (102)

T20 $CC\underbrace{NCpNq}_{Kpq}rCpCqr$ (98 [illegible])

T4 $r/\Pi qCpq$ * Ro.T21.

T21 $C\Pi qCpqCpq$

T19 $p/\Pi qCpq$, q/p, r/q * $CT21 - T22$

T22 $CNC\Pi qCpqNpq$

T22 * Rd.T23

T23 $CNC\Pi qCpqNp\Pi qq$

T20 p/Πq Cpq, q/p, r/Πqq * CT23 - T24

T24 CΠq Cpq CpΠqq

T4 p/Πqq * RD.T25

T25 CΠqqq

T6 q/Πqq, r/q * CT25 - 26

T26 CCpΠqq Cpq

T26 * RD.T27

T27 CCpΠqq Πq Cpq

42.
23/5

Aksjomatyka logiki Arystotelesa.

W teorii dedukcji mieliśmy tylko zmienne zdaniowe, logika nazw. Teraz używam aksjomat. zmiennej nazwowej

zmienne nazwowe a, b, c, ... m (zm. zdan. p, q, r ...)

Wyrazy pierwotne A i I są funktorami zdaniotwórczemi o dwu argumentach nazwowych.

Wyrażenie Aab czytamy „każde a jest b" i nazywamy zd. og. tw.

Wartościami zmiennych nazwowych nie mogą być nazwy puste, np. „kwadratowe koło".

Iab „pewne a jest b" (dawniej zwany tried.)

Interpretacja Eulera –

Podamy system oparty na aksjomatach w czterech aksjomatach:

S1 Uaa

S2 Iaa

S3 CKUmbUamUab

S4 CKUmbImaIab

Wprowadzamy przez definicję dwa dalsze funktory określone o dwu argumentach O, Y,

D1 Oab = NUab (pewne a nie jest b)

D2 Yab = NIab (żadne a nie jest b)

System aksjomatyzujemy tzw. stosując oprócz tego teorię dedukcji, jako teorię uwzględnioną. W systemie tym dowodzone jest każde wyrażenie, które powstaje z wyrażenia sensownego teorii dedukcji przez zastąpienie zmiennych zdaniowych przez jakieś z wyrażeń postaci Uab, Iab, Oab, Yab.

Trzy reguły wnioskowania:

1) Reguła podstawiania zmiennych nazwowych przez zmienne nazwowe odnośnie wyrażeń z teorii Arystotelesa, – za zmienne nazwowe wolno podstawiać

jedyne [illegible] [illegible].

2) regule odrywania

3) regule zastępowania.

Tezy teorii dedukcji, z których będziemy bezpośrednio korzystali:

Nr 1. Cpp (16)

Nr 2. CCpq CCqr Cpr (1)

Nr 3. CCpq CNqNp (46)

Nr 4. CCpNq CqNp (47)

Nr 5 CCNpq CNqp (48)

Nr 6 CCKpqr CpCqr (98 exp)

Nr 7 CCpCqr CKpqr ~~(98. import)~~

Nr 8 CCKpqr CKpNrNq

Nr 9 CCKpqr CKNrqNp

Nr 10 CCKpqr CCsp CKsqr

Nr 11 CCKpqr CCsq CKpsr

Nr 12 CCKpqr CCrs CKpqs

43. 27/5. [illegible] [illegible] w [illegible] sylogizmów.

Prawa obrócenia (S5 - S12):

Nr. 1 p/ Nuab * 11. I. S5

S5 C Oab Nuab

Tv 1 p/Nuab * D1. II. S6

S6 CNuab Oab

Tv. 4 p/Oab, q/Uab * CS5 - S7

S7 CUab NOab

Tv. 5 p/Uab q/Oab * CS6 - S8

S8 CNOab Uab

Tv. 1 p/NYab * D2 I. S9

S9 CYab NYab

Tv. 1. p/NYab * D2. II. S10

S10 CNYab Yab

Tv. 4 p/Yab, q/Zab * CS9 - S11

S11 CZab NYab

Tv. 5 p/Zab, q/Yab * CS10 - S12

S2 CNYab Zab

Prava podstavení (S13 - S16)

Tv 7 p/Uab, q/Tab, r/Zab * CS4 ... - CS2 - S13

S13 CUab Zab

Tv. 3 p/Uab, q/Zab * CS13 - S14

S14 CNZab NUab

S14 * D2 . D1 . S15

S15 C Yab Oab

Tw 3 p/Yab q/Oab * CS15 - S16

S16 C NOab NYab

Prawo prawnicistw (S17 - S18)

S14 * D2 . S17

S17 C Yab NUab

Tw. 4 * p/Yab q/Uab * CS17 - S18

S18 C Uab NYab

Prawo przynicistw (S19 - S20):

S14 * D1 . S19

S19 C NIab Oab

Tw. 5 p/Iab, q/Oab * CS19 - S20

S20 C NOab Iab

Odwracanie zdań :

44. Tw 6 p/Uaa q/Iab r/Iba * CS4 a/a, b/a, a/b - CS1 - S21
3/6

S21 C Iab Iba

Tw 2 p/Uab, q/Iab, r/Iba * CS13 - CS21 - S22

S22 C Uab Iba

67. 591

Tw. 3 p/Tba, q/Tab * CS2i a/b, b/a - S23.

S23 CNTab NTba

S23 * D2. S24

S24 CJab NJba

S24 * D2 a/b, b/a. S25

S25 CYab Yba

45.

5/6. Sylogizmy:

(z Tayboix, i tego dwa wynikiem v S3 i S4.)

Fig. I. Tw. 11 p/Mab, q/Jma, r/Tab, s/Mam

* CS4 - CS22 b/m - S26

S26 CKMmbMam Tab (Barbara).

Tw 8 p/Mmb, q/Jma, r/Tab * CS4 - S27

S27 CKMmb NTab NJma

Tw 11 p/Mmb, q/NTab, r/NJma, s/Yba

* CS27 - CS24 a/b, b/a - S28

S28 CKMmb Yba NJma

Tw 12 p/Mam, q/Ymb, r/NTab, s/Yab

* CS28 m/a, b/m, a/b - CS10 - S29

S29 CKYmbMamYab (Celarent)

Tr 2 p/KYmbMam; q/Yab, r/Oab * CS29 - CS15 - S30

S30 CKYmbMamOab (Celaront)

Tr. 11 p/Mmb, q/Ima, r/Iab, s/Iam * CS4 - CS2i b/m - S3i

S3i CKMmbIamIab (Darii)

Tr. 9. p/Mmb, q/Ima, r/Iab * CS4 - S32

S32 CKNIabImaNMmb

S32 a/m, m/a * D2 a/m. D1. S33.

S33 CKYmbIamOab (Ferio)

Fig. II.

Tr. 10 p/Ymb, q/Mam, r/Yab, s/Ybm * CS29 - CS25 a/b, b/m - S34.

S34 CKYbmMamYab (Cesare)

Tr. 2. p/KYbmMam, q/Yab, r/Oab * CS34 - CS15 - S35

S35 CKYbmMamOab (Cesaro)

4/6

Tr. 12 p/Yam, q/Mbm, r/Ybm, s/Yab

~~12/6~~

* CS34 b/a, a/b - CS25 a/b, b/a - S36

17/6. Cesare / odwr. poprzedniej

S36 CKMbmYamYab (Camestres)

Tr.2 p/KUbvnYam . q/Yab, r/Oab * CS36 - CS15 - S37
cluster podsp.

S37 CKUbvnYam Oab (Camestrop)

Tr.10 p/Uanb, q/Iam, r/Oab, s/Ybvn * CS33 - CS25 a/b, b/n - S38
Ferio conv. simpl.

S38 CKYbvn Iam Oab (Ferino)

Tr.8. p/Uanb, q/Uam, r/Uab * CS3 - S39

S39 CKUanb pUab NUam

S39 m/b, b/m * D1 b/m. D1. S40

S40 CKUbvnOam Oab (Baroco)

Fig. III.

Tr.11. p/Uanb, q/Ima, r/Iab, s/Uama

* CS4 - CS13 a/m, b/a - S41
Datisi podst.

S41 CKUanb Uama Iab (Datisi)

Tr.11 p/Yanb, q/Iam, r/Oab, s/Uama
Ferio odwrócenie ant. I.
* CS33 - CS22 a/m, b/a - S42

S42 CKYanb Uama Oab (Felapton)

Tr.12 p/Uama, q/Iab, r/Iba, s/Iab

* CS4 b/a, a/b - CS21 a/b, b/a - S43
Datisi odwróc. I.

S43 CKImb Uama Iab (Disamis)

Fw. 9. p/Murb, q/Mamr, r/Mab * CS3 - S44
Barbara

S44 CKΔMab Mamr NUmb

S44 a/ar, m/a * D1a/m, D1. S45

S45 CKOmb Mma Oab (Bocardo)

Fr. 11 p/Ymb, q/Tamr, r/Oab, s/Tma
* CS33 - CS21 a/ar, b/a - S46
Ferio odnr. I.

47. S46 CKYmb Tma Oab (Ferison)

24/6. Fig. IV :

Fr. 10 p/Tmb, q/Mma, r/Tab, s/Mbm
Disamis odnr. A
* CS43 - CS22 a/b, b/ar - S47

S47 CKMbm Mma Tab (Bamalip)

Fr. 11. p/Mbm, q/Yam, r/Yab, s/Yma
odnr. E
* CS36 - CS25 a/m, b/a - S48
Camestres

S48 CKMbm Yma Yab (Calemes)

Fr. 2 p/KMbm Yma, q/Yab, r/Oab * CS48 - CS15 - S49
Calemes odnr.

S49 CKMbm Yma Oab (Calemop)

Tr. 10 p/Jmb, q/Mma, r/Tab, s/Jbm

Dzienis odwr. I

*CS43 - CS2i a/6, b/m - S50

S50 CKJbm/Mma Tab (Dzienis)

Tr. 10. p/Ymb, q/Mma, r/Oab, s/Ybm

Felgton odwr. E

*CS42 - CS25 a/6, b/m - S5i

S5i CKYbm/Mma Oab (Fesupo)

Tr. 1i p/Ymb, q/Zma, r/Oab, s/Ybm

+CS46 - CS25 a/6, b/m - S52

Fenton odwr. E.

S52 CKYbm Zma Oab (Fesigon)

Logika 1936/37

Wykład wstępny 1936/37 5. X. 1936. 596

1) Istoty charakter studjów uniwersyteckich – w szczególności na wydz. filozoficznym. – Przygotowanie naukowe i przygotowanie do zawodu.

2) Semestry w uniwersytecie. Przedmioty obowiązkowe.

3) Środki nauczania uniwersyteckiego: a) wykłady b) ćwiczenia c) lektura, d) egzaminy: kolokwia i egzaminy magisterskie.

życie koleżeńskie – stowarzyszenia – Koła naukowe.

4) Przepisy o egzaminach magisterskich.

5) Przedmiot główny i dodatkowy.

6) Doktoraty i egzaminy nauczycielskie.

7) Egzaminy wstępne.

Czw. 8/X 9–12 · wypracowanie polskie

piąt. 9/X 16–20 · „ łacińskie

sob. 10/X 17–20 · wybór tekstów.

Do immatrykulacji: [illegible] Irena
[illegible] [illegible]

2.

Metafizyka porusza zagadnienia ogólne o rzeczywistości,

Teoria poznania zajmuje się ~~analizą~~ wiedzy w ogóle

Logika zajmuje się formami myśli. A formy naszej

myśli uzewnętrznia - znaki języka, znakowe,

oraz związki między tworzeniami znakowymi i przedmiotami tych znaków. Teoria stosunków. Metodologia.

2. Mowa ludzka jest rodzajem znaków, bo znakami (symbolami) są nie tylko wyrazy mowy (mówione lub pisane), lecz gesty, ~~[illegible]~~ wyraz twarzy, wygląd ~~[illegible]~~ umówione, dalej - znakami mogą być zjawiska naturalne / np. dym jest znakiem ognia / itp.

Aby rzecz jakaś ~~lub~~ zjawisko było znakiem [illegible] to trzeba aby każdy znak jest znakiem czegoś i by jest znakiem dla kogoś

między znakiem i przedmiotem oznaczanym stosunek przyczynowy, podobieństwa lub umowny. (hieroglify, [illegible])

a) - znak oznacza (funkcja oznaczania) ~~[illegible]~~ przedmiot oznaczony (jest znakiem)

denotuje (dla swego odbiorcy), - 4 języka deklaratywnego wyrażeniem i desygnatem odpowiednim [illegible]

b) znak jest znakiem dla kogoś, gdy jest rozumiany znakiem przedstawianym

Logika 1936/37

Wykł. 1. 6/X 36.

Określenie filozofii:

Magisterium z zakresu nauk filozoficznych.

Wybrany dział filozofii w zasięgu tego magisterium z innego przedmiotu.

Zespół katedr nauk filozoficznych.

Przy magisterium filozoficznem inny przedmiot do wyboru.

Specjalne nauki filozoficzne - Czeżowski

Historja filozofji - Jasinowski

Psychologja Łazowski

Etyka, estetyka Elzenberg.

Magisterium z pedagogiki -

Metafizyka, teorja poznania, (epistemologja) i logika, teorja nauk. Poszczególne nauki zajmują się różnemi wycinkami rzeczywistości, formułują prawa rządzące tymi wycinkami, ukazując je w systematycznej całości.

 598

dla wyrażania myśli o rzeczy oznaczonej

z tym stanowiskiem semantycznym łączy się [illegible] [illegible]

funkcje semantyczne znaku

α) funkcja wyrażania (myśl jest wyrazem znaku)

jak też wyrażenia woli

β) „ komunikowania (~~aby~~ wzbudzenia u kogoś

myśli o przedmiocie oznaczonym ~~jest wyrazem~~ znaku).

3. Znaki semantyczne [illegible] - [illegible] :

13/V

tzw. zdania

1) Wyrażenie (wypowiedzenie) ([illegible] się [illegible]

[illegible]

2) [illegible] ([illegible] [illegible] do [illegible])

Nie wszystkie wyrazy mowy są znakami (wyrazy

samodzielne i niesamodzielne).

wyrażającymi

W mowie będziemy posługiwali się tymi znakami, myśli,

albo też znakami przedmiotów, wyrażającymi myśli o tych

przedmiotach (a więc nie należą tu np. wykrzykniki,

wyrażające uczucia, albo też rozkazy, wyrażające akty woli)

Rozróżniamy dwa typy myśli o przedmiotach i przed-

[illegible] i sądy.

aktu, treści i przedmiotu przeżywania,

aktu, treści i przedmiotu przedstawienia

- stosunek zachodzący między [illegible] ~~treścią~~ przedmiotem (?)

Ustalenie najogólniejszej funkcji znaku z odróżnieniem

aktu, treści i ~~[illegible]~~ przedmiotu

Rozróżnianie aktu, treści i przedm. jest wynikiem analizy

(podobnie jak [illegible] - jego stosunek i [illegible]

~~[illegible]~~ [illegible] [illegible] i przedmiotu (treści i

przedmiotu -)

4. 14/X Wyobrażenia - konkretne i ogólne

Pojęcia - abstrakcyjne i [illegible]

Wyobrażenie [illegible] - [illegible] [illegible], [illegible]

Nazwy - symbole przedmiotów - [illegible] symbole [illegible]

5. 15/X Znaczenie ([illegible]) - [illegible] [illegible] -

[illegible]

6. 17/X [illegible]

[illegible]

5.

899

~~4.~~ Przedmiotami i znakami, - znaczenie i funkcje -

nazwy i zdania (zdanie oznacza [illegible] - objaśnienie)

pojęcie

nazwy niesamodzielne, ~~[illegible]~~ - znaczeniowe i znakowe.

7 Sugestie [illegible], [illegible], formalne - ~~zdań~~ nazw i zdań.

20/X. Analiza mowy - części znaczeniowe nazwy, zdania

funktory. - zdaniotwórcze, nazwotwórcze, od jednego

lub więcej argumentów. - Relatywny

Zdanie - [illegible]

[illegible] - [illegible]

8. Kategorie semantyczne - (Husserl, Leśniewski, Ajdukiewicz)

21/X przyczyna [illegible] - nonsens - odróżnić od „absurd"

9. „syntaktycznie jasne". !

27/X Wyjątki nieskładniowe - nominalistyczne (ekstensjonalne) i

10. intensjonalne. Rachunek zdań - rachunek nazw.

28/X. Osobliwe nazwy oznaczać jednostkę to „jest", lecz [illegible] o niczym [illegible] oznaczać nie można.

Tak i [illegible]. -

! Dwie kateg. semantyczne nazw i zdania Arystoteles

Pewnik nazwy: [illegible] jako przykład dla

[illegible] „~~[illegible]~~" terminu, który stworzył [illegible]

[illegible].

Terminy określić jako funktory w systemie Russella.

(definicje [illegible])

6.

~~Rachunek zdań~~ Teorja dedukcji.

Terminy pierwotne ~~Cpq Apq Kpq~~

$p \supset q$, $p \vee q$ $p . q$ Leibniz Peano Russell Boole'a–Schröder Łukasiewicz

~~Zasady~~:

~~Z1) Cpp zasada tożsamości~~

~~Z2) CKCpqCqrCpr~~

używanie kropek zamiast nawiasów:

I przy symbolach $\supset$, $\vee$ – jednoznaczne

II. jako znak iloczynu [illegible] n.p.

I – wygodniejsze, II. [illegible]. $pq . r \supset r : \supset : p \vee q . \supset . q \vee s$

13. 3/XI

Zasady:

Z_1 $p \supset p$ zasada tożsamości

Z_2 $p \supset q . q \supset r . \supset . p \supset r$ pras. sylogizmu.

Z_3 $pq \supset p$

Z_4 $pq \supset q$

Z_5 $p \supset . p \vee q$

Z_6 $q \supset . p \vee q$

zas. symplifikacji.

14 14/XI

Z_7 $p \supset q . p \supset r . \supset . p \supset qr$

Z_8 $p \supset r . q \supset r . \supset . p \vee q \supset r$

zas. Kompozycji

600

7. (6 z.)

Teorja dedukcji jest systemem dedukcyjnym.

11/ 29/X. O budowie systemu dedukcyjnego

Aksjomaty i terminy pierwotne

Otrzymywanie wyrażeń – zasady tego podstawianie i odrywanie

12 Niesprzeczność.

31/X Problemy zupełności, niezależności i niesprzeczności

Definicje terminów pierwotnych   Russell V ~

Łukasiewicz C δ   Sheffer /

Język złożony teorji dedukcji i jej uproszczenie.

14: 4/XI. 27 $pvq.r.\supset.prvqr$ zw. dystrybucji   2, -28 z symbolika Łukasiewicza

28   $pq\supset r.\supset:p\supset.q\supset r$ " eksportacji

15 Δ_1 $p\supset q.q\supset p.=.p\equiv q$ Stałe i zmienne.

5/XI. Równoważność

Dyrektywy podstawienia, odrywania, zastępowania (zmienne)- odrywanie wyrażeń (Duże różnice między dyr. odrywania sensowne – prawdziwe i odrywanie i zastępowanie)

16. ~~Δ_1 $p\supset q.q\supset p.\equiv.p\equiv q$~~

7/XI

~~Σ_1 $p/pq.q\supset p$: $pq.q\supset p.\supset.pq.q\supset p$. a)~~

~~a) Δ_1 $pq.q\supset p.\supset.p\equiv q$ b)~~

a) D_1.

8)

$$p \equiv q \;.\supset.\; p \supset q \,.\, q \supset p. \qquad c.)$$

b) $p/p \supset q \,.\, q \supset p$, $q/p \equiv q$ $\;\boxed{b).c) \supset d)}\;$ $-d.$

2) $p/b)$, $q/c)$, r/d $\qquad d) \supset e$

po [illegible] [illegible] otrzymujemy

$$p \supset q \,.\, q \supset p \;.\equiv.\; p \equiv q$$

$Z_1\ p/p\supset q\cdot q\supset p\,\cancel{z},\ s_1\ *\ \mathrm{I}, \mathrm{II}$

$p\supset q\cdot q\supset p .\supset p\equiv q$ $\quad\mathrm{I}$

$p\equiv q .\supset. p\supset q\cdot q\supset p$ $\quad\mathrm{II}$

$\dot{\mathrm{I}}\ p/p\supset q\cdot q\supset p,\ q/p\equiv q\ *\ \mathrm{I}, \mathrm{II}\supset 1)$

$p\supset q\cdot q\supset p .\equiv. p\equiv q$ $\quad 1)$

$\mathrm{I}.\ p/p,\ q/p\ *\ Z_1 Z_1\supset 2$

$p\equiv p$ $\quad 2)$

$Z_1\ p/p\supset q\cdot q\supset p,\ s_1\ *\ 1.$ — wynikanie [illegible] ; wynikanie intensyj-ne -

1) $p\supset q\cdot q\supset p .\supset. p\equiv q$

$Z_1\ p/p\supset q\cdot q\supset p,\ s_1\ *\ 2$

~~D7~~ 2) $p\equiv q .\supset. p\supset q\cdot q\supset p$

12/XI

$1.2\ p/p\supset q\cdot q\supset p,\ q/p\equiv q\ *\ \cancel{1.2\supset p\equiv q}\ 3.$

3. $1.2.\supset: p\supset q\cdot q\supset p .\equiv. p\equiv q$

$Z_{810}\ p/1,\ q/2,\ r/p\supset q\cdot q\supset p .\equiv. p\equiv q\ *\ 3\supset: 1\supset. 2\supset 4$

4) $p\supset q\cdot q\supset p .\equiv. p\equiv q$

20
9/II

2_7 p/pq, r/p * $2_4 . 2_3 . \supset$ ~~$pq \supset qp$~~ 5

5.) $pq \supset qp$

18
14/XI 36.

2_7 p/qp, q/p, r/q * $2_4(p/q, q/p) . 2_5 - (p/q, q/p) . \supset 6$

6) $qp \supset pq$

4 p/pq, q/qp * $5 . 6 . \supset 7$

7. $pq \equiv qp$ prawo przemienności dla koniunkcji.

2_8 p/q, $r/p \vee q$ q/p * $2_6 2_5 \supset 8$

8 $q \vee p \supset p \vee q$

2_8 $r/q \vee p$ * $2_5 2_6 \supset 9$

9 $p \vee q \supset q \vee p$

4. $p/p \vee q$, $q/q \vee p$ * $9 . 8 \supset 10$

10 $p \vee q \equiv q \vee p$ pr. przem. dla alternatywy.

2_7 q/p, r/p * $2_1 2_1 \supset 11$

11 $p \supset pp$

10.

$2_3 \quad q/p \quad * \quad 12$

$12 \quad pp \supset p$

1. ~~2~~ $\quad q/pp \quad * \quad 11, 12 \supset 13$

$13 \quad p \equiv pp$ prawo tautologii

~~$2_8 \quad p/q, \; q/p, \; r/p \vee q \quad * \quad 2_6 \, 2_5 \supset 14$~~

~~$14 \quad q \vee p \supset p \vee q$~~

$2_8 \quad q/p, \; r/p \quad * \quad 2, 2, \supset 14$

$14 \quad p \vee p \supset p$

$25 \quad q/p \quad * \quad 15$

$15 \quad p \supset p \vee p$

1. ~~2~~ $\quad q/p \vee p \quad * \quad 15. \; 14 \supset 16$

$16 \quad p \equiv p \vee p$ prawo tautologii

21.

11/2. $\quad 2_8 \quad q/pq, \; r/p \quad * \quad 2_1 . \; 2_3 \supset 17$

$17 \quad p \vee pq \supset p$

$2_5 \quad q/pq \quad * \quad 18$

$18 \quad p \supset p \vee pq$

1. ~~2~~ $\quad q/p \vee pq \quad * \quad 18. \; 17 \supset 19$

$19 \quad p \equiv p \vee pq$ prawo absorpcji

$2_7 \quad q/p \quad r/p \vee q \; * \; 2_1 26 \supset 20$

$\underline{20} \quad p \supset p . p \vee q$

$2_3 \quad q/p \vee q \; * \; 21$

$\underline{21} \quad p . p \vee q \supset p$

$1.\text{II} \quad q/p . p \vee q \; * \; 20 . 21 \supset 22$

$\underline{22} \quad \underline{p \equiv p . p \vee q}$ prawo absorpcji

$2_{10} \quad p/pr \supset p, \; q/p \supset q, \; r/pr \supset q \; * \; 2_2(p/pr, q/p, r/q) \supset 2_3(q/r)$
$\supset 23$

$\underline{23} \quad p \supset q . \supset . pr \supset q$ $\quad 23^a \quad p \supset q . \supset . rp \supset q$

$2_2 \quad p/pr \supset r . pr \supset q, \; q/pr \supset q . pr \supset r, \; r/pr \supset qr \; * \; 5(p/pr \supset r, q/pr \supset q) .$
$2_7(p/pr) \supset 24$

$\underline{24} \quad pr \supset r . pr \supset q : \supset . pr \supset qr$

$2_{10} \quad p/pr \supset r, \; q/pr \supset q, \; r/pr \supset qr \; * \; 24 \supset 2_4(q/r) \supset 25$

$\underline{25} \quad pr \supset q . \supset . pr \supset qr$

$2_2 \quad p/p \supset q, \; q/pr \supset q, \; r/pr \supset qr \; * \; 23 . 25 \supset 26$

$\underline{26} \quad \underline{p \supset q . \supset . pr \supset qr}$ prawo mnożenia

~~[illegible]~~

 603

22.

13/2 $2_2 \quad p|q\supset q\vee r . p\supset q \,,\; q|p\supset q . q\supset q\vee r \,,\; r|p\supset q\vee r$ *

$5(p|q\supset q\vee r, q|p\supset q) . 2_2(r|q\vee r) \supset 27$

27 $q\supset q\vee r . p\supset q :\supset . p\supset . q\vee r$

$2_{10} \quad p|q\supset q\vee r, q|p\supset q, r|p\supset q\vee r$ * $27 \supset 2_5(p|q, q|r) \supset 28$

28 $p\supset q . \supset . p\supset q\vee r$ $\qquad 28^a \; p\supset q . \supset . p\vee r\supset q\vee r$

$2_2 \quad p|r\supset q\vee r . p\supset q\vee r \,,\; q|p\supset q\vee r . r\supset q\vee r \,,\; r|\overset{p\vee r}{\cancel{p\vee q}}\supset q\vee r$ *

$5(p|r\supset q\vee r, q|p\supset q\vee r) . 2_8(q|r, r|q\vee r) \supset 29$

29 $r\supset q\vee r . p\supset q\vee r :\supset . p\vee r\supset q\vee r$

$2_{10} \quad p|r\supset q\vee r, q|p\supset q\vee r, r|p\vee r\supset q\vee r$ * $2_6(p|q, q|r) \supset 30$

30 $p\supset q\vee r . \supset . p\vee r . \supset . q\vee r$

$2_2 \quad p|p\supset q, q|p\supset q\vee r, r|p\vee r\supset q\vee r$ * $28 . 30 \supset 31$

31 $p\supset q . \supset . p\vee r\supset q\vee r$ [illegible]

23

16/2 $2_2 \quad p|p\supset q . r\supset s \,,\; q|p\supset q \,,\; r|pr\supset q$ * $2_3(p|p\supset q, q|r\supset s) . 23 \supset 32$

32. $p\supset q . r\supset s . \supset . pr\supset q$

$2_2 \quad p|p\supset q . r\supset s, q|r\supset s, r|pr\supset s$ * $2_4(p|p\supset q, q|r\supset s) . 23^a(p|r, q|s, r|p) \supset 33$

33 $p\supset q . r\supset s . \supset . pr\supset s$

~~2_2 $p/p\supset q, r\supset s$, $q/p\supset q.p\supset s$, $r/p\supset qs$ *~~

2_7 $p/p\supset q.r\supset s$, $q/pr\supset q$, $r/pr\supset s$ * 32. 33. $\supset$ 34

34 $p\supset q.r\supset s.\supset.pr\supset q.pr\supset s$

2_7 p/pr, r/s * 35

35 $pr\supset q.pr\supset s.\supset.pr\supset qs$

2_2 $p/p\supset q.r\supset s$, $q/pr\supset q.pr\supset s$, $r/pr\supset qs$ * 34. 35 $\supset$ 36

36 ~~pr~~ $p\supset q.r\supset s.\supset.pr\supset qs$ prawo mnożenia [illegible]

zas komposycji (2_7) jest [illegible] [illegible] 36
także prawo mnożenia 7 (2_8)
([illegible] [illegible] [illegible] dedukcji)

36 ~~28~~ $p/p\supset q$, $q/p\supset q\vee s$, $r/r\supset s$, $s/r\supset q\vee s$ * 28(r/s). 28[a](p/r,
q/s, r/q) $\supset$ 37

37 $p\supset q.r\supset s.\supset p\supset q\vee s.r\supset q\vee s$

2_2 $p/p\supset q.r\supset s$, $q/p\supset q\vee s.r\supset q\vee s$, $r/p\vee r\supset q\vee s$ *
37. 2_8 $(q/r, r/q\vee s)\supset 38$

38 $p\supset q.r\supset s.\supset.p\vee r\supset q\vee s$ prawo dodawania [illegible]

[illegible] [illegible] [illegible] [illegible]. 2_8

404

24. 1/2

$2_2 \quad p|qr\supset q.p\supset qr,\ q|p\supset qr.qr\supset q,\ r|p\supset q \ * \ 5(p|qr\supset q,\ q|p\supset qr).$

$2_2(q|qr,\ r|q) \supset 39$

$\underline{39}\quad qr\supset q.p\supset qr.\supset.p\supset q$

$2_{10} \quad p|qr\supset q,\ q|p\supset qr,\ r|p\supset q \ * \ 39 \supset 2_3(p|q,\ q|r) \supset 40$

$\underline{40}\quad p\supset qr.\supset.p\supset q$ (pr. 23)

$2_2 \quad p|qr\supset r.p\supset qr$ i.T.5

$\underline{42}\quad p\supset qr.\supset.p\supset r$

$2_7 \quad p|p\supset qr,\ q|p\supset q,\ r|p\supset r \ * \ 40.42 \supset 43$

$\underline{43.}\quad p\supset qr.\supset.p\supset q.p\supset r$ odwrócenie 27

$1 \quad p|p\supset q.p\supset r,\ q|p\supset qr \ * \ 2_7.43 \supset 44$

$\underline{44}\quad \underline{p\supset q.p\supset r.\equiv.p\supset qr}$ pr. Kompozycji dla konj.

~~$2_2 \quad p|p\vee q\supset r.p\supset p\vee q,\ q|p\supset p\vee q.p\vee q\supset r,\ r|p\supset r \ *$~~

~~$5(p|p\vee q\supset r,\ q|p\supset p\vee q).2_2(p|p\supset p\vee q,\ q|p\vee q\supset r,\ r|p\supset r) \supset 45$~~

~~45~~

$2_{10} \quad p|p\supset p\vee q,\ q|p\vee q\supset r.\ r|p\supset r \ * \ 2_2(p|p\supset p\vee q,\ q|p\vee q\supset r,\ r|p\supset r).2_5 \supset 45$

$\underline{45}\quad p\vee q\supset r.\supset.p\supset r$

2_{10} $p/q \supset p\vee q,\ q/p\vee q \supset r,\ r/q\supset r$ * $2_2(p/q\supset p\vee q,\ q/p\vee q\supset r,\ r/(q\supset r))$.

$2_6 \supset 46$

46 $p\vee q\supset r .\supset. q\supset r$

2_7 $p/p\vee q\supset r,\ q/p\supset r,\ r/q\supset r$ * 47

47 $p\vee q\supset r .\supset. p\supset r . q\supset r$ odwrócenie 2_8

1\. $p/p\supset r . q\supset r,\ q/p\vee q\supset r,$ * $2_9 . 47 \supset 48$

48 $p\supset r . q\supset r \equiv p\vee q\supset r$ prawo [illegible] dla altern.

25

18/21

26 (przemienność) $\cancel{p}^{q}/p\vee q$ * $2_5 \supset 49$

49 $pr \supset. p\vee q . r$

26 $p/q,\ q/p\vee q$ * $2_6 \supset 50$

50 $qr \supset. p\vee q . r$

2_8 $p/pr,\ q/qr,\ r/p\vee q . r$ * $49 . 50 \supset 51$

51 $pr\vee qr .\supset. p\vee q . r$ odwrócenie 2_9

1\. $p/p\vee q . r,\ q/pr\vee qr$ * $2_9 . 51 . \supset 52$

52 $p\vee q . r .\equiv. pr\vee qr$ prawo dystrybucji

Analogicznie, na podstawie [illegible] (31) i [illegible] $(2_3, 2_4)$ dowodzi się

53 $pq\vee r .\equiv. p\vee r . q\vee r$ drugie pr. dystrybucji

605

2_{10} $p/p \supset p,\ q/p \supset q,\ r/p \supset pq$ $*$ 2_4($\cancel{p/p \supset p,\ q/p \supset q,\ r/p \supset pq}$ $q/p,\ r/q$).2, $\supset 54$

54. $p \supset q . \supset . p \supset pq$

2_2 $p/\underbrace{pq \supset p}_{(p \supset pq}$, $q/p \supset pq . pq \supset p$, $r/p \equiv pq$ $*$ $5(p/pq \supset p,\ q/p \supset pq)$.

$1(\cancel{p/p \supset pq,\ q/pq}\ q/pq) \supset 55$

55 $pq \supset p . p \supset pq . \supset . p \equiv pq$

2_{10} $p/pq \supset p,\ q/p \supset pq,\ r/p \equiv pq$ $*$ $55 . 2_3 \supset 56$

56 $p \supset pq . \supset . p \equiv pq$

26

20/2 2_2 $p/p \supset q,\ q/p \supset pq,\ r/p \equiv pq$ $*$ $54 . 56 \supset 57$

57 $p \supset q . \supset . p \equiv pq$

2_2 $p/p \equiv pq,\ q/p \supset pq . pq \supset p,\ r/p \supset pq$ $*$ $2(q/pq) . 2_3(p/p \supset pq,\ q/pq \supset p)$ $\supset 58$

58 $p \equiv pq . \supset . p \supset pq$

2_2 $p/p \equiv pq,\ q/p \supset pq,\ r/p \supset q$ $*$ $58,\ 42(q/p,\ r/q) \supset 59$

59 $p \equiv pq . \supset . p \supset q$

1. $p/p \supset q,\ q/p \equiv pq$ $*$ $57 . 59 \supset 60$

60 $p \supset q . \equiv . p \equiv pq$ I prawo przekształ-cenia implikacji na równoważności.

2_{20} $p/\overbrace{q \supset q}^{p \supset q},\ q/p \supset q . q \supset q,\ r/p \vee q \supset q$ $*$ $5(p/q \supset q,\ q/p \supset q) . 2_8(r/q) *$ 61

61 $q \supset q . p \supset q . \supset . p \vee q \supset q$

2_{10} $p/q \supset q,\ q/p \supset q,\ r/p \vee q \supset q$ $*$ $2 . (p/q) \supset$ 62

62 $p \supset q . \supset . p \vee q \supset q$

2_2 $p/q \supset p \vee q . p \vee q \supset q,\ q/p \vee q \supset q . q \supset p \vee q,\ r/p \vee q \equiv q$ $*$

$5(p/q \supset p \vee q,\ q/p \vee q \supset q) . 1(p/p \vee q,) \supset$ 63

63 $q \supset p \vee q . p \vee q \supset q . \supset . p \vee q \equiv q$

2_{10} $p/q \supset p \vee q,\ q/p \vee q \supset q,\ r/p \vee q \equiv q$ $*$ $63 . 2_6 \supset$ 64

64 $p \vee q \supset q . \supset . p \vee q \equiv q$

2_2 $p/p \supset q,\ q/p \vee q \supset q,\ r/p \vee q \equiv q$ $*$ $62 . 64 \supset$ 65

65 $p \supset q . \supset . p \vee q \equiv q$

2_2 $p/p \vee q \equiv q,\ q/p \vee q \supset q . q \supset p \vee q,\ r/p \vee q \supset q$ $*$ $2(p/p \vee q) . 2_3(p/p \vee q_{23},$

$q/q \supset p \vee q) \supset$ 66

66 $p \vee q \equiv q . \supset . p \vee q \supset q$

2_2 $p/p \vee q \equiv q,\ q/p \vee q \supset q,\ r/p \supset q$ $*$ $66 . 45(r/q) \supset$ 67

67 $p \vee q \equiv q . \supset . p \supset q$

1. $p/p \supset q,\ q/p \vee q \equiv q$ $*$ $65 . 67 . \supset$ 68

68 $p \supset q . \equiv . p \vee q \equiv q$ II w. [illegible]

 606

~~26 $p \mid p \vee r,\ q \mid q \vee r,\ r \mid p$~~ * ~~69~~

27 / 23/2

~~69 $p \vee r \supset q \vee r . \supset : p \vee \ldots . p . \supset q \vee r . p . \supset . p \vee pr . \supset . pq \vee pr$~~

$\underbrace{p \vee r . \supset q \vee r}_{\mathrm{I}} . \supset : \underbrace{pq \vee pr}_{\mathrm{III}}$ (above: $p \vee pr . \supset$) [26 $p \vee r \supset q \vee r, p$] α.

$\underbrace{pr \supset qr}_{\mathrm{II}} . \supset . \underbrace{pq \vee pr \supset pq \vee qr}_{\mathrm{IV}}$ [36 $pr \supset qr . \vee pq$] β.

$\underbrace{p \vee r \supset q \vee r}_{\mathrm{V}} . \supset . \underbrace{pq \vee qr \supset q \vee qr}_{\mathrm{VI}}$ [26 $p \vee r \supset q \vee r . q$] γ

36. $\mathrm{I} . \mathrm{II} . \supset . \mathrm{III} . \mathrm{IV}$

2_2 $\mathrm{III} . \mathrm{IV} . \supset . \underbrace{p \vee pr \supset pq \vee qr}_{\mathrm{VII}}$.

2_2 $\mathrm{I} . \mathrm{II} . \supset . \mathrm{VII}$.

36. $\mathrm{I} . \mathrm{II} . \mathrm{V} . \supset \mathrm{VII} . \mathrm{VI}$

2_2 $\mathrm{VII} . \mathrm{VI} . \supset . p \vee pr \supset q \vee qr$

18 $p \supset . p \vee pr$. 17 $q \vee qr \supset q$ (19 pr. [illegible])

$2_2 - 2_2$ ~~$p \supset q$~~

$\mathrm{I} . \mathrm{II} . \cancel{\mathrm{VII} . \mathrm{VI}} . \supset . p \supset q$

69. $pr \equiv qr . p \vee r \equiv q \vee r . \supset . p \equiv q$

28 / 24/2

Z_{11} $p \supset q . \equiv . -p \vee q$ (jeż. x pozk. znacz 6, to cosk. znacz 3. – albo mcook. znacz 6, albo vaak. znacz 3)

Z_{12} $p \supset q \equiv \sim (p - q)$

$2_{11}.\quad q/p \; * \; 2_1 \equiv 70$

$70 \quad \sim p \vee p$ ~~2.11~~

$10.\quad p/\sim p,\; q/p \; * \; 70 \supset 71$

$71 \quad p \vee \sim p.$ pr. wył. środka

$2_{12} \quad q/p \; * \; 2_1 \equiv 72$

$72 \quad \sim(p \sim p)$ zas. sprz.

$2_2 \quad p/q,\; q/\sim p \vee q,\; r/p \supset q \; * \; 2_6(p/\sim p) . 2_{11} \supset 73$

$73 \quad q \supset . \; p \supset q$ (pr. symplifikacji)

$2_2 \quad p/\sim p\; q/\sim p \vee q,\; r/p \supset q \quad 2_5(p/\sim p) . 2_{11} \supset 74$

$74 \quad \sim p \supset p \supset q$

29. $2_{11}^{6}(q/\sim\sim p) \; * \; 71(p/\sim p) \supset 75$

25/2. $75 \quad p \supset \sim\sim p$ pr. podw. przecz.

~~2_2 p/ p ⊃ ~ ~ p, q~~

$2_3 \quad p/\sim p,\; q/\sim\sim p,\; r/p \; * \; 75(p/\sim p) \supset 70 \supset 76$

$76 \quad \sim\sim\sim p \vee p$

$2_{11} \quad p/\sim\sim p,\; q/p \; * \; 76 \equiv 77$

$77 \quad \sim\sim p \supset p$ pr. podw. przecz.

1936/37 60a

19.

6/IV

I.

Teorja dedukcji

Z_1 $p \supset p$ zasada tożsamości

Z_2 $p \supset q \,.\, q \supset r \,.\supset.\, p \supset r$ z. sylogizmu

Z_3 $pq \supset p$

Z_4 $pq \supset q$

Z_5 $p \supset p \vee q$

Z_6 $q \supset p \vee q$

} z. symplifikacji

Z_7 $p \supset q \,.\, p \supset r \,.\supset.\, p \supset qr$

Z_8 $p \supset r \,.\, q \supset r \,.\supset.\, p \vee q \supset r$

} z. komposycji

Z_9 $p \vee q \,.\, r \,.\supset.\, pr \vee qr$ z. dystrybucji

Z_{10} $pq \supset r \,.\supset:\, p \supset.\, q \supset r$ z. eksportacji

D_1 $p \supset q \,.\, q \supset p \,.=.\, p \equiv q$

1. $p \supset q \,.\, q \supset p \,.\supset.\, p \equiv q$
4. $p \supset q \,.\, q \supset p \,.\equiv.\, p \equiv q$
7. $pq \equiv qp$ } prawa
10 $p \vee q \equiv q \vee p$ } przemienn.
13 $p \equiv pp$ } prawa
16 $p \equiv p \vee p$ } tautologii

19. $p \equiv p \vee pq$ } pr. absorpcji
22 $p \equiv .\, p \,.\, p \vee q$ }

26 $p \supset q \,.\, \cancel{r} \,.\supset.\, pr \supset qr$ pr. mnożenia
31 $p \supset q \,.\supset.\, p \vee r \supset q \vee r$ " dodawania
36. $p \supset q \,.\, r \supset s \,.\supset.\, pr \supset qs$ " mnożenia
38. $p \supset q \,.\, r \supset s \,.\supset.\, p \vee r \supset q \vee s$ " dodawania

II.

43 $p \supset qr \,.\supset.\, p \supset q \,.\, p \supset r$ (odwrócenie 27)

44 $p \supset q \,.\, p \supset r \,.\equiv\, p \supset qr$ prawo kompoz.

47 $p \vee q \supset r \,.\supset.\, p \supset r \,.\, q \supset r$ (odwróc. zas. 28 8)

48 $p \supset r \,.\, q \supset r \,.\equiv.\, p \vee q \supset r$ prawo kompoz.

51 $p \vee qr \,.\supset.\, p \vee q \,.\, r$ odwrócenie 29

52 $p \vee q \,.\, r \,.\equiv.\, pr \vee qr$ } pr. distrybucji
53 $pq \vee r \,.\equiv.\, p \vee r \,.\, q \vee r$

60. $p \supset q \,.\equiv.\, p \equiv pq$ } pr. [illegible]
68 $p \supset q \,.\equiv.\, p \vee q \equiv q$

2_{11} $p \supset q \,.\equiv.\, \sim p \vee q$

2_{12} $p \supset q \,.\equiv.\, \sim(p \sim q)$

71 $p \vee \sim p$ pr. wył. środka

72 $\sim(p \sim p)$ " sprzecz.

73 $q \supset p \supset q$ } prawo symplifikacji
74 $\sim p \supset p \supset q$

75 $p \supset \sim\sim p$ } pr. podw. przeczenia
77 $\sim\sim p \supset p$

78 $p \supset q \equiv \sim q \supset \sim p$ } pr. transpozycji
79 $p \equiv q \,.\equiv.\, \sim p \equiv \sim q$

82 $\sim(pq) \equiv \sim p \vee \sim q$ } form. de Morgana
84 $\sim(p \vee q) \equiv \sim p \sim q$

85 $\sim p \supset p . \supset p$

86 $p \supset \sim p . \supset \sim p$

87 $pq \supset r . \equiv . p \sim r \supset \sim q$

88 $\equiv . q \sim r \supset \sim p$

89 $\equiv . p \supset \sim q \vee r$

90 $\equiv . q \supset \sim p \vee r$

prawa kontrapozycji

D_2 $p|q = \sim p \vee \sim q$

91 $p|q \equiv \sim p \vee \sim q$

92 $p|p \equiv \sim p$

93 $p \vee q \equiv \sim p | \sim q \equiv p|p . | . q|q$

94 $pq \equiv p|q . | . p|q$

95 $p \supset q . \equiv . p | . q|q$

96 $p \equiv q . \equiv . p|q|q : | : q | . p|p .: | :. p | . q|q : | : q | . p|p$

$T_{2/3}$ $p \supset V$

D_3 $\Lambda = \sim V$

97 $\Lambda \supset p$

98 $p . V \equiv p$ 100 $q . \Lambda \equiv \Lambda$

99 $p \vee V \equiv V$ 101 $q \vee \Lambda \equiv q$

IV.

[illegible] [illegible] $q \equiv . q \equiv V$ [illegible] [illegible]

[illegible] [illegible] [illegible] [illegible] f. [illegible] [illegible] [illegible]

[illegible]. 107 $\sim q \equiv : \sim q \equiv V . \equiv . q \equiv \Lambda$

[illegible].

$Z_{11}, 10$ $p \supset q . \equiv q \vee \sim p$ I

75, 77 . 31 ~~$\sim q \vee \sim p \equiv . q \vee \sim p$~~ $q \vee \sim p . \equiv . \sim\sim q \vee \sim p$ II

Z_{11} $\sim\sim q \vee \sim p \equiv \sim q \supset \sim p$ III

I . II . III Z_2 √ 78 $p \supset q . \equiv \sim q \supset \sim p$ pr. Transpozycji

36 $p/p \supset q$, $q/\sim q \supset \sim p$, $r/q \supset r$, $s/\sim p \supset \sim q$ * 79

79 $p \equiv q . \equiv . \sim q \equiv \sim p . \equiv . \sim p \equiv \sim q$ prawo zmiany znaku!

Z_2 $p/\sim(p + q)$, $q/p \supset \sim q$, $r/\sim p \vee \sim q$ * $Z_{12} (q/\sim q) . Z_{11} \supset 80$

30.

80 $\sim(p + q) \supset \sim p \vee \sim q$

27/2 Z_2 $p/\sim p \vee \sim q$, $q/p \supset \sim q$, $r/\sim(pq)$ * $Z_{11}(q/\sim q) . Z_{12}(q/\sim q) \supset 81$

81 $\sim p \vee \sim q \supset \sim(pq)$

82 $\sim(pq) \equiv \sim p \vee \sim q$ pr. de Morgana dla konj.

79 $p/\sim(\sim p \sim q)$, $q/\sim\sim p \vee \sim\sim q$ * 82 $(p/\sim p, q/\sim q) \supset 83$

$p \equiv \sim\sim p . q \equiv \sim\sim q . \supset . p \vee q \equiv \sim\sim p \vee \sim\sim q$

83 $\sim\sim(\sim p \sim q) \equiv \sim(\sim\sim p \vee \sim\sim q)$

84 $\sim(p \vee q) \equiv \sim p \sim q$ pr. de Morg. dla alt.

16 $p \vee p \supset p$

77 $\sim\sim p \vee p \supset p$

z_{11} 85 $\sim p \supset p . \supset p$

85 $p / \sim p$ 86 $p \supset \sim p . \supset \sim p$

z_{12} $pq \supset r \equiv \sim(pq \sim r) \equiv \sim(p \sim r \sim\sim q) \equiv p \sim r \supset \sim q$ 87

31.

$\equiv q \sim r \supset \sim p$ 88

2/3 37.

$\equiv \sim(pq) \vee r \equiv \sim p \vee \sim q \vee r \equiv p \supset \sim q \vee r$ 89

$\equiv q \supset \sim p \vee r$ 90

prawa kontrapozycji.

~~V, 1 verum Λ, 0, falsum~~

z_{13} $p \supset V$

D_2 $\Lambda = \sim V$

78 q/V D_2 * z_{13} $\supset$ 91 $(\sim p/q)$

91 $\Lambda \supset q$

73 p/V * 92 $q \supset . V \supset q$

73 $q/q \supset V, p/q$ * z_{13} $\supset$ 93

93 $q \supset . q \supset V$

~~z_7 $p/q, q/V \supset q, r/q \supset V$ * 92.93 $\supset$ 94~~

~~94 $q \supset q \equiv V$~~

16 IV. 20

$z_2 \quad p/\sim(pq),\ q/p\supset\sim q,\ r/\sim p\vee\sim q$ *

$\sim(pq)\supset.\,p\supset\sim q : p\supset\sim q.\supset\sim p\vee\sim q :\supset.\underbrace{\sim(pq)\supset\sim p\vee\sim q}_{80}$

$\cancel{z_{12}}$ III. $\quad . \quad z_{11}(q/\sim q)$

$\cancel{\sim(p\sim\sim q)\supset.\,p\supset\sim q}$

$\cancel{\sim(pq)\supset\sim(p\sim\sim q)}$

$\cancel{p\sim\sim q\supset\sim\equiv pq}$

36 $\quad q/p,\ r/\sim\sim q,\ s/q$ * $z_1 .\ 77\ (p/q)\supset$ I.

I. $\quad p\sim\sim q\supset pq$

78 $\quad p/p\sim\sim q,\ q/pq$ * I $\supset$ t ~~(...)~~ II

II $\quad \sim(pq)\supset\sim(p\sim\sim q)$

$z_2 \quad p/\sim(pq),\ q/\sim(p\sim\sim q),\ r/p\supset\sim q$ * II . $z_{12}(q/\sim q)\supset$ III

III $\quad \sim(pq)\supset.\,p\supset\sim q$

$\mathfrak{D}_2 \quad p\,\mathrm{I}\,q = \sim p\vee\sim q \qquad$ 91 $\quad p\,\mathrm{I}\,q\equiv\sim p\vee\sim q$

$\cancel{p/p,\ q/\sim q\ *\ p\vee q=\sim p\,\mathrm{I}\sim q}$

~~21~~ $\mathfrak{D}_2$ $\quad$ 91 $\quad q/p,\ 16$ * 92

92 $\quad p\,\mathrm{I}\,p\equiv\sim p$

91 $\quad p/\sim p,\ q/\sim q,\ 75, 77$ * 93

93 $\quad \sim p\,\mathrm{I}\sim q\equiv p\vee q\equiv p\,\mathrm{I}\,p\,.\,\mathrm{I}\,.\,q\,\mathrm{I}\,q$

23.

82. $\mathfrak{d}_2$ * 94

94 $p\,\overline{I}\,q\,.\,\overline{I}\,.\,p\,\overline{I}\,q \equiv pq$

$q/\sim q$,

95 $p\,\overline{I}\,.\,q\,\overline{I}\,q \equiv p \supset q$

$\mathfrak{d}_2$, 95, 94

96 $p\,\overline{I}\,.\,q\,\overline{I}\,q :\overline{I}: q\,\overline{I}\,.\,p\,\overline{I}\,p :\overline{I}:: p\,\overline{I}\,.\,q\,\overline{I}\,q : q\,\overline{I}\,.\,p\,\overline{I}\,p \equiv p \equiv q$

3/3.

z_{13} $p \supset V$ V verum Λ falsum.

$\mathfrak{d}_3$ $\Lambda \equiv \sim V$ [illegible]

78 q/V. $\mathfrak{d}_2$ * $z_{13} \supset 97$ $z_{13}(\sim p|q)$ [illegible]

97 $\Lambda \supset q$

60 q/V * $z_{13} \supset 98$

98 $pV \equiv p$ V [illegible]

68 q/V * z_{13} $\supset 99$

99 $p \vee V \equiv V$

60 p/Λ * 97 $\supset 100$

100 $q\Lambda \equiv \Lambda$ Λ [illegible]

6n

$68 \quad p/\Lambda \ * \ 20 \supset 101$

$101 \quad q \vee \Lambda \equiv q$

$73 \quad p/V \ * \ 102$

$102 \quad q \supset . \, V \supset q$

$73 \quad q/q \supset V, \ p/q \ * \ 2_{13}(p/q) \supset 103$

$103 \quad q \supset . \, q \supset V$

$2_7 \quad p/q, \ q/V \supset q, \ r/q \supset V \ * \ 102 . 103 \supset 104$

34.

$104 \quad q \supset . \, q \equiv V$

6/3 37

$(2), (2_4) \quad q \equiv V . \supset . \, V \supset q$

$(2_{11}). \, D_3 \quad \supset \Lambda \vee q$

$(101) \quad \supset q \quad * \ 105$

$105 \quad q \equiv V . \supset q$

$41 (1.) \quad 104 . 105 \supset 106$

$106 \quad q \equiv . \, q \equiv V$ [illegible] [illegible].

Aby [illegible] [illegible] mogli [illegible] $q \equiv V$ trzeba [illegible] q – [illegible] o [illegible] teorie [illegible] : tylko o [illegible] mówimy [illegible] $q \equiv V$

Znak asercji w kontekście ⊢.

Nie można pomijać znaku ass. przed wyrażeniami $p \supset q$, $p \vee q$ itd., bo wtedy one tezami czytanemi.

Zmienna pozorna (związana) – zmienna wolna. Kwantyfikator ogólny i szczegółowy. Wyrażenia znane badane.

(p). Πp $(\exists p)$. Σp.

35.
9/3. Matryce:

1) $p \vee q$

16 $p \vee p \equiv p$

71 $p \vee \sim p \equiv V$

$V \vee V \equiv V$
$V \vee \Lambda \equiv V$
$\Lambda \vee V \equiv V$
$\Lambda \vee \Lambda \equiv \Lambda$

$p \vee q$	V	Λ
V	V	V
Λ	V	Λ

2.) pq

13 $pp \equiv p$

72 $\sim(p \sim p) \equiv V$

$p \sim p \equiv \Lambda$

$V V \equiv V$
$V \Lambda \equiv \Lambda$
$\Lambda V \equiv \Lambda$
$\Lambda \Lambda \equiv \Lambda$

pq	V	Λ
V	V	Λ
Λ	Λ	Λ

3) $p \supset q$

2,, $p \supset q \equiv \sim p \vee q$

$V \supset V \equiv V$
$V \supset \Lambda \equiv \Lambda$
$\Lambda \supset V \equiv V$
$\Lambda \supset \Lambda \equiv V$

$p \supset q$	V	Λ
V	V	V
Λ	Λ	V

1936/37. – 612

4.) $p \equiv q$

41 $p \equiv q \,.\!\equiv.\, p \supset q \,.\, q \supset p$

$p\equiv q$	V	Λ
V	V	Λ
Λ	Λ	V

6.) $\sim p$

92 $\sim p \equiv p \mid p$

$\sim p$	V	Λ
	Λ	V

5.) $p \mid q$

91 $p \mid q \equiv \sim p \vee \sim q$

$p\mid q$	V	Λ
V	Λ	V
Λ	V	V

Możemy [illegible] identyczne:

6.) 85 $\sim p \supset p \,.\!\supset p$

85	V	Λ
	V	V

22 $p \equiv p \vee pq$ (pr. absorpcji)

22	V	Λ
V	V	V
Λ	V	V

możliwych matryc (16 funkcji prawdziwościowych)

Można [illegible] ([illegible])

36. 10/3. Logika [illegible] ([illegible]) : [illegible]

/ [illegible] /.

Analiza [illegible]:

(Logika 1933/34 str. 11.)

37. 11/3. 214 $\varphi(x) \equiv x \,\varepsilon\, \hat{z}\, \varphi(z)$

Kwantyfikatory $(x).\, \varphi(x)$ $(\exists x).\, \varphi(x)$, $\left\{ \begin{array}{l} (x).\, \sim\varphi(x) \\ \sim(\exists x).\, \varphi(x) \end{array} \right.$

τ_{15} $(\exists x).\ \varphi(x) \equiv \sim(x).\sim\varphi(x)$

38 13/3

D_4 $x \varepsilon a \vee x \varepsilon b \ = \ x \varepsilon a+b$

D_5 $x \varepsilon a \,.\, x \varepsilon b \ = \ x \varepsilon ab$

D_6 $\sim(x \varepsilon a) \ = \ x \varepsilon -a$

D_7 $x \varepsilon a \supset x \varepsilon b \ = \ a < b$

39. 16/3.

~~107.~~ Zdania kategoryczne w postaci ogólnej, szczegółowej, twierdzącej i przeczącej;

107. $(x).\ x\varepsilon a \supset x \varepsilon b\,.\equiv a<b \equiv \sim(\exists x).\ x\varepsilon a-b \equiv$ Każde a jest b (A)

108 $\sim(x).\ x\varepsilon a \supset x\varepsilon b\,.\equiv.\ a \,-\!< b \equiv (\exists x).\ x\varepsilon a-b \equiv$ Niektóre a nie są b (O)

40 17/3 Zdania A E I O, A'E'I'O' w postaci implik.- egzyst.- równow.

41. Inferencja.

18/3. Jeżeli $a<b\,.\supset.\ a_1<b$ zastępując a węższym od a_1 $(a_1<a)$

" $a<b\,.\supset.\ a<b_1$, także b " b_1 $(b<b_1)$

Generalizacja i specyfikacja – dodawanie i mnożenie nazw. Przedmioty sądzenia.

42. Zdania ogólne jako egzystencjalne (Abgrenzung)

20/3 Klasyfikacja Gergonne'a i jej uzasadnienie.

43 20/4 " " d. c.

613

44. Wieloznaczność słów według Arystotelesa

21/4 37. (wykł. z r. 1933/34 str. 21, 33, 34,)

45. Praedicabilia.

27/4 37.

46. d.c. genus proximum, diff. ultima. spec. individ.

28/4 37. transcendentalia.

47. d.c. - Kategorie.

29/4. Stosunki podrzędności między zdaniami A E I O.

48. d.c.

1/5.

49. Odwracanie zdań.

4/5

50. d.c.

5/5

51. Inwersja. Funktory „tylko" i „tylko niektóre" dyzjunkcyj-

8/5 ni terminów. Dictum de omni.

52. Proces sylogizmu. Syll. I figury.

11/5.

53. Sylogizmy 2, 3 i 4 figury.

13/5

6M

Tezy Kotarbińskiego

2 dwóch zdań sprzecznych jedno prawdziwe $p \vee \sim p$ 82.

" " " jedno fałszywe $\sim(p . \sim p)$ 84.

Jeżeli jedno ze zdań sprzecznych prawdziwe, drugie fałszywe

$\sim p \supset -(p)$

2.11 $p \vee \sim p . \equiv . \sim p \supset \sim p$ $p \supset \sim(\sim p)$

$\sim p \vee p . \equiv . p \supset p$ 2.12 $\sim(p . \sim p) \equiv . p \supset p$

[illegible]

[illegible] $p \supset q$ = [illegible] - [illegible] - tzw. ścisłej

$p \vee q . \equiv : p \supset q . \supset q$

6N5

54. 15/5 Sylogizm d. c. - redukcja Cesare i Camestres.

---

55. 20/5 " " " , inne tryby.

---

56. 25/5 " " zadania.

---

57. 27/5 " " entymemat i metoda Boole'a (rozwiązywanie terminów).

---

58. 29/5 Powtórzenie

---

59. 1/6 J. W. [illegible]

---

60 2/6 " d. c.

---

61. 3/6 " d. c.

---

62 5/6. Logika trójwartościowa. Sformułowanie zasady sprzeczności i wyłączonego środka. Matryce Łukasiewicza.

---

63 7/6 d. c.

64 Logika Brouwera
9/6.

---

65. d.c. – Strugi logiki (Podst. log. logiki
10/6 i mat. 1926/27 nr. 1–5)

---

66. d.c. 6–19
12/6.

---

67. d.c. 19–29.
15/6.

---

68. " 29–36
16/6.

---

69 " 36–43
17/6.

---

70 " 43–64
19/6

Logistyka 1924/25

1924/25.

Logistyka

I. Logika klasyczna, stworzona przez Arystotelesa, przetrwała długie wieki
2/X. w stanie prawie niezmienionym; tak iż jeszcze Kant twierdzi
we wstępie do Krytyki czystego rozumu: Logika od czasów Arystote-
lesa ani na krok cofnąć się nie ~~mogła~~ musiała, ~~a szczególne~~,
(przez) ~~że~~ tak długo ani kroku naprzód uczynić nie mogła, wydaje
się przeto skończoną i zamkniętą być całością. — Jakkolwiek jednak
odzywają się w niektórych fragmentach pozostawionych przez Leibniza,
(pisz) filozofa tego ~~[illegible]~~ dowody do niektórych twierdzeń, wykraczających
daleko poza ramy Arystotelesowskie, nie przekształcają jednak całości
nowego opracowania logiki. Dopiero XIX wiek był dla logiki wiekiem
głębszego unowocześnienia, który porównać można z rozwojem, jaki-
ego doznały nauki przyrodnicze w XVI i XVII w.

Początek nowego ruchu w obrębie logiki związany jest z nazwiskiem
Jerzego Boole'a, który w książkach The mathematical analysis
of Logic, being an essay towards a calculus of deductive
reasoning, 1847 i An investigation of the laws of thought,
on which are founded the mathematical theories of logic
and probabilities 1854, ~~podstawy podanego~~ dał system rachunku

logicznego, będącego podstawą dla dzisiejszej algebry logiki. Odtąd
nowy ruch nad ścisłem rozumowaniem. Z jednej strony ciągną badania
czysto logicznych, dalej po Boole'u dalej ogólniej (z pośród nich wymienię
Augusta De Morgana, Charles S. Peirce'a, Ernesta Schrödera;
Z drugiej strony zwrócono się na te badania dotyczące logicznych
podstaw matematyki. Z tego kierunku wyrosły trzy główne
systemy, których twórcami są Giuseppe Peano (I principii di
geometria logicamente esposti Torino 1889, Formulaire de
Mathématiques, wychodzący jako wydawnictwo periodyczne, obecnie
są tomy I-V w latach 1894-1905), Gottlob Frege (Grundla-
gen der Arithmetik 1884, Begriffsschrift, eine der arithme-
tischen nachgebildete Formelsprache des reinen Denkens 1879
Function und Begriff 1891, Grundgesetze der Arithmetik
I 1893, II 1903.) a wreszcie uzupełniający do Peana Bertrand
Russell (The Principles of Mathematics 1903, Principia Mathema-
tica I, 1910 (wspólnie z A.N. Whiteheadem), Introduction to
Mathematical Philosophy 1919.)

Dla studjum początkowego bardzo dobre są:

Couturat, Die Prinzipien der Logik, wykład w I tomie
Enzykl. d. phil. Wiss. Windelband-Ruge 1912

L. Couturat, Les principes des Mathématiques, Alcan 1905.
" , L'algèbre de la logique „Scientia" Gauthier-Villars. 1904.
(Polskie tłum. Kraków 1918)

Al. Padoa, La logique déductive dans sa dernière phase de développement (R. Métaph. 1912)

Schröder-Müller Abriss der Algebra der Logik, Teubner 1909-1910
Lpz. Teil. XXIII.

Obszern. [illegible] : logiki [illegible],
wskazówki bibliograficzne w artykule Z. Janiszewskiego, Logistyka w Poradniku dla samouków, wyd. nowe, tom I. Matematyka.

Badania logiczne, prowadzone przez logistyków – a więc – bądź również od logiki ~~[illegible]~~ uważanej dziedziny tak ściśle matem., wiążą się zarówno sposobem stawiania zagadnień, jak i metodą ich rozwiązywania – z odrębnym wyglądem i formą przedstawienia. Jakkolwiek są to badania w zakresie tej starej nauki logicznej, utworzono ~~praktycznie~~ osobną stworzono dla nich osobnej nazwy w odróżnieniu od logiki dotychczasowej, logiki klasycznej lub tradycyjnej, Uniwer. ~~Stara~~

się w tym celu terminów logika matematyczna, logika symbo-
liczna, algebra logiki lub logika algebraiczna, logistyka. Są
to terminy równoznaczne, przeciwstawiające się ze sobą i dziś używane
nie zawsze. Wprowadzony przez Peana termin logika matematyczna,
utworzony przez dodanie do wyrazu logika przymiotnika ograniczają-
cego, prowadzi do wniosku, że oznaczone tym terminem badania
obejmują tylko część logiki, tę mianowicie która ma zastosowa-
nie w matematyce. Tymczasem nie ma się wcale mniemanie,
owe badania logiczne są ogólniejsze, niż logika dotychczasowa;
podobny zarzut można zrobić nazwie logika symboliczna, która podkreśla
zewnętrzną jedynie cechę owych badań logicznych, ich używa sym-
bolicznej; ~~który~~ całkowicie nie wyczerpuje ich istotnego znaczenia lecz ma
jedynie drugorzędne doniosłości, algebra logiki jest nazwą jedy-
nie dla jednej z gałęzi owych badań logicznych, mianowicie
dla systemu rachunku logicznego. Pozostaje jedynie termin logistyka,
który* przyjęty dla niniejszych względów, jako termin urzędo-
wany przez II Kongres filozoficzny w Genewie w r. 1904. Ter-
min ten jednak również nieodpowiedni, razem bowiem w zwyczajnie

nauki rachowania, więc co innego niż logika, a w francuskiem „logistique", wszelkie umiejętności kwatermistrzowskie (maréchal de logis). Umówmy się jednak tę nazwę ostrzej[illegible]; pod której pozostanie badania nie wspomnieliśmy tak, iż będzie mowa tu tylko o ścisłem znaczeniu wyrazu logika.

Logistyka jest systemem dedukcyjnym (zaksjomatyzowanym), to znaczy ~~[illegible]~~ nauką, w której na czele stoją terminy ~~twierdzeń, pojęciowych~~ pierwotne i twierdzenia pierwotne czyli aksjomaty. Są one dobrane w sposób celowy, tak aby ~~[illegible]~~ każdy inny termin mógł być ~~[illegible]~~ przez (same) terminy pierwotne zdefinio-wany i każde inne twierdzenie mogło być przy pomocy (samych) twierdzeń pierwotnych udowodnione. Terminy pierwotne nie są de-finiowane, twierdzenia pierwotne nie są udowodnione. V/ Dodajemy się do nich wszakże objaśnienia, służące dla łatwiejszego rozumie-nia ~~teorji~~ systemu, trzeba jednak zdać sobie sprawę z tego, że objaśnienia one nie wchodzą w skład systemu, są dlań (logicznie) zbędne.

V Chodzi o to, aby (wyliczenie) terminów pierw. i twierd. pierw. było ~~[illegible]~~ (kompletne), tzn. aby w obrębie systemu dedukcyjnego nie było żadnych przemil-czanych założeń, poza wymienionymi wśród term. i tw. pierwotnych.

6.

II.
9/X.

Istnieją różne systemy dedukcyjne logistyki, których twierdzenia wyj-
ściowe mogą być bardzo rozmaicie dobrane. Jako podstawę
dla naszych wykładów przyjmuję system podany przez Alfreda
North Whiteheada i Bertranda Russella w I tomie Principia
Mathematica, jako ten system, który w chwili obecnej posiada naj-
w odpowiednich miejscach będę zaznaczał uwagi na systemy inne
większe znaczenie;

Przystąpię bezpośrednio do przedstawienia pewnego systemu, ~~[illegible]~~
~~[illegible]~~ odkładając dalsze uwagi ogólne na później, by móc
je ~~[illegible]~~ oprzeć na konkretnych już zastosowaniach
~~[illegible]~~ słowa uwagi, mające zastosowanie w logistyce
[illegible] z pośród Panów trochę obce;
jest może dla niektórych
to co [illegible] Panów przedstawić wymaga [illegible] się, które
jak [illegible] [illegible] musimy nadać jedynie [illegible]
[illegible]. [illegible] [illegible] tego wykładu [illegible] formę [illegible],
przedstawić się dokładniej i [illegible]. Proszę mi przed wszystkim
[illegible] i zapytania podawać w pewnej i to albo w toku danego
wykładu, jeśli one się komu nasuną, albo też przed poszczególnymi

kiem wykładu poprzedniego. Zajmiemy się niemi szczególnie wypi-
sując sobie to, co mówimy w ~~[illegible]~~ oznaczeniu mowy po-
pisanej.

Litery p, q, r, .. będą nam oznaczały sądy elementarne.
Sądami elementarnemi nazywać będziemy sądy, których skła-
dnikami są tylko [illegible] nad [illegible], tem więcej bezwzględnie ra-
[illegible], zaprzeczenie, Jan; Piotr są [illegible]. Sądy takie
nazywamy [illegible] sądami o faktach, ponieważ dotyczą fak-
tów, nie zaś stosunków między pojęciami, albo mówiąc są-
dów jednostkowych, ponieważ podmiot ich nie jest symbolem
pojęciowym, lecz imieniem własnem, którego przedmiot jest
faktem jednostkowym. Atomy sąd jednostkowy nie mówi jednak
faktu jednostkowego [illegible] w tem znaczeniu, jeżeli sąd taki mówi dotyczy jedne-
go ~~tylko~~ faktu, orzeka coś o jednem tylko individuum.

Sąd złożony z sądów jednostkowych przy pomocy spójników „albo",
„i" lub innych, a zatem dotyczący kilku faktów, nazy-

deszcz pada i wiatr wieje jest orzekający coś o rzeczy indywidualnej np. Warszawa, Wilno i Poznań są miastami polskimi, będziemy uważać również za sądy jednostkowe. Sądom, o których mowa, nadajemy nazwę sądów elementarnych, ponieważ jako sądy o faktach tworzą one elementy naszej wiedzy, a zarazem, jak się okaże w dalszym ciągu są one w pewnym znaczeniu elementarnymi przedmiotami logicznymi.

Może należałoby się zastanowić nad kwestją terminologiczną, dotyczącą użycia wyrazu sąd. Terminu tego będziemy używali w znaczeniu łacińskiego propositio, brzmiącego również w po- franc. i ang. – niemieckiego Satz – nie zaś w znaczeniu łacińskiego iudicium, niemieckiego Urteil, [illegible]. Częstokroć używa się zamiast sąd w tym znaczeniu wyrazu zdanie (Z[illegible]) lub orzeczenie (Stwierdzenie). Ponieważ każdy z tych terminów nasuwa pewne obiekcje – będziemy się jeszcze trzymali terminu starego od dawna.

Symbole p, q, r, są zmiennymi logicznymi; nie można uważać zmiennymi, których wartościami są sądy elementarne. Oznaczają one *jakikolwiek* sąd elementarny. Logistyka używa w bardzo szerokim zakresie *zmiennych*, symboli o znaczeniu nieokreślonem, które mogą oznaczać jakikolwiek przedmiot pewnego rodzaju, zależnie od związku, w jakim zmienna jest użyta. Znaczy to innemi słowy, że w miejsce zmiennej logicznej wolno pewnemi zastrzeżeniami może być podstawiony symbol określony, zwany *wartością zmiennej*; zmienna jest według wyrażenia Fregego miejscem pustem, w które można wstawiać znaczenie wartości. Mówimy często „zmienna przebiega, lub „ma takie a takie wartości" albo też „wartością zmiennej jest to a to". Zbiór wartości zmiennej nazywa się jej *zakresem zmienności*. Użycie zmiennych jest rozpowszechnione w matematyce, lecz tam wartości zmiennej są ograniczone jedynie do wartości wielkości. Pojęcie zmiennej logicznej jest ogólniejsze. Zakres zmienności zmiennej logicznej może być zbiorem indywiduów, klas, relacyj, stosunków itp. Zakres zmienności zmiennej logicznej, występującej w pewnym związku, np. w zdaniu, jest określony przez postulat, by związek zachował sens

sens własciwy; jeżeli zakładamy nadto, że zmienna przybiera jedynie niektóre wartości pewnego określonego zakresu, nazywamy ją ograniczoną w przeciwnym przypadku zmienna jest nieograniczona. (Np. wartości na odcinku i prostej nieograniczonej).

Elementarną funkcją propozycjonalną nazywamy wyrażenie, które 1°) ~~zawierające~~ układnik nieokreślony tj. zmienną logiczną, zmienną lub kilka takich zmiennych, i 2°) ~~które~~ się ~~staje~~ elementarnym, gdy zmienne przybierają określone wartości. Tak np. jeżeli p jest zmienną, oznaczającą jakiś sąd elementarny, tylko p v q nie-p jest elementarną funkcją propozycjonalną. Elem. funkcja propozycjonalna jest zatem zmienną logiczną, której wartościami są sądy elementarne. – Poznamy później funkcje propozycjonalne ~~elementarne~~, które nie są ~~prostymi~~ elementarnemi.

Wszystkie sądy, które wchodzą w skład systemu dedukcyjnego, poprzedza Russell, za wzorem Fregego, znakiem asercji ⊢, – ~~twierdzę~~ który znaczy tyle, co „twierdzę, że".

Sąd przyjmowany bez znaku asercji, nie jest uważany jako twier-
dzenie, nie wchodzi do systemu, lecz jest jedynie oznacze-
niem lub składnikiem innego twierdzenia. Np. w zdaniu
(Cezar został zamordowany) Poprzednik tego okr. nie został na-
znaczony asercji, natomiast ona poprzedza całość; toteż Cezar został za-
mordowany nie jest tu uważany jako twierdzenie. Tylko jako
[illegible] znak asercji [illegible] nie należy. [illegible]
przyjęłoby [illegible] — [illegible]
uważać [illegible] ten sąd jako [illegible] bezwzględny, [illegible]
[illegible] go poprzedzić znakiem asercji
[illegible] tego innemu autorowi, np. ci, który przyjął [illegible] (o ile nie chodzi o [illegible])

Podobnie w wzorze jeżeli $a = b$, to $b = a$, znak as. występuje [illegible] [illegible], natomiast nie [illegible] [illegible]:

Nie jest on istotnie [illegible] [illegible], lecz [illegible]. Różni on w systemie te ~~[illegible]~~ sądy, które uważa być
uż.. [illegible], od sądów, któ-
[illegible], jeżeli nie ma prawa [illegible],
ve ~~[illegible]~~ [illegible] być [illegible].
~~Zdania [illegible] logice [illegible] [illegible]~~ Logistyka zajmuje się
nie tym lub innym systemem [illegible], lecz [illegible]
[illegible] systemami, systemami w ogólności. Przeto, te sądy,
[illegible] [illegible] [illegible], zawarte są w [illegible], za-
które są w logice twierdzeniami,

niezależnych zmienne, czyli w funkcjach propozycjonalnych, można asercji będziemy często spotykać, także przed funkcjami propozycjonalnymi. Zresztą wiedz, że twierdzenie dotyczy jakiegokolwiek zdania, które jest wartością funkcji propozycjonalnej pozbawionej ~~[illegible]~~ asercji.

Potrzebna nam ~~będzie~~ jeszcze jedna umowa terminologiczna. ~~Wyrażenia~~ Dowodzenia ~~[illegible]~~, z którymi będziemy mieć do czynienia, mieć ~~[illegible]~~, ~~[illegible]~~ które ~~[illegible]~~ ~~[illegible]~~ bardzo długie i dzielą się na części, ~~[illegible]~~ ~~[illegible]~~ połączone są pewnymi ~~[illegible]~~ oddzielaniami z innymi. Tak np. jak w wyrażeniu algebraicznym:

$$(a+3b)(a-2b)-\{a+[(7+b)(a-5)+b]\}$$

które nawiasy być mogą ~~[illegible]~~, zamiast nawiasów, które mniejszymi być mogą, zastępuje się kropkami, jak np. dwie i pojedyncze, ostatnie do przykładu (umówmy się dla wyrażeń, które mogą ~~[illegible]~~ o jego znaczeniu):

$$\vdash :: p \vee q . \supset :. p . \vee q \supset r : \supset . p \vee r$$

Większa liczba kropek oznacza nawias silniejszy (zewnętrzny oddziela ~~[illegible]~~ drugiej), mniejsza liczba kropek oznacza nawias słabszy (wewnętrzny), na końcu wyrażenia wszystkie ~~[illegible]~~ kropki oznaczają ~~[illegible]~~ ~~[illegible]~~ ~~[illegible]~~ ~~[illegible]~~ się.

13.

Przypadki, w których używa się kropek, dzieli Russell na 3 grupy:

Grupa I, gdy kropki towarzyszą znakowi implikacji ($\supset$), albo równoważności ($\equiv$) albo dysjunkcji ($\vee$), albo definicji ($=$ Df)

Grupa II, gdy kropki następują po znaku ogólności lub po nawiasach symbolizujących zmienną pozorną (x), albo (x, y) albo ($\exists x$) itd.

Grupa III, gdy kropki stoją między symbolami oznaczającymi zdania

~~Grupa I~~ Kropki Gr. I są najsilniejsze, Gr. II – słabsze, Gr. III – najsłabsze. Stąd każdy ~~grupa~~ zespół kropek oznacza nawias wciągający się w jednym lub w drugim kierunku – w lewo lub w prawo poza wszystkie ~~grupy~~ zespoły mniejszej liczby kropek i poza wszystkie zespoły tej samej liczby kropek, lecz należące do niższej grupy – tak daleko, póki nie napotkamy albo większej liczby kropek, – albo tej samej liczby kropek silniejszej grupy, – albo ~~do końca~~ ~~...~~ najdalszego do końca wyrażenia. Kropki III grupy mają znaczenie wciągające się na obie strony; kropki I i II grupy mają znaczenie wciągające się jedynie w kierunku od znaku, przy którym stoją.

III. Następnie wyjaśnić ~~na~~ szczegółowo przykładami ważniejsze zasady

16/X.

$\vdash :: p \vee q . \supset :. p \vee . q \supset r : \supset . p \vee r$

- w zbiorze, to jest od części większej w nieskończoną liczbę razy.

Dalej wyprowadza:

$$\vdash :. p \vee q : p . \vee . q \supset r : \supset . p \vee r$$

$$\vdash :. (x,y) . \varphi(x,y) : (x,y) . \psi(x,y) : \equiv : (x,y) : \varphi(x,y) . \psi(x,y)$$

W tych wzorach wyjaśnienia należy ~~mniej~~ tylko więcej omówić więcej definicji. Jeśli definiujemy a przy pomocy b (a definiendum, b definiens), to Russell pisze (definiendum po lewej stronie, definiens po prawej) = w skrócie Df na prawo od definiens)

$$a = b \ Df.$$

Definicja (wyraźna) ~~Russella~~ Russella ma znaczenie czysto nominalne; dotyczy ona wyłącznie symboli, nie tego co symbol wyraża; mianowicie definicja jest oznajmieniem, że pewien nowo wprowadzony symbol, albo zespół symboli, oznacza to samo, co pewien inny symbol lub zespół symboli, którego znaczenie jest już znane. Definicje nie są poprzedzone znakiem $\vdash$, ponieważ nie są one twierdzeniami, lecz postanowieniami ~~skrótami~~, co do użycia pewnego nowego symbolu lub zespołu symboli. Teoretycznie moglibyśmy się zawsze obejść bez definicji, zastępując symbol definiens wszędzie tam, gdzie wprowadzamy definiendum. Praktycznie jednak definicje są potrzebne, dzięki nim skracamy.

można podać wyrażeniem formy ogólnej i krótszej, definiendum bowiem jest (symbolem zarazem) wprowadzonym w stosunku do tez. Dostrzegamy jednak dwie odmienności w definicjach. Definicja ma ważne znaczenie.

1° Jeżeli przez definicję wprowadzamy nowy symbol na oznaczenie pewnej treści, to tem samem treść tę wyróżniamy wśród wielu innych, jakie moglibyśmy otrzymać z różnych (połączeń) dalszych wprowadzonych symboli; w ten sposób zaznacza się, że treść ta jest w pewnym systemie dedukcyjnym ~~[illegible]~~ przedmiotem badania, tak iż zbiór definicji określa nam zbiór tych treści, któremi się w danym systemie zajmujemy. — 2° Jeżeli definiujemy symbol, który poprzednio był używany w znaczeniu pewnem, to definicja podaje analizę i ustalenie jego treści; w ten sposób w definicji mamy uświadomienie wyraźne znaczenia symbolu, poprzednio używanego i niezupełnie świadomie; definicja pomaga nam o właściwem znaczeniu symbolu.

Po tych wstępnych objaśnieniach przystąpimy do wymienienia symboli pierwotnych, (niedefiniowanych) których Russell przyjmuje dwa i przy pomocy których definiuje wszystkie inne:

Są niemi ~~[illegible]~~ symbol negacji

1° $\sim p$, non-p, albo „p jest fałszywe”

(p oznacza tu jakikolwiek sąd elementarny) i

2° symbol dysjunkcji $p \vee q$, (p, q są jakimikolwiek zdaniami elementarnymi) p albo q, czyli, albo p jest prawdziwe, albo q jest prawdziwe (obie alternatywy nie wykluczają się wzajemnie). Dysjunkcję nazywamy inaczej sumą logiczną zdań „$p \vee q$" dla innych powodów, które później poznamy.—

Oba symbole można ze sobą kombinować, tak np. $\sim p \vee q$ znaczy „p jest fałszywe, albo q jest prawdziwe", $\sim(p \vee q)$ znaczy „jest fałszem, że albo p albo q jest prawdziwe" co znaczy właśnie tyle, co „p i q są oba fałszywe", $\sim(\sim p \vee \sim q)$ znaczy „jest fałszem, że p jest fałszywe albo q jest fałszywe", czyli „p i q są oba prawdziwe". Owe wyrażenia słowne, przy pomocy, których czytamy nasze symbole są jedynie objaśnieniami; nie wchodzą do systemu, jak to już wspomnieliśmy wyżej; to znaczy nie wolno ich w dowodach [illegible] twierdzeń posługiwać się w systemie.

Przy pomocy obu terminów pierwotnych definiujemy pozostałe symbolizacji między zdaniami elementarnymi. Mianowicie

$*1.01 \quad p \supset q . = . \sim p \vee q \quad Df$

IV. Russell wyraźnie omówił definicje i wszystkie twierdzenia czytamy

23/X

Kolejnymi numerami, przyporządkowanymi według tzw. systemu dziesiętnego, uporządkowanego na wzór Peano; każdy numer składa się z części całkowitej i części ułamkowej. Część całkowita jest wspólna wszystkim twierdzeniom, twierdzeniom wśród opatrzonego tym samym numerem, w naszym w rozdz. 1. ... numeracji ma część całkowitą równą 1, części dziesiętnej odróżnia kolejne twierdzenia w danym wydziale, a więc 1.1, 1.2, 1.3 i jeśli między pierwsze dwa twierdzenia wchodzi twierdzenie dodatkowe, to też stawiamy wstawimy się, dając mu numery odpowiednie, mieszczące się w jednostkach na miejscu między danymi, np. 1.11, 1.12 i tak samo 1.111, 1.112 – np. 1.245 ... Definicje również przemawiają wszystkie twierdzenia ... danego wydziału i dlatego mają numery, których część dziesiętna ... że ... jest mniejsza od 1. Aby ... twierdzenie systemu, posługuję się ... definicji np.

symbol $p \supset q$ czytamy: „jeśli p to q" (a implikacja albo) A zatem według definicji podanej wyżej, „jeśli p to q" znaczy: „albo p jest fałszywe, albo q jest prawdziwe". Jeśli zaś ... pierwszy człon jest fałszywy, to jest, jeśli p jest prawdziwe, | wtedy q alternatywy jest fałszywy, to jest, jeśli p jest prawdziwe, | tak ~~że~~ zatem ~~ostatnie~~ o ... części definicji jest prawdziwe |

jaśniej stosowniej do potocznego znaczenia wyrazów „jeżeli, to"

którego używa dopiero jako termin pierwotny obok zdefiniowanej implikacji, wyjaśnia

Russell w sposób następujący: Najbardziej istotną własnością stosunku

wyrażającego się słowami „jeżeli, to" ~~...~~ ~~prawdziwego w stosunku implikacji~~ impli-

implikacji jest, iż ~~...~~ zdanie

kowany przez zdanie prawdziwe jest prawdziwy. Ta własność stosunku

implikacji pozwala na wyprowadzanie twierdzeń za pomocą przesłanek,

~~...~~ o których wiadomo, że są prawdziwe. Własność tę posiada

~~...~~ nie dotyczy przypadków, gdy wiadomo i co ewentualnie ~~...~~ może być

implikowane przez zdanie fałszywe. Gwarantuje ona jedynie, że gdy p impli-

kuje q, to nie może być tak, by p było prawdziwe, a q fałszy-

we, innemi słowy jest wtedy albo p fałszywe, albo q prawdziwe,

Treść ~~definicji~~ definiensu. –

to zaś właśnie jest treścią, które powołujemy właśnie do ...

Jak rozumiemy, te objaśnienia,

nie wchodzą w skład systemu;

jest $\sim p$, $p \vee q$ i $p \supset q$

nie są one dostateczne wiele na to, aby można było operować nimi

Własności negacji, alternatywy i implikacji,

dobrze rozumowaniu.

~~...~~ Tworzące podstawę dla dalszych wywodów, są zawarte

w twierdzeniach pierwotnych, odnoszących się do owych trzech terminów pierwotnych,

których, które ~~...~~ są następujące:

*1.1 ⊢ Wszystko implikowane przez prawdziwą tezę elementarną jest prawdziwe. Pp

(Każde twierdzenie pierwotne jest oznaczone znakiem „Pp" przy końcu twier.)

Twierdzenie pierwotne *1.1 ~~niech się wyrazi w formie symbolicznej, należy~~ ~~ono [redacted] do tzw. „reguł wnioskowania". Niech się ono wyrazi w formie~~ ~~symbolicznej, bo gdy prawdę~~ implikacji $p \supset q$, ~~to wówczas~~ ~~z niej twierdzić wolno w ponieważ~~ stanowi przejście od stwierdzenia prawdziwości implikacji między dwoma zdaniami, $p \supset q$, do stwierdzenia prawdziwości zdania q, jeśli p jest prawdziwe; jest to prawo podstawowe każdego rozumowania, niech się ono wyrazi w formie symbolicznej i którego należy do tzw. reguł wnioskowania. Niech się wyrazi w formie symbolicznej, ponieważ każde wyrażenie symboliczne ~~o prawdziwości zdań przy pomocy wniosku hipotetycznego,~~ ~~a nie~~ jednocześnie w tym celu użyć, niezależnie od symbolu $\supset$, a nie chodzi o sąd kategoryczny, tylko wyrażenie hipotetycznego, przedstawiające nam wynikanie się wniosku hipotetycznej konkluzji kategorycznej z poprzedniego przedtem.

*1.2 $\vdash : p \vee p . \supset p$ Pp.

Twierdzenie to wyraża: „jeżeli p jest prawdziwe albo p jest prawdziwe, to p jest prawdziwe" – Nosi ono nazwę zasady tautologii; będzie krótko oznaczane symbolem „Taut", dla łatwiejszego powoływania.

$*1.3 \vdash : q . \supset . p \vee q$ Pp.

Jeżeli q jest prawdziwe, to p albo q jest prawdziwe np. „jeżeli dziś jest czwartek, to dziś jest ~~[illegible]~~ wtorek lub czwartek" Jest to tzw. „zasada dodawania" (alternatywy). Skrócenie „Add"

$*1.4 \vdash : p \vee q . \supset . q \vee p$ Pp

„zasada permutacji" (przemienności). „Perm"

$*1.5 \vdash : p \vee (q \vee r) . \supset . q \vee (p \vee r)$ Pp

zasada łączności „Assoc"

$*1.6 \vdash :. q \supset r . \supset : p \vee q . \supset . p \vee r$ Pp

zasada sumowania „Summ"

$*1.7$ Jeżeli p jest zdaniem elementarnym, $\sim p$ jest zdaniem elementarnym. Pp.

$*1.71$ Jeżeli p i q są zd. elem. – $p \vee q$ jest zdaniem el. Pp.

~~Twierdzenia pierwotne w naszym systemie dedukcyjnym, a nie i [illegible] mieć wszystkie Russella, które my zajmujemy~~

Wyliczone ~~pojęcia~~ terminy pierwotne i pojęcia pierwotne są wystarczające do zbudowania teorii dedukcji. Teoria dedukcji jest tym działem ~~logistyki~~ badań logicznych, który się zajmuje związkami logicznemi między zdaniami; obok teorii dedukcji zawiera system Russella teorię ~~funkcji propozycjonalnych~~ zmiennych pozornych, teorię klas i teorię relacji, które wymagają wprowadzenia dodatkowych jeszcze ~~twierdzeń i pojęć~~ terminów pierwotnych.

Twierdzenia pierwotne w każdym systemie dedukcyjnym, a więc i w teorii dedukcji, którą zajmujemy się w tej chwili, podobnie jak wybór terminów pierwotnych, zależnie w jaki sposób można je niejawnie postulować. W ten sposób, twierdzenia pierwotne określają terminy pierwotne, są jakby ich ukrytemi definicjami: ~~stanowią~~ nazywamy też je naprzykład definicjami przez postulaty; te same twierdzenia, którym możemy użyć zamiast nazwy je jako postulaty, wymaganiami, terminy pierwotne. Między definicjami we właściwem tego słowa znaczeniu a takiemi definicjami przez postulaty istnieje jednakże zasadnicza różnica. Definicje we właściwem tego słowa znaczeniu mają postać wyrażeń, definiendum jest wyrażone przez definiens, jedno jest od drugiego wyrażenie oddzielone. Niezmiernie definicji przez postulaty, owych twierdzeń pierwotnych nie potrafimy sprowadzić do postaci definicji we właściwem ~~tego~~ znaczeniu. Np. dane przez pierwotne spełniają zmieniające postulaty – twierdzenia pierwotne

$*1{\cdot}2 \vdash: \sim(p \vee p) . \vee . p$

$*1{\cdot}3 \vdash: \sim q . \vee . p \vee q$

$*1{\cdot}4 \vdash: \sim(p \vee q) . \vee . q \vee p$ i t. p.

Mamy tu coś podobnego do wyjaśnienia równań o wielu niewiadomych, z którymi spotykamy się w algebrze, z równań tych określamy wartości niewiadomych, wiedząc wiadomo, że wszystkie one te niewiadome. Takiem rozwiązaniem tutaj byłoby zastąpienie sposobu użycia symboli pierwotnych przez inne, np. symbolu $\sim p$ przez $p \vee p$ albo odwrotnie. Tego jednak, ~~[illegible]~~, ~~wyjaśnienie~~ ~~[illegible]~~ zrobić nie potrafimy, bo przy użyciu symboli pierwotnych, musimy jeżeli symbole niedefiniowane, uważane, w pewnych wyrażeniach.

V.

31/X.

~~[illegible]~~ Układ twierdzeń pierwotnych w ~~[illegible]~~ systemach dedukcyjnych ~~tych~~ ~~tego dedukcji~~ ~~wyjaśnienie~~ spełnia więc dla postulaty niedołężnie:

Twierdzenia pierwotne powinny być ~~niesprzeczne~~ oczywiste i niezależne (i możliwie najmniej ich wszystkich) i proste!

* Mógłby ktoś myśleć, że twierdzenia pierwotne w tej drodze dadzą się użyć jako definicje termin pierwotnych „t", czyli powiedzieć: „t" jest to taki termin, który czyni zadość twierdzeniu a twierdzeniom pierwotnym.

Nie można jednak Tak uważać definicji pozornej, abstrakcyjnej, gdyż jeślibyśmy tego rodzaju pomysł przyjęli za definicję, to zakreślilibyśmy błędne koło, bo twierdzenie pierwotne, które występuje w definicji zawiera w sobie termin „t", tymczasem w definicji poprawnej definiens nie może zawierać terminu definiowanego. *

Pierwszy z pomienionych obu postulatów, postulat (zgodności lub niesprzeczności się) ~~niesprzeczności~~ twierdzeń pierwotnych, tłumaczy się tak, (wszystkich lub) sprzeczność którejś pary twierdzeń pierwotnych, prowadzi do sprzeczności w twierdzeniach systemu, opartych na owych twierdzeniach pierwotnych, sprzeczność zaś jest w nauce niedopuszczalna, przedmiotów nieistniejących. Niezależność, jak wiemy, iż polega ona pośród wszystkich twierdzeń pierwotnych systemu na tem polega, iż żadne z nich nie jest następstwem logicznem pozostałych. Jeśliby które z nich było następstwem pozostałych, to należałoby do twierdzeń pochodnych systemu, a zamieszczenie go wśród twierdzeń pierwotnych byłoby zbędne i niepoprawne, bo potrzebaby raz twierdzenie pierwotwe twierdzeń, które powinno być udowodnione.

W każdym systemie dedukcyjnym należy orzec, (jedynie sama teorja dedukcji stanowi pod tym względem wyjątek, co omówimy osobno) że jej twierdzenia pierwotne istotnie są ~~oczywiste~~ zgodne i niezależne; ~~a także~~ ~~że i jej pewnie terminy pierwotne są niezależne.~~

Dla wykazania ~~niesprzeczności~~ zgodności twierdzeń pierwotnych istnieje tylko jeden sposób: oto orzec, iż istnieją takie przedmioty, dla których wszystkie one twierdzenia są prawdziwe, czyli innemi słowy podać przykład takiego zbioru przedmiotów, do którego one twierdzenia pierwotne mają zastosowanie.

~~Sposób~~ Metoda zaś wykazania niezależności twierdzeń pierwotnych między sobą opiera się na następującem rozumowaniu: Gdyby pewne twierdzenie pierwotne systemu nie było niezależne od pozostałych, tzn. gdyby było ~~ich~~ ich następstwem logicznem, to jego zaprzeczenie byłoby niezgodne z pozostałemi twierdzeniami pierwotnemi. Istotnie jeżeli z (twierdzenia) a wynika (twierdzenie) b, to nie może być prawdziwe a i ~~~~ zaprzeczenie b. Jeżeli zatem uda się wykazać, że zaprzeczenie pewnego twierdzenia pierwotnego jest zgodne ze wszystkiemi innemi, to stąd wnioskujemy a contrario, że twierdzenie

Stąd następujący sposób dla stwierdzenia niezależ-

no jest od innych niezależne.

– albo jak się ustala ich niesprzeczności –

liwości twierdzeń pierwotnych systemu: Aby okazać, że ~~wszystkie~~ twierdzenia pierwotne systemu dedukcyjnego są niesprzeczne, należy dla każdego z nich podać przedmiot, dla którego ~~stosowałyby się~~ byłyby prawdziwe wszystkie twierdzenia pierwotne w zastosowaniu tego właśnie jednego.

Przykład z którego widać, jak powinny iść metodologiczne wywody w praktyce, weźmy z pracy Żylińskiego „O pojęciu wielkości" (Przegl. filozof. 1916).

Żyliński ~~buduje~~ tworzy system dedukcyjny teorii wielkości i przyjmuje jako jedyne pojęcie pierwotne tego systemu, pojęcie stosunku w; pojęcia tego nie objaśniam w tej chwili; wobec nie określenia konstrukcji logicznej tego [illegible], objaśnieniami odwołującymi się do terminów potocznych, w zakresie innych przedmiotami A, B, C, .. ~~symbole~~ od stosunku w [illegible] to są znaczeniami, których zakres znaczeniowy [illegible] są pewne (K) przyjmuje się jako dane twierdzenia ~~logiczne~~. System dedukcyjny teorii wielkości ~~[illegible]~~ posługuje się pojęciami logicznemi (~~[illegible]~~, ~~[illegible]~~) ~~[illegible]~~ i własności tego stosunku w wyrażone ~~[illegible]~~ są w dwóch twierdzeniach pierwotnych

(1) Jeżeli A w B, to B nie-w A

(2) Jeżeli A w B i C nie-w B, to A w C

Mamy okazać (wykazać), czy te dwa twierdzenia są ze sobą zgodne, niesprzecz-

drugie się; trzeba znaleźć taki przykład stosunku r, zachodzącego między przed-
miotami A, B, C, zbioru (K) dla którego byłyby prawdziwe oba twierdze-
nia pierwsze.

Przykładem takim jest stosunek mniejszości, gdy A, B, C, są liczbami
naturalnymi 1, 2, 3, ... Istotnie mamy wtedy

1) Jeżeli liczba A jest mniejsza od B, to B nie jest mniejsze od A

2) Jeżeli A jest mniejsze od B i C nie jest mniejsze od B, to A jest
mniejsze od C Znaleźliśmy istotnie żądany przykład, a tem samem okazaliśmy niesprzeczność obu twierdzeń pierwszych.

Mamy zatem okazać, że obu twierdzenia pierwsze są od siebie niezależne,
to znaczy ani drugie nie wynika z pierwszego, ani pierwsze nie wynika
z drugiego.

~~Wtenczas~~. Aby okazać że drugie nie wynika z pierwszego, trzeba
znaleźć przykład, dla którego byłoby prawdziwe twierdzenie pierwsze,
a nie było prawdziwe twierdzenie drugie. Taki przykład otrzyma-
jemy, zakładając, że A, B, C są liczbami naturalnymi 1, 2, 3, ..
podobnie jak w poprzednim przykładzie, a r oznacza stosunek
„mniejszy o 1". Wtedy pierwsze twierdzenie jest prawdziwe,
mianowicie, gdy liczba natur. A ~~jest~~ ~~o jeden~~ mniejsza o 1 od liczby
naturalnej B, to B nie jest mniejsze o 1 od A. — Nato-

drugie)

misia? Twierdzenie pierwsze nie jest prawdziwe, bo ~~gdy A~~ nie jest prawdą, że gdy A jest mniejsze o 1 od B, a C nie jest mniejsze o 1 od B, to A jest mniejsze o 1 od C; można się o tem przekonać, kładąc np. A = 2, B = 3, C = 4. Mamy zatem tu przykład, który sprawdza twierdzenie 1, a nie sprawdza twierdzenia 2), a więc twierdzenie 2 nie wynika z twierdzenia 1.

Aby okazać, że także twierdzenie 1 nie wynika z twierdzenia 2, trzeba ~~znów~~ znaleźć przykład, dla którego byłoby prawdziwe twierdzenie drugie, a nie było prawdziwe twierdzenie 1. Taki zaś przykład otrzymamy, zatrzymując pik i przyjmując, że A, B, C, ... są liczbami szeregu naturalnego 1, 2, 3, 4 ..., a orzeczenie przez znak „niepodzielności", stosując zaś ponowne zło-znak „podzielności". Wtedy twierdzenie 2 jest prawdziwe, bo gdy A jest niepodzielne przez B, a C jest podzielne przez B, to A musi być niepodzielne przez C. Gdyby bowiem A było podzielne przez C, to ponieważ C jest podzielne przez B, więc i A byłoby podzielne przez B, co jest sprzeczne z założeniem. Natomiast twierdzenie 1 nie jest prawdziwe, bo gdy A jest niepodzielne przez B, to z tego nie wynika, że B jest podzielne przez A. Mówi się o tem zdaniu; kiedy np. A = 2, B = 3. — Mamy zatem taki przykład, który sprawdza twierdzenie X_2 a nie sprawdza twierdzenia 1, przeto twierdzenie 1 nie jest następstwem twierdzenia 2. — ~~Obu~~ Jeśli zaś podamy przykład przeciwny, też pokażemy, że twierdzenie X 2 nie jest następstwem twierdzenia 1, przeto wykazaliśmy, że oba twierdzenia są od siebie niezależne.

Jak widzieliśmy Russell przyjmuje dwa ~~twierdzenia~~ ~~pierwsze~~ terminy pierwotne i pięć twierdzeń pierwotnych wyrażonych w symbolach oraz trzy reguły wnioskowania. W ostatnich latach dwaj autorowie Sheffer i Nicod 1913 1917 wykazali, że wystarczy same założenia przyjąć od jednego terminu pierwotnego i jednego twierdzenia pierwotnego, wyrażonego w symbolach, tzw. określającego znaczenie tego terminu pierwotnego. Sheffer przyjmuje jako jedyny termin pierwotny „wyłączanie" czyli niezgodność p/q, co oznacza, że nie mogą być p i q jednocześnie prawdziwe, czyli zdania oznaczone literami p lub q muszą albo nie q.

15 iv. 28. 1.

To jednak, co jest możliwe odnośnie do każdej teorji dedukcyjnej innej, niż teorja dedukcji, nie da się bezpośrednio zastosować do samej teorji dedukcji. Twierdzenia pierwotne teorji dedukcji muszą tak samo, jak w każdej teorji dedukcyjnej, być przyjęte bez uzasadnienia i zgodne. Jednak nie mamy możności wykazać w sposób ogólny, iż zgodnymi są te przesłanki, ~~tak samo~~ jak to czynimy w odniesieniu do ~~[illegible]~~ innych systemów dedukcyjnych, ~~[illegible] teorji dedukcji, [illegible] teorji dedukcji [illegible]~~ Każdy dowód tedy zgodności [illegible] na zasadzie [illegible], a zatem na twierdzeniach [illegible] teorji dedukcji. Peano i Russell nie dają dowodu niezależności i zgodności twierdzeń pierwotnych, lecz ograniczają się do zestawienia w formie [illegible] że są one prawdziwe, gdy się wyjaśni znaczenie [illegible] ~~[illegible]~~ wszystkich twierdzeń teorji dedukcji, gdy [illegible] sposobu [illegible] lub [illegible], to znaczy wykazania, iż [illegible]. [illegible] [illegible] [illegible].

Do str. 28 2

[illegible] ~~[illegible]~~ godności każdej osobowości. Co do metod

tego to przecież oczywiście przyznawanie [illegible] do jak naj-

dalej posuniętej [illegible] każdego człowieka nie może być [illegible],

czy [illegible] nie [illegible] do [illegible] [illegible] [illegible]

[illegible] [illegible] [illegible], [illegible] się [illegible], więc

[illegible] [illegible]. Takie [illegible] [illegible], o ile nie da się wyprowadzić

z każdej [illegible], [illegible] być [illegible] [illegible] [illegible] jako

[illegible] [illegible] do [illegible] [illegible]. Co do metod [illegible]

[illegible] ~~[illegible] [illegible]~~ [illegible] [illegible] [illegible] [illegible]

[illegible], [illegible] [illegible] nie może [illegible], czy [illegible] się [illegible]

[illegible] [illegible]. I [illegible] [illegible] [illegible] [illegible]

[illegible] [illegible] [illegible].

[illegible]

~~przy~~ Przy pomocy wstężnania definicje negacji: $\sim p = p|p$ Df.

i dysjunkcji ~~(p|p)|(q|q)~~ $p \vee q = (p|p)|(q|q)$ Df

VI. oraz implikacji $p \supset q .=. p|(q|q)$ Df. – Definicje te

6/XI. bez trudu ~~[illegible]~~ objaśnić. –

Jedyne twierdzenie pierwotne, wolne bez Nicoda ... , logicznie jednak bardzo skomplikowane, jest ono więc istotnie, logicznie jednak zastępuje wszystkie formalne twierdzenia pierwotne systemu Russella i Whiteheada. Podam je tu jedynie, bez dalszego omawiania:

$$P|(\pi|Q)$$

symbole te są skróceniami, mianowicie

$$P = p|(q|r)$$
$$\pi = t|(t|t)$$
$$Q = (s|q)|\underbrace{(p|s)|(p|s)}_{|\overline{p|s}}$$

co znaczy w symbolice Russella:

$$p \supset . q . r . \supset :. t \supset t : ~~[illegible]~~\ ps . \supset . sq$$

$$P = p|(q|r) = p \supset \sim(\sim q \vee \sim r) = p \supset q . r$$

$$\pi = t|(t|t) = \cancel{t \supset (t|t)} \sim t \vee \sim(t|t) = t \supset \sim(t|t) = t \supset t$$

$$Q = (s|q)|\overline{(p|s)} = \overline{(s|q)} \vee (p|s) = \cancel{[illegible]} \sim(\sim s \vee \sim q) \vee (\sim p \vee \sim s) =$$

$$= (\sim s \vee \sim q) \supset (\sim p \vee \sim s) = \cancel{[illegible]}\ ps \supset sq$$

$$P|(\pi|Q) = P \supset \pi . Q$$

*2. Bezpośrednie konsekwencje twierdzeń pierwotnych.

VI

13/XI

$*2\cdot01 \quad \vdash : p \supset {\sim}p \,.\supset.\, {\sim}p$

Treścią tego twierdzenia jest, że jeżeli z p wynika, że p nie jest prawdziwe, to p nie jest prawdziwe. Nosi ono nazwę „zasady dowodu apagogicznego" (per reductionem ad absurdum.) i Russell oznacza je skrótem Abs.

Dowód jego jest następujący:

Mamy: (to twierdzenie oznacza, że co następuje [illegible])

$$\left[\text{Taut}\ \frac{\sim p}{p}\right] \vdash : {\sim}p \vee {\sim}p \,.\supset.\, {\sim}p \qquad (1)$$

$\text{Taut} : \vdash : p \vee p \,.\supset.\, p$

Zwróćmy uwagę, że w dowodzie tym opuszcza się Russell wyraźnie twierdzeń pierwotnych; przesłanek, których nie wymienia wśród twierdzeń pierwotnych: jeżeli w twierdzeniu prawdziwym występujące zmienne, (którą wstawimy w miejsce elementarne) zastąpimy ~~[illegible]~~ je przez wyrażenie, którego wartościami są wśród tych elementarne $({\sim}p,\ p \supset q,\ f!\hat{z})$, to twierdzenie to pozostanie prawdziwe. – Prawda to jest oczywista, tak, że nie przyczynia objaśnienia, podaje ją Russell dokładnie dopiero w Introduction to Mathematical Philosophy (1919)

$$[(1).(*1\cdot01)] \vdash : p \supset {\sim}p \,.\supset.\, {\sim}p$$

$*1\cdot01 : p \supset q \,.=.\, {\sim}p \vee q \quad \text{Df.}$

$*2\cdot02 \quad \vdash : q . \supset . p \supset q$

Jeśli q jest prawdziwe, to ~~#~~ p (jakiekolwiek) implikuje q; tzn. zdanie prawdziwe jest implikowane przez zdanie jakiekolwiek. — Twierdzenie to nosi nazwę zasady symplifikacji (skrócenie Simp.) - ponieważ, jak zobaczymy później nieco, pozwala na pewne uproszczenie wyrażeń, mianowicie na zastąpienie ~~sumy zdań~~ rozłączenia zdań $p \vee q$ przez ~~twierdzenie~~ jedno z nich np. q.

Dem: Add: $\vdash : q . \supset . p \vee q$

$\left[\text{Add}\ \frac{\sim p}{p}\right] \vdash : q . \supset . \sim p \vee q \qquad (1)$

$[(1).(*1\cdot01)] \vdash : q . \supset . p \supset q$

$*2\cdot03 \quad \vdash : p \supset \sim q . \supset . q \supset \sim p$

Dem: Perm: $\vdash : p \vee q . \supset . q \vee p$

$\left[\text{Perm}\ \frac{\sim p}{p}\ \frac{\sim q}{q}\right] \vdash : \sim p \vee \sim q . \supset . \sim q \vee \sim p \qquad (1).$

$[(1).(*1\cdot01)] \vdash : p \supset \sim q . \supset . q \supset \sim p$

Jest to jedna z postaci uważanej przez kontrapozycji, (transpozycji) (skrót Transp). Pozwala ona na zmianę porządku członów implikacji z jednoczesną zmianą p na ~p i odwrotnie (tzn. w przemian : odwrotnie) – Analogja z ~~...~~ regułą algebry przenoszenia wyrazów odjemnych na drugą stronę.

$*2{\cdot}04.\ \vdash :.\ p . \supset . q \supset r : \supset : q . \supset . p \supset r$

Jestto tzw. „zasada komutacji" (skrót Comm.). Jeśli r wynika z q, gdy p jest prawdziwe, to r wynika z p, gdy q jest prawdziwe.

Dem: Assoc: $\vdash : p \vee (q \vee r) . \supset . q \vee (p \vee r)$

$\left[\text{Assoc}\ \frac{\sim p}{p}, \frac{\sim q}{q}\right] \sim p \vee (\sim q \vee r) . \supset . \sim q \vee (\sim p \vee r) \quad (1)$

$[(1).(*1{\cdot}01)]\ p . \supset . q \supset r : \supset : q . \supset . p \supset r$

$*2{\cdot}05\ \vdash :.\ q \supset r . \supset : p \supset q . \supset . p \supset r$ jest oparte z $*2{\cdot}06$

Dem: Sum: $\vdash :.\ q \supset r . \supset : p \vee q . \supset . p \vee r$

$\left[\text{Sum}\ \frac{\sim p}{p}\right] \vdash :.\ q \supset r . \supset : \sim p \vee q . \supset . \sim p \vee r \quad (1)$

$[(1).(*1{\cdot}01)] \vdash :.\ q \supset r . \supset : p \supset q . \supset . p \supset r$

$*2{\cdot}06\ \vdash :.\ p \supset q . \supset : q \supset r . \supset . p \supset r$

$\left[\text{Comm}\ \frac{q \supset r}{p}, \frac{p \supset q}{q}, \frac{p \supset r}{r}\right] \vdash ::\ q \supset r . \supset : p \supset q . \supset . p \supset r :. \supset :.$

$p \supset q . \supset : q \supset r . \supset . p \supset r \quad (1)$

$*2{\cdot}05 \quad (2) \quad \vdash :.\ p \supset q . \supset : q \supset r . \supset . p \supset r$

$[(1).(2).*1{\cdot}11]$

Twierdzenia *2·05 i *2·06, są jak okaże się potem, [illegible] sylogizmu hipotetycznego (trybu Barbara), i noszą nazwę zasad sylogizmu (skrót Syll.) [illegible] z nich [illegible] się od [illegible] wyrażenie [illegible]; [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] koniunkcji, [illegible] [illegible], [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] nie [illegible]. $p \supset q . \supset : q \supset r . \supset . p \supset r$; [illegible] definicji [illegible] tylko [illegible] wyrażenie, że obie formy są sobie równoważne.

*2·07 ⊢ : p . ⊃ . p ∨ p   *1·3, Add : ⊢ : p . ⊃ . p ∨ q

Dem : *[*1·3 $\frac{p}{q}$] twierdzenie to jest [illegible] do *1·2 (Taut), [illegible] [illegible] tylko [illegible] [illegible] [illegible] ; [illegible] [illegible] do [illegible] twierdzenie

VIII 20/XI.

*2·08 ⊢ . p ⊃ p

Jeżeli p, to p, każde zd. [illegible] siebie. Twierdzenie to nosi nazwę „zasady identyczności (skrót Id). Jest ono [illegible] [illegible] [illegible], [illegible] nawet od twierdzeń pierwotnych, jednak dowód jego jest bardziej skomplikowany od [illegible], [illegible] [illegible] [illegible] i [illegible] przykład, że [illegible] logiczny twierdzeń bez nowych wzorów od ich pierwszej interpretacji.

Dow:

$[*2\cdot05 \frac{p\vee p}{q}, \frac{p}{r}] \vdash :: p\vee p.\supset.p :\supset:. p.\supset.p\vee p :\supset. p\supset p$ (1)

$[\text{Taut}] \vdash : p\vee p.\supset p$ (2)

$[(1)(2) \times 1\cdot1] \vdash : p.\supset.p\vee p :\supset. p\supset p$ (3)

$[*2\cdot07] \vdash : p.\supset.p\vee p$ (4)

$[3.4. *1\cdot1] \vdash . p\supset p$

$*2\cdot1 \vdash . \sim p\vee p$

$*2\cdot11 \vdash . p\vee\sim p$

Dwa te twierdzenia wyrażają zasadę wyłączonego środka w zastosowaniu do dwuwartościowości. Oraz *2·1 otrzymamy uzasadnienie przy zasadzie identyczności otrzymanej postaci równoważnej do definicji *1·01

[Id. (*1·01)]

Dla 2·11:

Dow: $[\text{Perm} \frac{\sim p}{p}, \frac{p}{q}] \vdash : \sim p\vee p.\supset. p\vee\sim p$ (1)

$[(1) *2\cdot1 \{*1\cdot1\}] \vdash . p\vee\sim p$

$*2{\cdot}12 \ \vdash . \, p \supset . \sim(\sim p)$ – w związku z $*2{\cdot}14$

Dem $\left[*2{\cdot}11 \frac{\sim p}{p}\right] \ \vdash . \sim p \vee . \sim(\sim p)$ (1)

$\left[(1)(*1{\cdot}01)\right] \ \vdash . \, p \supset \sim(\sim p)$

$*2{\cdot}13 \ \vdash . \, p \vee \sim\{\sim(\sim p)\}$

Sum: $q \supset r . \supset : p \vee q . \supset . \, p \vee r$

Dem:

$\left[\text{Sum.} \frac{\sim p}{q}, \frac{\sim\{\sim(\sim p)\}}{r}\right] \ \vdash :. \sim p \supset . \sim\{\sim(\sim p)\} : \supset :$

$p \vee \sim p . \supset . \, p \vee \sim\{\sim(\sim p)\}$ (1)

$\left[*2{\cdot}12 \frac{\sim p}{p}\right] \ \vdash : \sim p \supset . \sim\{\sim(\sim p)\}$ (2)

IX. 27/XI. $\left[(1).(2).*1{\cdot}1\right] \ p \vee \sim p . \supset . \, p \vee \sim\{\sim(\sim p)\}$ (3)

$\left[(3)*2{\cdot}11 \, *1{\cdot}1\right] \ \vdash : p \vee \sim\{\sim(\sim p)\}$

To twierdzenie służy jako lemmat, czyli twierdzenie pomocnicze do twierdzenia następującego:

$*2{\cdot}14 \ \vdash . \sim(\sim p) \supset p$

Dem:

$\left[\text{Perm} \frac{\sim\{\sim(\sim p)\}}{q}\right] \ \vdash : p \vee \sim\{\sim(\sim p)\} . \supset . \sim\{\sim(\sim p)\} \vee p$ (1)

$\left[(1).*2{\cdot}13.*1{\cdot}1\right] \ \vdash . \sim\{\sim(\sim p)\} \vee p$ 2.

$\left[(2)*1{\cdot}01\right] \ \vdash . \sim(\sim p) \supset p$

Oba twierdzenia *2·12 i *2·14 wyrażają zasadę podwójnej negacji: Przedmiot pewnego aktu poznania w sobie „prawdziwe" zaprzeczenie jego zaprzeczenia i odwrotnie.

*2·15 $\vdash : \sim p \supset q . \supset . \sim q \supset p$ jest to twierdzenie podobne do *2·03, będące jak tamto odmianą zasady transpozycji.

Dow.:

$\left[*2\cdot05 \frac{\sim p}{p}, \frac{\sim(\sim q)}{r}\right] \vdash :: q \supset \sim(\sim q) . \supset : \sim p \supset q . \supset . \sim p \supset \sim(\sim q)$ (1)

$\left[*2\cdot12 \frac{q}{p}\right] \vdash . q \supset \sim(\sim q)$ (2)

$[(1).(2).*1\cdot1] \vdash : \sim p \supset q . \supset . \sim p \supset \sim(\sim q)$ (3)

$\left[2\cdot03 \frac{\sim p}{p} . \frac{\sim q}{q}\right] \vdash : \sim p \supset \sim(\sim q) . \supset . \sim q \supset \sim(\sim p)$ (4)

$\left[*2\cdot05 \frac{\sim q}{p}, \frac{\sim(\sim p)}{q} \frac{p}{r}\right] \vdash :: \sim(\sim p) \supset p . \supset : \sim q \supset \sim(\sim p) . \supset . \sim q \supset p$ (5)

$[(5).*2\cdot14 *1\cdot1] \vdash : \sim q \supset \sim(\sim p) . \supset . \sim q \supset p$ (6)

$\left[2\cdot05 \frac{\sim p \supset q}{p}, \frac{\sim p \supset \sim(\sim q)}{q}, \frac{\sim q \supset \sim(\sim p)}{r}\right] \vdash ::$

$\sim p \supset \sim(\sim q) . \supset . \sim q \supset \sim(\sim p) : \supset ::$

$\sim p \supset q . \supset . \sim p \supset \sim(\sim q) : \supset : \sim p \supset q . \supset . \sim q \supset \sim(\sim p)$ (7)

$[(4).(7).*1\cdot1] \vdash :. \sim p \supset q . \supset . \sim p \supset \sim(\sim q) : \supset :$

$\sim p \supset q . \supset . \sim q \supset \sim(\sim p)$ (8)

$[(3).(8) * 1\cdot 1]$ $\quad \sim p \supset q . \supset . \sim q \supset \sim(\sim p)$ (9)

X. 4.XII. $\left[*2\cdot 05 \ \frac{\sim p \supset q}{p}, \frac{\sim q \supset \sim(\sim p)}{q}, \frac{\sim q \supset p}{r}\right] \vdash :: \sim q \supset \sim(\sim p) . \supset . \sim q \supset p :$

$\supset :. \sim p \supset q . \supset . \sim q \supset \sim(\sim p) : \supset : \sim p \supset q . \supset . \sim q \supset p$ (10)

$[(6).(10) * 1\cdot 1] \vdash :. \sim p \supset q . \supset . \sim q \supset \sim(\sim p) : \supset : \sim p \supset q . \supset . \sim q \supset p$ (11)

$[(9).(11) * 1\cdot 1] \vdash : \sim p \supset q . \supset . \sim q \supset p$

Przyjrzyjmy się chwilę temu dowodowi. Wygląda on dosyć nieprzejrzyście, w rzeczywistości jednak jest bardzo prosty. Oto twierdzenia (3), (4), (6) mają postać kolejno $p_1 \supset p_2$, $p_2 \supset p_3$, $p_3 \supset p_4$, twierdzenie zaś, które mamy udowodnić, ma postać $p_1 \supset p_4$. Mamy tu zatem trzy wnioskowania, które w formie skróconej można napisać, wyjście od przesłanek (3), (4), (6) do konkluzji wymaga powtarzania *2·05 lub *2·06, które są naturalnie prawami sylogizmu.

W przyszłości, jeżeli natrafimy na wnioskowanie tego rodzaju, nie będziemy go powtarzali w całości, lecz będziemy je pisali w formie skróconej:

$[\text{Syll}] \vdash . (a) . (b) . (c) \supset \vdash . d$

gdzie (a) ~~.....~~ ma postać $p_1 \supset p_2$, (b) ~~.....~~ ma postać $p_2 \supset p_3$, (c) ma postać $p_1 \supset p_4$, a (d) ma postać $p_1 \supset p_4$. Ten sam układ może być stosowany do tylu wyrażeń o dowolnej ilości członów.

Także, jeżeli mamy $\vdash . p_1$ i $\vdash . p_1 \supset p_2$, gdzie p_2 jest twierdzeniem, którego prawdziwość chcemy okazać, wygodnym będzie skrócenie:

$$\vdash . p_1 . \supset$$

[....] $\qquad \vdash . p_2$

Zwroty w rodzaju wymienionego używa się w miejsce zwykłego twierdzenia, lub twierdzeń; ostatnie którego wynika się $\vdash . p_1 \supset p_2$ jest wyłącznie powołanie się na *1.1. Taki sposób pisania używa dowodu ~~...~~ powołaniami i krótszego [illegible] [illegible]. Oznacza się to znakiem w uciętym dowodzie.

*2.16 $\vdash : p \supset q . \supset . \sim p \supset \sim q$. Jest to trzecia postać zasady transpozycji.

Dem: [*2.12] $\vdash . q \supset \sim(\sim q) . \supset$

[*2.05] $\vdash : p \supset q . \supset . p \supset \sim(\sim q)$ $\qquad$ (1)

[*2·03 $\frac{\sim q}{q}$] $\vdash : p \supset \sim(\sim q) . \supset . \sim q \supset \sim p$ (2).

[Syll] $\vdash . (1) . (2) . \supset \vdash : p \supset q . \supset . \sim q \supset \sim p$

To, co następuje po $\vdash$: jest twierdzeniem, które miało być udowodnione; ale twierdzenie, ~~tak~~ nie wypisywane w całości — wygodniej jest zaznaczać tego skrótem „Prop." — zamiast poprzedniego możemy więc napisać:

[Syll] $\vdash . (1) . (2) . \supset \vdash . \text{Prop}.$

*2·17. $\vdash : \sim q \supset \sim p . \supset . p \supset q$

Dem:

[*2·03 $\frac{\sim q}{p}, \frac{p}{q}$] $\vdash : \sim q \supset \sim p . \supset . p \supset \sim(\sim q)$ (1)

[*2·14] $\vdash : \sim(\sim q) \supset q : \supset$

[*2·05] $\vdash : p \supset \sim(\sim q) . \supset . p \supset q$ (2)

[Syll] $\vdash . (1) . (2) \supset \vdash . \text{Prop}$

*2·03, *2·15, *2·16 i *2·17 są ogólnymi postaciami zasady Transpozycji.

*2·18 $\vdash : \sim p \supset p . \supset . p$

Jest twierdzenie analogiczne do *2·01 i jest także jedną postacią dowodu apagogicznego (Abs.)

Dem. $[*2\cdot12]\ \vdash .\ p \supset \sim(\sim p) . \supset$

$[*2\cdot05]\ \vdash .\ \sim p \supset p . \supset . \sim p \supset \sim(\sim p)$ (1)

XI. iii/12. $[*2\cdot01 \frac{\sim p}{p}]\ \vdash :\ \sim p \supset \sim(\sim p) . \supset \sim(\sim p)$ (2)

$[\text{Syll}]\ \vdash . (1) . (2) . \supset \vdash : \sim p \supset p . \supset . \sim(\sim p)$ (3)

$[*2\cdot14]\ \vdash .\ \sim(\sim p) \supset p$ (4)

$[\text{Syll}]\ \vdash . (3) . (4) . \supset \vdash .$ Prop

$*2\cdot2\ \vdash :\ p \supset . p \vee q$ Twierdzenie to, bardzo podobne do zasady $*1\cdot3$ (Add.) nosi u nas nazwę zasady amplifikacji (Contrac..) $2{\cdot}02 . \vdash : q \supset . p \supset q$

Add. $\vdash : q \supset . p \vee q$

Dem. $\cancel{\vdash}[\text{Add.}] \supset \vdash .\ p \supset . q \vee p$ (1)

$[\text{Perm}]\ \vdash :\ q \vee p . \supset . p \vee q$ (2)

$[\text{Syll}]\ \vdash . (1) . (2) . \supset \vdash .$ Prop

$*2\cdot21\ \vdash :\ \sim p \supset . p \supset q$ $[*2\cdot2 \frac{\sim p}{p}]$

Oba twierdzenia są często używane. $*2\cdot04\ \vdash :. p \supset . q \supset r : \supset : q \supset . p \supset r$

$*2\cdot24\ \vdash :\ p \supset . \sim p \supset q$ $[*2\cdot21$ Comm$]$

$*2\cdot25\ \vdash :.\ p : \vee : p \vee q . \supset . q$

Dem.

$\ast 2.1 \ \vdash . \sim p \vee p$ (Zas. wył. śr.)

$\ast 1.5 \vdash : p \vee (q \vee r) . \supset . q \vee (p \vee r)$ Assoc.

$\vdash . \cancel{\ast 2.1 . \supset}$

$\left[\ast 2.1 \ \frac{p \vee q}{p}\right] \ \vdash : \sim (p \vee q) . \vee . (p \vee q) : \supset$

$[\text{Assoc}] \ \vdash : p . \vee . \{\sim (p \vee q) \vee q\} : \supset$ $\left[\text{Assoc} \ \frac{\sim p \vee q}{p}, \frac{p}{q}, \frac{q}{r}\right]$

$[\ast 1.01] \ \vdash . \text{Prop}$

$\ast 2.26 . \vdash :. \sim p : \vee : p \supset q . \supset . q$ $\left[\ast 2.25 \ \frac{\sim p}{p}\right]$

$\ast 2.27 \vdash :. p . \supset : p \supset q . \supset . q$ $[\ast 2.26]$

$\ast 2.3 \ \vdash : p \vee (q \vee r) . \supset . p \vee (r \vee q)$

Dem.

$\left[\text{Perm} \ \frac{q}{p}, \frac{r}{q}\right] \ \vdash : q \vee r . \supset . r \vee q : \supset$

$\left[\text{Sum} \ \frac{q \vee r}{q}, \frac{r \vee q}{r}\right] \ \vdash : \underbrace{p \vee (q \vee r) . \supset . p \vee (r \vee q)}_{\text{Prop}}$

$\ast 2.31 \ \vdash : p \vee (q \vee r) . \supset . (p \vee q) \vee r$

Twierdzenie to, ~~razem z [illegible]~~, które wyprowadzimy na podstawie $\ast 2.3$ oraz ~~które [illegible] [illegible]~~ (zasada asocjacji) ~~[illegible]~~

~~[illegible] [illegible]~~ $\ast 1.5 \ \vdash : p \vee (q \vee r) . \supset . q \vee (p \vee r)$ Pp. Assoc, które wraz z następnem prawem tautologii dla sumy logicznej, czyli odwr. [illegible] [illegible] [illegible] odpowiada twierdzeniu, podobnie do dowodu go, wyprowadzimy później niż twierdzenie

tego, które przy [illegible] pośrednio ~~[illegible]~~ :

XII

8/I 1925.

Gdy mamy szereg twierdzeń postaci $a \supset b$, $b \supset c$, $c \supset d$, i gdy [illegible] że $a \supset d$, to dowód [illegible] [illegible] [illegible] [illegible], przedstawia się, jak następuje:

$[\mathrm{Syll}]\ \vdash :. a \supset b . \supset : b \supset c . \supset . a \supset c$ (1)

$\vdash : a \supset b$ (2)

$[(1).(2)\ {*}1{\cdot}11]\ \vdash : b \supset c . \supset . a \supset c$ (3)

$\vdash . b \supset c$ (4)

$[(3).(4).\ {*}1{\cdot}11]\ \vdash . a \supset c$ (5)

$[\mathrm{Syll}]\ \vdash :. a \supset c . \supset : c \supset d . \supset . a \supset d$ (6)

$[(5).(6).\ {*}1{\cdot}11]\ \vdash : c \supset d . \supset . a \supset d$ (7)

$\vdash : c \supset d$ (8)

$[(7).(8)\ {*}1{\cdot}11]\ \vdash . a \supset d$

Aby nie wypisywać tego wszystkiego, pisze się w skróceniu:

$\vdash : a \supset b .$

$[\ldots]\ \supset . c .$

$[\ldots]\ \supset . d : \supset \vdash . \mathrm{Prop}$

gdzie $a \supset d$ ma być twierdzeniem dowiedzionem. W $[\ldots]$ powołujemy się na twierdzenia, ~~które~~ będące uzasadnieniem kolejnych implikacyj. Po b, c, stawiamy jedną kropkę, aby zaznaczyć że b, a nie $a \supset b$ implikuje c itd., zaś po d, stawiamy dwie, aby zaznaczyć że dla Prop jest ważne wszystko, co je poprzedza. Jeśli „$a \supset d$" nie jest twierdzeniem, [illegible] [illegible] powiedzie.

chcemy przeprowadzić, lecz służy dla dalszego dowodu, piszemy:

$\vdash : a \supset b .$

$[\ldots] \supset . c .$

$[\ldots] \supset . d$ (1)

i wtedy (1) oznacza „$\vdash a \supset d$".

Dowód *2.31 jest następujący:

Dem: $\left[*2\cdot 3\right] \vdash : p \vee (q \vee r) . \supset . p \vee (r \vee q) .$

$\left[\mathrm{Assoc}\ \frac{r}{q}, \frac{q}{r}\right] \quad \supset . r \vee (p \vee q) .$

$\left[\mathrm{Perm}\ \frac{r}{p}, \frac{p \vee q}{q}\right] \quad \supset . (p \vee q) \vee r : \supset \vdash . \mathrm{Prop}$

$p \vee q . \supset . q \vee p$

*2.32 $\vdash : (p \vee q) \vee r . \supset . p \vee (q \vee r)$ (odwrotne do 2.31

Dem:

$\left[\mathrm{Perm}\ \frac{p \vee q}{p}, \frac{r}{q}\right] \vdash : (p \vee q) \vee r . \supset . r \vee (p \vee q) .$

$\left[\mathrm{Assoc.}\ \frac{r}{p}, \frac{p}{q}, \frac{q}{r}\right]$ A. $\quad \supset . p \vee (r \vee q) .$

$\left[*2\cdot 3\right] \quad \supset . p \vee (q \vee r) : \supset \vdash . \mathrm{Prop}$

Oba ostatnie twierdzenia stanowią odnośnie do alternatywy logiczną analogię arytmetycznego prawa łączności w dodawaniu. W związku z niemi, możemy wyżej usunąć ~~opuścić~~ nawias, tam gdzie mamy alternatywy.

*2.33 $p \vee q \vee r = (p \vee q) \vee r$ Df. i zmienić alternatywy dwu-członowej, operację alternatywy trój- lub więcej członowej.

 661

*1·6 Sum

$*2{\cdot}36 \quad \vdash :.\ q \supset r\ .\supset :\ p \vee q\ .\supset .\ r \vee p$

Dem:

[Perm] $\quad \vdash :\ p \vee r\ .\supset .\ r \vee p :$

[Syll $\frac{p \vee q}{p}, \frac{p \vee r}{q}, \frac{r \vee p}{r}$] $\supset \vdash :.\ p \vee q\ .\supset .\ p \vee r :\supset :\ p \vee q\ .\supset .\ r \vee p$ (1)

[Sum] $\quad \vdash :.\ q \supset r\ .\supset :\ p \vee q\ .\supset .\ p \vee r$

[Syll] $\vdash :\ (2)\ .\ (1)\ .\supset \vdash .$ Prop

XIII. 15/I.

$*2{\cdot}37 \quad \vdash :.\ q \supset r\ .\supset :\ q \vee p\ .\supset .\ p \vee r$

[Syll, Perm. Sum.]

$*2{\cdot}38 \quad \vdash :.\ q \supset r\ .\supset :\ q \vee p\ .\supset .\ r \vee p$

[Syll. Perm. Sum.]

Dowody *2·37·38 są dokładnie analogiczne do dowodu *2·36.

~~W dowodzie *2·36 i w poprzednich widzimy jasno użycie z zasady sylogizmu, to samo otrzymać się może od razu innej zasady wnioskowania, jest różny od użytku [illegible] jaki się czyni z ogólniejszych twierdzeń (1), (2), do których się [illegible] zasadę sylo-gizmu, się innej zasady wnioskowania stosuje. Tę różnicę cha-~~

Twierdzenia *1.6 oraz *2.36·37·38 tworzą grupę trzech twierdzeń analogicznych, przyczem pierwsze posłużyło przy wyprowadzaniu trzech ostatnich dzięki zasadzie permutacji.

Nowe twierdzenia uzyskujemy z twierdzeń poprzednich w sposób dwojaki; 1° opierając się na regule wstawiania: jeśli w twierdzeniu pewnem, zawierającem zmienną, której wartościami są zdania elementarne, zastąpimy tę zmienną wyrażeniem, którego wartościami są również zdania elementarne ($\sim p$, $p \vee q$, itp), to otrzymamy twierdzenie pewne 2° opierając się na *1.1 mianowicie wszystko implikowane przez prawdę jest prawdą. Sposób pierwszy nazywamy podstawianiem, sposób drugi wnioskowaniem. Przy wnioskowaniu muszą być dane dwie rzeczy: aby związek implikacji między dwoma wyrażeniami był twierdzeniem, i aby prawdą był poprzednik tego związku. Związek implikacji nazywa się zasadą wnioskowania, twierdzenie o prawdziwości poprzednika przesłanką. We poprzednich dowodach nie uwydatnimy różnicy między tymi wnioskowaniami.

i przesłankami. Jako zasadę wnioskowania uważa się najczęściej zasadę sylogizmu, jednakże może być nią zasadą wnioskowania użyte każde twierdzenie, w którym mamy wynikanie.

~~Jeżeli w~~

Schemat tego prowadzenia dowodów jest następujący: Chcąc udowodnić twierdzenie C opieramy się na zasadzie sylogizmu

$\vdash : A \supset . B \supset C$ (1)

Następnie powołujemy się na twierdzenia

$\vdash A$ (2)

$\vdash B$ (3)

Stąd wnioskujemy $\vdash C$

W takim dowodzie (1) jest zasadą wnioskowania, zaś (2) i (3) przesłankami.

To samo widzimy także w sylogizmach klasycznych, gdzie obie przesłanki dlatego dają konkluzję, iż opieramy się na zasadzie sylogizmu, którą logika scholastyczna formułowała jako tzw. dictum de omni et nullo.

Skrócenia, które zrobiliśmy w poprzednim ustępie w tym dowodzić kolejno, że nie wyczerpiemy zasady uniwersalności, lecz tylko jego przestawienie i kolejną [illegible].

Twierdzenie, które w pewnym przekształceniu występuje jako [illegible] [illegible] może być w innym zasady [illegible] i odwrotnie.

*2·4 $\vdash :. p . \vee . p \vee q : \supset . p \vee q$

Dem.

[2·31] $\vdash :. p . \vee . p \vee q : \supset : p \vee p . \vee . q$ (1)

[*2·38 $\frac{q}{p}, \frac{p \vee p}{q}, \frac{q}{r}$] $\vdash :: p \vee p . \supset . p : \supset :. p \vee p . \vee q : \supset : p \vee q$ (2)

[Taut ⊃ (2) *1·1] $\supset \vdash :. p \vee p . \vee q : \supset : p \vee q$ (3)

[Syll. (1) (3)] $\supset \vdash$. Prop

XIV. *2·41 $\vdash :. q . \vee . p \vee q : \supset . p \vee q$

22/I. Dem:

[Assoc $\frac{q}{p}, \frac{p}{q}, \frac{q}{r}$] $\vdash :. q \vee . p \vee q : \supset : p . \vee . q \vee q :$

[Taut. Summ ⊃ $\frac{p}{p}, \frac{q \vee q}{q}, \frac{q}{r}$] $\supset : p \vee q : \supset \vdash$. Prop

Szereg dalszych twierdzeń może służyć jako ćwiczenia w dowodzeniu i interpretowaniu wzorów symbolicznych:

*2·42 $\vdash :. \sim p \vee . p \supset q : \supset . p \supset q$ [*2·4 $\frac{\sim p}{p}$]

$*2\cdot45$ $\vdash : \sim(p \vee q) \,.\, \supset \,.\, \sim p$ [$*2\cdot2$. Transp]

$*2\cdot46$ $\vdash : \sim(p \vee q) \,.\, \supset \,.\, \sim q$ [$*1\cdot3$. Transp]

$*2\cdot47$ $\vdash : \sim(p \vee q) \,.\, \supset \,.\, \sim p \vee q$ [$*2\cdot45$. $*2\cdot2 \frac{\sim p}{p}$. Syll]

$*2\cdot48$ $\vdash : \sim(p \vee q) \,.\, \supset \,.\, p \vee \sim q$ [$*2\cdot46$. $*1\cdot3 \frac{\sim q}{q}$. Syll]

$*2\cdot49$ $\vdash : \sim(p \vee q) \,.\, \supset \,.\, \sim p \vee \sim q$ [$*2\cdot45$ $*2\cdot2 \frac{\sim p}{p}, \frac{\sim q}{q}$. Syll]

$*2\cdot5$ $\vdash : \sim(p \supset q) \,.\, \supset \,.\, \sim p \supset q$ [$*2\cdot47 \frac{\sim p}{p}$]

$*2\cdot51$ $\vdash : \sim(p \supset q) \,.\, \supset \,.\, p \supset \sim q$ [$*2\cdot48 \frac{\sim p}{p}$]

$*2\cdot52$ $\vdash : \sim(p \supset q) \,.\, \supset \,.\, \sim p \supset \sim q$ [$*2\cdot49 \frac{\sim p}{p}$]

$*2\cdot521$ $\vdash : \sim(p \supset q) \,.\, \supset : q \supset p$ [$*2\cdot52 \cdot 17$]

Ostatnie osiem twierdzenia ~~[illegible]~~ dotyczą stosunku negacji ~~[illegible]~~ dysjunkcji i implikacji.

$*2\cdot53$ $\vdash : p \vee q \,.\, \supset \,.\, \sim p \supset q$

Dem. $\vdash . *2\cdot12\cdot38 . \supset \vdash : \langle p \vee q \,.\, \supset \,.\, \sim(\sim p) \vee q \rangle : \supset \vdash .$ Prop.

$\left(\left[*2\cdot38 \frac{q}{p}, \frac{p}{q}, \frac{\sim(\sim p)}{r}\right] \vdash :. p \supset \sim(\sim p) \,.\, \supset : p \vee q \,.\, \supset \,.\, \sim(\sim p) \vee q\right.$

[$*2\cdot12$] $\supset . \vdash : \langle \quad \rangle$

$*2\cdot54$ $\vdash : \sim p \supset q \,.\, \supset \,.\, p \vee q$ [$2\cdot14\cdot38$]

Dem: $\left[*2\cdot38 \frac{q}{p}, \frac{\sim(\sim p)}{q}, \frac{p}{r}\right] \vdash :. \sim(\sim p) \supset p \,.\, \supset : \langle \sim(\sim p) \vee q \,.\, \supset \,.\, p \vee q \rangle .$

$*2\cdot14$ $\supset : \langle \quad \rangle \supset \vdash .$ Prop.

Wprowadzamy nowy symbol $p.q$, który czytamy „p i q". Jest to nazwa iloczynu logicznego czyli koniunkcji. Symbol ten zostaje określony przez definicję:

$*3\cdot01 \quad p.q.=.\sim(\sim p \vee \sim q) \quad Df$

$p.q$, czyli „p jest prawdziwe i q jest prawdziwe" znaczy według definicji „nie jest prawdziwe, że albo p nie jest prawdziwe, albo q nie jest prawdziwe".

$*3\cdot02 \quad p\supset q\supset r.=.p\supset q.q\supset r \quad Df$

Definicja ta oparta na potrzebie na wyrażenie [illegible]; mianowicie pozwala na krótkie wyrażenie [illegible] złożonych [illegible] o wspólnym członie środkowym.

XV. 29/I. $*3\cdot1 \quad \vdash: p.q.\supset.\sim(\sim p\vee\sim q) \quad [Id. *3\cdot01] \quad \left[Id \frac{\sim(\sim p\vee\sim q)}{p}\right]$

$*3\cdot11 \quad \vdash:\sim(\sim p\vee\sim q).\supset.p.q \quad [Id. *3\cdot01]$

$*3\cdot12 \quad \vdash:\sim p.\vee.\sim q.\vee.p.q \qquad *2\cdot11 \vdash.p.\vee.\sim p$

Dem: $\left[*2\cdot11 \frac{\sim p\vee\sim q}{p}\right]$

$*3\cdot13 \quad \vdash:\sim(p.q).\supset.\sim p\vee\sim q \quad [*3\cdot11\ Transp]$

$*3\cdot14 \quad \vdash:\sim p\vee\sim q.\supset.\sim(p.q) \quad [*3\cdot1\ Transp]$

(Form. de Morgan)

 667

$*3\cdot2 \ \vdash :. p .\supset: q .\supset. p\cdot q$ [*3·12]

$*3\cdot21 \ \vdash :. q .\supset: p .\supset. p\cdot q$ [*3·2. Comm] $\frac{p\cdot q}{r}$

$*3\cdot22. \ \vdash : p\cdot q .\supset. q\cdot p$

Dem:

[*3·13 $\frac{q}{p}, \frac{p}{q}$] $\vdash : \sim(q\cdot p) .\supset. \sim q \vee \sim p$.

[Perm] $.\supset. \sim p \vee \sim q$

[*3·14] $\supset. \sim(p\cdot q)$ (1)

[Transp. $\frac{\sim q \vee \sim p}{p}, \frac{p\cdot q}{q}$]

$\vdash$ (1) Transp $\supset \vdash$. Prop.

((1) znaczy ~~[illegible]~~ $\sim(q\cdot p)$ $.\supset. \sim(p\cdot q)$)

Jest to t.zw. prawo przemienności dla mnożenia logicznego. ~~[illegible]~~

~~*3·2~~ Formę odwrotną daje nam podstawienie

$*3\cdot221 \ \vdash . q\cdot p \supset p\cdot q$ [*3·22 $\frac{q}{p} \cdot \frac{p}{q}$]

$*3\cdot24. \ \vdash . \sim(p . \sim p)$.

Dem:

[*2·11 $\frac{\sim p}{p}$] $\vdash . \sim p \vee \sim(\sim p) .\supset$ *2·11 zas. wył. środka

[*3·14 $\frac{\sim p}{q}$] $\vdash . \sim(p . \sim p)$

Jest to zasada sprzeczności.

$*3\cdot26. \ \vdash : p\cdot q .\supset. p$

Dem.

[*2·02 $\frac{q}{p}, \frac{p}{q}$] $\vdash : p .\supset: q \supset p$ (1)

$[(1).(*1\cdot01)]\quad \vdash :\sim p\,.\,\vee\,.\sim q\vee p :$

$[2\cdot31]\quad \supset\vdash :\sim p\vee\sim q\,.\vee p$ pr. łączn. dla dysjunkcji

$\left[*2\cdot53\,\frac{\sim p\vee\sim q}{p}\,\middle|\,\frac{p}{q}\right]\quad \supset\vdash :\sim(\sim p\vee\sim q)\,.\supset.\,p$ (2)

$[(2)*3\cdot01]\quad \vdash : p\,.\,q\supset p$

$*3\cdot27.\ \vdash : p\,.\,q\,.\supset q$

Dem:

$[*3\cdot22]\quad \vdash : p\,.\,q\supset q\,.\,p\,.$

$\left[*3\cdot26\,\frac{q}{p},\frac{p}{q}\right]\quad \supset.\,q :\supset\vdash.$ Prop

*3·26·27 ~~[illegible]~~ prawa naszej zasady symplifikacji (simp) tak samo jak *2·02, z której je wyprowadziliśmy. *2·02 jest uzasadnieniem *1·3 ⊢: q ⊃ : p ∨ q. *3·26·27 tworzą dla mnożenia odpowiedniki do *1·3 i *2·2 ⊢: p ⊃ . p ∨ q : Mianowicie ~~[illegible]~~ suma logiczna jest implikowana przez każdy ze swoich składników, iloczyn logiczny zaś implikuje każdy ze swoich czynników.

~~*3·2~~ *3·26·27 stanowią pewnego rodzaju uzupełnienie i odwrócenie *3·2. *3·2 mówi „jeżeli p jest prawdziwe, to jeżeli q jest prawdziwe także p i q jest prawdziwe", innymi słowy, jeżeli prawdziwe są dwa zdania, to prawdziwy jest iloczyn ich obydwóch. *3·26·27 zaś mówią: jeżeli prawdziwy jest iloczyn dwóch zdań, to także każde z nich z osobna jest prawdziwe.

XVI. $*3\cdot3.\ \vdash :.\ p.q.\supset.r :\supset: p.\supset.q\supset r$

5/II. Dem:

$[Id.(*3\cdot01)]\ \vdash :.\ p.q.\supset.r :\supset: \sim(\sim p\vee\sim q).\supset.r :$

$[Transp]\ \supset: \sim r.\supset.\sim p\vee\sim q :$

$[Id(*1\cdot01)]\ \supset: \sim r.\supset.p\supset\sim q :$

$[Comm]\ \supset: p.\supset.\sim r\supset\sim q :$

$[Transp, Syll]\ \supset: p.\supset.q\supset r :.\supset\vdash.\ Prop$

T.zn. jeżeli p i q implikują r, to p implikuje, że q implikuje r.

Twierdzenie to nazywa Russell za wzorem Peano'a zasadą eksportacji (Exp), ponieważ q się niejako wyciąga, eksportowane z hypotezy.

$*3\cdot31\ \vdash :.\ p.\supset.q\supset r :\supset: p.q\supset r$

Dem:

$[Id.(*1\cdot01)]\ \vdash :.\ p.\supset.q\supset r :\supset: \sim p.\vee.\sim q\vee r :$

$[*2\cdot31]\ \supset: \sim p\vee\sim q.\vee.r :$

$[*2\cdot53 \frac{\sim p\vee\sim q}{p}, \frac{r}{q}]\ \supset: \sim(\sim p\vee\sim q).\supset.r :$

$[Id.(*3\cdot01)]\ \supset: p.q.\supset.r :.\supset\vdash.\ Prop$

Jest to twierdzenie odwrotne do poprzedniego. Russell nazywa je za wzorem Peano'a zasadą importacji (Imp)

$*3\cdot33\ \vdash: p\supset q.q\supset r:\supset.p\supset r$ [Syll.Imp]

$*3\cdot34\ \vdash : q \supset r \,.\, p \supset q : \supset .\ p \supset r$ [Syll. Imp]

Dwa ostatnie twierdzenia stanowią sformułowanie zasady sylogizmu (*2·05·06), (wygodniejsze w użyciu) niż; zgodnie z tem sformułowaniem, w którem się wygodnie zasadę sylogizmu używa, mianowicie obie przesłanki wyrażamy jako człony iloczynu logicznego. *3·33 i 3·34 będą oznaczane skróceniem „Syll" (podobnie jak *2·05·06)

$*3\cdot35\ \vdash : p \,.\, p \supset q \,.\supset .\ q$ [*2·27. Imp]

Jeżeli p jest prawdziwe i p implikuje q, to q jest prawdziwe. Twierdzenie to nosi nazwę „zasady asercji" (Ass). Różni się ono od twierdzenia *1·1 (nie dającego się wyrazić symbolicznie) tem, że wyraża stwierdzenie implikacji, która zachodzi zarówno wtedy gdy p jest prawdziwe, jak wtedy gdy p jest fałszywe; podczas gdy zasada *1·1 dotyczy jedynie wypadku, w którym p jest prawdziwe.

XVIII. 12/II.

$*3\cdot37\ \vdash :.\ p \,.\, q \,.\supset .\ r : \supset : p \,.\, \sim r \,.\supset .\sim q$

Dem.

$\vdash .\ \text{Transp} \supset \vdash : q \supset r \,.\supset .\sim r \supset \sim q :$ (*2·16)

$[\text{Syll}] \supset \vdash :.\ p \,.\supset .\ q \supset r : \supset : p \,.\supset .\sim r \supset \sim q$ (1)

$\vdash .\ \text{Exp} \supset \vdash :.\ p \,.\, q \,.\supset .\ r : \supset : p \,.\supset .\ q \supset r$ (2)

$\vdash .\ \text{Imp} \supset \vdash :.\ p \,.\supset .\sim q \supset \sim r : \supset : p \,.\, \sim r \,.\supset .\sim q$ (3)

$\vdash . (2) . (1) . (3) . \mathrm{Syll} . \supset . \vdash . \mathrm{Prop}.$

Jeśli pominąć Transpozycji mającej zastosowanie jako Tr. conversio syllogizmu są to redakcjami Bocardo i ~~Barbara~~ Baroco w Barbara

$*3{\cdot}4 \ \vdash : p . q . \supset . p \supset q \qquad [*2{\cdot}51 . \mathrm{Transp}. (*1{\cdot}01) (*3{\cdot}01)]$

$*3{\cdot}41 \ \vdash :. p \supset r . \supset : p . q . \supset . r \quad [*3{\cdot}26 . \mathrm{Syll}]$

$*3{\cdot}42 \ \vdash :. q \supset r . \supset : p . q . \supset . r \quad [*3{\cdot}27 \ \mathrm{Syll}]$

$*3{\cdot}43 \ \vdash :. p \supset q . p \supset r . \supset : p . \supset . q . r$

Dem.

$\vdash . *3{\cdot}2 . \supset \vdash :. q . \supset : r . \supset . q . r \qquad (1)$

$\vdash . (1) . (\mathrm{Syll}) . \supset :: p \supset q . \supset :. p . \supset : r . \supset : . q . r :.$

$[*2{\cdot}77] \qquad \supset :. p \supset r . \supset : p . \supset . q . r \qquad (2)$

$\vdash . (2) . \mathrm{Imp}. \supset \vdash . \mathrm{Prop}.$

$*2{\cdot}77 \ \vdash :. p . \supset . q \supset r : \supset : p \supset q . \supset . p \supset r$

Jeżeli p implikuje q i p implikuje r, to p implikuje q i r. Zasadę tę nazywa Russell ~~za~~ za Peanem „zasadą kompozycji" (Comp.)

$*3{\cdot}44 \ \vdash :. q \supset p . r \supset p . \supset : q \vee r . \supset . p$

Dem.

$\vdash . \mathrm{Syll} . \supset \vdash :. {\sim}q \supset r . r \supset p . \supset : {\sim}q \supset p :$

$[*2{\cdot}6] \qquad \supset : q \supset p . \supset . p \qquad (1)$

*2·6 ⊢ :. ~p ⊃ q . ⊃ : p ⊃ q . ⊃ . q [*2·38, Taut. Syll]

⊢ . (1) . Exp . ⊃ ⊢ :: ~q ⊃ r . ⊃ :. r ⊃ p . ⊃ : q ⊃ p . ⊃ . p :.

[Comm. Imp] ⊃ :. q ⊃ p . r ⊃ p . ⊃ . p (2)

⊢ : p ∨ q . ⊃ . ~p ⊃ q

⊢ . (2) . Comm . ⊃ ⊢ :. q ⊃ p . r ⊃ p . ⊃ : ~q ⊃ r . ⊃ . p :.

[*2·53 . Syll] ⊃ ⊢ . Prop

Jest to twierdzenie analogiczne do *3·43. Jeżeli ~~p jest twierdzeniem~~ p jest implikowane przez q i zarazem p jest implikowane przez r, to p jest implikowane przez q albo r. Analogia między obu twierdzeniami polega na ogólnej zasadzie, według której odpowiadają sobie twierdzenia zawierające znak iloczynu i twierdzenia zawierające dysjunkcję, mianowicie twierdzenia pierwszego i drugiego rodzaju odpowiadają sobie, ~~według~~ w ten sposób, iż z twierdzenia zawierającego znak iloczynu otrzymujemy twierdzenie zawierające iloczyn, zamieniając niejako w niem wszystkie znaki dysjunkcji na znaki iloczynu i zarazem odwracając wszystkie implikacje. — *3·44 nosi u Peany nazwę zasady kompozycji.

XVIII. 19/II.

*3·45 ⊢ :. p ⊃ q . ⊃ : p . r . ⊃ . q . r

Dem:

$\vdash .\ \mathrm{Syll}\ \frac{\sim r}{r} . \supset \vdash :.\ p \supset q . \supset : q \supset \sim r . \supset . p \supset \sim r$:

[Transp] $\supset : \sim(p \supset \sim r) . \supset . \sim(q \supset \sim r) :.$

[Id. (*1.01 . *3.01)] $\vdash$. Prop

Stwierdzamy że powodu posiadają obie strony implikacji przez wspólny czynnik. Russell oznacza je przez określenie jako „Fact" ~~odpowiada ono dodaniu~~ *1.6

*3.47 $\vdash :.\ p \supset r . q \supset s . \supset : p . q \supset r . s$

Dem: $\vdash$. *3.26 $. \supset \vdash :.\ p \supset r . q \supset s . \supset : p \supset r :$

[Fact] $\supset : p . q \supset r . q :$

[*3.22] Syll $\supset : p . q \supset q . r :$ (1)

$\vdash$. *3.27 $. \supset \vdash :.\ p \supset r . q \supset s . \supset : q \supset s :$

[Fact] $\supset : q . r . \supset . s . r :$

[*3.22] $\supset : q . r . \supset . r . s$ (2)

$\vdash$. (1) . (2) . ~~*3.03~~ . *2.83 $. \supset \vdash :.\ p \supset r . q \supset s . \supset : p . q . \supset . r . s$:. Prop.

*2.83 $\vdash ::\ p . \supset . q \supset r : \supset :.\ p . \supset . r \supset s : \supset : p . \supset . q \supset s$

[~~*2.38 *3.53~~ *2.38 . 53 . 76]

Stwierdzamy że powodu łączymy ze sobą dwie implikacje przez mnożenie ze sobą ich członów. Twierdzenie to znał już Leibniz, nazywając je „praeclarum theorema"

$*3\cdot48 \vdash :. p \supset r . q \supset s . \supset : p \vee q . \supset . r \vee s$

Twierdzenie to można analogicznie dowodzić jak twierdzenie $*3\cdot47$.

Dem.

$\vdash . *3\cdot26 . \supset \vdash :. p \supset r . q \supset s . \supset : p \supset r :$

[Sum] $\supset : p \vee q . \supset . r \vee q :$

[Perm] $\supset : p \vee q . \supset . q \vee r :$ (1)

XIX. 26/II. $\vdash . *3\cdot27 . \supset \vdash :. p \supset r . q \supset s . \supset : q \supset s :$

[Sum] $\supset : q \vee r . \supset . s \vee r :$

[Perm] $\supset : q \vee r . \supset . r \vee s :$ (2)

$\vdash . (1) . (2) . *2\cdot83 . \supset \vdash :. p \supset r . q \supset s . \supset : p \vee q . \supset . r \vee s :. \supset \vdash .$ Prop.

Wprowadzamy nową definicję, mianowicie definicję równoważności logicznej:

$*4\cdot01 \quad p \equiv q . = . p \supset q . q \supset p$ Df

$*4\cdot02 \quad p \equiv q \equiv r . = . p \equiv q . q \equiv r$ Df.

Ostatnia definicja wprowadza nazwanie jedynie skróconego sposobu pisania, podobnie, jak definicja $*3\cdot02$.

Z definicji $*4\cdot01$ widzimy, że dwa zdania elementarne p i q są równoważne wtedy i tylko wtedy, gdy albo obie są prawdziwe, albo obie są fałszywe. Russell nazywa prawdę i fałsz ~~[illegible]~~ ~~[illegible]~~ Truth-functions, tłumacząc w ten sposób termin wprowadzony przez Fregego Wahrheitswert, co polskie wyrażenie oddajemy pojęciem prawdziwości. Zatem prawdziwością sądu prawdziwego jest prawda, prawdziwością sądu fałszywego jest fałsz; używając terminu prawdziwość nie oznaczamy obu jakości zdań, ~~mówimy prawdę i fałszem~~ bezwzględnie czy zdanie jest prawdziwe czy fałszywe, przypisujemy analogicznie jak to czynimy, gdy mówimy o zabarwieniu ciała zielonego i czerwonego, jak mówiąc o barwie przedmiotu zielonego, jak i czerwonego itp. Zatem: dwa sądy, których prawdziwość jest ta sama, są równoważne.

*4.1 $\vdash : p \supset q \,.\equiv.\, {\sim} q \supset {\sim} p$ [*2.16.17] } Transp.

*4.11 $\vdash : p \equiv q \,.\equiv.\, {\sim} q \equiv {\sim} p$ [*2.16.17 . *3.47.22]

*4.12 $\vdash : p \equiv {\sim} q \,.\equiv.\, q \equiv {\sim} p$ [*2.03.15]

*4.13 $\vdash : p \equiv {\sim}({\sim} p)$ [*2.12.14] zas. podw. przeczenia

*4.14 $\vdash :.\, p.q.\supset.r : \equiv : p.{\sim} r.\supset.{\sim} q$ [*3.37 . *4.13]

*4.15 $\vdash :.\, p.q.\supset.{\sim} r : \equiv : q.r.\supset.{\sim} p$ [*3.22 *4.13.14]

Dem:

[Id. *2.16] $\vdash :.\, p\supset q.\supset.{\sim} q\supset {\sim} p : \supset : p \supset q.\supset.{\sim} q \supset {\sim} p$ (1)

[Id *2.17] $\vdash :.\, {\sim} q\supset {\sim} p.\supset.p\supset q : \supset : {\sim} q \supset {\sim} p.\supset.p\supset q$ (2)

[(1).(2) *3.47] $\supset \vdash ::\, p\supset q.\supset.{\sim} q\supset {\sim} p : {\sim} q\supset{\sim} p.\supset.p\supset q :.\supset$

$:.\, p\supset q.\supset.{\sim} q\supset{\sim} p : {\sim} q\supset {\sim} p.\supset.p\supset q$ (3)

 676

[(3). *4·01] $\supset\vdash :: p\supset q . \supset . \sim q\supset\sim p : \sim q\supset\sim p . \supset . p\supset q :. \supset$
$:. p\supset q . \equiv . \sim q\supset\sim p$ (4)

[(4). Exp] $\supset\vdash :: p\supset q . \supset . \sim q\supset\sim p : \supset :. \sim q\supset\sim p . \supset . p\supset q : \supset$
$: p\supset q . \equiv . \sim q\supset\sim p$ (5)

[(5) *2·16 *2·17 *1·1] $\supset\vdash$. Prop

*4·2 $\vdash . p\equiv p$ [Id. *3·2] zas. ident.

*4·21 $\vdash : p\equiv q . \equiv . q\equiv p$ [*3·22]

*4·22 $\vdash : p\equiv q . q\equiv r . \supset . p\equiv r$

XX. Dem.

5/3 $\vdash$. *3·26. $\supset\vdash : p\equiv q . q\equiv r . \supset . p\equiv q .$
[*3·26] $\supset . p\supset q$ (1)

$\vdash$. *3·27. $\supset\vdash : p\equiv q . q\equiv r . \supset . q\equiv r .$
[*3·26] $\supset . q\supset r$ (2)

$\vdash$. (1). (2). *2·83 $\supset\vdash : p\equiv q . q\equiv r . \supset . p\supset r$ (3)

$\vdash$. *3·27 $\supset\vdash : p\equiv q . q\equiv r . \supset . q\equiv r ,$
[*3·27] $\supset . r\supset q$ (4)

$\vdash$. *3·26 $\supset\vdash : p\equiv q . q\equiv r . \supset . p\equiv q .$
[*3·27] $\supset . q\supset p$ (5)

$\therefore$

$\vdash . (4) . (5) \ {*2 \cdot 83} \ . \supset \vdash : p \equiv q . q \equiv r . \supset . r \supset p$ (6)

$\vdash . (3) . (6) . \ \text{Comp} \ . \supset \vdash . \ \text{Prop}$

Tezy ostatnie twierdzenia okazują, że stosunek równoważności
jest zwrotny (reflexive) (*4·2), symetryczny (*4·21) i przechodni (transitive) (*4·22).
Implikacja jest zwrotna (zw. identyczności) i przechodnia (syll),
lecz nie jest symetryczna. Zwrotność, symetryczność i przechodniość
charakteryzują razem relację równości.

$*2 \cdot 42 \ \vdash :. \sim p \vee . p \supset q : \supset . p \supset q$

$*2 \cdot 43 \ \vdash :. p \supset . p \supset q : \supset . p \supset q$

XXI.
12/III.

$*4 \cdot 24 \ \vdash : p . \equiv . p . p$

Dem:

$\vdash . *3 \cdot 26 . \supset \vdash : p . p . \supset . p$ (1)

$\vdash . *3 \cdot 2 . \supset \vdash :. p . \supset : p . \supset . p . p :.$

$[*2 \cdot 43] \quad \supset \vdash : p . \supset . p . p$ (2)

$\vdash . (1) . (2) . *3 \cdot 2 \ . \supset . \vdash . \ \text{Prop}$

$*3 \cdot 2 \ \vdash : p . \supset : q . \supset . p \, q$
$p - (1)$
$q - (2)$

$*4 \cdot 25 \ \vdash : p . \equiv . p \vee p \quad \left[\text{Taut} . \text{Add} . \frac{p}{q} \right]$

4·24·25 noszą nazwę praw tautologii dla dodawania i mnożenia
logicznego. Wskazują one te własności działań logicznych, którymi
różnią się one od działań algebraicznych.

$*4 \cdot 3 \ \vdash : p . q . \equiv . q . p \quad [*3 \cdot 22]$ prawo przemienności dla mnożenia
logicznego.

*4·31 $\vdash : p \vee q . \equiv . q \vee p$ [Perm] pr. przemienności dla sum. log.

*4·32 $\vdash : (p . q) . r . \equiv . p . (q . r)$

Dem.

$\vdash . *4·15 \supset \vdash :: p . q . \supset . \sim r : \equiv : q . r . \supset . \sim p :$

[*4·12] $\equiv : p . \supset . \sim (q . r)$ (1)

$\vdash . (1) . *4·11 . \supset \vdash : \sim (p . q . \supset . \sim r) . \equiv . \sim \{ p . \supset . \sim (q . r) \} :$

[(*1·01 . *3·01] $\supset \vdash$. Prop

Tw. (1) łączy poprzednik jednego twierdzenia z następnikiem drugiego twierdzenia, na podstawie *4·22, którego nie przytaczamy, w ten sam sposób, ~~jak to~~ wzmiankowany już w sposób słowny, jak [illegible] nie [illegible] tam uczyniliśmy wtedy, gdy mowa [illegible] implikacji.

*4·33 $\vdash : (p \vee q) \vee r . \equiv . p \vee (q \vee r)$ [*2·31·32]

*4·32·33 wyrażają prawa łączności dla mnożenia i dodawania logicznego. Aby uniknąć zbędnych nawiasów, wprowadza się definicję

*4·34 $p . q . r . = . (p . q) . r$ Df. — analogiczną do *2·33

*4·36 $\vdash :. p \equiv q . \supset : p . r . \equiv q . r$ [Fact. *3·47]

$*4{\cdot}37 \vdash :. p \equiv q . \supset : p \lor r . \equiv . q \lor r$ [Summ. $*3{\cdot}47$]

$*4{\cdot}38 \vdash :. p \equiv r . q \equiv s . \supset : p . q . \equiv . r . s$ [$*3{\cdot}47$. $*4{\cdot}32$. $*3{\cdot}22$]

$*4{\cdot}39 \vdash :. p \equiv r . q \equiv s . \supset : p \lor q . \equiv . r \lor s$ [$*3{\cdot}48{\cdot}47$. $*4{\cdot}32$. $*3{\cdot}22$]

XXII 19/III

$*4{\cdot}4 \vdash :. p . q \lor r . \equiv : p . q . \lor . p . r$

jest to tzw. pierwsze [illegible] prawo [illegible], które odpowiada [illegible] w algebrze $a(b+c) = ab + ac$

Dem.

$\vdash . *3{\cdot}2 \supset \vdash :: p . \supset : q . \supset . p . q :. p . \supset : r . \supset . p . r ::$

[Comp] $*3{\cdot}43$ $\supset \vdash :: p . \supset :. q . \supset . p . q : r . \supset . p . r :.$

[$*3{\cdot}48$] $\supset :. q \lor r . \supset : p . q . \lor . p . r$ (1)

$\vdash . (1) . \mathrm{Imp} \supset \vdash :. p . q \lor r . \supset : p . q . \lor . p . r$ (2)

$\vdash . *3{\cdot}26 . \supset \vdash :. p . q . \supset p : p . r . \supset p :.$

[$*3{\cdot}44$] Comp $\supset \vdash :. p . q . \lor . p . r : \supset . p$ (3)

$\vdash . *3{\cdot}27 \supset \vdash :. p . q . \supset q : p . r . \supset r :.$

[$*3{\cdot}48$] $\supset \vdash :. p . q . \lor . p . r : \supset . q \lor r$ (4)

$\vdash . (3) . (4) . \mathrm{Comp} . \supset \vdash :. p . q . \lor . p . r : \supset . p . q \lor r$ (5)

$\vdash . (2) . (5) \supset \vdash . \mathrm{Prop}$

$*4{\cdot}41 \vdash :. p . \lor . q . r : \equiv . p \lor q . p \lor r$

Jest to druga postać łącznego prawa rozdzielności, które nie ma od- [illegible] analogji w algebrze wymiernej. $p . \lor . q . r$ znaczy $p . \lor (q . r)$

Dem.

$*3{\cdot}26 \vdash : p . q \supset p$

Summ $*1{\cdot}6 \vdash :. q \supset r . \supset : p \lor q . \supset . p \lor r$

$\vdash . *3{\cdot}26 . \text{Summ} . \supset \vdash :. p . \lor . q . r : \supset . p \lor q$ (1)

$\vdash . *3{\cdot}27 . \text{Summ} . \supset \vdash :. p . \lor . q . r : \supset . p \lor r$ (2)

$\vdash . (1) . (2) . \text{Comp} . \supset \vdash :. p . \lor . q . r : \supset . p \lor q . p \lor r$ (3)

$*3{\cdot}43$ Comp.

$*2{\cdot}53 \vdash : p \lor q . \supset . \sim p \supset q$

$*3{\cdot}47 \vdash :. p \supset r . q \supset s : \supset : pq \supset rs$

$\vdash . *2{\cdot}53 . *3{\cdot}47 . \supset \vdash :. p \lor q . p \lor r . \supset : \sim p \supset q . \sim p \supset r :$

[Comp] $\supset : \sim p . \supset . q . r :$

$*2{\cdot}54 \vdash : \sim p \supset q . \supset . p \lor q$

[$*2{\cdot}54$] $\supset : p . \lor . q . r$ (4)

$*3{\cdot}2 \vdash :. p . \supset : q . \supset . p . q$

$\vdash . (3) . (4) . *3{\cdot}2 \supset \vdash$. Prop

XXIII. 27/4.

$*4{\cdot}42 \vdash :. p . \equiv : p . q . \lor . p \sim q$

Dem.

$*3{\cdot}21 \vdash :. q . \supset : p \supset . p . q$

$\vdash . *3{\cdot}21 . \supset \vdash :. q \lor \sim q . \supset : p . \supset . p . q \lor \sim q :.$

$*2{\cdot}11 \vdash . p \lor \sim p$ [illegible]

[$*2{\cdot}11$] $\supset \vdash : p . \supset . p . q \lor \sim q$ (1)

$\vdash . *3{\cdot}26 \supset \vdash : p . q \lor \sim q . \supset . p$ (2)

$\vdash . (1) . (2) . {}^{*}32 \supset \vdash :. p . \equiv : p . q \vee \sim q :$

$[{}^{*}4 \cdot 4] \qquad \equiv : p . q . \vee . p . \sim q :. \supset \vdash . \mathrm{Prop}$

Twierdzenie to wraz z następnem, które dowodnie nie odgrywa, są podstawą dla rozkładania funkcji logicznych w postaci sum i iloczynów, czyli rozwijania ich na szeregi; odgrywa więc w logice matematycznej pewną ważną rolę.

${}^{*}4 \cdot 43 . \vdash :. p . \equiv : p \vee q . p \vee \sim q$

${}^{*}2 \cdot 2 \vdash : p \supset . p \vee q$

Dem.

$\vdash . {}^{*}2 \cdot 2 \qquad \supset \vdash : p . \supset . p \vee q : p . \supset p \vee \sim q :$

$[\mathrm{Comp}] \qquad \supset \vdash : p . \supset . p \vee q . p \vee \sim q \qquad (1)$

$\vdash . {}^{*}2 \cdot 65 \frac{\sim p}{p} \qquad \supset \vdash :. \sim p \supset q . \supset : \sim p \supset \sim q . \supset . p :.$

${}^{*}2 \cdot 65 \vdash :. p \supset q . \supset : p \supset \sim q . \supset . \sim p$

$[\mathrm{Imp}] \qquad \supset \vdash :. \sim p \supset q . \sim p \supset \sim q . \supset . p :.$

$[{}^{*}2 \cdot 53 . {}^{*}3 \cdot 47] \supset \vdash :. p \vee q . p \vee \sim q . \supset . p \qquad (2)$

$\vdash . (1) . (2) . \supset \vdash . \mathrm{Prop}.$

${}^{*}4 \cdot 44 \vdash :. p . \equiv : p . \vee . p . q$

Dem.

$\vdash . {}^{*}2 \cdot 2 \qquad \supset \vdash :. p . \supset : p . \vee . p . q \qquad (1)$

682

$\vdash . \mathrm{Id} . {*3{\cdot}26} . \supset \vdash :. p \supset p : p . q . \supset . p :.$

[*3·44] $\supset \vdash :. p \vee . p . q : \supset . p$ (2)

$\vdash . (1) . (2) . \supset \vdash . \mathrm{Prop}$

*4·45 $\vdash : p . \equiv . p . p \vee q$ [*3·26. *2·2]

Oprócz wymienionych twierdzeń zawiera związki między negacją, sumą i iloczynem, pozwalające nieco uproszczać(?) wyrażenie negacji sumy i iloczynu przez sumy i iloczyny negacyj. Nazywamy one prawami de Morgana, który je sformułował najpierw dla związków między zakresami pojęć, które są zupełnie analogiczne do związków między zdaniami. Pierwsze z nich podaje Russell do definicji iloczynu logicznego:

*4·5 $\vdash : p . q . \equiv . \sim(\sim p \vee \sim q)$ [*4·2. *3·01]

*4·51 $\vdash : \sim(p . q) . \equiv . \sim p \vee \sim q$ [*4·5·12]

*4·52 $\vdash : p . \sim q . \equiv . \sim(\sim p \vee q)$ [*4·5 $\frac{\sim q}{q}$. *4·13]

*4·53 $\vdash : \sim(p . \sim q) . \equiv . \sim p \vee q$ [*4·52·12]

*4·54 $\vdash : \sim p . q . \equiv . \sim(p \vee \sim q)$ [*4·5 $\frac{\sim p}{p}$. *4·13]

*4·55 $\vdash : \sim(\sim p . q) . \equiv . p \vee \sim q$ [*4·54·12]

$*4.56 \vdash : \sim p . \sim q . \equiv . \sim(p \vee q)$ $\left[*4.54 \frac{\sim q}{q} . *4.13\right]$

$*4.57 \vdash : \sim(\sim p . \sim q) . \equiv . p \vee q$ $[*4.56 . 12]$

XXIV.

30/1. Następujące 8 formuł otrzymuje się bezpośrednio z określenia przez wyprowadzenie implikacji. Są one bardzo ważne, ponieważ dają nam możność zamiany implikacji na sumę lub negację iloczynu i odwrotnie. Pierwszą z nich uważa Russell jako definicję implikacji:

$*4.6 \vdash : p \supset q . \equiv . \sim p \vee q$ $[*4.2 . (*1.01)]$

$*4.61 \vdash : \sim(p \supset q) . \equiv . p . \sim q$ $[*4.6 . 11 . 52]$

$*4.62 \vdash : p \supset \sim q . \equiv . \sim p \vee \sim q$ $\left[*4.6 \frac{\sim q}{q}\right]$

$*4.63 \vdash : \sim(p \supset \sim q) . \equiv . p . q$ $[*4.62 . 11 . 5]$

$*4.64 \vdash : \sim p \supset q . \equiv . p \vee q$ $[*2.53 . 54]$

$*4.65 \vdash : \sim(\sim p \supset q) . \equiv . \sim p . \sim q$ $[*4.64 . 11 . 56]$

$*4.66 \vdash : \sim p \supset \sim q . \equiv . p \vee \sim q$ $\left[*4.64 \frac{\sim q}{q}\right]$

$*4.67 \vdash : \sim(\sim p \supset \sim q) . \equiv . \sim p . q$ $[*4.66 . 11 . 54]$

$*4.7 \vdash :. p \supset q . \equiv : p \supset p . q$

dow.

$\vdash . *3\cdot27 . \text{Syll} . \supset \vdash :. p . \supset . p.q : \supset . p \supset q$ (1) $*3\cdot27$ $\dfrac{p \supset p.q \quad p.q \supset q}{}$

$\vdash . \text{Comp} \quad \supset \vdash :. p \supset p . p \supset q . \supset : p . \supset . p.q :.$

[Exp] $\supset \vdash :: p \supset p . \supset :. p \supset q . \supset : p . \supset . p.q ::$

[Id] $\supset \vdash :. p \supset q . \supset : p . \supset . p.q$ (2)

$\vdash . (1).(2) . \supset \vdash . \text{Prop}$ — Biorąc ono jako element do dowodu następującego:

*4·71 $\vdash :. p \supset q . \equiv : p . \equiv . p.q$

p implikuje q wtedy i tylko wtedy, gdy $p \equiv p.q$. Twierdzenie to, bardzo się ważne i ważne stwierdza, ponieważ ono wyraża implikację przez równoważność. Uzmysłowić graficznie! —

Dem.

$*3\cdot21 \ \vdash :. q . \supset : p . \supset . p.q$

$\vdash . *3\cdot21 . \supset \vdash :: \underbrace{p.q . \supset . p}_{q} : \supset :. \underbrace{p . \supset . p.q}_{p} : \supset : p . \equiv . p.q ::$

[*3·26] $\supset \vdash :. p . \supset . p.q : \supset : p . \equiv . p.q$ (1)

$\vdash . *3\cdot26 . \supset \vdash :. p . \equiv . p.q : \supset : p . \supset . p.q$ (2)

$\vdash . (1).(2) \supset \vdash :. p . \supset . p.q : \equiv : p . \equiv . p.q$ (3)

XXV. $\vdash . (3) . *4\cdot7\cdot22 . \supset \vdash . \text{Prop}$ $*4\cdot22 \ \vdash : p \equiv q . q \equiv r : \supset . p \equiv r$

7/5 *4·72 $\vdash :. p \supset q . \equiv : q . \equiv . p \vee q$ Dowolnie! rysunek!

II. formuło zamiast $\supset$ na $\equiv$

Dem.

$\vdash . *4{\cdot}1 . \supset \vdash :. p \supset q . \equiv : \sim q \supset \sim p :$

$\left[*4{\cdot}71 \frac{\sim q}{p} \frac{\sim p}{q}\right] \quad \equiv : \sim q . \equiv . \sim q . \sim p :$

$[*4{\cdot}12] \quad \equiv : q . \equiv \sim(\sim q . \sim p) :$

$[*4{\cdot}57] \quad \equiv : q . \equiv . q \vee p :$

$[*4{\cdot}31] \quad \equiv : q . \equiv . p \vee q :. \supset \vdash . \text{Prop}$

Simp. $\vdash : q \supset . p \supset q$

$*4{\cdot}73 \; \vdash :. q . \supset : p . \equiv . p . q \; [\text{Simp.} *4{\cdot}71]$

Twierdzenie to jest ważne i pożyteczne, ponieważ określa, że czynnik prawdziwy może ~~[illegible]~~ być do drugiego zdania dołączony lub odjęty bez zmiany jego prawdziwości (Prawda jest modułem mnożenia logicznego $a . 1 = a$)

$*2{\cdot}21 \; \vdash : \sim p . \supset . p \supset q$

$*4{\cdot}74 \; \vdash :. \sim p . \supset : q . \equiv . p \vee q \quad [*2{\cdot}21 . *4{\cdot}72]$

Tw. to ściśle odpowiada równaniu $a + 0 = a$)

$*4{\cdot}76 \; \vdash :. p \supset q . p \supset r . \equiv : p . \supset . q . r \; \left[*4{\cdot}41 \frac{\sim p}{p} . (*1{\cdot}01)\right]$

$*4{\cdot}41 \; \vdash :. p . \vee . q . r : \equiv : p \vee q . p \vee r$ (druga postać prawa rozdzielności)

(zasada kompozycji) Comp. $*3{\cdot}43 \; \vdash :. p \supset q . p \supset r . \supset : p . \supset . q . r .$

$*4{\cdot}77 \; \vdash :. q \supset p . r \supset p . \equiv : q \vee r . \supset . p \quad [*3{\cdot}44 . \text{Add.} *2{\cdot}2]$

$*3{\cdot}44 \; \vdash :. q \supset p . r \supset p . \supset : q \vee r . \supset . p$ – ściśle odpowiada poprzedniemu

Add. $*1{\cdot}3 \; \vdash : q . \supset . p \vee q$

$*2{\cdot}2 \; \vdash : p \supset . p \vee q$

$*4\cdot78\ \vdash :.\ p \supset q \,.\vee.\, p \supset r :\equiv: p \,.\supset.\, q \vee r$

Dem.

$*4\cdot2\ \vdash .\ p \equiv p$

$\vdash . *4\cdot2 (*1\cdot01) . \supset \vdash :.\ p \supset q \,.\vee.\, p \supset r :\equiv: \sim p \vee q \,.\vee.\, \sim p \vee r :$

$*4\cdot33\ \vdash : (p \vee q) \vee r \,.\equiv.\, p \vee (q \vee r)$

[*4·33] $\equiv: \sim p \,.\vee.\, q \vee \sim p \vee r :$

$*4\cdot31\ \vdash : p \vee q \,.\equiv.\, q \vee p$ $*4\cdot37\ \vdash :.\ p \equiv q \,.\supset: p \vee r \,.\equiv.\, q \vee r$

[*4·31·37] $\equiv: \sim p \,.\vee.\, \sim p \vee q \vee r :$

[*4·33] $\equiv: \sim p \vee \sim p \,.\vee.\, q \vee r :$

$*4\cdot25\ \vdash : p \,.\equiv.\, p \vee p$

[*4·25·37] $\equiv: \sim p \,.\vee.\, q \vee r :$

[*4·2 (*1·01)] $\equiv: p \,.\supset.\, q \vee r :. \supset \vdash .$ Prop.

$*4\cdot79\ \vdash :.\ q \supset p \,.\vee.\, r \supset p :\equiv: q \,.\, r \,.\supset p$

$*4\cdot1\ \vdash : p \supset q \,.\equiv.\, \sim q \supset \sim p$

$*4\cdot39\ \vdash :.\ p \equiv r \,.\, q \equiv s \,.\supset: p \vee q \,.\equiv.\, r \vee s$

Dem.

$\vdash . *4\cdot1\cdot39 . \supset \vdash :.\ q \supset p \,.\vee.\, r \supset p :\equiv: \sim p \supset \sim q \,.\vee.\, \sim p \supset \sim r :$

[*4·78] $\equiv: \sim p \,.\supset.\, \sim q \vee \sim r :$

$\vdash : \sim p \supset q \,.\supset.\, \sim q \supset p$

[*2·15] $\equiv: \sim (\sim q \vee \sim r) \,.\supset.\, p :$

[*4·2 . (*3·01)] $\equiv: q \,.\, r \,.\supset.\, p :. \supset \vdash .$ Prop.

XXVI. 14/5.

Twierdzenia *4·78·79 nie dają się interpretować dla zakresów pojęć

Np. p = polacy, q = uczciwi, r = (niemądrzy) nieuczeni daje dla *4·78 fałsz! F

Sądy zachowują się jak klasy jednostkowe ⊥

porównaj w chwili dane twierdzenie, która to [illegible] —

F p jest zawarte w q ∨ r, lecz nie jest zawarte ani w q, ani w r.

~~⊥ $*5\cdot12\ \vdash : p \supset q \,.\vee.\, p \supset \sim q$ [*2·52·54]~~ ~~[illegible]~~

~~$*5\cdot11\ \vdash : p \supset q \,.\vee.\, \sim p \supset q$ [*2·51·54]~~ ~~$*5\cdot13\ \vdash : p \supset q \,.\vee.\, q \supset p$~~ [*2·521]

~~$*5\cdot14\ \vdash : p \supset q \,.\vee.\, q \supset r$ [Simp, Transp. *2·2]~~ q albo implikacje [illegible] albo jest [illegible]

$*4.8 \vdash : p \supset \sim p . \equiv . \sim p$ [$*2.01$. Simp]

$*2.01 \vdash : p \supset \sim p . \supset . \sim p$

Simp. $\vdash : q . \supset . p \supset q \;/\; \frac{\sim p}{q}$

$*4.81 \vdash : \sim p \supset p . \equiv . p$ [$*2.18$. Simp] $2.18 \vdash : \sim p \supset p . \supset . p$

$*4.82 \vdash : p \supset q . p \supset \sim q . \equiv . \sim p$ [$*2.65$. Imp. $*2.21$. Comp]
lub $*4.43$

z faktu wynika [illegible] sprzeczności

$*4.83 \vdash : p \supset q . \sim p \supset q . \equiv . q$ [$*4.43$]

prawda wynika ze sprzeczności

$*4.84 \vdash :. p \equiv q . \supset : p \supset r . \equiv . q \supset r$ [$*2.06$. $*3.47$]

$*4.85 \vdash :. p \equiv q . \supset : r \supset p . \equiv . r \supset q$ [$*2.05$. $*3.47$]

$*4.86 \vdash :. p \equiv q . \supset : p \equiv r . \equiv . q \equiv r$ [$*4.21 \cdot 22$]

Twierdzenia owe tylko dla wyjątków:

$*3.4 \vdash : p . q . \supset . p \supset q$

$*5.1 \vdash : p . q . \supset . p \equiv q$ [$*3.4 \cdot 22$]

$*3.22 \vdash : p . q . \supset . q . p$

Jeżeli dwa twierdzenia są prawdziwe to są one równoważne.

$*4.11 \vdash : p \equiv q . \equiv . \sim p \equiv \sim q$

$*5.21 \vdash : \sim p . \sim q . \supset . p \equiv q$ [$*5.1$, 4.11]

$*5.11 \vdash : p \supset q . \vee . \sim p \supset q$ [$*2.51 \cdot 54$]

przestawienie $*2.51 \vdash : \sim(p \supset q) . \supset . p \supset \sim q$

zmiana $*2.54 \vdash : \sim p \supset q . \supset . p \vee q$

[illegible]: q p

$*5.12 \vdash : p \supset q . \vee . p \supset \sim q$ [$*2.52 \cdot 54$]

Oba ostatnie twierdzenia charakteryzują dość [illegible] implikację! (Schröder)

XXVIII. 28/5.

$*5.13 \vdash : p \supset q . \vee . q \supset p$ [$*2.521$]

$*2.521 \vdash : \sim(p \supset q) . \supset . q \supset p$

Kraków leży nad Wisłą, [illegible] jest [illegible]! ~~Def implikacji~~ Konsekwencje określenia implikacji, odbiegające od mowy pot. w logice klasycznej.

$\frac{p}{q}$ $\frac{\cancel{p \supset q}}{p \supset q}$, $\frac{r}{r}$ $q \supset . p \supset q$

$\sim(p \supset q) . \supset . p$

$\frac{q}{p}$ $\frac{\sim p}{p}$, $\frac{p \supset q}{q}$ $\frac{\sim(p \supset q)}{\sim q}$ $\frac{\sim r}{\sim r}$

$\sim p \supset . p \supset q : \supset : \sim(p \supset q) . \supset p$

$\sim(p \supset q) \supset q \supset r$.

Transp. $\left[\frac{\sim p}{p}\right.$, $\frac{q}{q}$ $\cancel{\sim p \supset q . \supset . \sim q \supset p}$

$\cancel{p \vee q \supset q \vee p}$

$\sim p$

$p \vee \sim p$

$\frac{q}{p}$, $\frac{p \supset q}{q}$, r . $\cancel{q \supset (p \supset q) \supset \sim(p \supset q)} \supset \sim q$

$(r \supset q) \supset q \supset \sim$.

$\sim(p \supset q) \supset (q \supset r)$

$p \supset q . r . q \supset r$.

5·14 $\vdash : p \supset q . \vee . q \supset r$ [Simpl. Transp. . *2·21]

Simpl : *2·02 $\vdash : q . \supset . p \supset q$

Transp $\vdash : p \supset q . \supset . \sim q \supset \sim p$

q albo implikuje dowolny zd., albo jest implikowane przez dowolny zd.

*2·21 $\vdash : \sim p . \supset . p \supset q$

Simpl: 2·02 zd. prawdziwe jest implikowane przez każde zd.,

2·21 zd. fałszywe implikuje każde zd.

(1) [Simpl. Transp.] $\sim(p \supset q) \supset \sim q$

(2) [*2·21 $\frac{q}{p}\ \frac{r}{q}$] $\sim q . \supset (q \supset r)$

(1) (2) [Syll] $\sim(p \supset q) \supset (q \supset r)$

$(p \supset q) . \vee (q \supset r)$

* 5·15 $\vdash : p \equiv q . \vee . p \equiv \sim q$

Dem.

$\vdash . *4·61 . \supset \vdash : \sim(p \supset q) . \supset . p . \sim q .$

[*5·1]. $\supset . p \equiv \sim q :$

[*2·54] $\supset \vdash : p \supset q . \vee . p \equiv \sim q$ (1)

*2·54. $\vdash : \sim p \supset q . \supset . p \vee q$

$\vdash . *4·61 . \supset \vdash : \sim(q \supset p) . \supset . q . \sim p .$

[*5·1] $\supset . q \equiv \sim p .$

[*4·12] $\supset . p \equiv \sim q :$

[*2·54] $\supset \vdash : q \supset p . \vee . p \equiv \sim q$ (2)

$\vdash . (1) . (2) . *4·41 . \supset \vdash .$ Prop

*4·41 $\vdash :. p . \vee . q . r : \equiv p \vee q . p \vee r$

$*5{\cdot}16\ \vdash .\sim(p\equiv q\,.\,p\equiv\sim q)$

Dem.

$\vdash .*3{\cdot}26\,.\supset\vdash : p\equiv q\,.\,p\supset\sim q\,.\supset .\,p\supset q\,.\,p\supset\sim q\,.$

$[*4{\cdot}82]\qquad\qquad\supset .\sim p\qquad\qquad (1)$

$\vdash *3{\cdot}27\,.\supset\vdash : p\equiv q\,.\,p\supset\sim q\,.\supset .\,q\supset p\,.\,p\supset\sim q\,.$

$[\text{Syll}]\qquad\qquad\supset .\,q\supset\sim q\,.$

$[\text{Abs}]\qquad\qquad\supset .\sim q\qquad\qquad (2)$

red. ad absurdum

Abs. $*2{\cdot}01$

$p\supset\sim p\,.\supset .\sim p$

$\vdash .(1)(2)\,\text{Comp}\,.\supset\vdash : \underline{p\equiv q\,.\,p\supset\sim q}\,.\supset .\sim p\,.\sim q\,.$

$*4{\cdot}65$

XXVIII. $[*4{\cdot}65\ \frac{q}{p},\frac{p}{q}]\qquad\qquad \supset .\,\underline{\sim(\sim q\supset p)}\qquad (3)$

$\sim(\sim p\supset q)\,.\equiv .\sim p\,.\sim q$

$*4{\cdot}01\quad p\equiv q = p\supset q\,.\,q\supset p$

4/5. $\vdash .(3)\,\text{Exp}\,)\supset\vdash :.\, p\equiv q\,.\supset : p\supset\sim q\,.\supset .\sim(\sim q\supset p):$

$*4{\cdot}57$

$\vdash :\sim(p\,.\,q)\,.\equiv .$

$[\text{Id}.(*1{\cdot}01)]\qquad\qquad \supset :\sim(p\supset\sim q)\,.\vee .\sim(\sim q\supset p):$

$\sim p\vee\sim q$

$[*4{\cdot}57.(*4{\cdot}01)]\qquad\qquad \supset :\sim(p\equiv\sim q):.\supset\vdash .\,\text{Prop}$

Zajmowaliśmy się dotąd stosunkami sądów elementarnych (p, q), wyrażeniami zbudowanymi z tych sądów za pomocą (prostszych) stosunków, albo działań logicznych $\sim p$, $\sim q$, $p\supset q$, $p\vee q$, $p.q$, $p\equiv q$. Obecnie przejdziemy do ogólnych wzorów, dotyczących wszelkich wartości, stosunków i działań logicznych, (takich) ~~[illegible]~~ je bierzemy również jako funkcje logiczne, specjalnie określonego typu.

Każde z wyrażeń argumentowych, a także wszystkie badane zdania wy-
rażenia, jakie przy ich pomocy dadzą się zbudować, są zdaniami

[1] Wynika to z tablicy przytoczonych 1·7 i 1·71: jeśli p jest zdaniem el. to ~p jest zdan. el. p, q i t

elementarnemi, podobnie jak p, q,[1]. Są one prawdziwe lub fał-
szywe, zależnie od tego, ~~[illegible]~~ jakie jest prawdzi-
wość zdań p, q, które w nie wchodzą; ich prawdziwość lub fał-
szywość, wobec tego, jest ich wartością logiczną. Wartość logiczna
tych wyrażeń zależy także od wartości logicznej zdań elementarnych,
p, q, jako ich argumentów ~~z których są one zbudowane~~, tak jak wartość ~~[illegible]~~,
~~[illegible]~~ ~~tak~~ np. iloraz $\frac{p}{q}$ w algebrze jest zależny od wartości liczbowych
p, q. Porównując ~~Ostatnie~~ [illegible] zdanie wyrażenia logiczne są funkcjami
logicznemi liczbowych argumentów p, q, jako swych argumentów;
~~[illegible]~~ ~~[illegible]~~ nazywamy one fun-
~~Ponieważ one~~ ~~[illegible]~~ kcjami prawdziwościowymi (truth-functions Russell). Funkcje praw-
dziwościowe definiujemy ~~[illegible]~~ dwie charakterystyczne własności:

1) argumentami funkcji prawdziwościowej są zdania elementarne

2) Wartość logiczna funkcji zależy jedynie od wartości logicznej argumentów, nie zaś od ich treści. Własność ta wynika z następującego:

[1] *1·71, jeśli p i q są zdaniami el. to p v q jest zdaniem el.. – Ponieważ zaś wszystkie inne wyrażenia są zbudowane z ~ i v, przeto i do nich to samo się odnosi.

$*5{\cdot}1 \quad \vdash : p . q . \supset . p \equiv q$

$*5{\cdot}21 \quad \vdash : \sim p . \sim q . \supset . p \equiv q$

albo mniej więcej ~~74~~. licząc ... f(p) jeżeli argumenty w odstępie ... wartości, to ... funkcji ...

$$p \equiv q . \supset . f(p) \equiv f(q)$$

... ~~[illegible]~~ ...

~~Funkcja~~ Funkcją prawdziwościową jest ~~...~~ $\sim p$, ~~...~~ prawdziwość funkcji argumentu p, ... jej wartość logiczna jest taka, jeżeli wartość logiczna p jest prawdą; ~~...~~ jeżeli $p \equiv q$, to gdy w funkcji $\sim p$ ... p podstawimy q, otrzymamy funkcję $\sim q$ równoważną funkcji $\sim p$, wyraża to

$*4{\cdot}11 \quad \vdash : p \equiv q . \equiv . \sim p \equiv \sim q$

Taką funkcją prawdziwościową jest również implikacja, co wyraża

$*4{\cdot}85 \quad \vdash :. p \equiv q . \supset : \cancel{p} \supset r . \equiv . q \supset r$ (nad: $r \supset p$ $\quad r \supset q$)

Także również funkcją jest tzw. alternatywa, co znaczy, zamieniwszy ... w $*4{\cdot}85$ obie implikacje na alternatywy i podstawiwszy $\frac{s}{\sim r}$

$\vdash :. p \equiv q . \supset : s \vee p \equiv s \vee q$

2 funkcje ~~...~~ $\sim p$; $p \vee q$ są ... więc ... funkcji, . ≡ ... ~~...~~ i one są również prawdziwościowe.

Funkcje ~~...~~ posiadające własność 2, ~~...~~ tzn. zależne jedynie od ~~wartości~~ logicznej argumentu, a nie od jego treści, Russell nazywa także funkcjami ekstensjonalnymi, w prze-

przeciwieństwie do funkcji nieprawdziwościowych (intensional), które tej własności nie posiadają; funkcją nieprawdziwościową jest np. funkcja „A ~~jest przekonany~~ wie, że p" Warszawa leży nad Wisłą
Toruń " " "

Całe znaczenie funkcji prawdziwościowej jest wyczerpane w określeniu warunków pod którymi staje się ona zdaniem prawdziwym lub fałszywym. Np. $\sim p$ jest prawdziwe dla tej funkcji p, która jest fałszywa, prawdziwe, gdy p jest fałszywe i fałszywe gdy p jest prawdziwe, pomijam abstrahujemy zupełnie od znaczeniowej treści argumentu p i jego funkcji. To samo odnosi się do funkcji „p albo q" i pozostałych; wynika stąd, że dwie funkcje, których wartości są dla wszystkich wartości argumentów równoważne, są od siebie równe. Jeśli np. są od siebie równe funkcje $p \vee q$ i $q \vee p$, ponieważ mamy

$$*4.31 \quad \vdash : p \vee q . \equiv . q \vee p \qquad \text{i.t.p.}$$

Stąd wypływający wniosek dla podziału funkcji prawdziwościowych, ~~...~~ gdy uwzględnimy ~~...~~ wedle tego, co powiedziano przed chwilą, dwie równe funkcje prawdziwościowe ~~przyjmujące dla jednej~~ mają równe wartości przyjmowane dla jednej ~~...~~ wartości argumentów, to tyle jest różnych funkcyj prawdziwościowych, na ile sposobów można ustalić równe wartości funkcji dla pewnych wartości argumentu. Jasno widać, że wyrażenie należy do określenia funkcji w matematyce, gdzie funkcją nazywa się sposób albo prawo, które przyporządkowuje ~~wartości~~ elementy jednego zbioru, mianowicie zbioru wartości funkcji, elementom drugiego zbioru, mianowicie zbioru wartości argumentu. Tak np. wzór ~~funkcja~~ $y = 2x$, gdzie zbiorem wartości argumentu x jest zbiór liczb naturalnych, wyraża funkcję, czyli prawo według którego przyporządkowuje się każdej liczbie naturalnej zbioru x, jedną liczbę zbioru liczb parzystych y, mianowicie liczbę dwa razy większą od x.

Funkcje prawdziwościowe $p \vee q$, $p \cdot q$, $p \supset q$, $p \equiv q$ są funkcjami dwóch argumentów, wyróżnionymi przez szczególną nazwę do wymienienia wszystkich funkcyj prawdziwościowych dwóch argumentów; okaże się, że jest ich 16. – Zbiór wartości argumentów składa się ze wszystkich możliwych kombinacyj wartości p, q, o ile q wybieramy jedynie dwie wartości p (p jest prawdziwe) i $\sim p$ (p jest fałszywe), q i $\sim q$. Takich kombinacyj będzie cztery; zbiór wartości argumentów jest więc $p\,q$, $p \sim q$, $\sim p\, q$, $\sim p \sim q$, Różne funkcje prawdziwościowe utworzymy uwzględniając tylko obiektywne wartości argumentów we wszelkie możliwe sposoby wartości funkcji, wyczem każda funkcja może przybrać wartości dwie tylko wartości $f(p,q)$ (f jest prawdą) i $\sim f(p,q)$ (f. jest fałszem)

Najpierw weźmiemy funkcję $f_1(p,q)$, która dla wszelkich wartości argumentów jest prawdą: więc

f_1: $p.q.\supset.f_1(p,q)$

$p.\sim q.\supset.f_1(p,q)$

$\sim p.q.\supset.f_1(p,q)$

$\sim p.\sim q.\supset.f_1(p,q)$

Następnie określamy taką funkcję, która tylko dla jednej kombinacji wartości jest fałszem, a dla trzech innych jest prawdą:

$p.q.\supset.f_2(p,q)$	$p.q.\supset.f_3(p,q)$
$p.\sim q.\supset.f_2(p,q)$	$p.\sim q.\supset.f_3(p,q)$
$\sim p.q.\supset.f_2(p,q)$	$\sim p.q.\supset.\sim f_3(p,q)$
$\sim p.\sim q.\supset.\sim f_2(p,q)$	$\sim p.\sim q.\supset.f_3(p,q)$
$p.q.\supset.f_4(p,q)$	$p.q.\supset.\sim f_5(p,q)$
$p.\sim q.\supset.\sim f_4(p,q)$	$p.\sim q.\supset.f_5(p,q)$
$\sim p.q.\supset.f_4(p,q)$	$\sim p.q.\supset.f_5(p,q)$
$\sim p.\sim q.\supset.f_4(p,q)$	$\sim p.\sim q.\supset.f_5(p,q)$

XXIX. 18/5.

Następnie 6 funkcji, których wartości dla dwóch kombinacji wartości argumentów są prawdą, a dla dwóch fałszem:

$p.q$	$\supset f_6(p,q)$	$\supset f_7(p,q)$	$\supset \sim f_8(p,q)$	$\supset \sim f_9(p,q)$	$\supset \sim f_{10}(p,q)$
$p\sim q$	$\supset f_6(p,q)$	$\supset \sim f_7(p,q)$	$\supset f_8(p,q)$	$\supset f_9(p,q)$	$\supset \sim f_{10}(p,q)$
$\sim p\, q$	$\supset \sim f_6(p,q)$	$\supset f_7(p,q)$	$\supset f_8(p,q)$	$\supset \sim f_9(p,q)$	$\supset f_{10}(p,q)$
$\sim p \sim q$	$\supset \sim f_6(p,q)$	$\supset \sim f_7(p,q)$	$\supset \sim f_8(p,q)$	$\supset f_9(p,q)$	$\supset f_{10}(p,q)$

$\supset f_{11}(p,q)$
$\supset \sim f_{11}(p,q)$
$\supset \sim f_{11}(p,q)$
$\supset f_{11}(p,q)$

Dalsze 4 funkcje mają tylko jedną wartość dla jednej kombinacji wartości argumentów a fałsz (jedną wartość) dla trzech kombinacji wartości argumentów:

$p.q$	$\supset \sim f_{12}(p,q)$	$\supset \sim f_{13}(p,q)$	$\supset \sim f_{14}(p,q)$	$\supset f_{15}(p,q)$
$p\sim q$	$\supset \sim f_{12}(p,q)$	$\supset \sim f_{13}(p,q)$	$\supset f_{14}(p,q)$	$\supset \sim f_{15}(p,q)$
$\sim p\, q$	$\supset \sim f_{12}(p,q)$	$\supset f_{13}(p,q)$	$\supset \sim f_{14}(p,q)$	$\supset \sim f_{15}(p,q)$
$\sim p \sim q$	$\supset f_{12}(p,q)$	$\supset \sim f_{13}(p,q)$	$\supset \sim f_{14}(p,q)$	$\supset \sim f_{15}(p,q)$

Pozostaje wreszcie funkcja mająca zawsze tylko jedną wartość dla wszystkich wartości argumentów.

$p.q \supset \sim f_{16}(pq)$
$p\sim q \supset \sim f_{16}(pq)$
$\sim p\, q \supset \sim f_{16}(pq)$
$\sim p \sim q \supset \sim f_{16}(pq)$

Przykładem funkcji $f_1(p,q)$ jest wyrażenie:

$p \vee {\sim}p \,.\, q \vee {\sim}q$

Albowiem mamy: $*2{\cdot}11 . \supset \vdash . p \vee {\sim}p$ (1)
$*2{\cdot}11 \supset \vdash . q \vee {\sim}q$ (2)
$[(1).(2)\ *3{\cdot}2] \supset \vdash \vdash : p \vee {\sim}p \,.\, q \vee {\sim}q$.

$f_2(p,q)$ ~~jest funkcją~~ $\equiv p \vee q$

albowiem $\vdash$ nie ~~będzie już powtarzać się w naszym twierdzeniu~~

$*2{\cdot}2\ \vdash . p \supset p \vee q$ bo $p\, q \supset p$ $*3{\cdot}26$
$p\, {\sim}q \supset p$

zatem ~~[illegible]~~ spełnione są warunki pierwszy, i drugi

pamiętamy też, że

$*1{\cdot}3\ \vdash . q \supset p \vee q$ i $p\, q \supset q$ $*3{\cdot}27$
${\sim}p\, q \supset q$

zatem spełnione są warunki pierwszy i trzeci

spełnienie warunku czwartego ${\sim}p . {\sim}q : \supset : {\sim}(p \vee q)$ otrzymujemy z twierdzenia $*3{\cdot}1\ \vdash : p . q . \supset {\sim}({\sim}p \vee {\sim}q)$ przez podstawienie $\frac{{\sim}p}{p}$ i $\frac{{\sim}q}{q}$.

$f_3(p,q)$ jest ~~tem samem,~~ co $\equiv q \supset p$

$f_4(p,q)$ nie jest $\equiv p \supset q$

Ale mimo że $f_3(p,q)$ otrzymujemy z $f_4(p,q)$ przez zmianę porządku różnych p i q, $f_4(p.q)$ nie spełnia żadnego warunku, które formułujemy dla $p \supset q$: Albowiem mamy:

$$*2.02 \supset \vdash : q . \supset . p \supset q \qquad (1)$$

$$*3.27 \supset \vdash : p.q . \supset . q \qquad (2) \qquad (1)$$

$$*3.4 \; [(1)(2)\ \mathrm{Syll}] \supset \vdash : p.q . \supset . p \supset q$$

$$(2)$$

natomiast $*4.61 \vdash : p.\sim q . \equiv . \sim(p \supset q)$

podobnie jak (1) wyprowadzamy $\vdash : \sim p.q . \supset . p \supset q$

wreszcie: $*4.65 \supset \vdash : \sim p.\sim q . \equiv . \sim(\sim p \supset q) \qquad (1)$

$$*5.11 \vdash : p \supset q . \vee . \sim p \supset q$$

$$\left[\overset{5.11}{*2.53}\right] \supset \vdash : \sim(\sim p \supset q) \supset p \supset q \qquad (2)$$

$$[(1)\ (2)\ \mathrm{Syll}] \supset . \vdash : \sim p . \sim q . \supset . p \supset q ..$$

$f_5(p.q)$ jest uchylaniem się sądu p i q, jest to funkcja która [illegible] jest [illegible] jedynie, gdy p i q są prawdziwe, ~~[illegible]~~ mamy [illegible] jest, że p i q są prawdziwe. [illegible] się z nią [illegible] z [illegible] teorii [illegible] o [illegible] ~~[illegible]~~ teorii dedukcyjnej, mianowicie tworzy ona jedyne pojęcie pierwotne ~~[illegible]~~

dotyczy w systemie Sheffera i Nicoda, jako funkcji $p \mid q$, podobnie jak w systemie Russella ~~wyżej~~ wyrażeniami pierwotnemi są $\sim p$ i $p \vee q$.

Funkcja $f_6(p,q) \equiv p$

Aksjomaty: $p.q.\supset.p$ (*3·26)

$p \sim q.\supset.p$ "

$\sim p.q.\supset.\sim p$ "

$\sim p.\sim q.\supset.\sim p$ "

XXX

25/6. Do potrzeby wzorów, które oderwanie się w ramach nam już znanych aksjomatów:

$f_7(p,q).\equiv.q$

$f_8(p,q).\equiv.\sim(p \equiv q)$

$f_9(p,q).\equiv.\sim q$

$f_{10}(p,q).\equiv.\sim p$

$f_{11}(p,q).\equiv.p \equiv q$

$f_{12}(p,q).\equiv.\sim(p \vee q)$

$f_{13}(p,q).\equiv.\sim(q \supset p)$

$f_{14}(p,q).\equiv.\sim(p \supset q)$

$f_{15}(p,q).\equiv.p.q$

$f_{16}(p,q).\equiv\sim f_1(p,q)$

$p.\sim p.\vee.q.\sim q$

Przypatrzmy się przyjętym symbolom nieco bliżej. Niektóre z nich wyrażają pojęciowo pewne tak, że na jednolite funkcje prawdziwościowe, inne natomiast odpowiadają wyrażeniom bardziej skomplikowanym, Dzięki temu potrafimy wyrazić jedne funkcje prawdziwościowe przez inne.

Weźmy jako przykład $f_8(p,q) .\equiv. \sim(p \equiv q)$

lecz $\sim p \equiv f_{10}(p,q)$

$p \equiv q .\equiv. f_{11}(p,q)$

więc $\equiv. f_{10}[f_{11}(p,q), \overset{f_7(p,q)}{\cancel{q}}]$

lecz według $*4{\cdot}01$ $p \equiv q .=. p \supset q . q \supset p$ Df.

$\underbrace{f_4(p,q) . f_3(p,q)}$

$f_{15}[f_4(p,q), f_3(p,q)]$

Jakie funkcje prawdz. dadzą się ~~wyrazić~~ przedstawić przez daną funkcję prawdziwościową. A dalej:

piszemy to w oparciu o powyższe uwagi $f_7(p,q)$, a otrzymamy:

$f_8(p,q) .\equiv. f_{10}\{f_{15}[f_4(p,q), f_3(p,q)], \overset{f_7(p,q)}{\cancel{q}}\}$ i. t. d.

analogicznie $f_8(p,q) \equiv . f_{15}\{f_2[\overset{f_3(p,q)}{\cancel{p}}, f_{10}(p,q)] . f_2[f_7(p,q), f_7(p,q)]\}$

Widzimy więc, jak jedne funkcje prawdziwościowe dają się przedstawić (przez wyrażenia innych) przez inne. Powstają zagadnienia ogólne: Jaka jest najmniejsza ilość funkcyj prawdziwościowych, przez które dadzą się ~~wy~~ przedstawić ~~wyrazić~~ wszystkie inne? Albo w postaci mniej ogólnej, czy istnieje wśród funkcyj prawdziwościowych taka, ~~która jedna lub inne też~~ za pomocą której dadzą się wyrazić wszystkie inne? – Nie

nie jest więcej funkcyj o tego rodzaju własności.

Na wyjaśnia się dając odpowiedź Prof. Sent. Żylińskiego w Fundamenta Mathematicae VII. Mianowicie wykazuje on że

za pomocą $f_1(p.q)$ ~~i f_{16} (p.q)~~ daje się wyrazić tylko ono samo

i to samo dotyczy $f_{16}(p,q)$, inne funkcje pozwalają wyrazić

incompatibility, joint falsehood

niektóre z pozostałych, a tylko dwie ~~f_{15}~~ $f_5(p.q)$ i $f_{12}(p.q)$
$\equiv \sim(p.q)$ $\equiv \sim(p \vee q)$

posiadają tę własność, iż każda z nich sama jedna wystarcza

jeśli zobaczymy na chwilę, nie bierzemy

do przedstawienia wszystkich innych. wyjścia od stałych funkcyj $f_6 \equiv p$, $f_7 \equiv q$

Zagadnienie to posiada doniosłe znaczenie dla sprawy, którą zajmowaliśmy się z początkiem wykładu, mianowicie dla ustalenia ~~tzw.~~ pojęć pierwszych teorji dedukcji od kiedy jest najmniejszej:

pierwotnemi

pojęciami ~~tymi~~ się bierze właśnie funkcje prawdziwościowe, za

inne wyrażenia

pomocą których wyrażamy wszystkie ~~twierdzenia~~ tejże, a każde

wyrażenie

~~twierdzenie~~ tejże jest niczem więcej, jak którąś z wszystkich

pozostałych funkcyj prawdziwościowych. Ustalenie zatem pierwszych

teorji dedukcji jest zatem równoznaczne ze ustaleniem funkcyj

prawdziwościowych)

~~[illegible]~~, przez które dadzą się wyrazić wszystkie

jiną funkcję prawdziwościową. Pamiętamy, że wyjściowymi pier-
wotnemi w systemie Russella są negacja i alternatywa. Ponieważ
wyrażamy wszystkie funkcje prawdziwościowe od trzech, niemożliwie
do $f_2(p.q) \equiv p \vee q$, $f_9(p.q) \equiv \sim q$ i $f_{10}(p.q) \equiv \sim p$
Sheffer, którego również wymieniałem, przyjmuje jedno wyjście pier-
wotne $f_5(p.q) \equiv p|q \equiv \sim(p.q)$. Jest to jeden z dwu
możliwych według Żylińskiego sposobów uzasadnienia wszystkich
funkcji prawdziwościowych przez jedną tylko z nich. Zobaczmy
jak wygląda to uzasadnienie dla najważniejszych funkcji praw-
dziwościowych: Mamy:

$\sim p .=. p|p$ Df. $\quad f_{10}(p.q) \equiv f_5[f_6(p.q), f_6(p.q)]$

$p \supset q .=. p|\sim q$ Df $\quad f_4(p.q) \equiv f_5\{f_6(p.q), f_5[f_7(p.q), f_7(p.q)]\}$

$p \vee q .=. \sim p|\sim q$ Df $\quad f_2(p.q) \equiv f_5\{f_5[f_6.f_6], f_5[f_7.f_7]\}$

$p.q .=. \sim(p|q)$ Df. $\quad f_5(p.q) \equiv f_5\{f_5[f_6.f_7], f_5[f_6.f_7]\}$

Na tym kończymy rozważania tego naszego przykładu. W przyszłym
roku zaczniemy uzasadnienie w szczegółach, łącząc się z tematem wykła-

ski tegorocznych, teorji typów ~~Russella~~, czyli analizy funkcji propozycjonalnych, które ~~pozostają~~ tak się mają do teorji dedukcji, jak ogólna teorja funkcji do algebry.

Kollokwium:

wtorek 30/6 o 10ej rano –

Logistyka 1924/25

(streszczenie)

Wspomniałem na ostatnim wykładzie, że wiek XIX był dla logiki wiekiem potężnego rozwoju. Rozwój ten, odbywając się przeważnie w ścisłym związku z badaniami nad podstawami matematyki, szedł w dwóch kierunkach, rozszerzył zakres badań logicznych, a zarazem je pogłębił. Logika przestała być wyłącznie nauką o sposobach wnioskowania, a stała się nauką o prawach logicznych; straciła swój przeważnie charakter praktyczny, a stała się nauką teoretyczną; twierdzenia jej bezwzględnie mają i [illegible] [illegible] zastosowania praktyczne, zastosowania te należy jednak odróżnić od samych badań logicznych, podobnie, jak odróżnia się zastosowania matematyki od jej właściwych zagadnień.

Dedukcyjny charakter logiki, związek jej z matematyką, także dawniej wyjątkowo tylko był podawany w wątpliwość. Jednakże dopiero obecnie wyprowadzono stąd właściwe konsekwencje, to znaczy uporządkowano całokształt logiki, stawiając na jej czele pewne twierdzenia pierwotne, aksjomaty, z których wszystkie inne jej twierdzenia drogą ściśle określonych rozumowań wyprowadzić się dają. To właśnie nadawanie całego

704

wyjętemu logiki stosowanie do wymagań ścisłości naukowej, wymagało jest najbardziej starannej analizy jej pojęć i twierdzeń. Analiza taka zaś możliwa tylko przy pomocy stosowania dobranych symboli; to też od owego badania konstrukcji logiki symbolicznej, nadającej logice także zewnętrznie postać zbliżoną do matematyki.

Początek nowej wiedzy wiążemy ściśle z nazwiskiem George Boole'a, ~~[illegible]~~ głównymi ~~najbardziej~~ ~~[illegible]~~ uczniami byli Ernst Schröder, Giuseppe Peano, Gottlob Frege i wreszcie [illegible] Bertrand Russell. Odrębność wszelkich badań logicznych w odróżnieniu od logiki tradycyjnej oznacza się ~~nazwą~~ logiki matematycznej, symbolicznej, lub logistyki.

Zajęliśmy się w ostatnim wykładzie wstępnemi ustaleniami systemu logicznego ~~[illegible]~~ Whiteheada i Russella:

Litery p, q, r, przyjęliśmy dla oznaczania zdań o faktach, zdań jednostkowych czyli elementarnych. Terminu zdań używać będziemy dla oddania łacińskiego propositio, w tem samem znaczeniu, w którem używa się w logice — nie w gramatyce — terminu zdanie.

Litery p, q, r oznaczają jednakowoż zdania elementarne, czyli są zmiennemi logicznemi. Wartościami zmiennych logicznych mogą być zdania, jak w naszym przykładzie, indywidua, stosunki, wielkości dowolnego rodzaju. Zbiór wartości zmiennej zwie się zakresem zmienności. Zakres zmienności zmiennej logicznej, występującej w pewnym wzorze np. w zdaniu, jest określony przez postulat, by wzór zachował swój sens właściwy; jeśli nakładamy nadto, że zmienna ~~przybiera~~ jedynie niektóre wartości tak określonego zakresu, nazywamy ją ograniczoną; w przeciwnym przypadku zmienna jest nieograniczoną.

Elementarną funkcją propozycjonalną nazywamy wyrażenie, które 1° zawiera zmienną logiczną, 2° ~~[illegible]~~ zawiera się w sąd elementarny, gdy zmienne bądź zmienne przebiegają określone wartości.

Symbol asercji ⊢ „twierdzę, że" przed sądami, które są zdaniami prawdziwymi w systemie Russella.

Poznaliśmy wreszcie reguły przekształceń logicznych, odpowiadające przekształceniom wykonywanym w algebrze, a posługującej się wyłącznie odpowiednimi przekształceniami części wyrażeń

Omówiliśmy w ostatnim wykładzie pojęcie definicji w systemie Russella.

Jeśli a jest zdefiniowane przy pomocy b, piszemy a = b Df

Definicja w systemie Russella jest zaznaczeniem czysto nominalnem, dotyczy wyłącznie używania symboli; nie tego, co symbol wyraża. Definicja nie jest więc twierdzeniem lecz wyrazem postanowienia, że ~~pewien~~ definiendum oznacza to samo, co definiens. Definicje tak pojęte, ~~mają~~ trojakiego rodzaju doniosłość: 1°/ najwygodniejszy sposób wyrażania się przez wprowadzanie symboli prostszych w miejsce bardziej złożonych, ~~[illegible]~~ 2°/ zbiór definicji użytych w systemie daje przegląd tych treści, których dotyczą twierdzenia systemu, a wreszcie

3°/ jeśli definiujemy symbol, który powinien być użyty w znaczeniu potocznem, to definicja podaje analizę i określenie jego treści.

Russell przyjmuje dwa symbole jako pierwotne:

1° Symbol negacji $\sim p$ nie-p, albo p jest fałszywe.

(p oznacza tu jakiekolwiek zdanie elementarne) i

2° Symbol alternatywy $p \vee q$ p albo q, p jest prawdziwe albo q jest prawdziwe

(p i q są zdaniami elementarnemi) - obie alternatywy nie wykluczają się.

Ograniczamy w pierwszym wykładzie definicję implikacji

*1.01 $p \supset q . = . \sim p \vee q$ Df.

przyjmując symbol $p \supset q$ czytamy p implikuje q lub „jeśli p to q".

W takim razie według definicji nadajemy wyrażeniu „jeśli p to q" znaczenie albo p jest fałszywe albo q jest prawdziwe.

Następnie przyjmujemy twierdzenia pierwotne, w których występują nie tylko symbole pierwotne, mianowicie:

*1.1 Wyrażenie implikowane przez prawdziwe jest prawdziwe. Pp.

*1.2 $\vdash : p \vee p . \supset p$ Pp. Taut (zasada taut.)

*1.3 $\vdash : q . \supset . p \vee q$ Pp Add.

*1.4 $\vdash : p \vee q . \supset . q \vee p$ Pp. Perm.

*1.5 $\vdash : p \vee (q \vee r) . \supset . q \vee (p \vee r)$ Pp. Assoc.

*1.6 $\vdash :. q \supset r . \supset : p \vee q . \supset . p \vee r$ Pp. Sum.

*1.7 Jeśli p jest zd. el. $\sim p$ jest zd. el. Pp.

*1.71 „ p i q są „ $p \vee q$ „ „ Pp

Te twierdz. pierwotne są podstawą dla zbudowania teorii dedukcji, zaznaczam, że oprócz twierdzeń pierwotnych nie mamy żadnej definicji poza podaną, określa bowiem znaczenie term. pierw. – nie tworzy jednak definicji ze względu na [illegible], podaję jedynie formę zmiany pod *1.01

Streszcz. wykł. V. 1.

Mówiłem w ostatnim wykładzie, że układ twierdzeń pierwotnych systemu dedukcyjnego ~~powinien spełniać~~ podległy jest dwom postulatom: niesprzeczności i niezależności. Wszystkie twierdzenia pierwotne mają być niezależne i zgodne. Zgodność ~~lub~~ ~~[illegible]~~ twierdzeń pierwotnych wykazuje się przez podanie przykładu zastosowania ich układu do jakiegoś niesprzecznego zbioru przedmiotów. Niezależność twierdzeń pierwotnych okazuje się podobnie, podając dla każdego z nich takiego przykładu lub zastosowania, w którym by się spełniały wszystkie twierdzenia pierwotne z wyjątkiem tego właśnie jednego, które wobec tego jest niezależne od pozostałych. ~~Podobnie [illegible]~~ Jak wygląda w praktyce postępowanie mające na celu wykazanie zgodności i niezależności twierdzeń pierwotnych pewnej teorji dedukcyjnej zobaczymy ~~w zastosowaniu~~ na przykładzie teorji relacji [illegible].

Streszcz. wykł. VI. 1. 740

~~Tak~~ Wspomniałem w ostatnim wykładzie, że Russell nie daje dowodu niesprzeczności i zupełności twierdzeń pierwotnych, lecz ogranicza się do stwierdzenia 1) że są one prawdziwe 2) że są wystarczające do wyprowadzenia wszystkich twierdzeń teorii dedukcji, 3) że nie jest znany sposób zmniejszenia ich liczby, to znaczy wykazania, że któreś z nich daje się uzasadnić wyprowadzeniem logicznym pozostałych.

Powinniśmy wspomnieć obok porównania z systemem Russella i Whiteheada układ teorii, składający się z jednego ~~terminu~~ terminu pierwotnego, mianowicie wykluczania i jednego twierdzenia pierwotnego, podany przez Sheffera i Nicod. Obecnie przejdziemy do omówienia twierdzeń, będących bezpośrednimi konsekwencjami twierdzeń pierwotnych.

Streszcz. wykł. VII.

W poprzednim wykładzie poznaliśmy niektóre twierdzenia, będące bezpośrednimi konsekwencjami twierdzeń pierwotnych. Są to mianowicie:

$*2.01 \vdash : p \supset {\sim} p . \supset . {\sim} p$ — Abs.

$*2.02 \vdash : q . \supset . p \supset q$ — Simp.

$*2.03 \vdash : p \supset {\sim} q . \supset . q \supset {\sim} p$ — Transp (jedna z czterech form)

$*2.04 \vdash :. p . \supset . q \supset r : \supset : q . \supset . p \supset r$ — Comm.

$*2.05 \vdash :. q \supset r . \supset : p \supset q . \supset . p \supset r$

$*2.06 \vdash :. p \supset q . \supset : q \supset r . \supset . p \supset r$ — Syll.

$*2.07 \vdash : p . \supset . p \vee p$

Streszcz. wykł. VIII.

$*2.08 \vdash . p \supset p$ — Id.

$*2.1 \vdash . {\sim} p \vee p$

$*2.11 \vdash . p \vee {\sim} p$ — Zas. wył. śr.

$*2.12 \vdash . p \supset {\sim}({\sim} p)$

Streszcz. wykł. IX.

$*2.13 \vdash . p \vee {\sim}\{{\sim}({\sim} p)\}$

$*2.14 \vdash . {\sim}({\sim} p) \supset p$ — (zas. podw. neg. – razem z $*2.12$

$*2.15 \vdash : {\sim} p \supset q . \supset . {\sim} q \supset p$ — Tr. $*2.03$

Streszcz. wykł. X.

~~Z powodu~~ Pozwalamy w niektórych wypadkach skracać

$$[\mathrm{Syll}]\ \vdash.(a).(b).(c)\ldots\supset\ \vdash.(d)$$

które stosujemy gdy z twierdzeń mających postać $p_1 \supset p_2$ (a), $p_2 \supset p_3$ (b), $p_3 \supset p_4$ (c) przy pomocy zasady sylogizmu *2.05 lub *2.06 wyprowadzamy twierdzenie $p_1 \supset p_4$ (d)

Podobnie, jeśli z twierdzeń p_1 implikacji p_2 i p_1 jest prawdziwe, to stwierdzamy, że p_2 jest prawdziwe, piszemy:

$$\vdash p_1 \supset .$$

$$[\cdot-]\qquad \vdash . p_2$$

Zamiast pisać $\vdash . p_1$ i $\vdash . p_1 \supset p_2$ wyraźnie, umieszczamy "[·−]" posługując się samem twierdzeniem, ~~które~~ w którem mieści się $\vdash p_1 \supset p_2$ wreszcie wyraźnie. Przy tym obydwa owe twierdzenia, które mogą być udowodnione.

Następnie udowodniliśmy twierdzenia:

$$*2.16\ \vdash : p \supset q . \supset . \sim q \supset \sim p$$

$$*2.17\ \vdash : \sim q \supset \sim p . \supset . p \supset q$$

} Transp. (wraz z *2.03 i *2.15)

$$*2.18\ \vdash : \sim p \supset p . \supset . p$$

Abs. *2.01

Streszcz. wykł. XI.

Powołaliśmy w ostatnim wykładzie twierdzenia:

$*2{\cdot}18 \vdash : \sim p \supset p . \supset . p$ (Abs) forma analogiczna do 2·01

$*2{\cdot}2 \vdash : p \supset . p \vee q$ analog. do $*1{\cdot}3 \vdash : q \supset . p \vee q$ (Add)

$*2{\cdot}21 \vdash : \sim p \supset . p \supset q$

$*2{\cdot}24 \vdash : p \supset . \sim p \supset q$

$*2{\cdot}25 \vdash :. p : \vee : p \vee q . \supset . q$

$*2{\cdot}26 \vdash :. \sim p : \vee : p \supset q . \supset . p$

$*2{\cdot}27 \vdash :. p . \supset : p \supset q . \supset . q$

$*2{\cdot}3 \vdash : p \vee (q \vee r) . \supset . p \vee (r \vee q)$

1.

Streszcz. wykł. XII.

Powołaliśmy w ostatnim wykładzie twierdzenia:

$*2{\cdot}31 \vdash : p \vee (q \vee r) . \supset . (p \vee q) \vee r$ } prawo łączności dla dysjunkcji (ob. log.)

$*2{\cdot}32 \vdash : (p \vee q) \vee r . \supset . p \vee (q \vee r)$

$*2{\cdot}33 \quad p \vee q \vee r = (p \vee q) \vee r$ Df.

$*2{\cdot}36 \vdash :. q \supset r . \supset : p \vee q . \supset . r \vee p$

Przy sprawdzaniu dowodu $*2{\cdot}31$ wprowadziliśmy określenie, mianowicie jeżeli wedle wzoru sylogizmu z twierdzeń $a \supset b$ (1), $b \supset c$ (2), $c \supset d$ (3) wyprowadzamy $a \supset d$, wtedy (Prop.) piszemy w skróceniu:

[1] $\vdash : a \supset b .$

[2] $\quad\quad \supset c .$

[3] $\quad\quad \supset d : \supset f .$ Prop.

Streszcz. wykł. XIII.

$*2.37 \vdash :. q \supset r . \supset : q \vee p . \supset . p \vee r$

$*2.38 \vdash :. q \supset r . \supset : q \vee p . \supset . r \vee p$

twierdzenia te wraz z $*1.6$ i $*2.36$ tworzą grupę [illegible] twierdzeń analogicznych.

$*2.4 \vdash :. p \vee . p \vee q : \supset . p \vee q$

Poznawszy [illegible] wyraz na drugiej części, jeśli używamy w dowodzie twierdzeń z twierdzeń poprzednich, które występują we wskazówce albo jako zasady twierdzenia albo jako poprzedniki. Zasady twierdzenia jest [illegible] implikacji między dwoma wyrażeniami i najczęściej jest nią zasada syllogizmu; poprzednik jest twierdzeniem o poprzedniku wspólnika implikacji. Z poprzedniki, uzasadniając zasady twierdzenia, i wobec z reguły $*1.1$ wynika poprzednik [illegible] wynika implikacji, czyli wniosek.

Strener. vgas. XIVf.

$*2{\cdot}41 \vdash :: q \vee . p \vee q :\supset. p \vee q$

$*2{\cdot}42 \vdash :: \sim p \vee . p \supset q :\supset. p \supset q$

$*2{\cdot}45 \vdash : \sim(p \vee q) .\supset. \sim p$

$*2{\cdot}46 \vdash : \sim(p \vee q) .\supset. \sim q$

$*2{\cdot}47 \vdash : \sim(p \vee q) .\supset. \sim p \vee q$

$*2{\cdot}48 \vdash : \sim(p \vee q) .\supset. p \vee \sim q$

$*2{\cdot}49 \vdash : \sim(p \vee q) .\supset. \sim p \vee \sim q$

$*2{\cdot}5 \vdash : \sim(p \supset q) .\supset. \sim p \supset q$

$*2{\cdot}51 \vdash : \sim(p \supset q) .\supset. p \supset \sim q$

$*2{\cdot}52 \vdash : \sim(p \supset q) .\supset. \sim p \supset \sim q$

$*2{\cdot}521 \vdash : \sim(p \supset q) .\supset. q \supset p$

$*2{\cdot}53 \vdash : p \vee q .\supset. \sim p \supset q$

$*2{\cdot}54 \vdash : \sim p \supset q .\supset. p \vee q$

$*3{\cdot}01$

$p . q .=. \sim(\sim p \vee \sim q) \quad \mathrm{Df}$

$*3{\cdot}02 \quad p \supset q \supset r .=. p \supset q . q \supset r \quad \mathrm{Df}$

Strona. ugar. XV.

*3·1 $\vdash: p.q.\supset.\sim(\sim p \vee \sim q)$ (Form. de B Morgana)

*3·11 $\vdash: \sim(\sim p \vee \sim q).\supset.p.q$

*3·12 $\vdash: \sim p.\vee.\sim q.\vee.p.q$

*3·13 $\vdash: \sim(p.q).\supset.\sim p \vee \sim q$ (Form. de Morgana)

*3·14 $\vdash: \sim p \vee \sim q.\supset.\sim(p.q)$

*3·2 $\vdash:. p.\supset: q.\supset.p.q$ #

*3·21 $\vdash:. q.\supset: p.\supset.p.q$

*3·22 $\vdash: p.q \supset q.p$ prawo przemienności dla mnoż. log.

*3·221 $\vdash: q.p \supset p.q$

*3·24 $\vdash. \sim(p.\sim p)$ zas. sprzeczności.

*3·26 $\vdash: p.q \supset p$ Simp (zas. uprosz.) #

*3·27 $\vdash: p.q \supset q$

Strona. ugar. XVI.

*3·3 $\vdash:. p.q.\supset.r :\supset: p\supset. q\supset r$ (Exp)

*3·31 $\vdash:. p\supset.q\supset r :\supset: p.q\supset r$ (Imp)

*3·33 $\vdash: p\supset q.q\supset r :\supset. p\supset r$ Syll.

*3·34 $\vdash: q\supset r.p\supset q :\supset. p\supset r$

*3·35 $\vdash: p. p\supset q :\supset. q$ (Ass)

Streszcz. wykł. XVII.

$*3{\cdot}37\ \vdash :.\ p.q.\supset.r :\supset: p.\sim r.\supset \sim q$ conv. syll. Baroco-Barb.

$*3{\cdot}4\ \vdash :\ p.q .\supset. p \supset q$

$*3{\cdot}41\ \vdash :.\ p \supset r .\supset: p.q .\supset. r$

$*3{\cdot}42\ \vdash :.\ q \supset r .\supset: p.q .\supset. r$

$*3{\cdot}43\ \vdash :.\ p \supset q . p \supset r .\supset: p .\supset. q.r$ (Comp)

$*3{\cdot}44\ \vdash :.\ q \supset p . r \supset p .\supset: q \vee r .\supset p$ (Comp)

Streszcz. wykł. XVIII.

$*3{\cdot}45\ \vdash :.\ p \supset q .\supset: p.r .\supset. q.r$ (Fact)

$*3{\cdot}47\ \vdash :.\ p \supset r . q \supset s .\supset: p.q .\supset. r.s$

$*3{\cdot}48\ \vdash :.\ p \supset r . q \supset s .\supset: p \vee q .\supset. r \vee s$

Streszcz. wykł. XIX.

$*4{\cdot}01\ p \equiv q .=. p \supset q . q \supset p$ Df.

$*4{\cdot}02\ p \equiv q \equiv r .=. p \equiv q . q \equiv r$ Df.

$*4{\cdot}1\ \vdash :\ p \supset q .\equiv. \sim q \supset \sim p$ } Transp

$*4{\cdot}11\ \vdash :\ p \equiv q .\equiv. \sim q \equiv \sim p$ }

Streszcz. w. XX.

$*4{\cdot}12\ \vdash :\ p \equiv \sim q .\equiv. q \equiv \sim p$

$*4{\cdot}13\ \vdash :\ p \equiv \sim(\sim p)$ Zas. podw. przecz.

$*4{\cdot}14\ \vdash :.\ p.q.\supset.r :\equiv: p.\sim r.\supset.\sim q$

$*4{\cdot}15\ \vdash :.\ p.q.\supset.\sim r :\equiv: q.r.\supset \sim p$

$*4{\cdot}2\ \vdash .\ p \equiv p$ Id.

$*4{\cdot}21\ \vdash :\ p \equiv q .\equiv. q \equiv p$

$*4{\cdot}22\ \vdash :\ p \equiv q . q \equiv r .\supset. p \equiv r$

} Stos. $\equiv$ jest zwrotny, symetryczny, przechodni.

Streszcz. wykł. $\overline{\underline{XXI}}$.

$*4{\cdot}24 \vdash : p . \equiv . p.p$ } prawa tautologii dla mnożenia i dodawania logicznego.

$*4{\cdot}25 \vdash : p . \equiv . p \vee p$

$*4{\cdot}3 \vdash : p.q . \equiv . q.p$ prawo przemienności dla mnoż. log.

$*4{\cdot}31 \vdash : p \vee q . \equiv . q \vee p$ " " " dodaw. log.

$*4{\cdot}32 \vdash : (p.q).r . \equiv . p.(q.r)$ } prawa łączności dla mnoż. i dodaw. logicznego.

$*4{\cdot}33 \vdash : (p \vee q) \vee r . \equiv . p \vee (q \vee r)$

$*4{\cdot}34 \quad p.q.r . = . (p.q).r \quad Df$

$*4{\cdot}36 \vdash :. p \equiv q . \supset : p.r . \equiv . q.r$

$*4{\cdot}37 \vdash :. p \equiv q . \supset : p \vee r . \equiv . q \vee r$

$*4{\cdot}38 \vdash :. p \equiv r . q \equiv s . \supset : p.q . \equiv . r.s$

$*4{\cdot}39 \vdash :. p \equiv r . q \equiv s . \supset : p \vee q . \equiv . r \vee s$

Streszcz. wykł. $\overline{\underline{XXII}}$.

$*4{\cdot}4 \vdash :. p . q \vee r . \equiv : p.q . \vee . p.r$ (I prawo rozdzielności)

$*4{\cdot}41 \vdash :. p . \vee . q.r . \equiv : p \vee q . p \vee r$ (II " " ")

Streszcz. wykł. $\overline{\underline{XXIII}}$.

$*4{\cdot}42 \vdash :. p . \equiv : p.q . \vee . p.\sim q$

$*4{\cdot}43 \vdash :. p . \equiv : p \vee q . p \vee \sim q$

$*4{\cdot}44 \vdash :. p . \equiv : p . \vee . p.q$

$*4{\cdot}45 \vdash :. p . \equiv : p . p \vee q$

$*4{\cdot}5$ . . . . . .

$*4{\cdot}51 \vdash : \sim(p.q) . \equiv \sim p \vee \sim q$

. . . .

$*4{\cdot}56 \vdash : \sim p . \sim q . \equiv . \sim(p \vee q)$

$*4{\cdot}57$ . . . .

Sirenr. wyr. XXIV.

$*4{\cdot}6 \vdash : p \supset q . \equiv . \sim p \vee q$

. . . .

$*4{\cdot}67$ . . . .

$*4{\cdot}7 \vdash :. p \supset q . \equiv : p \supset p . q$

$*4{\cdot}71 \vdash :. p \supset q . \equiv : p \equiv p . q$ I. formuła zamiany impl. na równ.

Sirenr. wyr. XXV.

$*4{\cdot}72 \vdash :. p \supset q . \equiv : q . \equiv . p \vee q$ II. form. zamiany impl. na równ.

$*4{\cdot}73 \vdash :. q . \supset : p . \equiv . p . q$

$*4{\cdot}74 \vdash :. \sim p . \supset : q . \equiv . p \vee q$

$*4{\cdot}76 \vdash :. p \supset q . p \supset r . \equiv : p . \supset . q . r$

$*4{\cdot}77 \vdash :. q \supset p . r \supset p . \equiv : q \vee r . \supset . p .$

$*4{\cdot}78 \vdash :. p \supset q . \vee . p \supset r : \equiv : p . \supset . q \vee r$

$*4{\cdot}79 \vdash :. q \supset p . \vee . r \supset p : \equiv : q . r . \supset . p$

Sirenr. wyr. XXVI.

$*4{\cdot}8 \vdash : p \supset \sim p . \equiv . \sim p$

$*4{\cdot}81 \vdash : \sim p \supset p . \equiv . p$

$*4{\cdot}82 \vdash : p \supset q . p \supset \sim q . \equiv . \sim p$

$*4{\cdot}83 \vdash : p \supset q . \sim p \supset q . \equiv . q$

$*4{\cdot}84 \vdash :. p \equiv q . \supset : p \supset r . \equiv . q \supset r$

$*4{\cdot}85 \vdash :. p \equiv q . \supset : r \supset p . \equiv . r \supset q$

$*4{\cdot}86 \vdash :. p \equiv q . \supset : p \equiv r . \equiv . q \equiv r$

$*5{\cdot}1 \vdash : p . q . \supset . p \equiv q$

$*5{\cdot}21 \vdash : \sim p . \sim q . \supset . p \equiv q$

$*5{\cdot}11 \vdash : p \supset q . \vee . \sim p \supset q$

$*5{\cdot}12 \vdash : p \supset q . \vee . p \supset \sim q$

Streszcz. wykł. XXVII.

$*5.13 \vdash : p \supset q . \vee . q \supset p$

$*5.14 \vdash : p \supset q . \vee . q \supset r$

$*5.15 \vdash : p \equiv q . \vee . p \equiv \sim q$

$*5.16 \vdash . \sim (p \equiv q . p \equiv \sim q)$

Streszcz. wykł. XXVIII.

Powiedzieliśmy w zeszłym wykładzie ogólnie o funkcji prawdziwościowej sądów elementarnych. Funkcja prawdziwościowa sądów elementarnych posiada dwie charakterystyczne własności:

1) Argumentami jej są sądy elementarne,

2) wartość logiczna funkcji zależy jedynie od wartości logicznej argumentu,

czyli $$p \equiv q . \supset . f(p) \equiv f(q)$$

Widzieliśmy, że funkcjami prawdziwościowymi są wszystkie znane dotąd nam wyrażenia logiczne, $\sim p$, $p \vee q$, $p \supset q$, $p . q$, $p \equiv q$. i ich połączenia. Funkcje prawdziwościowe nazywa Russell także ekstensjonalnymi, w przeciwieństwie do intensjonalnych, które własności tej nie posiadają.

Całe znaczenie funkcji prawdziwościowej jest wyrażone w określeniu warunków pod którymi staje się ona albo prawdziwą albo fałszywą; mamy więc tyle funkcyj prawdziwościowych, ile sposobów można widzieć różne wartości funkcji dla ~~[illegible]~~ danych wartości argumentów. - Przypatrzmy się utworzeniu tą metodą wszystkich funkcyj prawdziwościowych dwóch argumentów; jest ich 16, tyle jest bowiem możliwych sposobów przyporządkowania dwóch wartości funkcji, czterem kombinacjom wartości argumentów: pq, $p{\sim}q$, ${\sim}pq$, ${\sim}p{\sim}q$,

Mielibyśmy napisać:

Strona wyk. XXIX

Zajmiemy się w ~~[illegible]~~ pierwszymi niektórymi równoważnymi funkcjami prawdziwościowymi spośród elementarnych. Mianowicie okazuje się, że:

$$f_1(p.q) . \equiv . ~~pvq~~ \; p \vee {\sim}p . q \vee {\sim}q$$

$$f_2(p.q) . \equiv . p \vee q$$

$$f_3(p.q) . \equiv . q \supset p$$

$$f_4(p.q) . \equiv . p \supset q$$

$$f_5(p.q) . \equiv . p / q . \equiv . {\sim}(p.q)$$ incompatibility

$$f_6(p.q) . \equiv . p$$

Stanowcz. uwag. XLVIII. I.

Przedstawicielom ~~Formalizmu~~ w ostatnim wypadku, przykład zastosowania metod badania indukcyjnego do zbudowania teorji tworzenia się rzeczy. Natomiast zaś przykładowy do pewnych ogólnych uwag dotyczących Millowskiej teorji rozumowania indukcyjnego. Przedewszystkiem zwrócić należało zaznaczyć, że w przedstawieniu metody metod Milla przyjmuje pewne sporne założenie. Treścią jego jest, że każdy skutek jest wywołany zawsze przez jedną, tę samą przyczynę i że zawsze da się on odgraniczyć wyraźnie od skutków innych przyczyn. Tego rodzaju ustalenie nie jest jednak wolne od zastrzeżeń. 1° Nie jest pewnym, by ~~jednak~~ każde zjawisko wywoływało zawsze jako skutek jednej i tej samej przyczyny. 2° skutki różnych przyczyn nie zawsze wyraźnie dadzą się od siebie odgraniczyć. Tak więc kanony nie zawsze wyraźnie ~~[illegible]~~ [illegible] ścisłe w ~~[illegible]~~ teorji metod badania indukcyjnego, ~~[illegible]~~ ogólnie ścisłe w ~~[illegible]~~ teorji metod badania indukcyjnego, [illegible] jako podstawy do zaw sposób przeprowadzenia obserwacji i eksperymentów jako podstawy do zastosowania metod niezależnych. Tajemniczo [illegible] [illegible] stosowania metod indukcyjnych ... [illegible] [illegible] [illegible], które wiążą same nie prowadzą do rzeczy [illegible] [illegible], jakkolwiek prawdopodobieństwo błędu zmniejsza się, że im więcej [illegible] przeprowadzimy [illegible] jednakże [illegible] przyczyny jako [illegible], a [illegible] [illegible] we wszystkich przypadkach [illegible]

Tych okolicznościach towarzyszących. Połączona metoda zgodności i różnicy oraz metoda różnicy nie zostają w niczem dotknięte przez okoliczność, że różne przyczyny wywołują ten sam skutek.

Mill formułuje swe metody indukcyjne jako metody wyznaczania związków przyczynowych. Jednakże okazuje się już z przykładów podawanych przez Millera, że znaczenie ich jest szersze; przykłady te dotyczą nie tylko związków przyczynowych, tyczących się zmiany, odbywających się w czasie, lecz także różnych od tychże zasadniczo, związków stałych, współrzędnych między współistniejącymi, niezmiennymi w czasie, cechami przedmiotów. Toteż jest rzeczą ważną, że metody Millera służą do wyznaczania nie tylko związków przyczynowych, lecz związków stałych w ogólności, podobnie jak i metody Bacona.

Jak pokazaliśmy w ostatnim wykładzie, metody badania indukcyjnego, sformułowane przez Milla dla wykrywania związków przyczynowych, mają znaczenie szersze. ~~Pierwsze~~ Stosunek przyczynowy w tem ~~ujęciu~~ rozumieniu, jakie nadaje mu Mill, sprowadza się do stosunku racji do następstwa, ponieważ (gdy) między przedmiotami A i B zachodzi stosunek przyczynowy, to między sądami, stwierdzającymi ~~ich~~ istnienie tych przedmiotów zachodzi też stosunek racji do następstwa. Oprócz tego także metody, ~~Milla~~ Mill nazywa metodami przyczyn, są metodami wykrywania racji do danych sądów i dadzą się zastosować do badania wszelkich wogóle zależności stałych, nie tylko zależności przyczynowych, ponieważ wszelkie związki stałe, podobnie jak związek przyczynowy, wyrażają się w sądach powszechnych ze sobą stosunkiem racji do następstwa. Metody indukcyjne służą do wykrywania racji dla danych następstw szczegółowych, co jest zgodne z tą teorją indukcji, według której jest indukcja rozumowaniem redukcyjnem, odwrotnem względem rozumowania dedukcyjnego.

Przejdźmy następnie do rozpatrywania wnioskowań, jakie daje indukcja, z pewnego szerszego punktu widzenia, ~~Jest Aro~~ w którym łączy się ona blisko z tzw. rozumowaniem przez analogję. Już Arystoteles dowi-

II.

nich tzn. sposoby rozumowania 1) od ogółu do szczegółu 2) od szczegółu do ogółu 3) od szczegółu do szczegółu. Ten trzeci sposób rozumowania nazywają powszechnie rozumowaniem (opartem) z analogii. Wyraz analogia w rozumowem znaczeniu oznacza równość stosunków liczbowych, przenośnie arytmetycznych, w znaczeniu szerszem oznacza ona równość lub podobieństwo stosunków jakichkolwiek, zachodzących między cechami jakichś lub przedmiotów, w znaczeniu zaś najszerszem nazywa się analogją (w potocznem znaczeniu) podobieństwo cech jakichkolwiek. Rozumowanie przez analogję polega na tem, że stwierdzając podobieństwo ~~pewnych~~ między cechami dwóch przedmiotów, wnioskujemy, iż także inne ich cechy są podobne. Rozumowanie takie nazywa się też rozumowanie ze szczegółu do szczegółu z tego powodu, że na podstawie obserwacji cech jednego przedmiotu, wywnioskowujemy coś o cechach ~~innego~~ drugiego przedmiotu, należy jednak zwrócić przytem, że rozumowanie to jest rozumowaniem uogólniającem, uogólnienie tyczy jednak nie zakresu przedmiotów, o których wnioskujemy, lecz zakresu cech, które pewien przedmiot, lub przedmioty uważane, posiadają. Z tego określenia wychodząc, Jevons nazywa różnicę między rozumow. niedoskonałem uogólniającem, a rozumowaniem przez analogję, różnicą stopniową: W pewnem objaśnieniu nawet zakres uogólnień, przy nieznanym tylko stosunku całości ogólnych, w drugim, według stosunku przypadków, jak gdyby całości ogólne. Prawdopodobieństwo indukcji oznacza się w indukcji ~~przedewszystkiem~~ naogół przy liczbie obadanych przypadków, a rozumie się przez analogię też przy stopniu podobieństwa, ~~których~~ badanych przypadków.

Termin uogólnianie w najszerszem znaczeniu oznacza, jak Jevons zauważył, dwa różne procesy logiczne, często jednocześnie występujące. Przedewszystkiem przez przechodzenie pewnej liczby obadanych przypadków do jednego pojęcia ogólnego, dzieje się to dzięki wykryciu między temi przypadkami podobieństwa. Drugi dzieje się przez przejście od pewnego naszego [illegible], albo obejmującego w pewnych szczegółowego, do pojęcia ogólniejszego, obejmującego sobą przypadki niezbadane, które [illegible] tym samym objaśnieniem. Przykładem [illegible] tego samego [illegible] uogólnienia pierwszego rodzaju jest [illegible] [illegible] tego, [illegible] przez ~~[illegible] [illegible] [illegible] [illegible]~~ uogólnienie Keplera [illegible], dzięki [illegible] ~~[illegible]~~ [illegible] z jemu [illegible] podobnemi, przyjęcie [illegible] tego ~~[illegible]~~ z jemu [illegible] [illegible] z [illegible] przypadkiem uogólnienia drugiego rodzaju wniosek [illegible] z [illegible] obserwacji, że każda linja prosta [illegible] z jednego [illegible] [illegible], ~~[illegible]~~ [illegible] i [illegible], i [illegible].

Podwojona była funkcja [illegible] doniosłości uogólnień

Logika mravnosti

1936 - 37

Arystotelesa teorja zdań modalnych.

1) W logice arystotelesowskiej rozróżnia się cztery typy zdań modalnych (προτάσεις τροπικαί, propositiones modales):

(I) Zdania o tem, co konieczne (τὸ ἀναγκαῖον, necesse),
„ „ co zdarza się (τὸ ἐνδεχόμενον, contingens),
„ „ co możliwe (τὸ δύνατον, possibile),
„ „ co niemożliwe (τὸ ἀδύνατον, impossibile).

W powyższem rozróżnieniu mamy do czynienia z dwoma podziałami. Podział pierwszy, obejmujący zdania o tem, co konieczne i o tem, co zdarza się, opiera się na podstawowem w metafizyce Arystotelesa rozróżnieniu formy i materji. Każda rzecz czyli substancja składa się według Arystotelesa z formy i materji. Forma jest istotą rzeczy; co należy do formy, to jest konieczne dla danej substancji, jak np. dla Sokratesa to, że jest śmiertelny; co należy do materji, to zdarza się, lecz jest dla substancji niekonieczne, jak np. dla Sokratesa, że jest syty lub że jest głodny. Zdanie przeto orzekające, że Sokrates jest śmiertelny, jest zdaniem o konieczności; natomiast zdanie „Sokrates jest głodny" jest zdaniem o tem, co zdarza się lecz nie jest konieczne, albo też — jak powiada się — jest przypadkowe (κατὰ συμβεβηκός). Termin „zdarza się" ma jednak drugie jeszcze znaczenie, w którem Arystoteles uważa za równoważne zdania „zdarza się, że p" oraz „nie jest konieczne, że nie-p" (p jest zdaniem stwierdzającem jakiś stan rzeczy). Jeżeli nie jest konieczne, że nie-p, to bądź jest konieczne, że p, bądź zdarza się, że p. Zatem termin „zdarza się" w drugiem, obszerniejszem, znaczeniu obejmuje zarówno to, co zdarza się w pierwotnem znaczeniu tego wyrazu, t. j. będąc przypadkowe, jak też to, co zdarza się, czyli jest faktycznie, a zarazem jest konieczne. Krótko mówiąc, co zdarza się, w obszerniejszem tego wyrażenia znaczeniu, obejmuje wszystko, co jest, będąc bądź konieczne bądź niekonieczne.

Przeciwstawienie zdań o tem, co możliwe i o tem, co niemożliwe, jest rozumiane u Arystotelesa również w dwojaki sposób. Według pierwszego sposobu podział ten jest podziałem wyczerpującym, mianowicie możliwe jest wszystko, co nie jest niemożliwe. Zatem zakres tego, co możliwe, obejmuje zarówno to, co konieczne, jak i to, co niekonieczne czyli przypadkowe. Przy tem przeto rozumieniu to, co możliwe, pokrywa się z tem, co zdarza się w drugiem — obszerniejszem znaczeniu. Według drugiego sposobu rozumienia możliwości możliwy znaczy tyle, co należący do materji, a zatem niekonieczny lub przypadkowy, materja bowiem jest „możliwością" ze względu na powstającą z niej substancję. Zdania o tem, co możliwe w tem drugiem znaczeniu, pokrywają się przeto ze zdaniami o tem, co zdarza się w pierwotnem, ciaśniejszem znaczeniu. Tak zatem oba znaczenia terminu „zdarza się" odpowiadają obu znaczeniom terminu „jest możliwe"; terminy „zdarza się" i „jest możliwe" są sobie równoważne, zarówno w ich ciaśniejszem, jak obszerniejszem znaczeniu.

2. Obok tego metafizycznego, bo dotyczącego przedmiotów, ujęcia sprawy biegnie ujęcie poznawcze zdań modalnych. Gdy tamto wywodzi się od Arystotelesa, to drugie nawiązuje raczej do tradycji platońskiej. Już u Platona podział wiedzy według przedmiotu, na wiedzę o ideach i wiedzę o przedmiotach materjalnych, łączy się z podziałem według kryterjum epistemologicznego na wiedzę rozumową i pewną (ἐπιστήμη, taką jest właśnie wiedza o ideach) oraz zmysłową wiedzę niepewną (δόξα, taką jest wiedza o przedmiotach materjalnych). To dawne rozróżnienie nabrało nowego znaczenia w racjonalizmie nowożytnym Descartes'a i Leibniza. W systemie Descartes'a ideje wrodzone w umyśle ludzkim, dotyczące istotnych cech przedmiotów, tworzą rozumową wiedzę pewną; natomiast ideje nabyte drogą zmysłów tworzą wiedzę niepewną. Leibniz w duchu kartezjańskim przeciwstawia verités de raison i verités de faits. Pewność wiedzy rozumowej jest ugruntowana w nas samych, w tem że nie możemy twierdzić inaczej, że rozum nasz zmusza nas do takich właśnie twierdzeń, gdyż zaprzeczenie ich prowadzi do sprzeczności. Prawdy takie właśnie przyjąć musimy zgodnie z naturą naszego rozumu i w tym przeto sensie są one konieczne — lecz konieczność to inna od owej objektywnej, o której mówił Arystoteles — konieczność poznawcza. W przypadku natomiast, w którym mamy do czynienia z wiedzą zmysłową, twierdzenie możemy bez sprzeczności przyjąć lub odrzucić, jest ono bowiem tylko możliwe, niekonieczne. To znaczenie konieczności i możliwości przyjął następnie Kant i związał je z zasadami swej epistemologji, z rozróżnieniem aprjorycznych i empirycznych składników poznania. Do dwóch zaś tak pojętych rodzajów sądów (Urteile) modalnych, sądów apodyktycznych i problematycznych, dołączył jako trzeci rodzaj sądy assertoryczne, nie zawierające określenia modalnego. Gdy przeto modalność zdań według Arystotelesa dotyczy przedmiotu dictum (zob. niżej) czyli zdanie modalne jest zdaniem o konieczności i t. p. owego przedmiotu, to według Kanta modalność dotyczy samego dictum: sąd modalnie określony nie jest sądem o konieczności lub możliwości, lecz jest sądem ze względu na treść swoją koniecznym lub możliwym dla istoty rozumnej.

W dalszych rozważaniach to poznawcze pojmowanie modalności nie będzie odgrywało roli. Będziemy zajmowali się wyłącznie pojmowaniem arystotelesowskiem.

3. Wyrażenia „jest konieczne", „zdarza się", „jest możliwe" i „jest niemożliwe" czyli „modi" występują w zdaniach modalnych jako orzeczenia, dla których podmiotem jest zdanie „dictum"; modus dotyczy tego stanu rzeczy, który w dictum został wyrażony. Zdania modalne o dictum „p" występują zatem u Arystotelesa w postaci następującej:

(II) Jest konieczne, że p — Jest możliwe, że p
Zdarza się, że p — Jest niemożliwe, że p.

Wprowadzając zaś przeczenie bądź w dictum, bądź w modus, bądź w obu jednocześnie, otrzymujemy 16 odmian zdań modalnych.

Logika scholastyczna, w myśl tablicy, którą podał Arystoteles w 13 rozdziale traktatu De interpretatione (περὶ ἑρμηνείας) układa wspomnianych 16 odmian zdań modalnych w cztery rzędy (ordines), tak iż w każdym rzędzie występują cztery zdania równoważne (terminy „zdarza się" i „jest możliwe" są przytem wzięte w znaczeniu

(III)

Rząd I (Amabimus):	Rząd II (Edentuli):
Jest możliwe, że p	Jest możliwe, że nie-p
Zdarza się, że p	Zdarza się, że nie-p
Nie jest niemożliwe, że p	Nie jest niemożliwe, że nie-p
Nie jest konieczne, że nie-p.	Nie jest konieczne, że p.
Rząd III (Iliace):	**Rząd IV (Purpurea):**
Nie jest możliwe, że p	Nie jest możliwe, że nie-p
Nie zdarza się, że p	Nie zdarza się, że nie-p
Jest niemożliwe, że p	Jest niemożliwe, że nie-p
Jest konieczne, że nie-p	Jest konieczne, że p

Tablica (III) jest tak ułożona, że w każdym rzędzie następują kolejno po sobie modi „jest możliwe", zdarza się", „jest niemożliwe", „jest konieczne". Wprowadzono oznaczenia u, a, e, i, na poszczególne typy jakościowe zdań modalnych wedle formuły:

(IV) Destruit u totum, sed a affirmat utrumque,
Destruit e dictum, destruit ique modum.

Według formuły (IV) zostały utworzone jako nazwy czterech ordines wyrazy mnemotechniczne Amabimus, Edentuli, Iliace, Purpurea. Tworzą one kwadrat logiczny, analogiczny do kwadratu logicznego zdań kategorycznych:

(V) Purpurea — Iliace
Amabimus — Edentuli

Zdania Purpurea-Iliace są przeciwne, Amabimus-Edentuli są podprzeciwne, Purpurea-Amabimus oraz Iliace-Edentuli są podrzędne, Purpurea-Edentuli oraz Iliace-Amabimus są sprzeczne.

4) Przyjmijmy wyrażenie „jest możliwe, że p" jako termin pierwotny i oznaczamy je symbolem Pp. Według Amabimus wyrażenie „zdarza się, że p" jest równoważne wyrażeniu „jest możliwe, że p" (Pp), według Iliace wyrażenie „jest niemożliwe, że p" jest równoważne wyrażeniu „nie jest możliwe, że p" (NPp) [1]), według Purpurea wyrażenie „jest konieczne, że p" jest równoważne wyrażeniu „nie jest możliwe, że nie-p" (NPNp). Związki kwadratu logicznego, wyrażone przez możliwość jako termin pierwotny, otrzymują postać następującą:

(Va) Podrzędność: Jeżeli u, to a — czyli: Jeżeli nie jest możliwe, że nie-p, to możliwe, że p (CNPNpPp);
Jeżeli i, to e — czyli: Jeżeli nie jest możliwe, że p, to możliwe, że nie-p (CNPpPNp);
Przeciwieństwo: Jeżeli u, to nie-i — czyli: Jeżeli nie jest możliwe, że nie-p, to nie jest niemożliwe, że p (CNPNpN(NPp));
Jeżeli i, to nie-u — czyli: Jeżeli nie jest możliwe, że p, to nie jest niemożliwe, że nie-p (CNPpN(NPNp));
Sprzeczność: u zawsze i tylko, jeżeli nie-e; e zawsze i tylko, jeżeli nie-u — czyli: Nie jest możliwe, że nie-p zawsze i tylko jeżeli nieprawda, że jest możliwe, że nie-p (ENPNpN(PNp));
Jest możliwe, że nie-p zawsze i tylko, jeżeli nie jest niemożliwe, że nie-p (EPNpN(NPNp))
i zawsze i tylko, jeżeli nie-a; a zawsze i tylko jeżeli nie-i — czyli: Nie jest możliwe, że p zawsze i tylko jeżeli nieprawda, że jest możliwe, że p (ENPpN(Pp)),
jest możliwe, że p zawsze i tylko, jeżeli nieprawda, że nie jest możliwe, że p (EPpN(NPp))
Podprzeciwieństwo: Jeżeli nie-a, to e — czyli: Jeżeli nie jest możliwe, że p, to możliwe, że nie-p (CNPpPNp);
Jeżeli nie-e, to a — czyli: Jeżeli nie jest możliwe, że nie-p, to możliwe, że p (CNPNpPp).

Wszystkie te związki wynikają z twierdzeń zwykłego rachunku zdań i z jednego twierdzenia specjalnego, które ma charakter aksjomatu dla terminu „jest możliwe" w szerszem znaczeniu, mianowicie:

[1]) Co do sposobu oznaczania symbolicznego por. Łukasiewicz, Elementy logiki matematycznej, Warszawa, 1929.

(VI) Jeżeli nie jest możliwe, że nie-p, to możliwe, że p — czyli: Jeżeli konieczne, że p, to możliwe, że p (CNPNpPp — necesse ad posse valet consequentia).

Powyższe twierdzenie jest według rachunku zdań równoważne z następującą alternatywą:

(VII) Możliwe, że p lub możliwe, że nie-p (APpPNp).

Związek odwrotny względem (VI) nie zachodzi:

(VIII) Nieprawda, że jeżeli możliwe, że p, to konieczne, że p. (NCPpNPNp, a posse ad necesse non valet consequentia),

innemi słowy:

(VIIIa) Przy pewnem p, możliwe, że p i możliwe, że nie-p, np. możliwe, że człowiek jest biały i możliwe, że człowiek nie jest biały [2]).

---

[2]) De interpr. 9, 18a, 28: Ἐπὶ μὲν οὖν τῶν ὄντων καὶ γενομένων ἀνάγκη τὴν κατάφασιν ἢ τὴν ἀπόφασιν ἀληθῆ ἢ ψευδῆ εἶναι,..... ἐπὶ δὲ τῶν καθόλου μὴ καθόλου λεχθέντων οὐκ ἀνάγκη.

5) Następujące twierdzenia dotyczą zależności między zdaniami modalnemi i kategorycznemi:

(IX) Jeżeli niemożliwe, że p. to nie-p (CNPpNp) [3]).

---

[3]) Met. IX, 3, 1047a, 12: τὸ δ᾽ἀδύνατον γενέσθαι ὁ λέγων ἢ εἶναι ἢ ἔσεσθαι ψεύσεται.

Stąd (po dozwolonem podstawieniu p/Np) wynika:

(X) Jeżeli konieczne, że p, to p (CNPNpp, a necesse ad esse valet consequentia).

Odwrócenie zaś związku (IX) przez kontrapozycję daje wynik:

(XI) Jeżeli p, to możliwe że p (CpPp, ab esse ad posse valet consequentia).

Natomiast nie są prawdziwe twierdzenia odwrotne:

(XII) Nieprawda, że jeżeli możliwe, że p, to p (NCPpp)

oraz

(XIIa) Nieprawda, że jeżeli możliwe, że nie-p, to nie-p (NCPNpNp),

co przez kontrapozycję równoważne jest twierdzeniu:

(XIII) Nieprawda, że jeżeli p, to konieczne, że p (NCpNPNp) [4]).

---

[4]) Met. IX, 3, 1047a, 20: ὥστε ἐνδέχεται δυνατὸν μὲν τι εἶναι μὴ εἶναι δέ, καὶ δυνατὸν μὴ εἶναι εἶναι δέ.

6) Była już o tem mowa, że Arystoteles nadawał terminom „zdarza się" i „jest możliwe" drugie jeszcze, ciaśniejsze znaczenie, w którem „jest możliwe, że p" znaczy tyle, co „nie jest niemożliwe, że p i nie jest konieczne, że p". Wprowadzamy na oznaczenie wspomnianych terminów w tem ciaśniejszem znaczeniu symbol Mp. Ustalamy przeto równoważność:

(XIV) Mp (możliwe, że p) zawsze i tylko, jeżeli nie jest niemożliwe, że p i nie jest konieczne, że p (EMpKPpPNp)[5]).

5) Anal. pr. I, 13, 32a, 18: λέγω δ'ἐνδέχεσθαι καὶ τὸ ἐνδεχόμενον, οὗ μὴ ὄντος ἀναγκαίου, τεθέντος δ'ὑπάρχειν, οὐδὲν ἔσται διὰ τοῦτ' ἀδύνατον· τὸ γὰρ ἀναγκαῖον ὁμωνύμως ἐνδέχεσθαι λέγομεν.

Podobnie zaś dla MNp (możliwe, że nie-p):

(XV) MNp zawsze i tylko, jeżeli nie jest niemożliwe, że nie-p i nie jest konieczne, że nie-p (EMNpKPNpPp).

Z twierdzeń (XIV) i (XV) wynika twierdzenie:

(XVI) Jest możliwe, że p zawsze i tylko, jeżeli jest możliwe, że nie-p (EMpMNp).

Twierdzenie (XVI) może być wzięte za aksjomat charakteryzujący termin Mp, podobnie jak twierdzenie (VII) dla terminu Pp.

7. W poprzednich rozważaniach traktowaliśmy „modi" jako funktory zdaniotwórcze od argumentu zdaniowego (dictum), czyli jako wyrażenia, które w zastosowaniu do dictum tworzą nowe zdanie, mianowicie zdanie modalne. Powstaje pytanie, jaki jest zakres argumentów dla funktorów modalnych; czy każde zdanie kategoryczne może stanowić dictum dla pewnego modus. Aby odpowiedzieć na to pytanie, trzeba wziąć pod uwagę, że arystotelesowski system logiki nie obejmuje zdań o indywiduach czyli zdań jednostkowych, lecz tylko zdania o terminach ogólnych. Wynika to z jego założenia, że zadaniem badania naukowego jest zdobycie wiedzy pojęciowej, a wyraża się między innemi w okoliczności, że zarówno arystotelesowska teorja wniosków bezpośrednich, jak i teorja syllogizmu, nie uwzględniają odrębności zdań jednostkowych. Zatem także zakres argumentów dla funktorów modalnych należy ograniczyć do zdań o terminach ogólnych. Zdania takie występują w dwóch typach. Do typu pierwszego należą zdania ogólne i szczegółowe postaci „każde S jest P" i „niektóre S jest P"; w zdaniach tych podmiot jest wzięty w supozycji zwykłej, t. zn. jako nazwa dla poszczególnych przedmiotów indywidualnych, należących do jego zakresu. Drugi typ zdań o terminach ogólnych tworzą t. zw. zdania generalne postaci „S jest P", jak np. „człowiek jest śmiertelny"; w zdaniach tych podmiot jest wzięty w supozycji formalnej, t. zn. jako nazwa rodzaju (przedmiotu ogólnego) S. Także w obrębie zdań tego typu rozróżnia Arystoteles zdania, w których „o tem, co ogólne, orzeka się ogólnie" (np. człowiek jest istotą rozumną) oraz zdania, ~~w których „o tem, co ogólne, orzeka się nieogólnie" (np. człowiek jest istotą rozumną) oraz zdania,~~ w których „o tem, co ogólne, orzeka się nieogólnie" (np. człowiek jest biały). Argumentami dla funktorów modalnych są zdania generalne. Albowiem zdanie generalne,

w którem o tem, co ogólne, orzeka się ogólnie, dotyczy tego, co jest dla podmiotu konieczne, natomiast zdanie generalne, w którem o tem, co ogólne, orzeka się nieogólnie, dotyczy tego, co jest dla podmiotu możliwe. Zdania generalne w obu swych odmianach, jak np. „człowiek jest istotą rozumną" i „człowiek jest biały", nie różnią się między sobą szatą słowną; zatem dopiero modus, dołączony do zdania generalnego, ujawnia, czy mamy do czynienia ze zdaniem ogólnem, czy nieogólnem, a mianowicie powiedzieć należy „jest konieczne, że człowiek jest istotą rozumną" — lecz „jest możliwe, że człowiek jest biały".

Jeżeli jest konieczne, że człowiek jest istotą rozumną, to wynika stąd w myśl (X), że człowiek jest istotą rozumną. Według arystotelesowskiej definicji prawdy prawdziwem jest zdanie, które stwierdza to, co jest — fałszywem, które stwierdza to, czego niema [6]). Zgodnie przeto z powyższą definicją, zdanie generalne ogólne, gdy stwierdza to, co jest, jest prawdziwe. Natomiast zdanie generalne nieogólne stwierdza nie to, co jest lub co nie jest, lecz jedynie to, co być może. Zdania generalne nieogólne nie podpadają przeto pod definicję zdań prawdziwych i fałszywych. Zdanie „człowiek jest biały" nie stwierdza ani tego, co jest, ani tego, czego niema, — a tak samo zdanie „człowiek nie jest biały"; nie można przeto o żadnem z nich twierdzić, ani że jest prawdziwe, ani że jest fałszywe.

Wysnuta ostatnio konkluzja nie została przez Arystotelesa wypowiedziana wyraźnie. Znajdujemy u niego jedynie słabsze twierdzenie, iż odnośnie do zdań generalnych nieogólnych nie jest koniecznem, by stwierdzenie i zaprzeczenie wykluczały się wzajemnie [7]). Jednakże będzie ona na miejscu dla zrozumienia wywodów Arystotelesa, dotyczących zdań jednostkowych o przyszłości.

W świetle powyższych ustaleń arystotelesowska teorja zdań modalnych okazuje się całkowicie zgodną z jego teorją zdań kategorycznych. Obie teorje dualnie sobie odpowiadają (przez odpowiedniość dualną rozumiemy takie odpowiadanie sobie dwóch teoryj, według którego każde twierdzenie jednej, przekształcone stosownie do zasad owej odpowied~~zial~~ności, daje twierdzenie dugiej z tych teoryj). Zdanie modalne „jest konieczne, że człowiek jest istotą rozumną" jest modalnym odpowiednikiem zdania kategorycznego „każdy człowiek jest istotą rozumną", zdanie modalne „jest możliwe (zdarza się), że człowiek jest głodny" jest podobnie odpowiednikiem zdania kategorycznego „niektórzy ludzie są głodni".

---

[6]) Met. IV, 7, 1011b, 26: τὸ μὲν γὰρ λέγειν τὸ ὂν μὴ εἶναι ἢ τὸ μὴ ὂν εἶναι ψεῦδος, τὸ δὲ τὸ ὂν εἶναι καὶ τὸ μὴ ὂν μὴ εἶναι ἀληθές.

[7]) Por. j. w. ad 2.

Takie rozumienie zdań modalnych zostaje poparte przez szereg wynikających zeń konsekwencyj. Odpowiedniość między zdaniami o konieczności a zdaniami ogólnemi i zdaniami o możliwości a zdaniami szczegółowemi wyjaśnia nam tę okoliczność, że formy Purpurea, Amabimus, Iliace, Edentuli układają się w kwadrat logiczny, jak zdania kategoryczne. Kwadrat logiczny zdań modalnych jest przekładem kwadratu logicznego zdań kategorycznych z języka zdań kategorycznych na język zdań modalnych. Twierdzenia (VI), (VII) i (VIII) oraz (VIIIa) mogą być czytane zarówno dobrze jako twierdzenia dotyczące zdań o konieczności i możliwości, jak też jako twierdzenia, dotyczące zdań ogólnych i szczegółowych.

Twierdzenia (IX) — (XIII), podające związki między tem, co musi być, może być i jest, mają ten sam dualny charakter. Aby to spostrzec trzeba tylko pamiętać, że zdania o tem, co jest, zdania o faktach, są zdaniami jednostkowemi. Z prawdziwości zdania ogólnego wnioskujemy o prawdziwości zdania jednostkowego, z prawdziwości zdania jednostkowego o prawdziwości zdania szczegółowego. Odwrotnie zaś wnioskować nie można, ani z prawdziwości zdania szczegółowego nie można wnioskować, że prawdziwe jest zdanie jednostkowe, ani ~~tem mniej~~ z prawdziwości zdania jednostkowego o prawdziwości zdania ogólnego.

Zrozumiałą staje się również dwuznaczność pojęcia możliwości, którą wyraziliśmy przez wprowadzenie dwóch symboli Pp i Mp. Dwuznaczność ta odpowiada dwuznaczności w pojmowaniu zdań szczegółowych. Zdanie „niektóre S są P” można rozumieć bądź w znaczeniu węższem „tylko niektóre S są P”. Przy pierwszem rozumieniu zdań szczegółowych są one względem siebie podprzeciwne, co odpowiada związkowi (VII) zdań modalnych. Przy drugiem natomiast rozumieniu zdań szczegółowych, jeżeli tylko niektóre S są P, to także tylko niektóre S nie są P — i odwrotnie, co znów odpowiada związkowi (XVI), charakteryzującemu możliwość w ciaśniejszem znaczeniu terminu.

obszerniejszem jako „przynajmniej niektóre S są P”, bądź w znaczeniu

8. Pozostaje do rozpatrzenia kwestja modalności zdań jednostkowych. Podobnie jak w teorji syllogizmu zdanie jednostkowe może wystąpić zamiast zdania ogólnego, tak w teorji zdań modalnych zdanie jednostkowe pełni w pewnych przypadkach rolę zdania generalnego. Arystoteles rozróżnia w tym względzie zdania jednostkowe, dotyczące przeszłości lub teraźniejszości oraz zdania jednostkowe, dotyczące przyszłości.

O zdaniach jednostkowych, dotyczących przeszłości lub teraźniejszości stwierdza Arystoteles, iż „co jest, gdy już jest, jest ko-

735

nieczne" [8]). Innemi słowy zdanie jednostkowe omawianego typu wy-

[8]) De interpr. 9, 19a, 23: τὸ μὲν οὖν εἶναι τὸ ὂν ὅταν ᾖ, καὶ τὸ μὴ ὂν μὴ εἶναι, ὅταν μὴ ᾖ, ἀνάγκη.

raża konieczność; gdy już coś jest, to nie może nie być (co się stało, odstać się nie może, mówi przysłowie). Mamy tu dualny odpowiednik tego, iż w obrębie zdań kategorycznych, w teorji syllogizmu, zdania jednostkowe są traktowane jako zdania ogólne.

Inaczej natomiast ma się rzecz odnośnie do zdań jednostkowych, dotyczących przyszłości. Wśród zdarzeń przyszłych są zdarzenia możliwe, to jest takie, które mogą zarówno nastąpić, jak nie nastąpić. Zdania o tego rodzaju przyszłych zdarzeniach są zdaniami jednostkowemi o tem, co możliwe, tak samo, jak w obrębie zdań generalnych zdania, w których o ogólnym podmiocie orzekamy nieogólnie. Zdania „jutro odbędzie się bitwa morska" (które Arystoteles przytacza jako przykład zdania o zdarzeniu możliwem w przyszłości) i „człowiek jest biały" mają to wspólne, że przedmiot ich (jutrzejsza bitwa, białość w stosunku do człowieka) nie jest aktualnością lecz możliwością, zatem o obu zdaniach zarówno nie można orzekać, że są prawdziwe lub fałszywe [9]). Zarazem zaś zdanie jednostkowe o moż-

[9]) De interpr. 9, 19a, 28: εἶναι μὲν ἢ μὴ εἶναι ἅπαν ἀνάγκη, καὶ ἔσεσθαί γε ἢ μή· οὐ μέντοι διελόντα γε εἰπεῖν θάτερον ἀναγκαῖον.

9, 19a, 39: ὥστε δῆλον ὅτι οὐκ ἀνάγκη πάσης καταφάσεως καὶ ἀποφάσεως τῶν ἀντικειμένων τὴν μὲν ἀληθῆ τὴν δὲ ψευδῆ εἶναι· οὐ γὰρ ὥσπερ ἐπὶ τῶν ὄντων, οὕτως ἔχει καὶ ἐπὶ τῶν μὴ ὄντων μὲν δυνατῶν δὲ εἶναι ἢ μὴ εἶναι, ἀλλ' ὥσπερ εἴρηται.

liwości, taksamo jak zdanie generalne nieogólne, spełnia wszystkie związki, które stwierdziliśmy poprzednio dla możliwości.

Okazuje się zatem, że zdanie jednostkowe może występować jako dictum, zarówno dla modus konieczności, jak i możliwości, i jest wówczas traktowane jako szczególny przypadek dictum generalnego [10]).

[10]) Opracowania zagadnienia zdań modalnych:

Brunschvicg, La modalité du jugement. Paris 1897.

Zawirski, O modalności sądów. Lwów 1914.

Dominczak, Les jugements modaux. Louvain 1923.

Łukasiewicz, Uwagi filozoficzne o wielowartościowych systemach rachunku zdań. Warszawa 1930.

Becker, Die Aristotelische Theorie der Möglichkeitsschlüsse. Berlin 1933.

(1933/34, trim. III.)

Logika modalności.

1.

24/4. W dotychczasowych naszych rozważaniach zajmowaliśmy się zdaniami prawdziwemi i fałszywemi i połączeniami tych zdań przez koniunkcję, alternatywę, implikację itp. Przejdziemy obecnie do jednej z najstarszych części logiki dawnej, do której należy teorja tzw. zdań modalnych. Podstawy tej teorji dał Arystoteles w pismach Peri hermeneias i Analytica priora - zajmując się tam [illegible] teorją badaniami Arystotelesa - związanemi z pojęciami konieczności i możliwości. Mówimy o tym coś więcej, bo tej metafizyki.

W logice Arystotelesowskiej rozróżnia się [illegible] cztery zdań modalnych,

1) o konieczności (τὸ ἀναγκαῖον, necesse)

2) o przypadkowości (dowolności) (τὸ ἐνδεχόμενον, contingens)

3) o możliwości (τὸ δυνατόν, possibile)

4) o niemożliwości (τὸ ἀδύνατον, impossibile)

~~Ściśle~~ Powyższe rozróżnienie łączy się z owemi przeciwstawieniami, charakterystycznemi dla metafizyki Arystotelesa, z rozróżnieniami aktualności i możliwości oraz tego, co istnieje, i tego, co przypadkowe. Każda rzecz składa się wg. Arystotelesa z materji i formy. Materja

737

jest ze względu na odmiany „możliwości" - formą tym, co tylko możliwości odpowiadają. Forma jest zarazem istotą rzeczy - co należy do formy, to jest konieczne dla danej istoty; w każdej rzeczy wyróżnimy mogą cechy istotne - konieczne i cechy przypadkowe - niekonieczne. Owe cechy przypadkowe są właśnie tym, co jest contingens, τὸ ἐνδεχόμενον, to one możliwe i zarazem niekonieczne.

Z drugiej strony możliwym jest wszystko, co nie jest niemożliwym, a tym znaczeniu jest możliwym także i to, co konieczne. Terminu τὸ ἐνδεχ. jest używany przez Aryst. w dwojakim znaczeniu, jako, i dwóch tych możliwości - drugie pokrywa się z tym, co możliwe.

Wyrażenia modalne mają u Arystotelesa postać następującą

p - jest konieczne
- jest niekonieczne
- jest możliwe
- jest niemożliwe
- jest dopuszczalne (?)
- jest wiadome.-

„modus" występuje w nich jako orzeczenie, dla którego podmiotem „dictum" jest zdanie, którego modalność rozważamy. Przyjęcie samo zdanie stoi zwykle w inwersji ścisłej; t.zn. „wiedzy" dającej tego stanu rzeczy, który w zda-niu został wyrażony.

Jednakowoż z tym metafizycznym ujęciem wiążą się od razu pewne powiązania. Wiemy, że dla Sokratesa, Platona, Arystotelesa, ideałem wiedzy była wiedza pewna, i że ~~[illegible]~~ zarazem wiedza, dotycząca istoty rzeczy, uważana była za taką wiedzę pewną. Ten ideał wiedzy pewnej urzeczywistnia także racjonalizm nowożytny i tutaj też wiedzy pewnej była przedmiotem wiedza o tym, co konieczne. Jednakże w owym historycznym przeciwsta-wienie arystotelesowskich cech istotnych i przypadkowych zostało zastą-pione przez przeciwstawienie ogólnie w klasycznym epistemolo-gicznym: wiedzy rozumowej i empirycznej. Wiedza rozumowa dotyczy tego, co konieczne i jest wiedzą pewną, wiedza empiryczna ma za przed-miot to, co przypadkowe i jest wiedzą niepewną. Wiedza pewna jest od doświadczenia niezależna, jej pewność jest ugruntowana niejako w ~~[illegible]~~ nim samym, w tym, że nie możemy myśleć inaczej;

że rozum nasz zmusza nas do takich właśnie sądów, ~~gdy~~ kie-
dy takie właśnie uznajemy racjami, zgodnie z naturą naszego rozumu.
w tym znaczeniu są one konieczne - lecz konieczność ta inna
od owej, obiektywnej, o której mówił Arystoteles, konieczności ze-
znaczenia. W przypadkach, w których mamy do czynienia z niekonie-
czny, przypadkowy, bo możemy myśleć jego odwrócenie - jest on bowiem
tylko możliwy - niekonieczny. Takie znaczenie ma podział kan-
towski sądów modalnych na apodyktyczne i problematyczne; do tych
dwu kategorii sądów modalnych, dołącza Kant trzecią kategorię
sądów asertorycznych - nie zawierających określenia modalności.
Gdy więc modalność sądu wg. Arystotelesa dotyczy orzeczenia
dictum - sąd modalny jest sądem o konieczności itp. swego orzecze-
nia, to według Kanta modalność dotyczy samego sądu - sądu,
sąd modalny nie jest sądem o konieczności - jest sądem koniecz-
nym lub możliwym dla nas ze względu na treść swoją.

W logice Arystotelesowskiej mamy następującą tablicę są-zdań modalnych:

Jest możliwe, że p — Nie jest możliwe, że p

Jest możliwe, że nie p — " " że nie p.

Jest dopuszczalne, że p. — Nie jest dopuszczalne, że p.

" , że nie p — " , że nie p

Jest konieczne, że p — Nie jest konieczne, że p

" , że nie p — " " , że nie p

Do tych dwunastu odmian dołączmy czwartą serię czyli - która z nich wyraźnie zbędna:

Jest niemożliwe że p — Nie jest niemożliwe, że p

" że nie p — " , że nie p

Między nimi zachodzą ścisłe równoznaczności. Tworzą ~~[illegible]~~ je w cztery wiązki (ordines)

Ordo I: Jest możliwe, że p
Jest dopuszczalne, że p
Nie jest niemożliwe, że p
Nie jest konieczne, że nie p

 741

Odd. II. Jest możliwe, że nie p

Jest dopuszczalne, że nie p

Nie jest niemożliwe, że nie p

Nie jest konieczne, że p

Odd. III. Nie jest możliwe, że p

Nie jest dopuszczalne, że p

Jest niemożliwe, że p

Jest konieczne, że nie p

Odd. IV. Nie jest możliwe, że nie p

Nie jest dopuszczalne, że nie p

Jest niemożliwe, że nie p

Jest konieczne, że p

Tablica powyższa tym także wskazuje, że zachodzą relacje w obrębie modi: możliwy, dopuszczalny, niemożliwy, konieczny.

Wprowadzając oznaczenia E I A U na poszczególne typy zdań modalnych według formuły:

Destruit u totum, sed a affirmat utrumque.

Destruit e dictum, destruit i que modum, otrzymujemy krótko na oznaczenie czterech odmian zmienno-łacińskie wyrazy: Amabimus, Edentuli, Iliace, Purpurea.

2\. 25/4. Wszystkie rozumowania podane poniżej mogą służyć do ustalenia wzajemnego związku, gdy wyrazimy jeden z nich — „jest konieczne" — za pomocą

jest możliwe = P jest niemożliwe = I jest przypadkowe = C jest konieczne N

1) $Ip = \cancel{Np}\ N\sim p$ 2) $Pp = \sim(Ip)$

3) $Cp = Pp$

lecz można według innego wyrażenia 4) $C'p = \sim(Np) . \sim(Ip)$
$= \sim Np . Pp$
$= \sim Np . \sim N\sim p$

ale odnośnie tradycji logicznej:

	Purpurea $\sim P\sim p$, Np	Iliace $\sim Pp$, $N\sim p$
α)		
	Amabimus Pp $\sim N\sim p$	Edentuli $P\sim p$, $\sim Np$

(Pomijamy tutaj C oraz I, ponieważ sprowadzają się one wprost do P)

3\. 26/4. Osobnego omówienia wymaga jednak zdanie $C'p$. Ponieważ ono ciekawy związek: $C'{\sim}p = {\sim}N{\sim}p \,.\, {\sim}N{\sim}{\sim}p$,

a więc według 4): 5) $C'p = C'{\sim}p$

Twierdzenie, że p jest dopuszczalne, jest równoważne twierdzeniu, że ${\sim}p$ jest dopuszczalne.

6) ${\sim}C'p = Np \vee N{\sim}p = {\sim}P{\sim}p \vee {\sim}Pp$

7) $Np \supset Pp$. 8) $C'p \supset Pp$ 9) $Np \supset {\sim}C'p$

9a) $C'p \supset {\sim}Np$

analogiczne wnioski dla ${\sim}p$.

10) $Np \supset p$ 11.) $Pp \supset {\sim}p$

12) $p \supset Pp$ natomiast między p i $C'p$ niema związku implikacji. –

~~Sylogizmy modalne:~~

$N(A\,a\,B) = (x)(x \varepsilon A \supset N.\, x \varepsilon B)$ = Każde A musi być B

$N(A\,e\,B) = (x)(x \varepsilon A \supset N.\, x \varepsilon -B)$ = Żadne A nie może być B.

$N(A\,i\,B) = (\exists x)(x \varepsilon A .\, N.\, x \varepsilon B)$ = Niektóre A ~~mogą~~ muszą być B

$N(A\,o\,B) = (\exists x)(x \varepsilon A .\, N\, x \varepsilon -B)$ = " " muszą nie być B.

Analogicznie dla funkcji P oraz C i C'

4. 9. 744

28/4. Kwadrat logiczny (według α nr. 7)

β_1)

$$N(AaB) \qquad N(AoB)$$

$$P(AaB) \qquad P(AoB)$$

β_2) $N(AeB)$ $N(AiB)$ $P(AeB)$ $P(AiB)$ β_3) $N(AaB)$ itd. to samo!

Inne wnioski:

~~13) $N(AaB) \supset N(AiB)$~~

13) $P(AaB) \supset P(AiB)$ 14.) $P(AeB) \supset P(AoB)$

13a) $C'(AaB) \supset C'(AiB)$ 14a) $C'(AeB) \supset C'(AoB)$

15) $C'(AaB) \equiv C'(AeB)$ 16) $C'(AiB) \equiv C'(AoB)$

17) $C'(AaB) \supset C'(AoB)$ 18) $C'(AeB) \supset C'(AiB)$

15) i 16) według 5).

Negacja C'

19) $\sim C'(AaB) \equiv N(AiB) \vee N(AoB)$ =

$N(AaB) \supset$

19a) $N(AiB) \supset \sim C'(AaB)$ 19b) $N(AoB) \supset \sim C'(AaB)$

20) $\sim C'(AiB) \equiv N(AaB) \vee N(AeB)$

20a) $N(AaB) \supset \sim C'(AiB)$ 20b) $N(AeB) \supset \sim C'(AiB)$

str. 19.

$$C'(A\,a\,B) = (x)(x \varepsilon A \supset C'.\, x \varepsilon B)$$

$$\sim\left[(x).(x \varepsilon A \supset C'.\, x \varepsilon B)\right] = (\exists x)(x \varepsilon A \,.\, \sim C' x \varepsilon B)$$

$$\sim C' x \varepsilon B = N x \varepsilon B \vee N \sim$$

Przykład sylogizmu modalnego:

$$\frac{\begin{array}{c} C'(M\,a\,P) \\ N(S\,i\,M) \end{array}}{C'(S\,i\,P)} \qquad \frac{\begin{array}{c} (x)(x \varepsilon M \supset C'.\, x \varepsilon P) \\ (\exists x)(x \varepsilon S \,.\, N.\, x \varepsilon M) \end{array}}{(\exists x)(x \varepsilon S \,.\, C' x \varepsilon P)}$$

Tak samo wygląda negacja $C'(AeB)$ i $C'(AoB)$ (tw. 15 i 16)

Negacja P i N (wtedy otrzymamy β i β_2)

Prawa konwersji:

21 $N(AiB) \equiv N(BiA)$ 22. $N(AeB) \equiv N(BeA)$

5.

1/5. a że 23) $N(AaB) \supset N(AiB)$ więc

mamy 24) $N(AaB) \supset N(BiA)$

obydwie prawa konwersji prostej i per accid. — w szczególności (?) $N(AoB)$ nie ulega konwersji —

Analogiczne prawa konwersji dla C' —

Sylogistyka możliwości zbudowana jest analogicznie do klasycznej, przy zastąpieniu terminów N, P, C' — i przy zastosowaniu praktyki 10) – 12)

Rozróżnienie konieczności i możliwości resp. przypadkowości

[illegible] konwencjonalnie [illegible] nie tylko [illegible] [illegible] [illegible]-

ścisłych, lecz prowadzi do rozszerzenia badań logicznych i innych jeszcze kierunków. Gdy nie rozróżniamy konieczności i możliwości - to mamy do czynienia z dwiema tylko alternatywami, że coś jest lub że coś nie jest, odpowiadającymi dwie kategorie: jako prawda i fałsz; gdy uwzględnimy do tych dwóch alternatyw dołączamy trzecią - że coś może być lub nie być - to tej odpowiadającą nie jest fałszem, ani prawdziwym - jest trzecie „trzecie". Konsekwencję tę uznał też już Arystoteles, uznawszy, że zdania o tem, co dopiero w przyszłości są obojętne wartości. Jednakowoż nie uznał z tego przeprowadzenia konsekwencji, która jego jest oparta na zasadzie „dwuwartości". Konsekwentnie przeprowadzony - z uwzględnieniem „możliwości" jest logika stoików (Chryzippa). Logika dla logiki odpowiadającej osobny trzeciej wartości nazwa była nieokreślonością lub niekonsekwencji.

~~Próby~~ ~~tego~~ Próby stworzenia systemu logiki trójwartościowej stamamy najnowszy etap rozwoju logiki; Podchodzono z jednej strony od Łukasiewicza (Uwagi filozoficzne o wielowartościowych systemach rachunku zdań 1930) - z drugiej strony od L. E. J. Brouwera - matematyka holenderskiego, wychodzącego od swojej ogólnej teorii w matematyce (1913, 1925).

Niezależnie od obu uczonych, Tadeusz Kotarbiński w rozprawie "Zagadnienie istnienia przyszłości" podał krótkie rozważania, które zmierzają w kierunku logiki trójwartościowej. Mianowicie w bezpośrednim związku z tym, że w zwyczajnym ~~[illegible]~~ [illegible] przyjęcia poglądu, że nie ma prawdziwe i fałszywe, że też nieprzesądzony jeszcze [illegible] podał w wątpliwość zasadę wyłączonego środka. Podważenie

6\. stanowiska determinizmu [illegible] przedmiotowym [illegible]. Kot. str. 137-146

2/5 ~~Zasadę~~ Prawo wyłączonego środka formułujemy tak:

Z dwóch zdań sprzecznych jedno jest prawdziwe; symbolicznie

$p \vee \sim p$

~~Zasada~~ Prawo to jest równoważne [illegible]; bo zdanie obrazowane nie są oba fałszywe.

718

Kotarbiński: Szkice praktyczne str. 137 /Zagadn.istnienia przysz

Zasada wyłączonego środka niechaj brzmi: Jeśli pierwszy z dwóch sądów sprzecznych jest fałszywy, to drugi jest prawdziwy, a jeśli drugi z nich jest fałszywy, to pierwszy jest prawdziwy. Innemi słowy, oba sądy sprzeczne nie mogą być zarazem fałszywe. Sądzi się przy tem pospolicie, że jeszcze innemi słowy ta sama zasada opiewać może: z dwóch sądów sprzecznych jeden albo drugi jest prawdziwy, coby znaczyło jeszcze inaczej: pośród pary sądów sprzecznych znajduje się sąd prawdziwy - możemy więc tylko nie wiedzieć, który jest prawdą, ale któryś z nich jest prawdą. Otóż weźmiemy pod uwagę dwa sądy jednostkowe, zgodziwszy się na to, że są sprzeczne. Niechaj brzmią A istnieje i A nie istnieje, albo takie A jest b i A nie jest b, w sensie A posiada cechę b i A nie posiada cechy b. Czyż wtedy uważnie interpretowana zasada wyłączonego środka stosownie do brzmienia pierwszych formuł daje prawo twierdzić, że jednak z tych ewentualności jest, istnieje, tylko co najwyżej nie wiadomo, która? Czy mamy prawo na jej podstawie utrzymywać, że jeden z tych sądów jest prawdziwy, skoro rzecz się ma tak, iż jeśli jeden jest fałszem, drugi jest prawdziwy? Sądzę, że nie. Bo zastanówmy się nad formą ogólniejszą tego dylematu. Jeśli jeden przedmiot M ma cechę x, to drugi przedmiot N ma cechę y - i jeśli drugi przedmiot N ma cechę x, to pierwszy przedmiot M ma cechę y. Z tego bynajmniej wysnuć się nie daje, że któryś z tych przedmiotów, M albo N, ma cechę y. Przykład potwierdza tę niezależność. Bo przecież naprawdę, jeżeli jedna czalka wagi opada na s sam dół, druga znajduje się na samej górze - i przytem, jeżeli druga opada na sam dół, pierwsza znajduje się na samej górze. Ale czyż z tego wynikać ma, że dana waga tym prawom podlegająca, ma jedną szalkę na samej górze? Bynajmniej - owszem możliwy jest wypadek, że szalki sąę równoważą nawzajem i obie nie są ani na górze ani na dole lecz w środku. W ogólnej formie dylemat ten rozstrztyga się na naszą korzyść , może więc tylko w szczegółowym wypadku, gdy omawianymi przedmiotami są nie bylejakie rzeczy, lecz sądy sprzeczne, a omawia nemi cechami nie byle co, lecz prawdziwość i fałszywość, może więc tylko w tym wypadku kwestjonowana zależność zachodzi? W ogólnym wypadku dysjunkcja jest niezupełna, w szczegółowym może zupełna? Dowodu na to nie widzę. Przeciwnie przykład sądów ani prawdziwych, ani łaszywych, gdy chodzi o przyszły przedmiot naszego wolnego czynu, stwierdza i dla tego wypadku niezależność drugiej formuły od pierwszej.

Przytaczają jednak pewien dowód, który należy uznać, jak sądzę, za pozorny. Dowodzą tak: Kto przypuszcza, że żaden z danych dwóch sądów sprzecznych nie jest prawdziwy, ten zgodzi się i na to, że żaden nie jest fałszem, bo gdyby który był fałszem, wówczas drugi na mocy założenia byłby prawdą. Zgoda: Lecz dalej - jeśli dany sąd mówią, nie jest fałszywy, to jest on prawdziwy. A więc oba sądy sprzeczne są prawdziwe, czemu znowu stoi na przeszkodzie zasada sprzeczności najszanowniejsza z zasad. I my z szacunkiem pochylamy głowę przed zasadą sprzeczności, ale wzywano jej imienia nadaremno. W tem rzecz właśnie, że sąd nie będący fałszem, nie jest jeszcze tem samem prawdą. I jeśli wyłączony środek, polimorficzna itota, ma się tu pojawić znowu pod postacią trzeciej ewentualności - w takim razie owszem, drzwi stoją dla niego otworem. Przychodzi ona jako prawy posiadacz i oswobodziciel - ten osobliwy charakter sądów ani prawdziwych ani fałszywych. Przeciwnik dowód swój budując musi go i w tej postaci odrzucić, lecz my położymy veto. Wyłączony środek w tych różnych, jak się mówi postaciach, nie jest to jeden środek w trzech osobach; owszem są to trzy zasady różne. Pierwsza więc: Jeśli jeden sąd sprzeczny jest fałszywy, drugi jest prawdą i vice-versa, innemi słowy dwa sądy sprzeczne nie mogą być zarazem fałszywe. Ta zasada ma kurs w naszem przedsiębiortswie. A nie jest ona równoważna temu, że jeśli jeden z dwóch sądów sprzecznych nie jest prawdziwy, to drugi jest prawdą - Bynajmniej! Druga zasada: z dwu sądów sprzecznych jeden jest prawdziwy, czyli w zbiorze dwóch sądów sprzecznych zawiera się sąd prawdziwy, a stąd można tylko nie wiedzieć, który jest prawdziwy, ale któryś prawdą jest. Ta zasada pod pierwszą nieprawnie się podszywa, tę odrzucamy. Trzecia wreszcie drugiej pokrewna: dany sąd jest albo prawdziwy albo fałszywy, lub jeśli nie jest fałszywy, jest prawdziwy, Tę odrzucamy też, uznając tylko, że albo jest prawdziwy, albo nie jest prawdziwy, albo jest fałszywy, albo nie jest fałszywy.

Cóż jednak koniec końców stwierdza sąd przeczący, a raczej, jak się zachowuje rzecz, którą prawdziwy sąd przeczący neguje? Bo o tem była już mowa, że przedmiot prawdziwego sądu twierdzącego jest, istnieje. Chyba więc przedmiot prawdziwego sądu przeczącego nie jest,

751

nie istnieje? Cóż dalej robi się z przedmiotem, jeżeli ~~przedmiot~~ sąd o nim twierdzący jest fałszywy? Bo ustalono wyżej, że gdy jest prawdziwy, to przedmiot istnieje. No dobrze, ale gdy nie jest nawet fałszywy, ale nie jest prawdziwy, to tak samo chyba przedmiot nie istnieje, skoro, gdy prawdziwy istnieje i odwrotnie, jak było dawniej powiedziane, gdy istnieje, sąd jest prawdziwy. A więc czyż nie na jedno wychodzi nieprawdziwość sądu twierdzącego i jego fałszywość? I wtedy i wtedy przedmiot sądu twierdzącego nie istnieje, tak samo zresztą jak nie istnieje, gdy sąd przeczący o nim jest p prawdą. A więc czyż nieprawdziwość jednego z sądów sprzecznych nie wystracza do tego, aby drugi z nich był prawdziwy? I gdzież się wtedy podzieje zasada sprzeczności? Plączą się myśli, ponieważ język jest niedołężny. Sprzeczność jest tylko maską w tej zabawie. Naprawdę jest jeszcze poza istnieniem i nieistnieniem trzecia ewentualność, podobnie jak pozatem, że lampa jest zwierzęciem, żywem i tem że lampa jest zwierzęciem nieżywem, leży jeszcze trzecia ewentualność, że lapma wcale nie jest zwierzęciem, podobnie jak poza jeleniem rogatym i jeleniem bez rogów są rzeczy, które wogóle nie są jeleniami. Oczywiście, jeśi coś jest jeleniem, to musi być z rogami albo bez orgów, jeśli lampa jest zwierzęciem to musi być albo żywa labo nieżywa w sensie umarłości. Zarówno wtedy, gdy mówimy o czemś, że żyje, jak że jest umarłesuponujemy, że jest wogóle organizmem. Podobnie wtedy, gdy mówimy o czemś, że istnieje, to coś stwierdzając, oraz gdy mówimy, że "nie istnieje" gdy negujemy, wydaąc sąd przeczący - suponujemy pewien warunek wspólny myćistnieniu i tzw. nieistnieniu. Ale można i ten warunek zanegowawać: powiedzieć, że lampa nie jest ani wzierzęciem żywem, ani zwierzęciem nieżywem, tylko że nie jest żadnem zwierzęciem, powiedzieć, że przedmiot dany wogóle ani jest, ani nie jest, tylko, że nie jest w innym szerszym sensie, że nie istnieje nawet to, co jest warunkiem, aby można było słusznie orzeć, że dany przedmiot nie jest w pierwszym sensie. Język tych rzeczy nie odróżnia tak, jak odrżNia jednak rzeczy ~~żywe~~ umarłe od poprostu nieżywych, nieżywe np. kamienie od umarłych ptaków. W tym sensie szerszym, w sensie pełnej negacji sądu twierdzącego, a nietylko częściowej, jaką jest sąd przeczący, mówimy zamiast rzecz nie jest, nie istnieje, rzeczy danej niema - lepiej: rzecz dana jest niezdecydowania - przeciwnie, kto stwierdza daną rzecz lub ją neguje, zawsze jednak w tem stwierdza, że rzecz dana jest zdecydowana, gotowa. Sąd co rzecz stwierdza, jest sądem twierdzącym, sąd, co ją neguje, mówi że nie istnieje, sądem przeczącym, sąd który orzeka, że ani ~~nie~~ istnieje ani nie istnieje, lecz że jest niezdecydowana, taki sąd nazwijmy poprostu sądem trzecim. Jeśli sąd trzeci jest prawdą, wówczas ani twierdzący sąd, ani przeczący nie są prawdami, ani też nie są fałszami. Jeśli sąd trzeci nie jest prawdąwówczas jeden z dwóch sądów sprzecznych , twierdzący lub przeczący, jest prawdą, drugi zaś fałszem, wówczas rzecz jest zdecydowana gotowa, jest taka a taka, taka znowu a taka nie jest, tak właśnie, jak wszystkie rzeczy minione. Pryska więc może w ten sposób miraż słowny, maska sprzeczności opada, niesprzeczne istnienie, wolna od sprzeczności twórczość/twórcza wolność ukazują się na jej miejscz znowu. Bryły dzielą się na organizmy i niezorganizowane bryły, organizmy tylko dzielą się na żywe i umarłe. Analogicznie wszystkie rzeczy dzeilą się na niezdecydowane i zdecydowane, gotowe, zdecydowane zaś na istniejące i nieistniejące. Analogicznie sądy dzielą się na sądy nazwane wyżej trzecimi, oraz sądy stwierzające gotowość przemiotu. Te włśnie tylko sądy dzielą się twierdzące i przeczące. Analogicznie sądy twierdzące /a tak samo przeczące/ dzielą się na nieoznaczone /ani prawdziwe ani fałszywe/ i oznaczone, te zaś dopiero na prawdziwe i fałszywe. Tylko pomiędzy gotowością a niezdecydowaniem przedmiotu, pomiędzy prawdzowiścią a fałszywością sądu trzeciego, to niezdecydowanie orzekającego, niema nic więcej. Każdy przedmiot jest albo gotowy, albo niezdecydowany, każdy sąd trzeci jest albo prawdą albo fałszem. Tu więc zyskuje twrałe schronienie zasada wyłączonego środka w drugiej postaci. Ale dopie o tu, nie jako zasada obowiązująca prawdę i fałsz każdego danego sądu, niezależnie dod jego przedmiotu, lecz jako obowiązująca specyfocznie prawdę i fałsz sądu trzeciego. Dalej pójść nie potrafimy. Żeby sobie uprzytomnić stan rzeczy, gdy warunku wspólnego istnienia i nieistnienia, gotowości niema, może koniecznie sięgnąć trzeba do introspekcji i wczuć się we własny stan przy pełni władz umysłowych, jawy, przytomności skupienia, kiedy na szczytach wysiłku ważny się decyzja.

Otóż się wydaje, że istnieją dwie „treści", to ~~[illegible]~~ ~~[illegible]~~
obu stanowiskom mamy wyjaśnienie. Według nich to stanowisko,
pozostaje rozumienie tylko stanowiskiem naszym, natomiast
stanowisko drugie, iż wszystkie tezy przy założeniu,
że p jest fałszywe

$$\sim p \supset p \vee \sim p$$

Możemy powiedzieć ogólnie, że gdyż twierdzenia tylko stanowisko-
wość, są zawsze w zgodzie z rozumowaniem jednak wyrażeniami;
że mianowicie jest prawdą lub fałszem. –

7.
5/5

Logika trójwartościowa Łukasiewicza

Łukasiewicz przyjął jako punkt wyjścia ~~[illegible]~~
~~[illegible]~~ następujące rozumowanie.

1.) Przyjmujemy według tr. ie, że $p \supset Pp$

2) Przyjmujmy, że są ~~[illegible]~~ zdania kontyngentne $\exists p . Cp$

ponieważ zaś $Cp = Pp . P\sim p$, przeto 2) $\exists p . Pp . P\sim p$.

3) Przyjąć musimy, że jeżeli coś jest, to nie może nie być,

"co wszystko zdarzyć się nie może", a jeśli czegoś nie ma, to

"już być nie może, ~~także stać się nie może~~ żadna zmiana tego nie

zachodzi.   3.) $p \supset \sim P \sim p$

3a) $\sim p \supset \sim P p$

3b. $Pp \supset p$

1.) 2) $\equiv . \ p \equiv Pp$

3. Pp / p ~~$\exists p \ Pp$~~ $\exists p . \ p \sim p .$ a więc sprzeczność.

To znaczy, że zastrzeżenie tego, co jest lub nie jest, [illegible]

nie, czyli [illegible] [illegible] determinizmu. – [illegible] [illegible] jest

[illegible] zastrzeżeniem tego, co jest lub nie jest.

Łatw. [illegible]: sprzeczność powstaje pod założeniem, że coś

p jest prawdziwe lub fałszywe, [illegible] [illegible] [illegible]

[illegible], że istnieją takie p, że $p \sim p$ nie jest fał-

szem. –

Zatem zdania prawdziwe i fałszywe [illegible] [illegible] ani

prawdziwe, ani fałszywe, tylko „trzecie"

Teorię [illegible] pod tym względem [illegible] M. Wajsberg (1932).

Cp Cwp q

½ ½ C½ C½ ½ 1

1 ½ C1 C0 ½ 1

½ 1 C½ C½ 1 1

Cu Cfq Cqr Cqr.

1½ ½ ½ 1½

½ 1 1½

½

15. ~~Zesta~~ 756

Zestawienie wzorów i twierdzeń logiki zdań Łukasiewicza:

Cpq Np

Definicje
01 Apq = CNpq (28)
02 Kpq = NCpNq (26 de Morg.)
03 Dpq = CpNq
04 Epq = NCCpqNCpq (01)

Aksjomaty:

8. 1) CCpqCCqrCpr (syll. 1)
8.5. 2) CCNppp (28)
3) CpCNpq

Matryce:

C	0	1	N
0	1	1	1
1	0	1	0

9.
9.5.

C	0	1/2	1	N
0	1	1	1	1
1/2	1/2	1	1	1/2
1	0	1/2	1	0

Definicje logiki trójw.

Matryce dla Apq Kpq

01' Apq = CCpqq

02' Kpq = NANpNq = NCCNpNqNq

~~Zob.~~ Teraz, które w logice dwuwartościowej są tylko możliwe:

 257

10. 9 CCqrCNpNp

12/5 40 $\sim(p \to p)$

25 $p \vee \sim p$

8 CCNppp 1/2

56 CKCpqCqrCpr

14 CCpqCCpNqNp

CCpKqNqNp

CCpΣqNqNp

A	0	1/2	1
0	0	1/2	1
1/2	1/2	1/2	1
1	1	1	1

K	0	1/2	1
0	0	0	0
1/2	0	1/2	1/2
1	0	1/2	1

Aksjomaty logiki trójwartościowej:

1. CqCpq
2. CCpqCCqrCpr
3. CCCpNppp
4. CCNqNpCpq +

11. 15/5 2 p/Cpq, q/CCqrCpr, r/s × C2–5

5. CCCCqrCprsCCpqs

$p \supset r . \supset . q \supset r : \supset s :. \supset p \supset q . \supset s$

$\sim(\sim p \vee q^r) \vee . q \supset r : \supset s :.$

$p . \sim q^r \vee . q \supset r$

[illegible]

[illegible]

5 q/Cqr , r/Csr , s/CCsqCpCsr × C 5 p/s, s/CpCsr – 6

6 CCpCqrCCsqCpCsr

p ⊃ . q ⊃ r : ⊃ :: s ⊃ q : ⊃ : p ⊃ . s ⊃ r

5 s/CCCprsCCqrs × C 2 p/Cqr, q/Cpr, r/s – 7

7 CCpqCCCprsCCqrs

p ⊃ q . ⊃ :. p ⊃ r . ⊃ s : ⊃ : q ⊃ r . ⊃ s

12.

16/5 2 p/q , q/Cpq * C1 – 8

8 CCCpqrCqr

p ⊃ q . ⊃ r : ⊃ . q ⊃ r

8 q/Cqr , r/CCsqCpCsr * C6 – 9

9 CCqrCCsqCpCsr

q ⊃ r . ⊃ :: s ⊃ q . ⊃ : p ⊃ . s ⊃ r

9 q/CCrNrr , s/q * C3 p/r – 10

10 CCqCCrNrrCpCqr

q ⊃ : r ⊃ ~r . ⊃ r :: ⊃ : p ⊃ . q ⊃ r

13.

17/5 10 q/CqCCrNrr , r/Cqr * C10 p/CCqrNCqr – 11.

11 CpCCqCCrNrrCqr

p ⊃ :: q ⊃ : r ⊃ ~r . ⊃ r :. ⊃ . q ⊃ r

11 p/CqCpq * C1 - 12

12 CCqCCrNrrCqr

$q \supset : r \supset Nr . \supset r : \supset . q \supset r$ Cfr. 10

5 p/CrNr, s/CCqrr * C 12 q/Cqr - 13

13 CCCrNrqCCqrr

14.

$r \supset Nr . \supset q : \supset : q \supset r . \supset r$

23/5 8 p/CrNr , r/CCqrr * C13 - 14

14. CqCCqrr $q \supset : q \supset r . \supset r$ modus ponens!

6 p/q, q/Cqr, s/p * C14 - 15

15. CCpCqrCqCpr $p \supset . q \supset r : \supset : q \supset . p \supset r$

15 p/Cpq, q/Cqr, r/Cpr * C2 - 16

16. CCqrCCpqCpr $q \supset r : \supset : p \supset q . \supset . p \supset r$

15 p/Cpq, q/CCprs, r/CCqrs * C7 - 17

17 CCCprsCCpqCCqrs Cfr 7:

$p \supset r . \supset s : \supset :. p \supset q . \supset : q \supset r . \supset s$

15 r/p * C1 q/p, p/q - 18

18 CqCpp

760

18 q/Cqcpp * C18 - 19

19 Cpp

8 p/Nq, q/Np, r/Cpq * C4 - 20

15. 20 CNpCpq Cfr. 1. (ld. uważanie niepodobieństwo ...) tylko implikacje ...

24/5 15 p/CNqNr, q/p, r/q * C4 - 2i

2i CpCCNqNpq dowód ...!

2i p/Cpp * C19 - 22

22 CCNqNCppq

8 p/Nq, q/NCpp, r/q * C22 - 23

16. 23 CNCppq z ... ...

~~24/5~~ 2 p/Np, q/Cpq * C20 - 24

29/5 24 CCCpqrCNpr p⊃q.⊃r:⊃.∼p⊃r

24 p/Np, q/NCpp, r/p * C22q/p - 25

25 CNNpp

4 q/NNp * C25p/Np - 26

26 CpNNp

7 p/NNq * C25p/q - 27

27 CCCNNqrsCCqrs ~~th~~ ∼∼q⊃r.⊃s:⊃:q⊃r.⊃s

76a

27 r/NCpp, s/Nq * C 22 q/Nq – 28

28 CCqNCppNq q⊃~.p⊃p:⊃~q cfr. 22

27 r/Np, s/CpNq * C 4 q/Nq – 29

29 CCqNpCpNq wzór transpozycji II

2 p/Cqr, q/CCpqCpr, r/s * C16 – 30

30 CCCCpqCprsCCqrs p⊃q.⊃.p⊃r:⊃s::⊃:q⊃r.⊃s (cfr. 5)

17.
30/5.

30 s/CCCprsCCpqs * C 2 p/Cpq, q/Cpr, r/s – 31

31 CCqrCCCprsCCpqs q⊃r⊃::p⊃r.⊃s:⊃:p⊃q.⊃s (cfr. 7)

31 r/NNq * C 26 p/q – 32

32 CCCpNNqsCCpqs p⊃~~q.⊃s:⊃:p⊃q.⊃s fr. 27

32 s/CNqNp * C 29 q/p, p/Nq – 33.

33 CCpqCNqNp pr. transpozycji III

31 p/Np, r/NNq, s/CNqNp * C 26 p/q – C 4 q/p, p/Nq – 33a

34 33a CCNpqCNqp pr. tr. IV

Twierdzenia które pomieściłem, oprócz tych [illegible] C, N,

21.

nie twierdzenia wzorów wyprowadzić dla funkcji A, K, E,

(Tarski: które tzw. liczbie ... ...)

Np. dowód twierdzenia p ⊃ . p ∨ −p

Apq = CCpqq   CpCCpNpNp

(uzasadn. odpowiednie wzór 15 CCpNqCqNp × 19 q/CqNq)

Dowód kilku wierszy

15 p/CqNp, q/p, r/Np * C19 p/CqNq − 35

18. 35 CpCCpNpNp

2/6. Zdanie „p jest prawdziwe", wyrażamy funkcją p

„ p jest fałszywe " " Np,

„ p jest możliwe " " CNpp

Zdanie „p jest prawdziwe" implikuje, że „p jest możliwe",

lecz nie odwrotnie (1 q/p, p/Np * 36)

36 CpCNpp   37 CNpCpNp

wynikają twierdzenia i zdania możliwe:

49 CCNqq CCpNpCpq

Metoda dla liczby niektórych ... wielowartościowej:

$Cpq = 1$, gdy $p \leq q$ $\qquad 0 \leq p, q \leq 1$

$Cpq = 1 - p + q$, gdy $p > q$ $\qquad Apq = CCpqq$

$Np = 1 - p$ $\qquad Kpq = NANpNq$

$Epq = KCpqCqp$

(Metodologiczne znaczenie systemów logiki wielowartościowej dla wykazania niezależności aksjomatów.)

L.E.J. Brouwer Amsterdam

764

Logika Brouwera (Intuicjonizm)

19. 6/6. Logika Brouwera wyrosła z rozważań dotyczących pojęcia istnienia w matematyce. Analogicznie, jak w teorji idei przedmiotów ab-strakcyjnych powstało i tam — w ostatnich czasach pytanie, czy między istnieniem i nieistnieniem jest jakieś trzecie [illegible] — nieokreśloność. ~~[illegible]~~ ~~[illegible]~~ W przeciwieństwie do formalizmu logicznego (Hilberta) kierunek ten zwiemy intuicjonizmem. –

Istnienie w matematyce wiąże się z nieograniczonością w ten sposób, że gdy mamy wykazać, że jakiś przedmiot matematyczny, jakaś liczba, jakiś zbiór, istnieje, to dąży się do wskazania ~~[illegible]~~ ~~[illegible]~~ by był on ograniczony. ~~[illegible]~~, ~~[illegible]~~ Można ~~[illegible]~~ wykazać po każdym przypadku, czy przedmiot matematyczny (definiujemy w przeciwnym) jest ograniczony, czy nieograniczony. Gdy ograniczony, to nie istnieje, ale czy istnieje, gdy nieograniczony. Rozpatrzmy kilka przykładów:

1.) W teorji mnogości definiuje się zbiory (mnogości) w ten sposób, że należą się elementy należącymi do zbioru. Może się zdarza-

Bywa, że mamy definicję zbioru, ale nie znamy jego ele-
mentów. T.zw. pewnik Zermelo (pewnik wyboru) brzmi: Jeżeli
mamy jakiś zbiór zbiorów 2/, to istnieje zbiór złożony z ~~utworzony z tak~~
~~wybranych, iż należy do niego~~ po jednym elemencie z każdego
zbioru Z. Definicja takiego zbioru nie zawiera określenia.
Czy istnieje zbiór M zanim [illegible], czy można otrzymać wybór
jego elementów, czy można nawet podać sposób takiego wy-
boru? Czy istnieje zbiór nieprzeliczalny, jeżeli nie potrafimy
podać jego elementów?
3) Liczby rzeczywiste (wymierne i niewymierne) przedstawiamy jako
pewien nieskończony ułamek dziesiętny o nieskończonej liczbie cyfr.
Liczbę taką otrzymamy określić, jeżeli potrafimy podać prawo
rozwinięcia jej, podając takie prawo określamy wszystkie
cyfry rozwinięcia; – czy jednak istnieją liczby rzeczywiste, dla
których prawa takiego podać nie można?
4) Liczby algebraiczne nazywamy te liczby, które są pierwiastkami
równania algebraicznego o współczynnikach całkowitych:

766

$$a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \dots + a_n x^n = 0$$

Liczba naturalna jest wyznaczona, jeżeli stwierdzimy, że założe-
nie, iż taka owa algebraiczna, prowadzi do sprzeczności. Można
~~wytłumaczyć~~ zapytać, czy zachodzi alternatywa: albo założenie, iż liczba jest
algebraiczna, prowadzi do sprzeczności, albo istnieje równanie algebraiczne,
którego ta liczba jest pierwiastkiem. – Nie można z góry wykluczyć
ewentualności, iż zarówno sprzeczności nie da się przeprowadzić, ale
też nie znajdziemy skonstruowanego równania, którego ta liczba byłaby
pierwiastkiem.

Na tle zagadnienia istnienia wyróżnia się dwa kierunki,
dwie te kierunki [illegible] dla kierunki w świat
matematyki, kierunki które Brouwer określa jako
formalizm i intuicjonizm (Du Bois Reymond idealizm i empiryzm,
Poincaré realizm i pragmatyzm, Jasinowski idealizm i realizm,
Platonizm i Arystotelizm.)

Formaliści twierdzą, że zbiór istnieje jeśli określony jest formalnie
jego definicją, w sensie Cantora, tzn. wykluczenie sprzeczności do zbio-

do zbioru, chociażbyśmy nie znali własności żadnego przedmiotu, wyjmując zaś tego dowolnie. Intuicjoniści twierdzą, że to nie wystarcza, że dopiero wtedy wolno uważać istnienie zbioru, gdy podamy przepis jego elementów. ~~Aks~~ Dlatego też odrzucają oni postulat Zermela; nie wymagają bowiem, by było wykazane, że istnieje w każdym przypadku jakieś prawo, określające przedmioty dowolnie jako rezultat wyboru.

2) W drugim przypadku dla formalistów niema przeszkody. Twierdzą, że istnieje liczba rzeczywista, której nie potrafimy określić. Intuicjoniści wstrzymują się od uznania istnienia liczby, dla której nie można podać określenia. Tych tutaj warunek istnienia: tylko istniejące według nich są te przedmioty, które dają się definjować zapomocą skończonej liczby wyrazów. Jest wszakże możliwa definicja, która nie składa się ze skończonej liczby wyrazów (paradoks Richarda):

Weźmy zbiór wszystkich liczb dziesiętnych, które można definjować zapomocą skończonej liczby słów. Zbiór ten oznaczmy E. Definjujemy teraz liczbę N w następujący sposób:

768

5. n-ty

Jeśli n-ty znak dziesiętny liczby zbioru Σ jest

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9,

to n-tym znakiem dziesiętnym liczby N będzie

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 1, 1

N jest więc różne od każdej liczby zbioru Σ, różni się bowiem od niej na n-tem miejscu, lecz żeby wypisać liczbę N trzeba nieskończenie wiele razy wykonać wskazane podstawienie. Żaden intuicjonista przeto ~~takiej liczby~~ nie zna przyznać, że taka liczba istnieje. –

3) Dla realisty wszystkie określone pojęcia istnieją. Natomiast dla intuicjonisty, dopóki nie wykaże się, że liczba jest bądź skoń- ~~wystarczy~~, ~~że liczba nie jest nieskończona~~ czoną, bądź nieskończoną, nie jest ~~pewne~~ prawdą, że jest ona jednym albo drugim – ~~nie jest już~~ intuicjonista nie uznaje ścisłej zasady wyłączonego środka.

Także w poprzednim wypadku różnica między formalistami a intuicjonistami sprowadza się do zagadnienia zasady wyłączonego środ-ka. Dla formalisty zaprzeczenie nie-twierdzenia ~~jest~~ będzie sprzeczności ~~nie~~-

istnienia. Twierdzenie nie stwierdza żadnego związku. Wyraże-
nie „nie istnienie" nie jest równoważne ze stwierdzeniem ~~nieistnienia~~.
Alternatywa między niemi jest wtedy tylko ważna, gdy ~~[illegible]~~ umie-
my przypisać wartość każdemu z jej członów. ~~[illegible]~~
~~[illegible], że [illegible]~~
~~[illegible] [illegible] [illegible], by [illegible] [illegible]; bez~~
~~[illegible] [illegible], [illegible] że prawdziwe jest [illegible], [illegible] za-~~
~~[illegible]~~.

Twierdzeniu zasady formalizmu, że ~~[illegible]~~ ~~[illegible]~~ [illegible]
jest prawdziwe to, co nie zawiera sprzeczności, [illegible] [illegible]
między prawdą i nieprawdziwością (tak jak w każdym [illegible] [illegible]-
niezależnym to, co jest tak jak stwierdzone, a nie jest, jest niemożli-
we. Ta zasada [illegible] [illegible] otóż, z [illegible] ~~[illegible]~~,
~~[illegible] [illegible] [illegible]~~: otóż:

α) że każde twierdzenie niesprzeczne (jest) będzie prawdziwe będzie wolne od
sprzeczności (trzecie)
β) że jeżeli (niemożliwe) jest, że p jest (niemożliwe) trzecie, to p prawdziwe.
γ) że wobec jakiejś (zakresu sprzeczności) jest trzecie, jest jest (niemożliwe) trzecie, że jest trzecie
(zakresu sprzeczności).

Niech będzie

p — p jest prawdziwe

p' — p jest [niemożliwe (niemożliwe wyprowadzenie)] fałszywe

p'' — jest (niemożliwe), że p jest (niemożliwe) fałszem, fałszywe

p''' — jest (niemożliwe), że p'' fałszem

Brouwer przyjmuje, 1) $p \supset p''$, natomiast według β otrzyma $p'' \supset p$.

Br. przyjmuje nadto, według zasady transpozycji

2) $p \supset q : \supset : q' \supset p'$ (tylko w jednym kierunku)

Wobec, stosując tę zasadę do 1) otrzymamy

3) $p \supset p'' : \supset : p''' \supset p'$, a według zasady odrywania

4) $p''' \supset p'$

wreszcie podstawiając w 1) ~~p/q~~ p/p' otrzymujemy

5) $\cancel{q' \supset q'''}$ $p' \supset p'''$

ostatecznie zatem według 4) i 5) $p' \equiv p'''$

Mamy zatem trzy wartości p, p' i p'', które otrzymujemy przez stosowanie ~~działania~~ operacji do niemożliwości, które odpowiada w logice Br. zaprzeczenie.

Oto jeszcze jedna konsekwencja:

Stosując tw. 2 możemy napisać

$$q' \supset p' : \supset : p'' \supset q''$$

wobec 1) $p \supset p''$, więc wnosząc się na zasadę syllog. otrzymamy

6) $$q' \supset p' : \supset : p \supset q''$$

ale nie jest prawdą, by $q'' \supset q$ – więc nie można otrzymać odwrotnej zasady transpozycji

$$q' \supset p' : \supset : p \supset q$$

wyrażenia $q' \supset p'$ i $p \supset q$ nie są tutaj równoważne, jak w logice zwyczajnej. Ale gdy z kolei zastąpimy q przez r', więc q'' przez r''', wobec 4 $r''' \supset r'$, to 6 daje nam wzór

6a) $$r'' \supset p' : \supset : p \supset r'$$

w takim jednak wypadku transponowane wyrażenia $r'' \supset p'$ i $p \supset r'$ są równoważne.

Wniosek – otrzymany przez Bo. – $q' \supset p' : \supset p \supset q$

jest podstawą dla używanego w matematyce dowodzenia

niewprost. N.p. chcemy udowodnić, że przekątne w ~~prostokącie~~ [równoległoboku] są równe: dowód jest niewprost, wykażemy, że ~~trójkąt~~ czworobok [równoległobok], którego przekątne nie są równe, nie jest prostokątem. Otóż

jeżeli rozumowanie takie uważamy za słuszne, natomiast ponieważ w nowej rozumowanie upada, gdy chcemy wykazać, że pewne zdanie wynika z negacji jakiegoś twierdzenia.

Matryca

C	0	$\cancel{\tfrac{1}{2}}\ t$	1	N
0	1	1	1	1
$t\ \cancel{\tfrac{1}{2}}$	0	1	1	0
1	0	$\cancel{\tfrac{1}{2}}\ t$	1	0

Matryce dla $\cdot, \vee,$

Dla objaśnienia naszego zarzutu uwagi się z tym, że trzecia wartość jest negacją negacji (t''). Jej negacja $p''' = p'$, podobnie, jak negacja p, gdyż $N\tfrac{1}{2} = 0$. Ta trzecia wartość jest „bliższa" 1 niż 0 ~~i wobec negacji w takie w wypowiedzeniu implikacji zachowuje się jak 1, względem w następniku implikacji daje wartość~~, bo może dać tylko prawdy, (w przypadku zdeterminowania pewnego obszaru istnienia) nigdy fałszu; ~~podczas~~ podczas gdy „mocniejszy" Arystoteles mógłby dać zarówno prawdę, jak fałsz. Stąd też, gdy wyjdziemy od wartości w przypadku implikacji, której następnikiem 0, implikacja przybiera wartość 0, a tylko gdy 1 w następniku implikacji, ~~której~~ której poprzednikiem 1, implikacja pozostaje nieokreślona.

Pomimo wielu tych różnic klasycznego z logiką intuicjonistyczną otrzymujemy następujące związki:

a) Jeżeli w logice klasycznej zdanie p jest prawdziwe, to w logice intuicjonistycznej p nie jest fałszywe.

b) Jeżeli zdanie q jest w logice klasycznej fałszywe, to jest fałszywe także w logice intuicjonistycznej:

§ 1. Definicje:

1.1. Definicja zdania: zdanie oznaczone ⊢, zdanie ⊢ ⊢.

1.2. Definicja koniunkcji, ⊢ p, ⊢ q, zatem ⊢ pq

1.3. Definicja odrywania: ⊢ p, ⊢ pq, zatem ⊢ q.

1.4, Każdy termin, który nie jest oznaczony jako stały, jest zmienny.

A. Heyting: Die form. Regeln der int. Logik (1930.)

Przyjmuje się cztery terminy pierwotne:

$p \supset q$, pq , $p \vee q$, $\neg p$

żaden z tych terminów nie da się zdefiniować przez inne, (inaczej niż w logice klasycznej), a to dlatego, iż odnośne prawa zachodzą jednostronnie:

4.46 $\neg p \vee q \supset . \; p \supset q$

4.9 $p \supset q . \supset \neg (p . \neg q)$

4.47 $p \vee q . \supset . \; \neg p \supset q$

4.91 $p \vee q . \supset . \; \neg(\neg p . \neg q)$

3.6 $p \vee q . \supset : p \supset q . \supset q$

4.92 $p . q \supset \neg(\neg p \vee \neg q)$

21.
916.

§1. Dyrektywy.

1.1. Dyrektywa asercji: $\vdash$ (ewentualnie $\vdash\vdash$)

1.2. " koniunkcji: $\vdash p, \vdash q$, wolno $\vdash pq$

1.3. " odrywania: $\vdash p, \vdash p \supset q$, " $\vdash q$

1.4. Każdy termin, który nie jest oznaczony jako stały, jest zmienny.

 775

1.5. Dyrektywa podstawiania.

1.6. Dyrektywa odrywania.

§2. $\supset$, $.$, $\equiv$, $=$,

2.1. $\vdash . p \supset pp$ prawo tautologii 41

2.11. $\vdash . pq \supset qp$ prawo komutacji 2
2.12 $\vdash . p \supset q . \supset : pr \supset qr$ prawo mnożenia 8.
2.13 $\vdash . p \supset q . q \supset r : \supset . p \supset r$ zas. sylogizmu 22.

2.14. $\vdash . q \supset . p \supset q$ ~~zas. symplifikacji 24b.~~

2.15 $\vdash . p . p \supset q . \supset q$

2.01 $p \equiv q . = . p \supset q . q \supset p$ D1.

22.

12/6. 2.2. $pq \supset p$ zas. symplifikacji 23a

2.21 $p \supset p$ (zas. tożsamości) 21.

2.22 $pq \supset q$ zas. symplifikacji 23b

2.23 $p \supset q . r \supset s : \supset : pr \supset qs$ prawo mnożenia 10

2.24 $p \supset q . p \supset r : \equiv . p \supset qr$ zas. komposycji 25

2.25 $q . p \supset r : \supset . p \supset qr$

2.26 $q \supset : p \supset pq$

2.27. $p \supset . q \supset r : \equiv . pq \supset r$ zas. importacji

2.27i $p \supset . q \supset r : \equiv : q \supset . p \supset r$

2.28 $p \supset \overset{r}{\cancel{q}} . \supset . pq \supset r$

2.28i $p \supset q . \supset : p \supset . r \supset q$ (2.28. 2.27. 2.13)

2.282 $p\,.\,pq\supset r :\supset .\, q\supset r$ (2.27, 2.12, 2.15)

2.29 $p\supset q .\supset : q\supset r .\supset .\, p\supset r$ (2.13, 2.27)

2.29i $q\supset r .\supset : p\supset q .\supset .\, p\supset r$ (2.29, 2.27i)

2.3 $pq\,.\,r .\supset .\, p\,.\,qr$ (2.2, 2.28^{I}, 2.21, 2.12^{II}, 2.24

2.3i $pq\,.\,r .\supset .\, qp\,.\,r$

2.32 $p\,.\,qr .\supset .\, pq\,.\,r$

Df. 2.02 $pqr = pq\,.\,r$

2.33 $pqr \equiv prq \equiv qpr$ itp.

23. 2.4 $p\supset q\,.\,q\supset r\,.\,r\supset s :\supset .\, p\supset s$

13/6.

§ 3. ∨,

3.1 $\vdash .\, p\supset .\, p\vee q$ zas. [illegible] 24a

3.11 $\vdash .\, p\vee q .\supset .\, q\vee p$ pr. permutacji 3.

3.12 $\vdash .\, p\supset r\,.\,q\supset r :\supset : p\vee q .\supset r$ zas. kompozycji 6

3.2 $p\vee q\,.\vee r .\supset .\, p\vee .\, q\vee r$

3.2i $p\vee .\, q\vee r .\supset .\, p\vee q\,.\vee r$

Df. 3.01 $p\vee q\vee r .=.\, p\vee q\,.\vee r$

3.22 $p\vee p .\supset p$ pr. Tautol. 5

3.3 $p\supset q\,.\,r\supset s :\supset : p\vee r .\supset .\, q\vee s$ pr. sumowania 11.

3.3i $p\supset q .\supset : p\vee r \supset .\, q\vee r$

777

3.32 $p \supset q . \supset : p \vee q \supset q$ 18

3.33 $p \vee q . \supset q : \supset . p \supset q$ 18

3.34 $p \supset q . \supset : p \vee r . \supset . q \vee r$ pr. dołączania 9.

3.35 $p \vee q \vee r . \supset . q \vee p \vee r . \supset . p \vee r . \vee q$ itd.

3.4 ~~pq~~ $pr \vee qr . \supset : p \vee q . r$ pr. dystrybucji odwr. 14.

3.41 $p \vee q . r : \supset . pr \vee qr$ pr. dystryb. 27.

3.42 $pq \vee r \equiv p \vee r . q \vee r$ zw. dystryb. 15

3.5 $p \supset q \vee r . q \supset s . r \supset t : \supset . p \supset s \vee t$

3.51 $p \supset q \vee r . q \supset s . r \supset s : \supset . p \supset s$

3.6 ~~[illegible]~~ $p \vee q . \supset : p \supset q . \supset q$ 3.32, 2.27

§ 4. $\neg$

4.1 $\vdash . \neg p \supset . p \supset q$ cfr. 2.14

4.11 $\vdash . p \supset q . p \supset \neg q . \supset \neg p$

Df. 4.01 $\neg\neg p = \neg(\neg p)$

4.2 $p \supset q . \supset . \neg q \supset \neg p$

2.23 $p/p \supset q, q/p \supset q, r/\neg q, s/p \supset \neg q$ *

2.21 $/p/p \supset q$. 2.14 $q/\neg q \supset$ I

I $p \supset q . \neg q : \supset p \supset q . p \supset \neg q$

2.13 $p/p \supset q . \neg q, q/p \supset q . p \supset \neg q, r/\neg p$ *

I . 4.11 $\supset$ II

II . $p \supset q . \neg q : \supset \neg p$

2.27 $\supset$ 4.2 +

24. 14/6.

4·2i $p \supset \neg q . \supset . q \supset \neg p$

2·2i) $p \supset \neg q . \supset . p \supset \neg q$

2·14) $q . \supset . p \supset q$

2·23) $p \supset \neg q . q : \supset . p \supset \neg q . p \supset q$ ×

2·11) $p \supset \neg q . p \supset q : \supset : p \supset q . p \supset \neg q$

4·11) $p \supset q . p \supset \neg q : \supset \neg p$ ×

Inne formy zas. transpoz. nie dadzą się wyprowadzić. Cfr. 4·11!

2·4××) $p \supset \neg q . q : \supset \neg p$

2·27) 4·2i

4·22 $p \supset q . \supset . \neg\neg p \supset \neg\neg q$

4·2) $p \supset q . \supset . \neg q \supset \neg p$ ×

4·2, 4·0i) $\neg q \supset \neg p . \supset . \neg\neg p \supset \neg\neg q$ ×

2·13××) 4·22

4·23 $pq \supset r . \supset p\neg r \supset \neg q$

2·27) $pq \supset r . \supset : p \supset . q \supset r$

4·2.) $q \supset r . \supset . \neg r \supset \neg q$

2·29i) $p \supset . q \supset r : \supset : p \supset . \neg r \supset \neg q$

2·27) $p \supset . \neg r \supset \neg q : \supset . p\neg r \supset \neg q$

2·13) 4·23.

25. 16/6.

4·24 $p \supset . q\neg q : \supset \neg p$

2·13) $p \supset . q\neg q : q\neg q \supset q :. \supset p \supset q$

2.27, 2.27i, 2.2 $p \supset q\neg q : \supset p \supset q$ ī

16.

2·13) p ⊃ q ~ q : q ~ q ⊃ ~ q :. ⊃ p ⊃ ~ q

2.27, 2.27i, 2,22) p ⊃ q ~ q . ⊃ . p ⊃ ~ q II

I . II . 2.24.) p ⊃ q ~ q . ⊃ : p ⊃ q . p ⊃ ~ q

4·11, 2. 13) 4·24.

4·3 p ⊃ ~ ~ p

4·2i ~ p ⊃ ~ p . ⊃ . p ~ ⊃ p . p ⊃ ~ ~ p

2·2i 4·3

4·3i ~ p ⊃ ~ ~ ~ p

4·3 (p/~p) 4·3i

4·32 ~ ~ ~ p ⊃ ~ p

2·14 ~ ~ ~ p ⊃ . ⊃ p ~ ~ ~ . p ⊃ ~ ~ ~ p

4·3 p ⊃ ~ ~ p

2·25 ~ ~ ~ p ⊃ : p ⊃ ~ ~ p . p ⊃ ~ ~ ~ p

2.13, 4·11 ~ ~ ~ p ⊃ ~ p

4.4 p ~ p ⊃ q

4·11 p ~ p ⊃ p . p ~ p ⊃ ~ p : ⊃ ~ (p ~ p)

4·2, 4·22 ~ (p ~ p) I.

4.1 ~ (p ~ p) ⊃ . p ~ p ⊃ q

I 4·4

26. $\qquad$ 17. $\qquad$ 780.

19/6. 20/6.

4·41 $\quad p \neg p \vee q . \supset q$

$\qquad$ 4·4, 2·2i, 3·12

4·42 $\quad p \vee q . \neg p : \supset q$

3·41 $\quad p \vee q . \neg p : \supset . p \neg p \vee q \neg p$ ×

4·41 $\quad p \neg p \vee q \neg p . \supset q \neg p$

2·2 $\quad q \neg p \supset q$

~~3·12 $\quad p \neg p \vee q \neg p \supset q$~~ ×

2·4 ~~2·13 ××~~ $\qquad$ 4·42

4·43 $\quad \neg p \supset . \neg q \supset \neg (p \vee q)$

4·42 $\quad p \vee q . \neg p : \supset q$

2.27, 2·27i $\quad \neg p \supset : p \vee q . \supset q$

4·2 $\quad p \vee q \supset q . \supset . \neg q \supset \neg (p \vee q)$

2·13 $\quad \neg p \supset . \neg q \supset \neg (p \vee q)$ $\quad$ 4·43

4·44 $\quad \neg (p \vee q) \equiv \neg p . \neg q$

4·2 $\quad p \supset p \vee q . \supset . \neg (p \vee q) \supset \neg p$

3·1 $\quad \neg (p \vee q) \supset \neg p$ $\quad$ I

4·2 $\quad q \supset p \vee p . \supset \neg (p \vee q) \supset \neg q$

3.1, 3·11 $\quad \neg (p \vee q) \supset \neg q$ $\quad$ II

I, II, 2·24 $\quad \neg (p \vee q) \supset \neg p \neg q$ $\quad$ a

4. 43. 2.27 $\quad \neg p \neg q \supset \neg (p \vee q)$ $\quad$ b

a. b. ~~2·01~~ 1·2 $\qquad$ 4·44

4.45 $p \vee \neg p . \supset . \neg\neg p \supset p$

4.42 $\neg p \vee p . \neg\neg p : \supset p$

2.27 4.45

Czy działanie odwrotne jest ważne?

Obie strony są równoważne inferencyjnie:

wedle 4.45 [illegible] każdą stronę daje się przez odwrócenie [illegible].

ponieważ daje się przez podstawienie $p/p \vee \neg p$

$\neg\neg(p \vee \neg p) \supset . p \vee \neg p$

a tylko wobec 4.8 $\neg\neg(p \vee \neg p)$ przez [illegible] $p \vee \neg p$

4.46 $\neg \overset{2}{p} \vee q . \overset{p/2,\ q/2\ 1}{\supset} . p \supset q$ (4.3, 2.12, 4.42, 2.27)

4.47 $\overset{2}{p} \vee q . \overset{p/2,\ q/2\ 1}{\supset} . \neg p \supset q$ (4.42, 2.27)

(Prawo de Morgana)

4.5 $qp \supset \neg p . \supset . q \supset \neg p$ (2.22, 2.24, 2.27, 4.11, 2.29i)

4.51 $p . \neg(pq) . \supset . \neg q$ (2.26, 4.2, 2.27)

4.511 $\neg\neg p . \neg(pq) . \supset . \neg q$ (4.51, 2.27, 4.2)

4.52 $\neg pq \supset . p \supset \neg q$ (4.51, 2.27.)

4.52i $p \supset \neg q . \supset \neg(pq)$ (2.12, 4.11)

4.53 $\neg p \vee \neg q . \supset . \neg(pq)$ (2.2, 4.2, 3.12)

4.521 $\neg(pq) . p \vee \neg p . \supset \neg p \vee \neg q$

 282

([illegible] [illegible])

4.6 $\neg\neg p . \neg\neg q \supset \neg\neg(pq)$ (4.52, 4.2, 2.27, 4.23)

4.61 $\neg\neg(pq) \supset \neg\neg p . \neg\neg q$ (2.2, 2.22, 4.22, 2.21)

4.62 $\neg\neg p \vee \neg\neg q \supset \neg\neg(p \vee q)$

4.63 $\neg\neg(p\vee q) . p \vee \neg p . \supset . \neg\neg p \vee \neg\neg q$

Zn. [illegible] [illegible]

4.8 $\neg\neg(p \vee \neg p)$

4.81 $\neg\neg(\neg\neg p \supset p)$

4.82 $p \vee \neg p \supset q . \supset . \neg\neg q$

4.83 $p \vee \neg p \supset \neg p . \supset . \neg p$ Zn. ~~[illegible]~~ [illegible] může být [illegible] [illegible] [illegible] [illegible]!–

$p/1$ $q/2$ 2 1

4.9 $p \supset q . \supset \neg(p . \neg q)$

$p/2$ $q/2$ 2 1

4.91 $p \vee q . \supset \neg(\neg p . \neg q)$

$p/2$ $q/2$ 2 1

4.92 $p . q \supset . \neg(\neg p \vee \neg q)$

Matrice:

0 - [illegible]
1 - [illegible]

$\neg$	0	1	2
	1	0	0

$\supset$	0	1	2
0	1	1	1
1	0	1	2
2	0	1	1

$\vee$	0	1	2
0	0	1	2
1	1	1	1
2	2	1	2

$\cdot$	0	1	2
0	0	0	0
1	0	1	2
2	0	2	2