

Königliches Gymnasium zu Konitz.

Schuljahr 1893|94.

73

Dreiundsiebzigster Jahresbericht

von dem

Direktor des Gymnasiums

Professor Dr. Robert Thomaszewski.

- Inhalt: 1) Der Koordinatenbegriff und einige Grundlehren von den Kegelschnitten von Professor Dr. Ignaz Praetorius;
2) Schulnachrichten von dem Direktor.



Konitz, 1894.

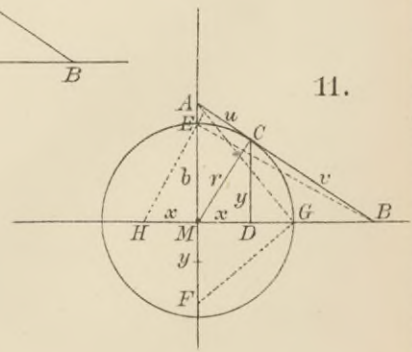
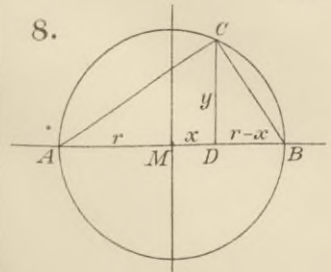
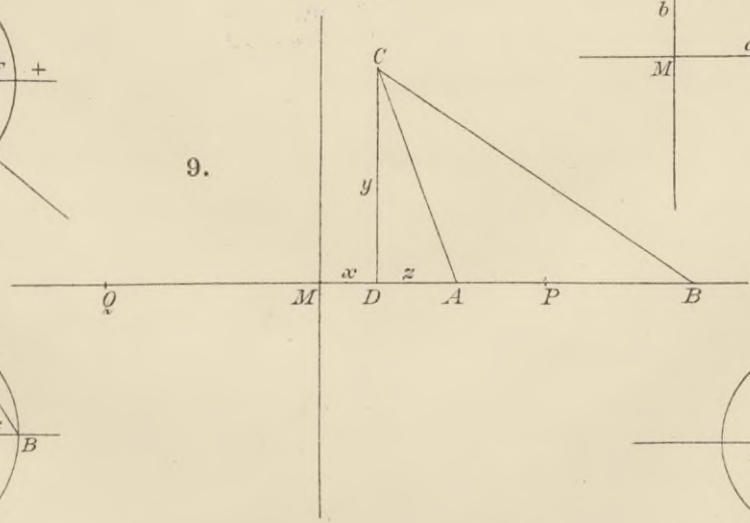
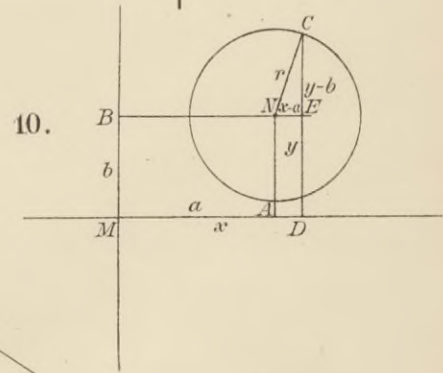
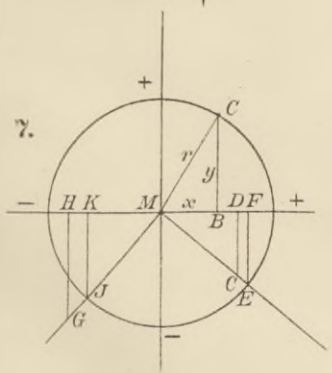
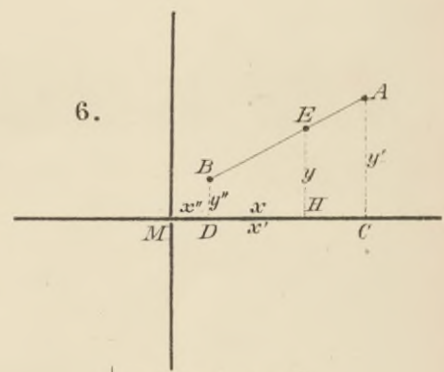
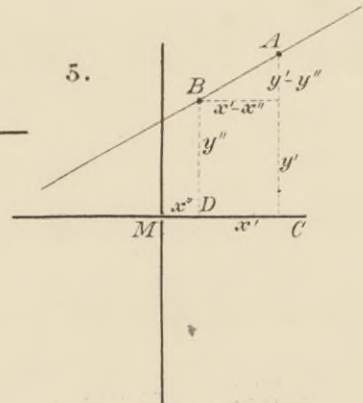
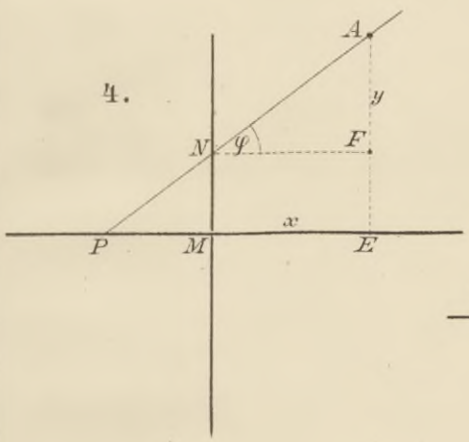
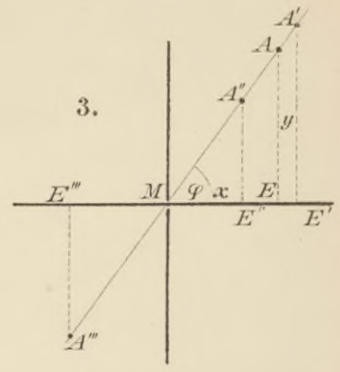
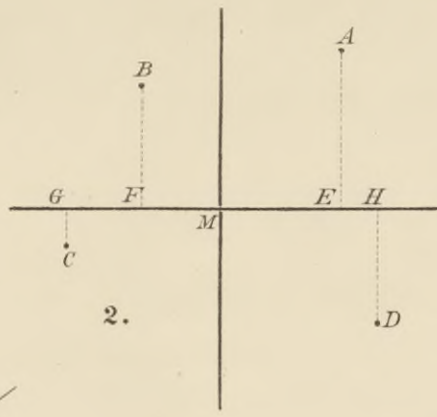
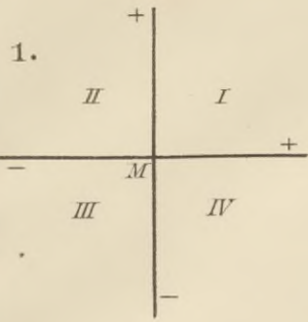
Fr. W. Gebauer Nachfl., Th. Kämpf.

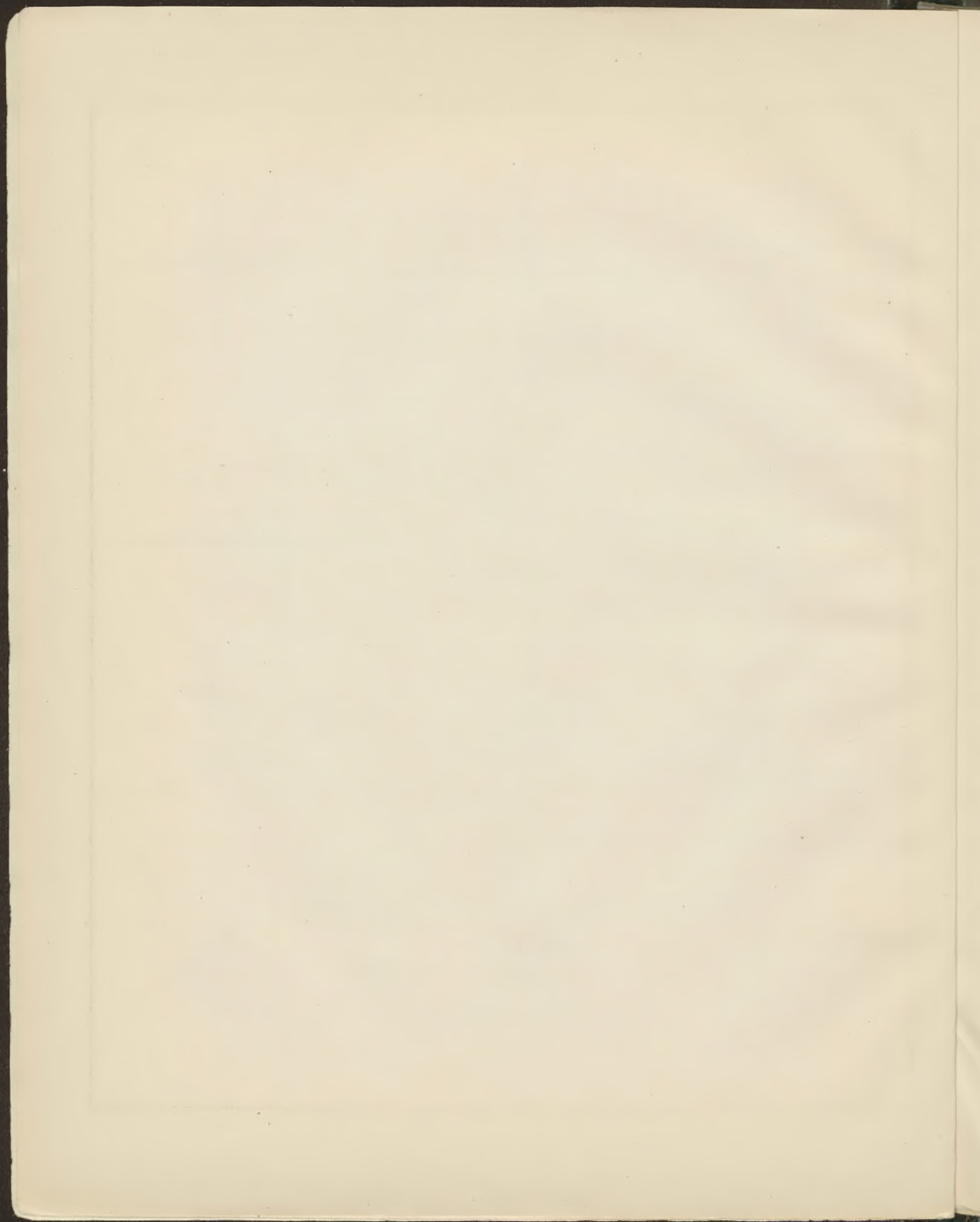
1894. Progr.-Nr. 33.

KSIĄZNIŁA MIEJSKA
IM. KOPERNIKA
W TORUNIU

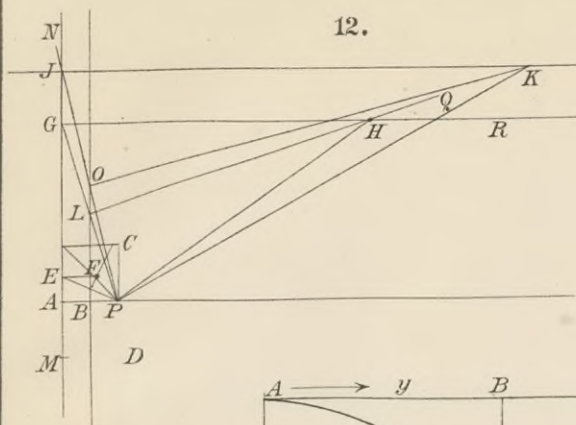
~~Stadtbibliothek
Görlitz~~

AB 1469

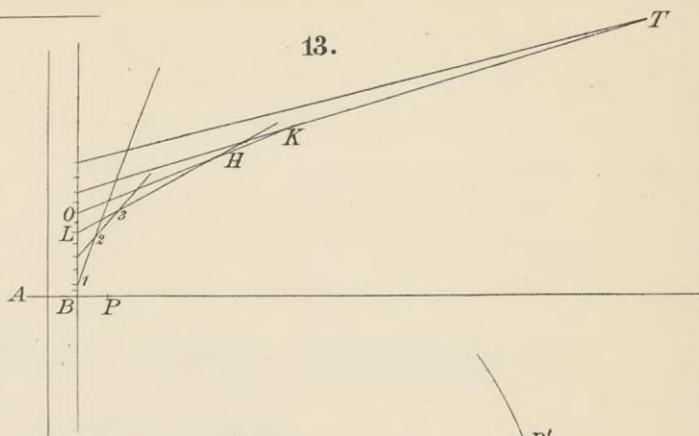




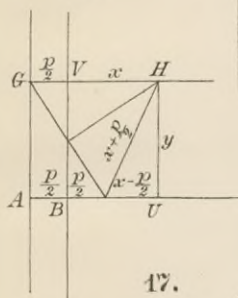
12.



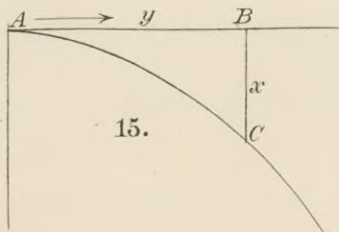
13.



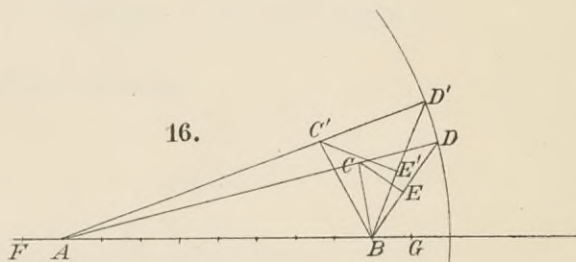
14.



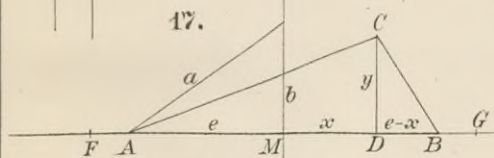
15.



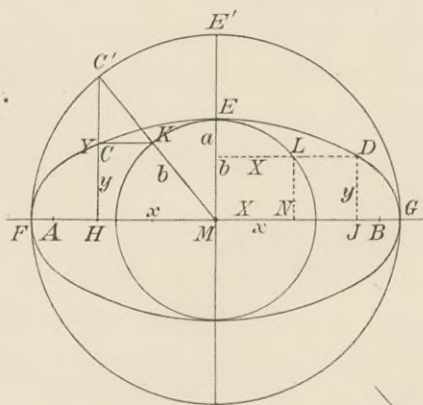
16.



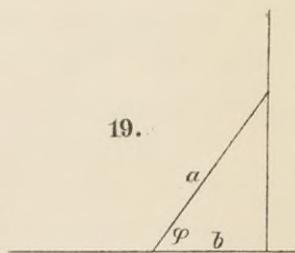
17.



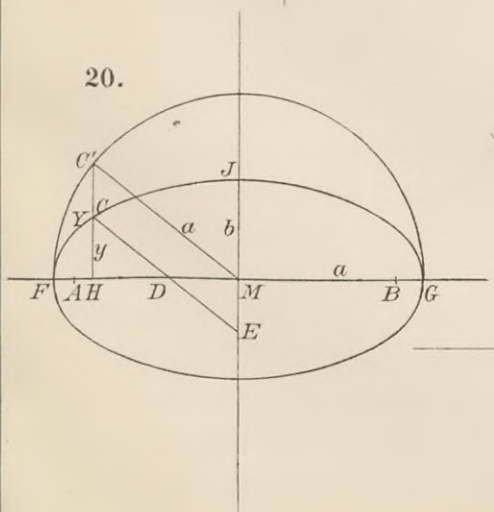
18.



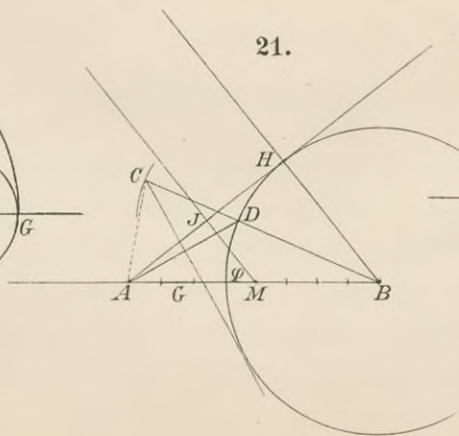
19.



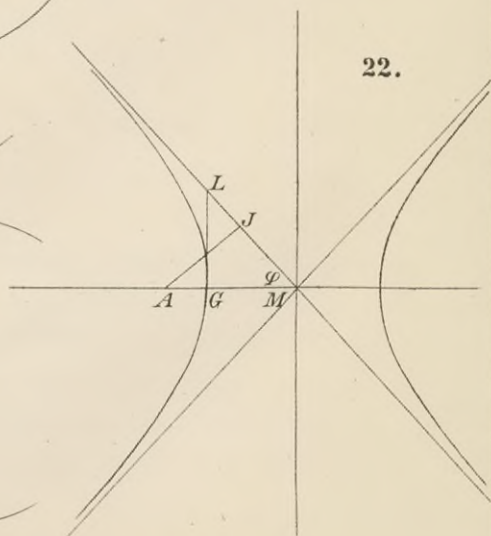
20.

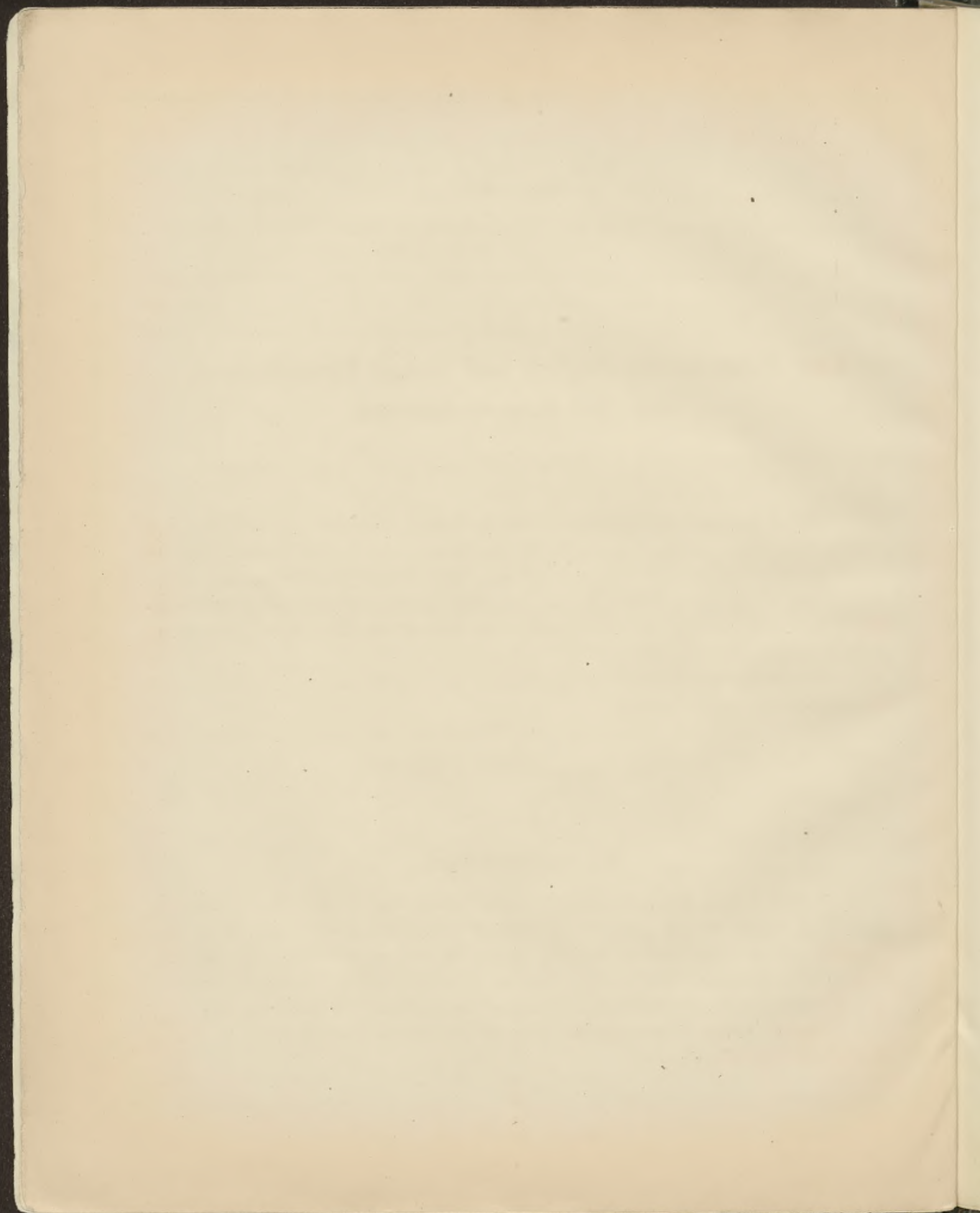


21.



22.





Der Koordinatenbegriff und einige Grundlehren von den Kegelschnitten.

Die »Lehrpläne und Lehraufgaben für die höheren Schulen« vom 6. Januar 1892 enthalten das Thema auf Seite 49 als Schluß des Pensums der IA des Gymnasiums.

In den methodischen Bemerkungen dazu wird auf die Möglichkeit hingewiesen, »die Schüler der obersten Klasse in den besonders wichtigen Koordinatenbegriff einzuführen und ihnen in möglichst einfach gehaltener Darstellung einige Grundeigenschaften der Kegelschnitte klar zu machen.«

Der planmäßige Unterricht in analytischer und in sogenannter neuerer Geometrie wird ausdrücklich ausgeschlossen.

Das Folgende soll zeigen, wie diese Vorschriften an unserem Gymnasium verstanden und in den letzten zwei Jahren ausgeführt worden sind.

§ 1.

Begriffsbestimmungen.

Die Eintheilung der unbegrenzt gedachten ebenen Fläche durch zwei unbegrenzte unter einem rechten Winkel sich schneidende grade Linien, Koordinatenaxen, ist aus dem Unterrichte in der Trigonometrie bekannt, ebenso die Bezeichnung der entstehenden vier Quadranten in bestimmter Reihenfolge. Bei uns ist dieselbe üblich, wie Figur 1 zeigt.

Ordinate heißt die Senkrechte von irgend einem Punkte auf die Wagrechte.

Abscisse ist die Entfernung des Fußpunktes jener Senkrechten von dem Durchschnittspunkte der Koordinatenaxen.

So ist AE in Figur 2 die Ordinate des Punktes A, ME seine Abscisse;
 BF die Ordinate des Punktes B, MF seine Abscisse;
 CG die Ordinate des Punktes C, MG seine Abscisse;
 DH die Ordinate des Punktes D, MH seine Abscisse.

Bekannt ist ferner die Anwendung der Zeichen + (plus) und - (minus) zur Bezeichnung der entgegengesetzten Lage zweier Strecken statt oben und unten, rechts und links.

Nennt man m die Maßeinheit in Figur 2, so hat:

der Punkt A	die Ordinate + 4 m,	die Abscisse + 3 m
B	+ 3 m	- 2 m
C	- 1 m	- 4 m
D	- 3 m	+ 4 m

Für das Wort Ordinate wählt man die kürzere Bezeichnung y, für das Wort Abscisse x.

Ordinatenaxe ist die unbegrenzte Senkrechte; ihr oberer Zweig heißt positiv (+), ihr unterer negativ (-).

Abscissenaxe ist die unbegrenzte Wagrechte; ihr Zweig rechts heißt positiv (+), ihr Zweig links negativ (-).

Der Schnittpunkt beider Koordinatenaxen heißt Anfangspunkt des Koordinatensystems.

§ 2.

Punkte in verschiedener Lage.

Leseübungen. Zeige die Punkte (Figur 2), für welche ist:

- | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------------|-------------------------------------|--------------------------------|
| 1) $y = + 3 \text{ m},$ | $x = + 2 \text{ m}$ | 2) $y = - 3 \text{ m},$ | $x = + 2 \text{ m}$ |
| 3) $y = - 3 \text{ m},$ | $x = - 3 \text{ m}$ | 4) $y = + 4 \text{ m},$ | $x = - 3 \text{ m}$ |
| 5) $y = - 4 \text{ m},$ | $x = - 3 \text{ m}$ | 6) $y = - 4 \text{ m},$ | $x = + 3 \text{ m}$ |
| 7) $y = + 1 \text{ m},$ | $x = + 4 \text{ m}$ | 8) $y = - 1 \text{ m},$ | $x = + 4 \text{ m}$ |
| 9) $y = + 1 \text{ m},$ | $x = - 4 \text{ m}$ | 10) $y = + 3 \text{ m},$ | $x = + 4 \text{ m}$ |
| 11) $y = + 3 \text{ m},$ | $x = - 4 \text{ m}$ | 12) $y = - 3 \text{ m},$ | $x = - 4 \text{ m}$ |
| 13) $y = + 2,5 \text{ m},$ | $x = + 1,3 \text{ m}$ | 14) $y = + 4,2 \text{ m},$ | $x = - 2,7 \text{ m}$ |
| 15) $y = - 3,8 \text{ m},$ | $x = - 3,1 \text{ m}$ | 16) $y = - 1,6 \text{ m},$ | $x = + 4,5 \text{ m}$ |
| 17) $y = + 1\frac{1}{2} \text{ m},$ | $x = - 4\frac{2}{5} \text{ m}$ | 18) $y = - 3\frac{1}{3} \text{ m},$ | $x = + 2\frac{3}{4} \text{ m}$ |

Grade Linie.

Die Gleichung einer durch den Anfangspunkt gezogenen graden Linie.

Der Punkt A (Figur 3) habe $y = 4$ m, $x = 3$ m. Wir verbinden ihn mit M durch eine grade Linie. Das Verhältnis der Ordinate zur Abscisse des Punktes A ist $\frac{4}{3}$.

Zeige, daß das Verhältnis von Ordinate zu Abscisse für alle beliebigen Punkte derselben geraden Linie gleichfalls $\frac{4}{3}$ ist.

Zeige, daß für irgend einen über MA oder unter MA, also außerhalb MA, liegenden Punkt das Verhältnis von $\frac{y}{x} > \frac{4}{3}$ sein muß.

Man nennt $\frac{y}{x} = \frac{4}{3}$ oder $y = \frac{4}{3} x$ die Gleichung der graden Linie MA.

Da $\frac{y}{x} = \frac{4}{3}$ auch ersetzt werden kann durch die Tangente des Winkels φ , so kann als Gleichung der Linie MA auch gelten

$$y = \text{tang } \varphi \cdot x = ax,$$

worin a die Tangente des Winkels bedeutet, welchen die vorliegende Linie mit der Abscissenaxe bildet.

Aufgaben. Zeige auf Figur 2 die Linien, deren Gleichungen sind:

$$1) \quad y = 2 \quad x \qquad 2) \quad y = - 2 \quad x$$

$$3) \quad y = \frac{3}{5} \quad x \qquad 4) \quad y = - \frac{3}{5} \quad x$$

$$5) \quad y = 1,4 \quad x \qquad 6) \quad y = - 1,4 \quad x$$

$$7) \quad 4 \quad y = 9 \quad x \qquad 8) \quad 9 \quad y = - 4 \quad x$$

9) Bestimme die Gleichung der Abscissenaxe.

10) Bestimme die Gleichung der Ordinatenaxe.

11) Zeige, daß die Gleichungen für 9) und 10) in der allgemeinen Gleichung $y = ax$ enthalten sind.

12) Auf welche Dreiecksaufgabe sind 1) bis 8) zurückgekommen?

13) Bestimme das zu irgend einem bekannten x zugehörige y, z. B. für Gl. 1) oder 3).

Die grade Linie in beliebiger Lage.

Wir zeichnen eine grade Linie, welche nicht durch den Koordinatenanfang sondern durch den Punkt N der Ordinatenaxe geht, wo $MN = 2 \text{ m}$, und für welche die Tangente des Neigungswinkels zur Abscissenaxe $\frac{3}{4}$ ist.

Für diese Linie ist $\frac{AF}{NF} = \text{tang } \varphi = \frac{3}{4}$,

$$AF = AE - EF = y - 2 \text{ m},$$

$$NF = x.$$

Mithin ist $\frac{y - 2 \text{ m}}{x} = \frac{3}{4}$ die Beziehung zwischen Ordinate und Abscisse des Punktes A dieser Linie.

Zeige, daß dieselbe Gleichung auch gilt für irgend einen anderen Punkt dieser Linie.

Die Gleichung jener graden Linie ist demnach, anders geordnet,

$$y = \frac{3}{4} x + 2 \text{ m}.$$

Wenn man $x = 0$ nimmt, so erhält man $y = 2 \text{ m}$, d. h. die Strecke, welche jene grade Linie von der Ordinatenaxe abschneidet.

Wenn man hingegen $y = 0$ nimmt, so erhält man

$$x = -\frac{8}{3} \text{ m}$$

d. h. jene Linie schneidet von der Abscissenaxe eine Strecke PM links vom Anfangspunkte aus ab, deren Größe $\frac{8}{3} \text{ m}$ ist. Zeige das aus den ähnlichen Dreiecken PMN und NFA.

Die allgemeine Gleichung der graden Linie

ist

$$y = a x + b$$

Hier bedeutet b nach § 5 die Strecke, welche die grade Linie von der Ordinatenaxe abschneidet, a die Tangente des Winkels, welchen sie mit der Abscissenaxe bildet.

Aufgabe: Zeichne folgende Linien:

$$1) \quad y = 2 x + 3 \text{ m} \qquad 2) \quad y = 3 x - 2 \text{ m}$$

$$3) \quad y = \frac{3}{5} x + 1 \text{ m} \qquad 4) \quad y = 1,6 x + 4 \text{ m}$$

$$5) \quad y = \frac{1}{2} x - 5 \text{ m} \qquad 6) \quad y = \frac{2}{3} x + 2,5 \text{ m}$$

$$7) \quad 4 y = 3 x + 7 \text{ m} \qquad 8) \quad 8 y = 5 x - 6 \text{ m}$$

Fragen: 1) Wie groß sind die Winkel, welche die vorstehenden Linien mit der Abscissenaxe bilden?

2) Welche Strecken werden von ihnen auf jeder der beiden Koordinatenachsen abgeschnitten?

3) Welche Art der Zeichnung ergibt sich danach für irgend eine dieser Linien?

Wenn wir in der Gleichung $y = 2x + 3m$

$$x = 1m \text{ nehmen, so ist } y = 5m$$

$$x = 2m \quad y = 7m$$

4) Wie läßt sich hienach jede grade Linie zeichnen, deren Gleichung gegeben ist?

§ 7.

Der Schnittpunkt zweier graden Linien.

Löst man die beiden Gleichungen:

$$1) 4x - 5y = 2m$$

$$2) 3x - 2y = 5m$$

nach x und y auf, so findet sich $x = 3m$, $y = 2m$. Diese beiden Resultate genügen also jeder der beiden Gleichungen, d. h. der Punkt, dessen Ordinate $2m$, dessen Abscisse $3m$ ist, gehört jeder der durch jene Gleichungen angedeuteten beiden Linien an, ist also der Schnittpunkt derselben. Zeichne jene beiden Linien, um die Probe auf dieses Exempel zu machen.

Bestimme den Schnittpunkt folgender beiden graden Linien durch Zeichnung derselben und prüfe das Resultat durch Rechnung:

$$1) 8x - 15y = -30m$$

$$2) 2x + 3y = +15m$$

Bestimme die Koordinaten des Schnittpunktes folgender beiden Linien:

$$1) ax + by + c = 0$$

$$2) a_1x + b_1y + c_1 = 0$$

§ 8.

1. Aufgabe: Die Winkel, die Seiten und den Inhalt eines Dreiecks zu bestimmen, welches durch die Abscissenaxe und zwei grade Linien begrenzt wird, deren Gleichungen gegeben sind, z. B.

$$1) 8x - 15y = -30m$$

$$2) 2x + 3y = +15m$$

Auflösung: Bestimme die Strecke, welche Linie 1) von der Abscissenaxe abschneidet, und den Winkel, welchen sie mit der Abscissenaxe bildet; ebenso die Strecke,

welche Linie 2) von der Abscissenaxe abschneidet, und den Winkel, welchen sie mit der Abscissenaxe bildet, so ist die Aufgabe zurückgeführt auf die trigonometrische Aufgabe: Ein Dreieck zu bestimmen durch die Grundlinie und die beiden anliegenden Winkel.

2. Aufgabe: Den Winkel zu bestimmen, welchen zwei durch Gleichungen gegebene grade Linien mit einander bilden.

Auflösung: Sobald jeder der beiden Winkel bestimmt ist, welche die gegebenen Linien mit der Abscissenaxe bilden, ist der Winkel, welchen beide Linien mit einander bilden, der Unterschied jener beiden Winkel oder der Nebenwinkel dieses Unterschiedes.

Die beiden Linien seien durch die Gleichungen gegeben:

$$1) y = a x + b$$

$$2) y = c x + d$$

Linie 1) bilde mit der Abscissenaxe den Winkel α , so ist $\text{tang } \alpha = a$.

Linie 2) bilde mit der Abscissenaxe den Winkel λ , so ist $\text{tang } \lambda = c$.

Also ist der gesuchte Winkel $\mu = \alpha - \lambda$ oder $\lambda - \alpha$.

Nun ist aus der Trigonometrie bekannt

$$\text{tang } (\alpha - \lambda) = \frac{\text{tang } \alpha - \text{tang } \lambda}{1 + \text{tang } \alpha \cdot \text{tang } \lambda} = \frac{a - c}{1 + a \cdot c}$$

Durch diese Gleichung läßt sich der Winkel zweier graden Linien auch direkt aus den Constanten ihrer Gleichungen bestimmen.

Mache die Probe mit dem Beispiele:

$$1) y = 1,6 x + 4 \text{ m}$$

$$2) y = \frac{3}{5} x + 1 \text{ m}$$

3. Aufgabe: Die Bedingung für die Parallelität zweier Linien aufzustellen, welche durch ihre Gleichungen gegeben sind.

Auflösung: Parallele Linien müssen mit der Abscissenaxe gleiche Winkel bilden. Nach Aufg. 2 muß also auch $\text{tang } \alpha = \text{tang } \lambda$, d. h. $a = c$ sein.

$$\text{Dasselbe ergibt sich aus } \text{tang } (\alpha - \lambda) = \frac{a - c}{1 + a c}$$

Ist $\alpha = \lambda$, so ist $\text{tang } (\alpha - \lambda) = 0$, also $a - c = 0$, d. h. $a = c$.

4. Aufgabe: Die Bedingung für die senkrechte Lage zweier Linien zu einander aus ihren Gleichungen festzustellen.

Auflösung: In die Gleichung

$$\text{tang } (\alpha - \lambda) = \frac{a - c}{1 + a c}$$

ist für $\alpha - \lambda$ die Zahl 90° zu setzen. Nun ist $\text{tang } 90^\circ = \infty$. Es muß also der Nenner des Bruches $\frac{a - c}{1 + a c}$ Null sein, d. h. $c = -\frac{1}{a}$

Weise das durch geometrische Betrachtung nach.

Mache die Probe durch Construction der beiden Linien:

$$1) y = -2x + 3 \text{ m}$$

$$2) y = +\frac{1}{2}x - 7 \text{ m}$$

§ 9.

1. Aufgabe: Die Entfernung zweier Punkte A und B durch ihre Koordinaten zu bestimmen.

Auflösung: Aus Figur 5 ergibt sich durch den Pythagoreischen Lehrsatz:

$$AB^2 = (x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2$$

Zeige, daß diese Gleichung unverändert bleibt bei jeder beliebigen Lage der beiden Punkte.

2. Aufgabe: Ein Dreieck zu bestimmen durch die Koordinaten seiner Eckpunkte.

Auflösung: Die drei Seiten sind nach Aufg. 1 zu finden, danach die Winkel durch den Cotangentensatz.

3. Aufgabe: Ein Dreieck zu bestimmen durch drei grade Linien, welche durch ihre Gleichungen gegeben sind.

Auflösung: Bestimme die Schnittpunkte je zweier Linien nach § 7, so führt § 9 Aufg. 2 zum Ziele.

4. Aufgabe: Die Gleichung einer graden Linie zu bestimmen durch die Koordinaten zweier Punkte, durch welche sie gezogen werden soll.

Auflösung: Die beiden gegebenen Punkte seien A und B in Figur 6. Für irgend einen dritten Punkt E, dessen Koordinaten x, y seien, haben wir durch die Ähnlichkeit der Dreiecke AFE und EGB

$$\frac{y_1 - y}{y - y_2} = \frac{x_1 - x}{x - x_2}$$

Diese Gleichung läßt sich so ordnen:

$$y = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2} x + \frac{x_2(y_1 - x_2) - x_1(y_2 - x_2)}{x_1 - x_2}$$

Der Winkel, welchen diese grade Linie mit der Abscissenaxe bildet, ergibt sich also aus der Gleichung:

$$\text{tang } \varphi = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2}$$

Dieselbe schneidet von der Ordinatenaxe die Strecke $\frac{x_2(y_1 - x_2) - x_1(y_2 - x_2)}{x_1 - x_2}$ ab, von der Abscissenaxe die Strecke $\frac{x_1(y_2 - x_2) - x_2(y_1 - x_2)}{x_1 - x_2}$

Der Kreis.

Zum Anfangspunkte des Koordinatensystems wähle man den Mittelpunkt des gegebenen Kreises, dessen Radius r sei.

In Figur 7 ist nach dem Pythagoreischen Lehrsatz für den Punkt A

$$x^2 + y^2 = r^2$$

Diese Gleichung gilt für jeden beliebigen Punkt der Kreisperipherie und heißt deshalb Gleichung des Kreises.

Zeige, daß für alle Punkte (C) innerhalb des Kreises diese Beziehung sich so ändert, daß

$$x^2 + y^2 < r^2,$$

für alle Punkte außerhalb (G)

$$x^2 + y^2 > r^2$$

Schreiben wir die Gleichung des Kreises

$$y^2 = r^2 - x^2 = (r + x)(r - x),$$

so haben wir (Figur 8) den bekannten Satz: Das Quadrat der Höhe eines rechtwinkligen Dreiecks ist gleich dem Rechtecke aus den beiden Höhengsegmenten der Hypotenuse.

Aufgabe: Den Ort aller Punkte zu bestimmen, deren Entfernungen von zwei festen Punkten A und B ein gegebenes Verhältnis haben, z. B. 5 : 3.

Auflösung 1. Auf der Linie AB selbst liegen zwei der gesuchten Punkte, nämlich P und Q (Figur 9). Diese können gefunden werden, indem man die Strecke $AB = c$ nach dem gegebenen Verhältnis teilt.

Irgend einen außerhalb AB liegenden Punkt C von jener Beschaffenheit findet man mit Anwendung des Satzes, daß die Halbierungslinie eines Winkels die gegenüberliegende Seite des Dreiecks in dem Verhältnis der anliegenden Seiten teilt.

Benützt man also AB als Sehne irgend eines Kreises, dessen Radius beliebig genommen werden kann, und verbindet den Halbierungspunkt des unteren Bogens AB mit P, so muß man auf dem oberen Bogen einen solchen Punkt C finden.

Wir nehmen PQ zur Abscissenaxe und M, den Halbierungspunkt von PQ, zum Anfangspunkte des Koordinatensystems. Die Ordinate CD des Punktes C sei y , die Abscisse MD sei x , dann ist

$$x^2 + y^2 = MC^2$$

Bezeichnet man das gegebene Verhältnis allgemein $m : n$ statt 5 : 3, so finden sich BP, AP, BQ, AQ aus den Gleichungen:

1) $BP + AP = c$

$$\frac{BP}{AP} = \frac{m}{n}$$

nämlich: $BP = \frac{m}{m+n} \cdot c$

$$BQ = \frac{m}{m-n} \cdot c$$

und damit: $PQ = \frac{2 m n}{m^2 - n^2} \cdot c$

$$DA = \frac{n^2}{m^2 - n^2} \cdot c - x$$

2) $BQ - AQ = c$

$$\frac{BQ}{AQ} = \frac{m}{n}$$

$$AP = \frac{n}{m+n} \cdot c$$

$$AQ = \frac{n}{m-n} \cdot c$$

$$AM = \frac{n^2}{m^2 - n^2} \cdot c$$

$$DB = \frac{m^2}{m^2 - n^2} \cdot c - x$$

Wenden wir nun auf die Dreiecke CDA und CDB den Pythagoreischen Lehrsatz an und dividiren CB durch CA, so erhalten wir:

$$\frac{y^2 + \left(\frac{m^2}{m^2 - n^2} \cdot c - x \right)^2}{y^2 + \left(\frac{n^2}{m^2 - n^2} \cdot c - x \right)^2} = \frac{m^2}{n^2}$$

Nach allen möglichen Vereinfachungen ergibt sich:

$$x^2 + y^2 = \frac{m^2 n^2}{(m^2 - n^2)^2} \cdot c^2$$

$$\text{Also } MC = \frac{m n}{m^2 - n^2} \cdot c$$

Das heißt aber: Der Punkt C liegt auf dem Kreise, welcher PQ zum Durchmesser hat. Da C ein beliebiger aller jener Punkte ist, welche die gegebene Bedingung erfüllen, so ist der Kreis, welcher PQ zum Durchmesser hat, der gesuchte geometrische Ort.

Auflösung 2. Figur 9.

$$\frac{y^2 + (c + z)^2}{y^2 + z^2} = \frac{m^2}{n^2}$$

$$y^2 + z^2 - \frac{2 n^2 c}{m^2 - n^2} \cdot z = \frac{n^2 c^2}{m^2 - n^2}$$

$$y^2 + \left(z - \frac{n^2 c}{m^2 - n^2} \right)^2 = \frac{m^2 n^2 \cdot c^2}{(m^2 - n^2)^2}$$

$$y^2 + x^2 = \frac{m^2 n^2}{(m^2 - n^2)^2} \cdot c^2$$

In dem gegebenen Beispiele ist also der gesuchte Ort für die Spitzen aller Dreiecke, welche dieselbe Grundlinie c und das Verhältnis der Seiten $\frac{a}{b} = \frac{5}{3}$ haben, der Kreis, dessen Durchmesser $PQ = \frac{15}{8} c$ ist.

Die Gleichung des Kreises, bezogen auf ein beliebig gelegenes Koordinatensystem.

Die Koordinaten seines Mittelpunktes seien a (Abscisse) und b (Ordinate), Figur 10.

Für einen beliebigen Punkt der Peripherie, dessen Ordinate CD (y), dessen Abscisse MD (x) sei, gilt

$$1) (x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$$

Zeige, daß diese Gleichung Geltung behalte, wo auch immer der Punkt C auf der Kreisperipherie gewählt werde.

Zeichne die entsprechenden Figuren für folgende Formen dieser Gleichung:

$$2) (x + a)^2 + (y - b)^2 = r^2$$

$$3) (x - a)^2 + (y + b)^2 = r^2$$

$$4) (x + a)^2 + (y + b)^2 = r^2$$

Deute diese Gleichungen für den Fall, daß entweder a oder b Null ist.

Führe die Gleichungen

$$x^2 + 2ax + y^2 + 2by = c^2$$

$$x^2 - ax + y^2 - by = c^2$$

auf eine der vorigen Formen zurück.

Kreis und grade Linie.

Aufgabe: Es sei $x^2 + y^2 = r^2$ die Gleichung eines gegebenen Kreises, $y = ax + b$ die Gleichung einer gegebenen graden Linie. Bestimme die Koordinaten des Schnittpunktes beider.

Auflösung: Setze $ax + b$ für y in die Gleichung des Kreises ein:

$$x^2 + a^2 x^2 + 2abx + b^2 = r^2$$

$$x^2 + \frac{2ab}{1+a^2}x = \frac{r^2 - b^2}{1+a^2}$$

$$x_1 = \frac{-ab + \sqrt{(r^2 - b^2)(1+a^2) + a^2 b^2}}{1+a^2}$$

$$x_2 = \frac{-ab + \sqrt{r^2(1+a^2) - b^2}}{1+a^2}$$

$$x_{2'} = \frac{-ab - \sqrt{r^2(1+a^2) - b^2}}{1+a^2}$$

$$y_1 = \frac{b + a \sqrt{r^2 (1 + a^2) - b^2}}{1 + a^2}$$

$$y_2 = \frac{b - a \sqrt{r^2 (1 + a^2) - b^2}}{1 + a^2}$$

Zusammen gehören 1) x , und y , 2) x_2 , und y_2 . Die Resultate zeigen folgende Fälle:

1) Zwei von einander verschiedene Schnittpunkte sind vorhanden, wenn

$$r^2 (1 + a^2) > b^2.$$

2) Beide Schnittpunkte fallen in einen zusammen, wenn $r^2 (1 + a^2) = b^2$ oder

$$1 + a^2 = \frac{b^2}{r^2}$$

Die Koordinaten dieses einen Punktes, des Tangentialpunktes, sind also:

$$x = -a \cdot \frac{r^2}{b}, \quad y = \frac{r^2}{b}$$

3) Die Schnittpunkte sind imaginär, also in Wirklichkeit nicht vorhanden, wenn

$$r^2 (1 + a^2) < b^2$$

Bemerkung. Die Resultate zu 2) lassen eine nicht uninteressante geometrische Deutung zu. Da in Figur 11 $MA = b$ und $MG = r$ ist, so muß, wenn ich $MF = CD = y$ mache, $\angle AGF$ ein rechter Winkel sein; denn $by = r^2$.

So muß ferner, wenn ich $MH = MD = x$ mache, $\angle HEB$ ein rechter Winkel sein, da die Gleichung $x \cdot MB = r^2$ besteht und sich zeigen läßt, daß $MB = -\frac{b}{a}$ ist.

Deute endlich $uv = by$ geometrisch.

§ 13.

Die Parabel.

Der geometrische Ort aller Punkte, welche von einer festen graden Linie (Leitlinie) und von einem festen Punkte (Brennpunkt) gleich weit entfernt sind, heißt Parabel.

Aufgabe: Gegeben ist Leitlinie MN und Brennpunkt P . Bestimme irgend welche Punkte, die von beiden gleiche Entfernung haben. Figur 12.

Auflösung: Der erste Punkt ist B , der Halbirungspunkt der von P auf MN gefällten Senkrechten PA . Er heißt Scheitelpunkt der Parabel. Ebenso nahe liegt es, die Punkte C und D als solche zu finden, indem man $PC = PD = PA$ und senkrecht zu PA nimmt.

Irgend ein anderer Punkt, z. B. H, der von P und MN gleichweit entfernt sein soll, muß die Spitze eines gleichschenkeligen Dreiecks sein, dessen Grundlinie die Verbindung des Brennpunktes mit einem Punkte G der Leitlinie MN ist, und dessen Seite GH parallel PA sein muß.

Folgerungen aus der Konstruktion der Parabelpunkte:

1. Die Parabel hat über AP und unter AP immer je zwei entsprechende Punkte, sie wird also durch die unbegrenzte Linie AP, ihre Axe, in zwei symmetrische Zweige geteilt.
2. LH muß Tangente an die Parabel für den Punkt H sein; denn je näher I dem Punkte G gewählt wird, um so näher rückt auch der Parabelpunkt K dem Punkte H, um so mehr fällt OK mit LH zusammen, um so mehr wird die Sehne HK zur Tangente in H.
3. Der Winkel LHP ist dem Winkel QHR gleich, weil jeder von beiden dem Winkel LHG gleich ist, d. h.

Satz: Jeder vom Brennpunkte P auf einen parabolischen Spiegel fallende Lichtstrahl wird parallel der Axe reflektirt; oder: Jeder parallel der Axe einfallende Lichtstrahl RH wird nach dem Brennpunkte P reflektirt.

Aufgabe 1. Durch einen gegebenen Punkt H einer Parabel eine Tangente an die Parabel zu legen.

Auflösung: Verbinde H mit dem Brennpunkte P und falle von H auf die Leitlinie die Senkrechte HG. Die Senkrechte von H auf PG ist die gesuchte Tangente.

Bemerkung. Die Grundlinien aller jener gleichschenkeligen Dreiecke, deren Spitzen Punkte der Parabel sind, werden durch die in B auf PA errichtete Senkrechte (Scheiteltangente) halbirt. Ist der Punkt H gegeben, so liegt L also 1) auf der in B zu AP errichteten Senkrechten, 2) auf dem Kreise, der PH zum Durchmesser hat. Dieser Kreis muß jene Senkrechte berühren, weil die Verbindungslinie seines Mittelpunktes mit L parallel GH und gleich der Hälfte von GH ist.

Aufgabe 2. Von einem außerhalb der Parabel gelegenen Punkte an dieselbe eine Tangente zu legen.

Auflösung: L und H sind wegzudenken; auf LH ist jedoch irgend ein Punkt S als derjenige vorzustellen, von welchem aus die Tangente gezogen werden soll. Der Punkt L liegt dann 1) auf der Scheiteltangente, 2) auf dem Kreise, welcher SP zum Durchmesser hat. Im Allgemeinen werden sich also zwei Punkte L ergeben, d. h. von jedem Punkte außerhalb der Parabel lassen sich zwei Tangenten an dieselbe legen.

Satz: Jede Parabeltangente ist Schenkel eines rechten Winkels, dessen Scheitelpunkt auf der Scheiteltangente liegt und dessen zweiter Schenkel durch den Brennpunkt P geht.

Aufgabe 3. Eine Parabel zu construiren durch die sie einhüllenden Tangenten.

Figur 13.

Auflösung: Lege ein rechtwinkeliges Dreieck so, daß der eine Schenkel des rechten Winkels durch P geht, der Scheitelpunkt auf BL liegt, und zeichne die Lage des freien Schenkels. Wiederhole die Zeichnung, indem du den Scheitelpunkt des rechten Winkels immer nur wenig auf BL weiter rücken lässest.

§ 14.

Die Gleichung der Parabel.

Wenn man die Entfernung des Brennpunktes von der Leitlinie mit p (Parameter) bezeichnet, B zum Anfangspunkte des Koordinatensystems und PA zur Abscissenaxe nimmt, so erhält man nach dem Pythagoreischen Lehrsatz:

$$\left(x + \frac{p}{2}\right)^2 = y^2 + \left(x - \frac{p}{2}\right)^2 \text{ oder } y^2 = 2 p x$$

die Scheitelform der Parabel. Figur 14.

Stelle die Gleichung der Parabel auf, indem du die Leitlinie statt der Scheiteltangente zur Ordinatenaxe nimmst.

Aufgabe 1. Die Bahn eines Körpers zu bestimmen, welcher in horizontaler Richtung mit einer Geschwindigkeit c geworfen wird. Vom Luftwiderstande wird abgesehen. Figur 15.

Auflösung: Geschwindigkeit c heißt: Der Körper will in Folge der Kraft des Stoßes c Meter in einer Secunde zurücklegen. In n Secunden wird er also nc Meter in horizontaler Richtung zurücklegen. Diese Strecke sei AB und werde mit y bezeichnet, so ist

$$1) y = n c.$$

Während dieser n Secunden wirkt die Anziehungskraft der Erde auf den fliegenden Körper ein und zieht ihn von der horizontalen Richtung abwärts x Meter. Nach dem Fallgesetze ist

$$2) x = \frac{1}{2} g n^2$$

Aus diesen beiden Gleichungen läßt sich n eliminiren, indem man $n = \frac{y}{c}$ in die zweite einsetzt

$$x = \frac{1}{2} \frac{g}{c^2} \cdot y^2$$

$$3) y^2 = 2 \frac{c^2}{g} \cdot x$$

Das ist die Scheitelform einer Parabel, deren Scheitel der Ausgangspunkt A und deren Parameter $\frac{c^2}{g}$ ist, wo g in runder Zahl 10 Meter bedeutet.

Aufgabe 2. Die Bahn eines Körpers zu bestimmen, welcher unter einem Winkel α zum Horizont empor geworfen wird.

Auflösung: Die Kraft des Stoßes, welche dem Körper eine Geschwindigkeit c in der durch den Winkel α bestimmten Richtung verleiht, läßt sich in eine horizontale und eine verticale Componente zerlegen. Durch jene erhält der Körper eine horizontale Geschwindigkeit $c \cdot \cos \alpha$ und durch diese eine verticale Geschwindigkeit $c \cdot \sin \alpha$. Derselbe wird also in horizontaler Richtung nach n Sekunden $n \cdot c \cdot \cos \alpha$ Meter zurückgelegt haben. Bezeichne ich diesen Weg mit y , so ist

$$1) y = n \cdot c \cdot \cos \alpha$$

Die Bewegung des Körpers in verticaler Richtung erfolgt unter dem Einflusse zweier einander entgegenwirkenden Kräfte: des senkrecht emporgerichteten Stoßes und der Anziehungskraft der Erde. Bezeichne ich den von ihm nach n Sekunden in senkrechter Richtung zurückgelegten Weg mit x , so ist:

$$2) x = n \cdot c \cdot \sin \alpha - \frac{g}{2} \cdot n^2$$

Durch Elimination von n aus diesen beiden Gleichungen ergibt sich:

$$3) x = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \cdot y - \frac{g}{2 c^2 \cdot \cos^2 \alpha} \cdot y^2$$

$$\text{oder } 4) y^2 - \frac{2 c^2 \cdot \sin \alpha \cos \alpha}{g} \cdot y = - \frac{2 c^2 \cdot \cos^2 \alpha}{g} \cdot x$$

$$\begin{aligned} \text{oder } 5) \left(y - \frac{c^2 \cdot \sin \alpha \cos \alpha}{g} \right)^2 &= \frac{c^4 \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha}{g^2} - \frac{2 c^2 \cdot \cos^2 \alpha}{g} \cdot x \\ &= \frac{2 c^2 \cdot \cos^2 \alpha}{g} \left(\frac{c^2 \cdot \sin^2 \alpha}{2 g} - x \right) \end{aligned}$$

Diese Gleichung zeigt, daß die fragliche Wurflinie eine Parabel ist, bezogen auf ein Koordinatensystem, welches durch parallele Verschiebung des bisher benützten Systems entsteht.

Gleichung 4) beantwortet am bequemsten die Frage, wann die Höhe des geworfenen Körpers Null ist.

Wir setzen $x = 0$ in 4) ein:

$$0 = y \left(y - \frac{2 c^2 \sin \alpha \cos \alpha}{g} \right)$$

Wenn also $x = 0$ ist, so ist entweder auch $y = 0$, Anfang der Bewegung, oder

$$y = \frac{2 c^2}{g} \sin \alpha \cos \alpha = \frac{c^2}{g} \sin 2 \alpha$$

Das ist der Fall am Ende der Bewegung.

Damit ist die horizontale Wurfweite gefunden

$$y = \frac{c^2}{g} \sin 2\alpha$$

Dieselbe wird ein maximum sein, wenn $\sin 2\alpha = 1$, d. h. $\alpha = 45^\circ$ ist.

Um die halbe Wurfweite ist also nach Gl. 5) die y-Axe parallel verschoben.

Wenn aber für y in Gl. 5) die halbe Wurfweite eingesetzt wird, so ergibt sich

$$x = \frac{c^2 \sin^2 \alpha}{2g}$$

Diese Höhe hat also der Körper in der halben Wurfweite.

Es läßt sich zeigen, daß dies die höchste Höhe ist, welche der Körper erreicht. Also ist die x-Axe parallel mit sich selbst um die höchste Flughöhe des Körpers verschoben. Der Ausgangspunkt des Körpers ist eben zum Koordinatenanfange genommen worden.

Nach den Fallgesetzen ist die Gleichung für die Geschwindigkeit in verticaler Richtung

$$v = c \cdot \sin \alpha - g n$$

Sobald $v = 0$ geworden ist, hat der Körper die höchste Höhe erreicht, also nach n Sekunden, wo

$$n = \frac{c}{g} \cdot \sin \alpha$$

Setzt man dieses Resultat für n in Gl. 2) ein, so erhält man:

$$x = \frac{c^2}{2g} \cdot \sin^2 \alpha$$

Damit ist die Richtigkeit der obigen Behauptung erwiesen.

Daß die Bahnlinie von diesem Scheitelpunkte aus symmetrisch liegt in Bezug auf die x-Axe, bedarf keines Beweises mehr. Zum Überfluß sei darauf hingewiesen, daß nach der Scheitelgleichung jedem Werthe von x zwei gleich große, aber mit entgegengesetzten Zeichen behaftete y entsprechen. In der Mechanik wird das bekanntlich auch so gezeigt, daß man die Bahnstrecken und die Flughöhen berechnet für zwei symmetrisch in Bezug auf den Anfang und das Ende der Bewegung gelegene Zeitmomente.

Aufgabe 3. Wie ändert sich die Rechnung, wenn der Wurf abwärts unter dem Winkel α zum Horizont gerichtet ist?

§ 15.

Die Ellipse.

Aufgabe 1: Ein Dreieck zu zeichnen, für welches die Grundlinie c und die Summe der beiden Seiten a + b gegeben ist.

Auflösung: Figur 16. Durch c sind die Ecken A und B bestimmt. Die gegebene Strecke $a + b$ kann von A aus unter einem beliebigen Winkel angelegt werden. Wird der Endpunkt D mit B verbunden, so liegt die dritte Ecke C des gesuchten Dreiecks auf AD und der Mittelsenkrechten von BD .

Da der Winkel α des Dreiecks ABC beliebig genommen wurde, so erkennt man, daß die Aufgabe zahllose Auflösungen hat. Alle Punkte D , welche man erhält, liegen auf dem Kreise, welcher A zum Mittelpunkte und $a + b$ zum Radius hat; oder auch auf dem Kreise, welcher B zum Mittelpunkte und $a + b$ zum Radius hat. Alle Punkte C bilden eine zusammenhängende Linie, welche Ellipse heißt und sowohl in Bezug auf rechts und links, als auch in Bezug auf oben und unten symmetrisch erscheint.

Die Ellipse ist also der geometrische Ort aller derjenigen Punkte, deren Summe der Entfernungen von zwei festen Punkten gleich ist. Oder auch:

Die Spitzen aller Dreiecke, für welche die Grundlinie c und die Summe der beiden Seiten $a + b$ dieselbe ist, liegen auf einer Ellipse, für welche die Endpunkte von c die Brennpunkte sind und die Summe der Radienvektoren die gegebene Strecke $a + b$ ist.

Aufgabe 2: Den geometrischen Ort für die Spitzen aller Dreiecke praktisch zu bestimmen, deren Grundlinie $c = 8$ m und deren Seitensumme $a + b = 10$ m ist. m sei die angewendete Maßeinheit.

Auflösung: Knüpfe einen Faden so zusammen, daß er vom Knoten bis zum Knoten zurück 18 Centimeter Länge habe; lege ihn um zwei in A und B befestigte Stifte, deren Entfernung 8 Centimeter beträgt; spanne den Faden straff durch die Spitze des Bleistifts und führe diesen so um A und B in der Zeichenebene herum bis zurück zum Ausgangspunkte.

Aufgabe 3: Ein Dreieck zu zeichnen aus der Grundlinie $c = 8$ m, der Höhe $h = 2,5$ m und der Summe der beiden Seiten $a + b = 10$ m.

Aufgabe 4: Durch einen gegebenen Punkt C einer Ellipse eine Tangente derselben zu zeichnen. Genau nach den bei der Parabeltangente gegebenen Erörterungen muß CE in Figur 16 die Tangente sein; denn je näher D' dem Punkte D genommen wird, um so näher muß E' an E und C' an C rücken. Die Sehne CC' muß deshalb schließlich zur Tangente in C werden.

Sonach hat man, um CE zu erhalten, AC um CB zu verlängern und von C auf BD das Loth zu fällen.

Da dieses Loth CE den entstandenen Außenwinkel halbirt und die Halbierungslinie des Winkels ACB auf CE senkrecht steht, so kann man auch den Winkel ACB halbiren und durch C eine Senkrechte zu der Halbierungslinie ziehen. Diese ist dann die gesuchte Tangente, während jene Halbierungslinie die Normale der Ellipse für den Punkt C heißt.

Da AC und BC mit der Tangente in C gleiche Winkel bilden, so folgt daraus der Satz: Alle Lichtstrahlen, welche von einem Brennpunkte einer Ellipse (eines elliptischen Spiegels) ausgehen, vereinigen sich nach der Reflexion in dem zweiten Brennpunkte.

Lassen wir den zweiten Brennpunkt weiter und weiter rücken bis ins Unendliche, so wird schließlich aus der Ellipse eine Parabel.

Aufgabe 5: Durch einen Punkt P außerhalb der Ellipse an diese eine Tangente zu legen.

Auflösung: Ich denke mir den Punkt P auf der Linie CE in Figur 16. Da $PB = PD$ sein muß, so liegt D auf dem Kreise, welcher mit PB um P geschlagen wird, und auch auf dem Kreise, welcher die Summe der beiden Radienvektoren $(a + b)$ zum Radius und A zum Mittelpunkte hat. Da zwei Kreise sich im Allgemeinen in zwei Punkten schneiden, so wird es zwei Punkte D, zwei Linien BD und zwei Senkrechte PE dazu, also zwei Tangenten von P an die Ellipse geben.

§ 16.

Die Gleichung der Ellipse.

Man bezeichne abweichend von dem Bisherigen AB mit $2e$ und $AC + CB$ mit $2a$. Zur Abscissenaxe wähle man AB und zum Koordinatenanfang den Halbirungspunkt von AB. Figur 18. Ein beliebig gefundener Punkt C der Ellipse habe die Ordinate y und die Abscisse x ; so bestehen nach dem Pythagoreischen Lehrsatz die beiden Gleichungen:

$$AC^2 = y^2 + (e + x)^2$$

$$BC^2 = y^2 + (e - x)^2$$

$$AC + BC = \sqrt{y^2 + (e + x)^2} + \sqrt{y^2 + (e - x)^2} = 2a,$$

$$\text{also } \sqrt{y^2 + (e + x)^2} = 2a - \sqrt{y^2 + (e - x)^2}$$

Erheben wir diese Gleichung ins Quadrat, so ergibt sich nach allen Vereinfachungen:

$$a \sqrt{y^2 + (e - x)^2} = a^2 - e x$$

Auch diese Gleichung ist ins Quadrat zu erheben und dann so zu ordnen:

$$(a^2 - e^2) x^2 + a^2 y^2 = a^2 (a^2 - e^2)$$

$$\text{oder } \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{a^2 - e^2} = 1$$

Bilde ich mir ein rechtwinkeliges Dreieck AME aus der Hypotenuse a und der Kathete e und nenne die zweite Kathete b, so ist $b^2 = a^2 - e^2$ und damit die gesuchte Gleichung der Ellipse:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

Die Form dieser Gleichung zeigt die erwähnte doppelte Symmetrie, da jedem positiven oder negativen x zwei an Größe gleiche, an Vorzeichen verschiedene y entsprechen.

Für $y = 0$ ist $x = \pm a$; für $x = 0$ ist $y = \pm b$, a heißt die große, b die kleine Halbaxe der Ellipse.

Aufgabe: Ein Dreieck trigonometrisch zu bestimmen durch die Grundlinie $c = 8$ m, die Höhe $h = 2,5$ m und die Summe der Seiten $s = 10$ m.

Auflösung: Nach den in der Ellipsengleichung gebrauchten Bezeichnungen ist

$$a = 5 \text{ m}, \quad e = 4 \text{ m}$$

deshalb $b = 3$ m. Dazu ist für den dritten Punkt des Dreiecks gegeben $y = 2,5$ m. Setze ich diese Zahlen in die Gleichung der Ellipse ein, so finde ich x und habe damit diese Aufgabe zurückgeführt auf die Berechnung eines Dreiecks durch die Höhe und die Höhensegmente der Grundlinie.

§ 17.

Ellipse und Kreis verglichen.

Die Gleichung der Ellipse läßt sich in folgender Form schreiben:

$$1) \quad y^2 = \frac{b^2}{a^2} (a^2 - x^2) = \frac{b^2}{a^2} (a + x)(a - x)$$

Zeichnet man (Figur 18) über der großen Axe der Ellipse als Durchmesser einen Kreis und verlängert die Ordinate CH eines beliebigen Punktes C der Ellipse bis zu der Peripherie des Kreises und nennt die Ordinate des so erhaltenen Punktes Y, so besteht die Gleichung:

$$2) \quad Y^2 = (a + x)(a - x)$$

Durch Division von 1) und 2) erhält man

$$3) \quad \frac{y^2}{Y^2} = \frac{b^2}{a^2} \quad \text{oder} \quad \frac{y}{Y} = \frac{b}{a}$$

Die Ordinaten aller so einander entsprechenden Punkte C und C' stehen also in demselben Verhältniß wie die kleine Halbaxe zur großen Halbaxe der Ellipse.

Für irgend einen Kreis mit dem Radius a ($MF = MG = a$) wird man Punkte der zugehörigen Ellipse, deren große Halbaxe a, deren kleine Halbaxe b sein soll, finden,

indem man die Ordinaten des Kreises in dem Verhältniß $\frac{b}{a}$ verkürzt. Das wird, wie Fig. 18 zeigt, bequem geschehen, indem man mit b um M einen Kreis beschreibt und durch den Punkt K , in welchem MC' diesen Kreis schneidet, eine Parallele zur Abscissenaxe zieht. Der Schnittpunkt derselben mit der Ordinate $C'H$ ist der gesuchte Ellipsenpunkt C .

Satz 1: Die Ellipse kann angesehen werden als entstanden durch senkrechte Projektion eines Kreises, dessen Radius a ist, auf eine mit der Ebene des Kreises einen gewissen Winkel φ bildende Ebene.

Beweis: Figur 19. Die Kante beider Ebenen oder der zu dieser Kante parallele Durchmesser des Kreises wird zur Abscissenaxe genommen. Der dazu senkrechte Radius a verkürzt sich dann zu $a \cdot \cos \varphi = b$ und jede Ordinate des Kreises Y zu $Y \cdot \cos \varphi = y$, also wird $\frac{y}{Y} = \cos \varphi = \frac{b}{a}$

In der Projektionslehre wird auf Grund dessen gezeigt, daß der Inhalt jeder beliebigen ebenen Figur durch jene Projektion sich verändert in das Produkt ihres Inhalts mit dem Cosinus des Neigungswinkels φ . Es sei hier daran erinnert, daß bei der Projektion eines Dreiecks, dessen Grundlinie c der Kante der beiden Ebenen parallel ist, c ungeändert bleibt, die Höhe h aber sich verkürzt zu $h \cdot \cos \varphi$. Der Inhalt des ursprünglichen Dreiecks ist $\Delta = \frac{c h}{2}$, der Inhalt seiner Projektion $\Delta_1 = \frac{c h \cos \varphi}{2}$. Also $\Delta_1 = \Delta \cdot \cos \varphi$. Die übrigen Schlußglieder jener Gedankenreihe sind leicht zu ergänzen. Da nun der Inhalt des Kreises $a^2 \pi$ ist, so ist der Inhalt der durch Projektion desselben entstandenen Ellipse $a^2 \pi \cdot \cos \varphi = a^2 \pi \cdot \frac{b}{a} = a b \pi$.

Satz 2: Der Inhalt einer Ellipse ist gleich dem Inhalte eines Kreises, dessen Radius die mittlere Proportionale zwischen ihren beiden Halbachsen ist.

Beschreibt man über der kleinen Axe der Ellipse als Durchmesser einen Kreis und nimmt die Punkte D und L , jenen auf der Ellipse, diesen auf dem Kreise so, daß beide dieselbe Ordinate y haben, so gilt für D die Gleichung der Ellipse:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

$$\text{oder 1) } x^2 = \frac{a^2}{b^2} (b^2 - y^2) = \frac{a^2}{b^2} (b + y) (b - y)$$

Bezeichnet man die Abscisse des Punktes L mit X , so gilt

$$2) \quad X^2 = (b + y) (b - y)$$

$$\text{also 3) } \frac{x^2}{X^2} = \frac{a^2}{b^2} \text{ oder } \frac{x}{X} = \frac{a}{b}$$

Satz 3: Wenn man die Ordinaten eines Kreises, dessen Radius b ist, so verlängert, daß die verlängerten Ordinaten zu den ursprünglichen stets das Verhältniß $\frac{a}{b}$ haben, so gehören die entstehenden Endpunkte einer Ellipse an, deren kleine Axe $2b$ ist.

Satz 4: Durch Verlängerung oder Verkürzung der Ordinaten eines Kreises in constantem Verhältniß entsteht eine Ellipse.

Satz 5: Durch senkrechte Projektion einer Ellipse, so daß die kleine Axe der gemeinschaftlichen Kante beider Ebenen parallel ist, entsteht ein Kreis, dessen Durchmesser $2b$ ist, falls der Neigungswinkel φ der beiden Ebenen der Gleichung $\cos \varphi = \frac{b}{a}$ genügt.

Satz 6: Jede Ebene, welche durch den Durchmesser des Grundkreises eines Kreiscylinders gelegt wird, schneidet die Cylinderfläche in einer Ellipse.

Aufgabe 1: Bestimme die Axen der Ellipse zu Satz 6.

Aufgabe 2: Zeige, daß jeder schief zur Axe des Kreiscylinders gelegte Durchschnitt eine Ellipse sein muß.

Satz 7: Figur 20. Wenn man durch C die Parallele CE zu $C'M$ zieht, so ist das über der Abscissenaxe liegende Stück CD derselben gleich der kleinen Halbaxe b und $DE = a - b$.

Beweis:

$$\frac{CD}{C'M} = \frac{y}{Y} = \frac{b}{a}$$

Da aber $C'M = a$ ist, so ist $CD = b$.

Satz 8: Bewegt sich eine Linie DE von constanter Länge mit ihren Endpunkten auf den Schenkeln eines rechten Winkels, so beschreibt jeder Punkt C derselben eine Ellipse, deren eine Halbaxe CD , die andere CE ist.

Aufgabe 3: Mit Benützung des Satzes 8 eine Ellipse zu zeichnen.

§ 18.

Die Hyperbel.

Aufgabe 1: Ein Dreieck zu zeichnen, für welches die Grundlinie c und der Unterschied der beiden Seiten $a - b$ gegeben ist, z. B. $c = 8$ m, $a - b = 5$ m.

Auflösung: Durch c sind A und B bestimmt. Die gegebene Strecke $a - b$ kann von B aus unter einem beliebigen Winkel an AB angelegt werden. Wird der Endpunkt D mit A verbunden, so liegt C auf BD und der Mittelsenkrechten von AD . Fig. 21.

Es giebt unzählige Punkte D und deshalb auch unzählige Punkte C .

Die Punkte D liegen auf dem Kreise, welcher B zum Mittelpunkt und $a - b$ zum Radius hat.

Kommt es nur auf die absolute Länge dieses Unterschiedes, nicht auf das Vorzeichen an, so läßt sich die rechts vom Punkte B aus durchgeführte Construction auch links vom Punkte A aus machen, ebenso an beiden Seiten unterhalb wie oberhalb. Daraus ergibt sich, daß die Linie, welche alle Punkte C enthält, sowohl durch AB (die Abscissenaxe) als auch durch die Mittelsenkrechte zu AB in symmetrische Zweige zerschnitten wird. Diese Linie heißt Hyperbel.

Die Hyperbel ist also der geometrische Ort aller derjenigen Punkte, deren Unterschied der Entfernungen von zwei festen Punkten gleich ist. Oder auch: Die Spitzen aller Dreiecke, für welche die Grundlinie c und der Unterschied der beiden Seiten d ($a - b$ oder $b - a$) ungeändert bleibt, liegen auf einer Hyperbel, für welche die Endpunkte von c die Brennpunkte sind und der Unterschied der Radienvektoren die gegebene Strecke d .

Das von den Tangenten der Ellipse Gesagte gilt hier analog.

Aufgabe 2: Durch den Punkt C einer Hyperbel eine Tangente zu legen.

Auflösung: Figur 21. D liegt auf dem Kreise, welcher mit d , der Differenz der beiden Radienvektoren, um B, und auf dem Kreise, welcher mit CA um C beschrieben wird. Diese beiden Kreise müssen sich in D berühren. Die durch C zu AD gezogene Senkrechte ist die gesuchte Tangente.

Aufgabe 3: Durch einen Punkt P außerhalb der Hyperbel an diese eine Tangente zu legen.

Auflösung: Der Punkt P werde auf CE gedacht. Da $PD = PA$ sein muß, so sind für D wieder zwei Kreise vorhanden. Die Senkrechte von P auf AD ist die gesuchte Tangente. Zwei Auflösungen, da sich zwei Punkte D ergaben.

§ 19.

Asymptoten der Hyperbel.

Die Construction des Hyperbelpunktes C versagt, sobald die Mittelsenkrechte von AD parallel BD wird. Das ist der Fall, sobald statt D der Punkt H gewählt wird, in welchem die von A aus an den mit d um B beschriebenen Kreis gelegte Tangente diesen Kreis berührt. In diesem Falle schneiden sich BH und die Mittelsenkrechte von AH im Unendlichen, d. h. diese Mittelsenkrechte ist die Tangente des äußersten Punktes der Hyperbel. Sie heißt Asymptote. Dieselbe muß durch den Halbirungspunkt M von AB gehen, da sie parallel BH ist und durch den Halbirungspunkt von AH geht. Der Winkel,

welchen die Asymptote MI mit der Abscissenaxe bildet, ist der Winkel ABH. Aus dem rechtwinkligen Dreiecke ABH, dessen Hypotenuse c, die eine Kathete d, die andre $\sqrt{c^2 - d^2}$ ist, ergibt sich für jenen Winkel:

$$\text{tang } \varphi = \frac{\sqrt{c^2 - d^2}}{d}$$

Für c wird wie bei der Ellipse $2e$ und für d $2a$ gesetzt, so erhält man

$$\text{tang } \varphi = \frac{\sqrt{e^2 - a^2}}{a}$$

a pflegt man die halbe große Axe der Hyperbel zu nennen, $\sqrt{e^2 - a^2} = b$ die halbe kleine Axe.

$$MA = MB = e$$

$$MI = a, AI = b$$

Der Halbirungspunkt von AF in Figur 21 sei G. Es ist

$$MF = 2a - e$$

$$FA = e - MF = 2e - 2a$$

$$AG = GF = e - a$$

$$GF + MF = a$$

Errichtet man also in G die Senkrechte auf GM, so ist die Strecke derselben bis zur Asymptote $GL = b$ und $LM = e$.

Der Punkt G heißt Scheitelpunkt der Hyperbel. Die Senkrechte in G auf AM ist die erste aller Tangenten, die Asymptote die letzte. Die Schnittpunkte aller Tangenten der Hyperbel mit der Abscissenaxe bewegen sich also von G bis M. Figur 22.

Es bedarf kaum des Hinweises, daß noch eine zweite Asymptote vorhanden ist, welche in Bezug auf das Axensystem zu der ersteren in symmetrischer Lage sich befindet, und daß beide durch M fortlaufen. Schon die Gleichung

$$\text{tang } \varphi = \frac{\sqrt{e^2 - a^2}}{a} = \pm \frac{b}{a}$$

genügt, das zu erkennen.

§ 20.

Die Gleichung der Hyperbel.

Wie in § 16 für die Ellipse hat man hier

$$AC - BC = \sqrt{y^2 + (e + x)^2} - \sqrt{y^2 + (e - x)^2} = 2a$$

Genau durch dieselbe Rechnung wie dort erhält man hier

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{e^2 - a^2} = 1$$

oder

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$$

Diese Gleichung der Hyperbel zeigt, daß jedem Werthe von y , sowohl dem positiven als auch dem negativen, zwei reelle gleiche x mit entgegengesetztem Zeichen entsprechen, da

$$x^2 = \frac{a^2}{b^2} (y^2 + b^2) \text{ ist.}$$

Die Hyperbel ist also, wie schon gezeigt worden, symmetrisch in Bezug auf jede der beiden Koordinatenachsen.

Da hingegen $y^2 = \frac{b^2}{a^2} (x^2 - a^2)$ ist, so wird nicht jedem beliebigen x ein reelles y entsprechen, sondern nur jedem x , welches größer als a ist.

Für $x = 0$ ist $y = \pm b \sqrt{-1}$, d. h. die Ordinatenaxe wird von der Hyperbel nicht getroffen.

Für $y = 0$ ist $x = \pm a$, d. h. die Abscissenaxe wird von der Hyperbel in den beiden Scheitelpunkten getroffen.

Nach § 19 hängt von $\frac{b}{a}$ der Neigungswinkel φ ab, da $\tan \varphi = \frac{b}{a}$ ist.

$\frac{b}{a}$ kann nun ein echter Bruch, ein unechter Bruch oder auch 1 sein. In dem letzten Falle bilden die Asymptoten mit einander den Winkel 90° . Dann heißt die Hyperbel gleichseitig und es ist $e = a \sqrt{2}$, d. h. die Diagonale desjenigen Quadrats, dessen Seite a ist.

Aufgabe: Zur trigonometrischen Berechnung eines Dreiecks ist gegeben die Grundlinie $c = 13$ m, die Höhe $h = 8$ m und der Unterschied der beiden Seiten $d = 5$ m.

Nachträgliche Bemerkung: Die ersten 6 Figuren setzen Kroquier-Papier voraus. Das ist in dem Steindruck übersehen worden.

Konitz, 31. December 1893.

J. Praetorius.

Schulnachrichten.

I. Allgemeine Lehrverfassung.

I. Zahl der Lehrstunden in den einzelnen Klassen und Unterrichtsgegenständen.

№	Lehrgegenstände	IA.	IB.	IIA.	IIB.	IIIA.	IIIBa	IIIBb	IVA.	IVB.	VA.	VB.	VI.	Sa.
1	Christliche Religionslehre a. katholische	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	3	13
	b. evangelische	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	3	13
2	Deutsch	3	3	3	3	2	2	2	3	3	2	2	3	31
3	Lateinisch	6	6	6	7	7	7	7	7	7	8	8	8	84
4	Griechisch	6	6	6	6	6	6	—	—	—	—	—	—	42
5	Französisch	2	2	2	3	3	3	3	4	4	—	—	—	26
6	Geschichte und Erdkunde	3	3	3	3	3	3	3	4	4	3	3	3	38
7	Rechnen und Mathematik	4	4	4	4	3	3	3	4	4	4	4	4	45
8	Naturbeschreibung	—	—	—	—	—	2	2	2	2	2	2	2	14
9	Physik	2	2	2	2	2	—	—	—	—	—	—	—	10
10	Schreiben	—	—	—	—	—	—	—	—	—	2	2	2	6
11	Zeichnen	× 1				2	2	2	2	2	2	2	—	13
	Summa	28	28	28	30	30	30	30	28	28	25	25	25	335
12	Hebräisch ×	2	2	2	—	—	—	—	—	—	—	—	—	4
13	Englisch ×	2	2	2	—	—	—	—	—	—	—	—	—	4
14	Polnisch	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	6
15	Jüdischer Religions- unterricht	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2	6
16	Gesang	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	6
							2	2	2	2	2	2	2	
17	im Sommer:	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	18
	im Winter:	3	3	3	3	2	2	2	3	3	3	3	2	

NB. Das Zeichen × bedeutet wahlfreie, das Zeichen $\underbrace{\quad}$ gemeinsame Stunden, welche in der Quersumme einfach gezählt sind.

Übersichtstabelle über die Verteilung der Lehrstunden unter die einzelnen Lehrer während des Schuljahres 1893/94.

№	Lehrer.	Ordinarius in	IA.	IB.	IIA.	IIB.	IIIA.	IIIBa.	IIIBb.	IVA.	IVB.	VA.	VB.	VI.	Gesamtzahl der Stunden.
1	Direktor: Prof. Dr. Thomaszewski	IA.	6 Griech. 2 Horaz	2 Horaz											10
2	Professoren: 1. Dr. Praetorius	IB.	3 Deutsch†† 4 Math. 2 Physik	4 Math. 2 Physik	3 Deutsch†			3 Math. 2 Naturb.							20
3	2. Paszotta				4 Math. 2 Physik			3 Math.		4 Rechnen			2 Polnisch		21
4	3. Bochner	IIIBa.	3 Deutsch† 2 Religion		2 Religion		7 Latein† 2 Naturb. 2 Religion		4 Franz.**				2 Naturb.		22† 16**
5	4. Heppner*	IVA.†						3 Franz.†† 7 Latein†		7 Latein†					17
6	5. Dr. Kitt	IIB.	4 Latein			4 Griech. 7 Latein									21
7	Oberlehrer: 1. Dieckert	IIIA.		3 Deutsch		7 Latein				2 Religion	3 Deutsch		2 Religion	3 Religion	20
8	2. Lütke		2 Religion 2 Hebräisch 2 Englisch 2 Franz.	2 Religion 2 Englisch	2 Hebräisch 2 Religion		2 Religion			2 Religion	2 Religion		2 Religion	3 Religion	21
9	3. Papenfus	IIIBb.	6 Griech. 4 Latein		2 Virgil 2 Homer			2 Deutsch 6 Griech.							22
10	4. Zielinski	IVB.		2 Polnisch				2 Polnisch				4 Rechn. 2 Naturb.		2 Naturb.	23
11	5. Boettcher	VA.										8 Latein 3 Deutsch 2 Erdk.			23
12	6. Meyer	IIA.			6 Griech. 4 Latein						6 Griech.		4 Rechn. 4 Rechn.		24
13	7. Dr. Thiel I.	VB.	3 Gesch.	3 Gesch.	3 Gesch. 1 Erdk.			2 Gesch. 1 Erdk.			2 Gesch. 2 Erdk.		8 Latein 3 Deutsch 2 Erdk.		22
14	8. Schoenenberg			2 Franz.	2 Englisch 2 Franz.	3 Franz.		3 Franz.	3 Franz.††	4 Franz.*	4 Franz.			2 Erdk.	22*
15	9. Thiel II.														19**
16	Wissenschaftl. Hilfslehrer: Rübe.	VI.						2 Deutsch		3 Deutsch				8 Latein 4 Deutsch	19† 6 Turn.
17	Kommissarische Lehrer: 1. Dr. Meyen														25
18	2. Gerlach††	IVA.††			3 Deutsch††		7 Lat.†† 2 Chorgesang			7 Lat.†† 7 Lat.††					24
19	Technischer Lehrer: Kaffler			1 Zeichnen	2 Zeichnen	2 Zeichnen				2 Zeichnen	2 Zeichnen	2 Schreib. 2 Zeichn.		2 Schreib. 2 Zeichn. 2 Singen	25
20	Jüdischer Religionslehrer: Dr. Grabowski		1 Religion		1 Religion			2 Religion		2 Religion			2 Religion		6

Vertrat in der Zeit vom 1. August bis 15. September den Hilfslehrer Rübe.

† bedeutet bis Michaelis, †† seit Michaelis, * bis Neujahr, ** seit Neujahr.

Während der Monate November und Dezember war ausserdem die Naturbeschreibung in V, IV und IIIB von Prof. Praetorius und Oberlehrer Zielinski kombiniert, ebenso die Geschichte und Erdkunde in V und IIIB von Dr. Thiel I., während die evangelischen Religionsstunden in I, II und III von Oberlehrer Dieckert, in V von Oberlehrer Boettcher und die deutschen Stunden in IV von Oberlehrer Schoenenberg erteilt wurden.

III. Übersicht über die während des abgelaufenen Schuljahres in den Klassen I und II gelesenen Schriftsteller und die in I, II und III bearbeiteten Aufsätze.

A. Deutsch: IA. Lessing: Hamburgische Dramaturgie, Minna von Barnhelm, Emilia Galotti; Klopstock: Ausgewählte Oden; Schiller: Wallenstein; Shakespeare: Julius Caesar.

8 Aufsätze: 1) Des Lebens Mühe lehrt uns allein, des Lebens Güter schätzen. 2) Warum durfte der Dichter und nicht der Bildhauer den Laokoon schreiend darstellen? 3) »Dieser ist ein Mensch gewesen, und das heisst: ein Kämpfer sein.« Eine Grabschrift Lessings. (Klassenaufs.) 4) Menschliches und Übermenschliches an den Homerischen Göttern. 5) *Οὐκ ἔστι θνητῶν, ὅσους ἔσσι ἐλεύθερος.* 6) »Der Mensch ist manchmal seines Schicksals Meister; nicht durch die Schuld der Sterne, lieber Brutus, durch eigne Schuld nur sind wir Schwächlinge.« Cassius in Shakespeares Julius Cäsar. (Klassenaufs.) 7) *Quanto quisque sibi plura negaverit, ab dis plura feret.* Horaz Oden III. 16. 8) *Ἡμέρα κλίνει τε κόνει γαίαν πάντα τὰνθρόπειαν.* Athene zu Odysseus in Sophocles' Ajax. (Abiurientenaufsatz.)

IB. Lessings Laokoon, Goethes Iphigenie, Schillers Braut von Messina; Walther von der Vogelweide.

8 Aufsätze: 1) Was treibt die Menschen in die Ferne? 2) Walther von der Vogelweide. 3) Der Chor in der Braut von Messina, eine Fundgrube der Lebensweisheit. 4) Was lässt sich zu Gunsten des Krieges und was zu Ungunsten des Friedens anführen? (Probeaufs.) 5) Iphigenie und Beatrice, eine vergleichende Charakterdarstellung. 6) Welche Unterschiede zwischen Malerei und Poesie entwickelt Lessing in den ersten fünf Kapiteln des Laokoon? 7) Welche Eigentümlichkeiten des Jünglingsalters treten in den Kreuzzügen zu Tage? 8) Die Eigentümlichkeiten des deutschen Nationalcharakters in der deutschen Dichtung. (Probeaufsatz.)

IIA. Lektüre: Egmont, Götz von Berlichingen, Nibelungen nach Hopf und Paulsiek für Obersekunda, Walther von der Vogelweide mit Auswahl, Wallenstein.

8 Aufsätze: 1) Johannas Schuld und Sühne in Schillers Jungfrau von Orleans. 2) Der ist am glücklichsten, er sei König oder Geringer, dem in seinem Hause Wohl bereitet ist. 3) Freiheit? Ein schönes Wort, wer's recht versteht. (Alba in Goethes Egmont.) 4) Ordnung regiert die Welt. 5) Schillers Wallenstein: Wie führt uns der Dichter selbst durch seinen Prolog in das Stück ein? (Probeaufs.) 6) Wachtmeister und erster Kürassier in Wallensteins Lager von Schiller. 7) Welche Gründe mildern das Grauenhafte im Charakter Hagens? 8) Was erfahren wir von dem Leben des Max in Schillers Piccolomini und was gefällt uns besonders an seinem Wesen? (Probearbeit.)

IIB. 8 Aufsätze: 1) Der Gang der Verhandlungen in der Rütli-Szene. 2) Des Lebens ungemischte Freude ward keinem Irdischen zu teil. 3) Ans Vaterland, ans teure, schliess dich an, das halte fest mit deinem ganzen Herzen. 4) Wie schildert uns der Richter in Hermann und Dorothea die Wirkungen der französischen Revolution? 5) Die Schilderung der Vertriebenen durch den Apotheker und Hermann. (Klassenaufs.) 6) Woraus erklärt sich die grosse Teilnahme der Griechen an dem Tode des Ibykus? 7) Zustand Frankreichs vor dem Auftreten der Jungfrau von Orleans. 8) Schuld und Sühne Johannas. (Prüfungsaufs.)

IIIA. 9 Aufsätze: 1) C. Julius Cäsar. (Nach Mommsen.) 2) Die wunderbare Rettung Arions. 3) Der Kampf Walthers von Aquitanien im Wasgenwalde. 4) Inwiefern bilden die drei Könige zu Heimsen zu dem Überfall im Wildbad eine Ergänzung? 5) Spätsommerabend in einer kleinen Landstadt. 6) Brief des römischen Ritters Gaius Volcacijs Tullus an seinen Bruder Marcus in Rom, geschrieben i. J. 53 v. Chr. am Rheine. 7) Gang der Handlung in den ersten beiden Akten von Schillers Wilhelm Tell. (Klassenaufs.) 8) Worin zeigt sich Gesslers Übermut und Wütereit? 9) Das erste und das zweite Herabtauchen des Tauchers in Schillers Ballade. (Probeaufsatz.)

IIIBa 9 Aufsätze: 1) Der Sturm im Kattegat. (Nach einem Lesestücke von Th. Mügge.) 2) Der Raub der Königstochter. (Umland, der blinde König.) 3) Rede des Orgetorix in der Versammlung seiner Landsleute. 4) Der Kaiser erzählt seinem Jagdgefolge die Begegnung mit dem Grafen von Limburg. (Umland, der Schenk von Limburg.)

5) Gudruns Raub und Befreiung. 6) Cäsars Ansprache an die Hauptleute seines Heeres im Lager vor Vesontio. 7) Phintias im Gefängnis. (Klassenaufs.) 8) Bericht des Sängers Volkmar über die Schlacht bei Strassburg. (G. Freytag, die Ahnen.) 9) Wodurch erregt Taillefer in Uhlands Gedicht unsere Teilnahme? (Probeaufsatz.)

IIIBb. 10 Aufsätze: Wie hat Umland seine Quelle in dem Gedichte; Das Singenthal benutzt? 8) Lob der Treue. 3) Entstehung der Welt. 4) Unbeständigkeit des Glückes. 5) Auf welche Weise wird Gudrun aus der Gefangenschaft befreit? (Probeaufs.) 6) Die Treue Hagens. 7) Warum wird Fiskulf der Fischer freigesprochen? (Probeaufs.) 8) Bestrafter Ungehorsam. 9) Ein Regen. 10) Welche Gefahren hat Damon bei seiner Rückkehr zu überwinden? (Probeaufs.)

B. Latein. IA. Horaz Oden lib. III ep. I 1—15 u. 20. Cic.: in Anton. I u. II; Tacitus Agricola; ann. II u. III mit Auswahl. Privatim: Livius XXX.

IB. Horaz od. lib. I, II und IV; sat. I 1 u. 6. Tacit. Germ. und histor. IV u. V mit Auswahl. Privatim: Liv. XXIV.

IIA. Livius XXIII, Cicero in Catil III u. IV, Sallust bell. Catilin. Vergil. Aen. I—IV.

IIB. Ovid carm. sel. nach der Ausgabe von Sedlmayer. Cicero pro Archia, pro imp. Cn. Pomp. Livius XXII.

C. Griechisch. IA. Soph. Antig., Plato Protagoras, Thucydides Leichenrede, Homer II. XI—XV und XXI—XXIV.

IB. Soph. Aias, Homer II. I—IX, Plato Apologie u. Kriton.

IIA. Homer Od. X—XXIV nach der verkürzten Ausgabe von Christ.; Herodot VI—IX mit Auswahl, Lysias orr. XII, XIII u. XXV.

IIB. Homer Od. I—IX nach Christ., Xenophon Anab. VI u. VII. Hellenica II.

D. Französisch. IA. Mignet, Histoire de la Révolution française. Introduction und depuis le 5. Mai jusqu' à la mort de Mirabeau. Molière, L'Avare.

IB. Barante, Jeanne d'Arc; Scribe, Le verre d'eau.

IIA. Voltaire, Histoire de Charles XII, I. Teil.

IIB. Michaud, Histoire des croisades, II. Teil.

IIIA. Erckmann-Chatrion, Contes populaires.

E. Englisch. I. Aus Washington Irving's Sketch-Book Stratford-on-Avon und Rip van Winkle. Shakespeare's Macbeth.

IV. Mitteilungen aus den Verfügungen des königlichen Provinzialschulkollegiums zu Danzig.

1. Vom 19. Januar 1893. Der Prozentsatz der am Turnen nicht teilnehmenden Schüler ist möglichst zu beschränken und die Turnstunden mit dem sonstigen Schulunterricht in Verbindung zu bringen. Unter unmittelbarer Leitung eines Lehrers dürfen höchstens 60, und sollen wenigstens 20 Schüler als eine Abtheilung zusammen üben.

2. Vom 13. Februar. Oberlehrer und Religionslehrer Lücke wird zum Mitglied der Prüfungskommission für Direktoren und Lehrer an Mittelschulen für das Jahr 1893 ernannt.

3. Vom 19. März. Oberlehrer Franz Thiel vom Realprogymnasium in Papenburg ist in gleicher Eigenschaft an das hiesige Gymnasium versetzt.

4. Vom 21. März. Den Oberlehrern Heppner und Dr. Kitt ist der Charakter »Professor« beilegt.

5. Vom 5. April. Der kommissarische Lehrer Schoenenberg vom Progymnasium zu Loebau ist als Oberlehrer an das hiesige Gymnasium versetzt.
6. Vom 11. April. Betrifft die Einführung der mitteleuropäischen Zeit.
7. Vom 20. April. Neu einzuführende Schulbücher müssen nach Papier, Druck und Ausstattung allen schultechnischen und hygienischen Anforderungen und inhaltlich den Forderungen der Lehrpläne entsprechen. Bei neuen Auflagen ist Form und Inhalt so zu gestalten, daß die alte Auflage neben der neuen gebraucht werden kann. Die Zahl der für jedes Fach in jeder Provinz vorzuschlagenden Schulbücher ist erheblich einzuschränken.
8. Vom 6. Mai. Die Bestimmungen über die Annahme der Supernumerare bei der Verwaltung der indirekten Steuern werden mitgeteilt.
9. Vom 8. Mai. Den Professoren Dr. Praetorius, Paszotta, Boehmer und Heppner ist der Rang der Räte vierter Klasse verliehen.
10. Vom 23. Mai. Der Schwamm im Konviktsgebäude soll beseitigt werden.
11. Vom 8. Juli. Professor Heppner, der zum 1. Januar 1894 in den Ruhestand tritt, erhält vom 1. Oktober bis 31. Dezember einen vierteljährlichen Urlaub.
12. Vom 15. Juli. Die Verfügung, nach der der Nachmittagsunterricht, bezw. eine fünfte Vormittagsstunde auszufallen hat, wenn das hundertteilige Thermometer um 10 Uhr vormittags im Schatten 25 Grad zeigt, ist streng zu beachten.
13. Vom 20. Juli. Die Schüler der Untersekunda, welche die Klasse anderthalb Jahre besuchen, können Michaelis ihr Examen wiederholen.
14. Vom 28. August. Direktiven für die Beurteilung kontagiöser Augenkrankheiten werden mitgeteilt.
15. Vom 6. November. Dem jedesmaligen Direktor des Gymnasiums steht in dieser seiner Eigenschaft die Verfügung über die Plätze in der der Anstalt gehörigen Gymnasialkirche zu.
16. Vom 7. November. Wegen des beschränkten Raumes in der Turnhalle ist für das Wintersemester die aus 90 Schülern bestehende Turnabteilung der Tertia in zwei Abteilungen zu teilen und wegen der dadurch erforderlich werdenden Vermehrung der Zahl der Turnstunden jede dieser Abteilungen sowie die Sexta in nur zwei wöchentlichen Turnstunden zu unterrichten.
17. Vom 1. Dezember. Nur Nationalfahnen, aber keine Reichsfahnen dürfen aus Staatsfonds beschafft werden.
18. Vom 5. Dezember. Die Miete, die der hiesige Männerturnverein für die Benutzung der Gymnasial-Turnhalle jährlich zu zahlen hat, wird auf 49,18 Mark jährlich ermäßigt.
19. Vom 7. Dezember. Dem Professor Heppner ist durch Erlaß vom 24. November der Rote Adlerorden 4. Klasse verliehen worden.
20. Vom 9. Januar 1894. Die Ferienordnung des Jahres 1894 ist die nachfolgende: Ostern 21. März bis 5. April, Pfingsten 11. Mai bis 17. Mai, Sommer 30. Juni bis 31. Juli, Michaelis 29. September bis 16. Oktober, Weihnachten 22. Dezember bis 8. Januar k. J.
21. Vom 20. Januar. Das Zeugnis über das Bestehen der Abschlußprüfung nach dem sechsten Jahrgange neunstufiger höherer Schulen kann an sich nicht als Abgangs-

zeugnis gelten, sondern muß dann einen besonderen gebührenpflichtigen Vermerk des Direktors erhalten.

22. Vom 29. Januar. Die Neuordnung der Prüfung für diejenigen jungen Leute, welche, ohne Schüler des Gymnasiums zu sein und ohne die Aufnahme in dasselbe nachzusuchen, ein Zeugnis der Reife für Prima erwerben wollen, wird mitgeteilt.

23. Vom 7. Februar. Die Sparkassenbücher, die zum Vermögen des Gymnasiums gehören und bei der Anstaltskasse aufbewahrt werden, sind von dem Direktor außer Kurs zu setzen.

24. Vom 18. Februar. In besonderen Fällen ist der Reichskanzler ermächtigt, ausnahmsweise dem Zeugnis über die bestandene Abschlußprüfung die Bedeutung eines gültigen Zeugnisses der wissenschaftlichen Befähigung für den einjährig-freiwilligen Dienst auch dann beizulegen, wenn der Inhaber des Zeugnisses die Untersekunda nicht ein volles Jahr hindurch besucht hat.

V. Chronik.

Dienstag, den 11. April wurde das Schuljahr in der üblichen Weise eröffnet.

Am 12. Juni feierte das Gymnasium unter lebhafter Teilnahme der Stadtbewohner sein Schulfest in dem 1 km von der Stadt entfernten Wilhelminenhöhe. Vom schönsten Wetter begünstigt verlief dasselbe zu allgemeiner Befriedigung. Leider war der zur Verfügung stehende Platz für eine solche Menschenmenge nicht ausreichend und erschwerte die Übersicht über die einzelnen Klassen gar sehr.

Am 21. und 22. August wurde der großen Hitze wegen der Unterricht bereits um 11 Uhr vormittags geschlossen.

Am 21. August starb ein lieber und begabter Schüler des Gymnasiums, der Untertertianer Kurt Schultz. Lehrer und Schüler geleiteten seine Leiche zu Grabe.

Am 28. August starb der Sextaner Paul Karau. Die Mutter nahm die Leiche ihres einzigen Sohnes in ihre Heimat mit, Lehrer und Schüler folgten bis vor die Stadt.

Am 7. September fand unter dem Vorsitz des unterzeichneten Direktors die mündliche Prüfung von drei Abiturienten statt, die sämtlich bestanden.

Am 28. September erteilte Herr Professor Heppner, der seit Michaelis 1852 ununterbrochen an dem hiesigen Gymnasium als Lehrer gewirkt hatte, seine letzten Unterrichtsstunden. Er war zunächst für ein Vierteljahr beurlaubt und trat dann mit dem 1. Januar 1894 in den Ruhestand. Für seine langjährigen treuen Dienste wurde ihm der Rote Adlerorden 4. Klasse verliehen.

Am 27. Januar wurde der Allerhöchste Geburtstag Sr. Majestät des Kaisers und Königs in der festlich geschmückten Aula feierlich begangen. Die Festrede hielt Herr Oberlehrer und Religionslehrer Lüke. Da die Aula die Zahl der Gäste nicht fassen können und manche es bedauerten, die mit reicher instrumentaler Begleitung von dem Schülerchor zur Aufführung gebrachte melodramatische Kantate »Fürs Vaterland« von Mangold nicht gehört zu haben, so wurde dieselbe, um einzelne Musik- und Gesangstücke

vermehrt, am 2. Februar zum Besten des hier zu errichtenden Kaiser Wilhelm Denkmals noch einmal aufgeführt und der Reinertrag von 91,65 Mark dem Ausschuß zur Errichtung des Denkmals übergeben.

Am 19. Februar traf der Geheime Regierungs- und Provinzialschulrat Dr. Kruse hier ein, wohnte am folgenden Tage in allen Klassen dem Unterrichte bei, in dem er überall anregend und fördernd eingriff und in herzgewinnendem Verkehr mit der Jugend vielfach selbst unterrichtete und prüfte.

Der Gesundheitszustand war in diesem Jahre ein im ganzen befriedigender; nur Herr Professor Boehmer mußte zwei Monate hindurch von seinen Amtsgenossen vertreten werden, und als er am 21. November den Unterricht wieder aufnahm, konnte er dieses nicht im vollen Umfange thun, sondern erteilte anfangs nur 10, dann bis Weihnachten 12 und endlich bis zum Schlusse des Schuljahres 16 Stunden wöchentlich. — Die Gesundheit der Schüler ließ zeitweise manches zu wünschen übrig, namentlich wurde der Unterricht mehrereremale wesentlich einerseits durch die herrschende Influenza, andererseits dadurch geschädigt, daß in größeren Pensionaten, wie im Alumnat, Schüler an den Masern erkrankten und dann die sämtlichen Stubengenossen derselben dem Unterrichte fern bleiben mußten.

VI. Statistische Mittheilungen.

1. Frequenztafel für das Schuljahr 1893/94.

	OI	UI	OII	UII	OIII	UIII		IV		V		VI	Sa.
						a	b	a	b	a	b		
1. Bestand am 1. Februar 1893:	17	29	33	31	29	44	22	24	38	26	39	332	
2. Abgang bis zum Schlusse des Schuljahres 1892/93:	14	—	5	6	3	2	4	—	2	1	3	40	
3a. Zugang durch Versetzung zu Ostern:	29	26	21	23	36	16	16	29	22	16	15	—	258
3b. Zugang durch Aufnahme zu Ostern:	—	—	4	5	4	3	4	8	1	2	6	32	69
4. Frequenz am Anfange des Schuljahres 1893/94:	32	26	27	32	43	23	22	34	36	25	24	37	361
5. Zugang im Sommersemester:	—	1	1	—	—	—	1	1	—	1	1	—	6
6. Abgang im Sommersemester:	4	—	5	1	1	1	2	1	3	—	1	1	20
7a. Zugang durch Versetzung zu Michaelis:	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
7b. Zugang durch Aufnahme zu Michaelis:	—	—	—	—	1	—	1	—	—	—	—	—	2
8. Frequenz am Anfange des Wintersemesters:	28	27	23	31	43	22	22	34	33	26	24	36	349
9. Zugang im Wintersemester:	—	—	2	—	—	1	—	—	—	—	1	—	4
10. Abgang im Wintersemester:	1	1	—	—	—	—	1	3	2	1	1	1	11
11. Frequenz am 1. Februar 1894:	27	26	25	31	43	23	21	31	31	25	24	35	342
12. Durchschnittsalter am 1. Februar 1894:	20,4	19,5	18,1	17,3	15,4	15	15,3	14,5	13,6	12,8	12,8	11,7	

2. Religions- und Heimatsverhältnisse der Schüler.

	Evangel.	Kathol.	Dissidenten	Juden	Einheim.	Auswärtige	Ausländer
1. Am Anfange des Sommersemesters:	140	181	—	40	153	208	—
2. Am Anfange des Wintersemesters:	137	173	—	39	153	196	—
3. Am 1. Februar 1894:	135	168	—	39	149	193	—

Das Zeugnis der wissenschaftlichen Reife für den einjährigen Militärdienst haben erhalten: 1893 zu Ostern 27, zu Michaelis keiner; davon sind Ostern zu einem praktischen Berufe abgegangen 5.

3. Übersicht über die Abiturienten.

Namen	Geburtstag	Geburtsort	Kon- fession	Stand und Wohnort des Vaters	Aufenthalt		Angegebenes Berufsfach
					auf dem Gym- nasium	in Prima	
a. Michaelis 1893.							
1. Boese, Martin	29. 9. 73.	Neumark	kath.	†Gymnasiallehrer in Konitz	10 $\frac{1}{2}$	2 $\frac{1}{2}$	Jura.
2. Müller, Theobald	1. 9. 72.	Bagnitz, Kr. Tuchel	ev.	Lehrer in Bagnitz	4 $\frac{1}{2}$	2 $\frac{1}{2}$	Theologie.
3. Scherle, Johannes	13. 3. 70.	Mestin, Kr. Dirschau	kath.	Hofbesitzer in Mestin	8	2 $\frac{1}{2}$	Theologie.
b. Ostern 1894.							
1. Ascher, Ernst	12. 1. 76.	Jastrow, Kr. Dt. Krone	jüd.	Lehrer in Schlochau	6	2	Medizin.
2. Bannhagel, Martin	16. 10. 73.	Stabitz, Kr. Dt. Krone	kath.	Besitzer in Stabitz	2	3	Theologie.
3. Bienwald, Max	3. 2. 74.	Rehheide, Kr. Stuhm	ev.	Forstkassenrendant in Tuchel	2	2	Postfach.
4. Buchholz, Albert	2. 5. 73.	Lakomowo, Kr. Bromberg	ev.	† Besitzer in Lakomowo	11	3	Medizin.
5. v. Donimirski, Aug.	4. 8. 73.	Hohendorf, Kr. Stuhm	kath.	Gutsbesitzer in Hintersee, Kr. Stuhm	10	2	Landwirtschaft
6. v. Donimirski, Witold	1. 12. 74.	Gr. Ramsen, Kr. Stuhm	kath.	Rittergutsbes. in Kozuszki	6	2	Jura.
7. Eschner, Albert	17. 2. 74.	Konitz	kath.	† Kaufmann in Konitz	10	2	Jura.
8. Fitting, Paul	15. 9. 75.	Schleusenau, Kr. Bromberg	ev.	† Oberpostsekretär in Konitz	11	2	Postfach.
9. Hertell, Otto	3. 3. 73.	Rummelsburg	ev.	† Bäckermeister in Rummelsburg	11 $\frac{1}{2}$	2	Steuerfach.
10. Heubach, Emil	1. 7. 75.	Dt. Eylau	ev.	Apothekenbes. in Konitz	9	2	Jura.
11. Janowitz, Paul	17. 11. 70.	Abbau Dt. Cekzin, Kreis Konitz	kath.	Besitzer in Dt. Cekzin	10	3	Landwirtschaft
12. Kandetzki, Anton	27. 10. 72.	Gr. Klonia, Kr. Tuchel	kath.	Lehrer in Wittkau, Kr. Flatow	4	2	Jura.
13. Klatt, Gustav	31. 1. 74.	Krojanke, Kr. Flatow	ev.	† Sattlermstr. in Krojanke	7	2	Theologie.
14. v. Polczynski, [Stanislaus]	17. 4. 75.	Wittstock, Kr. Tuchel	kath.	Rittergutsbesitzer in Wittstock	10	2	Medizin.
15. Schwemmin, Joseph	31. 3. 71.	Petztn, Kr. Tuchel	kath.	Besitzer in Petztn	8 $\frac{1}{2}$	3	Steuerfach.
16. Spohn, Franz	12. 11. 74.	Oliva	kath.	Taubstummenlehrer in Schlochau	5	2	Theologie.
17. Strauss, Otto	4. 5. 74.	Rummelsburg	ev.	Bäckermeister in Rummelsburg	6	2	Postfach.
18. Wollschlaeger, Karl	29. 11. 74.	Pr. Friedland	ev.	Zimmermeister in Pr. Friedland	3	3	Militär.
19. Zander, Georg	19. 11. 75.	Konitz	jüd.	Kaufmann in Konitz	9	2	Medizin.

VII. Sammlung von Lehrmitteln.

1. Außer den Zeitschriften für die einzelnen Lehrfächer wurden die Fortsetzungen folgender Werke angeschafft: Iwan von Müller, Handbuch der klassischen Altertumswissenschaft, die Weimarer Ausgabe der Werke Goethes, monumenta Germaniae, Gemoll Realien bei Horaz, Verhandlungen der Direktorenversammlungen, Rethwisch Jahresberichte über das höhere Schulwesen, Grimm Lexicon, Lexicon Taciteum von Gerlach und Greef, Guéranger das Kirchenjahr, Janssen Geschichte des deutschen Volkes, Frick Lehrproben;

außerdem: Joseph die Paläste des Homerischen Epos, Platos Protagoras von Bertram, Bahnsch der Streit um den griechischen Sprachunterricht, Klee ausgeführter Lehrplan für den deutschen Unterricht, Asmus oder sämtliche Werke des Wandsbecker Boten, Merkwürdigkeiten zur Geschichte der Gelehrten, Roepell-Caro Geschichte Polens, Wezel Caesars gallischer Krieg, Brodbeck die Welt des Irrtums, Anton Generalregister der Zeitschrift für das Gymnasialwesen, Cauer Wort- und Gedankenspiele in den Oden des Horaz, Berner Geschichte des preußischen Staates, Egli nomina geographica ed. II, Münch neue pädagogische Beiträge, Horaz Satiren und Episteln von Lucian Müller, Kürschner deutscher Litteraturkalender für 1893, Fischer Armin und die Römer, Schulze Einführung in das Nibelungenlied, Buchholz allgemeine Erdkunde und die Erdteile in Charakterbildern, Perthes deutscher Kolonialatlas, Bender Gymnasialreden, Krumbach deutsche Sprech-, Lese- und Sprachübungen, Maisch deutsches Bürgertum, Terenz von M. Wagner, Horazens Briefe von Wieland, Wilmann deutsche Grammatik, Kluge Etymologisches Wörterbuch ed. 4, Benedix der mündliche Vortrag ed. VII, Strohmer die Ernährung des Menschen, Heintze die deutschen Familiennamen, Platonis leges ed. Stallbaum, Bauer Grundsätze der neuhochdeutschen Grammatik ed. XXI von Duden, Voigtlaender deutsche Landes- und Provinzialgeschichte, Jahresberichte der Geschichtswissenschaft XV. Jahrgang, Euripides Iphigenia Taurica von Klotz und von Wecklein, Rethwisch Deutschlands höhere Schulen.

2. Für die Schülerbibliothek: Immermann der Oberhof, Hoffmann Meister Martin der Kufner, Manzoni die Verlobten, Alexis: der Roland von Berlin, Cabanis und der Wärfwolf, Julius Wolff: der Rattenfänger von Hameln, der Sulfmeister und Lurlei; Karl May Reiseromane, Rudolf von Gottschalls Werke, Wauer Hohenzollern und die Bonapartes, Zeitz Kriegserinnerungen eines Feldzugsfreiwilligen.

3. An Geschenken gingen der Anstalt zu: a) von dem Ministerium der geistlichen pp. Angelegenheiten die Zeitschrift für Turnen und Jugendspiel von Schnell und Wickenhagen; b) von Verlagshandlungen: Stier hebräische Grammatik ed. II 1893, Partsch die Schutzgebiete des Deutschen Reiches; c) für die naturwissenschaftliche Sammlung von dem Direktor der Landarmen- und Besserungsanstalt, Herrn Grofebert eine übersichtlich geordnete Sammlung von Erdbohrproben in der Nähe von Konitz bis zu einer Tiefe von 95 Metern; von dem Obertertianer v. Kapherr ein ausgestopfter Mäusebussard (*Buteo vulgaris*), ein ausgestopftes Schneehuhn (*Lagopus alpinus*) und das Fell eines Alpenhasen (*Lepus variabilis*).

VIII. Stiftungen und Unterstützungen.

1. Die von Herrn Professor Boehmer unentgeltlich verwaltete Krankenkasse hatte

Bestand aus 1892/93 Mk. 3671,93

Einnahme aus 1893/94 » 523,53

= Mk. 4195,46

Ausgabe aus 1893/94 » 437,87

Bestand Mk. 3757,59

2. Die seitens des Gymnasiums zu verleihenden Stipendien im Gesamtbetrage von 465,64 Mk. aus 8 verschiedenen Stiftungen wurden stiftungsmäßig an 2 Studenten und 8 Schüler des Gymnasiums vergeben; ebenso wurden die Zinsen der Nelkestiftung, die in diesem Jahre 461,72 Mk. betragen, an würdige und dürftige Schüler verteilt; das Bischöfliche Generalvikariatsamt von Culm verlieh außerdem Stipendien im Betrage von 368 Mk. an 9 Schüler des Gymnasiums.

3. Die zehn Konviktstellen sind sämtlich besetzt; im Alumnote hatten 25, im Konvikt 3 Schüler freie Wohnung.

IX. Mitteilungen an die Schüler und deren Eltern.

1. Die Schlußfeier findet Mittwoch den 21. März in folgender Ordnung statt: Vormittags 8 Uhr Schlußgottesdienst in der Gymnasialkirche; vormittags 9 Uhr auf der Aula: a) Gesang, b) Abschiedsrede des Abiturienten Stanislaus von Pólczyński, c) Gesang, d) Entlassung der Abiturienten und Verkündigung der Versetzungen durch den Direktor.

2. Das neue Schuljahr beginnt Donnerstag, den 5. April, morgens 8 Uhr mit einem Gottesdienst in der Gymnasialkirche für die katholischen und um 8³/₄ mit einer Morgenandacht auf der Aula für die evangelischen Schüler

3. Die Anmeldungen neuer Schüler werde ich auf meinem Amtszimmer Mittwoch den 4. April vormittags von 8—12 Uhr entgegennehmen. Bei der Anmeldung ist ein Tauf- bzw. Geburtsschein und eine Bescheinigung über die erste — für die vor 1882 geborenen über die wiederholte — Impfung vorzulegen; diejenigen, welche bereits eine höhere Schule besucht haben, müssen außerdem ein Abgangszeugnis von derselben beibringen. — Ohne diese Zeugnisse kann die Aufnahme nicht erfolgen.

4. Die Prüfung sämtlicher in die Sexta neu aufzunehmenden Schüler findet Donnerstag den 5. April von 9 Uhr ab statt. — Bedingungen der Aufnahme in die Sexta sind: das vollendete neunte Lebensjahr, geläufiges Lesen deutscher und lateinischer Druckschrift, Kenntnis der wichtigeren Redeteile, eine leserliche Handschrift, Fertigkeit Diktirtes ohne grobe Fehler gegen die Rechtschreibung nachzuschreiben, Sicherheit in den vier Grundrechnungsarten mit ganzen Zahlen.

5. Die Wahl und der Wechsel der Wohnungen unterliegt der vorherigen Genehmigung des Direktors. Die Pensionsverträge bitte ich genau abzufassen, damit bei einem beabsichtigten Wechsel keine Streitigkeiten entstehen.

Gesuche um Befreiung vom Schulgelde, das jährlich 120 Mk. beträgt, sind schriftlich einzureichen und glaubwürdig zu begründen; eine schriftliche Beantwortung der Gesuche findet nicht statt. — Abgangszeugnisse können erst ausgestellt werden, wenn der Schüler seinen Verpflichtungen gegen die Schule nachgekommen ist und bei der Gymnasialkasse 3 Mk. Gebühren für das Zeugnis bezahlt hat.

Konitz, im März 1894.

Prof. Dr. Thomaszewski,
Gymnasialdirektor.

Faint, illegible text at the top of the page, possibly a header or introductory paragraph.

IX. Mitteilungen an die Richter und deren Eltern

Main body of faint, illegible text, likely containing the primary content of the document.

Printed text at the bottom of the page, possibly a signature or footer.