MISCELLANEVM GEOMETRICVM

In Quatuor partes Diuisum.

In quarum prima, agitur de mensura, & centro grauitatis quorundam solidorum à Geometria nondùm consideratorum.

In secunda, de centris æquilibrij in basibus, & grauitatis in altitudinibus quamplurium truncorum cylindricorum diagonaliter resectorum.

In tertia, tanguntur quædam circa centra grauitatis superficierum curuarum; assignaturque centrum grauitatis cuiuscunque portionis superficiei sphæricæ.

In quarta verò, assignantur maxima inscriptibilia in infinitis trilineis, & in infinitis conicis ex ipsis reuolutis tam circa axim, quam circa basim.

AVTHORE

F. STEPHANO DE ANGELIS

VENETO,

Ordinis Iesuatorum S. HIERONYMI, in Veneta Prouincia Definitore Prouinciali.

VENETIIS, MDCLX.

Apud Ioannem La Noù.

SVPERIORVM PERMISSV.

Illustrissimo atque Excellentissimo Equiti

PETRO BASADONNA

Ad Sanctissimum D. N.

ALEXANDRVM VII.

P. O. M.

VENETO ORATORI.

F. STEPHANVS ANGELI VENETVS
Ord. Iesuatorum S. Hieronymi, ac in Prouincia
Veneta Prouincialis Definitor.

Faustissimam Perennitatem.

EA erga me, Illustrissime, atque Excellentissime Eques, ac Senator, extitere semper, hodieque sunt humanissimæ beneficentiæ Tuæ promerita, vt recensere eadem qui velit, non epistolam ille, non librum, sed bibliothecam penè conficiat necesse sit. Neque vnus ego, qui arcana animi conscientia, grataq; potius memoria quid tot tantisque beneficijs debeam tacitus fateor, sed vniuersa Iesuaticæ Religionis Familia de tuo Maximorum Heroum patrocinio, ac splendidissima liberalitate vsque adeò sibimet gratulatur, ac gestit in sinu, vt si mei Parens, eaq; amantissima, vestri certè addictissima, atq; obsequentissima Filia nuncupari ab omnibus meritò possit. Verùm hic statim Illustrissimam Excellentiam Tuam præferire abscissisimè subeor; cuius ingens animi moderatio, nulloque illita fuco Virtus propriarum silentium imperat laudum; quin nec satis encomio eam cumulat Hispaniarum Regia, facundissimum Venetæ Reipublicæ Oratorem Petrum Basadonna excipiens; Brixiana Prætura ferreæ inter regionis viscera aureis eundem exhibens moribus comendatissimum; Venetus Sexuirorum, seu Magnorum Sapientum consessus verè Petrum, hoc est, rerum publicarum firmissimum Columen vnicè complexus; Primus à Principe locus prudentissimum efferens Consiliarium; Roma demum aurea, vt olim erat in Berosiore, Legatum eloquentissimum lingua quamprimum admiratura. At verò Basadonnæ in nos cunctos Familiæ beneficentiam, qui omnem vltra extulit metam, Ioannem Excellentiæ Tuæ fortunatissimum Patruum inscitissimè iuxta, atq; ingratissimè omitterem, qui difficiliores Dominij Vrbis vigilantissimus Rector, omnia penè Senatus munia quotidianis repetens Purpuris cunctos attigit, quibus sit inhiandum potiores Gloriæ titulos. Nùm porrò infinitam erga Excellentiam Tuam debitorum meorum enumerationem eximiè concluderint Illustrissimi & Excellentissimi D. D. Hieronymus, Ioannes, & Antonius Fratrum tuorum felicissima Trias, qui aureo Fraterni Equitatus ornamento

Sena-

Senatorias Purpuras sociantes, quatuor veluti domesticæ Gloriæ rotis Adriaticæ Currum felicitatis in triumphum agunt. His omnibus qualiscunq; huiusce opellæ nuncupatione, & mei, & Religionis totius obseruantiam, ac nunquam intermorituram recordationem testatissimam volo; Tuæ autem potissimum Excellentiæ; cui cum multis alijs, tum hoc præcipuè nomine inscribi, dicarique Matheseos opus par erat, vt non nisi Quadratissimi, omniumque disciplinarum callentissimi Herois manibus tereretur. Excipe illud ergo, Eques Excellentissime, qua omnia soles, suauissima fronte: nec dedignare munus, quod si à Mathematicis circulis perfectionem nullam, grati certè animi, obsequijque ab ijsdem æternitatem pollicetur. Nimirum benignissima Patrocinij vmbra illustratum ab omni ipsum teget discrimine Petrus Basadonna, qui vt Donorum omnium, ita & libelli huiusce, vt supplex deprecor, erit solidissima Basis. Valeas sublimioribus Purpuris, amœnioribus Musis, Patriæque Serenissimæ meliori Æuo. Iterum Valeas.

LE-

LECTORI BENEVOLO.

OBstupesces fortasse Lector, seriem, progressumque nostrarum elucubrationum mente obuoluendo. Breui etenim mensium interuallo tres libellos euulgauimus: nimirum, *De Infinitis Parabolis &c; Miscellaneum Hyperbolicum, & Parabolicum; Et Miscellaneum præsens*; doctrinas enucleantes, quæ vnico potuissent volumine comprehendi. Ità esse liberè fatemur, ac sic euenisset, si tamen omnia nobis eodem occurrissent tempore. Verùm successiuè nugas hasce geometricas contemplati fuimus; vicibus ergo diuersis tibi ipsas communicauimus. Excipe eas, & forsan, (dummodò rebus geometricis delecteris) non futilem ex eis capies voluptatem.

Sed

Sed amabò leuiter geometria imbutus noli ad illarum lectionem accedere: cuiuscunque namque indolis extent, lectores res geometricas peroptimè callentes requirunt, non verò qui geometriam vix à limine salutarint. Si vtilitatem sordidam quæris, ab ipsis abstine: quandoque in rebus geometricis, ac sublimibus honestum, delectabile, & vtile decorosum fulgent equidem, ast vtile turpe locum non obtinet. Alia expecta. Vale.

Nol

Noi Reformatori dello Studio di Padoa.

HAuendo osseruato per fede del P. Inquisitore non esserui nel Libro intitolato Miscellaneum Geometricum del Pad. F. Steffano de Angelis cosa contro la Santa Fede, e parimente per attestato dal Segretario nostro niente contro Prencipi, ò buoni costumi, concedemo licenza, che possi essere stampato, douendo osseruarsi gl'ordini, & esserne presentate due copie per le presente Librarie di Padoa, e di questa Città.

Dat. dal Magist. nostro li 21. Marzo *1660*.

{ Zuanne Donado Ref.
{ Nicolo Capello Ref.

Alemante Angelo Donini Segr.

Facultas Reuerendissimi Patris Generalis.

Laudetur Iesus Christus.

OPus inscriptum, *Miscellaneum Geometricum.* compositum ab Admodum Reuer. P. Stephano de Angelis Veneto Professo Nostri Ordinis Iesuatorum, ac in Prouincia Veneta Definitore, concedimus Typis demandari, dummodo habeat necessarias licentias, & approbationes, quę de iure sunt necessarię &c. In quorum fidem presentes manu propria subscripsimus, ac proprio Nostri Officij sigillo muniuimus.

Datum Brixię in Nostro Monasterio Corporis Christi, die 26. Ianuarij *1660*.

Fr. Antonius Nouellus Gen. Iesuat.

Locus Sigilli.

MI.

MISCELLANEI GEOMETRICI,

PARS PRIMA.

IN QVA PRÆCIPVE AGITVR de mensura, & centro grauitatis quorundam solidorum à Geometria nondum consideratorum.

PROPOSITIO PRIMA.

Si quodlibet solidum rotundum circa axim, secetur plano æquidistanter axi, erecto figuræ genitrici solidi. Annulus latus ex reuolutione partis figuræ genitricis, abscissæ à plano secante, nec terminata ad axim, circa axim, erit æqualis solido rotundo, orto ex dimidia figura, genita à plano secante, reuoluta circa communem sectionem plani secantis, & figuræ genitricis solidi; & hoc tam secundum totum, quam secundum partes proportionales.

PRæsens propositio desumitur ex Torricellio in appendice de dimensione cochleæ, lem. pri. Esto ergo solidum quodlibet rotundum ABC, circa

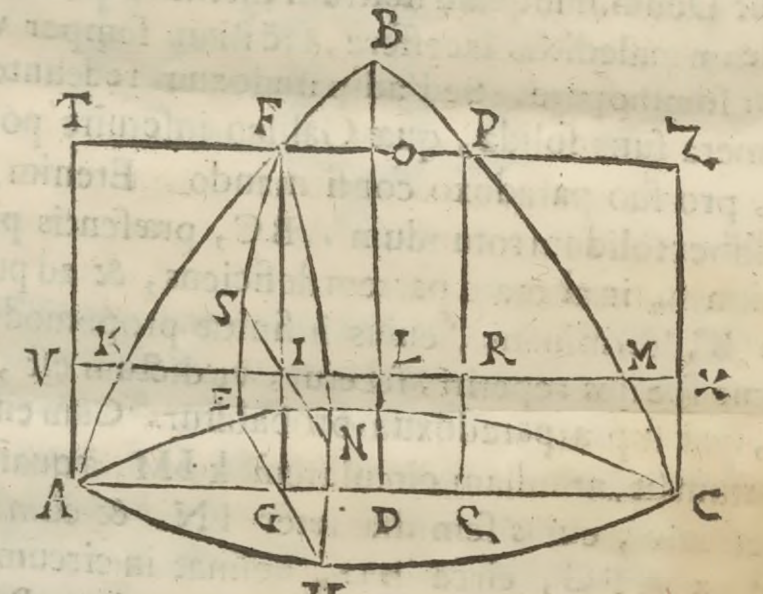
A axim

axim B D, quod intelligatur sectum plano E F H, æquidistanter axi B D, & erecto ad figuram genetricem A B D; & intelligamus semifiguram GFH, rotari circa F G, ac genitum esse solidum E F H. Dico hoc, æquale esse annulo lato, orto ex A F G, reuoluta circa B D; & hoc tam secundum totum, quam secundum partes proportionales. In F G, sumatur arbitrariè, punctum I, per quod & per puncta K, N, M, intelligatur transire aliud planum, plano A E C H, parallelum. Ergo hoc erit circulus, ac proinde, puncta K, N, M, erunt in semicirculi periphæria, cuius diameter est k M. Erit ergo quadratum I N, æquale rectangulo K I M. Pariterque, armilla circularis k I M, genita ex reuolutione k I, circa O D, erit æqualis circulo, cuius semidiameter I N, nempe circulo facto in solido E F H, à plano secante. Sed hoc verum erit, vbicunque fuerit acceptum punctum I. Ergo omnes armillæ simul solidi ex A F G, circa B D, æquales erunt omnibus circulis solidi E F H. Ergo solidum erit æquale solido ipso. Quod vero ostensum est de totis solidis, patet, eodem modo, verificari de partibus proportionalibus; v. g. de partibus interceptis inter plana k N M, A E C H. Quare patet propositum.

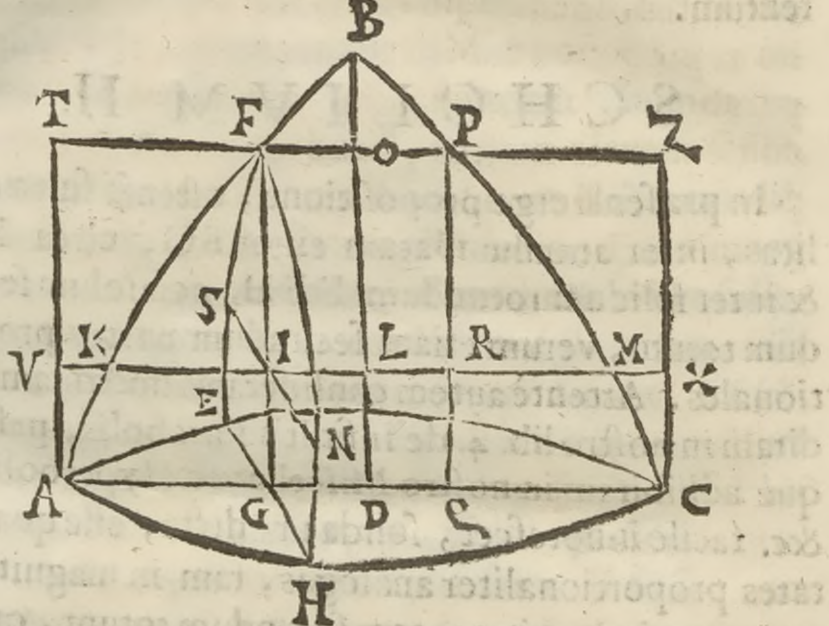
SCHOLIVM I.

Supradicta propositio, in tali vniuersalitate proposita,

posita, non videtur probationem recipere posse, nisi incomparabili methodo indiuisibilium. In solidis vero particularibus, etiam infinitis, & quidem infinitis modis diuersificatis, poterit comprobari methodo antiquorum per inscriptionem tuborum cylindricorum in annulo, & cylindrorum in solido. Hæc vtique expertis geometris nimis sunt obuia; quare ad alia transeamus. Sed ante cætera præmittamus



discursum circa Galilei paradoxum, quod habet in postremis dialogis pag. apud nos, 28, vbi nititur probare circuli circumferentiam æqualem fore puncto. De quo paradoxo, verba fecimus & nos in pluribus locis tractatuum illorum, quos euulgauimus; in quibus vestigia Galilei sequentes, ac dumtaxat solida variantes, idem sequi, discurrebamus. At in scholio 2. proposit. 30. Miscellanei nostri hyperbolici, & parabolici, manifestauimus discursum Galilei, & consequenter nostros, haud geometricos fore, sed physicos solummodo. Visum fuit amico nostro de geometria benemerito, nos rigorosè nimis Galileum obiurgasse, adhibendo verba paralogismi, ac erronei discursus, vt loco citato licet intueri. Quare testamur Deum, nunquam nostrum intentum extitisse, Galileum maledictis lacessere, sed illum semper venerari summopere. Sed ad paradoxum redeuntes, innumera sunt solida, quæ Galileo inseruire poterant, pro suo paradoxo confirmando. Etenim, si quodlibet solidum rotundum ABC, præsentis propositionis, in alteram partem deficiens, & ad punctum B, terminans, cuius infinitæ propemodum possunt species reperiri, secetur, vt dictum est, & fiant, quæ supra paradoxum probabitur. Cum enim probatum sit, armillam circularem kIM, æqualem fore circulo, cuius semidiameter IN, & cum annulus ex AFG, circa BD, desinat in circumferentiam descriptam à puncto F, moto circa BD, & solidum EFH, desinat in F; patebit iuxta Galilei discursum, illam circumferentiam æqualem fore puncto F. Imo, patebit id, quod minimè patuit, nec in Galilei discursu, nec in nostris aliàs habitis. Semper enim vertex solidi, qui ostendebatur æqualis circumferentiæ, erat quid diuersum ab ipsa circum-



circumferentia, nam semper erat centrum ipsius; at in præsenti, F, vertex solidi EFH, videtur idem esse cum F, puncto, à quo describitur circumferentia circa BD, sibi ipsi æqualis. Quare videtur concludendum, vnicum punctum circumferentiæ, æquale fore toti circumferentiæ. Sed quæso non allucinetur lector, quin attentè consideret, physicè loquendo, illa puncta F, diuersissima esse ab inuicem. Nam F, prout est vertex physicus solidi EFH, occupat geometricè corpusculum quodam ipsius, cuius vna medietas vergit in cauam partem annuli, nec circumferentiam à puncto F, circa BD, descriptam, ingreditur. His per transennam veluti, expli-

explicatis, progrediamur ad finem principaliter intentum.

SCHOLIVM II.

In præsenti ergo propositione, ostensa fuit æqualitas, inter annulum latum ex AFG, circa BD, & inter solidum rotundum EFH, non solum secundum totum, verum etiam secundum partes proportionales. Attentè autem consideranti doctrinam traditam in nostro lib. 4. de Infinitis Parabolis, passimque adhibitam in nostro Miscellaneo Hyperbolico, &c. facile innotescet, solida prædicta, esse quantitates proportionaliter analogas, tam in magnitudine, quam in grauitate, tam secundum totum, quam secundum partes proportionales. Quare etiam palam ei fiet ex proposit. 13. lib. 4. centra grauitatis horum solidorum, eodem pacto secare OD, FG. (supposita OD, æquali FG) Dato ergo centro grauitatis alterius horum solidorum, statim elicietur centrum grauitatis etiam alterius, & hoc semper.

SCHOLIVM III.

Sed non minus est attentè consideranda, ac memoriæ commendanda sequens doctrina. Figuræ AFOD, intelligamus circumscriptum rectangulum TD, sicuti figuræ AFG, sit circumscriptum rectan-

rectangulum TG, intelligamusque hæc rectangula rotari circa OD. Patet manifestè, ex rotatione rectanguli TD, genitum esse cylindrum TC, ex rotatione verò rectanguli TG, generari tubum cylindricum TGZ; si ergo intellexerimus planum IFH, prius ductum, ac secans solidum ABC, extendi hinc inde, vsque dum secet cylindrum, (quod tamen schemate non exprimimus, ad euitandam confusionem) patebit planum secans talem cylindrum, esse parallelogrammum circumscriptum figuræ EFH, ac ex rotatione ipsius dimidij circa FG, genitum esse cylindrum stringentem solidum itidem EFH. Iste cylindrus circumscriptus, vigore præsentis propositionis, æquatur tubo cylindrico TGZ, tam secundum totum, quam secundum partes proportionales. Cum ergo etiam annulus latus ex AFG, circa BD, sit æqualis solido rotundo EFH; sequitur, quam proportionem habet tubus cylindricus TGZ, ad annulum ex AFG, circa BD, eandem habere cylindrum stringentem solidum EFH, ad ipsum. Data ergo ratione, vel tubi cylindrici, ad annulum, vel cylindri ad solidum EFH, quæcunque illa sit, quæ detur, statim habebitur alia ratio data.

Ex doctrina ergo præsenti, maiori, qua nobis licuit, diligentia explicata conabimur imposterum colligere mensuram, & centra grauitatis quorundam solidorum, interque erunt nonnulla, de quibus nullus geometra pertractauit. Porrò prius animaduertetur,

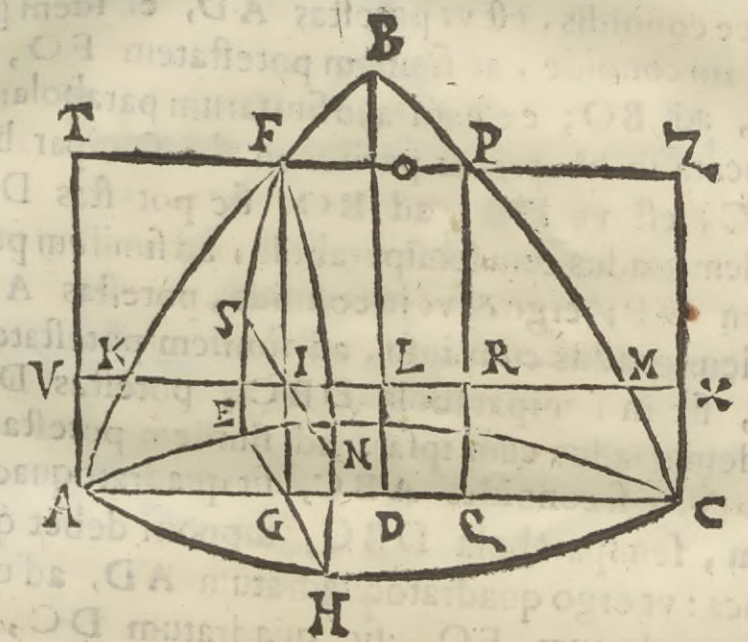
tetur, nos in hoc opuſculo, adducturos citationes noſtrorum librorum de infinitis parabolis, miſcellanei noſtri hyperbolici, & parabolici, & operis præſentis. Dum citabimus libros de infinitis parabolis, adducemus tantum propoſitionem, & librum. V.g. ex propoſ. 20. lib. pri. Dum citabimus miſcellaneum, dicemus ex propoſitione tali miſcellanei. v. g. ex propoſit. 20. miſcel. Dum denique nominabimus præſens opus, dicemus abſolutè ex propoſitione tali. V.g. ex prop. 20. ſi erit eiuſdem partis, at ſi erit alterius, hoc etiam exprimemus. V.g. ex prop. 20. pri. part.

PROPOSITIO II.

Si quodlibet conoides parabolicum, cuius exponens ſit numerus par, ſecetur vt in ant. propoſit. & annulo illi, ſit circumſcriptus tubus cylindricus; exponaturque portio parabolæ cuius axis ſit æqualis axi conoidis, & cuius exponens, ſit ſubduplus exponentis conoidis, reſecta linea axi parallela, quæ ſit æqualis axi annuli, cui etiam ſit circumſcriptum rectangulum. Tubus cylindricus circumſcriptus annulo, erit ad ipſum, vt rectangulum circumſcriptum portioni, ad ipſam, tam ſecundum totum, quam ſecundum partes proportionales.

SOlidum ergo ABC, antecedentis propoſit. ſit quodlibet conoides parabolicum, cuius exponens ſit numerus par, ſitque ſectum vt ſupra; & annulo ex portione AFG, circa BD, ſit circumſcriptus

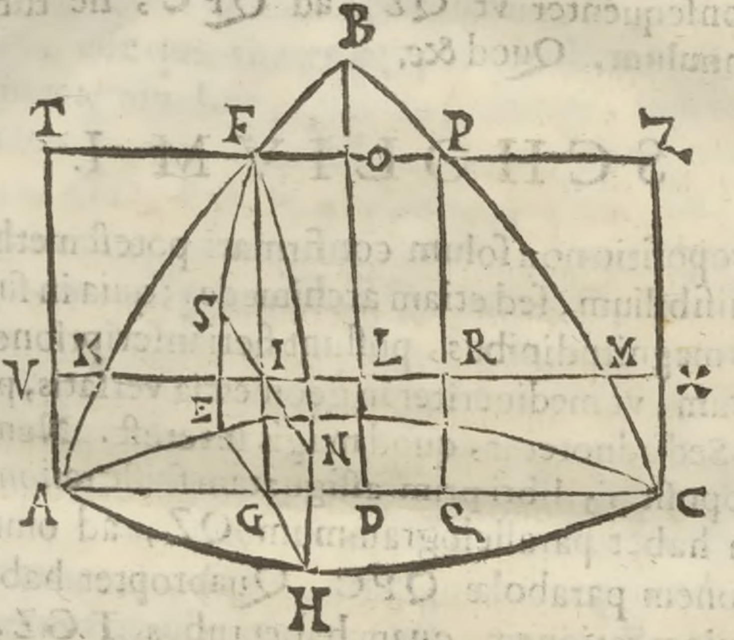
ptus



ptus tubus cylindricus TGZ. Supponamus etiam DBC, nobis repræſentare aliam ſemiparabolam, cuius numerus exponens ſit ſubduplus exponentis conoidis ABC, quæ ſemiparabola DBC, ſit ſecta linea QP, parallela axi BD, & æquali OD, axi annuli ex AFG; ſitque ei circumſcriptum rectangulum QZ. Aſſero, tubum cylindricum TGZ, eſſe ad annulum ex AFG, circa BD, vt rectangulum QZ, ad portionem QPC, tam ſecundum totum, quam ſecundum partes proportionales. Sumatur in OD, arbitrariè punctum L, per quod intelligamus in ſolidis tranſire planum VX, parallelum baſi AECH, in planis verò LX, parallelam

 lam

iam lineæ DC. Quoniam, in parabola ABC, genitrice conoidis, est vt potestas AD, eiusdem gradus cum conoide, ad similem potestatem FO, sic DB, ad BO; ex natura infinitarum parabolarum explicata in lib. pri. & pariter in alia semiparabola DBC, est vt DB, ad BO, sic potestas DC, eiusdem gradus cum semiparabola, ad similem potestatem OP; ergo & vt in conoide, potestas AD, eiusdem gradus cum ipso, ad similem potestatem FO, sic in semiparabola DBC, potestas DC, eiusdem gradus cum ipsa, ad similem potestatem OP. V.g si conoides ABC, sit quadratoquadraticum, semiparabola DBC, supponi debet quadratica: vt ergo quadratoquadratum AD, ad quadratoquadratum FO, sic quadratum DC, ad quadratum OP. Cum ergo ex hypothesi, exponens conoidis, supponatur duplus exponentis semiparabolæ, congruenti modo submultiplicando terminos, termini vltimi erunt proportionales; nempe erit vt quadratum AD, ad quadratum FO, seu GD, sic DC, linea, ad lineam OP, seu DQ. Ergo & per conuersionem rationis, & conuertendo, erit rectangulum AGC, ad quadratum AD, vt QC, ad DC. Pariter, non dissimili modo, probabimus, esse quadratum AD, ad quadratum kL, vt DC, ad LM. Quare, cum probatum sit, etiam esse quadratum AD, ad quadratum FO, seu IL, vt DC, ad OP, seu LR; erit etiam & vt quadratum AD, ad differentiam quadratorum KL, LI,



LI (nempe ad rectangulum KIM) sic DC, ad differentiam ipsarum LM, LR (nempe ad RM). Sed etiam probatum est, rectangulum AGC, esse ad quadratum AD, vt QC, ad CD. Ergo ex æquali, erit rectangulum AGC, seu rectangulum VIX, ad rectangulum kIM, vt QC, seu XR, ad RM. Ergo & vt armilla circularis VIX, ad armillam circularem KIM, sic RX, ad RM. Cum verò punctum L, sumptum fuerit arbitrariè, erunt omnes lineæ parallelogrammi QZ, parallelæ QC, ad omnes lineas portionis QPC, itidem parallelas QC, vt omnes armillæ tubi cylindrici TGZ, parallelæ armillæ AGC, ad omnes armillas annuli ex AFG, circa BD, itidem parallelas AGC. Et conſequenter vt QZ, ad QPC, ſic tubus, ad annulum. Quod &c.

SCHOLIVM I.

Propoſitio non ſolum confirmari poteſt methodo indiuiſibilium, ſed etiam archimedea; quia in ſupradictis magnitudinibus, poſſunt fieri inſcriptiones figurarum, vt mediocriter in geometria verſatis, patebit. Sed adnotetur, quod magis intereſt. Nempe, in propoſit. 15. libri prim. aſſignatam fuiſſe rationem, quam habet parallelogrammum QZ, ad omnem portionem parabolæ QPC. Quapropter habebimus etiam rationem, quam habet tubus TGZ, ad prædictum annulum. Particulariùs etiam tenebimus, quod, cum ſuppoſito ABC, conoide parabolico quadratico, QPC, ſit triangulum, cuius duplum eſt parallelogrammum QZ; tenebimus etiam, tubum TGZ, ſemper, in illo conoide, duplum fore præfati annuli. Sicuti ergo, cylindrus circumſcriptus toti conoidi ABC, parabolico quadratico, eſt ipſius duplus, vt conſtat ex Archimede in lib. de conoid. & ſphæroid. prop. 23. & vt nos demonſtrauimus pluribus vicibus in noſtris operibus, præſertim propoſit. 15. lib. 2. ſic tubus TGZ circumſcriptus annulo ex qualibet portione minori AFG, ſeruat talem ordinem, vt ſit illius duplus.

Pariter elicimus, conſequenter ad ſæpe ſæpius repetita, & in lib. 4. & in miſcellaneo, & etiam in propoſit. antec. annulum prædictum, & portionem QPC, eſſe quantitates proportionaliter analogas, tam in magnitudine, quam in grauitate, tam ſecundum totum, quam ſecundum partes proportionales. Quare, OD, PQ, ſecabuntur æqualiter, illa à centro grauitatis annuli, hæc vero à centro æquilibrij portionis, aſſignato in PQ, axi BD, parallela. Cum ergo in propoſ. 15. lib. 3. fuerit aſſignatum centrum æquilibrij in PQ, cuiuslibet portionis minoris cuiuſcunque parabolæ, habebimus etiam centrum grauitatis in OD, prædicti annuli. Particulariùs itidem, cum ſuppoſito ABC, conoide parabolico quadratico, ſit QPC, triangulum; ac proinde, eius centrum æquilibrij ſecet QP, v. g. in R, vt PR, ſit dupla RQ; ſic etiam centrum grauitatis annuli prædicti, ſecabit OD, v. g. in L, vt OL, ſit dupla LD. Cum verò, in eadem proportione ſecetur etiam BD, à centro grauitatis conoidis quadratici ABC, vt oſtenditur à multis, & etiam à nobis lib. 4 propoſit. 14; ſequitur, conoides parabolicum quadraticum, & omnes ſuos annulos, ſimilem ſeruare tenorem.

SCHOLIVM II.

Sed cum intellecto, vt ſupra, ſolido rotundo EFH, cum ſibi circumſcripto cylindro, ſit hic ad ſolidum, vt tubus TGZ, ad annulum; ſequitur nos habere ratio-

rationem talis cylindri, ad ſolidum EFH. Et cum ſolidum EFH, ſit proportionaliter analogum cum annulo; ſequitur in FG, nos habere centrum grauitatis ſolidi EFH. Sed particularius in parabola quadratica habebimus, cylindrum, duplum eſſe ſolidi EFH; & FG, ſic ſecari v. g. ab I, centro grauitatis, vt FI, ſit dupla IG. Sic autem eſſe, neceſſe eſt; quia EFH, eſt vera parabola quadratica. Nam, ducta IN, parallela GH, iam probatum fuit, rectangulum AGC, nempe quadratum GH, eſſe ad rectangulum kIM, nempe ad quadratum IN, vt QC, ad RM; nempe vt QP, ad PR (quia QPC, eſt triangulum); nempe vt GF, ad FI. Eſt ergo EFH, vera parabola quadratica ex primi conici propoſit. 20. Quare patet, quod ſecto conoide parabolico quadratico, plano erecto parabolæ genitrici ABC, & æquidiſtanter axi; ſemper ſectio EFH, erit parabola quadratica.

Sciſcitanti autem, an hoc verificetur etiam in alijs conoidibus, nempe, an & ipſis ſectis prædicto modo, ſectiones ſint parabolæ. Reſpondebitur negatiuè. Quod quidem ſi experietur, facilè comperiet. Nobis autem ſufficiat, eum remittere ad Apollonium pri. coni. propoſit. 12. vbi ait, quod ſi conus, qui eſt primum conoides, ſecetur prædicto modo, ſectio non erit triangulum, ſed hyperbola. Benè quidem infrà oſtendemus, ad pleniorem ſcientiam, quod ſi conoides hyperbolicum ſic ſecetur, ſectio erit hyperbola. Et pariter, quod ſi ſphæra, & ſphæroides dicto

cto

cto modo ſecentur, ſectiones erunt, in ſphæra quidem circulus, in ſphæroide vero ellipſis. Sed ad conoidea parabolica redeamus.

In quibus, non modo ea, quæ dicta ſunt, verificantur, ſed etiam, quod cum annulus ex AFG, & ſolidum EFH, ſint magnitudines proportionaliter analogæ, tam ſecundum totum, quam ſecundum partes proportionales; in conoide parabolico quadratico, traieto plano VX, parallelo AC; habebimus, & rationem tubi cylindrici VGX, ad portionem annuli, quam includit, & in DL, centrum grauitatis talis portionis annuli. Rationem tubi VGX, ad ſegmentum annuli, habebimus ex ſchol. 2. propoſ. 15. lib. 2. centrum vero grauitatis, habebimus ex ſchol. propoſit. 15. lib. 4. Colligemus enim ex dicto ſcholio, tale centrum, ſic ſecare IG, vt pars ad I, terminata, ſit ad partem terminatam ad G, vt duplum rectangulum AGC, cum rectangulo KIM, ad rectangulum duplum kIM, cum rectangulo AGC.

Imo colligemus ex eodem ſcholio, tale centrum grauitatis, ſic ſecare mediam tertiam partem IG, vt pars propinquior I, ſit ad partem G, proximiorem, vt rectangulum AGC, ad rectangulum kIM.

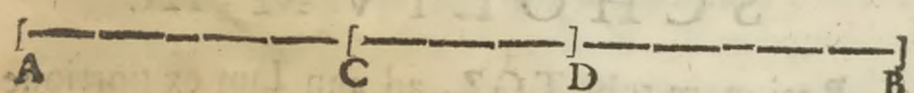
SCHOLIVM III.

Rationem tubi TGZ, ad annulum ex portione AFG, circa BD, & conſequenter cylindri ad ſolidum EFH, quod includit, poſſumus habere ex aliàs à nobis à nobis dictis, alio modo, & quidem vniuersaliter in quocunque conoide parabolico. Nam, cum ex hypothesi, dentur tam A D, quam F O, seu G D, facile etiam patebit, dari rationem rectanguli A G C, ad quadratum A D; nempe armillæ A G C, ad circulum A E C H; nempe tubi T G Z, ad cylindrum T C. Cum verò ex schol. 2. proposit. 15. lib. 2. detur etiam ratio cylindri T C, ad segmentum conoidale A F P C; dabitur etiam ex æquali, ratio tubi T G Z, ad segmentum A F P C. Sed & tubi ad cylindrum F Q. Ergo & tubi ad annulum.

Item ex schol. proposit. 15. lib. 4. facile eliciemus, alio modo, centrum grauitatis annuli prædicti, sed cuius exponens sit numerus par. Nam, ex dicto scholio, habetur centrum frusti conoidalis A F P C. Habetur etiam centrum cylindri F Q. Ratio annuli ad cylindrum F Q, non ignoratur. Ergo habebitur centrum prædicti annuli.

PROPOSITIO III.

Si recta A B, sit secta in punctis C, D. Rectangulum sub composita ex A B, & ex C D, & sub B D, erit excessus rectanguli A B C, supra rectangulum A D C.



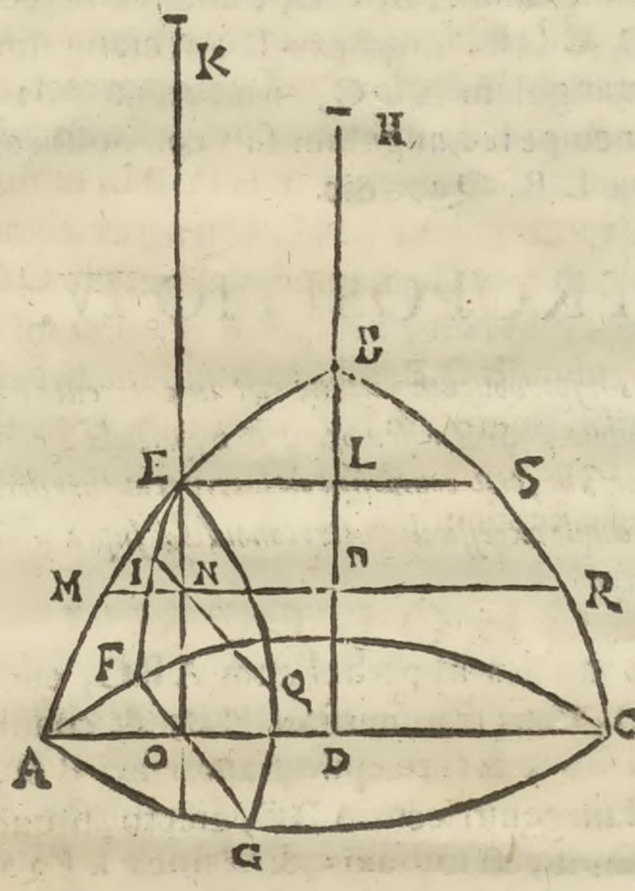
NAm rectangulum A B C, diuiditur in rectangulum A B D, & in rectangulum A B, C D. Item

Item rectangulum A B, C D, diuiditur in rectangula A D C, C D B. Ergo excessus rectanguli A B C, supra rectangulum A D C, erunt rectangula A B D, C D B; nempe rectangulum sub composita ex A B, C D, & ex D B. Quod &c.

PROPOSITIO IV.

Si conoides hyperbolicum secetur vt in antecedentibus propositionibus. Sectio semper erit hyperbola, cuius latus transuersum, erit composita ex latere transuerso conoidis, & ex duplo excessu diametri conoidis, supra diametrum sectionis.

ESto conoides hyperbolicum A B C, cuius axis B D, latus transuersum H B, & conoides sit sectum plano F E G, æquidistanter axi B D, & ad hyperbolam genitricem A B C, erecto, sitque huius plani secantis, E O, axis, & sit linea k E, æqualis compositæ ex H B, & ex dupla B L, excessu B D, supra E O. Dico figuram F E G, esse hyperbolam, cuius latus transuersum k E. Ducatur in hyperbola A B C, genitrice conoidis, E L S, parallela A C, & sumpto in E O, arbitrariè puncto N, ducantur M N P R, parallela A D, & N Q, parallela O G. Quoniam ex prim. conic. prop. 21. est quadratum A D, ad quadratum E L, seu O D, vt rectangulum H D B, ad rectangulum H L B; ergo & per conuersionem rationis, & conuertendo, erit rectangulum



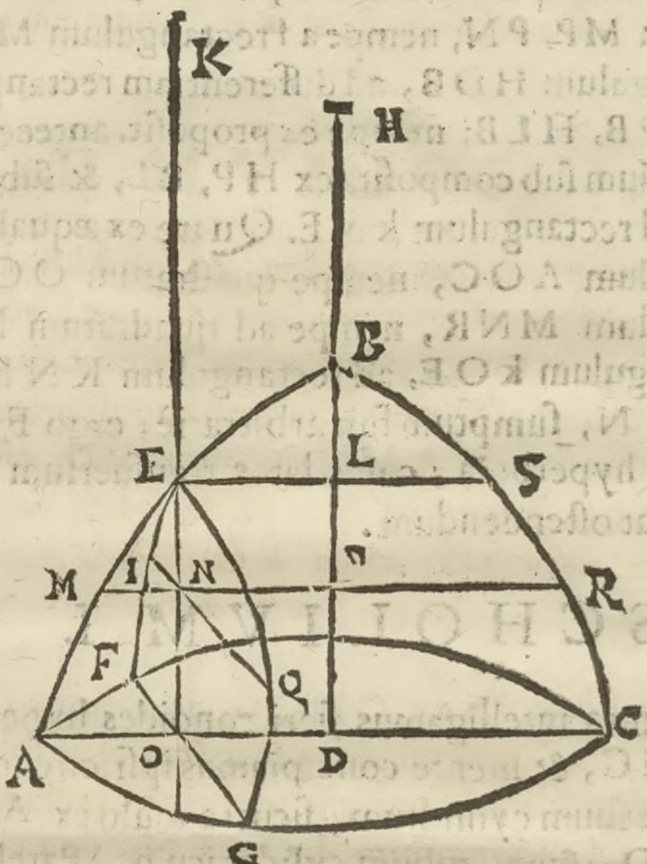
A O C, ad quadratum A D, vt exceſſus rectanguli H D B, ſupra rectangulum H L B, ad rectangulum H D B; nempe ex propoſit. antec. vt rectangulum ſub compoſita ex H D, & ex B L, & ſub L D (nempe rectangulum K O E) ad rectangulum H D B. Rurſum, eſt quadratum A D, ad quadratum M P, vt rectangulum H D B, ad rectangulum H P B: ſed erat etiam quadratum A D, ad quadratum F L, ſeu N P, vt rectangulum H D B, ad rectangulum H L B;

ergo erit idem quadratum A D, ad differentiam quadratorum M P, P N, nempe ad rectangulum M N R, vt rectangulum H D B, ad differentiam rectangulorum, H P B, H L B; nempe ex propoſit. anteced. ad rectangulum ſub compoſita ex H P, B L, & ſub P L; nempe ad rectangulum k N E. Quare ex æquali, erit rectangulum A O C, nempe quadratum O G, ad rectangulum M N R, nempe ad quadratum N Q, vt rectangulum k O E, ad rectangulum K N E. Sed punctum N, ſumptum fuit arbitrariè; ergo F E G, erit vera hyperbola, cuius latus tranſuerſum k E. Quod erat oſtendendum.

SCHOLIVM I.

Ex figura intelligamus fieri conoides hyperbolicum F E G, & mente concipiamus ipſi circumſcriptum eſſe ſuum cylindrum, ſicuti annulo ex A E O, circa B D, ſuum tubum cylindricum. Patebit ex ſupra dictis, tubum ad annulum, & cylindrum ad conoides, habere eandem rationem. Quare ex propoſit. 5. 7. & 11. miſcell. patebit, tubum cylindricum, eſſe ad annulum, vt K O, ad dimidiam K E, vna cum tertia parte E O.

Inſuper ex ſuperioribus patebit, annulum, & conoides F E G, eſſe quantitates proportionaliter analogas, tam in magnitudine, quam in grauitate, tam ſecundum totum, quam ſecundum partes proportionales. Patebit ergo etiam centrum grauitatis annu-



li in LD. Hoc autem, vel ex propoſit. 13. miſcell. ita diuidet duodecimam partem LD, ordine quartam à D, vt pars propinquior D, ſit ad reliquam, vt dimidia kE, ad tertiam partem EO, ſeu LD. Vel ex propoſ. 14. eiuſdem miſcell. ita diuidet quartam partem LD, ordine ſecundam à D, vt pars propinquior D, ſit ad reliquam, vt ſexta pars kE, ad tertiam partem kO. Vel tandem ex propoſit. 44. eiuſdem operis, ità diuidit LD, vt pars terminata ad

ad L, ſit ad reliquam, vt kE, cum ſubſeſquitertia EO, ſeù LD, ad dimidiam kE, cum quarta parte LD.

SCHOLIVM II.

Sed cum prædictus annulus, & ſolidum FEG, ſint quantitates proportionaliter analogæ, non tantum ſecundum totum, ſed etiam ſecundum partes proportionales; ſequitur, partem annuli ortam v. g. ex rotatione figuræ AMNO, circa BD, eſſe proportionaliter analogam cum parte ſolidi ortam ex rotatione ONQG, circa EO. Pars ergo tubi cylindrici circumſcripti parti annuli ex figura AMNO, erit ad ipſum, vt cylindrus circumſcriptus fruſto conoidi ex ONQG, ad ipſum. Ex propoſit. ergo 15. miſcell. erit prædicta pars tubi cylindrici, ad prædictam partem annuli, vt rectangulum KOE, ad rectangulum kO, EN, vna cum rectangulo ſub compoſita ex dimidia KE, & ex tertia parte ON, & ſub tertia parte ON. Item ex propoſit. 17. cit. miſcell. habebimus in PD, centrum grauitatis fruſti annuli ex ſegmento AMNO, circa BD.

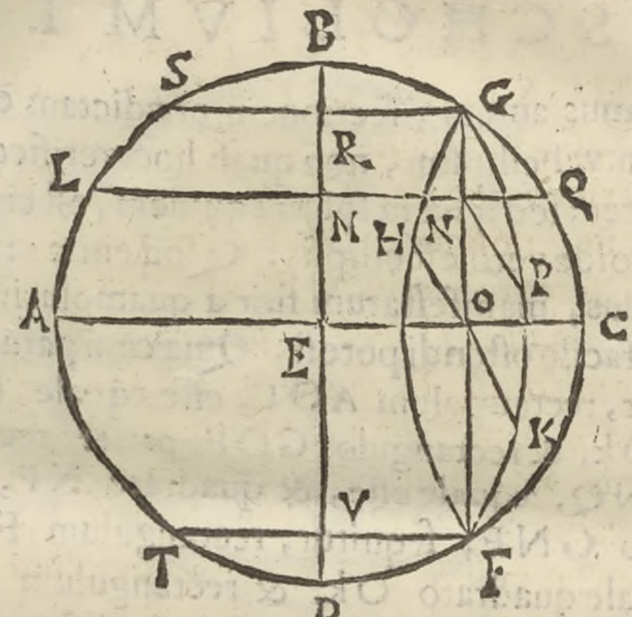
PROPOSITIO V.

Si ſphæra, & ſphæroides ſecentur vt in antecedentibus propoſitionibus. Sectiones erunt vel circulus, vel ellipſis.

Eſto

ESto sphæra, & sphæroides, quorum axes B D, figuræ genitrices A B C D, centrum E, & hæc solida sint secta plano H G K F, vt supra. Dico, planum H G K F, esse vel circulum, vel ellipsim. Secetur G F, bifariam in O, & per puncta O, E, ducatur axis coniugata A E O C, à puncto vero O, excitetur in semifigura G k F, linea O k, normalis G F, sumptoque in G F, quolibet puncto N, ducantur L M N Q, N P, parallelæ A C, O k; item per puncta G, F, ducantur S R G, T V F, parallelæ A C. Quoniam ex hypothesi, A B C D, est vel circulus, vel ellipsis, ergo ex prim. conic. propos. 21. erit quadratum E C, ad quadratum R G, seu E O, vt rectangulum D E B, ad rectangulum D R B. Et per conuersionem rationis, & conuertendo, erit rectangulum A O C, ad quadratum E C, vt quadratum R E, ad rectangulum D E B. Rursum, propter eandem rationem, est & vt quadratum E C, ad quadratum M Q, sic rectangulum D E B, ad rectangulum D M B; & erat vt quadratum E C, ad quadratum R G, seu M N, sic rectangulum D E B, ad rectangulum D R B; ergo erit etiam vt quadratum E C, ad differentiam quadratorum M Q, M N, nempe ad rectangulum L N Q, sic rectangulum D E B, ad differentiam rectangulorum D M B, D R B, nempe ad rectangulum V M R (rectangulum enim D M B, diuiditur in rectangula D M, R B; D M R; & rectangulum D M R, diuiditur in rectangula V M R; & D V, M R, seu B R M; quod cum

BR,



B R, M D, facit B R D) . Porrò supra probatum fuit, rectangulum A O C, esse ad quadratum E C, vt quadratum R E, ad rectangulum D R B. Ergo ex æquali, erit vt rectangulum A O C, ad rectangulum L N Q, sic quadratum R E, seu rectangulum R E V, ad rectangulum V M R. Sed quadratum O k, est æquale rectangulo A O C, sicuti quadratum N P, æquatur rectangulo L N Q. Ergo & vt rectangulum V E R, seu F O G, ad rectangulum V M R, seu F N G, sic quadratum O k, ad quadratum N P. Sed punctum N, sumptum fuit arbitrariè; ergo figura H G k F, erit vel circulus, vel ellipsis. Quod &c.

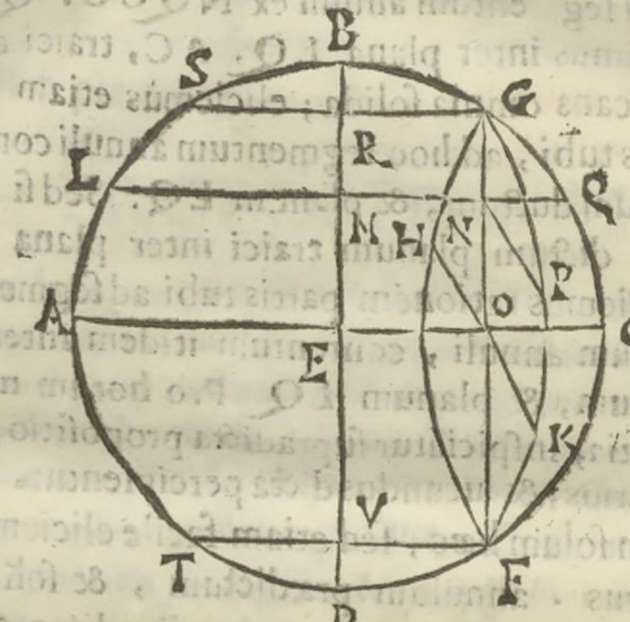
SCHO-

SCHOLIVM I.

Diximus autem, sectionem prædictam esse vel circulum, vel ellipsim, non quasi hoc verificetur indifferenter; sed quia in sphæra quidem, est circulus, in sphæroide vero est ellipsis. Quod enim in sphæra sit circulus, manifestatum fuit à quamplurimis, & quidem facile ostendi potest. Quia cum paruo labore pateat, rectangulum AOC, esse æquale, & quadrato Ok, & rectangulo GOF, pariter rectangulum LNQ, æquale esse, & quadrato NP, & rectangulo GNF; sequitur, rectangulum FOG, esse æquale quadrato Ok, & rectangulum FNG, æquale fore quadrato NP. Idemque ostenderetur de alijs; quare ex Pappo lemmate 2. super prim. conic. HGkF, erit perfectus circulus in sphæra. In sphæroide vero non est circulus, quia licet rectangulum AOC, sit æquale quadrato OK, non tamen est æquale rectangulo FOG. Idem intelligatur de cæteris.

SCHOLIVM II.

Sed vt proprius ad nostrum institutum accedamus, facile ex superioribus adnotabimus, quod si tam segmento sphæræ, vel sphæroidis TASGCF, quam sphæræ vel sphæroidi HGkF, orto ex semifigura GkF, circa GF, reuoluta, intellexerimus cir-



circumscriptos cylindros; facile inquam adnotabimus, tubum cylindricum circumscriptum annulo ex portione GCF, circa BD, reuoluta, esse ad ipsum, vt cylindrus solido HGkF, circumscriptus, ad ipsum. Quapropter ex proposit. 9. lib. 4. possumus elicere proportiones variorum segmentorum prædicti tubi, ad varia segmenta prædicti annuli. In primis enim eliciemus, quod si ABC, sit hemisphærium, vel hemisphæroides, semper tubus cylindricus circumscriptus annulo ex OGC, circa BD, erit annuli sesquialter. Quod vtique videtur pulcherrimum. Pariter eliciemus rationem partis tubi, ad partem annuli ex NGQ, quam stringit. Item rationem correspondentis portionis tubi, ad annulum ex ſegmento NQF. Item rationem tubi correſpondentis, ad ſegmentum annuli ex NQCO. Quod ſi intellexerimus inter plana LQ, AC, traici aliud, planum ſecans omnia ſolida; eliciemus etiam rationem partis tubi, ad hoc ſegmentum annuli contenti inter planum ductum, & planum LQ. Sed ſi intellexerimus dictum planum traici inter plana TF, AC; eliciemus rationem partis tubi ad ſegmentum intermedium annuli, contentum itidem inter planum ductum, & planum LQ. Pro horum maiori intelligentia, inſpiciatur ſupradicta propoſitio, quia ex ipſa clarius, & iucundus dicta percipientur.

Sed non ſolum hæc, ſed etiam facile eliciemus ex ſuperioribus, annulum prædictum, & ſolidum HGkF, eſſe quantitates proportionaliter analogas, tam in magnitudine, quam in grauitate, tam ſecundum totum, quam ſecundum partes proportionales. Cum vero in propoſit. 20. lib. 4. aſſignauerimus centra grauitatis variorum ſegmentorum ſphæræ, vel ſphæroidis; conſequenter habebimus in RV, centra grauitatis omnium ſupradictorum ſegmentorum prædicti annuli. Hæc videantur in cit. propoſit. ſolum enim adnotabimus, ſcitu pulcherrimum; nempe, centrum grauitatis annuli ex OGC, ſemper ſic ſecare RE, vt pars terminata ad R, ſit ad partem terminatam ad E, vt 5. ad 3. Quo modo ſecatur BE, à centro grauitatis hemiſphærij, ſeu hemiſphæroidis.

Antequam etiam ad alia tranſeamus, adnotetur, magni-

magnitudinibus proportionaliter analogis, de quibus actum eſt varijs in locis, ſed præcipuè in ſchol. 3. prop. 26. & in ſchol. 2. prop. 45. miſcell. addi etiam annulum prædictum.

PROPOSITIO VI.

Si quælibet figura circa diametrum voluatur circa parallelam diametro, ductam vel per extremitatem baſis, vel extra baſum. Annulus latus ex ſemifigura exteriori, erit æqualis tribus ſolidis, quorum duo ſint, quæ oriuntur ex reuolutione ſemifiguræ circa diametrum, aliud ex reuolutione eiuſdem vel circa parallelam diametro ductam per extremitatem ſuæ baſis, vel extra; & hoc tam ſecundum totum, quam ſecundum partes proportionales.

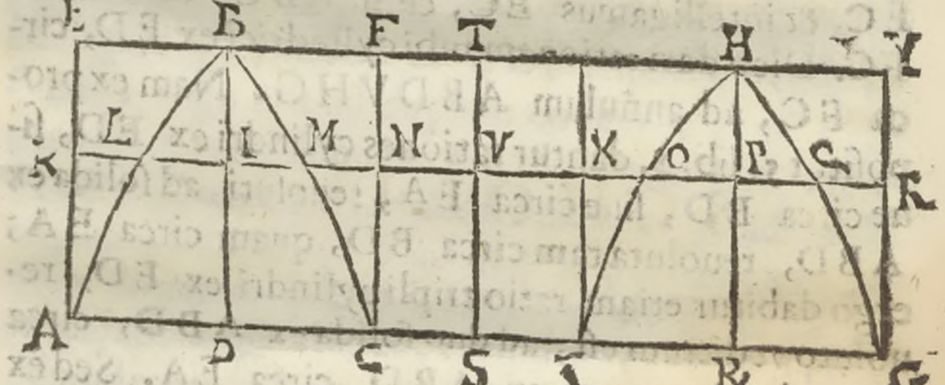
HÆc propoſitio facile intelligetur ex propoſit. 30. miſcell. Sit ergo quælibet figura ABC, circa diametrum BD, quæ rotetur vel circa FC, parallelam DB, ductam per punctum C, vt in prim. fig. vel per TS, vt in ſecundo ſchemate. Dico annulum latum ortum ex rotatione ſemifiguræ ABD, (quam vocamus exteriorem, ad differentiam DBC, interiorem nuncupatam) circa FC, æqualem eſſe tribus ſolidis, quorum duo ſint quæ oriuntur ex reuolutione ABD, circa BD, aliud ex reuolutione DBC, circa CF, vel circa TS, in ſecundo ſchemate, & hoc quidem tam ſecundum totum, quam ſecundum partes proportionales. Patet,

 quia

quia ex citata propoſit. 30. totum ſolidum ortum ex rotatione totius figuræ ABC, circa FC, vel circa TS, æquatur quatuor ſolidis prædicto modo, nempe duobus ex ABD, circa BD, & duobus ex DBC, circa CF. Cum ergo ſolidum ex ABC, non ſuperaddat ſolido ex ABD, circa FC, vel TS, niſi vnicum ſolidum ex DBC, circa CF, vel TS; patet ſolidum ex ABD, circa FC, vel TS, æquale eſſe tribus alijs; & hoc quidem tam ſecundum totum, quam ſecundum partes proportionales, vt etiam magis patebit legenti modum in citata propoſit. 30. miſcel. à nobis obſeruatum. Quare patet propoſitum.

SCHOLIVM.

Facile ergo ad modum tot vicibus inculcatæ doctrinæ patebit, annulum ex ABD, prædicto modo reuoluta, & tria prædicta ſolida, eſſe quantitates proportionaliter analogas, tam in magnitudine, quam in grauitate, tam ſecundum totum, quam ſecundum partes proportionales. Quare ſi habebimus rationem trium cylindrorum circumſcriptorum ad tria dicta ſolida, habebimus etiam rationem tubi cylindrici circumſcripti prædicto annulo ad ipſum. Pariter ſi habebimus centrum grauitatis trium ſolidorum ſimul, habebimus etiam centrum grauitatis prædicti annuli. Ex hac doctrina, vt patebit impoſterum, varia poſſumus elicere, tam circa menſuram, quam



quam circa centra grauitatis aliquot ſolidorum, & etiam illorum, de quibus nunquam geometria loquuta eſt. Sed quia reuoluta figura circa TS, vt in ſecunda figura, varia poteſt eſſe diſtantia CS, ac proinde varia in infinitum ratio trium cylindrorum ad tria ſolida, quia varia, ac varia in infinitum poteſt eſſe ratio cylindri BR, ad annulum ex DBC, circa TS, ideo deinceps non agemus de tali reuolutione figuræ, ſed tantum de reuolutione figuræ circa FC, in pri-in primo schemate, vbi proportio data erit determinata, & numero exprimibilis vt plurimum.

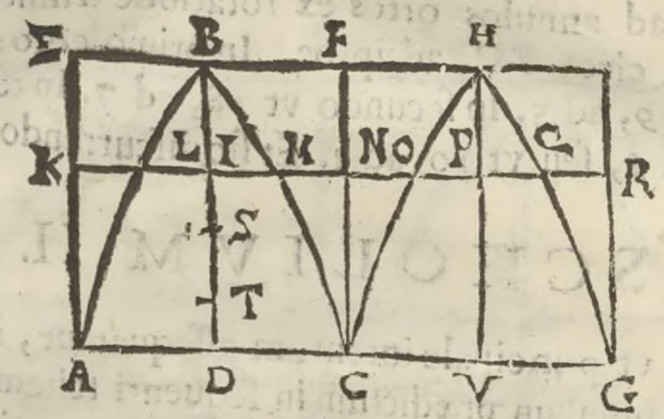
PROPOSITIO VII.

Si qualibet parabola voluatur vt in ant. prop. dabitur ratio tubi cylindrici ad annulum.

ESto quælibet semiparabola ABD, cuius axis BD, parallelogrammum circumscriptum sit EC, & intelligamus EC, cum ABC, rotari circa FC. Dico dari rationem tubi cylindrici ex ED, circa FC, ad annulum ABDVHG. Nam ex proposit. 15. lib. 2. dantur rationes cylindri ex ED, siue circa BD, siue circa EA, reuoluti, ad solida ex ABD, reuoluta tam circa BD, quam circa EA; ergo dabitur etiam ratio tripli cylindri ex ED, reuoluto vt dictum est, ad duo solida ex ABD, circa BD, simul cum vno ex ABD, circa EA. Sed ex proposit. anteced. tubus cylindricus ex ED, circa FC, æquatur illis tribus cylindris, & annulus ABDVHG, æquatur illis tribus solidis. Ergo etiam dabitur ratio tubi ad annulum prædictum. Quare &c.

SCHOLIVM I.

Porrò ratio hæc potest etiam numero exprimi, quamuis in tali progressione non contineatur vlla pul-



pulchra series. In prima enim parabola, nempe in triangulo, cylindrus ex ED, triplus est coni ex ABD; ergo erit ad duplum conum vt 3, ad 2. Et pariter, ad annulum ex ABD, circa EA, est vt 3, ad 2. Ergo ad tria solida simul, vt 3, ad 4. Et triplus cylindrus, vt 9. ad 4. Erit ergo tubus ad primum annulum ABDVHG, vt 9, ad 4. Pariter in parabola quadratica, cylindrus ex ED, est ad conoides ex ABD, circa BD, vt 4, ad 2, nempe vt 6, ad 3; & ad duo conoidea vt 6, ad 6; est verò etiam ad annulum ex ABD, circa EA, vt 6, ad 5. Ergo ad tria solida simul, vt 6, ad 11. Ergo triplus cylindrus vt 18. ad 11. Ergo erit tubus ad secundum annulum ABDVHG, vt 18, ad 11. In parabola cubica, erit vt 30, ad 21, seu vt 10, ad 7. Et sic discurrendo, assignabimus rationes aliorum tuborum, ad alios annulos.

Habebimus ergo etiam per conuersionem rationis, rationes tuborum cylindricorum ex ED, circa FC, FC, ad annulos ortos ex rotatione trilineorum AEB, circa FC, ad ipſos. In primo ergo annulo erit vt 9, ad 5. In ſecundo vt 18, ad 7. In tertio vt 30, ad 9, ſeu vt 10, ad 3. Et ſic diſcurrendo.

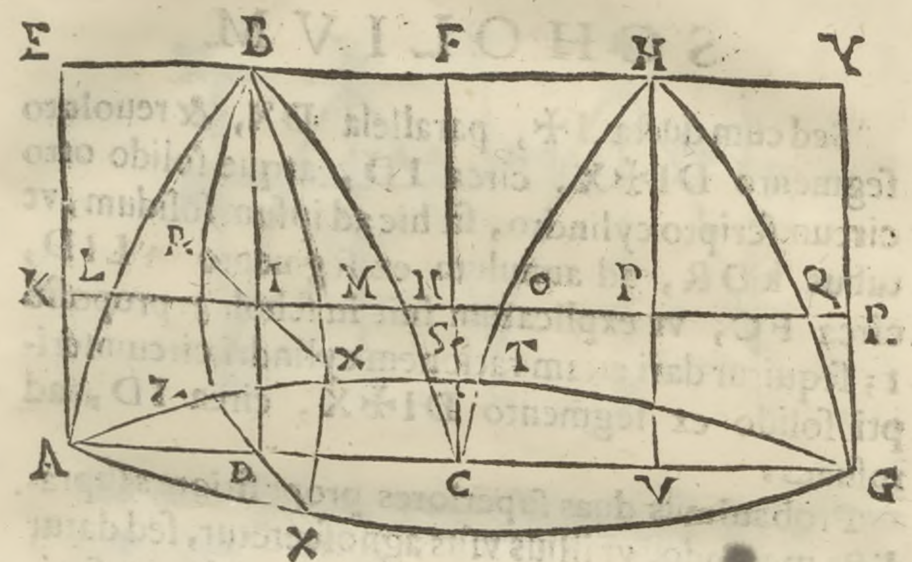
SCHOLIVM II.

Sed vt principale intentum aſſequamur, intelligamus annulum prædictum in ſequenti ſchemate ſecari ſemifigura DBX, erecta ad figuram genitricem ABD, ac ex reuolutione DBX, circa BD, genitum eſſe ſolidum rotundum ZBX, & pariter ipſi intelligamus circumſcriptum cylindrum: habebimus rationes cylindrorum talium circumſcriptorum, ad infinita ſolida rotunda ZBX. In primo ergo annulo, erit cylindrus ad primum ſolidum, quod vtique ex prim. conic. erit conoides hyperbolicum, vt 9, ad 4. In ſecundo, vt 18, ad 11. & ſic ratiocinando vt ſupra. Ex quibus patebunt etiam per conuerſionem rationis, rationes cylindrorum ad exceſſus ipſorum ſupra prædicta ſolida.

PROPOSITIO VIII.

Si ſolida antec. propoſ. ſecentur plano baſi parallelo. Dabitur ratio tubi cylindrici ad ſegmentum annuli ad baſim, quod comprehendit.

Solida antec. propoſit. ſecentur plano KR, plano AZGX, parallelo. Dico dari rationem tubi



tubi cylindrici kDR, ad partem annuli ex ſegmento ALID, circa FC. Nam ex ſchol. 2. propoſit. 15. lib. 2. & ex ſchol. 2. propoſit. 11. lib. 3. datur ratio cylindri ex KD, circa ID, ad ſolidum ex ALID, circa ID: quare & talis cylindri ad duo talia ſolida. Sed ex eodem ſchol. 2. citat. propoſit. 11. lib. 3. datur etiam ratio talis cylindri ad ſolidum ex ALID, circa kA; ergo dabitur ratio illius cylindri ex kD, ad tria ſolida. Quare & ratio tripli cylindri ex kD, circa ID, vel kA, ad tria illa ſolida ex ALID, nempe ad duo circa ID, & ad vnum circa kA. Ergo ex propoſit. 6. dabitur etiam ratio tubi cylindrici kDR, ad annulum ex ſegmento ALID, circa FD. Quod &c.

SCHOLIVM.

Sed cum ducta I✻, parallela DX, & reuoluto ſegmento DI✻X, circa ID, atque ſolido orto circumſcripto cylindro, ſit hic ad ipſum ſolidum, vt tubus kDR, ad annulum ex ſegmento ALID, circa FC, vt explicatum fuit in ſchol. 3. propoſit. 1; ſequitur dari etiam rationem cylindri circumſcripti ſolido ex ſegmento DI✻X, circa ID, ad ipſum.

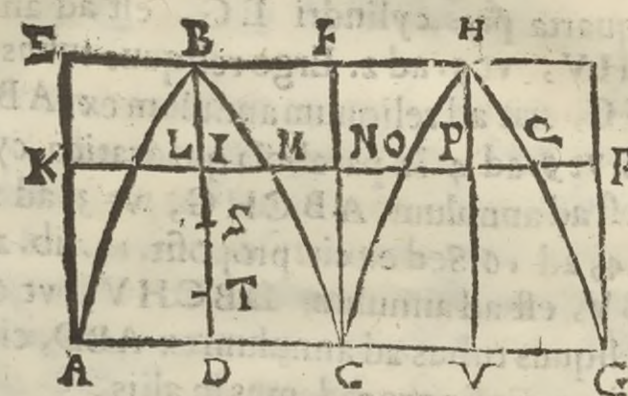
Probauimus duas ſuperiores propoſitiones ſupradicta methodo, vt illius vſus agnoſceretur, ſed datur alia via facilior, & ſimplicior oſtendendi has, & ſimiles; quapropter ſit.

PROPOSITIO IX.

Propoſitiones ſeptima, & octaua aliter probantur.

Sint in primis eadem data, quæ in propoſit. 7. Dico dari rationem tubi cylindrici ex ED, circa FC, ad annulum ABDVHG. Nam ex coroll. prim. propoſit. 11. lib. 2. habemus rationem cylindri EG, ad annulum totum ABCHG. Pariter ex propoſit. 15. eiuſdem lib. 2 habemus rationem cylindri BV, ad annulum DBCHV. Ergo etiam habebimus rationem tubi ex ED, circa FC, ad annulum ex ABD, circa FC.

Sed



Sed datis iiſdem, quæ in 8. propoſit. colligemus eadem, quæ ibidem. Nam ex coroll. 11. cit. propoſit. 11. lib. 2. datur ratio cylindri KG, ad ſegmentum annulare ALMCOQG. Pariter ex ſchol. 2. propoſit. 11. lib. 3. datur ratio cylindri ſV, ad ſegmentum annulare DIMCOPV. Quare dabitur etiam ratio tubi kDR, ad annulum ALID VPQG. Quod &c.

SCHOLIVM.

Quæ autem collecta fuerunt in numeris in ſchol. prim. propoſit. 7. poſſunt etiam colligi in præſenti ex hoc modo argumentandi. V. g. in primo annulo ABCHG, nempe in illo, qui oritur ex reuolutione primæ parabolæ, hoc eſt trianguli, cylindrus EG, quia eſt ad annulum ABCHG, vt parallelogrammum EC, ad triangulum ABC, erit ad

 ipſum

ipſum vt 2. ad 1, nempe vt 12, ad 6. Sed cylindrus B V, quarta pars cylindri E G, eſt ad annulum D B C H V, vt 3. ad 2. Ergo reliquus tubus ex ED, circa F C, erit ad reliquum annulum ex A B D, circa F C, vt 9. ad 4. In parabola quadratica, cylindrus E G, eſt ad annulum A B C H G, vt 3. ad 2. nempe vt 24, ad 16. Sed ex cit. propoſit. 15. lib. 2. cylindrus B V, eſt ad annulum D B C H V, vt 6, ad 5. Ergo reliquus tubus ad annulum ex ABD, circa FC, vt 18. ad 11. Et ſic procedemus in alijs.

PROPOSITIO X.

Si quælibet ſemiparabola, cuius exponens ſit numerus par, voluatur vt dictum eſt in prop. 7. habebimus in axe annuli geniti eius centrum grauitatis.

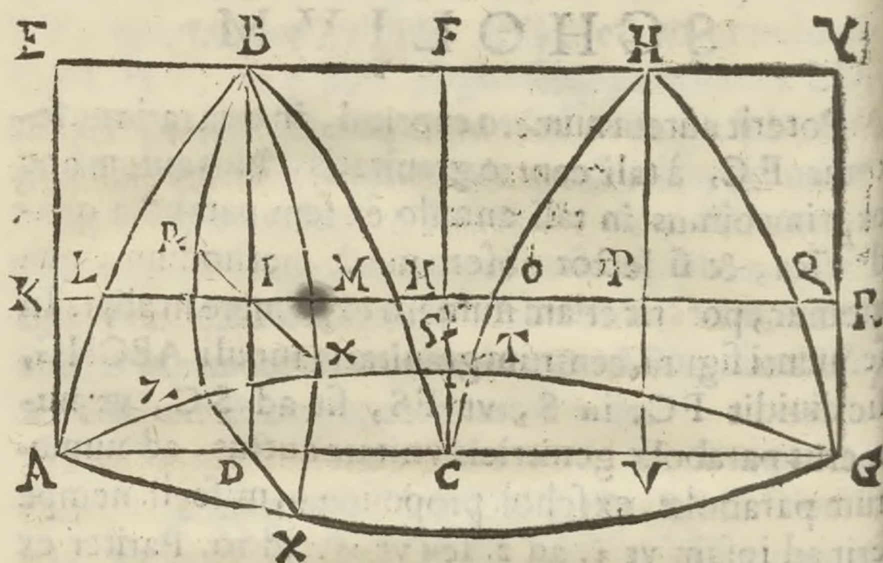
PArabola A B C, cuius exponens ſit numerus par, voluatur circa F C. Dico in F C, dari centrum grauitatis annuli ex A B D, circa F C. Nam ex ſchol. propoſit. 29. miſcell. habemus in FC, centrum grauitatis totius annuli A B C H G. Ex propoſit. 33. miſcell habemus in F C, centrum grauitatis annuli D B C H V. Ex ſchol. 2. propoſit. 11. lib. 3. habemus rationem annuli exterioris A B D V H G, ad annulum interiorem D B C H V. (Sic enim appellabimus deinceps hos annulos.) Ergo habebimus etiam in F C, centrum grauitatis annuli exterioris. Quod &c.

SCHO-

SCHOLIVM.

Poterit autem numero exprimi, in qua ratione ſecetur F C, à tali centro grauitatis. Nos autem hoc exprimebimus in tali annulo ex ſemiparabola quadratica; & ſi lector obſeruauerit methodum, qua vtemur, poterit etiam numero exprimere in alijs. In ſequenti figura, centrum grauitatis annuli ABCHG, ſic diuidit F C, in S, vt F S, ſit ad S C, vt numerus parabolæ genitricis vnitate auctus, ad numerum parabolæ, ex ſchol. propoſit. 29. miſcell. nempe erit ad ipſam vt 3. ad 2. ſeu vt 15. ad 10. Pariter ex ſchol. propoſit. 34. eiuſdem miſcel. centrum grauitatis annuli interioris D B C H V, ſic diuidit F C, in N, vt F N, ſit ad N C, vt 14, ad 11. Ergo qualium tota F C, eſt 25, talium F S, eſt 15, F N, 14; & N T, 1. Ergo qualium N S, eſt 11, talium F C, erit 275; & F S, 165. Quoniam vero, vt colligitur ex corollario 3. propoſit. 4. lib. 3. annulus latus exterior A B D V H G, eſt ad annulum interiorem D B C H V, vt 11, ad 5. & ſi fiat vt annulus exterior ad annulum interiorem, ſic reciprocè N S, ad S T, ſit T, centrum grauitatis annuli exterioris A B D V H G; ſequitur, quod qualium N S, eſt 11, talium S T, ſit 5. Sed talium F S, erat 165; ergo talium F T, erit 170. Sed talium tota F C, 275. Ergo reliqua T C, 105. T, ergo centrum grauitatis dicti annuli exterioris parabolici quadratici, ſic ſecabit

F C,



FC, in T, vt FT, sit ad TC, vt 170, ad 105; nempe vt 34, ad 21. In alijs discurretur eodem modo.

Sed quod magis interest, cum intellecto solido rotundo ZBX, genito modo supra explicato, sit hoc proportionaliter analogum & in magnitudine, & in grauitate cum annulo exteriori, sequitur etiam nos habere in BD, centrum grauitatis talis solidi, non quidem cuiuscumque, sed tantum ex parabolæ, cuius exponens sit numerus par. Et in solido parabolæ quadraticæ sic secabit BD, v. g. in I, vt BI, sit ad ID, vt 34, ad 21.

PRO-

PROPOSITIO XI.

Si quilibet annulus antecedentis proposit. secetur plano basi parallelo. In axe annuli habebimus centrum grauitatis segmenti annularis ad basim.

Sed solida antecedentis proposit. secentur plano kR, basi AG, parallelo. Dico in NC, nos habere centrum grauitatis segmenti annularis ex ALID, circa NC. Nam ex schol. proposit. 29. miscel. habemus in NC, centrum grauitatis totius segmenti annularis ALMCOQG. Item ex proposit. 35. eiusdem miscel. habemus in eadem NC, centrum grauitatis segmenti annularis interioris DIMCOPV. Necnon habemus ex schol. 2. proposit. 11. lib. 3. rationem, quam habet segmentum annulare exterius ALIDVPQG, ad segmentum annulare interius DIMCOPV. Quare eiusdem segmenti exterioris non ignorabitur centrum grauitatis in NC.

SCHOLIVM.

Sed cum solidum rotundum ex DI✻X, circa ID, sit proportionaliter analogum in grauitate cum prædicto segmento annulari exteriori, nequaquam ignorabimus in ID, centrum grauitatis talis frusti solidi.

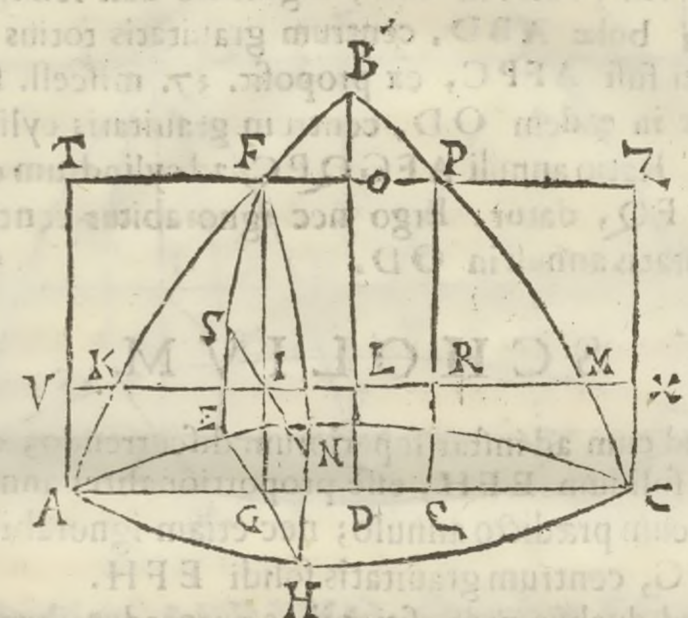
PRO-

PROPOSITIO XII.

Si quilibet ſemifuſus parabolicus ortus ex ſemiparabola, quæ habeat axim, ſecetur vt ſolida antecedentium propoſitionum. Dabitur ratio tubi cylindrici, ad annulum, vt explicatum eſt.

ESto quilibet ſemifuſus parabolicus ABC, ortus ex rotatione ſemiparabolæ cuiuſcunque cuius axis AD, circa baſim BD, qui ſit ſectus ſemifigura GFH, æquidiſtanter baſi BD, & ad figuram genitricem erecta; annulo vero ex ſemiparabola ad verticem, AFG, circa OD, ſit circumſcriptus tubus cylindricus TGZ. Dico, dari rationem talis tubi, ad illum annulum. Nam, cum ex hypotheſi, dentur AG, AD, GC, GD, dabitur etiam ratio rectanguli AGC, ad quadratum AD; nempe ratio armillæ circularis ex AG, circa BD, ad circulum AECH; nempe ratio tubi cylindrici TGZ, ad cylindrum TC. Item, cum detur ex ſchol. 3. propoſit. 15. lib. 3. ratio cylindri TC, ad totum ſegmentum fuſi AFPC, & facile poſſit probari ex hypotheſi, dari rationem eiuſdem cylindri TC, ad cylindrum FQ; dabitur etiam ratio cylindri TC, ad annulum AFGQPC. Quare ex æquali, dabitur ratio tubi cylindrici TGZ, ad annulum prædictum. Quod &c.

SCHO-



SCHOLIVM.

Cum ergo, genito ſolido EFH, ex reuolutione GFH, circa FG, atque ei circumſcripto cylindro, ſit hic ad ſolidum, vt tubus ad annulum; dabitur etiam ratio prædicti cylindri, ad annulum.

PROPOSITIO XIII.

Datis iiſdem, quæ in antec. propoſit. datur in baſi ſemiparabolæ genitricis, centrum grauitatis illius annuli.

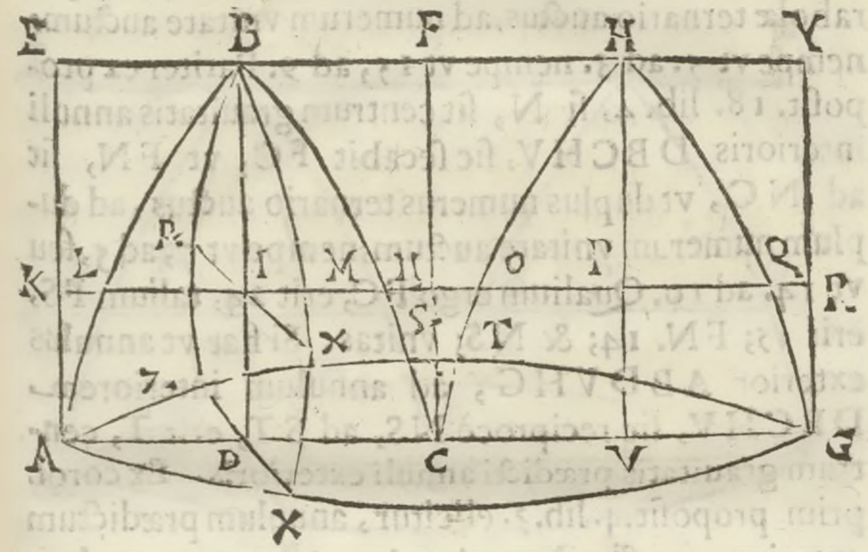
F Nam,

NAm, datur in OD, ſegmento baſi ſemiparabolæ ABD, centrum grauitatis totius ſegmenti fuſi AFPC, ex propoſit. 37. miſcell. Item datur in eadem OD, centrum grauitatis cylindri FQ. Ratio annuli AFGQPC, ad cylindrum eundem FQ, datur. Ergo nec ignorabitur centrum grauitatis annuli in OD.

SCHOLIVM.

Sed cum ad inſtar ſuperiorum diſcurrendo, conſtet, ſolidum EFH, eſſe proportionaliter annalogum cum prædicto annulo; nec etiam ignorabimus in FG, centrum grauitatis ſolidi EFH.

Sed duabus propoſitionibus antecedentibus addendum eſt, quod ſi planum GFH, ſit taliter ductum, vt biſecet AD, in G, dabitur in numeris ratio tubi cylindrici TGZ, ad annulum prædictum: & pariter in numeris dabitur ratio, in qua OD, ſecetur à centro grauitatis annuli. Nam, quoniam AG, GD, ſunt æquales, ſi intelligamus ſemiparabolam AFG, duplicari ad partes FG, attinget punctum D. Sit ergo vt in ſequenti figura, in qua ſemiparabola quæcunque ABD, cuius baſis BD, ſit duplicata ad partes BD, vt ſit ABC, figura conſtans ex duabus ſemiparabolis; hæc cum parallelogrammo EC, ſibi circumſcripto, rotetur circa FC. Sequenti modo in parabola quadratica, quem lector in alijs imitabitur, exprimemus in numeris rationem EDY, ad

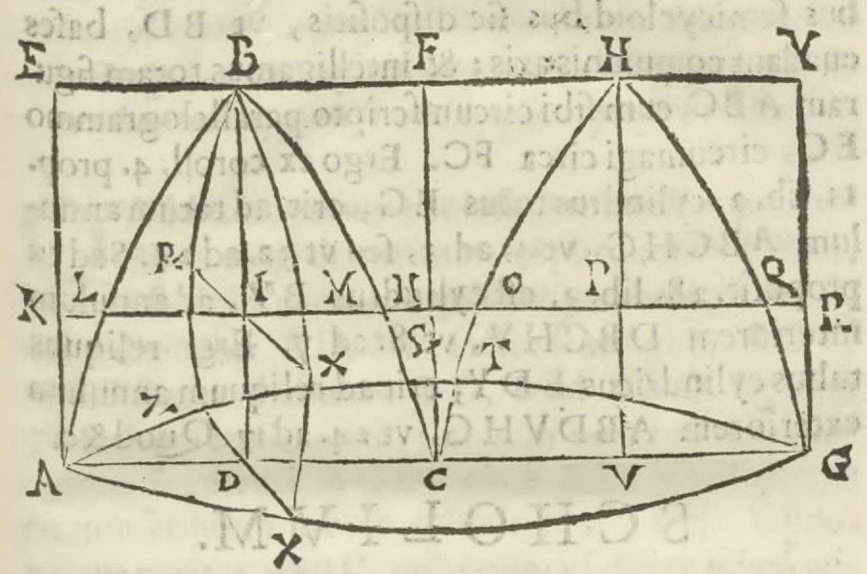


ad annulum ABDVHG. Quoniam EG, cylindrus, eſt ad totum annulum ABCHG, ex corol. 2. propoſit. 11. lib. 2. vt 3. ad 2. nempe vt 60. ad 40. & ex ſchol. 2. propoſit. 14. eiuſdem lib. eſt cylindrus BV, ad annulum interiorem DBCHV vt 5, ad 4, nempe vt 15, ad 12. Ergo reliquus tubus cylindricus EDY, erit ad reliquum annulum exteriorem ABDVHG, vt 45, ad 28. In parabola cubica inueniet eſſe vt 21, ad 15, ſeu 7, ad 5. In quadrato-quadratica, vt 135, ad 104. Et ſic diſcurrendo. In prædictis ergo etiam rationibus, erit cylindrus circumſcriptus ſolido ZBX, ad ipſum.

Centrum vero grauitatis ſic inuenietur in parabola quadratica. Sit S, centrum grauitatis totius annuli ABCHG; ergo ex ſchol. propoſit. 29, miſcel.

ſic ſecabit FC, vt FS, ſit ad SC, vt numerus parabolæ ternario auctus, ad numerum vnitate auctum; nempe vt 5. ad 3. nempe vt 15, ad 9. Pariter ex propoſit. 18. lib. 4, ſi N, ſit centrum grauitatis annuli interioris DBCHV, ſic ſecabit FC, vt FN, ſit ad NC, vt duplus numerus ternario auctus, ad duplum numerum vnitate auctum, nempe vt 7, ad 5, ſeu vt 14. ad 10. Qualium ergo FC, erit 24, talium FS, erit 15; FN. 14; & NS; vnitas. Si fiat vt annulus exterior ABDVHG, ad annulum interiorem DBCHV, ſic reciprocè NS, ad ST, erit T, centrum grauitatis prædicti annuli exterioris. Ex corol. prim. propoſit. 4. lib. 3. elicitur, annulum prædictum exteriorem, eſſe ad annulum interiorem vt 7, ad 3; ergo qualium NS, eſt 7. talium ST, erit 3. Sed qualium NS, erat vnitas, talium FC, erat 24, & FS, 15. ergo ſi omnia multiplicentur per 7, qualium NS, erit 7, & ST, 3, talium FC, erit 168; & FS, 105. Ergo talium FT, erit 108, & reliqua TC, 60. Ergo T, centrum grauitatis prædicti annuli exterioris, ſic diuidit FC, in T, vt FT, ſit ad TC, vt 108, ad 60; nempe vt 9, ad 5. Sic ergo inueniemus centra grauitatis in FC, talium annulorum exteriorum; cum quibus, exiſtentibus proportionaliter analogis ſolidis ZBX, etiam ipſorum centra grauitatis ſecabunt BD, in eadem ratione.

PRO-



PROPOSITIO XIV.

Si ſemicyclois primaria cum ſibi circumſcripto parallelogrammo voluatur circa parallelam baſi ab ipſa diſtantem ſecundum quantitatem axis eiuſdem. Tubus cylindricus ex parallelogrammo, erit ad annulum ex ſemicycloide, vt 24, ad 17.

Esto ſemicyclois primaria ABD, cum ſibi circumſcripto parallelogrammo ED, quæ voluantur circa FC, parallelam BD, baſi ſemicycloidis, ſicque ab ipſa diſſitam, vt AD, axis, & DC, ſint æquales. Dico tubum cylindricum EDY, eſſe ad annulum ABDVHG, vt 24, ad 17. Nam intelligatelligamus ABC, esse figuram constantem ex duabus semicycloidibus sic dispositis, vt BD, bases euadant communis axis; & intelligamus totam figuram ABC, cum sibi circumscripto parallelogrammo EC, circumagi circa FC. Ergo ex coroll. 4. prop. 11, lib. 2. cylindrus totus EG, erit ad totum annulum ABCHG, vt 4, ad 3, seu vt 32. ad 24. Sed ex proposit. 28, lib. 3. est cylindrus BV, ad annulum interiorem DBCHV, vt 8. ad 7. Ergo reliquus tubus cylindricus EDY, erit ad reliquum annulum exteriorem ABDVHG, vt 24. ad 17. Quod &c.

SCHOLIVM.

Si ergo annulus ABCHG, secetur semifigura DBX, transeunte per DB, & ad figuram genitricem erecta, quę rotetur circa DB. Cylindrus circumscriptus solido ZBX, erit ad ipsum vt 24. ad 17.

PROPOSITIO XV.

Si quilibet ex infinitis conicis circa diametrum, secetur ad modum conoideorum parabolicorum secun. proposit. plano æquidistanter diametro, & ad figuram genitricem erecto, & annulo illi sit circumscriptus tubus cylindricus; exponaturque portio trilinei parabolici quadratici, cuius diameter æqualis diametro conici, & cuius exponens sit duplus exponentis conici, & portio hæc sit resecta à toto trilineo linea diametro parallela, & æquali diametro annuli, cui

etiam

etiam portioni sit circumscriptum parallelogrammum. Tubus cylindricus circumscriptus annulo, erit ad ipsum, vt rectangulum circumscriptum portioni, ad ipsam, tam secundum totum, quam secundum partes proportionales.

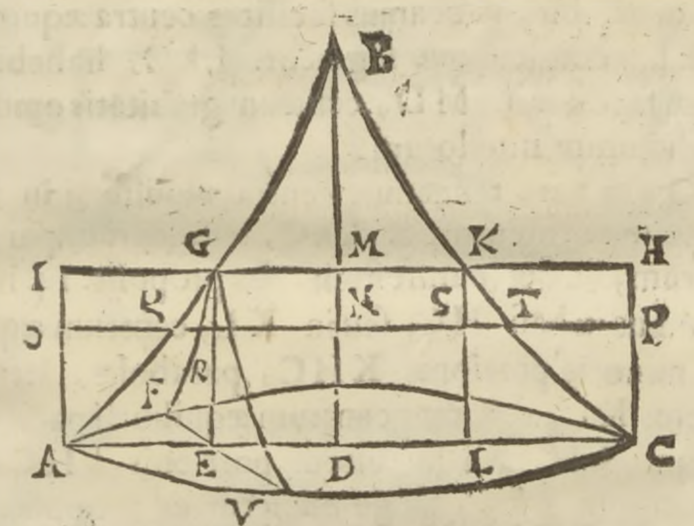
QVid intelligamus per infinitos conicos parabolicos circa diametrum, explicauimus defin. 5. lib. 2. Esto igitur conicus quilibet parabolicus ABC, cuius diameter BD, & sit sectus semifigura EGV, æquidistanter diametro BD, & ad ABD, figuram genitricem conici erecta; annulo vero orto ex reuolutione segmenti AGE, circa BD, intelligamus circumscriptum tubum cylindricum IEH: supponamus pariter DBC, nobis repræsentare etiam trilineum, cuius diameter sit DB, & cuius exponens sit duplus exponentis conici, quod sit sectum kL, parallela BD, & æquali MD, diametro annuli ex AGE; portioni verò LkC, intelligamus circumscriptum parallelogrammum LH. Dico tubum cylindricum IEH, esse ad annulum ex AGE, circa BD, vt parallelogrammum LH, ad portionem trilinei LkC, & hoc tam secundum totum, quam secundum partes proportionales. Accipiatur in MD, arbitrariè punctum N, per quod in solidis transeat planum ONP, secans ipsa vt in schemate, parallelum AFCV, in trilineo vero DBC, & in parallelogrammo ducatur NP, parallela DC. Quoniam ex natura infinitorum trilineorum explicata initio prim. lib. est in conico, AD, ad GM, ut potestas

stas

ſtas DB, eiuſdem gradus conici, ad ſimilem poteſtatem BM; ergo & vt quadratum AD, ad quadratum GM, ſic poteſtas DB, duplicata poteſtatis conici, ad ſimilem poteſtatem BM. Sed quoniam trilineum DBC, ſupponitur gradus duplicati poteſtatis conici, eſt in ipſo DC, ad Mk, vt dicta poteſtas DB, ad dictam poteſtatem BM. Ergo & vt quadratum AD, in conico, ad quadratum GM, ſeu ED, ſic in trilineo, DC, ad MK, ſeu DL. Ergo per conuerſionem rationis, & conuertendo, vt in conico, rectangulum AEC, ad quadratum AD, ſic in trilineo, LC, ad DC. Eodem modo probabitur, eſſe quadratum AD, ad quadratum QN, vt DC, ad NT, & quadratum AD, ad rectangulum QRT, vt DC, ad ST. Ergo ex æquali, erit rectangulum AEC, nempe rectangulum ORP, ad rectangulum QRT, nempe armilla circularis ex OR, circa BD, ad armillam circularem ex QR, circa BD, vt LC, ſeu SP, ad ST. Sed punctum N, ſumptum fuit arbitrariè; ergo vt vnum ad vnum, ſic omnia ad omnia. Ergo & vt omnes armillæ circulares baſibus parallelæ tubi cylindrici IEH, ad omnes armillas circulares, itidem baſi parallelas, annuli ex AGE, circa BD, ſic omnes lineæ parallelogrammi LH, parallelæ LC, ad omnes lineas portionis LkC, parallelas LC; nempe vt tubus cylindricus, ad annulum, ſic parallelogrammum ad portionem. Quod vero probatum fuit de totis, expertus geometra agnoſcet, probari poſſe pari paſ-

ri paſſu de partibus proportionalibus. Quare patet propoſitum.

SCHOLIVM I.

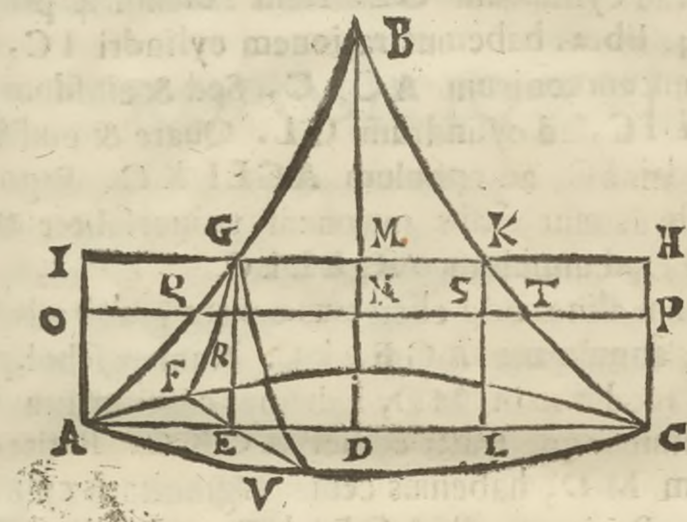


Præſens propoſitio etiam poteſt probari modo Archimedeo, vt clare patet. Sed adnotetur, quod cum fuerit in coroll. propoſit. 15. lib. prim. aſſignata ratio parallelogrammi LH, ad portionem LkC, cuiuſcunque trilinei parabolici, conſequenter habebimus rationem tubi cylindrici IEH, ad annulum ex AGE, in quocunque conico parabolico, circa BD. Pariter cum facile ad modum ſuperiorum innoteſcat, annulum ex AGE, & portionem LkC, eſſe quantitates proportionaliter analogas, tam in magnitudine, quam in grauitate, tam ſecundum totum, quam ſecundum partes proportionales; patebit etiam, eodem pacto ſecari KL, à centro æquilibrij ſegmenti LKC, ac MD, à centro grauitatis prædicti annuli. Sed cum ex dictis aliquando à nobis, vt ſtatim patebit, habeamus faciliter centra æquilibrij in kL, cuiuſcunque ſegmenti LkC; habebimus etiam faciliter in MD, centrum grauitatis omnium prædictorum annulorum.

Quod vero teneamus centra æquilibrij in kL, omnium ſegmentorum LkC, trilineorum parabolicorum, ſic fiet manifeſtum. Ex propoſit. 14. lib. 3. habemus in baſi HC, ſeu in KL, centrum æquilibrij minoris portionis KHC, parabolæ. Item in eadem KL, tenemus centrum æquilibrij parallelogrammi LH. Ratio autem portionis kHC, ad ſegmentum LkC, facile elicietur ex propoſit. 15. lib. 1. Quare nec ignorabitur in kL, centrum æquilibrij ſegmenti LkC.

SCHOLIVM II.

Nunc, ſupponamus ex ſemifigura EGV, circumacta circa GE, genitum ſolidum FGV, ipſique circumſcriptum eſſe cylindrum. Cum hic ſit ad ipſum, ex ſæpe ſæpius repetitis, vt tubus cylindricus IEH, ad annulum ex AGE, circa MD, habebimus etiam rationem prædicti cylindri, ad omnia prædicta



dicta ſolida FGV. Item habebimus in GE, centra grauitatis omnium prædictorum ſolidorum FGV.

SCHOLIVM III.

Sed rationem tubi IEH, ad annulum AGE LkC, poſſumus alio modo, ex aliàs à nobis prolatis, aliter indagare. Nam ex hypotheſi, cum dentur AE, ED, EC, dabitur etiam ratio rectanguli AEC, ad quadrata AD, ED. Dabitur ergo etiam ratio armillæ circularis AEC, tam ad circulum, cuius ſemidiameter AD, quam ad circulum cuius ſemidiamter ED: quare dabitur etiam ratio

 tubi

tubi cylindrici I E H, tam ad totum cylindrum I C, quam ad cylindrum G L. Item ex ſchol. 4. propoſit. 14. lib. 2. habemus rationem cylindri I C, ad ſegmentum conicum A G k C. Sed & eiuſdem cylindri I C, ad cylindrum G L. Quare & eiuſdem cylindri I C, ad annulum A G E L K C. Ergo ex æquali, tenebimus rationem vniuerſaliter tubi I E H, ad annulum A G E L k C.

Item alio modo eliciemus centra grauitatis in M D, annulorum A G E L k C. Nam ex ſchol. propoſit. 18, lib. 4. in M D, habemus centrum grauitatis cuiuſcunque fruſti conici A G K C. Pariter in eadem M D, habemus centrum grauitatis cylindri G L. Ratio annuli A G E L k C, ad cylindrum G L, ex ſtatim ſupradictis, minime ignoratur. Haud ergo ignorabitur in M D, centrum grauitatis prædicti annuli.

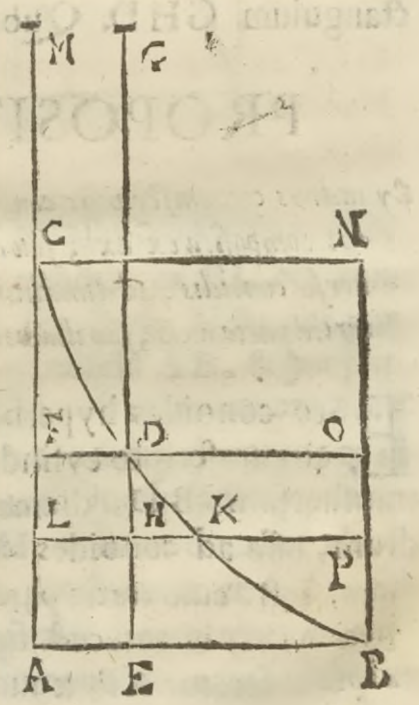
Sed hæc omnia ſunt generalia. Particularius vero, ſi A B C, ſit primus conicus, nempe conus, patet ex prim. conic. propoſit. 12, E G V, eſſe ſemihyperbolam; & conſequenter F G V, eſſe conoides hyperbolicum. Conoides ergo hyperbolicum, erit proportionaliter analogum, tam cum annulo A G E L k C, quam cum ſegmento trilinei parabolici quadratici L k C. Aliqua ergo, ex dictis, particularius colligemus. Sed cum diuerſo modo ab aſſignatis in propoſit. 5. 7. & 11. miſcel. poſſimus probare rationem cylindri circumſcripti conoidi hyperboli-

bolico, ad ipſum, ideo præmiſſa propoſitione ſequenti, etiam hunc adnotabimus.

PROPOSITIO XVI.

Si trilineum parabolicum quadraticum A B C, ſecetur linea D E, diametro C A, parallela, quæ ſic ſit producta ad G, vt G D, ſit dupla C F, exceſſus diametri C A, ſupra D E, & ducatur vbilibet H K, parallela E B. Erit E B, ad H K, vt rectangulum G E D, ad rectangulum G H D.

PRoducatur H k, vſque ad L. Quoniam ex natura parabolæ explicata initio libri pri. eſt A B, ad F D, ſeu A E, vt quadratum A C, ad quadratum C F; ergo & per conuerſionem rationis, & conuertendo, erit E B, ad B A, vt exceſſus quadrati C A, ſupra quadratum C F, ad quadratum C A. Pariter, quoniam vt A B, ad L k, ſic quadratum A C, ad quadratum



CL;

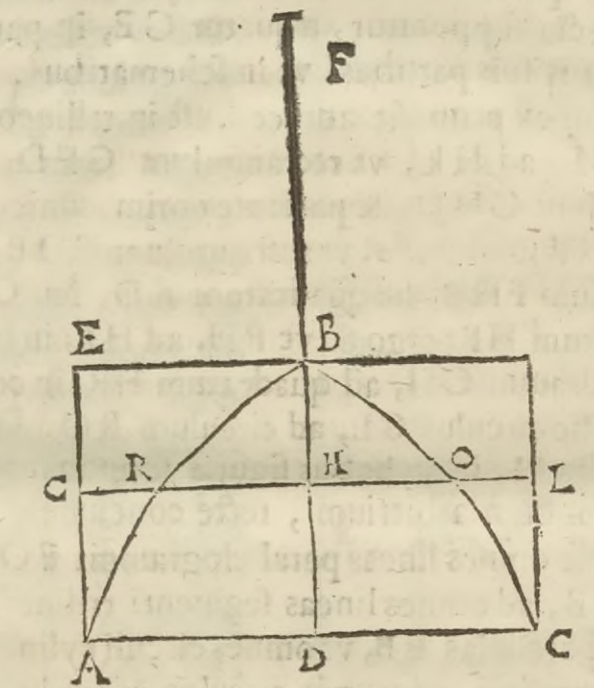
CL; ergo & vt AB, ad Hk, differentiam Lk, & FD, ſic erit quadratum AC, ad differentiam quadratorum LC, CF. Quare ex æquali, vt EB, ad Hk, ſic differentia quadratorum AC, CF, ad differentiam quadratorum LC, CF. Porrò differentia quadratorum AC, FC, ſunt duo rectangula CFA, cum quadrato FA; nempe (facta MF, dupla FC) rectangulum MFA, cum quadrato FA; nempe rectangulum MAF; nempe rectangulum GED: pariter eodem modo patebit, differentiam quadratorum LC, CF, eſſe rectangulum MLF; nempe rectangulum GHD. Ergo & vt EB, ad HK, ſic rectangulum GED, ad rectangulum GHD. Quod erat oſtendendum.

PROPOSITIO XVII.

Cylindrus circumſcriptus conoidi hyperbolico, eſt ad ipſum, vt compoſita ex axi, ſeu diametro, & ex latere tranſuerſo conoidis, ad dimidium lateris tranſuerſi, vna cum tertia parte axis, ſeu diametri.

ESto conoides hyperbolicum ABC, cum ſibi circumſcripto cylindro EC, ſitque FB, latus tranſuerſum, BD, diameter. Aſſero EC, cylindrum, eſſe ad conoides ABC, vt FD, ad dimidiam, FB, cum tertia parte BD. Exponatur recta linea MA, in anteced. fig. æqualis FD, ſequ. & ex ipſa auferatur AF, æqualis DB, & ſecta MF, bifariam

fariam



fariam in C, intelligatur parallelogrammum AN, atque in eo ſemiparabola quadratica BCN, cuius vertex C, diameter CN, ſemibaſis NB; per punctum F, ducatur FDO, parallela AB, & per punctum D, DE, parallela CA. Tunc accepto vbilibet puncto H, in diametro conoidis, ducatur per ipſum planum GL, AC, parallelum; factaque in anteced. fig. DH, æquali BH, in hac; ducatur HkP, parallela EB; ED, vero producatur vt GD, fiat dupla CF, ac proinde æqualis diametro tranſuerſa FB, conoidis. FD, ergo in conoide, tam ſecundum

totum

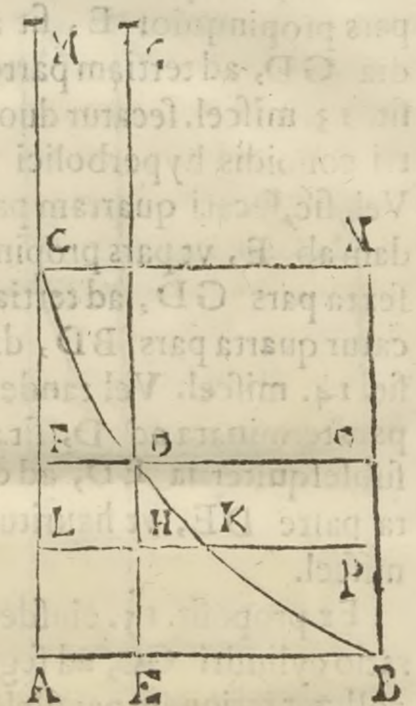
totum, quam ſecundum omnes partes, ſecundum quas ſecta ſupponitur, æquatur GE, in parabola, & ſingulis ſuis partibus, vt in ſchematibus. Tunc, quoniam ex propoſit. anteced. eſt in trilineo, EB, ſeu PH, ad Hk, vt rectangulum GED, ad rectangulum GHD, & pariter ex prim. conic. propoſit. 21. eſt in conoide, vt rectangulum FDB, ad rectangulum FHB, ſic quadratum AD, ſeu GH, ad quadratum HR; ergo & vt PH, ad Hk, in trilineo, ſic quadratum GH, ad quadratum HR, in conoide; nempe ſic circulus GL, ad circulum RO. Cum vero puncta H, in ambabus figuris ſupponantur accepta ſecundum arbitrium, recte concludere poterimus, eſſe omnes lineas parallelogrammi EO, parallelas EB, ad omnes lineas ſegmenti trilinei EDB, itidem parallelas EB, vt omnes circuli cylindri EC, AC, paralleli, ad omnes circulos conoidis ABC, eidem AC, parallelos. Nempe ſic eſſe EO, parallelogrammum, ad EDB, vt EC, cylindrus ad ABC, conoides. Sed ex calce ſchol. propoſit. 15. lib. primi, parallelogrammum EO, eſt ad EDB, vt GE, ad dimidiam GD, cum tertia parte ED, vt attentè conſideranti nullo negotio patebit. Ergo & EC, cylindrus, erit ad ABC, conoides, vt FD, ad dimidiam FB, cum tertia parte DB. Quod &c.

SCHOLIVM I.

Ex progreſſu ergo demonſtrationis patet, probatum

tum

tum cylindrum EC, eſſe ad conoides ABC, vt EO, parallelogrammum, ad ſegmentum trilinei EDB. Expertus autem geometra agnoſcet, facilius dicto probari poſſe, hoc verificari non modo ſecundum totum, ſed etiam ſecundum partes proportionales: & pariter per conuerſionem rationis, eſſe EC, cylindrum, ad exceſſum ipſius ſupra conoides, vt parallelogrammum EO, ad DBO, portionem minorem parabolæ.



Facile etiam diſcurrendo, vt ſæpe ſæpius nos fecimus, eliciet, conoides ABC, & ſegmentum trilinei EDB, item exceſſum EC, ſupra conoides, & DBO, portionem minorem parabolæ quadraticæ, eſſe quantitates proportionaliter analogas, tam in magnitudine, quam in grauitate, tam ſecundum totum, quam ſecundum partes. Ex his, & ex alibi à nobis dictis, poterit lector quamplurima colligere.

Colligeт ergo primo, centrum æquilibrij in DE, ſegmenti trilinei quadratici EDB, vel ſic ſecare duodecimam partem DE, ordine quartam ab E, vt pars propinquior E, ſit ad partem aliam, vt dimidia GD, ad tertiam partem DE, ſicuti ex propoſit. 13. miſcel. ſecatur duodecima pars DB, diametri conoidis hyperbolici ab eius centro grauitatis. Vel ſic ſecari quartam partem DE, ordine ſecundam ab E, vt pars propinquior E, ſit ad aliam, vt ſexta pars GD, ad tertiam partem GE, veluti ſecatur quarta pars BD, diametri conoidis ex propoſit. 14. miſcel. Vel tandem, ſic diuidere DE, vt pars terminata ad D, ſit ad reliquam, vt GD, cum ſubſeſquitertia ED, ad dimidiam GD, cum quarta parte DE, vt hauritur ex propoſit. 44. eiuſdem miſcel.

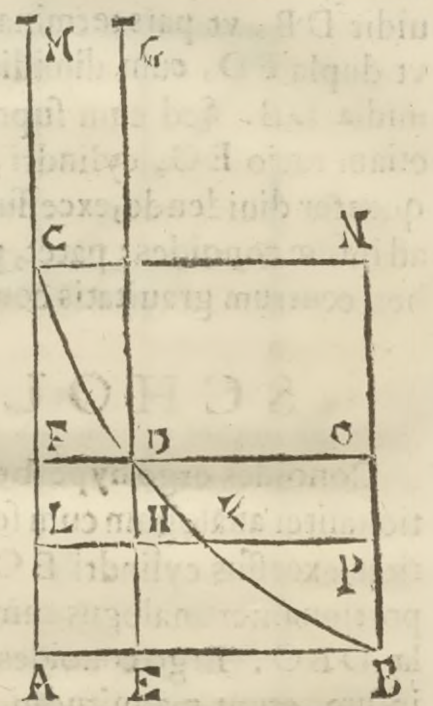
Ex propoſit. 15. eiuſdem miſcel. in qua aſſignatur ratio cylindri GC, ad ſegmentum conoidis AROC, colliget rationem parallelogrammi EP, ad ſegmentum EHkB; nempe colliget eſſe vt rectangulum GED, ad rectangulum GE, DH, vna cum rectangulo ſub compoſita ex dimidia GD, & ex tertia parte EH, & ſub dicta tertia parte EH.

Ex propoſit. 17. miſcel. colliget centrum æquilibrij in HE, ſegmenti EHkB.

Sed cum, vt paulo ſupra dictum fuit, ſit exceſſus cylindri EC, ſupra conoides hyperbolicum, proportionaliter analogus cum DBO, portione minori parabolæ quadraticæ, & in lib. 3. propoſit. 14. & in ſchol. propoſit. 48. miſcel. ſit aſſignatum in OB, centrum æquilibrij portionis DBO, erit conſe-

quen-

quenter aſſignatum in BD, centrum grauitatis exceſſus cylindri EC, ſupra conoides. Vt ergo in citat. ſchol. propoſit. 48. miſcel. poteſt conſpici, centrum æquilibrij portionis DBO, in BO, ſic ipſam diuidit, vt pars terminata ad B, ſit ad reliquam, vt dupla NO, cum dupla NB, & cum dimidia OB, ad NO, cum NB, & cum dimidia OB; colliget ergo lector, etiam in prædicto exceſſu, centrum eius grauitatis ſic diuidere BD, vt pars terminata ad D, ſit ad partem terminatam ad B, vt FB, (æqualis duplæ NO) vna cum FD, cum DB (æqualibus duplæ NB) & cum dimidia DB (æquali dimidiæ OB) ad dimidiam FB (æqualem NO) vna cum compoſita ex dimidia FB, & ex BD (quæ ſunt æquales NB) & cum dimidia DB. Sed FB, vna cum FD, cum DB, & cum dimidia DB, faciunt duplam FD, cum dimidia DB: pariter dimidia FB, cum dimidia FB, cum BD, & cum dimidia DB, faciunt FD, cum dimidia DB. Ergo centrum



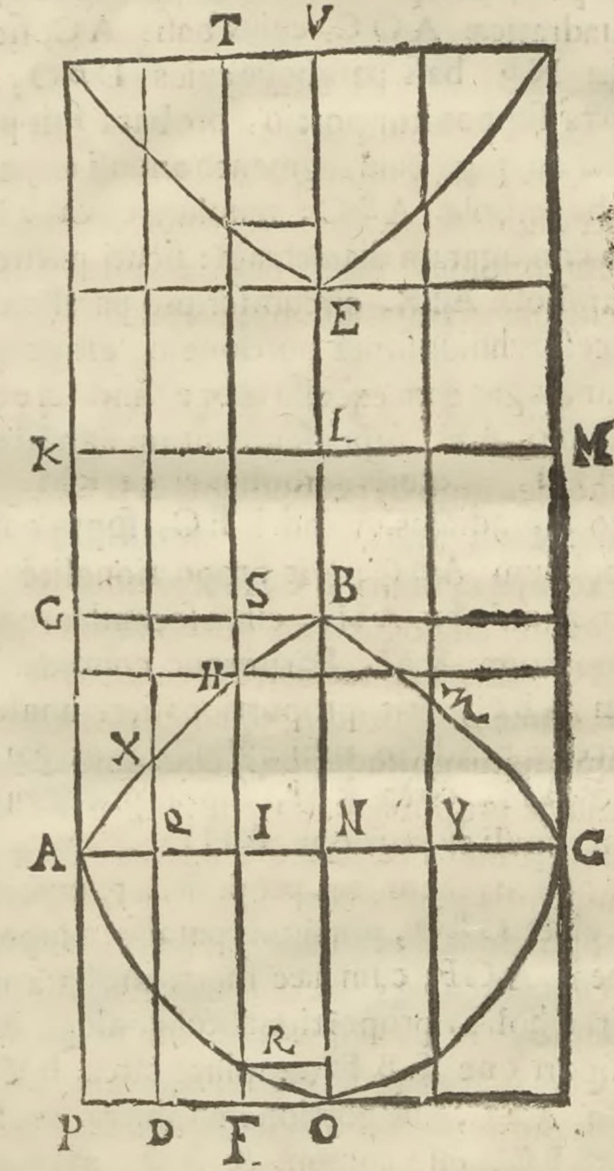
trum

trum grauitatis exceſſus E C, ſupra conoidès, ſic diuidit D B, vt pars terminata ad D, ſit ad reliquam, vt dupla F D, cum dimidia B D, ad F D, cum dimidia D B. Sed cum ſupra, & aliàs, ſit aſſignata etiam ratio E C, cylindri, ad conoides, & conſequenter diuidendo, exceſſus cylindri ſupra conoides, ad ipſum conoides: patet, poſſe etiam alio modo, haberi centrum grauitatis conoidis prædicti.

SCHOLIVM II.

Conoides ergo hyperbolicum A B C, eſt proportionaliter analogum cum ſegmento E D B; ſicuti pariter, exceſſus cylindri E C, ſupra conoides, eſt proportionaliter analogus cum portione minori parabolæ D B O. Ergo conoides, & exceſſus cylindri ſupra ipſum, erunt magnitudines proportionaliter analogæ cum illis magnitudinibus, cum quibus erunt magnitudines proportionaliter analogæ E D B, ſegmentum trilinei, & D B O, portio minor parabolæ. In primis verò, portio minor D B O, probata fuit proportionaliter analoga in ſchol. pri. propoſit. 8. lib. 4. cum portione ſphæræ, & ſphæroidis, quorum ſemidiametri N B, axis vero talium portionum, ſint B O. Cum his ergo portionibus ſphæræ, & ſphæroidis, erit proportionaliter analogus exceſſus cylindri E C, ſupra conoides. Sicuti etiam conoides, erit proportionaliter analogum cum exceſſu cylindrorum circumſcriptorum portionibus, ſupra ipſas.

De-

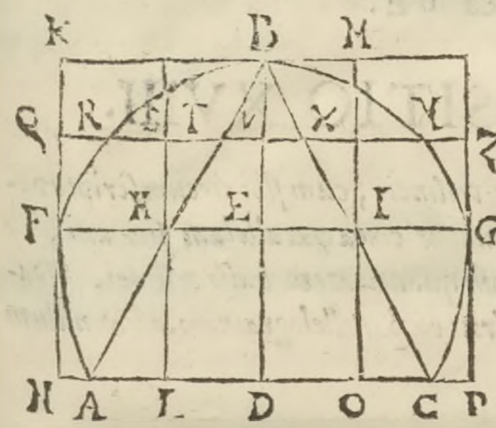


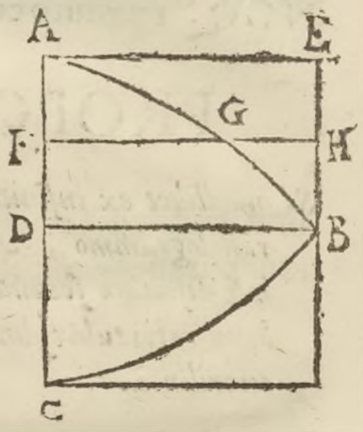
Deinde in ſchol. 3. propoſit. 26. miſcel. portio parabolæ quadraticæ D B O, cuius vice in ſchem. ant.

illius

illius proposit. accipiemus portionem A R I, parabolæ quadraticæ A O C, cuius basis A C, sit æqualis duplæ N B, basi parabolæ cuius D B O, portio supradicta supponitur portio, probata fuit proportionaliter analoga cum segmento annuli ex portione A H I, hyperbolæ A B C, reuoluta circa k M, secundam coniugatam diametrum: sicuti pariter portioni parabolæ A I R, circumscripto parallelogrammo, excessus huius supra portionem, est proportionaliter analogus cum excessu tubi cylindrici ex parallelogrammo A H, supra segmentum annuli ex portione A H I, reuolutis ambobus circa k M. Excessus ergo supradictus cylindri E C, supra conoides hyperbolicum A B C, erit proportionaliter analogus cum annulo ex A H I, circa secundam coniugatam diametrum K M. Pariterque conoides hyperbolicum A B C, erit proportionaliter analogum cum excessu prædicto tubi cylindrici ex parallelogrammo A H, circa k M, supra prædictum segmentum annuli ex portione A H I.

Pariter si in schem. seq. proposit. 45. miscel. accipiamus vice D B O, portionis parabolæ superioris, portionem A G F, cum hæc fuerit probata in dicta proposit. schol. 2. proportionaliter analoga cum solido ex portione R B T, reuoluta circa B V (supponendo A B C, esse portionem sphæræ, vel sphæroidis, A B C, esse conum, & B D, axim portionis) dummodo B V, & A F, sint æquales. Ergo etiam excessus cylindri superioris E C, supra conoides





des hyperbolicum A B C, erit proportionaliter analogus cum prædicto excessu portionis R B Y, sphæræ, vel sphæroidis, supra conum T B X. Quod ex dictis ibidem, verificatur etiam de excessu segmenti A F G C, supra frustum conicum A H I C, dummodo tamen supponamus, B V, D E, axes talium solidorum, & A F, basim portionis A G F, æquales esse in figura superiori B D, axi conoidis hyperbolici.

Tandem, si in schemate proposit. 5. supponamus A B C D, esse sphæram, vel sphæroides, semiaxis vero B E, sit maior axi B D, conoidis superioris hyperbolici, cuius etiam sit maior E R, factis autem, ac suppositis ijsdem, quæ in dicta proposit. 5. supponamus G N, vel R M, æqualem B D, axi conoidis. Ex schol. 2. dictæ proposit. sciemus, conoides hyperbolicum A B C, esse proportionaliter analo-

analogum cum annulo ex portione, seu segmento NGQ, reuoluto circa BE.

PROPOSITIO XVIII.

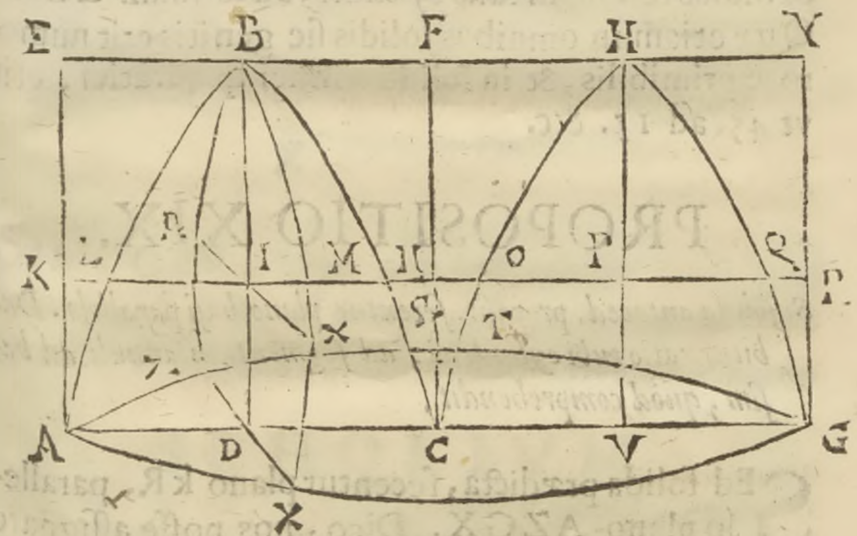
Si quodlibet ex infinitis trilineis, cum sibi circumscripto parallelogrammo, voluatur circa parallelam suo axi, ab ipso distitam secundum quantitatem basis trilinei. Dabitur ratio tubi cylindrici ex parallelogrammo, ad annulum ex trilineo.

SVpponamus ABD, in schemate sequenti nobis repræsentare quodlibet ex infinitis trilineis parabolicis, cuius axis BD, & ipsi circumscriptum esse parallelogrammum ED, quod cum trilineo intelligamus circumagi circa FC, parallelam BD, ac sic ab ipsa distantem, vt AD, DC, sint æquales. Dico, dari rationem tubi cylindrici EDY, ad annulum ADBVHG. Nam, trilineo ABD, intellecto duplicari ad partes BD, axis, vt sit ABC, ac ABC, cum parallelogrammo EC, reuoluto circa FC; cylindri EG, ad annulum ABCHG, assignata fuit ratio in coroll. 5. prop. 11. lib. 2. Pariter ex proposit. 14, lib. 2. habebimus rationem cylindri BV, ad annulum interiorem DBCHV, quia cum ibidem assignata fuerit ratio cylindri BC, ad omnes semifusos parabolicos BCH, per conuersionem rationis, assignata quoque erit ratio eiusdem cylindri BV, ad annulum DBCHV, ex trilineo DBC.

DBC. Ergo habebimus etiam rationem reliqui tubi cylindrici EDY, ad annulum exteriorem ABD VHG. Quod &c.

SCHOLIVM.

Sed hæc ratio exprimibilis est numero, quia omnes prædictæ rationes numero, in præcitatis locis,



expressæ fuerunt. E.g. in trilineo parabolæ quadraticæ, in coroll. 5. proposit. 11. lib. 2. cylindrus EG, est ad annulum ABCHG, vt 3. ad 1. nempe vt 60. ad 20. Cylindrus BV, quia est ad semifusum parabolicum quadraticum ex schol. prim. proposit. 14. lib. 2. vt 15. ad 8. est ad annulum interiorem DBCHV, vt 15. ad 7. Ergo reliquus tubus cylindricus EDY, erit ad reliquum annulum exteriorem ABDVHG, vt 45. ad 13. Sic venabimur rationes cæterorum tuborum cylindricorum, ad reliquos annulos exteriores.

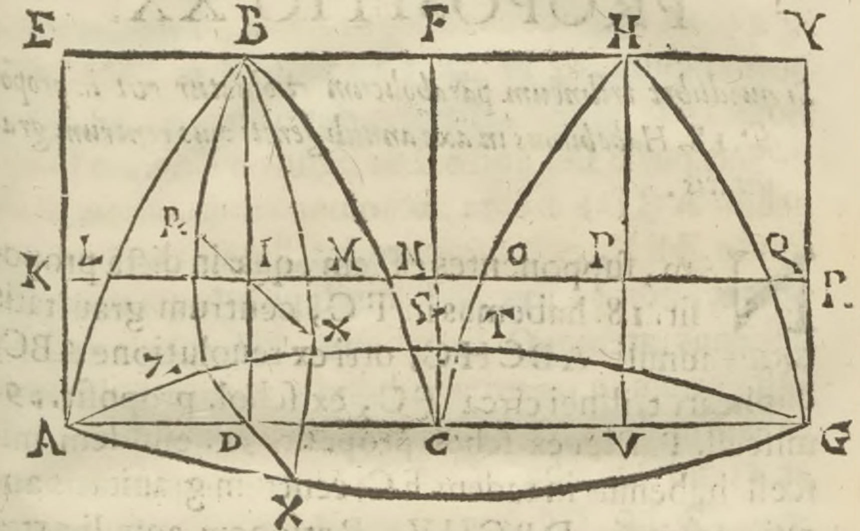
Sed per BD, ducta semifigura DBX, ad trilineum ABD, erecta, reuolutaque ipsa circa BD, solido ZBX, ex ipsa genito intelligatur circumscriptus cylindrus. Ex tot vicibus replicata doctrina, habebimus rationem talis cylindri, ad solidum ZBX. Quæ etiam in omnibus solidis sic genitis erit numero exprimibilis, & in solido trilinei quadratici, erit vt 45. ad 13. &c.

PROPOSITIO XIX.

Si solida anteced. proposit. secentur plano basi parallelo. Dabitur ratio tubi cylindrici, ad segmentum annuli ad basim, quod comprehendit.

SEd solida prædicta, secentur plano kR, parallelo plano AZGX. Dico, nos posse assignare rationem tubi cylindrici KDR, ad segmentum annuli exterioris ALIDVPQG, quod comprehendit. Nam in corol. 12. proposit. 11. lib. 2. assignatur ratio totius cylindri kG, ad totum annulum ALMCOQG, ex toto trapezio ALMC, reuoluto circa FC: Item in schol. proposit. 13. lib. 3. assignatur ratio cylindri interioris IV, ad annulum interiorem

DI-



DIMCOPV. Ergo non ignorabitur ratio tubi cylindrici kDR, ad reliquum segmentum annulare exterius ALIDVPQG. Quare &c.

SCHOLIVM.

Sed in figura superius dicta DBX, ducta I✱, parallela DX, ac solido orto ex segmento DI✱X, reuoluto circa ID, circumscripto cylindro; cum hic sit ex superioribus dictis, ad illud solidum, vt antedictus tubus cylindricus, ad superius dictum segmentum annulare exterius; ergo dabitur etiam ratio dicti cylindri, ad solidum ex DI✱X, reuoluto, vt dictum est.

 PRO-

PROPOSITIO XX.

Si quodlibet trilineum parabolicum voluatur vt in proposit. 18. Habebimus in axe annuli geniti eius centrum grauitatis.

NAm, supponentes eadem, quæ in dicta proposit. 18. habemus in FC, centrum grauitatis totius annuli ABCHG, orti ex reuolutione ABC, duplicati trilinei circa FC, ex schol. proposit. 29. miscell. Pariter ex schol. proposit. 31. eiusdem miscell. habemus in eadem FC, centrum grauitatis annuli interioris DBCHV. Rationem annuli exterioris ex ABD, ad annulum interiorem ex DBC, facile eliciemus ex schol. proposit. 8. lib. 3. Ergo habebimus etiam in FC, centrum grauitatis reliqui annuli exterioris ABDVHG. Quod &c.

SCHOLIVM.

Sed cupimus lectorem aduertere, ex alibi à nobis traditis, sibi licere numero exprimere, in qua ratione secetur FC, à centro grauitatis talis annuli exterioris. Nos autem exemplificabimus in annulo ex trilineo parabolico quadratico. In quo ex schol. cit. proposit. 29. miscell pagina 103. FC, secatur in S, à centro grauitatis totius annuli ABCHG, vt FS, sit ad SC, vt numerus trilinei vnitate auctus, ad vnitatem

tatem

tatem; nempe vt 3. ad 1. seu vt 21. ad 7. Item ex schol. proposit. 31. eiusdem miscell. in calce, eadem FC, sic secatur in N, à centro grauitatis annuli interioris DBCHV, vt FN, sit ad NC, vt 26, cum duobus tertijs, ad 10. cum duobus tertijs; nempe vt 5. ad 2. (quod tamen loco supra citato non fuit tunc temporis animaduersum) nempe vt 20 ad 8. Qualium ergo tota FC, est 28. talium FS, est 21; FN, 20; & NS, vnitas. Et qualium NS, erit 13. talium tota FC, erit 364; FS, erit 273. Quoniam vero S, supponitur centrum grauitatis totius annuli ABCHG, & N, annuli interioris DBCHV, si fiat vt annulus exterior ABDVHG, ad annulum interiorem DBCHV, sic reciprocè NS, ad ST, patet T, esse centrum grauitatis annuli prædicti exterioris. Sed annulus exterior, est ad annulum interiorem, vt elicitur ex schol. proposit. 8. lib. 3. vt 13. ad 7. ergo quarum NS, est 13. talium ST, erit 7. Sed talium FS, erat 273. Ergo talium FT, erit 280. Cum vero etiam talium tota CF, esset 364; talium reliqua TC, erit 84. T, ergo, centrum grauitatis annuli prædicti exterioris, sic secabit FC, in T, vt FT, sit ad TC. vt 280. ad 84. nempe diuidendo omnia per 4. vt 70. ad 21.

Patet ergo ex dictis, etiam qualiter sit inueniendum in BD, centrum grauitatis solidi ZBX.

PRO-

PROPOSITIO XXI.

Si quilibet annulus propoſit. anteced. ſecetur plano baſi parallelo. In axe annuli habebimus centrum grauitatis ſegmenti annularis ad baſim.

SOlida antec. propoſit. ſecentur plano k R, parallelo AZGX. Dico, in NC, dari centrum grauitatis ſegmenti annularis exterioris ex ALID. Nam licet nullibi à nobis fuerit aſſignatum in NC, centrum grauitatis totius ſegmenti annularis ALMCOQG, tamen hoc facile poteſt elici ex à nobis dictis. Etenim, ex dictis in principio ſchol. propoſit. 29. miſcel. vniuerſaliter, colligitur centrum grauitatis talis ſolidi ſic ſecare NC, vt ſecatur ID, à centro grauitatis figuræ ALMC. Sed figuræ ALMC, docuimus inuenire centrum grauitatis in propoſit. 12. lib. 3. Etenim, cum ibidem traditum ſit reperire in diametro ID, centrum æquilibrij cuiuſcunque infinitorum trapeziorum, aſſignatus pariter erit modus indagandi in ID, centrum grauitatis duplicati trapezij, nempe figuræ ALMC; & conſequenter habebimus in NC, centrum grauitatis totius annuli ALMCOQG. Pariter, licet nullibi aſſignatum fuerit centrum grauitatis in NC, ſegmenti annularis interioris DIMCOPV, tamen poſſumus hoc elicere ex alibi à nobis dictis. Nam, iam patet haberi in NC, centrum grauitatis totius cylindri

IV.

IV. Pariter ex propoſit. 37. miſcel. habemus in eadem NC, centrum grauitatis portionis fuſi parabolici MCO, ortæ ex reuolutione minoris portionis parabolæ MCN, circa baſim NC. Cum vero ex ſchol. propoſit. 13. lib. 3. teneamus etiam rationem cylindri IV, ad ſegmentum annulare interius DIMCOPV; habebimus etiam diuidendo, rationem talis ſegmenti, ad portionem fuſi MCO. His tribus datis, patet dari quoque in NC, centrum grauitatis prædicti ſegmenti annularis DIMCOPV. Cum ergo teneamus in NC, tam centrum grauitatis totius ſegmenti annularis, quam ſegmenti annularis interioris, ſi habebimus etiam rationem ſegmenti annularis exterioris, ad ſegmentum annulare interius, patet nos etiam poſſe habere in NC, centrum grauitatis ſegmenti annularis exterioris. Sed ratio inter hæc ſegmenta annularia, facile elicitur ex eodem ſchol. propoſit. 13. lib. 3. ſupra citat. Ergo in NC, poſſumus habere centrum grauitatis ſegmenti exterioris ALIDVPQG. Quod &c.

SCHOLIVM.

Ex ſæpe ſæpius repetitis, patet etiam nos habere in ID, centrum grauitatis ſegmenti ſolidi ex DI✠X, reuoluta circa ID.

PRO-

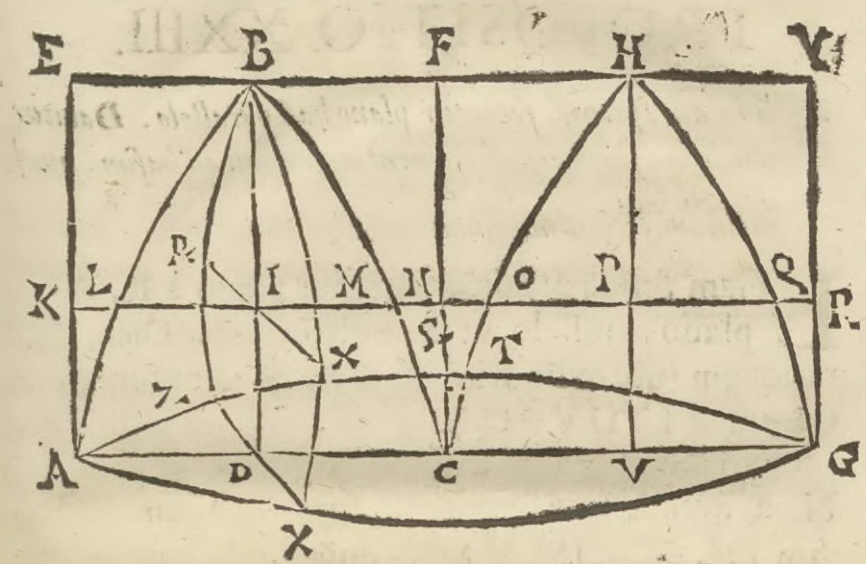
PROPOSITIO XXII.

Si quodlibet ex infinitis trilineis, cum sibi circumscripto parallelogrammo rotetur circa parallelam suæ basi, ab ipsa dissitam secundum quantitatem axis trilinei. Dabitur ratio tubi cylindrici ex parallelogrammo, ad annulum ex trilineo.

ESto ABD, quodlibet ex infinitis trilineis parabolicis, cuius basis BD, axis AD, & ei circumſcriptum parallelogrammum ſit ED, quod intelligamus rotari cum trilineo circa FC, parallelam baſi BD, ſicque ab ipſa diſtantem, vt AD, DC, ſint æquales. Dico, dari rationem tubi cylindrici EDY, ad annulum ex ABD, circa FC. Nam duplicato trilineo ad partes BD, factiſque iiſdem, vt in propoſit. 18. dabitur ratio totius cylindri EG, ad totum annulum ABCHG, ex coroll. 6. propoſit. 11. lib. 2. Pariter ex prim. part. propoſit. 15. lib. 2. datur per conuerſionem rationis, ratio cylindri BV, ad annulum interiorem DBCHV. Ergo dabitur quoque ratio tubi cylindrici EDY, ad annulum exteriorem. Quod erat oſtendendum.

SCHOLIVM.

Hæc quoque ratio dabitur in numeris, quia rationes ſuperiores numero dantur. Et in annulo ex trilineo



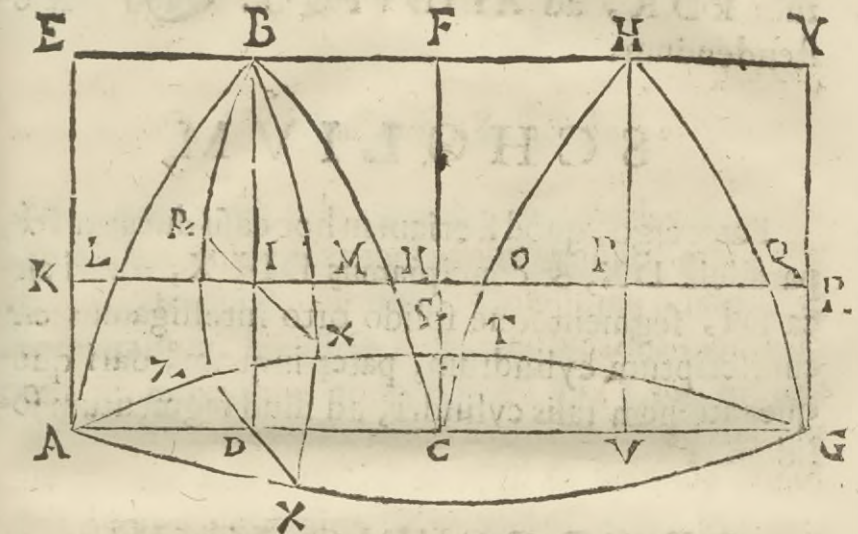
neo parabolico quadratico, ipſam ſic aſſignabimus. Ex coroll. 6. cit. propoſ. 11. lib. 2. eſt cylindrus EG, ad annulum totum ABCHG, vt 3. ad 1. nempe vt 24. ad 8. cylindrus BV, eſt ad annulum interiorem DBCHV, ex cit. propoſit. 15. lib. 2. per conuerſionem rationis, vt 4. ad 2. nempe vt 6. ad 3. Ergo reliquus tubus cylindricus EDY, erit ad reliquum prędictum annulum exteriorem, vt 18, ad 5.

Sed per BD, ducta ſemifigura DBX, &c. habebimus etiam rationem cylindri circumſcripti ſolido ZBX, ad ipſum.

PROPOSITIO XXIII.

Si solida ant. propos. secentur plano basi parallelo. Dabitur ratio tubi cylindrici ad segmentum annuli ad basim, quod comprehendit.

ETiam solida prædicta secentur plano kR, AG, plano parallelo, vt sæpe dictum est. Dico, dari rationem tubi cylindrici KDR, ad annulum exteriorem ALIDVPQG, quod comprehendit. Hoc probari potest ex alibi à nobis assignatis, vt patebit. Nam, quoniam ex hypothesi, supponendum est dari tam IN, quam IM, & MN, quia duplicatum trapezium ALMC, supponitur datum; ergo dabitur etiam ratio parallelogrammi IC, ad parallelogrammum cuius basis MN, altitudo NC, quod est circumscriptum semiparabolæ ad verticem MCN. Sed datur etiam ratio talis parallelogrammi, ad semiparabolam ad verticem MCN, ex dictis in proposit. pri. lib. pri. Ergo ex æquali, dabitur ratio parallelogrammi IC, ad semiparabolam ad verticem MCN. Quare & per conuersionem rationis, dabitur ratio parallelogrammi IC, ad trapezium DIMC. Ergo dabitur quoque ratio dupli ad duplum, nempe parallelogrammi kC, ad duplicatum trapezium ALMC. Sed vt KC, ad figuram ALMC, sic ex proposit. 11. lib. 2. & ex proposit. 29. miscell. cylindrus KG, ad segmentum annulare ALMCO QG.



QG. Ergo dabitur quoque ratio kG, ad dictum segmentum annulare. Rursum, quoniam ex hypothesi, dantur IN, IM, & MN, dabitur quoque ratio quadrati IN, ad quadratum NM. Quare, dabitur quoque ratio cylindri IV, ad cylindrum cuius basis MO, altitudo NC; nempe ad cylindrum circumscriptum conoidi parabolico ad verticem MCO. Sed ex proposit. 15. lib. 2. datur quoque ratio talis cylindri ad conoides MCO. Ergo dabitur quoque ex æquali, ratio cylindri IV, ad conoides MCO. Et per conuersionem rationis, dabitur quoque ratio cylindri IV, ad segmentum annulare interius DIMCOPV. Sed & dabatur ratio totius kG, ad totum ALMCOQG. Ergo dabitur quoque ratio reliqui ad reliquum; nempe tubi kDR, ad ALIDVPQG. Quod erat ostendendum.

SCHOLIVM.

Patet ergo, quod si etiam in hoc casu ducatur I✻, parallela DX, & concipiamus DI✻X, rotari circa DI, segmentoque solido orto intelligamus circumscriptum cylindrum, patet inquam, dari quoque rationem talis cylindri, ad illud segmentum solidum.

PROPOSITIO XXIV.

Si quodlibet trilineum parabolicum cuius exponens sit numerus par voluatur vt dictum est in proposit. 18. *Habebimus in axe annuli geniti eius centrum grauitatis.*

SEd concipiamus duplicatum trilineum ABC, cuius exponens sit numerus par, rotari circa FC, parallelam basi BD, trilinei ABD. Dico in FC, haberi centrum grauitatis annuli exterioris ABDVHG. Nam, ex schol. proposit. 29. miscel. pag. 104. habemus in FC, centrum grauitatis totius annuli ABCHG. Item ex proposit. 15. lib. 4. habemus centrum grauitatis in FC, annuli interioris DBCHV. Ratio quoque annuli exterioris ex ABD, ad annulum interiorem ex DBC, non ignoratur,

ratur, sed assignata fuit in corol. 2. proposit. 4. lib. 3. Ergo etiam centrum grauitatis in FC, annuli ABDVHG, haud ignorabitur. Quod &c.

SCHOLIVM.

Sed nec etiam tale centrum grauitatis est taliter datum, vt nequeamus numero explicare, in qua ratione secetur FC, ab ipso. Hoc autem, de more, reperiemus in annulo ex trilineo parabolico quadratico. In quo, quoniam ex schol. citat. proposit. 29. miscell. FC, sic secatur in S, à centro grauitatis totius annuli ABCHG, vt FS, sit ad SC, vt triplus numerus annuli vnitate auctus, ad numerum vnitate auctum, nempe vt 7. ad 3. seu vt 21. ad 9. & pariter cum ex citat. proposit. 15. lib. 4. sic eadem FC, secetur in N, à centro grauitatis annuli interioris DBCHV, vt FN, sit ad NC, vt 4. ad 2. seu vt 20. ad 10. sequitur, qualium tota FC, supponitur 30, talium FS, esse 21. FN, 20; & NS, vnitas. Cum ergo S, sit centrum grauitatis totius annuli, & N, annuli interioris, si fiat vt annulus exterior, ad annulum interiorem, sic reciproce NS, ad ST, erit T, centrum grauitatis annuli exterioris. Sed cum deducatur ex corol. 2. citat. proposit. 4. lib. 3. esse annulum exteriorem, ad annulum interiorem, vt 5. ad 3. sequitur qualium NS, est 5. talium ST, esse 3. Sed qualium NS, erat vnitas, tota FC, erat 30; & FS, 21; ergo qualium NS, est 5. talium

tota

tota FC, erit 150; & FS, quæ erat 21. erit 105. & FT, 108. Ergo reliqua TC, erit 42. Secatur ergo FC, à T, centro grauitatis annuli exterioris, vt FT, ſit ad TC, vt 108, ad 42; nempe vt 54. ad 21.

In tali etiam ratione patebit ſecari BD, à centro grauitatis ſolidi ZBX; cuius tamen ſolidi non habebimus vniuerſaliter in BD, centrum grauitatis, ſed tantummodo illius ſolidi, quod conſiderabimus in annulo, cuius exponens ſit numerus par.

PROPOSITIO XXV.

Si quilibet annulus propoſit. ant. ſecetur plano baſi parallelo. In axe annuli habebimus centrum grauitatis ſegmenti annularis ad baſim.

Solida anteced. propoſit. ſecentur plano KR, baſi parallelo. Dico in NC, nos poſſe aſſignare centrum grauitatis ſegmenti annularis ad baſim ex ALID. Centrum grauitatis totius annularis ſegmenti ALMCOQG, nunquam aſſignauimus, attamen poſſumus ipſum notare. Nam, cum intelligentes kD, parallelogrammum appenſum ſecundum ID, habeamus in medio puncto ID, eius centrum æquilibrij; & pariter habeamus in eadem ID, centrum æquilibrij ſemiparabolæ ad verticem kAL, ex ſchol. 2. propoſit. 2. lib. 3. & ex dictis ſupra in propoſit. 23. habeamus rationem trapezij

zij ALID, ad ſemiparabolam ad verticem kLA; habebimus etiam in ID, centrum æquilibrij trapezij LIDA: & conſequenter centrum grauitatis duplicati trapezij ALMC: & conſequenter in NC, centrum grauitatis annuli ALMCOQG, ex ſchol. propoſit. 29. miſcell. Item cum in NC, habeamus tam centrum grauitatis cylindri IV, quam conoidis ad verticem MCO; & ex dictis in progreſſu propoſit. 23. habeamus etiam diuidendo, rationem annuli interioris DIMCOPV, ad conoides ad verticem MCO; tenebimus pariter centrum grauitatis prædicti annuli interioris DIMCOPV. Duo ergo habemus neceſſaria noſtro inſtituto, nempe centra grauitatis totius ſegmenti annularis, & ſegmenti annularis interioris. Sed etiam poſſumus habere, vt ſtatim patebit, ratio ſegmenti annularis exterioris ad ſegmentum annulare interius. Ergo in NC, habebimus etiam centrum grauitatis ſegmenti annularis exterioris.

Quod vero poſſimus etiam aſſignare rationem ſegmenti annularis exterioris, ad ſegmentum annulare interius, ſic patebit. Si intelligamus IC, parallelogrammum appenſum ſecundum IN, non ſolum habebimus in eius puncto medio centrum æquilibrij ipſius, ſed etiam in ſemibaſi NM, centrum æquilibrij ſemiparabolæ ad verticem MCN, ex dictis in ſchol. 2. propoſit. 2. lib. 3. Cum vero etiam ex dictis in progreſſu propoſit. 23. non ignoretur ratio trapezij DIMC, ad ſemiparabolam ad verticem

cem MCN, habebimus etiam in I N, siue in DC, centrum æquilibrij trapezij DIMC. Hoc habito, ex proposit. 4. lib. 3. pariter tenebimus rationem ad inuicem solidorum factorum ex reuolutione eiusdem trapezij DIMC, tam circa NC, quam circa ID. Quare etiam tenebimus rationem duorum solidorum ex trapezio DIMC, circa DI, cum vno ex eodem circa NC, ad vnum solum circa NC. Sed ex proposit. 6. illa tria sunt æqualia segmento annulari exteriori ALIDVPQG. Ergo habebimus etiam rationem prædicti segmenti annularis exterioris, ad segmentum annulare interius.

SCHOLIVM.

Ex replicatis autem in superioribus ad satietatem vsque, patebit, dari etiam in ID, centrum grauitatis segmenti solidi geniti ex rotatione DI✠X, circa ID.

Recolenti nunc superius à nobis asserta innotescet, propositas fuisse quamplurimas figuras planas, inter quas aliquæ sunt geometris totaliter nouæ, nec ab ipsis aliquando consideratæ; sicuti nec vnquam ab ipsis fuerunt contemplata solida quædam ab ipsis genita, nec ipsorum centra grauitatis. Mensuram nonnullorum solidorum, atque ipsorum centra grauitatis tradidimus nos; figuras vero solidorum genetrices, relinquimus alijs speculandas pro nunc: forsitan

& nos

& nos aliquando circa ipsas aliquid determinabimus, si tamen venerit in mentem. Sed quæ sint hæc noua plana, nunc paucis perstringemus.

In proposit. 2. ac in scholijs ipsius, secauimus infinita conoidea parabolica plano æquidistanter axi, ac ad parabolam genitricem erecto, & considerauimus infinitas figuras genitas ex tali sectione. Nec aliquid aliud scimus, nisi quod si sic secetur primum conoides, nempe conus, figura genita erit hyperbola, cuius vtique ignoratur quadratura. Si vero sic secetur conoides parabolicum quadraticum, figura item genita erit parabola quadratica, cuius vtique habemus quadraturam. Sed figurarum genitarum ex sectione aliorum conoideorum ab his, ignoramus & naturam, & mensuram.

In proposit. 4. diximus, quod si conoides hyperbolicum sic secetur, figura genita erit hyperbola. Pariter in proposit. 5. docuimus sectis sic sphæra, & sphæroides, sectiones esse quidem in illa circulum, in hoc vero ellipsim. Agnouimus vtique qualitates figurarum harum, sed mensuræ vsque nunc geometris sunt ignotæ, & fortassis sic manebunt in æternum, & vltra.

In proposit. 7. cuius schema denuo intueatur ibidem, considerauimus figuram ZBX, ortam ex plano secante annulum ABCHG, ortum ex reuolutione parabolæ cuiuscunque ABC, circa FC, per BD, & ad ABC, parabolam genitricem erecto. Omnium harum figurarum ZBX, ignoramus condi-

L tio-

tionem: ſolum ſcimus in primo annulo, nempe in illo qui oritur ex ſuppoſito triangulo ABC, reuoluto, eſſe hyperbolam. Quod vtique modicè etiam conica Apollonij callenti innoteſcet.

In propoſit. 1.. cuius ſchema item inſpiciatur, conſiderauimus figuras EFH, genitas ex plano ſecante infinitos ſemifuſos parabolicos ABC. Harum pariter naturas ignoramus, niſi genitæ in primo, quæ vtique erit hyperbola.

In propoſit. 14. conſiderauimus ſemicycloidem primariam ABD, cuius baſis BD, duplicari ad partes BD, ac figuram ABC, conſtantem ex duabus ſemicycloidibus primarijs rotari circa FC, atque annulum genitum ſecari plano ZBX, æquidiſtanter FC, erectoque ad ABC. Genita figura eſt ZBX, cuius natura penitus vſque modo eſt incognita.

In propoſit. 15. verba fecimus de infinitis conicis circa diametrum. Diximus enim in dicta propoſit. & in ſcholijs eidem annexis, infinitos conicos ABC, circa axim BD, ſecari plano FGV, modo vſque nunc explicato. Figurarum FGV, ſymptomata nobis ſunt recondita, ſolummodo nobis eſt in apertum in primo conico, nempe in cono, FGV, eſſe hyperbolam.

In propoſit. 18. diſcurſum fuit de infinitis figuris ZBX, ortis ex plano ſecante, conſueto modo, infinitos annulos ABCHG, ortos ex reuolutione infinitarum figurarum ABC, quæ ſint conſtantes

ex duplicato trilineo ABD, cuius axis BD, ad partes BD. Etiam nunc ſolius figuræ ZBX, in primo annulo ſcimus naturam, nempe eſſe hyperbolam; reliqua ignoramus.

Tandem in propoſit. 23. locuti ſumus de infinitis figuris ZBX, ortis conſueto modo, planis ductis per BD, in infinitis annulis ABCHG, ortis ex reuolutione figurarum ABC, quæ ſint conſtantes ex duobus trilineis ſic diſpoſitis, vt baſes BD, ipſarum, euadant communis axis. Nec etiam figuras has ZBX, plus aliarum vſque nunc expoſitarum agnoſcemus, ſed tantum ſciemus ſolum in primo annulo ZBX, eſſe hyperbolam.

Hæ ſunt ergo nouæ figuræ planæ circa quas geometra operari poteſt, perquirendo ipſarum naturam, quadraturam, centra grauitatis &c. (ſi tamen horum aliqua ſunt reperibilia) Nos enim in præſenti de ipſis nullam maiorem tenemus notitiam traditam. Solum, vt licuit notare, ex ſuperioribus, agnouimus menſuram, & centra grauitatis ſolidorum ex ipſis circa axim, ſicuti & ipſorum ſegmentorum reſectorum planis baſibus parallelis. Sed ſicuti in miſcellaneo noſtro ex ſola menſura conoidis hyperbolici, & ex ſuppoſita quadratura hyperbolæ, quamplura tradidimus; ſic in præſenti, ſupponentes tantum prædictarum figurarum quadraturas, nobis liceret deducere ea omnia, quæ deduximus circa hyperbolam in miſcellaneo citato.

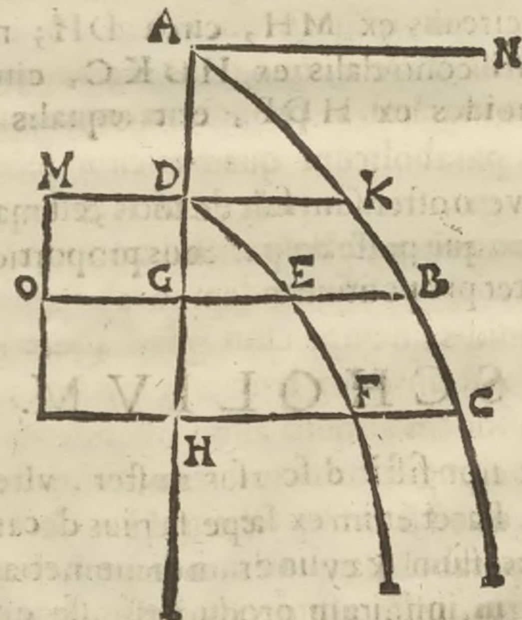
SCHOLIVM II.

Dum impressio huiusceprimæ partis ad vmbilicum fere deducta esset, coacti fuimus ipsam prætermittere, ac à patria discedere, vt fungeremur officio nostro visitandæ Prouinciæ nostræ Religionis iuxta morem annualem: qua visitatione expleta, consequenter fuit necesse Bononiam petere, ibique per aliquot dies commorari, ac incumbere rebus grauioribus religionis. Non tamen tunc temporis à rebus geometricis penitus abstinuimus, sed quotiescunque aderat opportunitas animum recreabamus ijs speculationibus, quas admirabilis Torricellius de motu conscripsit. Hac ergo occasione fuit à nobis animaduersum, ipsum in lib. 2. lem. ad proposit. 37. ostendisse illud idem, quod nos incidenter patefecimus supra in schol. 2. proposit. 2. nimirum, quod si conoides parabolicum quadraticum secetur plano parabolæ genitrici annuli erecto, & æquidistanter axi, sectio erit parabola. Sed non modo ostendit hoc, sed amplius esse eandem parabolam cum genitrice conoidis, nempe cum ipsa habere idem latus rectum. Ast antea ex lem. ad proposit. 31. arripuimus occasionem aliquid aliud ostendendi. In dicto ergo lem. egregiè, iuxta morem, animaduertit Torricellius, quod si in seq. schem. H A C, H D F, sint duæ semiparabolæ æquales, nempe habentes idem latus rectum, ipsas asymptotos esse, hoc est semper magis,

magis, magisque inuicem accedentes, ac nunquam concurrentes. Demonstratio facillissima videatur in loco citat. Torricellij, ac lector recipiat sequentes notitias.

PROPOSITIO XXVI.

Si H A C, H D F, sint æquales semiparabolæ quadraticæ, & Dk, sit parallela HC, sitque parallelogrammum MH, vt MD, DK, sint æquales, & intelligamus omnia rotari circa DH. Excessus frusti conoidalis ex DkCH, supra conoides ex HDF, erit æqualis cylindro ex MH, tam secundum totum, quam secundum partes proportionales.



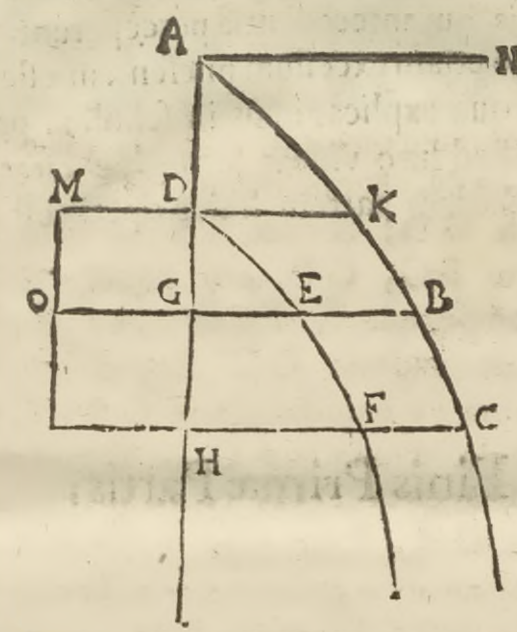
Acci-

ACcipiatur arbitrariè punctum G, ac per ipsum transeat planum OB, parallelum plano ex HFC, & sit AN, lactus rectum semiparabolarum. Quoniam quadratum BG, est æquale rectangulo GAN, & quadratum GE, æquatur rectangulo sub GD, & sub AN; ergo differentia quadratorum BG, GE, erit æqualis rectangulo DAN; nempe quadrato Dk; nempe quadrato DM, nempe quadrato OG. Ergo etiam differentia circulorum ex semidiametris GB, GE, erit æqualis circulo cuius radius OG. Ergo armilla circularis ex EB, circa DH, erit æqualis circulo ex OG, circa DH. Cum ergo punctum G, sumptum sit arbitrariè, ergo omnes armillæ circulares ex quadrilatero DkCF, circa DH, erunt æquales omnibus circulis ex MH, circa DH; nempe excessus frusti conoidalis ex HDKC, circa DH, supra conoides ex HDF, erit æqualis cylindro ex MH.

Quod vero ostensum fuit de totis, est manifestum probari quoque posse de partibus proportionalibus. Quare patet propositum.

SCHOLIVM.

Sed hìc non sistit discursus noster, vlteriùs progreditur. Patet enim ex sæpe sæpius decantatis doctrinis, excessum, & cylindrum dictum, etiam ad partes HC, in infinitum productos, esse quantitates pro-



proportionaliter analogas tam in magnitudine, quàm in grauitate, tam secundum totum quam secundum partes proportionales. Sicuti ergo cylindrus ex MH, in infinitum producto est corpus sibi similare, nimirum quod eius partes resectæ circulis circulo ex MD, parallelis, sunt in eadem ratione cum partibus axis; v. g. vt HG, ad GD, sic est cylindrus ex OH, ad cylindrum ex MG; sic etiam erit vt HG, ad GD sic excessus dictus ex FEBC, ad excessum ex EDkB. Pariter sicuti centrum grauitatis cuiuslibet partis huius infiniti cylindrici est in medio axis. v. g. cylindri ex MH, est centrum grauitatis in medio DH, sic in medio DH, erit centrum grauita-

tis

tis excessus prædicti ex FDKC. Hæc omnia sunt nimis clara ijs, qui antecedentia perceperunt.

Patet ergò etiam excessum præsentem esse corpus similare ijs, quæ explicauimus in schol. 2. proposit. 19. miscel. Sed hæc videat lector loc. citat. nobis enim ad secundam partem huius operis est properandum.

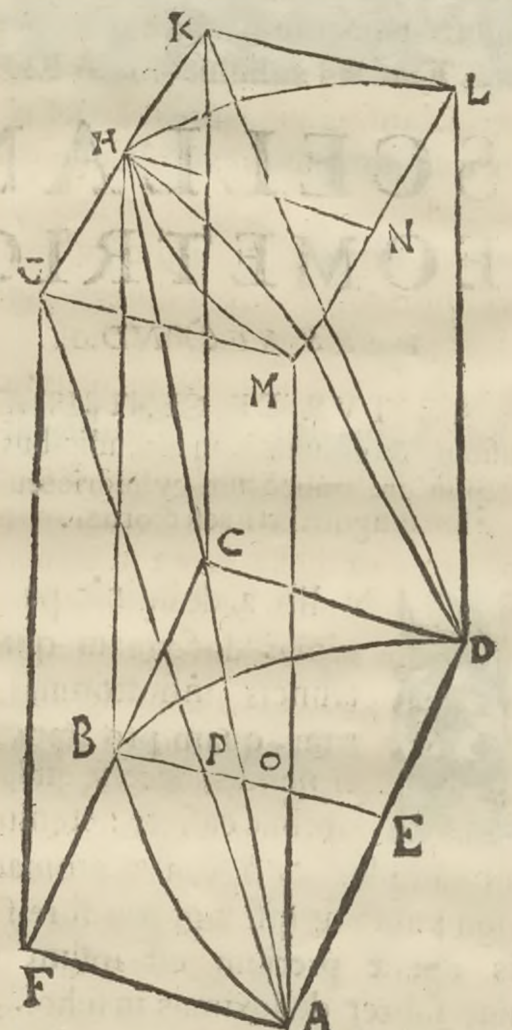
Finis Primæ Partis.

MISCELLANEI GEOMETRICI,

PARS SECVNDA.

IN QVA AGITVR DE CENTRIS ÆQVILIBRII in basibus, & grauitatis in altitudinibus quamplurium truncorum cylindricorum diagonaliter resectorum.

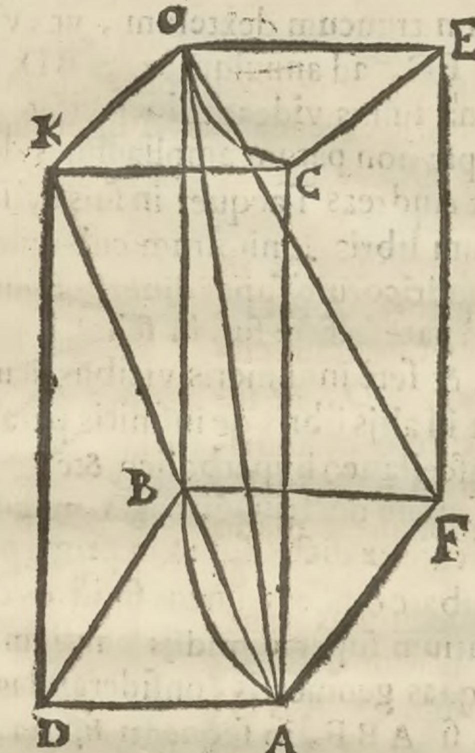
IN lib. 2. de infinit. parab. explicauimus doctrinam quandam de truncis infinitorum cylindricorum, quam pro imposterum percipiendis, necesse est lectorem perоptime callere: etenim ex ipsa deducemus quamplurima noua symptomata, quorum notitias non putamus ipsi ingratas fore futuras. Sed in primis operæ pretium est ipsum reminisci, quod vniuersaliter deduximus in schol. 3. proposit. 10. citat. lib. nimirum, existente ABD, qualibet figura circa diametrum BE, ipsique circumscripto parallelogrammo FD, ac tam super ipso, quam super figura intellectis cylindricis rectis æquealtis



GD, & ABDLHM, sectis plano diagonaliter transeunte per AD, & per KG; esse prisma AFGkCD, ad truncum sinistrum ABDH, vt cylin-

cylindrus ex FD, ad solidum rotundum ex ABD, reuolutis ambobus circa DA. Item, esse aliud prisma, ad alium truncum dexterum, vt cylindrus ex FD, circa FC, ad annulum ex ABD, circa FC. Hæc doctrina fusius videatur loco citat. explicata, etenim ex ipsa non parum ampliauimus doctrinam, quam habet Andreas Tacquet in suis cylindrorum, & annularium libris; nimirum cubauimus varios truncos cylindricorum super diuersis figuris existentium, vt fusè patefactum fuit in schol. .. proposit. vltimæ lib. 2. & ferè innumeris vicibus licuit animaduertere tùm in alijs libris de infinitis parabolis, tùm in nostro miscellaneo hyperbolico, &c.

Sed præsentem doctrinam magis, magisque possumus amplificare ex dictis supra in prima parte; nam possumus cubare omnes truncos sinistros cylindricorum existentium super dimidijs omnium illarum figurarum, quas geometris considerandas proposuimus. V.g. si ABF, in sequenti figura, nobis repræsentet dimidiam figuram EGF, secantem quodlibet conoides parabolicum cuiuscumque sit speciei, vt dictum est in proposit. 2. & in schemate illius, & AF, repræsentet axim FG, illius figuræ, huic vero sit circumscriptum rectangulum DF, & tam super ipso, quam super figura intelligamus cylindricos æquealtos sectos plano diagonaliter transeunte per AF, & per kO. Habebimus rationem prismatis ADkOFB, ad truncum sinistrum ABFO. Quia habemus etiam in dicta proposit. 2. rationem

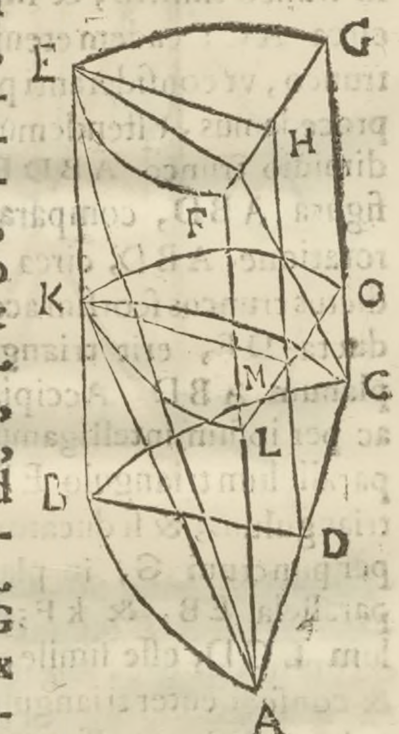


cylindri ex DF, circa FA, ad solidum rotundum ex semifigura ABF, circa axim FA. Quod vero dictum est de hac, intelligatur etiam de cæteris figuris, quas scholio ant. recitauimus.

Sed doctrina de truncis, non modo potest ampliari vt dictum est, sed etiam alio modo, nimirum, indagando centra grauitatis in altitudinibus, & æquilibrij in basibus variorum truncorum cylindricorum, quod vtique erit subiectum huius secundæ partis. De

his centris, quæ nos deinceps assignabimus, nescimus aliquem verba fecisse, Caualerio excepto, qui pauca in exercit. geomet. exercit. 5. circa hanc materiam recensuit, quæ & nos infra explicabimus. Sed vt ad rem proprius accedamus, diligentius quam fieri poterit, explicabimus ea, quæ continentur in proposit. 10. lib. 2.

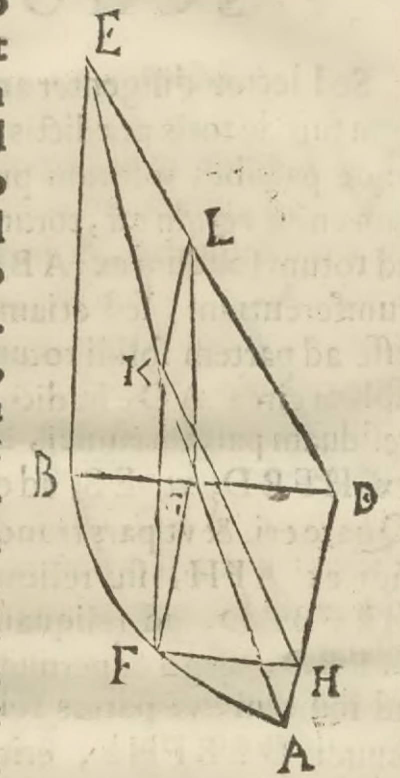
In qua supponentes in schem. sequenti ABC, esse quamlibet figuram circa diametrum BD, & super ipsa existere cylindricum rectum ABCGEF, sectum diagonaliter plano transeunte per AC, & per E: probauimus tam truncum sinistrum ABCE, esse ad solidum ex ABC, circa CA, vt EB, ad circumferentiam circuli cuius radius BD; quam truncum dexterum ACGEF, esse ad solidum ex ABC, reuoluta circa ductam per B, ipsi AC, parallelam, vt EB, ad eandem circumferentiam. Propositionem probauimus, & per indiuisibilia, & more antiquorum, sed ipsam ostendemus aliter, ac ibidem factum fuit, per indiuisibilia. Sic ergo.



PROPOSITIO PRIMA.

Propositio 10. *lib.* 2. *aliter ostensa.*

VT etiam in dicta propositione 10. factum est, ad euitandam confusionem, ostendemus hoc in trunco sinistro, & in solido rotundo ex ABC, circa AC; eadem etenim erit demonstratio in alio trunco, vt consideranti patebit. Inmo vt distintius procedamus, ostendemus hoc in sequenti figura in dimidio trunco ABDE, existente super dimidia figura ABD, comparando eum cum solido orto ex rotatione ABD, circa AD. Exponatur ergo prædictus truncus seorsim acceptus, qui sit ABDE, ac ducta DE, erit triangulum DBE, erectum ad planum ABD. Accipiatur arbitrariè punctum H, ac per ipsum intelligamus transire planum HFk, parallelum triangulo EBD. Erit ergo etiam HFk, triangulum; & si ducatur FG, parallela AD, & per punctum G, in plano BED, ducatur GL, parallela EB, & kF; facillime patebit, triangulum LGD, esse simile, & æquale triangulo kFH; & consequenter triangulum HFk, esse simile triangulo EBD, & esse vt kF, ad FH, sic EB, ad BD. Et permutando, vt EB, ad KF, sic BD, ad FH. Sed vt BD, ad FH, sic circumferentia circuli cuius radius BD, ad circumferentiam circuli cuius radius FH. Ergo vt EB, ad kF, sic circumferentia ex radio BD, ad circumferentiam ex radio FH. Et permutando, vt EB, ad circumferentiam ex radio BD, sic KF, ad circumferentiam ex radio FH. Porrò, vt KF, ad circumferentiam ex radio FH, sic ex schol. proposit. 6. lib. 2. triangulum kFH, ad circulum ex FH, circa AD, reuoluta. Ergo & vt EB, ad circumferentiam ex BD, sic triangulum kFH, ad circulum ex radio FH, circa AD. Sed punctum H, ad libitum acceptum fuit. Ergo & vt vnum ad vnum, ita omnia ad omnia. Ergo & vt EB, ad circumferentiam radij BD, sic omnia triangula trunci ABDE, parallela triangulo DBE, ad omnes circulos solidi rotundi geniti ex figura ABD, reuoluta circa AD, parallelos circulo genito à BD. Ergo & sic truncus ad solidum rotundum. Quod erat ostendendum.



SCHO-

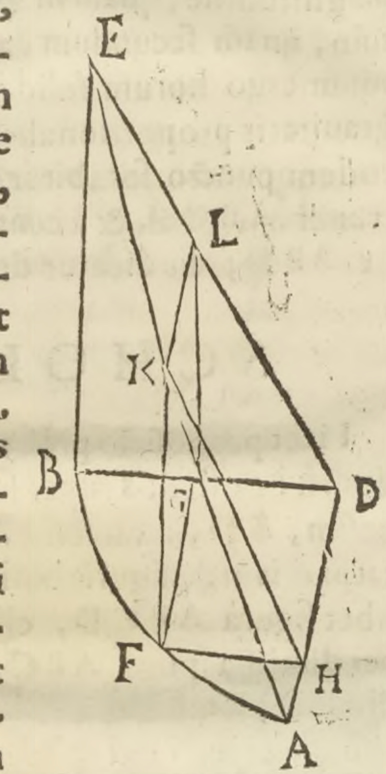
SCHOLIVM.

Sed lector diligenter animaduertat, quod probatum fuit de totis prædictis ſolidis, probari etiam poſſe de partibus ipſorum proportionalibus. Non ſolum enim verum eſt, totum truncum ABDE, eſſe ad totum ſolidum ex ABD, vt EB, ad illam circumferentiam, ſed etiam partem trunci AFkH, eſſe ad partem ſolidi rotundi ortam ex AFH, reuoluta circa AD, in dicta ratione. Et pariter, eſſe reſiduam partem trunci, ad reſiduam partem ſolidi ex HFBD, vt EB, ad circumferentiam radij BD. Quare erit & vt pars trunci AHFK, ad partem ſolidi ex AFH, ſic reliqua pars trunci, nempe HkFBED, ad reliquam partem ſolidi rotundi ex HFBD. Ergo & permutando, partes trunci erunt ad inuicem, vt partes ſolidi rotundi; nempe, pars trunci DEBFHk, erit ad partem HkFA, vt pars ſolidi rotundi genita ex HFBD, ad partem genitam ex AFH. Idem probaretur de cæteris partibus proportionalibus. Quare vniuerſaliter poteſt deduci, iuxta doctrinas explicatas in noſtro 4. lib. truncum ABDE, & ſolidum ex ABD, circa AD, eſſe quantitates proportionaliter analogas, tam in magnitudine, quam in grauitate, tam ſecundum totum, quam ſecundum partes proportionales.

Item, quoniam ducta kL, non ſolum pars trunci

ci

ci KHFBED, eſt ad partem ſolidi ex HFBD, vt EB, ad circumferentiam radij BD, ſed etiam facile probari poteſt, eſſe etiam priſma HFkLGD, ad cylindrum ex FD, circa DA, in prædicta ratione; ergo etiam erit vt EB, ad circumferentiam radij BD, ſic reliquum ad reliquum; nempe pars trunci FBELk, ad annulum ortum ex FBG, reuoluta circa DA. Quod ſi mente intelligamus accipi inter G, F, quodlibet punctum, ac per ipſum tranſire planum parallelum trapezio EBGL, ſecans ſolidum FBELk, in duas partes; & pariter FBG; eodem modo patebit, quamlibet partem illius ſolidi, eſſe ad partem annuli factam à parte ipſius FBG, ſibi correſpondente, vt EB, ad circumferentiam radij BD. Item permutando, eſſe partem trunci ad partem trunci, vt pars annuli ad partem annuli. Quare rurſum deducemus, iuxta doctrinas in dicto 4. lib. explicatas, ſegmentum FBELk, & annulum ortum ex gyratione FBG, circa AD,

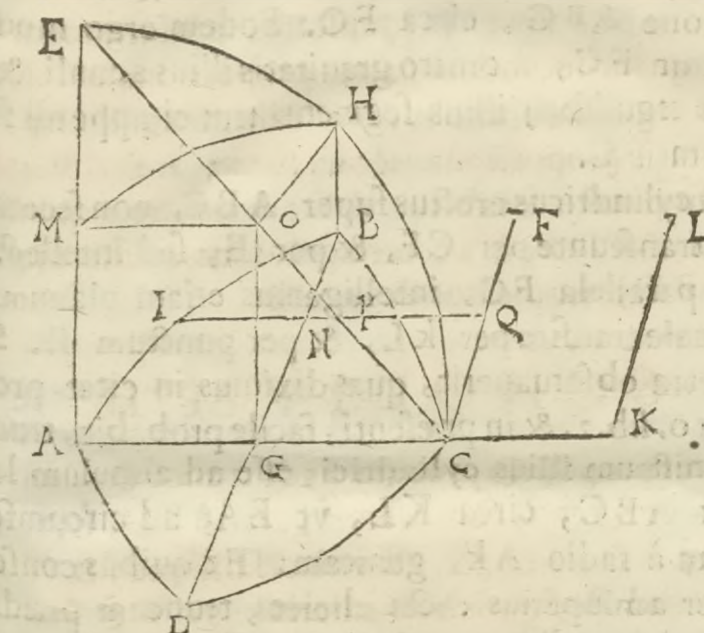


N eſſe

esse quantitates proportionaliter analogas, tam in magnitudine, quam in grauitate, tam secundum totum, quam secundum partes proportionales. Omnium ergo horum solidorum centra æquilibrij, & grauitatis proportionaliter secabunt AD. V. g. in eodem puncto secabitur AD, à centro æquilibrij trunci ABDE, & à centro grauitatis solidi rotundi x ABD; sic dicatur de cæteris.

SCHOLIVM II.

Licet propositio probata sit de trunco sinistro cylindrici existentis super semifigura ABD, habente basim, AD, attamen est vniuersalissima, & verificatur etiam de figuris basi carentibus. V. g. sit quælibet figura ABCD, circa diametrum AC, & super dimidia ipsius ABC (sufficit enim ostendere in dimidia) intelligamus ABCE, truncum sinistrum cylindrici recti secti plano transeunte per CF, erectam ipsi AC, à puncto C, in plano ABC, & per E, punctum in latere erecto à puncto A, plano ABC. Ostensum quoque est ex dicta proposit. 10. lib. 2. & facile probari potest secundum antecedentia, truncum CABE, esse ad solidum rotundum ex ABC, circa CF, vt EA, ad circumferentiam radij AC: & ad modum superiorum potest deduci, truncum prædictum, cum annulo ex ABC, circa CF, esse quantitatem proportionaliter analogam, tam in magnitudine, quam in grauitate, tam secundum totum, quam



quam secundum partes proportionales. Ex quibus deducetur, quod si CF, sit axis solidi rotundi, quod eodem modo secabitur à centro grauitatis solidi rotundi, & à centro æquilibrij trunci appensi secundum CF.

Sed intelligamus quodlibet planum GOHB, erectum plano ABC, ac secans truncum in duo segmenta. Patet ex supra dictis, partem ipsius GHC, esse quantitatem proportionaliter analogam cum annulo orto ex reuolutione segmenti GBC, circa FC (est enim GBC, semifigura circa diametrum GC:) quare etiam reliqua pars trunci GHEA, erit proportionaliter analoga cum annulo orto ex reuolutione ABG, circa FC. Eodem ergo modo secabitur FC, à centro grauitatis illius annuli, & à centro æquilibrij illius segmenti trunci appensi secundum FC.

Sed cylindricus erectus super ABC, non secetur plano transeunte per CF, & per E, sed intellecta KL, parallela FC, intelligamus etiam planum diagonale transire per kL, & per punctum E. Si geometra obseruauerit, quæ diximus in citat. proposit. 10. lib. 2. & in præsenti, facile probabit, truncum sinistrum illius cylindrici, esse ad annulum latum ex ABC, circa KL, vt EA, ad circumferentiam à radio Ak, genitam. Ex quibus consequenter ad superius dicta eliciet, truncum prædictum cum antedicto annulo lato, esse pariter quantitatem proportionaliter analogam, tam in magnitudine, quam in grauitate, tam secundum totum, quam secundum partes proportionales. Quare agnoscet, LK, secari eodem pacto à centro grauitatis annuli lati, & à centro æquilibrij illius trunci sinistri appensi secundum Lk.

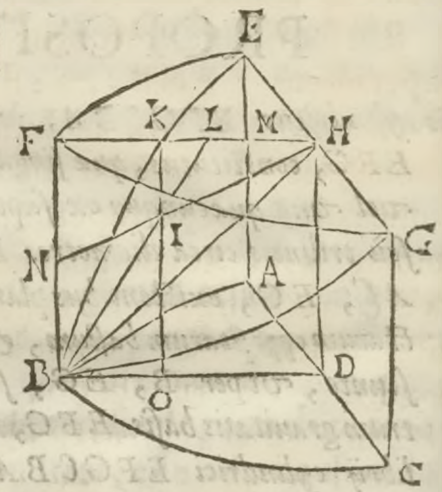
Quot igitur centra æquilibrij variorum truncorum sint reperibilia, ex sparsim dictis in nostro 4. lib. in miscellaneo hyperbolico, & in prima parte huius operis, infra patebit. Sed prius de verbo ad verbum hoc in loco transcribenda est proposit. 21. exercit. 5. Caualerij, quæ erit nobis.

PROPOSITIO II.

Si cylindricus EFGCBA, in oppositis basibus ABC, EFG, constitutus, quæ singulæ sint parallelogrammum, vel vna quæcunque ex sæpe dictis infinitis parabolis, seù trilineis circa diametros BD, FH, & in basibus AC, EG, existentibus plano per verticem vnius dictarum oppositarum basium, & per basim alterius transeunte, vt per B, EG, secetur: sit autem L, centrum grauitatis basis EFG, & subinde centrum æquilibrij cylindrici EFGCBA, & fiat vt FH, ad duplam LH, ita Fk, ad KH; & vt FH, ad HL, ita FM, ad MH. Erunt K, M, centra æquilibrij truncorum; K quidem eius, quod tribus superficiebus EFG, EBG, EFGBE, vel quatuor; & M, reliqui, quod quinque EBG, ABC, EACG, EBA, GBC, comprehenditur.

DVcantur BL, & HN, quæ bifariam secet ipsam BF, in N, ijs concurrentibus in I, iungaturque Ik. Quoniam ergo in duas rectas HF, BF, ab earum terminis H, B, reflectuntur duæ rectæ HN, BL, erit per ostensa à Ptolemæo lib. pri. Almagesti cap. 12. proportio ipsius HL, ad LF, composita ex proportione HI, ad IN, & NB, ad BF. At si inter HL, LF, de foris sumamus duplam HL, eadem ratio ipsius HL, ad LF, erit composita ex rationibus HL, ad duplam HL, &

duplæ HL, ad LF. Ergo duæ rationes HI, ad IN, & NB, ad BF, æquantur duabus rationibus, nempe ipsius HL, ad duplam HL, & duplæ HL, ad LF. Sed ratio ipsius HL, ad duplam HL, eadem est rationi ipsius NB, ad BF, cum vtraque sit subdupla. Ergo ratio duplæ HL, ad LF, eadem est rationi HI, ad IN.



Quia vero vt FL, ad duplam LH, ita ex constructione, Fk, ad kH, erit conuertendo, vt dupla HL, ad LF, hoc est per ostensa, vt HI, ad IN, ita HK, ad KF. Erit ergo Ik, parallela FB. Quoniam vero I, est centrum grauitatis trunci EFGB, quia HN, transit per centra grauitatis omnium parallelogrammorum, quæ fiunt à secantibus planis ipsi EC, parallelis; & BL, transit per centra grauitatis omnium parabolarum, vel trilineorum in trunco EFGB, conceptorum, ac ipsi basi EFG, æquidistantium (*quia ex ostensis in proposit. 2. lib. 1. & in scholio eiusdem, omnes illæ parabolæ, sunt eiusdem generis, & pariter eiusdem generis sunt omnia trilinea, quæ omnia nisi essent eiusdem generis non verificaretur assertum.*) Ideo erit K, eius-

eius-

eiusdem trunci centrum æquilibrij.

Rursum, quia vt truncus inferior EABCG, ad superiorem EFGB, ita est FL, ad LH; (*ex proposit. 1. lib. 3.*) & vt FL, ad duplam LH, ita ex constructione, est Fk, ad kH: ideo vt FL, ad LH, seù vt truncus inferior ad superiorem, ita erit Fk, ad dimidiam kH. Et componendo, vt FH, ad HL, seù ex constructione, vt FM, ad MH, ita erit Fk, cum dimidia kH, ad dimidiam kH. Et iterum componendo, vt Fk, cum duobus dimidijs kH, seù cum kH, hoc est vt tota FH, ad dimidiam kH, ita erit eadem FH, ad HM. Ergo HM, erit dimidia kH. Cum vero ostensum sit, FK, ad dimidiam KH, esse vt FL, ad LH: erit FK, ad MH, vt tota FL, ad totam LH. Vnde reliqua KL, ad reliquam LM, erit vt tota FH, ad totam LH; scilicet vt truncus inferior ad superiorem. Cum ergo L, sit centrum æquilibrij totius cylindrici, & K, trunci superioris, erit M, centrum æquilibrij trunci inferioris. Licet autem figura exhibeat parabolam, idem tamen currit in parallelogrammo, & in quocunque trilineo, quia BL, HN, sunt semper axes grauitatis in huiusmodi truncis, talibus cylindricorum suppositis basibus.

SCHOLIVM.

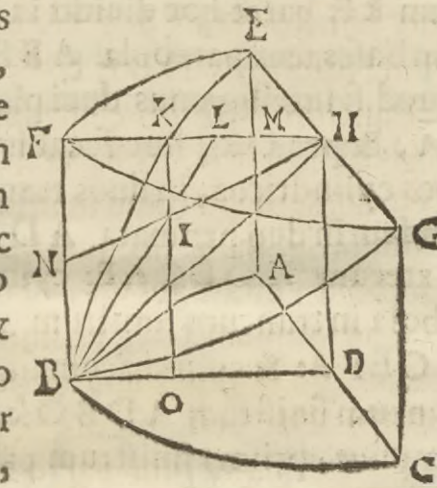
Cum ergo punctum K, sit centrum æquilibrij totius trunci superioris GEFB, sequitur quod si in semisi-

semisimiſigura HFE, mente intelligamus duci per K, parallelam EH, in aliquo puncto ipſius erit centrum æquilibrij dimidij trunci ſuperioris HEFB. Pariter ſi per punctum M, ducatur parallela EH, in aliquo puncto ipſius erit centrum æquilibrij dimidij trunci inferioris DBAEH.

Punctum K, ergo centrum æquilibrij trunci ſuperioris diuidit FH, in K, vt FK, ſit ad kH, vt FL, ad LH, duplam: ſed cum in infinitis parabolis ex ſchol. prim. propoſit. 2. lib. 3. FL, ad LH, ſit vt numerus parabolæ vnitate auctus, ad numerum parabolæ; erit FL, ad duplam LH, vt numerus parabolæ vnitate auctus, ad duplum numerum parabolæ. Erit ergo FK, ad KH, vt numerus parabolæ vnitate auctus, ad duplum numerum parabolæ. Nempe in prima, vt 2. ad 2. In ſecunda, vt 3. ad 4. in tertia, vt 4. ad 6. & ſic in infinitum, augendo antecedens vnitate, conſequens vero binario. Item, quoniam M, centrum æquilibrij trunci inferioris, diuidit FH, in M, vt ſit FM, ad MH, vt FH, ad HL, & rurſum cum ſit FL, ad LH, vt numerus vnitate auctus ad numerum, erit componendo FH, ad HL, vt duplus numerus vnitate auctus, ad numerum. Erit ergo FM, ad MH, vt duplus numerus parabolæ vnitate auctus, ad numerum. Nempe in prima parabola, vt 3. ad 1. In ſecunda vt 5. ad 2. In tertia vt 7. ad 3. & ſic in infinitum, augendo antecedens binario, conſequens vero vnitate.

Sed ſi DBA, ſupponatur eſſe quodlibet ex infinitis

nitis trilineis cuius diameter BD; quoniam in talibus trilineis, ex loc. citat. eſt FL, ad LH, vt numerus trilinei vnitate auctus, ad vnitatem; erit FL, ad duplam LH, vt numerus vnitate auctus, ad binarium. Erit ergo Fk, ad KH, vt numerus trilinei vnitate auctus, ad binarium. Nempe in primo, vt 2. ad 2. In ſecundo, vt 3. ad 2. In tertio vt 4. ad 2. & ſic in infinitum, augendo antecedens vnitate, & retinendo binarium pro conſequenti. Pariter in trunco inferiori, quoniam componendo, eſt FH, ad HL,



vt numerus trilinei binario auctus, ad vnitatem; erit etiam FM, ad MH, vt numerus binario auctus, ad vnitatem. Nempe in primo, vt 3. ad 1. In ſecundo, vt 5. ad 1. In tertio, vt 7. ad 1. Et ſic in infinitum, augendo ſemper antecedens binario, & retinendo vnitatem pro conſequenti.

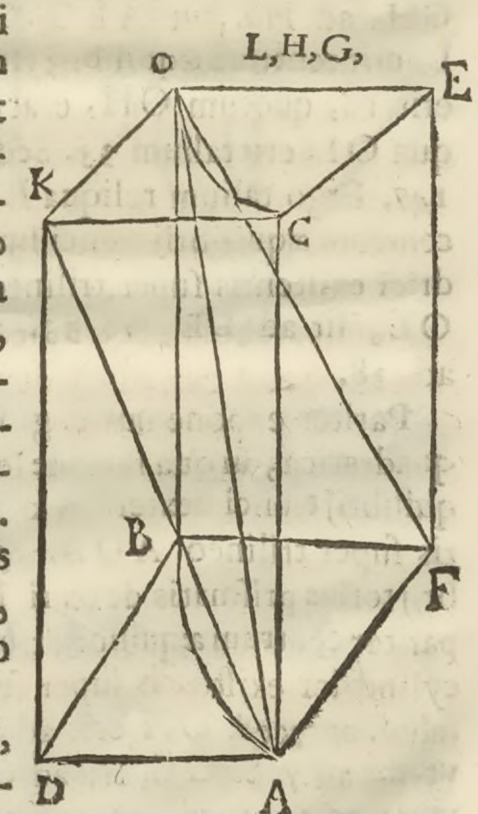
SCHOLIVM II.

Nunc coniungamus ſimul parallelogrammum cum ſuperioribus figuris, ſeù cum dimidijs ipſarum

O faci-

facilitatis gratia. Intelligamus ergo ABF, in ſequenti ſchemate, eſſe quamlibet ex infinitis ſemiparabolis, cuius diameter BF, baſis AF, & DF, ſit parallelogrammum ipſi circumſcriptum, & ſuper parallelogrammo intelligamus parallelepipedum rectum kF: patet hoc diuidit in duos cylindricos, quorum baſes ſemiparabola ABF, & trilineum ABD. Quod ſi intelligamus duci planum diagonaliter per FA, & per Ok, hoc ſecabit parallelepipedum, & duos cylindricos, in duos truncos; parallelepipedum quidem in duo priſmata ADBFOk, ſiniſtrum, & dexterum KOECAF: cylindricum ſuper ſemiparabola in truncum ſiniſtrum ABFO, & dexterum OCEFA: & cylindricum ſuper trilineo ADB, in truncum ſiniſtrum ADBOk, & dexterum kOCA. Amplius, priſma ſiniſtrum parallelepipedi, conſtabit ex truncis ſiniſtris cylindricorum exiſtentium ſuper ſemiparabola, & trilineo; ſicuti priſma dexterum conſtabit ex truncis dexteris. Hinc fit, quod cum in OE, habeamus centrum æquilibrij priſmatis ſiniſtri, & pariter trunci ſiniſtri ABFO, cylindrici exiſtentis ſuper ſemiparabola (eſt enim hic truncus ſiniſter, idem cum trunco HEFB, ſchematis ſuperioris, quia idem eſt in illo ſchemate, ſecare cylindricum plano tranſeunte per EH, & per B, ac in præſenti, ſecare cylindricum plano tranſeunte per FA, & per O) pariter cum ex alibi à nobis dictis, poſſimus elicere rationem trunci ſiniſtri cylindrici ſuper ſemiparabola, ad truncum ſiniſtrum cylin-

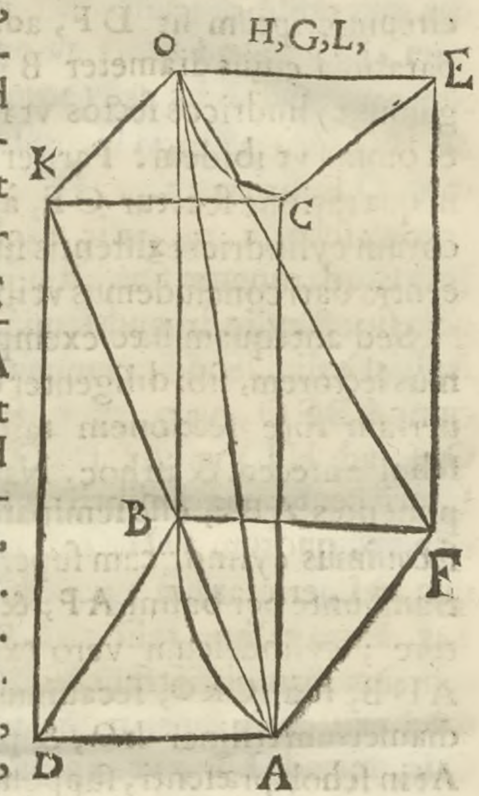
cylindrici ſuper trilineo, habebimus etiam in OE, centrum æquilibrij trunci ſiniſtri ADBOk, cylindrici exiſtentis ſuper trilineo. Eodem modo oſtendemus, poſſe haberi in OE, centrum æquilibrij trunci dexteri kOCA, cylindrici exiſtentis ſuper trilineo, quia habemus centra æquilibrij priſmatis dexteri, & trunci dexteri cylindrici exiſtentis ſuper ſemiparabola; & pariter ex alibi à nobis dictis, habemus rationem trunci dexteri ſuper ſemiparabola, ad truncum dexterum ſuper trilineo.



Sed trunci ſiniſtri ADBOk, centrum æquilibrij, non ſecat OE, ſecundum aliquam pulchram ſeriem, quamuis numero poſſit exprimi, in qua ratione ſecetur OE, à tali centro æquilibrij; quod nos exemplificabimus in ſemiparabola quadratica. In qua, quia ex dictis in ſchol. anteced. OE, ſecatur ab H, centro æquilibrij priſmatis ADBFOK, vt OH, ſit ſubdupla HE; & pariter ſic ſecatur in G, centro æquilibrij trunci ſiniſtri A B F O, vt O G, ſit ad G E, vt 3. ad 4. nempe vt 9. ad 12. ergo, quarum tota O E, erit 21. O H, erit 7. O G, erit 9; & H G, erit 2. Ergo quarum H G, erit 14. talium tota O E, erit 147. O H, 49. & O G, 63. Cum ergo ex ſchol. 1. propoſit. 14. lib. 2. ſit priſma A B D F O k, ad truncum ſiniſtrum A B F O, vt 15 ad 8. quia ſic eſt cylindrus ad ſemifuſum ex A B F, circa A F; erit diuidendo, truncus A B D k O, ad truncum A B F O, vt 7. ad 8. ſeù vt 14. ad 16. Fiat G H, ad H L, vt A B D k O, ad A B F O. Ergo L, erit centrum æquilibrij trunci A B D k O, & H L, erit 16, quorum O H, erat probata 49. Ergo reliqua O L, erit talium 33. Sed talium tota O E, erat 147. Ergo talium reliqua L E, erit 114. L, ergo, centrum æquilibrij trunci ſiniſtri A D B O k, cylindrici exiſtentis ſuper trilineo, ſic ſecabit O E, vt O L, ſit ad L E, vt 33. ad 114. nempe vt 11. ad 38.

Pariter exponemus e. g. in numeris in parabola quadratica, in qua ratione ſecetur O E, à centro æquilibrij trunci dexteri A k O C, cylindrici exiſtentis ſuper trilineo A D B. Sit H, centrum æquilibrij totius priſmatis dexteri k O E C A F, & G, ſit pariter centrum æquilibrij trunci dexteri C O E F A, cylindrici exiſtentis ſuper ſemiparabola. Ergo ex ſchol. anteced. O H erit ad H E, vt 2. ad 1. nempe vt 14. ad 7. & O G, erit ad G E, vt 5. ad 2. nempe vt 15. ad 6. Quarum ergo tota O E, erit 21. talium

O G,



O G, erit 15. O H, 14. & G H, 1. Si ergo fiat vt A k O C, ad C O E F A, ſic reciprocè G H, ad H L, erit L, centrum æquilibrij trunci A k O C. Sed cum totum priſma ſit ad C O E F A (quia ad ipſum eſt vt cylindrus ex D F, ad annulum ex ſemiparabola A B F, circa D B, ex ſchol. 3. prop. 10. lib. 2.) vt 5. ad 4. ex ſchol. 2. prop. 14. lib. 3. erit diuidendo, A K O C, ad C O E F A, vt 1. ad 4. Quarum ergo H G, eſt 1. talium erit H L, 4. Sed talium erat O H, 14. Ergo reliqua O L, erit talium 10. Sed O E, erat talium 21. Ergo reliqua L E, erit 11. Eſt ergo O L, ad L E, vt 10. ad 11.

SCHOLIVM III.

Sed pariter intelligamus A B F, eſſe vnum ex infinitis trilineis, (licet ſchema non exprimet) cuius diameter B F, baſis A F, parallelogrammum ei

cir-

circumſcriptum ſit DF, adeo vt ADB, ſit ſemiparabola cuius diameter BD, baſis DA. Intelligamus cylindricos ſectos vt ſupra in anteced. ſchol. & omnia vt ibidem. Pariter in numeris eliciemus, in qua ratione ſecetur OE, à centris æquilibrij truncorum cylindrici exiſtentis ſuper ſemiparabola, quæ centra dari concludemus vt ibidem.

Sed antequam hæc exemplificemus, admonebimus lectorem, ſibi diligenter conſiderandum eſſe, diuerſam fore ſectionem talium cylindricorum in ſchol anteced. & in hoc. Nam in ſchol. anteced. ſupponentes ABF, eſſe ſemiparabolam cuius baſis AF, ſecauimus cylindricum ſuper ipſa exiſtentem, plano tranſeunte per baſim AF, & per O, punctum in latere; cylindricum vero exiſtentem ſuper trilineo ADB, ſeù CkO, ſecauimus plano tranſeunte per diametrum trilinei kO, & per punctum in latere A. At in ſchol. præſenti, ſupponentes ABF, eſſe trilineum, cuius baſis AF, ſecamus cylindricum erectum ſuper ipſo, plano tranſeunte per baſim AF, trilinei, & per O, punctum in latere: quia vero ſemiparabola eſt ADB, vel CkO, cuius diameter Ok, ſecamus cylindricum ſuper ipſa ſitum, plano tranſeunte per KO, diametrum ſemiparabolæ, & per punctum in latere A.

Trunci autem ſiniſtri ADBOk, cylindrici exiſtentis ſuper ſemiparabola ADB, ſic venabimur in OE, centrum æquilibrij. Sit H, centrum æquilibrij priſmatis ſiniſtri, & G, centrum æquilibrij trunci ſi-

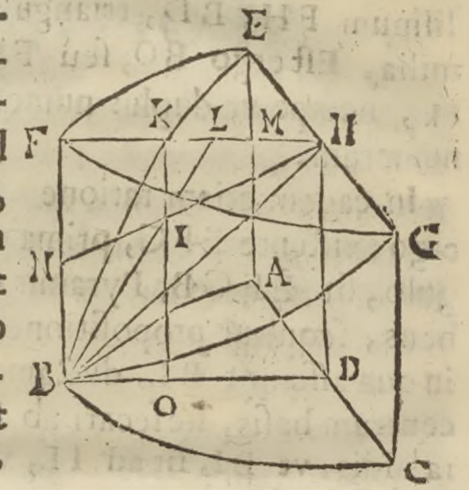
ci ſiniſtri ABFO. Ergo ex ſchol. pri. OH, erit ad HE, vt 1. ad 2. nempe vt 5. ad 10. & OG, erit ad GE, vt 3. ad 2. nempe vt 9. ad 6. Quarum ergo tota OE, eſt 15. talium OH, eſt 5. OG, 9. & GH, 4. Ergo quarum GH, erit 20. talium tota OE, erit 75. OH, 25. & OG, 45. Quoniam vero totum priſma ADBFOK, ad truncum ſiniſtrum ABFO, eſt vt 6, ad 1. (quia cum ſit ad ipſum vt cylindrus ex DF, ad conicum ex ABF, circa baſim AF, ex citat. ſchol. 3. propoſit. 10. lib. 2. cylindrus eſt ad conicum ex 2. parte propoſit. 15. lib. 2. per conuerſionem rationis, vt 12. & 2. ſeù vt 6. ad 1.) Ergo diuidendo erit truncus ADBOk, ad truncum ABFO, vt 5. ad 1. Cum ergo ſi fiat reciprocè vt ADBOk, ad ABFO, ſic GH, ad HL, ſit L, centrum æquilibrij trunci ADBOK; quarum GH, erit 5. talium HL, erit 1. & quarum GH, erit 20. talium HL, erit 4. Sed quarum HG, erat 20. talium OH, erat 25. & tota OE, 75. Ergo talium OH, erit 21. & LE, 54. L, ergo centrum æquilibrij trunci ADBOK, cylindrici exiſtentis ſuper ſemiparabola quadratica, ac reſecti plano tranſeunte per punctum in latere & per diametrum ipſius, ſic ſecat OE, ſeù DA, baſim ſemiparabolæ in L, vt OL, ſit ad LE, vt 21. ad 54. ſeu vt 7. ad 18.

Pariter ſic reperiemus, in qua ratione ſecetur OE, à centro æquilibrij trunci AKOC. H, centrum æquilibrij priſmatis dexteri ſic ſecat OE, ex ſchol. 1. vt vt OH, sit ad HE, vt 2. ad 1. nempe vt 4. ad 2. G, vero centrum æquilibrij trunci dexteri COEFA, sic diuidit, vt OG, sit ad GE, vt 5. ad 1. Quarum igitur OE, est 6. talium OG, est 5. OH, 4. & GH, 1. Quia vero ex prim. parte proposit. 15. lib. 2. est per conuersionem rationis, cylindrus ex DF, ad solidum ex trilineo ABF, circa DB, diametrum parabolæ, vt 4. ad 2. seu vt 2. ad 1. cum sit etiam in tali ratione, ex schol. 3. citat. proposit. 10. lib. 2. prisma CKOEFA, ad truncum COEFA, erit diuidendo, truncus CKOA, ad truncum COEFA, vt 1. ad 1. Si ergo fiat HL, æqualis HG, erit L, centrum æquilibrij trunci KOCA. Quarum autem tota OE, erat 6; talium OH, erat 4. & HG, 1. ergo etiam talium HL, erit 1. & OH, HE, 3. ac proinde æquales. H, ergo centrum æquilibrij illius trunci KOCA, secat OE, bifariam.

PROPOSITIO III.

Datis iisdem, quæ in antecedenti proposit. in parabola, Lk, est ad KF, vt numerus parabolæ, ad duplum numerum parabolæ vnitate auctum.

Quoniam enim est vt FL, ad duplam LH, sic FK, ad KH; ergo & componendo, vt FH, cum HL, ad duplam LH, sic FH, ad Hk. Et permutando, vt FH, cum HL, ad FH, sic dupla HL, ad Hk. Cum vero sit vt tota FH, cum HL, ad



ad totam FH, sic ablata dupla HL, ad ablatam HK; ergo & reliqua FL, erit ad reliquam FK, vt tota ad totam; nempe vt FH, cum HL, ad FH. Cum vero sit FH, ad LH, vt duplus numerus parabolæ vnitate auctus ad numerum parabolæ, erit FH, cum HL, ad FH, & consequenter, LF, ad Fk, vt triplus numerus parabolæ vnitate auctus, ad duplum numerum vnitate auctum. Et diuidendo erit Lk, ad KF, vt numerus parabolæ, ad duplum numerum vnitate auctum. Quod &c.

SCHOLIVM.

Ex præsenti propositione elicitur, quod kIO, (quam deinceps appellabimus altitudinem trunci EFGB, quod sic intelligendum erit in alijs) sic secatur ab I, centro grauitatis prædicti trunci, vt OI, sit ad IK, vt duplus numerus parabolæ vnitate auctus, ad numerum parabolæ. Nempe in prima, vt 3. ad 1. In secunda, vt 5. ad 2. In tertia vt 7. ad 3. Et sic in infinitum, augendo antecedens binario, conseſequens vero vnitate. Quod patet, quia ob paralleliſmum FH, BD, triangula KIL, BIO, ſunt ſimilia. Eſt ergo BO, ſeu FK, ad KL, vt OI, ad IK, nempe vt duplus numerus vnitate auctus, ad numerum.

In eadem etiam ratione erit BI, ad IL. Cum ergo exiſtente EFG, prima parabola, nempe triangulo, ſit EFGB, Pyramis triangularem baſim habens, ſequitur propoſitionem ab alijs propoſitam, in qua aſſerunt BL, ductam à vertice pyramidis ad centrum baſis, ſic ſecari ab I, centro grauitatis pyramidis, vt BI, ſit ad IL, vt 3. ad 1. poſſe eſſe huius corollarium.

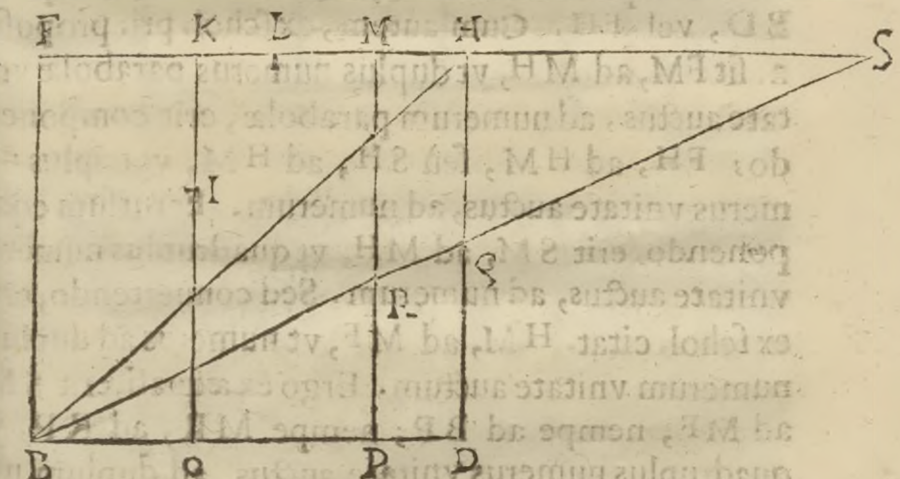
Quod vero I, ſit centrum grauitatis prædicti trunci, patuit ſupra, dum dictum fuit in HN, eſſe centrum grauitatis omnium parallelogrammorum trunci parallelorum parallelogrammo AG, & pariter in BL, eſſe centrum grauitatis omnium parabolarum trunci EFGB, nempe omnium planorum ipſi parabolæ GFE, parallelorum.

Eodem modo patet, ſi à puncto B, ad medium punctum HD, mente intelligamus duci lineam, in ipſa eſſe centrum grauitatis omnium parallelogrammorum trunci dexteri CAEGB, & ſubinde ipſius trunci. Si ergo per punctum M, centrum æquilibrij trunci, mente intelligamus duci lineam parallelam HD, ſecantem priorem ductam; punctum in quo ſe ſecant, erit centrum grauitatis prædicti trunci dexteri.

PRO-

PROPOSITIO IV.

Centrum grauitatis trunci dexteri cylindrici exiſtentis ſuper quacunque parabola, reſecti vt ſupra per baſim, & punctum in latere, ſic diuidit eius altitudinem, vt pars non terminans ad baſim, ſit ad reliquam, vt quadruplus numerus vnitate auctus, ad duplum numerum vnitate auctum.



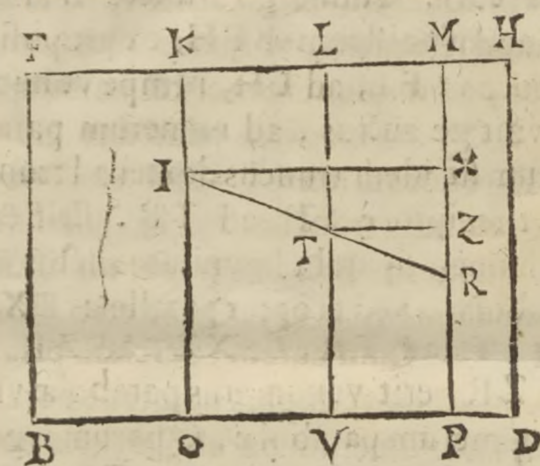
VT diſtinctius deinde procedamus, in ſequenti figura exponatur parallelogrammum FD, ſeorſim antecedentis figuræ, adeo vt triangulum BFH, repræſentet nobis truncum ſiniſtrum GEFB; triangulum vero BHD, repræſentet nobis truncum dexterum AEGCB; K, ſit centrum æquilibrij trunci

 fini-

finistri; L totius cylindrici; M, dexteri; & I, sit centrum grauitatis trunci finistri: sit MP, altitudo trunci dexteri BHD. Dico hanc sic secari à centro grauitatis prædicti trunci dexteri, vt pars terminata ad M, sit ad reliquam, vt quadruplus numerus vnitate auctus, ad duplum numerum vnitate auctum. Ducatur BQ, ad medium punctum HD, secans MP, in R, & occurrens FH, in S. Erit ergo R, centrum grauitatis trunci dexteri, quia hoc est tam in MP, quam in BQ. Ob parallelismum HS, BD, & æqualitatem HQ, QD, erit HS, æqualis BD, vel FH. Cum autem, ex schol. pri. proposit. 2. sit FM, ad MH, vt duplus numerus parabolæ vnitate auctus, ad numerum parabolæ, erit componendo; FH, ad HM, seù SH, ad HM, vt triplus numerus vnitate auctus, ad numerum. Et rursum componendo, erit SM, ad MH, vt quadruplus numerus vnitate auctus, ad numerum. Sed conuertendo, erat ex schol. citat. HM, ad MF, vt numerus ad duplum numerum vnitate auctum. Ergo ex æquali, erit SM, ad MF, nempe ad BP; nempe MR, ad RP, vt quadruplus numerus vnitate auctus, ad duplum numerum vnitate auctum. Quod &c. Erit ergo MR, ad RP, in pri. para. vt 5. ad 3. In secunda, vt 9. ad 5. In tertia, vt 13. ad 7. & sic in infinitum, augendo antecedens, quaternario, consequens vero binario.

ALI-

ALITER.



IN sequenti schemate, ducatur LV, in cuius medio puncto T, erit centrum grauitatis totius cylindrici repræsentati ab FD. Sit I, centrum grauitatis trunci finistri, & ducatur ITR, occurrens MP, in R. Erit ergo R, centrum grauitatis trunci dexteri ex doctrinis Archimedis in æqueponderantibus. Dico MR, esse ad RP, vt quadruplus numerus parabolæ vnitate auctus, ad duplum numerum vnitate auctum. Ducantur IX, TZ, parallelæ FH. Erit ergo ex schol. proposit. 3. KI, ad IO, seu MX, ad XP, vt numerus parabolæ, ad duplum numerum vnitate auctum; nempe vt duplus numerus, ad quadruplum numerum binario auctum. Quarum ergo

MP,

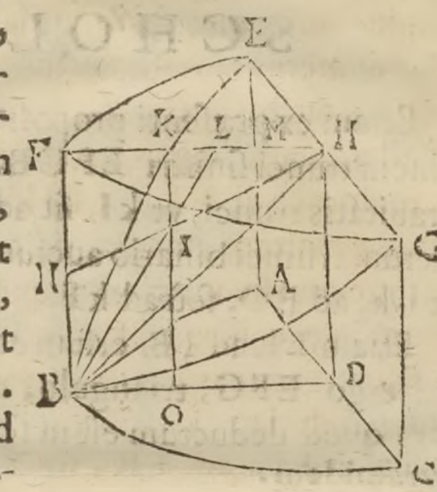
M P, est sextuplus numerus binario auctus, M X, est duplus numerus, M Z, quia dimidia M P, erit triplus numerus vnitate auctus, & X Z, erit numerus vnitate auctus. Cum ergo truncus B H D, dexter sit ad truncum sinistrum B F H, ex proposit. pri. lib. 3. reciproce vt F L, ad L H, nempe vt numerus parabolæ vnitate auctus, ad numerum parabolæ; & pariter cum sit idem truncus dexter ad truncum sinistrum, vt reciprocè I T, ad T R. Erit & I T, ad T R, vt numerus parabolæ vnitate auctus, ad numerum parabolæ. Sed propter parallelas I X, T Z, est etiam vt I T, ad T R, sic X Z, ad Z R. Ergo & X Z, ad Z R, erit vt numerus parabolæ vnitate auctus, ad numerum parabolæ. Quarum ergo X Z, est numerus parabolæ vnitate auctus, Z R, est numerus parabolæ. Sed talium erat M Z, triplus numerus vnitate auctus, & M P, sextuplus numerus binario auctus. Ergo talium erit M R, quadruplus numerus vnitate auctus, & reliqua R P, duplus numerus vnitate auctus. Est ergo M R, ad R P, vt quadruplus numerus vnitate auctus, ad duplum numerum vnitatem auctum. Quod &c.

PROPOSITIO V.

Datis ijsdem, quæ in proposit. 2. in duplicato trilineo, L k est ad K F, vt vnitas ad numerum trilinei binario auctum.

Quo-

QVoniam ènim est ex hypothesi, Fk, ad k H, vt F L, ad duplam L H; ergo & componendo, vt F H, cum H L, ad duplam L H, sic F H, ad H k. Et permutando, erit F H, cum H L, ad F H, vt dupla H L, ad H k. Cum ergo sit vt tota ad totam, sic ablata ad ablatam, erit & reliqua ad reliquam, vt tota ad totam.



Est ergo vt F H, cum H L, ad F H, sic L F, ad F K. Cum vero ex hypothesi, sit F L, ad L H, vt numerus trilinei vnitate auctus, ad vnitatem, erit duabus vicibus componendo, F H, cum H L, ad H L, vt numerus trilinei ternario auctus, ad vnitatem. Quare per conuersionem rationis, erit F H, cum H L, ad F H, vt numerus trilinei ternario auctus, ad numerum binario auctum. Ergo & L F, ad F k, erit vt numerus ternario auctus, ad numerum binario auctum. Et diuidendo, erit L K, ad k F, vt vnitas, ad numerum binario auctum. Nempe in primo vt 1. ad 3. In secundo, vt 1. ad 4. In tertio, vt 1. ad 5. Et sic in infinitum, augendo consequens vnitate, & retinendo vnitatem pro antecedenti. Quod &c.

SCHO-

SCHOLIVM.

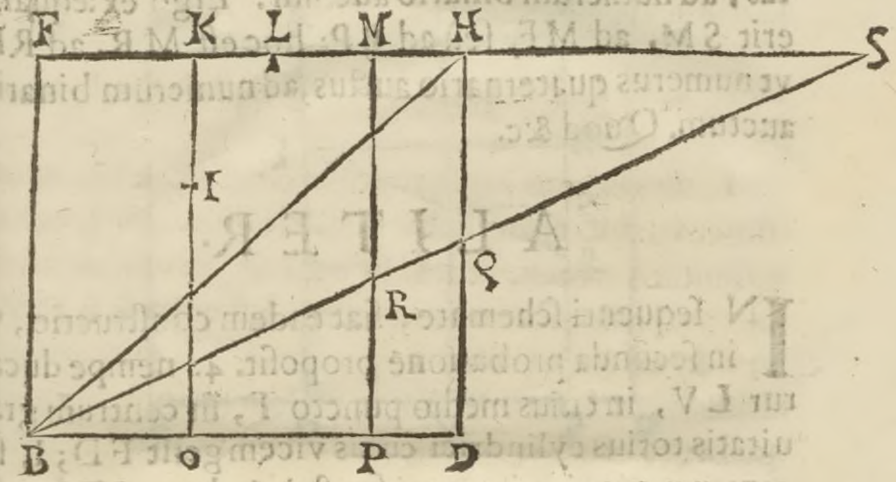
Etiam ex præſenti propoſit. elicitur, k O, altitudinem trunci ſiniſtri EFGB, ſic diuidi ab I, centro grauitatis trunci, vt kI, ſit ad I O, vt vnitas, ad numerum trilinei binario auctum. Eſt enim kI, ad IO, vt L k, ad B O, ſeù ad kF.

Etiam L I, ad I B, erit in eadem ratione. Suppoſito ergo EFG, triangulo, etiam in præſenti elicitur, quod deductum eſt in ſcholio propoſit. 3. circa pyramidem.

PROPOSITIO VI.

Centrum grauitatis trunci dexteri cylindrici exiſtentis ſuper quocunque duplicato trilineo parabolico, ſecto vt dictum eſt in propoſit. 2. ſic diuidit eius altitudinem, vt pars non terminans ad baſim, ſit ad reliquam, vt numerus quaternario auctus, ad numerum binario auctum.

Etiam in hac propoſitione diſtinctionis gratia, exponatur in ſequenti figura, tantum parallelogrammum FD, cum cæteris vt in ſchemate ſuperiori, ita vt BFH, gerat vicem trunci ſiniſtri, BHD, verò trunci dexteri. Pariter nunc, k, ſit centrum æquilibrij trunci ſiniſtri, L totius cylindrici; M, trunci dexteri; & dacta M P, altitudine trunci dexteri, ſit R, eius centrum grauitatis. Dico eſſe MR, ad RP, vt

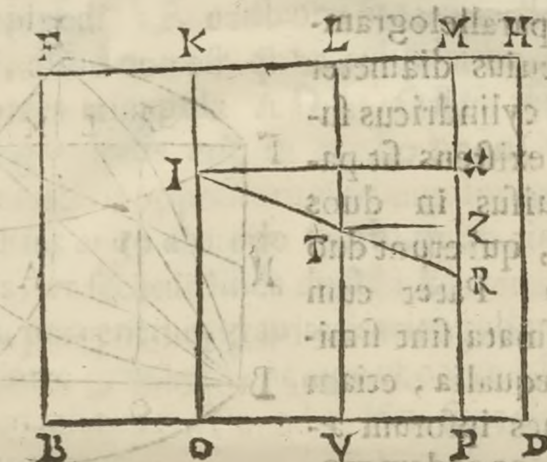


vt numerus trilinei quaternario auctus, ad numerum binario auctum. Nempe vt 5. ad 3. in primo. In ſecundo vt 6. ad 4. In tertio vt 7. ad 5. Et ſic in infinitum augendo ambos terminos vnitate. Ducatur pariter BQ, ad medium punctum HD; in qua cum ſit centrum grauitatis trunci dexteri, quia in ipſa eſt centrum grauitatis omnium parallelogrammorum parallelorum in ſchem. propoſit. anteced. ipſi BC, tranſiet per R. Producatur hæc donec concurrat cum FH, producta in S. Quoniam HQ, eſt æquali QD, & HS, parallela BD, erit etiam ei æqualis, hoc eſt ipſi FH. Cum autem ex ſchol. prim. propoſit. 2. ſit FM, ad MH, vt numerus trilinei binario auctus, ad vnitatem, erit componendo duabus vicibus, FH, cum HM, ad HM; nempe SM, ad MH, vt numerus trilinei quaternario auctus, ad vnitatem.

tem. Sed conuertendo, est HM, ad MF, vt vnitas, ad numerum binario auctum. Ergo ex æquali, erit SM, ad MF, seù ad BP; hoc est MR, ad RP, vt numerus quaternario auctus, ad numerum binario auctum. Quod &c.

ALITER.

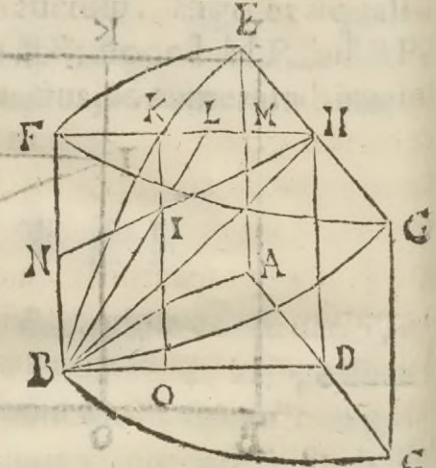
IN sequenti schemate, fiat eadem constructio, vt in secunda probatione proposit. 4. nempe ducatur LV, in cuius medio puncto T, sit centrum grauitatis totius cylindrici cuius vicem gerit FD; I, sit centrum grauitatis trunci sinistri, & ducta ITR, occurrens MP, sit R, centrum grauitatis trunci dexteri, ex famosis Archimedis doctrinis in æqueponderantibus. Dico MR, esse ad RP, in præfata ratione. TZ, IX, sint pariter parallelæ FH, BD. Erit ergo KI, ad IO, ex schol. proposit. 5. seu MX, ad XP, vt vnitas, ad numerum trilinei binario auctum; nempe vt binarium, ad duplum numerum quaternario auctum. Qualium ergo tota MP, est duplus numerus senario auctus, MX, est binarium; MZ, numerus ternario auctus; & XZ, numerus vnitate auctus. Cum ergo truncus dexter sit ad truncum sinistrum ex proposit. pri. lib. 3. reciprocè vt FL, ad LH, nempe vt numerus trilinei vnitate auctus, ad vnitatem; & pariter sit truncus dexter ad truncum sinistrum reciprocè, vt IT, ad TR. Erit IT, ad TR, & consequenter XZ, ad ZR, vt numerus vni-



vnitate auctus, ad vnitatem. Qualium ergo XZ, est numerus vnitate auctus, ZR, erit vnitas. Sed talium erat MZ, numerus ternario auctus, & tota MP, duplus numerus senario auctus. Ergo talium erit MR, numerus quaternario auctus, & RP, reliqua, numerus binario auctus. Diuidit ergo R, centrum grauitatis trunci dexteri BHD, in prædicta ratione ipsam MP. Quod erat ostendendum.

PROPOSITIO VII.

Centrum grauitatis prismatis, quod est dimidium cylindrici existentis super parallelogrammo, sic diuidit eius altitudinem, vt pars terminata ad basim, sit ad reliquam vt 1. ad 2.



SVpponamus EFG, esse parallelogrammum, cuius diameter FH, & cylindricus super ipso existens sit pariter diuisus in duos truncos, qui erunt duo prismata. Patet cum hæc prismata sint similia, & æqualia, etiam altitudines ipsorum æqualiter, ac eodem modo secari ab ipsorum centris grauitatis. Sit ergo kO, altitudo prismatis sinistri EFGB, & I, sit eius centrum grauitatis. Dico kI, esse dimidiam IO. Nam Fk, est ad KH, vt 1. ad 2. nempe vt 2. ad 4. ex schol. prim. proposit. 2. Sed FL, est ad LH, vt 3. ad 3. Ergo Lk, erit ad kF, nempe ad BO, vt 1. ad 2. Sed ob similitudinem triangulorum LkI, BIO, est vt LK, ad BO, sic kI, ad IO. Ergo kI, erit dimidium IO. Quod &c.

SCHOLIVM.

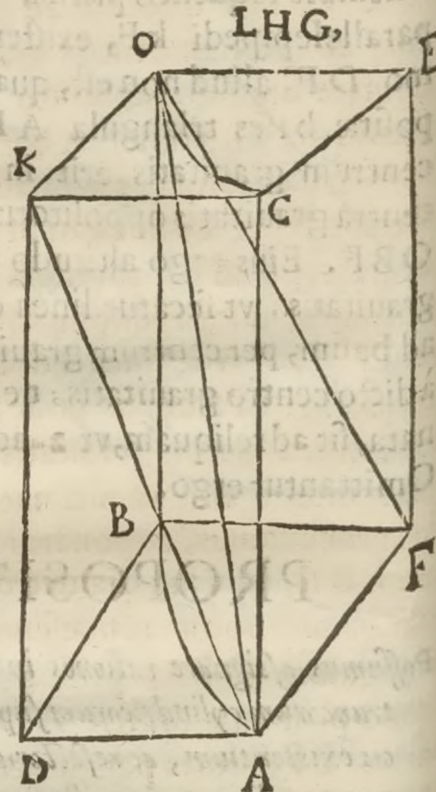
Sed hæc propositio est etiam manifesta ex eo, quod prisma dimidium cylindrici, seù parallelepipedi existentis super parallelogrammo, aliud non est, quam alius cylindricus super triangulo existens. V. g. in schemate sequenti, prisma ADBFOk, dimidium parallelepipedi kF, existentis super parallelogrammo DF, aliud non est, quam cylindricus, cuius oppositæ bases triangula ADk, OBF. Eius ergo centrum grauitatis erit in medio lineæ iungentis centra grauitatis oppositorum triangulorum KDA, OBF. Eius ergo altitudo secabitur ab eius centro grauitatis, vt secatur linea ducta à k, vertice vsque ad basim, per centrum grauitatis trianguli transiens, à dicto centro grauitatis; nempe vt pars ad k, terminata, sit ad reliquam, vt 2. ad 1. Hæc sunt clarissima. Omittantur ergo.

PROPOSITIO VIII.

Possumus assignare rationes in quibus secentur altitudines truncorum cylindricorum super infinitis trilineis parabolicis existentium, ac resectorum plano diagonaliter transeunte per diametrum trilinei, ac per punctum in latere, ab ipsorum centris grauitatis.

ESto quælibet semiparabola ABF, cuius basis AF, diameter BF, cum sibi circumscripto parallelogrammo DF, adeo vt BDA, sit trilineum cuius diameter BD, basis DA. Super parallelogrammo intelligatur cylindricus rectus sectus diagonaliter plano transeunte per AF, & per OK. Hic diuiditur in duo prismata, sinistrum ADkOFB, & dexterum AkCEFO: & prisma sinistrum, vt ex-

explicatum fuit in ſcholium 2. propoſit. 2. diuiditur in truncum ſiniſtrum ABFO, cylindrici exiſtentis ſuper ſemiparabola, & in truncum ADBOK, cylindrici exiſtentis ſuper trilineo ADB, ac reſecti plano tranſeunte per diametrum kO, ac A, punctum in latere. Pariter priſma dexterum diuiditur in truncum dexterum COEFA, cylindrici exiſtentis ſuper ſemiparabola, & in truncum OkCA, cylindrici exiſtentis ſuper trilineo.



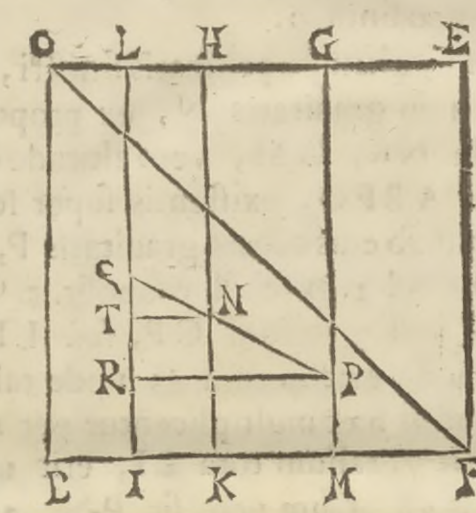
Truncorum cylindricorum exiſtentium ſuper ſemiparabola, hoc eſt eiuſdem duplicatorum ad partes BE, aſſignauimus ſupra, in quibus rationibus ſecentur ipſorum altitudines ab ipſorum centris grauitatis. Nempe trunci ſiniſtri, in ſchol. propoſit. 3. (truncus enim præſens ABFO, eſt idem cum trunco EFHB, in ſchemate illius propoſit.) trunci vero dexteri in propoſit. 4. Nunc intelligimus oſtendere poſſe doceri, in quibus rationibus ſecentur altitudines truncorum ADBOK, KOCA,

kOCA, ſeù ipſorum ad partes BE, duplicatorum, ab ipſorum centris grauitatis; hoc eſt v. g. in priſmate ſiniſtro, ſuppoſito H, eſſe ipſius centrum æquilibrij; G, trunci ABFO; & L, trunci ADBOK, ſi hæc ſolida appendantur ſecundum OE; patet quod ſi per L, ducatur in plano OF; vſque dum occurrat ipſi BF, parallela OB, EF, in hac eſſe centrum grauitatis duplicati trunci ADBOK, ad partes BE. Hæc linea à nobis nuncupatur altitudo trunci, in qua dicimus poſſe aſſignari, in qua ratione ſecetur à centro grauitatis illius trunci duplicati. Idem intelligatur in priſmate dextero. Sed vt clarius procedamus, exponatur tantum parallelogrammum BE, cum ſuo diametro OF, adeo vt BOF, triangulum nobis repræſentet priſma ſiniſtrum; triangulum OEF, priſma dexterum; HK, ſit altitudo priſmatis ſiniſtri ADBFOk, duplicati ad partes BE, ducta per eius centrum æquilibrij, adeo vt in ipſa ſit centrum grauitatis duplicati priſmatis; GM, ſit altitudo duplicati trunci ABFO; LI, duplicati trunci ADBOk, in quibus pariter ſint ipſorum truncorum centra grauitatis. Sit N, centrum grauitatis duplicati priſmatis; P, vero ſit centrum grauitatis duplicati trunci exiſtentis ſuper ſemiparabola. Ducta ergo PNQ, ſciemus ex Archimede in æqueponderantibus, Q, eſſe centrum grauitatis duplicati trunci ADBOk, exiſtentis ſuper trilineo. Ducantur PR, NT, parallelæ OE. Ex propoſit. 7. ſcimus, in qua ratione ſecetur HK, ab N, cen-

centro grauitatis duplicati priſmatis. Pariter ex ſchol. propoſit. 3. ſcimus, in qua ratione ſecetur GM, in P, à centro grauitatis duplicati trunci ABFO. Scimus ergo quænam ſit ratio, quam habet LR, ad RI, & quænam ſit illa, quam habet LT, ad TI. Ex propoſit. 14. lib. 2. ſcimus, quæ nam ſit ratio, quam habet PN, ad NQ (quia ſcimus rationem, quam habet truncus ADBOK, ad truncum ABFO, eſt enim ad ipſum vt exceſſus cylindri ex DF, circa AF, ſupra ſemifuſum ex ABF, circa AF, ad ipſum) & conſequenter, ſcimus eam, quam habet RT, ad TQ, ob paralleliſmum RP, TN. Ergo patet, nos poſſe ſcire, in qua ratione ſecetur LI, à centro grauitatis Q. Sed hæc clarius percipientur in ſcholio ſequenti.

Et hæc quidem in trunco ADBOK. Quomodo autem ſecetur altitudo duplicati trunci AKOC, à ſuo centro grauitatis, ſciemus ſic. Sit HK, altitudo totius cylindrici exiſtentis ſuper trilineo ADB, & conſequenter eius duplicati ad partes BE, tranſiens per eius centrum æquilibrij H. Ergo in medio puncto N, ipſius HK, erit centrum grauitatis huius duplicati cylindrici. Sit Q, vt prius centrum grauitatis duplicati trunci ADBOK; ſi ergo producatur QN, prius ducta, vſque ad P, erit P, centrum grauitatis duplicati trunci AKOC. Sint rurſum NT, PR, parallelæ vt prius, ipſi OE. Iam ſcimus rationem, quam habet HN, ad NK, ſeù LT, ad TI. Pariter ſcimus rationem, quam

habet



habet LQ, ad QI. Rationem vero, quam habet PN, ad NQ, ſeu RT, ad TQ, ſcimus ex ſchol. propoſit. 8. lib. 3. in qua aſſignamus rationem, quam habet conicus ex ADB, trilineo reuoluto circa diametrum DB, ad ſolidum ex eodem reuoluto circa FA; ſciemus ergo etiam facile rationem LR, ad RI, ſeù GP, ad PM. Ergo poſſumus ſcire in quibus rationibus ſecentur altitudines prædictorum truncorum duplicatorum ab ipſorum centris grauitatis. Quod &c.

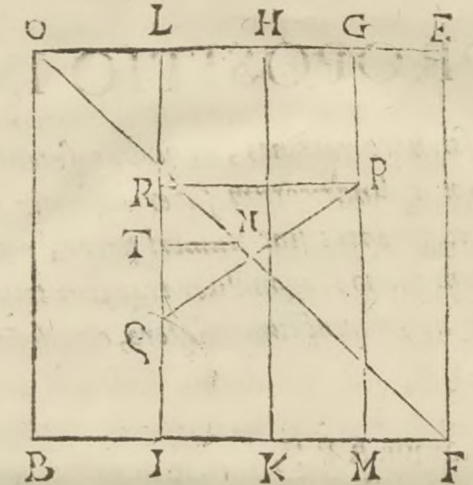
SCHOLIVM.

Sed in numeris ſunt hæc omnia exemplificanda, vt clarius, & diſtintius ſupra dicta intelligantur.

Exemplificabimus in parabola quadratica, & prius quidem in trunco sinistro.

In hac, HK, altitudo prismatis sinistri, sic secatur ab eius centro grauitatis N, ex proposit. 7. vt HN, sit dupla NK. GM, vero altitudo duplicati trunci sinistri ABFO, existentis super semiparabola, sic secatur ab eius centro grauitatis P, vt GP, sit ad PM, vt 5. ad 2. ex schol. proposit. 3. Qualium ergo tota LI, est 7. talium GP, seù LR, erit 5. & HN, seù LT, erit 4. cum $\frac{2}{3}$; vnde talium erit TR, $\frac{1}{3}$. Quod si hæc multiplicentur per 21. qualium TR, erit 7. talium tota LI, erit 147. LR, 105. & LT, 98. Cum vero sit PN, ad NQ, seu RT, ad TQ, vt truncus ADBOk, ad truncum ABFO, nempe vt excessus cylindri ex DF, ad semifusum ex ABF; nempe ex schol. prim. proposit. 14. lib. 2. vt 7. ad 8. qualium RT, erit 7, talium TQ, erit 8. Ergo reliqua LQ, erit talium 90. quia tota LT, talium erat 98. Cum ergo talium tota LI, esset 147, reliqua QI, erit 57. secatur ergo LI, altitudo trunci duplicati ADBOk, in trilineo parabolico quadratico à Q, eius centro grauitatis, vt LQ, sit ad QI, vt 90. ad 57. & subtriplando terminos, vt 30. ad 19.

Trunci vero dexteri AkOC, duplicati sic reperiemus rationem in qua secetur eius altitudo ab eius centro grauitatis. Hk, altitudo duplicati cylindrici ADBOCk, secatur in medio ab eius centro grauitatis N. Qualium ergo tota LI, est 49. & LQ, 30.

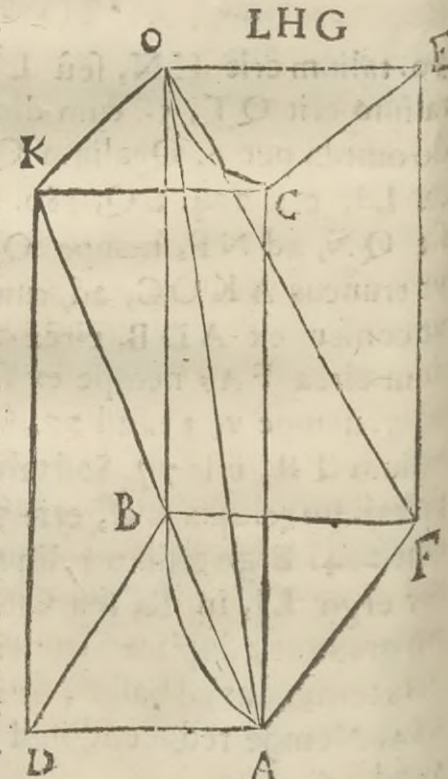


30. talium erit HN, seù LT, 24, cum dimidia; & talium erit QT, 5. cum dimidia. Et multiplicando omnia per 6. Qualium QT, erit 33. talium tota LI, erit 294. LQ, 180. & LT. 147. Sed cum sit QN, ad NP, nempe QT, ad TR, reciprocè, vt truncus AKOC, ad truncum ADBOk; nempe vt conicus ex ADB, circa DB, ad solidum ex eodem circa FA; nempe ex schol. proposit. 8. vt 3. ad 7. nempe vt 33. ad 77. Qualium QT, erit 33. talium TR, erit 77. Sed talium LT, erat 147. Ergo talium reliqua LR, erit 70. Sed talium tota LI, erat 294. Ergo talium reliqua RI, erit 224. Secatur ergo LI, in R, seu GM, altitudo in P, à centro grauitatis duplicati trunci AkOC, sic vt GP, pars terminans ad basim, sit ad reliquam, vt 70. ad 224. Nempe reducendo ad minimos terminos, vt 5. ad 16.

PROPOSITIO IX.

Possumus assignare rationes, in quibus secentur altitudines truncorum cylindricorum super infinitis semiparabolis, quarum exponentes sint numeri pares, existentium, ac resectorum plano diagonaliter transeunte per diametrum parabolæ, ac per punctum in latere, ab ipsorum centris grauitatis.

SVpponamus ABF, esse quodlibet ex infinitis trilineis, cuius basis AF, diameter BF, cum sibi circumscripto parallelogrammo DF, sic vt BDA, sit semiparabola, cuius diameter BD, basis DA. Super parallelogrammo sit cylindricus rectus sectus diagonaliter plano transeunte per AF, & per Ok. Hic diuiditur in duo prismata, & quodlibet prisma in duos truncos, vt fusius explicatum fuit in



prin-

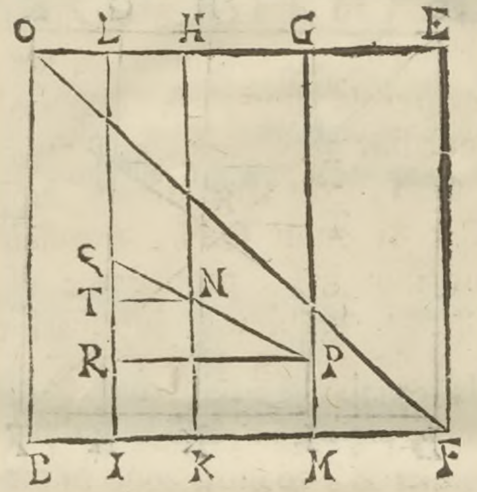
principio proposit. antecedent. Dicimus nos posse scire, in quibus rationibus secentur altitudines truncorum duplicatorum ad partes BE, existentium super semiparabola ADB, cuius exponens sit numerus par, ab ipsorum centris grauitatis. Etiam nunc claritatis gratia, exponatur parallelogrammum BE, & HK, sit altitudo duplicati prismatis sinistri; GM, sit altitudo duplicati trunci ABFO, existentis super trilineo. Sit N, centrum grauitatis duplicati prismatis, & P, centrum grauitatis duplicati trunci ABFO. Pariter sit L, centrum æquilibrij duplicati trunci ADBOK, existentis super semiparabola ADB, talis cylindrici, qui sit sectus plano transeunte per diametrum OK, semiparabolæ kOC, & punctum A, in latere (huius enim trunci posse nos habere centrum æquilibrij L, patuit in schol. 3. proposit. 2.) In LI, ergo eius altitudine, erit eius centrum grauitatis. Si ergo ducatur PN, quæ producatur vsque ad Q, erit Q, centrum grauitatis duplicati trunci ADBOK. Ducantur NT, PR, parallelæ vt prius. Ex proposit. 7. scimus, in qua ratione secetur Hk ab, N, seu LI, à T. Ex schol. proposit. 5. scimus rationem GP, ad PM, seu LR, ad RI. Rationem PN, ad NQ, seu RT, ad TQ, scimus ex prim. parte proposit. 15. lib. 2. in qua diuidendo, assignatur ratio excessus cylindri ex DF, supra conicum ex trilineo ABF, reuoluto circa basim AF, ad ipsum poterimus ergo etiam scire rationem LQ, ad QI.

Eo-

Eodem modo, quo factum eſt in propoſit. anteced. poterimus ſcire, quomodo ſecetur altitudo trunci AkOC, ab eius centro grauitatis; ſupponentes Hk, eſſe altitudinem totius cylindrici duplicati exiſtentis ſuper ſemiparabola DBA; Q, eſſe centrum grauitatis duplicati trunci ADBOk; & GM, eſſe altitudinem duplicati trunci A^{K}OC. Si enim QN, tranſiens per N, medium punctum Hk, producatur vſque ad P, erit P, centrum grauitatis duplicati trunci AkOC. Sint ergo rurſum RP, TN, parallelæ, vt prius. Iam ſcimus HN, æquari Nk, & LT, æquari TI. Scimus rationem LQ, ad QI. Rationem QT, ad TR, ſcimus ex coroll. 3. propoſit. 4. lib. 3. in qua aſſignata fuit ratio, quam habet conoides parabolicum ex ſemiparabola ADB, reuoluta circa DB, diametrum, ad annulum ex eadem reuoluta circa AF. Ergo facile poterimus ſcire rationem LR, ad RI, ſeù GP, ad PM. Quare &c. Quod &c.

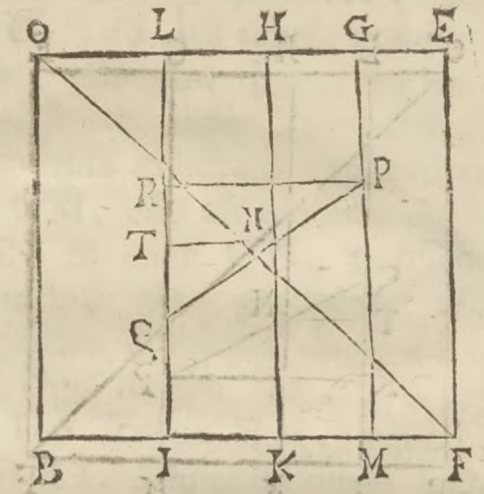
SCHOLIVM.

Sed exemplificatio per numeros, vt factum eſt in ſchol. propoſit. anteced. dilucidabit hæc omnia. Supponamus ergo vt prius, nos diſcurrere, & exemplificare in parabola quadratica. HN, eſt dupla Nk (quia altitudo priſmatis) ex propoſit. 7. GP, vero, erit ad PM, vt 4. ad 1. ex ſchol. propoſit. 5. Qua-



Qualium ergo tota LI, eſt 5. talium HN, ſeu LT, erit $3.\frac{1}{3}$. LR, 4 & TR, $\frac{2}{3}$. Et qualium TR, erit 5. talium tota LI, erit $37.\frac{1}{2}$; LT, erit 25; LR, 30. Cum ergo ſit reciprocè PN, ad NQ, ſeù RT, ad TQ, vt truncus ADBOk, ad truncum, ABFO, nempe vt annulus ex ſemiparabola DBA, reuoluta circa AF, ad conicum ex trilineo ABF, circa baſim FA; & cum ſit talis annulus ad talem conicum ex 2. parte propoſit. 15. lib. 2. per conuerſionem rationis, & diuidendo, vt 5. ad 1. Ergo qualium RT, erit 5. talium TQ, erit 1. Cum ergo talium eſſet LT, 25. & LI, $37\frac{1}{2}$. Erit talium LQ, 24, & QI, 13. $\frac{1}{2}$ Eſt ergo LQ, ad QI, vt 24. ad 13. $\frac{1}{2}$. nempe vt 16. ad 9.

Trunci vero A^{K}OC, ſic reperietur centrum gra-



grauitatis in numeris. Sit Q, centrum grauitatis duplicati trunci ADBOk, & N, totius duplicati cylindrici existentis super semiparabola ADB. Qualium ergo LI, est 25. talium HN, seu LT, dimidia LI, est 12. $\frac{1}{2}$ LQ, 16. & QT, 3 $\frac{1}{2}$. Et qualium QT, est 3. talium LI, est 21. $\frac{3}{7}$. & LQ, 13 $\frac{5}{7}$. Cum ergo sit vt QN, ad NP, seu vt QT, ad TR, sic reciprocè truncus AkOC, ad truncum ADBOk, nempe conoides ex semiparabola DAB, reuoluta circa diametrum DB, ad annulum ex eadem circa AF; & cum sit conoides ad annulum, vt 3. ad 5. ex coroll. 3. proposit. 4. lib. 3. qualium QT, erit 3. talium TR, erit 5. Ergo talium LR, erit 5. $\frac{5}{7}$. Et reliqua RI. erit 15. $\frac{5}{7}$. Erit ergo LR, ad RI, & consequenter GP, ad PM. vt 5. $\frac{5}{7}$, ad 15. $\frac{5}{7}$, nempe vt 4. ad 11.

PRO-

PROPOSITIO X.

Trunci sinistri cylindrici recti existentis super semiparabola quacunque, resecti plano transeunte per basim semiparabolæ, & per punctum in latere, centrum æquilibrij in basi assignare.

Esto semiparabola quæcunque ABC, cuius diameter AB, basis BC, super CAB, verò intellecto cylindrico recto, secto hic diagonaliter plano transeunte per basim CB, & per punctum in latere, diuidat ipsum in duos truncos, & truncus sinister sit CABD; huius oportet in basi ABC, centrum æquilibrij assignare. Diuidatur AB, in E, vt AE, sit ad EB, vt numerus parabolæ vnitate auctus, ad duplum numerum parabolæ, ac per E, ducatur EF, indefinita parallela BC, basi semiparabolæ. Erit ergo in EF, centrum æquilibrij trunci CABD, secundum basim appensi, ex schol. prim. proposit. 2. Quoniam vero ex schol. proposit. 1. truncus CADB, est proportionaliter analogus cum semifuso ex CAB, circa CB, & cum omnium semifusorum sit repertum in CB, centrum grauitatis in proposit. 31. miscell. erit quoque repertum in CB, centrum æquilibrij trunci CADB. Sit hoc G. Si ergo per G, ducatur parallela AB, etiam in ipsa erit centrum æquilibrij illius trunci appensi secundum basim. Sed & in EF. Ergo in F, vbi se secant. Inuentum est

S ergo

ergo F, centrum æquilibrij trunci appensi secundum basim. Quod &c.

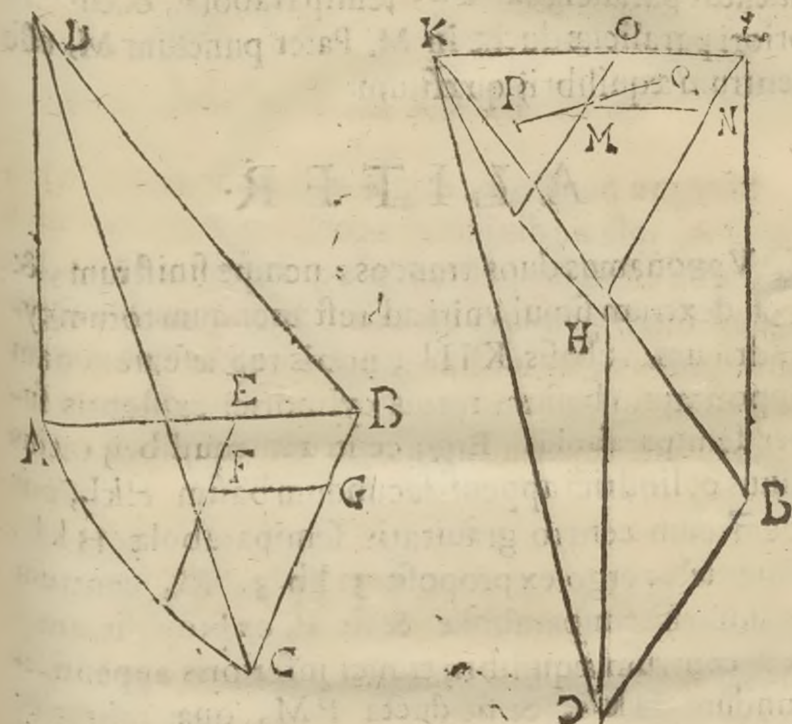
SCHOLIVM.

Si ergo à puncto F, erigatur altitudo trunci æqualis D A, ipsa sic diuidetur à centro grauitatis trunci, vt diuisa est in proposit. 3. altitudo trunci duplicati. Quod intelligendum est etiam in sequentibus propositionibus, in quibus reperientur centra æquilibrij in basi dimidij illorum truncorum, quorum duplicatorum reparta fuerunt in altitudinibus centra grauitatis.

PROPOSITIO XI.

Trunci dexteri eiusdem cylindrici, centrum æquilibrij in basi reperire.

SEd esto eiusdem cylindrici truncus dexter kLH BC, huius oportet in kHL, semiparabola, centrum æquilibrij trunci secundum ipsam appensi, reperire. Diuidatur kL, in O, vt sit KO, ad OL, vt duplus numerus parabolæ vnitate auctus, ad numerum parabolæ, & per O, ducatur OM, indefinita parallela basi LH. Ergo in ipsa, ex schol. prim. proposit. 2. erit centrum æquilibrij trunci appensi secundum basim. Rursum, quoniam ex schol. proposit. 1. truncus est proportionaliter analo-



analogus cum annulo orto ex reuolutione semiparabolæ HkL, circa ductam per verticem k, ipsi HL, parallelam; ergo HL, secabitur eodem modo à centro æquilibrij trunci, sicuti secatur axis illius annuli à centro grauitatis ipsius. Diuidatur ergo LH, in N, vt sit LN, ad NH, vt duplus numerus parabolæ vnitate auctus, ad duplum numerum ternario auctum, sicuti ex proposit. 18. lib. 4. secatur prædictus axis à centro grauitatis annuli ex semiparabola,

 circa

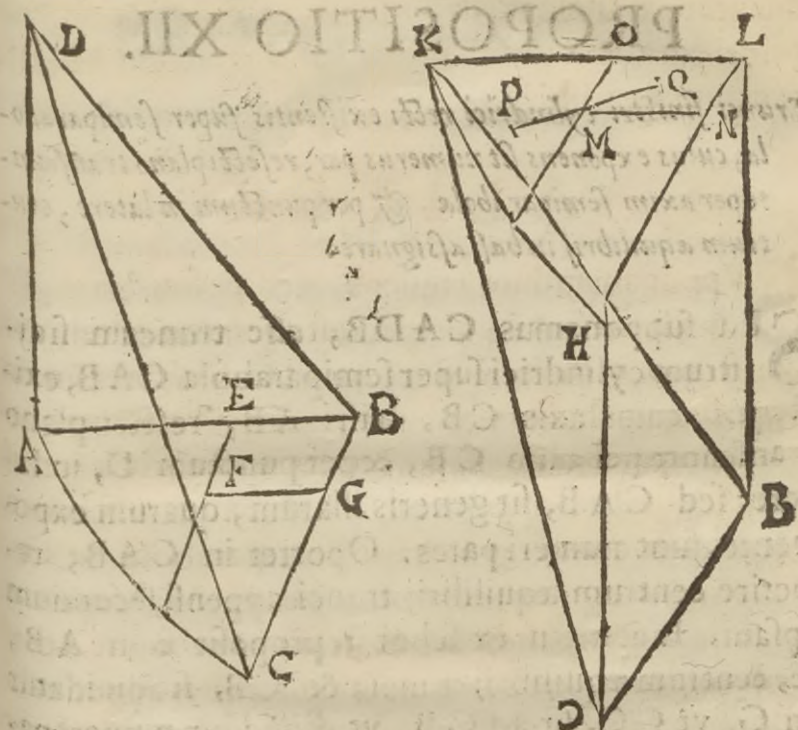
circa ductam per verticem basi parallelam, & per N, ducatur parallela axi kL, semiparabolæ, occurrens priori parallelæ ductæ in M. Patet punctum M, esse centrum æquilibrij quæsitum.

ALITER.

SVpponamus duos truncos, nempe sinistrum, & dextrum simul vniri ad restituendum totum cylindricum, vt basis KHL, nobis repræsentet vnam oppositarum basium totius cylindrici existentis super semiparabola. Ergo centrum æquilibrij totius huius cylindrici appensi secundum basim HkL, erit idem cum centro grauitatis semiparabolæ HkL. Inuenietur ergo ex proposit. 5. lib. 3. M, centrum grauitatis semiparabolæ, & sit P, ex proposit. anteced. centrum æquilibrij trunci inferioris appensi secundum HkL, & sit ducta PM, quæ taliter sit producta ad Q, vt sit reciprocè QM, ad MP, vt truncus inferior ad superiorem. Erit ex Archimede in æqueponderantibus, Q, centrum æquilibrij trunci superioris HKLBC, appensi secundum HkL. Patet ergo, qualiter dato centro æquilibrij in basi alterutrius truncorum, statim possimus ex proportione truncorum ad inuicem, assignare in eadem basi centrum æquilibrij alterius trunci.

Sed rationem truncorum ad inuicem cylindrici existentis super semiparabola quacumque, & per basim semiparabolæ, & punctum in latere resecti, habemus

bemus



bemus ex coroll. pri. proposit. 4. lib. 3. vbi assignantur rationes repertæ inter infinitos fusos parabolicos, & infinitos annulos ex semiparabolis reuolutis circa ipsas in vertice tangentes.

Per M, ducta altitudine trunci, habebimus ex proposit. 4. in qua ratione secetur à centro grauitatis trunci.

PRO-

PROPOSITIO XII.

Trunci sinistri cylindrici recti existentis super semiparabola, cuius exponens sit numerus par, resecti plano transeunte per axim semiparabolæ, & per punctum in latere, centrum æquilibrij in basi assignare.

SEd supponamus CADB, esse truncum sinistrum cylindrici super semiparabola CAB, existentis, cuius axis CB, basis AB, resecti plano transeunte per axim CB, & per punctum D, in latere; sed CAB, sit generis illarum, quarum exponentes sunt numeri pares. Oportet in CAB, reperire centrum æquilibrij trunci appensi secundum ipsam. Inueniatur ex schol. 3. proposit. 2. in AB, E, centrum æquilibrij trunci; & CB, sic diuidatur in G, vt CG, sit ad GB, vt dimidium numeri parabolæ vnitate auctum, ad dimidium numeri parabolæ. Erit G, ex proposit. 14. lib. 4. centrum grauitatis conoidis orti ex reuolutione semiparabolæ CAB, circa CB. Si ergo per puncta E, G, ducantur parallelæ BC, & BA, punctum F, in quo se secant, erit centrum æquilibrij trunci appensi secundum basim. Quod &c.

Per F, erecta altitudine, habebimus in ipsa centrum grauitatis ex proposit. 9.

PROPOSITIO XIII.

Trunci dexteri eiusdem cylindrici, centrum æquilibrij in basi assignare.

TRunci dexteri HkLBC, eiusdem cylindrici, sic inueniemus centrum æquilibrij in HkL. Ex schol. 3. citat. proposit. 2. inueniemus in kL, basi semiparabolæ O, centrum æquilibrij trunci. Cum vero truncus sit proportionaliter analogus cum annulo orto ex semiparabola reuoluta circa ductam per extremitatem K, HL, diametro parallelam, axis talis annuli, secabitur in eadem ratione, in qua secatur HL, à centro æquilibrij trunci. Sed ex proposit. 33. miscell. habetur, in qua ratione secetur axis illius annuli. Ergo habebimus etiam punctum N, centrum æquilibrij trunci. Si ergo, vt prius, ducamus OM, NM, parallelas kL, HL, sese secantes in M; erit inuentum M, centrum æquilibrij trunci prædicti.

ALITER.

SVpponamus rursum, duos truncos vniri, vt M, sit centrum semiparabolæ, & consequenter totius cylindrici. Sit pariter P, centrum æquilibrij trunci sinistri; si PM, ducatur, & sic producatur ad Q, vt sit reciprocè QM, ad MP, vt truncus sinister, ad truncum dexterum; erit Q, centrum æquilibrij prædictum. Sed ratio trunci ad truncum habetur ex coroll. 3. proposit. 4. lib. 2. in qua assignatur ratio, quam habet quodlibet conoides parabolicum, ad annulum cuiuslibet semiparabolæ, reuolutæ circa parallelam diametro ductam per extremitatem basis.

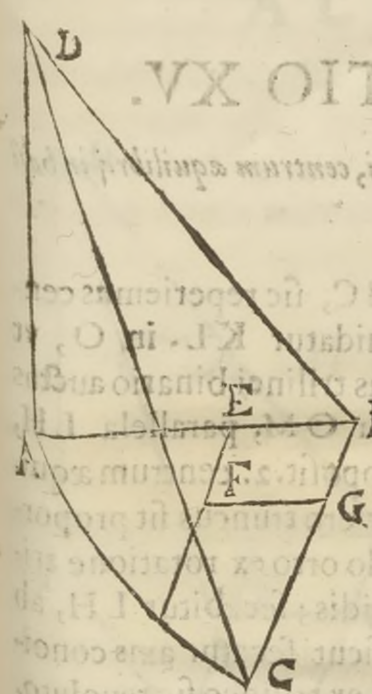
Centrum grauitatis in altitudine trunci demissa à puncto M, habetur ex proposit. 9.

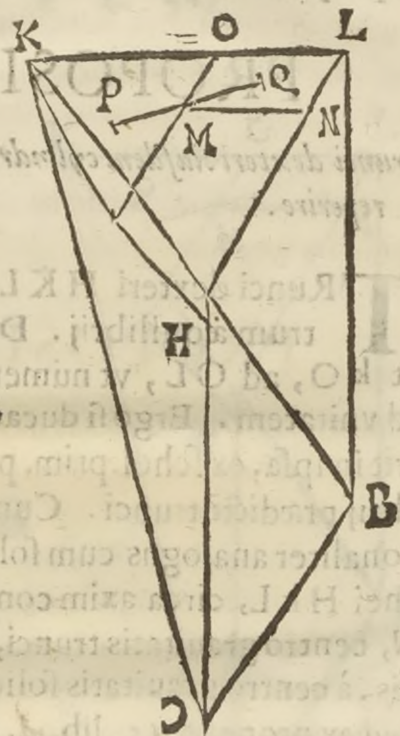
PROPOSITIO XIV.

Trunci sinistri cylindrici recti existentis super trilineo parabolico, cuius exponens sit numerus par, resecti plano transeunte per basim trilinei, & punctum in latere, centrum æquilibrij in basi assignare.

SEd supponamus CAB, esse quodlibet ex infinitis trilineis, cuius exponens sit numerus par, & cuius axis sit AB, basis BC, & pariter supponamus CADB, esse truncum sinistrum cylindrici recti existentis super trilineo, & resecti plano transeunte per CB, basim trilinei, & per punctum in latere; huius oporteat reperire centrum æquilibrij in basi, secundum ipsam appensi. Diuidatur AB, in E, vt sit AE, ad EB, vt numerus trilinei vnitate auctus, ad binarium. Erit ergo in EF, parallela BC, centrum æquilibrij talis trunci, ex schol. prim. proposit. 2. Cum autem truncus sit proportionaliter ana-

logus





logus cum conico orto ex reuolutione trilinei CAB, circa basim BC; & cum in schol. proposit. 33. miscell. assignatus fuerit modus reperiendi G, centrum grauitatis illius conici: erit consequenter patefactus modus inueniendi G, centrum æquilibrij illius trunci. Si ergo per G, ducatur parallela AB, secans EF, in F. Erit inuentum F, centrum æquilibrij quod quærebatur. Quod si ab ipso erigatur altitudo

 trunci,

trunci, in ipsa habebimus ipsius centrum grauitatis ex proposit. 5.

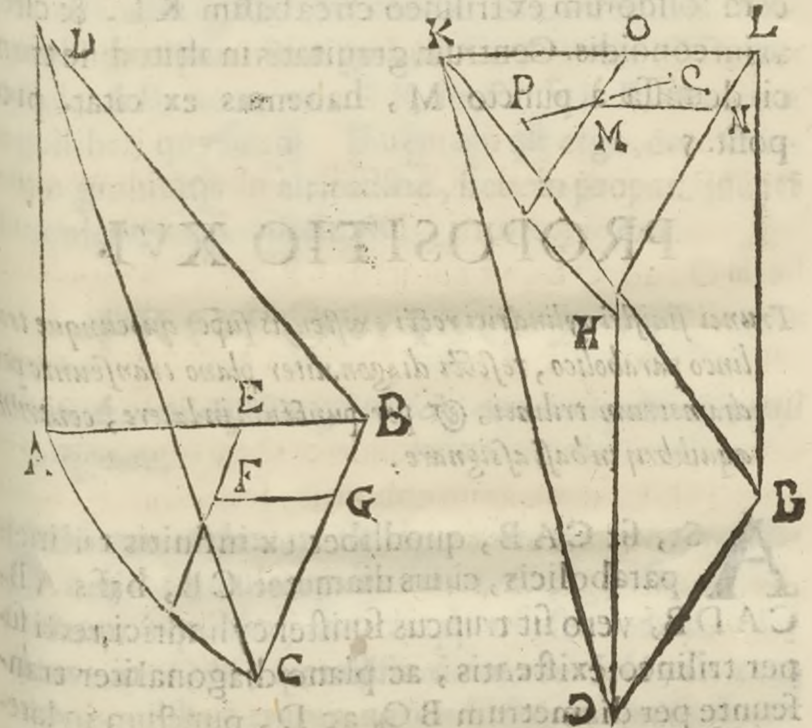
PROPOSITIO XV.

Trunci dexteri eiusdem cylindrici, centrum æquilibrij in basi reperire.

TRunci dexteri HKLBC, sic reperiemus centrum æquilibrij. Diuidatur KL, in O, vt sit kO, ad OL, vt numerus trilinei binario auctus ad vnitatem. Ergo si ducatur OM, parallela LH, erit in ipsa, ex schol. prim. proposit. 2. centrum æquilibrij prædicti trunci. Cum vero truncus sit proportionaliter analogus cum solido orto ex rotatione trilinei HkL, circa axim conoidis; secabitur LH, ab N, centro grauitatis trunci, sicuti secatur axis conoidis, à centro grauitatis solidi ex trilineo sic reuoluto. Sed ex proposit. 15. lib. 4. axis conoidis sic secatur à centro grauitatis illius solidi, vt pars ad verticem, sit ad reliquam, vt dimidium numeri conoidis, seù trilinei vnitate auctum, ad sesquialterum numeri conoidis vnitate auctum. Ergo & sic N, centrum æquilibrij trunci, secabit LH. Secetur ergo sic in N. Si per N, ducatur NM, parallela KL, punctum M, occursus cum priori parallela, erit centrum quæsitum.

ALI-

ALITER.



SEd etiam nunc, supponentes ambos truncos coniungi ad constituendum totum cylindricum, huius habebimus M, centrum æquilibrij totius cylindrici, quia ex proposit. 8. lib. 3. habemus etiam M, centrum grauitatis trilinei HKL. Si ergo sit P, centrum æquilibrij trunci inferioris, iuncta

PM, & producta ad Q, in ratione reciproca truncorum; repertum erit Q, centrum æquilibrij trunci dexteri. Ratio autem truncorum assignata fuit in coroll. 2. prop. 4. lib. 3. in qua tradita fuit ratio ad inuicem solidorum ex trilineo circa basim KL, & circa axim conoidis. Centrum grauitatis in altitudine trunci demissa à puncto M, habemus ex citat. proposit. 5.

PROPOSITIO XVI.

Trunci sinistri cylindrici recti existentis super quocunque trilineo parabolico, resecti diagonaliter plano transeunte per diametrum trilinei, & per punctum in latere, centrum æquilibrij in basi assignare.

AST, sit CAB, quodlibet ex infinitis trilineis parabolicis, cuius diameter CB, basis AB, CADB, vero sit truncus sinister cylindrici recti super trilineo existentis, ac plano diagonaliter transeunte per diametrum BC, ac D, punctum in latere resecti. Huius trunci oportet in CAB, centrum æquilibrij adinuenire. Ex schol. 2. proposit. 2. inueniatur in AB, basi trilinei E, centrum æquilibrij trunci appensi secundum AB. Si ergo ducatur EF, parallela BC, in ipsa erit centrum æquilibrij trunci appensi secundum basim. Pariter, quia truncus est proportionaliter analogus cum conico orto ex rotatione trilinei ABC, circa diametrum BC, CB, diuidetur à centro æquilibrij trunci sicut secatur à centro grauitatis conici. Diuidatur CB, in G, vt sit CG, ad GB, vt duplus numerus conici vnitate auctus, ad vnitatem. Ergo ex proposit. 17. lib. 4. G, erit centrum grauitatis conici, & consequenter æquilibrij trunci. Si ergo per G, ducatur GF, parallela AB, occurrens EF, in F. Erit F, centrum æquilibrij quæsitum. Inuentum est ergo, &c. Centrum grauitatis in altitudine, sicut in prop. sequenti inuenietur ex proposit. 8.

PROPOSITIO XVII.

Trunci dexteri eiusdem cylindrici, centrum æquilibrij in basi assignare.

SEd trunci dexteri sic reperietur centrum æquilibrij. Inueniatur, ex schol. 2. proposit. 2. O, centrum æquilibrij trunci appensi secundum kL, adeovt in OM, parallela diametro LH, sit centrum æquilibrij trunci appensi secundum basim. Cum vero talis truncus dexter sit proportionaliter analogus cum solido orto ex rotatione trilinei circa basim semiparabolæ, quod solidum, est excessus cylindri circumscripti semifuso parabolico supra ipsum: ergo HL, sic secabitur à centro æquilibrij trunci appensi secundum HL, sicuti secatur basis semiparabolæ à centro grauitatis solidi ex trilineo HkL, circa ipsam reuoluto. Sed inuenire centrum grauitatis

tatis prædicti solidi docuimus in schol. proposit. 31. miscell. Ergo docuimus consequenter reperire punctum N, centrum æquilibrij trunci appensi secundum HL. Quod si per N, ducatur NM, parallela basi KL, incidens in priorem in M. Erit M, punctum quæsitum.

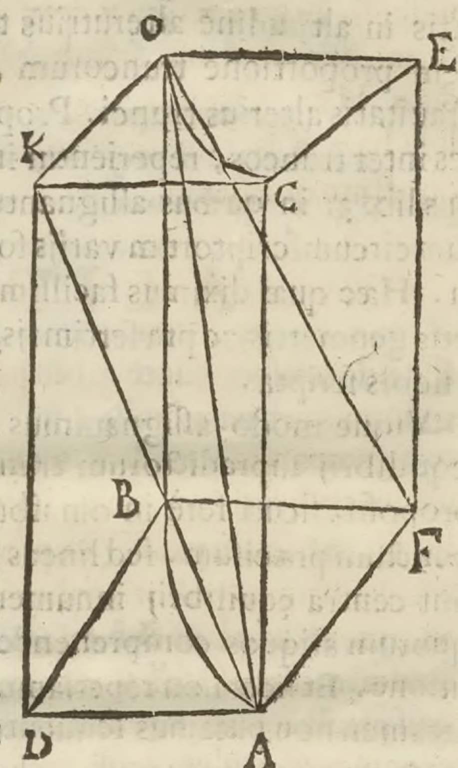
ALITER.

SEd consequenter ad sæpe dicta, aliter reperiemus centrum talis trunci dexteri, si mente intelligemus vniri ambos truncos ad constituendum totum cylindricum, cuius habebimus centrum æquilibrij, M; quia pariter ex proposit. 8. lib. 3. habemus M, centrum æquilibrij trilinei. Cum ergo ex proposit. anteced. habeamus etiam P, centrum æquilibrij trunci sinistri, si vnitis punctis P, M, linea PM, ac ipsa producta ad Q, fiat reciprocè QM, ad MP, vt truncus sinister, ad truncum dexterum. Erit Q, centrum æquilibrij trunci dexteri. Ratio vero trunci ad truncum habetur in calce schol. proposit. 8. lib. 3.

SCHOLIVM.

Adinuenimus ergo centra æquilibrij in basi prædictorum truncorum. Sed hæc centra alio modo potuissent reperiri vnum ex alio. Quod vt intelligamus, inspiciatur schema sequens, in quo prius supponamus

ponamus ABF, esse semiparabolam, cuius diameter sit BF, basis AF, & cui sit circumscriptum parallelogrammum DF, & tam super ipso, quam super semiparabola, intelligamus cylindricos rectos æquealtos sectos diagonaliter plano transeunte per basim AF, & per kO. Patet occulariter parallelepipedum diuidi in duo prismata; & cylindricos vtrosque super semiparabola, & super trilineo, in suos truncos dexteros, & sinistros; & prisma quodlibet constare ex duobus horum truncorum, vt supra explicatum fuit in schol. 2. proposit. 2. Cum ergo v. g. prismatis sinistri ADkOFB, habeamus ex proposit. 2. centrum æquilibrij in basi DF; reperto in eadem basi DF, centro æquilibrij alterutrius trunci sinistri, nempe vel ADBOk, vel ABFO: statim ex sola proportione, quæ reperitur inter ipsos truncos, facillime eliciemus centrum alterius trunci. Sic quoniam ex proposit. 7. habemus in altitudine prismatis



matis eius centrum grauitatis, reperto centro grauitatis in altitudine alterutrius trunci sinistri, ex eadem proportione truncorum reperiemus centrum grauitatis alterius trunci. Proportiones verò cadentes inter truncos, reperientur in varijs propositionibus lib. 3. in quibus assignantur rationes cylindrorum circumscriptorum varijs solidis rotundis, ad ipsa. Hæc quæ diximus facillime fient manifesta peritis geometris, ac præsertim ijs, qui inspexerint aliàs à nobis scripta.

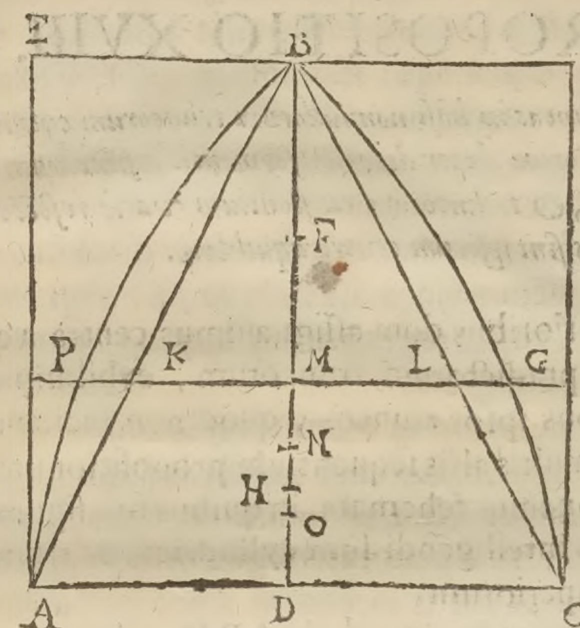
Vsque modo assignauimus punctum præcisum æquilibrij supradictorum truncorum, in sequenti proposit. sicuti ferè in omnibus sequentibus, non punctum præcisum, sed lineas dumtaxat, in quibus sint centra æquilibrij innumerabilium truncorum, quorum aliquos comprehendemus sequenti propositione. Et licet non reperiamus punctum præcisum, attamen non putamus sequentes cognitiones à geometria postergandas esse, dummodo cupiat nouis cognitionibus, cuiuslibet sint amplitudinis, promoueri. Sed quorumdam sequentium truncorum, reperiemus etiam puncta præcisa, quæ sint & centra æquilibrij, & grauitatis.

PROPOSITIO XVIII.

Assignare lineas in basi nonnullorum truncorum cylindricorum rectorum super diuersis segmentis infinitarum parabolarum, & trilineorum existentium variè resectorum, in quibus sint ipsorum centra æquilibrij.

IN superioribus dum assignauimus centra æquilibrij supradictorum truncorum, exhibuimus in schematibus ipsos truncos, quod non faciemus in hac, & in multis alijs sequentium propositionum; sed tantum ponemus schemata, in quibus sint figuræ, super quibus intelligendi sunt cylindrici, & trunci ad modum superiorum.

1. Esto ergo semiparabola A B D, cuius exponens sit numerus par, quæ sit secta PM, parallela basi AD; intelligamus super segmento APMD, cylindricum rectum, sectum plano diagonaliter transeunte per MD, & per punctum in latere erecto à puncto A. Trunci sinistri huius cylindrici habebimus in MD, centrum æquilibrij appensi secundum MD. Ratio est, quia ex dictis in schol. proposit. prim. talis truncus sinister, est proportionaliter analogus cum segmento conoidis A P G C. Sed talis segmenti assignauimus centrum grauitatis in schol. proposit. 15. lib. 4. ergo habebimus etiam centrum æquilibrij in MD, illius trunci sinistri. Immo ex eodem schol. habemus particulariter, quod si ABD, sit semipa-



rabola quadratica, & H, sit centrum prædictum: hoc sic secabit MD, vt MH, sit ad HD, vt duplum quadratum AD, cum quadrato PM, ad duplum quadratum PM, cum quadrato AD. Si ergo per H, ducatur parallela AD: patet in ipsa, esse centrum æquilibrij trunci appensi secundum basim. Quod pariter verificabitur in alijs truncis infra tradendis, quod semper intelligendum volumus, licet à nobis, breuitatis causa, non replicabitur. Verum, quodnam punctum prædictæ lineæ, sit centrum æquilibrij præcisum, vsque nunc ignoramus.

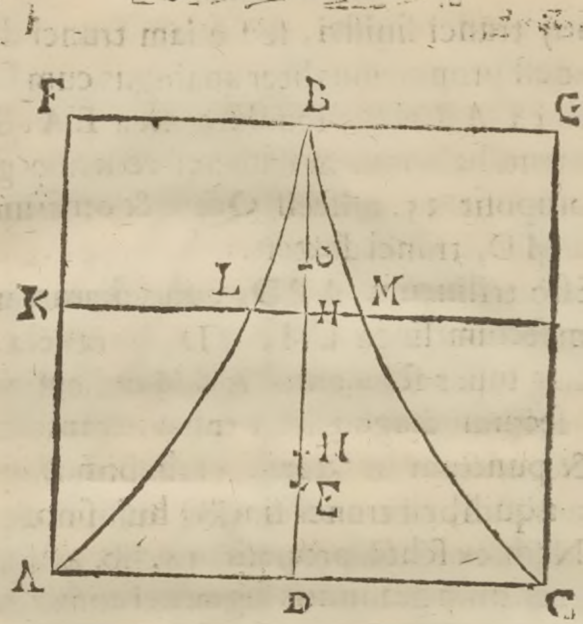
2. Sed non modo habemus in MD, centrum æqui-

æquilibrij trunci sinistri, sed etiam trunci dexteri. Nam hic est proportionaliter analogus cum segmento annuli ex APMD, reuoluto circa EA. Sed huius segmenti habemus in eius axi centrum grauitatis, ex proposit. 35. miscell. Quare & centrum æquilibrij in MD, trunci dexteri.

3. Esto trilineum ABD, cuius diameter BD, sit autem sectum linea LH, AD, parallela, & intelligamus super segmento ALHD, cylindricum rectum sectum diagonaliter plano transeunte per DH, & punctum in latere. Habebimus in HD, centrum æquilibrij trunci sinistri huiusmodi cylindrici. Nam ex schol. proposit. 18. lib. 4. habemus in HD, centrum grauitatis segmenti conici ALMC. Quinnimo ex dictis in eodem schol. possumus ampliare proposit. 25. lib. 3. de centro grauitatis solidorum Lucæ Valerij, ad truncum sinistrum cylindrici existentis super trapezio ordinario, vt ex dictis loc. citato potest conspici.

4. Sed non modo habebimus in HD, centrum æquilibrij trunci sinistri prædicti cylindrici, sed etiam trunci dexteri; quod vtique ostendemus dari, quotiescunque demonstrabimus centrum grauitatis in kA, solidi orti ex rotatione ALHD, circa KA. Sic enim secatur kA, à centro grauitatis huius solidi rotundi, sicuti secatur HD, à centro æquilibrij prædicti trunci dexteri. Solidi vero ex ALHD, reuoluto circa KA, sic inueniemus centrum grauitatis. In kA, & in eius puncto medio, habemus

V 2 cen-



centrum grauitatis cylindri ex parallelogrammo kD. Pariter ex propoſit. 37. miſcell. habemus in kA, centrum grauitatis portionis fuſi orti ex reuolutione portionis minoris kLA, circa kA. Quotieſcunque ergo nobis etiam erit nota ratio ſolidi ex ALHD, circa KA, ad dictam portionem fuſi, ſciemus conſequenter quodnam ſit in kA, centrum grauitatis ſolidi ex ALHD, circa kA. Sed rationem ſolidi ex ALHD, ad prædictam portionem fuſi, habemus ex ſchol. propoſit. 13. lib. 3. Cum enim ibi ſit aſſignata ratio, quam habet cylindrus ex kD, ad ſolidum ex ALHD, circa kA; diuidendo, aſſignata pariter erit ratio, quam habet portio fuſi ex kLA,

circa

circa kA, ad ſolidum ex ALHD, circa eandem kA.

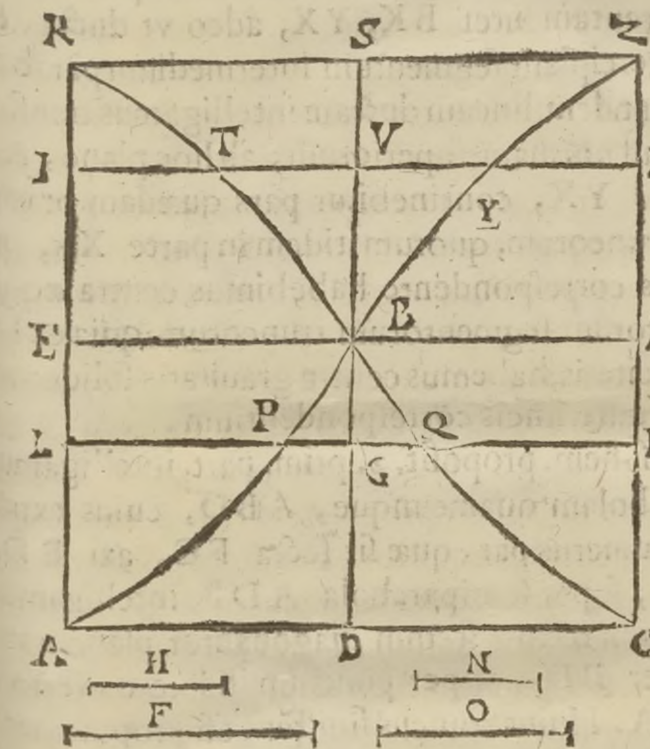
5. Sed ſupponamus CBZ, eſſe quamlibet ex infinitis parabolis, cuius diameter Bk, & ſuper parabola intelligamus cylindricum rectum ſectum diagonaliter per ZC, & punctum in latere. Habemus duos truncos, nempe ſiniſtrum, & dextrum, quorum aſſignata fuerunt in parabola CBZ, centra æquilibrij in propoſit. 2. Ducatur QM, parallela diametro Bk, & per ipſam intelligamus tranſire planum ad parabolam erectum, ſecans ambos truncos. Ergo etiam pars cylindrici, cuius baſis CQM, portio minor parabolæ, habebit ſuas partes truncorum. Cum ergo ex ſchol. propoſit. prim. truncus ſiniſter cylindrici exiſtentis ſuper CBZ, ſit proportionaliter analogus cum fuſo ex CBZ, circa CZ, tam ſecundum totum, quam ſecundum partes proportionales; & pariter truncus dexter ſit ſic proportionaliter analogus cum ſolido rotundo ARBZC: ſequitur etiam partem trunci ſiniſtri exiſtentis ſuper CQM, eſſe proportionaliter analogam cum portione fuſi ex CQM, circa MC; & pariter partem trunci dexteri, eſſe proportionaliter analogam cum portione annuli ex CQM, circa GD. Cum ergo ex propoſit. 37. miſcell. habeamus in MC, centrum grauitatis portionis fuſi ex QMC, portione circa MC; habebimus etiam in MC, centrum æquilibrij trunci ſiniſtri portionis trunci ſiniſtri exiſtentis ſuper CQM. Item, cum ex ſchol. propoſit. 18. lib. 4. in

fine,

fine, habeamus in G D, centrum grauitatis ſegmenti annuli ex portione M Q C, reuoluta circa G D; habebimus conſequenter in M C, centrum æquilibrij portionis trunci dexteri cylindrici exiſtentis ſuper C Q M. Item reliqua pars trunci ſiniſtri, nempe ea, cuius baſis eſt portio maior M Q B Z, eſt proportionaliter analoga cum portione fuſi ex M Q B Z; ſicuti reliqua pars trunci dexteri, eſt proportionaliter analoga cum portione annuli ex eadem portione maiori. Ergo ex citat. propoſit. 37. miſcell. habebimus in Z M, centrum æquilibrij illius portionis maioris trunci ſiniſtri; quia ibidem aſſignauimus in Z M, centrum grauitatis portionis maioris fuſi ex M Q B Z. Pariter ex citat. ſchol. propoſit. 18. lib 4. habebimus in Z M, centrum æquilibrij prædictæ portionis maioris trunci dexteri, quia habemus in S G, centrum grauitatis portionis annuli ex M Q B Z, circa S G.

6. Si intelligamus etiam duci planum per B K, ad parabolam erectum, habebimus in K M, centra æquilibrij amborum truncorum partis cylindrici, cuius baſis ſegmentum ad diametrum Q B k M. Siniſtri ex citat. propoſit. 37. miſcell. in qua aſſignatur in k M, centrum grauitatis partis fuſi ortæ ex reuolutione M Q B K, circa k M. Dexteri vero ex ſchol. citat. propoſit. 18. lib. 4. in qua aſſignatur in B G, centrum grauitatis partis annuli ortæ ex reuolutione eiuſdem ſegmenti circa B G.

7. Si ducamus etiam Y X, B k, parallelam, per quam intelligamus tranſire planum ad parabolam ere-

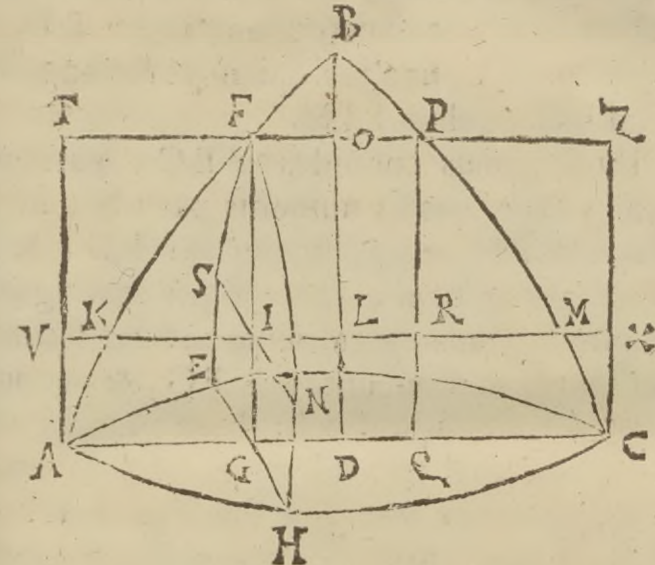


erectum: ex locis citat. habebimus centra æquilibrij in X M, ſegmentorum prædictorum truncorum contentorum inter plana per Q M, & per Y X. Segmenti trunci ſiniſtri, quia in citat. propoſit. miſcell. aſſignauimus in X M, centrum grauitatis ſegmenti intermedij fuſi ex M Q Y X, reuoluto circa X M. Segmenti vero trunci dexteri, quia in loc. citat. lib. 4. aſſignauimus in V G, centrum grauitatis ſegmenti ti annuli ex eodem ſegmento parabolæ.

8. Si mente intelligamus duci aliam parallelam Bk, contentam inter BK, YX, adeo vt ducta, & YX, intercipiant ſegmentum intermedium parabolæ, & per talem lineam ductam intelligamus tranſire planum ad normam ſuperiorum; ab hoc plano, & à ducto per YX, continebitur pars quædam prædictorum truncorum, quorum itidem in parte Xk, ipſis truncis correſpondente habebimus centra æquilibrij dictorum ſegmentorum truncorum; quia ex locis ſupra citatis, habemus centra grauitatis ſolidorum rotundorum truncis correſpondentium.

9. In ſchem. propoſit. 2. prim. part. intelligamus ſemiparabolam quamcunque, ABD, cuius exponens ſit numerus par, quæ ſit ſecta FG, axi BD, parallela; ſuper ſemiparabola ADB, intelligamus cylindricum rectum ſectum diagonaliter plano tranſeunte per BD, & per punctum in latere erecto à puncto A. Huius truncus ſiniſter, eſt proportionaliter analogus cum conoide ABC. Intelligamus per FG, tranſire planum erectum parabolæ genitrici, quod vtique ſecabit illum truncum in duas partes, quarum illa exiſtens ſuper portione minori AFG, erit proportionaliter analoga cum annulo ex AFG, reuoluta circa OD. Huius portionis illius trunci ſiniſtri, habemus in OD, centrum æquilibrij, quia in ſchol. prim. citat. propoſit. aſſignatum fuit in OD, centrum grauitatis annuli AFGQPC. Particularius autem habebimus ex loc. citat. ſi ABD,

ſit



ſit ſemiparabola quadratica, ſemper OD, ſic ſecari à centro æquilibrij partis trunci ſiniſtri exiſtentis ſuper AFG, vt pars terminata ad O, ſit ſemper reliquæ dupla.

10. Si prædicta pars trunci ſuper AFG, exiſtens, ſecetur plano parallelo AECH, habebimus ex ſchol. 2. citat. propoſit. in fine, in LD, centrum æquilibrij partis illius trunci exiſtentis ſuper AkIG. Et particularius habemus, quod in parabola quadratica, LD, à tali centro æquilibrij ſic ſecabitur, vt pars terminata ad L, ſit ad reliquam, vt duplum rectangulum AGC, cum rectangulo KIM, ad

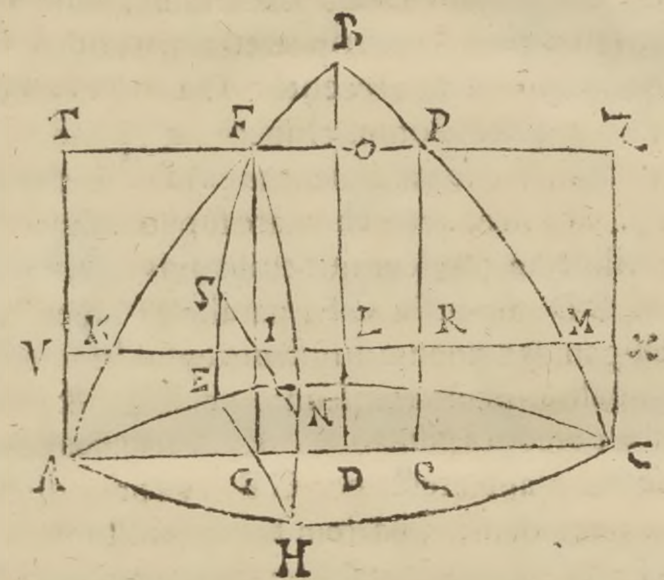
 du-

duplum rectangulum kIM, cum rectangulo AGC. Pariter colligemus ex dicto schol. tale centrum æquilibrij taliter secare mediam tertiam partem LD, vt pars propinquior L, sit ad reliquam, vt rectangulum AGC, ad rectangulum kIM.

11. Intelligamus conoides ABC, parabolicum, cuius exponens sit numerus par; hoc sit sectum plano EFH, æquidistanter axi BD, & ad parabolam genetricem erecto; super semifiguram EFG, intelligamus cylindricum rectum sectum diagonaliter plano transeunte per FG, & per punctum in latere erecto à puncto E: huius truncus sinister erit proportionaliter analogus cum solido rotundo EFH, genito ex rotatione semifiguræ EFG, circa FG. Trunci sinistri præfati cylindrici appensi secundum FG, habebimus in FG, centrum æquilibrij. Hoc vero habebimus ex schol. 2. cit. proposit. in principio. Sicuti secto tali trunco, plano SN, parallelo EH; etiam segmentorum huius trunci, habebimus in partibus FG, correspondentibus, centra æquilibrij.

12. Sit semiparabola quæcunque ABD, cuius axis AD, basis BD, cui sit ducta parallela FG: super ABD, semiparabola intelligamus cylindricum rectum sectum diagonaliter plano transeunte per BD, & per punctum in latere erecto à puncto A. Si intelligemus truncum sinistrum secari alio plano insistente ipsi FG, ac erecto semiparabolæ; portio huius trunci existens super semiparabola ad verticem

ticem



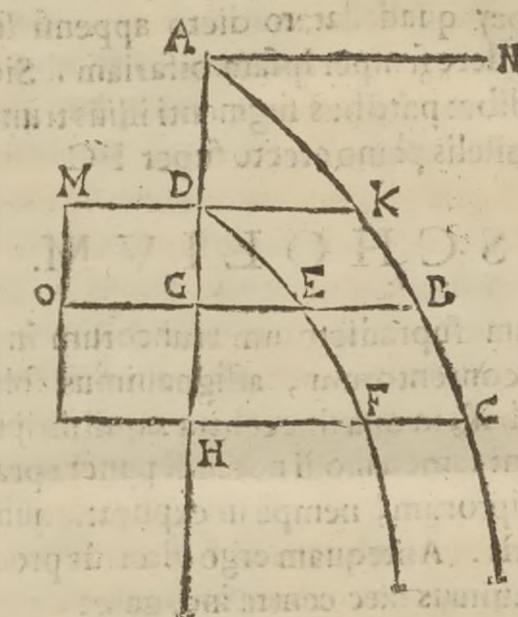
ticem AFG, erit proportionaliter analoga cum annulo AFGQPC, orto ex rotatione semiparabolæ ad verticem circa BD. Ex proposit. 13. prim. part. habebimus in OD, centrum æquilibrij segmenti illius trunci sinistri. Sicuti intellecto semifuso parabolico ABC, sectoque ipso, semifigura EFG, æquidistanter BD, ad semiparabolam ABD, erecta, ac super semifigura EFG, intellecto cylindrico recto secto diagonaliter plano transeunte per FG, & per punctum in latere erecto à puncto E; trunci sinistri huius cylindrici habebimus, ex schol. citat. proposit. in FG, centrum æquilibrij.

 librij.

librij. Sed hæc ſunt vniuerſalia. Particularius etenim, ex eodem ſcholio, habebimus, quod ſi A G, G D, ſint æquales, poterimus etiam in numeris exprimere, in qua ratione ſecentur O D, F G, à centris æquilibrij prædictorum truncorum cylindricorum. Hæc omnia facile percipientur ex ſcholio citato.

13. Sed in eodem ſchemate ſupponamus A B D, eſſe trilineum quodcunque cuius axis BD, baſis AD, & axi BD, ſit ducta G F, parallela: ſuper A B D, intelligamus truncum ſiniſtrum cylindrici recti ſecti diagonaliter plano tranſeunte per B D, & punctum in latere erecto à puncto A; & hic truncus concipiatur ſectus plano erecto per G F. Vt prius diſcurrentes, concludemus, partem trunci exiſtentem ſuper A G F, eſſe proportionaliter analogam cum ſolido orto ex rotatione ipſius A G F, circa B D. Quare ex ſchol. prim. propoſit. 15. prim. part. habebimus in O D, centrum æquilibrij ipſius trunci ſecundum O D, appenſi. Quod ſi conicus A B C, intelligatur ſectus figura E F H, & ſuper F G E, intelligamus cylindricum rectum ſectum diagonaliter plano tranſeunte per G F, & punctum in latere erecto à puncto E. Huius trunci ſiniſtri habebimus in G F, centrum æquilibrij appenſi ſecundum G F, ex ſchol. 2. citat. propoſit.

14. Si in ſchem. propoſit. vltimæ prim. part. ſupponamus H A C, H D F, eſſe duas ſemiparabolas quadraticas æquales, vt ibidem explicatum fuit, & acta vbilibet ordinatim applicata H F C, ductaque D K,



D k, parallela eidem, ſuper H D K C, concipiamus cylindricum rectum ſectum diagonaliter plano tranſeunte per H D, & per latera erecta à punctis C, k. Huius truncus dexter in hoc caſu ſecabitur à ſuperficie inſiſtente curuæ D E F, in duas partes. Et cum totus talis truncus ſit proportionaliter analogus cum toto fruſto conoidali orto ex reuolutione H D k C, circa D H; & pariter eius pars exiſtens ſuper ſemiparabola H D F, ſit proportionaliter analoga cum conoide ex ipſa genito; erit reliqua eius pars, nempe exiſtens ſuper quadrilatero curuo F D k C, proportionaliter analoga cum ſolido ex ipſo, reuoluto circa D H, orto. Ex ſchol. ergo citat. propoſit. habemus

bemus centrum æquilibrij portionis illius trunci existentis super quadrilatero dicto appensi secundum DH, diuidere semper ipsam bifariam. Sic dicatur de quibuslibet partibus segmenti illius trunci resecti planis parallelis plano erecto super FC.

SCHOLIVM.

Omnium supradictorum truncorum in præsenti proposit. contentorum, assignauimus solummodo lineam in basi, in qua sint centra æquilibrij ipsorum. Non desunt tamen modi notandi puncta præcisa, in aliquibus ipsorum, nempe in explicatis quatuor primis numeris. Antequam ergo vlteriùs procedamus, determinauimus hæc centra indagare.

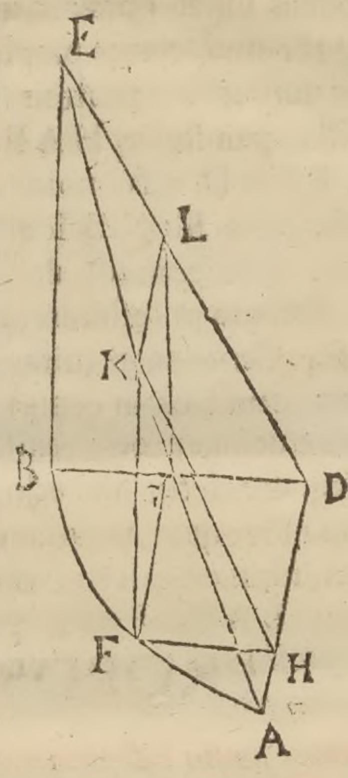
PROPOSITIO XIX.

Trunci sinistri cylindrici recti existentis super segmento ad basim semiparabolæ, cuius exponens sit numerus par, ac resecti plano diagonaliter transeunte per diametrum parabolæ, & punctum in latere, centra æquilibrij in basi, & grauitatis in altitudine possunt assignari.

SIt BAD, semiparabola quæcunque, cuius exponens sit numerus par, quæ sit secta FH, BD, basi parallela, superque segmento FBDH, sit cylindricus rectus sectus diagonaliter plano transeunte per DH, diametrum, & punctum in latere. Trunci

ci

ci sinistri FkHDEB, huiusce cylindrici in BDHF, centrum æquilibrij potest assignari. Concipiamus totum cylindricum super semiparabola BAD, existentem sectum per AD, & punctum in latere. Tam ABDE, trunci sinistri totius huius cylindrici, quam eius portionis FAHk, existentis super semiparabola ad verticem AFH, habemus in basibus BAD, AFH, centra æquilibrij, ex propos. 12. Si ergo mente coniungamus hæc centra linea, quæ taliter producatur ad partes centri totius trunci, vt sit reciprocè intercepta inter hæc centra, ad productam, vt pars trunci super BFHD, ad partem trunci super HAF. Inuentum punctum, erit centrum æquilibrij frusti illius trunci sinistri super BFHD, ac secundum BFHD, appensi. Si ergo habemus rationem prædictorum segmentorum trunci sinistri super semiparabola existentis, habebimus etiam punctum æquilibrij, quod quæritur. Sed prædicta ratio datur. Quare &c.



Quod

Quod vero detur prædicta ratio, patet. Quia, cum truncus ſiniſter prædictus, ſit proportionaliter analogus cum conoide parabolico ex B A D, circa DA, erit pars ipſius exiſtens ſuper B F H D, ad partem exiſtentem ſuper H A F, vt ſegmentum conoidale ex B F H D, ad conoides ex H A F; nempe ex propoſit. prim. lib. 2. diuidendo, vt exceſſus poteſtatis B D, duplici gradu altioris poteſtate parabolæ, ſupra ſimilem poteſtatem H F, ad ſimilem poteſtatem H F. Centrum grauitatis reperietur eodem modo. Nam, cum dentur centra grauitatis in altitudinibus amborum truncorum exiſtentium ſuper B A D, F A H, & pariter detur altitudo portionis exiſtentis ſuper F B D H, quia in ipſa datur centrum æquilibrij; coniunctis centris grauitatis truncorum exiſtentium ſuper B A D, F A H, productaque linea, occurret altitudini portionis trunci exiſtentis ſuper B F H D, in centro grauitatis ipſius.

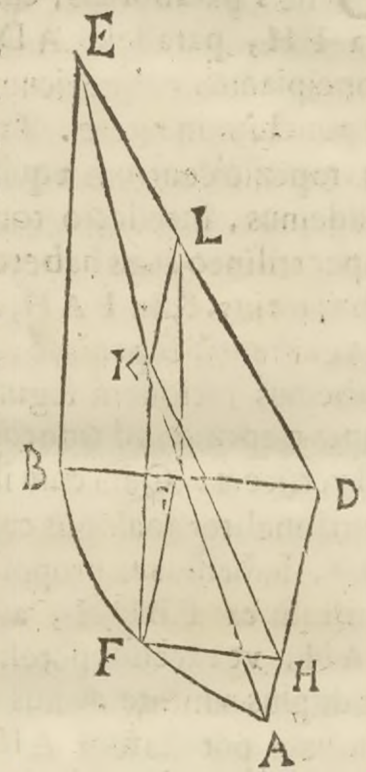
PROPOSITIO XX.

Eiuſdem cylindrici trunci dexteri, centra æquilibrij in baſi, & grauitatis in altitudine aſsignare.

PRopoſitio probari poteſt diuerſis modis, nos vno dumtaxat contenti erimus. Totius cylindrici ſuper B F H D, exiſtentis datur in B F H D, centrum æquilibrij, quia ex ſchol. prim. propoſit. 11. lib. 3. eiuſdem B F H D, datur centrum grauitatis.

Ex

Ex propoſit. anteced. datur in B F H D, centrum æquilibrij trunci ſiniſtri. Ratio trunci ad truncum, habetur ex ſchol. 2. citat. propoſit. 11. lib. 3. quia ibi aſſignatur ratio ſolidi ex B F H D, circa D H, ad ſolidum ex eodem ſegmento circa parallelam D H, ductam per B S. Quare patet propoſitum. Centrum grauitatis reperietur ex ijſdem datis centris grauitatis. Quod etiam intelligetur in duabus ſequentibus propoſitionibus.



PROPOSITIO XXI.

Trunci ſiniſtri cylindrici recti exiſtentis ſuper quolibet infinitorum trapeziorum, & reſecti plano diagonaliter tranſeunte per diametrum trilinei, & punctum in latere, centra æquilibrij in baſi & in altitudine grauitatis, poſſunt aſsignari.

SVpponatur A B D, quodlibet ex infinitis trilineis parabolicis, cuius diameter D A, & ducta F H, parallela A D, ſuper trapezio B F H D, concipiamus cylindricum rectum ſectum per H D, & punctum in latere. Trunci ſiniſtri eſt aſſignabile in trapezio centrum æquilibrij. Nam, vt prius concludemus, intellecto toto trunco ſiniſtro exiſtente ſuper trilineo, nos habere in A B D, centrum æquilibrij totius, & in F A H, centrum æquilibrij portionis exiſtentis ſuper ipſo, ex propoſit. 16. Sed etiam habemus rationem ſegmenti talis trunci exiſtentis ſuper trapezio, ad truncum exiſtentem ſuper trilineo ad verticem. Quia cum ille truncus ſiniſter, ſit proportionaliter analogus cum conico ex A B D, circa D A, habemus ex propoſit. 2. lib 2. eſſe diuidendo, fruſtum ex F B D H, ad conicum ad verticem ex F A H, vt exceſſus poteſtatis D A, cuius exponens ſit duplus vnitate auctus exponentis trilinei, ſupra ſimilem poteſtatem A H, ad ſimilem poteſtatem A H.

PROPOSITIO XXII.

Trunci dexteri eiuſdem cylindrici ſunt prædicta centra aſſignabilia.

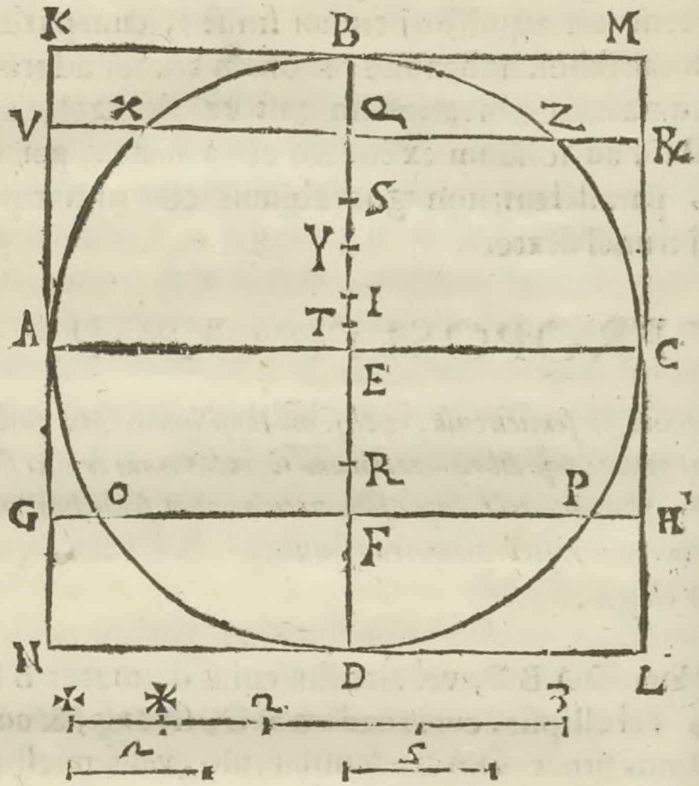
PAtet ad modum propoſit. 20. Quia cum cylindrici exiſtentis ſuper trapezio, habeamus centrum æquilibrij in trapezio, (habemus etenim trapezij centrum grauitatis ex ſchol. propoſit. 13. lib. 3.) & pariter in eodem ex propoſit. anteced. habeamus centrum æquilibrij trunci ſiniſtri, cum pariter ex eodem ſchol. habeamus rationem trunci ad truncum, quia habemus rationem fruſti ex F B D H, circa D H, ad ſolidum ex eodem circa ductam per B, D H, parallelam; non ignorabimus centrum æquilibrij trunci dexteri.

PROPOSITIO XXIII.

Aſſignare in ſemicirculo, vel ſemiellipſi lineas, in quibus ſint centra æquilibrij variorum ſegmentorum trunci ſiniſtri cylindrici recti ſuper ſemicirculo, vel ſemiellipſi exiſtentis, ac reſecti plano tranſeunte per diametrum circuli, & ellipſis.

EStо D A B C, vel circulus cuius diameter B D, vel ellipſis, cuius eadem B D, ſit axis, & concipiamus ſuper D A B, ſemicirculo, vel ſemiellipſi exiſtere cylindricum rectum ſectum diagonaliter plano tranſeunte per B D, & punctum in latere. Variorum ſegmentorum trunci ſiniſtri eiuſdem, intelligimus docere in hac propoſit. nos poſſe aſſignare lineas in baſi, in quibus ſint ipſorum centra æquilibrij.

1. Sciendum eſt centrum æquilibrij trunci ſiniſtri exiſtentis ſuper quadrante E A B, ſic diuidere B E, v. g. in Y, vt B Y, ſit ad Y E, vt 5. ad 3. ſicuti ex propoſit. 20. lib. 4. ſecatur eadem B E, à centro gra-



uitatis hemisphærij, seù hemisphæroidis ABC.

2. Si quadranti sit circumscriptum rectangulum KE, ac super trilineo AkB, concipiatur cylindricus sectus plano transeunte per B, & per latus oppositum ipsi kA, in basi opposita; truncus sinister huius cylindrici, qui erit excessus prismatis sinistri existentis super parallelogrammo. kE, supra trun-

cum

cum sinistrum cylindrici existentis super quadrante, habebit suum centrum æquilibrij in BE, ita ipsam diuidens v.g. in Q, vt sit BQ, ad QE, vt 1. ad 3. In eadem enim ratione, ex proposit. citat. secatur BE, à centro grauitatis solidi ex trilineo mixto AkB, reuoluto circa BE.

3. Ex eadem proposit. elicietur in BQ, centrum æquilibrij portionis trunci sinistri existentis super XBQ, minori portione, ducta XQ, perpendiculari BE; quia habemus in eadem BQ, centrum grauitatis minoris portionis XBZ.

4. Quia pariter in QD, habetur centrum grauitatis maioris portionis XDZ, ex citat. proposit. habebimus pariter in QD, centrum æquilibrij portionis trunci sinistri existentis super XDQ.

5. In QE, habebimus centrum æquilibrij portionis trunci sinistri cylindrici existentis super segmento ad diametrum EAXQ.

6. Ducta OF, pariter normali BD, habebimus in QF, centrum æquilibrij portionis trunci sinistri existentis super segmento intermedio FOXQ, includente diametrum AE.

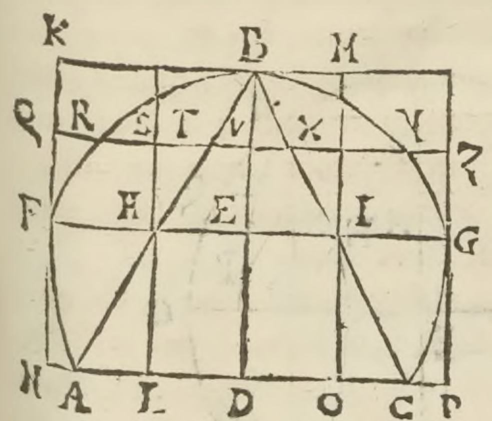
7. Si inter XQ, AE, ducatur alia parallela ipsis, adeo vt hæc, & XQ, intercipiant segmentum intermedium. Habebimus pariter in parte ipsius QE, tali segmento correspondente, centrum æquilibrij portionis trunci sinistri existentis super illo segmento. Hæc omnia enim centra æquilibrij dantur, quia in citat. proposit. assignata fuerunt in axe

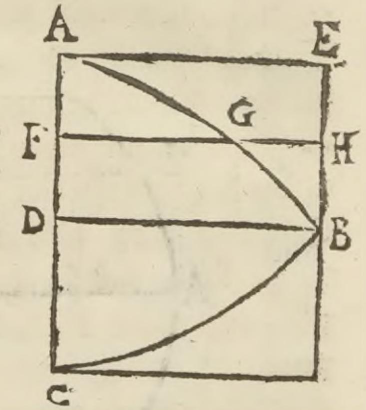
cen-

centra grauitatis partium ſphæræ, vel ſphæroidis correſpondentium partibus trunci ſiniſtri prædicti. Trunci vero dexteri prædicti cylindri, quoad ſuas partes, non habemus centra æquilibrij in BD, niſi ex ſuppoſitione circuli quadraturæ, qua ſuppoſita, nobis liceret reperire centra grauitatis in Nk, partium annuli ex DAB, circa kN.

8. Eſto ABC, quælibet portio circuli, vel ellipſis, cuius axis BD, & AB, ſit linea: ſuper AFBD, portione concipiamus cylindricum rectum ſectum diagonaliter plano tranſeunte per BD, & per punctum in latere erecto à puncto A. Truncus ſiniſter huius cylindrici, eſt, ex dictis, proportionaliter analogus cum portione ſphæræ, vel ſphæroidis ABC. Item, ſi per lineam BA, tranſeat planum erectum ABD, quod dirimat truncum in duas partes; eius portio exiſtens ſuper triangulo ABD, erit proportionaliter analoga cum cono ABC. Reliqua ergo eius portio, cuius baſis AFBA, erit proportionaliter analoga cum exceſſu portionis ABC, ſphæræ, vel ſphæroidis, ſupra conum ABC. Ex ſchol. 2. propoſit. 45. miſcell. ſciendum eſt, centrum æquilibrij illius ſegmenti trunci exiſtentis ſuper AFBA, & appenſi ſecundum BD, eſſe in E, medio puncto BD, in quo ex loc. citat. eſt centrum grauitatis exceſſus ABC, portionis ſupra ABC, conum. Item ſi per FH, biſecantem BA, intelligamus erigi planum, ſecans partem illius trunci in duas partes relictas hinc inde, centrum æquilibrij partis exiſten-

tis

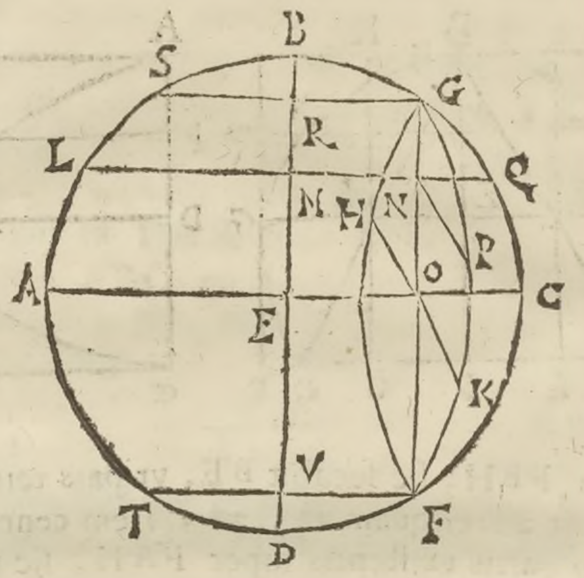




tis ſuper FBH, ſic ſecabit BE, vt pars terminata ad B, ſit ad reliquam vt 5. ad 3. Item centrum æquilibrij partis exiſtentis ſuper FAH, ſic ſecabit DE, vt pars terminata ad D, ſit ad reliquam vt 5. ad 3. Sed etiam aliarum partium illius portionis trunci exiſtentis ſuper AFBA, poſſumus in BD, aſſignare centra æquilibrij. Quæ autem hæ ſint, elicietur ex loc. cit.

9. Si ABCD, ſit circulus, vel ellipſis, cuius axis BD, & ipſi BD, ſit parallela GF, ductiſque RG, VF, normalibus ipſi BD, ſuper RGCFV, concipiatur cylindricus rectus ſectus diagonaliter plano tranſeunte per RV, & per punctum in latere erecto à puncto C. In tali caſu, truncus dexter huius cylindrici, erit proportionaliter analogus cum ſegmento ſphæræ, vel ſphæroidis TASGCF. Cum ergo ſecto hoc trunco, plano per GF, erecto cir-

culo,



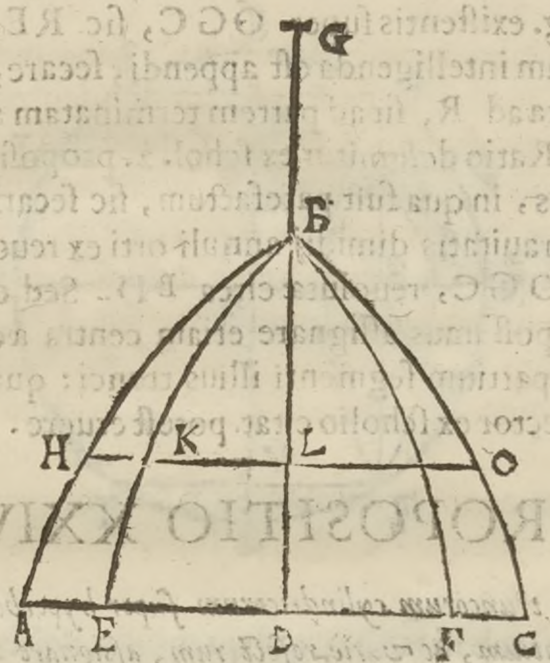
culo, vel ellipſi, diuidatur hic truncus in duas partes, quarum exiſtens ſuper parallelogrammo RF, ſit proportionaliter analoga cum cylindro ex eodem parallelogrammo reuoluto circa RV, reliqua pars huius exiſtens ſuper portione GCF, erit proportionaliter analoga cum annulo ex eadem portione reuoluta circa eandem RV. Ridiculum eſſet, ſuppoſito E, biſecare RV, dicere, ipſum eſſe centrum æquilibrij illius portionis trunci exiſtentis ſuper GCF, cum hoc ſit luce meridiana clarius. Non erit tamen ridiculum affirmare, ac tradere, OC, biſecante GF, ac per ipſam erecto plano dirimente portionem prædictam illius trunci in duas partes re-

lictas hinc inde, centrum æquilibrij alterutrius ipſarum, v. g. exiſtentis ſuper OGC, ſic RE, ſecundum quam intelligenda eſt appendi, ſecare, vt pars terminata ad R, ſit ad partem terminatam ad E, vt 5. ad 3. Ratio deſumitur ex ſchol. 2. propoſit. 5. primæ partis, in qua fuit patefactum, ſic ſecari RE, à centro grauitatis dimidij annuli orti ex reuolutione figuræ OGC, reuolutæ circa BD. Sed ex ſchol. citato, poſſumus aſſignare etiam centra æquilibrij aliarum partium ſegmenti illius trunci: quæ autem hæ ſint, lector ex ſcholio citat. poteſt eruere.

PROPOSITIO XXIV.

Variorum truncorum cylindricorum ſuper hyperbola variè exiſtentium, ac variè reſectorum, aſſignare lineas, in quibus ſint centra æquilibrij.

1. ESto hyperbola ABC, cuius latus tranſuerſum GB; ſuper ſemihyperbola ABD, concipiatur cylindricus rectus ſectus diagonaliter plano tranſeunte per BD, & per punctum in latere. Truncus ſiniſter huius cylindrici, eſt proportionaliter analogus cum conoide hyperbolico ABC. Centrum ergo æquilibrij illius trunci ſiniſtri, vel ſic diuidit, ex propoſit. 13. miſcell. duodecimam partem BD, ordine quartam à D, vt pars propinquior D, ſit ad reliquam, vt dimidium GB, ad tertiam partem BD. Vel ex propoſit. 14. eiuſdem, ſic diui-



dit quartam partem BD, ordine secundam à D, vt pars propior D, sit ad reliquam, vt sexta pars GB, ad tertiam partem GD. Vel demum, ex prop. 44. miscell. sic diuidit BD, e.g. in L, vt BL, sit ad LD, vt GB, cum subsesquitertia BD, ad dimidium GB, cum quarta parte DB.

2. Si ducta HL, parallela AD, ac super segmento AHLD, concipiamus cylindricum rectum sectum vt supra; etiam trunci sinistri huius, habebimus in LD, centrum æquilibrij; quod erit idem cum centro grauitatis segmenti conoidis AHOC,

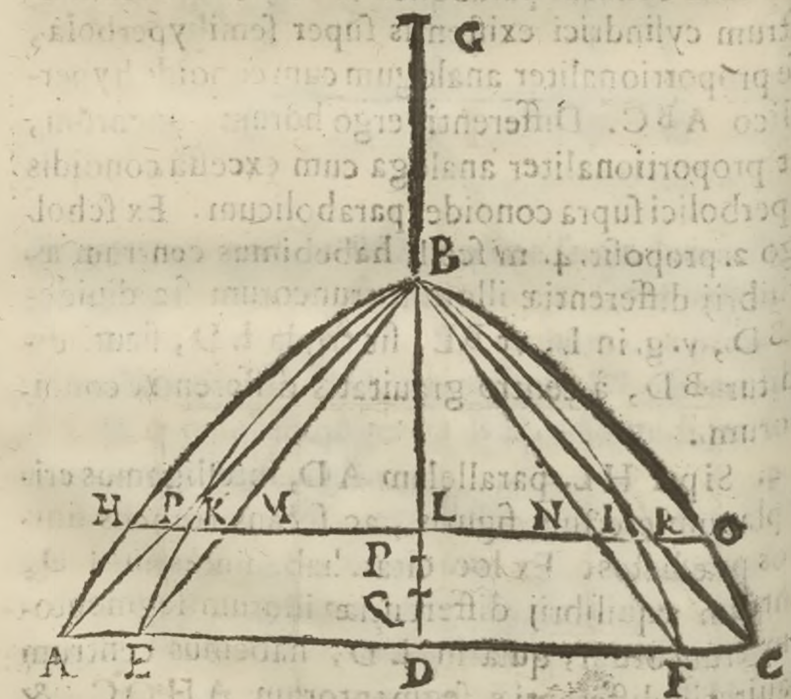
cuius assignatur centrum grauitatis in LD, in proposit. 17. miscell.

3. Si intra hyperbolam ABC, concipiamus parabolam quadraticam EBF, ita diuidentem AD, in E, vt quadratum AD, sit ad quadratum DE, vt DG, ad GB; (existente GB, latere transuerso) & tam super semihyperbola ABD, quam super semiparabola EBD, concipiamus cylindricos rectos æquealtos sectos plano transeunte per BD, & per punctum in latere erecto à puncto A. Patet ex dictis, truncum sinistrum cylindrici existentis super semiparabola EBD, esse proportionaliter analogum cum conoide parabolico EBF; & truncum sinistrum cylindrici existentis super semihyperbola, esse proportionaliter analogum cum conoide hyperbolico ABC. Differentia ergo horum truncorum, erit proportionaliter analoga cum excessu conoidis hyperbolici supra conoides parabolicum. Ex schol. ergo 2. proposit. 4. miscell. habebimus centrum æquilibrij differentiæ illorum truncorum sic diuidere BD, v.g. in L, vt BL, sit tripla LD, sicuti diuiditur BD, à centro grauitatis differentiæ conoideorum.

4. Si per HL, parallelam AD, intelligamus erigi planum erectum figuris, ac secans truncos sinistros prædictos. Ex loc. citat. habebimus in LD, centrum æquilibrij differentiæ illorum segmentorum truncorum, quia in LD, habemus centrum grauitatis differentiæ segmentorum AHOC, &

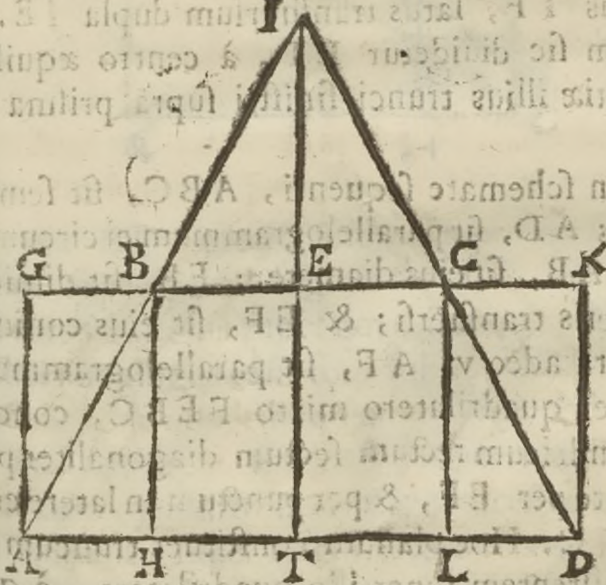
EkF. Diuidetur ergo LD, à tali centro æquilibrij, vt diuiditur à centro grauitatis frusti conici contenti inter plana AC, HO, & quod sit segmentum talis coni, cuius diameter sit BD.

5. In schemate sequenti in iisdem figuris intelligamus ductas rectas BE, BA, & intelligamus quatuor cylindricos æquealtos, quorum bases EBD, triangulum, EBD, semiparabola, ABD, triangulum, & ABD, semihyperbola; & omnes hi cylindrici intelligantur secti vt prius. Ex schol. proposit. 6. miscellanei, deducemus, medium punctum BD,



esse centrum æquilibrij tam differentiæ truncorum sinistrorum existentium super ADB semihyperbola, & ABD, triangulo, quam super EDB, semiparabola, & EBD, triangulo. Nam idem medium punctum BD, est centrum grauitatis excessus vtriusque conoidis singillatim supra conos sibi inscriptos.

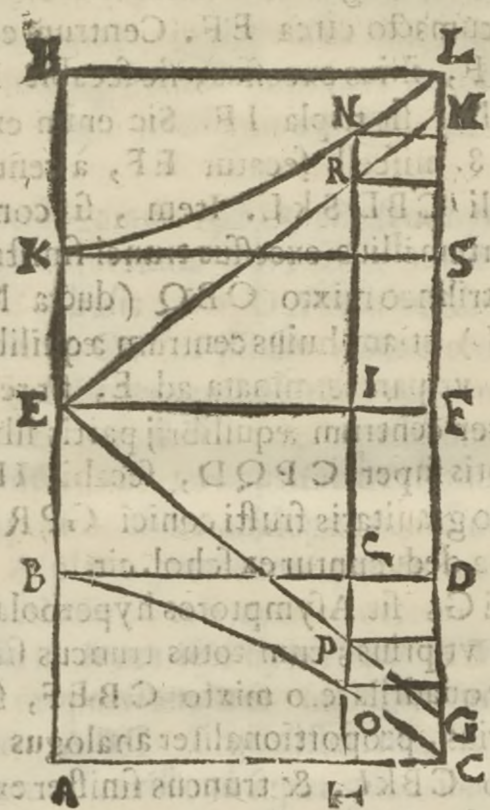
6. Si AIT, sit triangulum rectangulum ad T, & ABET, sit trapezium cuius oppositæ bases BE, AT, sint parallelæ, & sit parallelogrammum BT; & tam super trapezio ABET, quam super parallelogrammo BT, concipiantur cylindrici recti secti diagonaliter plano transeunte per ET, & per pun-



ctum in latere erecto à puncto A. Patet truncum ſiniſtrum cylindrici exiſtentis ſuper trapezio, eſſe proportionaliter analogum cum ſegmento conico ABCD; ſicuti priſma ſiniſtrum ſuper BT, exiſtens, eſt proportionaliter analogum cum cylindro BL. Exceſſus ergo trunci ſiniſtri exiſtentis ſuper trapezio, ſuper priſma exiſtens ſuper parallelogrammo, erit proportionaliter analogus cum exceſſu ſegmenti conici ABCD, ſupra cylindrum BL. Ita ergo diuidetur ET, à centro æquilibrij illius differentiæ truncorum, ſicuti diuiditur à centro grauitatis exceſſus ABCD ſupra cylindrum BL. Sed centrum grauitatis huius exceſſus, ſic diuidit ET, ex ſchol. 2. propoſit. 10 miſcell. veluti diuiditur eadem ET, à centro grauitatis conoidis hyperbolici, cuius axis TE, latus tranſuerſum dupla IE. Ergo etiam ſic diuidetur ET, à centro æquilibrij differentiæ illius trunci ſiniſtri ſupra priſma ſiniſtrum.

7. In ſchemate ſequenti, ABC, ſit ſemihyperbola; AD, ſit parallelogrammum ei circumſcriptum; AB, ſit eius diameter; EB, ſit dimidium eius lateris tranſuerſi; & EF, ſit eius coniugata diameter, adeo vt AF, ſit parallelogrammum. Iam ſuper quadrilatero mixto FEBC, concipiamus cylindricum rectum ſectum diagonaliter plano tranſeunte per EF, & per punctum in latere erecto à puncto C. Hoc planum conſtituet truncum ſiniſtrum exiſtentem ſuper illo quadrilatero, à quo à

pla-



plano per BD, erecto auferetur priſma ſiniſtrum exiſtens ſuper parallelogrammo BF. Truncus ſiniſter totus exiſtens ſuper quadrilatero, eſt proportionaliter analogus cum toto ſolido CBkL, orto ex reuolutione quadrilateri mixti circa EF. Priſma vero exiſtens ſuper BF, eſt proportionaliter analogum cum cylindro BS. Ergo exceſſus trunci ſiniſtri exiſtentis ſuper quadrilatero mixto CBEF, ſupra priſma ſiniſtrum exiſtens ſuper BF, erit propor-

por-

portionaliter analogus cum solido ex trilineo mixto CBD, circumacto circa EF. Centrum ergo æquilibrij in EF, illius excessus, sic secabit EF, v.g. in I, vt EI, sit tripla IF. Sic enim ex schol. 2. proposit. 18. miscell. secatur EF, à centro grauitatis annuli CBDSkL. Item, si concipiamus tantum partem illius excessus trunci sinistri existentem super trilineo mixto OBQ (ducta NT, parallela CL) etiam huius centrum æquilibrij sic secabit EI, vt pars terminata ad E, sit reliquæ tripla. Pariter centrum æquilibrij partis illius excessus existentis super CPQD, secabit IF, vt secatur à centro grauitatis frusti conici GPRM. Hæc enim omnia deducuntur ex schol. cit.

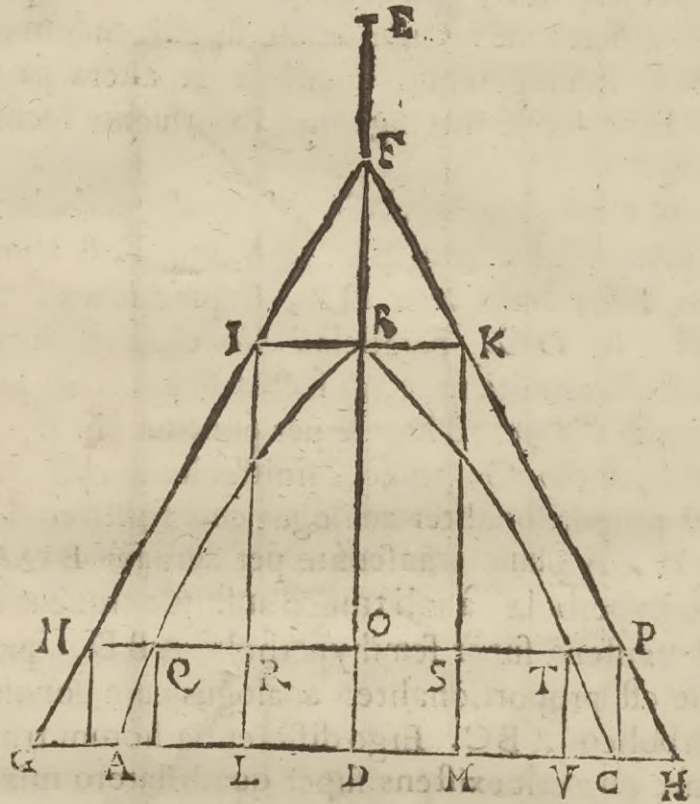
8. Si EG, sit Asymptotos hyperbolæ, & dentur reliqua vt prius; cum totus truncus sinister existens super quadrilatero mixto CBEF, sit, vt dictum est prius, proportionaliter analogus cum solido rotundo CBkL, & truncus sinister existens super triangulo GEF, sit proportionaliter analogus cum cono GEM, ergo differentia horum truncorum, nempe illa, quæ existit super quadrilatero CBEG, erit proportionaliter analoga cum solido rotundo GCBEkLM. Ex schol. ergo 2. proposit. 19. miscell. habebimus, secari EF, in medio sui puncto à centro æquilibrij illius differentiæ, sicuti secatur à centro grauitatis illius solidi. Sed non solum ex loc. citat. sic secabitur EF, à centro æquilibrij totius differentiæ, sed etiam sic secabitur

quæ-

quælibet pars EF, quæ correspondeat cuilibet parti illius differentiæ. Quod etiam intelligendum est si omnia intelligerentur duplicari ex altera parte KB. Hæc facile intelligentur ab intuente locum citatum.

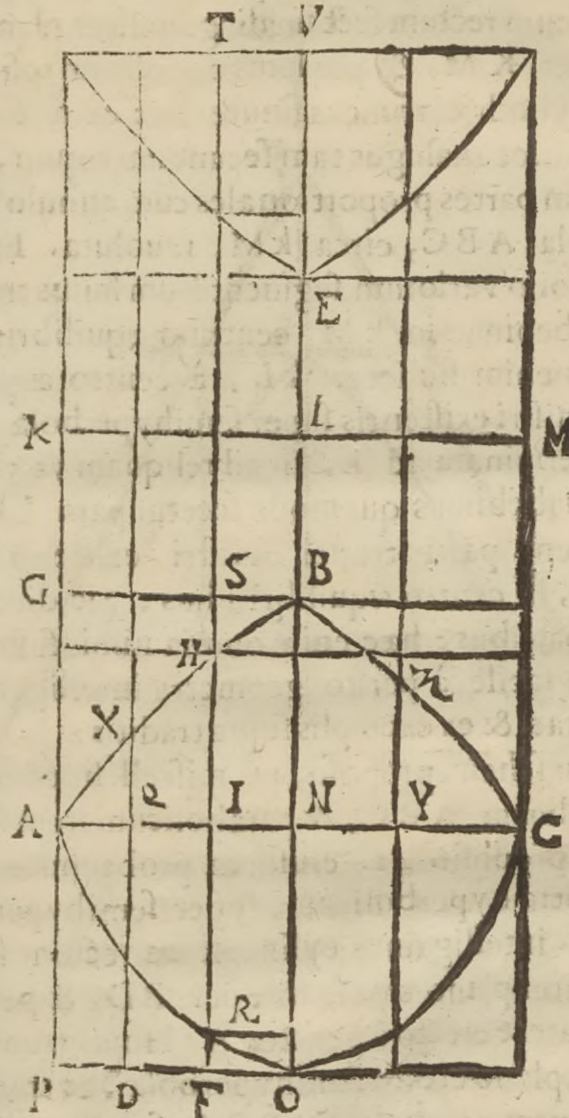
9. Si intelligamus ABD, esse semihyperbolam, cuius latus transuersum EB; centrum F; & asymptotos FG; basis vero DA, sit producta ad G, ac BI, sit DG, parallela. Concipiatur super GIBD, cylindricus rectus sectus diagonaliter plano transeunte per BD, & per punctum in latere erecto à puncto G; truncus sinister huius cylindrici, est proportionaliter analogus cum frusto conico GIkH. A plano transeunte per curuam BQA, erecto hyperbolæ, à tali trunco aufertur truncus sinister existens super semihyperbola ABD, quod vtique est proportionaliter analogus cum conoide hyperbolico ABC. Ergo differentia horum truncorum, quæ erit existens super quadrilatero mixto GIBA, erit proportionaliter analoga cum excessu solidi GIkH, supra conoides ABC. Ex schol. proposit. 20. Miscell. in quo dicitur centrum grauitatis excessus segmenti conici GIKH, supra conoides secare semper BD, in eius medio puncto, haurietur sic etiam secari eadem BD, à centro æquilibrij differentiæ illorum truncorum. Et cum in eodem scholio sit affirmatum, sic etiam secari partes axis à centris grauitatis partium solidi correspondentium; v. g. ducto plano NP, parallelo GH,

Aa etiam



etiam O D, bifariam diuidi à centro grauitatis excessus frusti conici G N P H, supra segmentum conoidis A Q T C, sic etiam diuidetur O D, à centro æquilibrij differentiæ illorum truncorum existentis super G H Q A.

10. Ex schol. 3. proposit. 26. miscell. eliciemus centra æquilibrij aliorum segmentorum, quæ nunc explicabimus. In schemate ergo illius proposit. quod iterum apponimus, intelligamus A B C, esse hy-



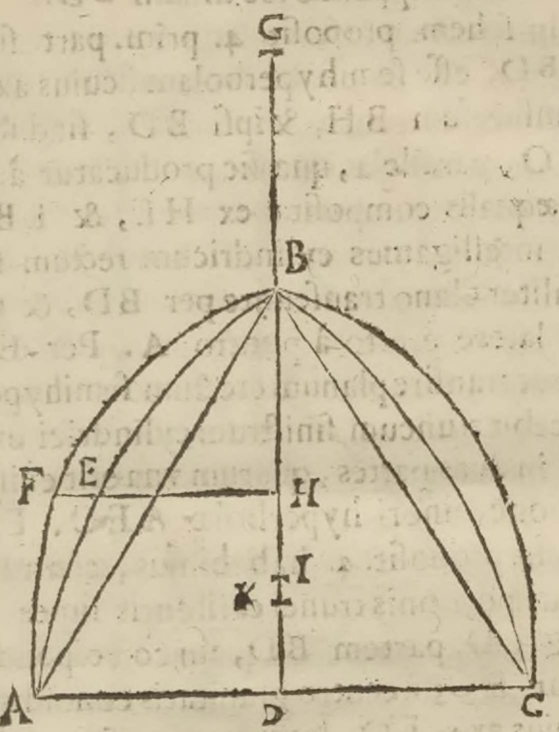
hyperbolam, cuius axis B N; latus transuersum E B; centrum L; & k M, sit secunda coniugata

 dia-

diameter. Intelligamus ſuper ABC, hyperbola cylindricum rectum ſectum diagonaliter plano tranſeunte per KM, & per latus oppoſitum ipſi AC. Huius cylindrici truncus ſiniſter erit ex dictis, proportionaliter analogus tam ſecundum totum, quam ſecundum partes proportionales cum annulo lato ex hyperbola ABC, circa kM, reuoluta. Ex citat. ergo ſcholio variorum ſegmentorum huius trunci ſiniſtri habebimus in kM, centrum æquilibrij. Habebimus enim ſic ſecari kL, à centro æquilibrij trunci ſiniſtri exiſtentis ſuper ſemihyperbola ABN, vt pars terminata ad L, ſit ad reliquam vt 5. ad 3. Pariter habebimus quomodo ſecetur pars Lk, correſpondens parti trunci ſiniſtri exiſtenti ſuper IHBN, à centro æquilibri illius. Sic dicatur de cæteris partibus: hæc enim omnia nimis ſunt manifeſta, & facile à perito geometra intelligentur ex ſchol. citat. & ex exemplis ſupra traditis.

11. In ſchem. propoſit. 42. miſcell. ſint conoidea hyperbolicum ABC, & parabolicum item ABC, quod in propoſit. 41. eiuſdem probauimus totum cadere intra hyperbolicum, ſuper ſemihyperbola AFBD, intelligamus cylindricum rectum ſectum diagonaliter plano tranſeunte per BD, & per punctum in latere erecto à puncto A. Huius truncus ſiniſter, à plano erecto ſemihyperbolæ, ac tranſeunte per curuam parabolicam BEA, ſecabitur in duas partes, quarum vna erit truncus ſiniſter cylindrici erecti ſuper ſemiparabola; altera erit exceſſus

trun-



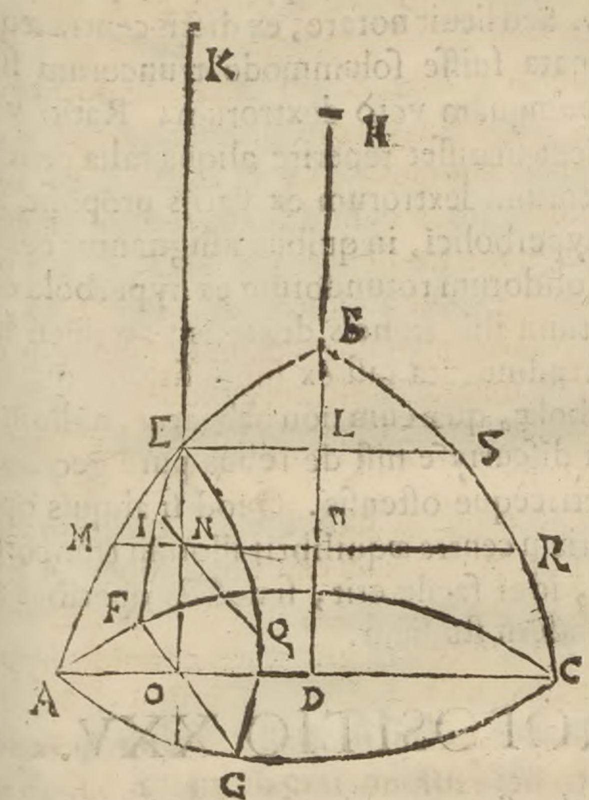
trunci ſiniſtri hyperbolici ſupra truncum ſiniſtrum parabolicum. Cum ergo vterque truncus ſiniſter, ſit proportionaliter analogus cum ſuo conoide; erit differentia ipſorum, cuius baſis exceſſus ſemihyperbolæ ſuper ſemiparabola, proportionaliter analoga cum exceſſu conoidis hyperbolici, ſupra conoides parabolicum. Ex propoſit. 42. miſcell. in qua oſtenditur H, medium punctum BD, eſſe centrum grauitatis exceſſus conoidis hyperbolici ſupra conoides parabolicum, habebimus idem punctum H, eſſe centrum æquilibrij differentiæ illorum trunco-

rum

rum sinistrorum appensæ secundum BD.

12. In schem. proposit. 4. prim. part. supponamus ABD, esse semihyperbolam, cuius axis BD, latus transuersum BH, & ipsi BD, sit ducta vbilibet EO, parallela, quæ sic producatur ad k, vt kE, sit æqualis compositæ ex HL, & LB: super ABD, intelligamus cylindricum rectum sectum diagonaliter plano transeunte per BD, & per punctum in latere erecto à puncto A. Per EO, intelligamus transire planum erectum semihyperbolæ, quod secabit truncum sinistrum cylindrici existentis ABD, in duas partes, quarum vna erit existens super portione minori hyperbolæ AEO. Ex schol. prim. dictæ proposit. 4. habebimus, centrum æquilibrij illius portionis trunci existentis super AEO, sic secare LD, partem BD, illi correspondentem, vt secatur EO, à centro grauitatis conoidis hyperbolici cuius axis EO, latus transuersum kE. Pariter ex schol. 2. eiusdem proposit. patebit, secta prædicta parte trunci existente super AEO, plano per MN, transeunte, parallelo plano AFCG, patebit inquam, partem illam illius trunci existentem super AMNO, habere suum centrum æquilibrij, quod sic diuidat PD, partem axis illi correspondentem, vt diuiditur NO, à centro grauitatis frusti conoidis hyperbolici, cuius frusti axis, sit NO, E, O vero sit axis totius conoidis hyperbolici, cuius illud est frustum, KE, vero sit latus transuersum.

SCHO-



SCHOLIVM.

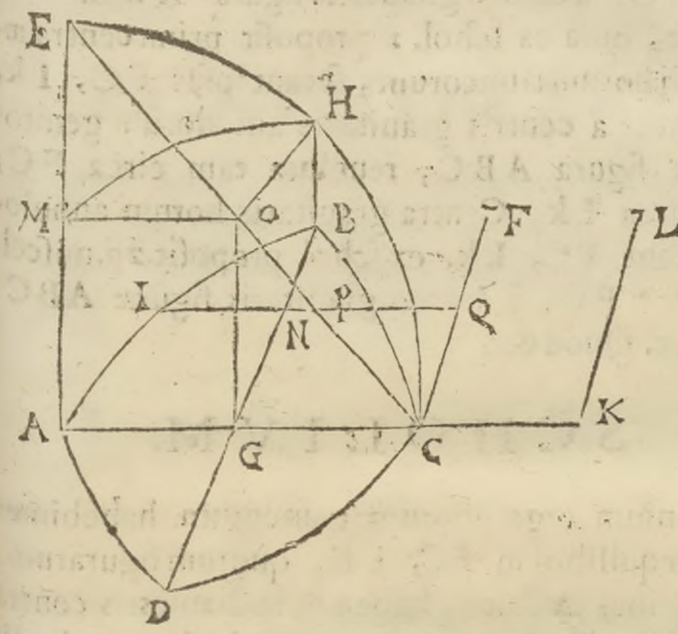
Hæc sunt segmenta cylindricorum super hyperbola variè existentium, quorum assignata fuerunt in lineis puncta æquilibrij, per quæ puncta si ducantur lineæ in basibus illorum truncorum parallelæ illis, quibus duci debent, in ijs erunt centra æquilibrij illorum

lorum truncorum in baſibus appenſorum ſecundum ipſas baſes. Sed licuit notare, ex dictis centra æquilibrij aſſignata fuiſſe ſolummodo truncorum ſiniſtrorum, numquam verò dextrorum. Ratio vero eſt, quia licet licuiſſet reperire aliqua talia centra etiam truncorum dextrorum ex varijs propoſit. miſcellanei hyperbolici, in quibus aſſignantur centra grauitatis ſolidorum rotundorum ex hyperbola correſpondentium illis truncis dexteris; attamen hæc non fuerunt adinuenta niſi ex ſuppoſitione quadraturæ hyperbolæ, quæ cum non habeatur, nolluimus in præſenti diſcurrere niſi de rebus purè geometricis, geometricèque oſtenſis. Quod ſi aliquis optet aſſignare etiam centra æquilibrij illorum truncorum dextrorum, id ei facile erit, ſi noſtris operibus aliquod impenderit ſtudium.

PROPOSITIO XXV.

Si ſuper qualibet figura circa diametrum, ſit cylindricus rectus ſectus diagonaliter plano tranſeunte, vel per parallelam diametro ductam ab extremitate baſis, vel extra baſim. Centrum æquilibrij trunci ſiniſtri huius cylindrici appenſi ſecundum lineam in extremitate baſeos, vel extra baſim, per quam tranſit planum diagonale, quæ ſit æqualis diametro figuræ ipſam ſecabit, vt ſecatur diameter figuræ à centro grauitatis figuræ.

Eſto



Esto quælibet figura ABC, circa diametrum BG, & tam ab extremitate baſis AC, ducatur CF, æqualis, & parallela diametro BG, quam extra baſim, ſit ducta KL, itidem æqualis, & parallela BG: ſuper ABC, intelligamus cylindricum rectum ſectum tam plano diagonaliter tranſeunte per CF, & per punctum in latere E, & huius cylindrici ſit truncus ſiniſter CABE, quam plano diagonaliter tranſeunte per Lk, & per punctum idem E, in latere. Dico amborum horum truncorum ſiniſtrorum appenſorum ſecundum FC, Lk,

 centra

centra æquilibrij sic secare ipsas FC, Lk, vt secatur BG, à centro grauitatis figuræ ABC.

Patet, quia ex schol. 2. proposit. prim. centra æquilibrij horum truncorum, secant ipsas FC, Lk, vt secantur à centris grauitatis annulorum genitorum ex figura ABC, reuoluta tam circa FC, quam circa Lk. Centra grauitatis horum annulorum secant FC, Lk, ex schol. proposit. 29. miscel. vt secatur BG, à centro grauitatis figuræ ABC. Ergo &c. Quod &c.

SCHOLIVM.

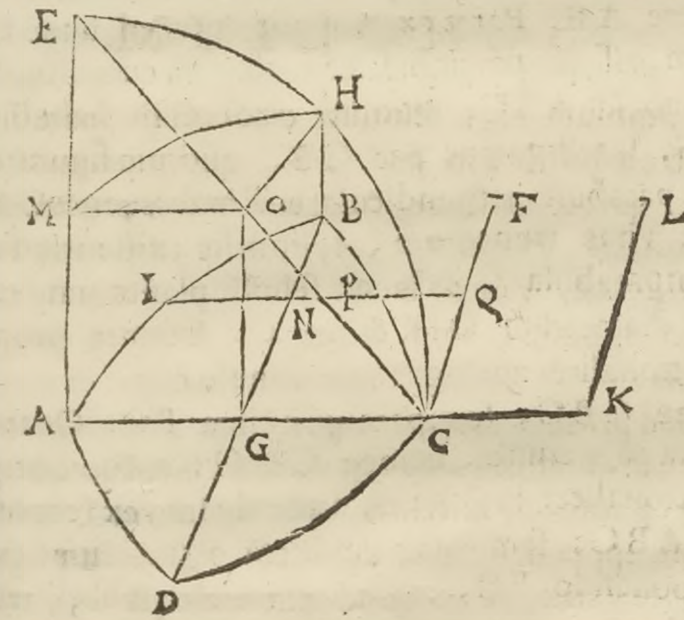
Omnium ergo illorum truncorum habebimus centra æquilibrij in FC, LK, quorum figurarum, super quibus existunt, habemus in diametris centra grauitatis. Hæ sunt infinitæ, infinitisque modis diuersificatæ. Videat lector scholium citatum, ex eo enim agnoscet amplitudinem præsentis propositionis.

Sed præsens propositio potuisset etiam alio modo ostendi, nempe, ex eo quod centrum æquilibrij totius cylindrici existentis super figura, ac secundum ipsam appensi, sit idem cum centro grauitatis figuræ. Et vice versa, ex eo quod centrum æquilibrij trunci sinistri appensi secundum FC, secet ipsam, vt secatur BG, à centro grauitatis figuræ ABC, nobis liceret faciliter ostendere, centrum æquilibrij totius cylindrici idem esse cum centro grauitatis figuræ, super

super qua existit. Sed hæc relinquimus lectori considerandæ.

PROPOSITIO XXVI.

Assignare lineas in basibus aliorum truncorum cylindricorum super infinitis parabolis, ac trilineis existentium, variè resectorum, in quibus sint ipsorum centra æquilibrij.



VT breuiter procedamus quantum fieri potest, ac pariter explicemus ea omnia, quæ nobis videntur scitu digna circa præsentem materiam centrorum æquilibrij, & grauitatis truncorum cylindricorum, determinauimus in præsenti propositione nonnulla simul colligere, vt etiam supra in varijs propositionibus fecimus, ac assignare centra æquilibrij variorum truncorum.

1. Ergo intelligamus in figura anteced. proposit. A B C, esse quamlibet ex infinitis parabolis cuius exponens sit numerus par, circa diametrum G B, & super ipsa intelligamus C B A E, truncum sinistrum cylindrici recti super parabola existentis, ac secti plano transeunte per C, & per E, punctum in latere A E. Patet ex proposit. anteced. hunc truncum, esse proportionaliter analogum cum annulo ex parabola A B C, reuoluta circa C F, parallelam B G. Intelligamus per G B, erigi planum G H, ipsi parabolæ perpendiculare. Truncus ergo G H C, erit vnus truncorum, cylindrici existentis super semiparabola G B C, ac resecti plano transeunte per diametrum O H, & per C. Erit ergo hic proportionaliter analogus cum annulo orto, ex reuolutione G B C, semiparabolæ circa F C. Quare reliqua pars trunci, nempe G O H B A E, erit proportionaliter analoga cum annulo lato ex reuolutione A B G, semiparabolæ circa F C. Cum ergo, supponendo F C, æquari diametro B G, habeamus in numeris, ex proposit. 10. prim. part. in qua ratione secetur F C, à centro grauitatis annuli ex A B G, reuoluta circa F C; habebimus consequenter in qua ratione secetur B G, à centro æquilibrij

trun-

trunci G H E A, secundum G B, appensi. Quod diligenter explicatum fuit in hoc, intelligendum erit in alijs, in quibus adhibebimus alias figuras.

2. Supponamus enim in sequenti figura, esse supradictam parabolam A B C, eiusque diametrum esse B D, annulum ex ipsa genitum esse A B C H G, qui sit sectus plano L Q, A G, parallelo: intelligamus super A B D, G H E A, segmentum trunci anteced. schematis, quod segmentum sit rursum sectum plano erecto parabolæ, ac per L I, transeunte. Portionis huius segmenti existentis super A L I D, habebimus in I D, centrum æquilibrij, secundum I D, appensi. Hoc autem habemus ex proposit. 11. prim. part. in qua assignatur in N C, centrum grauitatis segmenti annularis ad basim ex A L I D, segmento reuoluto circa N C.

3. Annulum prædictum A B C H G, secemus figura Z B X, æquidistanter F C, & ad parabolam genitricem erecta. Super semifigura Z B D, intelligamus cylindricum rectum, sectum diagonaliter plano transeunte per D B, & per punctum in latere erecto à puncto Z. Etiam trunci sinistri huius cylindrici habebimus in B D, centrum æquilibrij, si hunc appendamus secundum B D. Hoc autem habebimus ex schol. citat. proposit. 10. in qua assignatur centrum grauitatis solidi Z B X. Sicuti ex schol. citat. proposit. 11. habebimus centrum grauitatis segmenti ad basim talis trunci, si ipse secetur modo sæpe sæpius explicato.

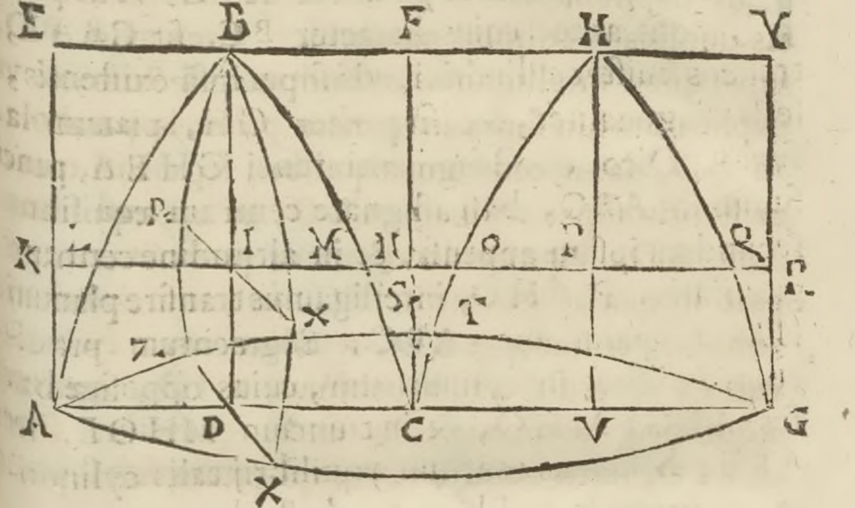
4. Sup-

4. Supponamus ABC, eſſe quodlibet ex infinitis duplicatis trilineis parabolicis circa axim BD, ſuper quod intelligamus cylindricum ſectum, & vt explicatum fuit ſupra in numero primo in parabola. In BD, datur centrum æquilibrij ſegmenti trunci exiſtentis ſuper trilineo ABD, ac appenſi ſecundum BD. Hoc quidem datur ex propoſit. 20. pri. part. in qua aſſignatur in FC, centrum grauitatis annuli ex trilineo ABD, reuoluto circa FC. Sicuti ex propoſit. 21. habebimus in ID, centrum æquilibrij portionis talis fruſti exiſtentis ſuper ALID, ſectis omnibus, vt explicatum fuit ſupra in numero ſecundo.

5. Annulus ABCHG, ſecetur figura ZBX, vt explicatum fuit in numero 3. & ſint reliqua, vt ibidem. Centrum æquilibrij in BD, trunci ſiniſtri cylindrici exiſtentis ſuper ZBD, ſecti vt in numero tertio dictum eſt, habebimus ex ſchol. citat. propoſit. 20. Sicuti ex ſchol. citat. propoſit. 21. habebimus in ID, centrum æquilibrij portionis talis trunci exiſtentis ſuper portionem ad baſim figuræ prædictæ.

6. Supponamus ABC, eſſe quidem quodlibet ex infinitis trilineis, ſed adeo vt BD, ſit baſis; & ſint reliqua iuxta ſuperius dicta. Centrum æquilibrij in BD, ſegmenti trunci exiſtentis ſuper trilineo ABD, habebimus ex propoſit. 24. prim. part. Ex propoſit. 25. habebimus in ID, centrum æquilibrij portionis ſegmenti prædicti trunci exiſtentis

ſuper



ſuper ALID, ſecti conſueto modo. Ex ſchol. propoſit. 24. habebimus in BD, centrum æquilibrij trunci ſiniſtri cylindrici recti exiſtentis ſuper ſemifigura ZBD. Sicuti ex ſchol. propoſit. 25. habebimus in eadem BD, centrum æquilibrij ſegmenti ad baſim prædicti trunci. Intelligendum tamen eſt, hæc omnia ſecari ſuperiorum ad inſtar.

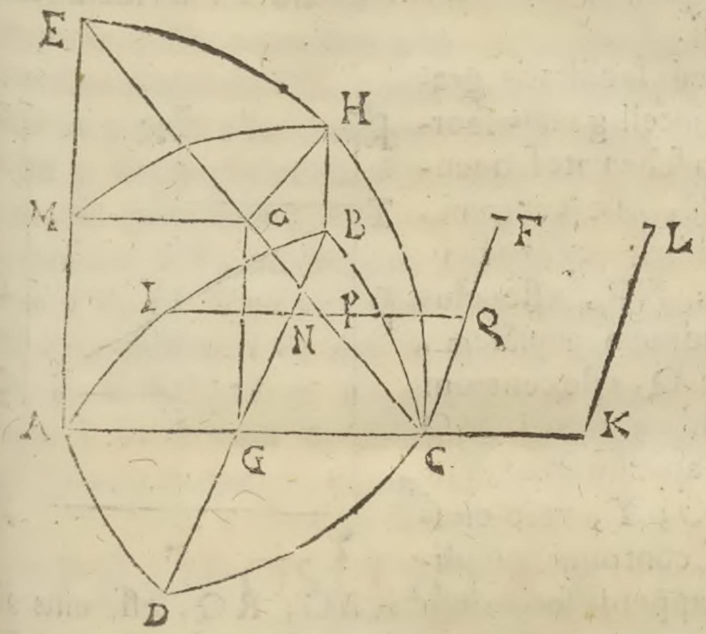
PROPOSITIO XXVII.

Segmenti trunci vt in propoſit. anteced. exiſtentis ſuper quacunque parabola cuius exponens ſit numerus par, poſſumus in baſi aſſignare centrum æquilibrij, & in altitudine centrum grauitatis.

Eſto

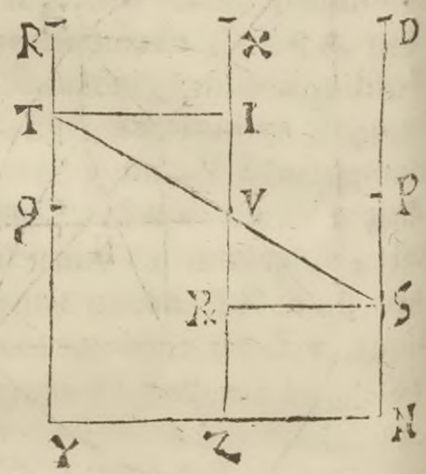
Esto ergo quælibet parabola ABC, vt in proposit. antec. cuius diameter BG, sit CBAE, truncus sinister cylindrici recti super ipsa existentis, secti diagonaliter, &c. sit pariter GH, planum vt supra. Dico, quod segmenti trunci GHEA, possumus in ABG, basi assignare centrum æquilibrij secundum ipsam appensi, & in altitudine centrum grauitatis. Per HO, intelligamus transire planum HMO, parallelum ABG. Segmentum prædictum diuiditur in cylindricum, cuius oppositæ bases ABG, MHO, & in truncum MHOE. In ABG, habemus centrum æquilibrij talis cylindrici, ex proposit. 5. lib. 3. quod est idem cum centro grauitatis semiparabolæ ABG. Ex proposit. 12. huius habemus in MHO, seù in ABG, centrum æquilibrij trunci OMHE, appensi secundum MHO, seù ABG, (EMHO, etenim aliud non est, nisi truncus sinister cylindrici recti existentis super semiparabola MHO, resecti plano transeunte per HO, diametrum, & E, punctum in latere.) Si ergo coniungamus simul hæc duo centra, & linea ipsa iungens secetur in ratione reciproca cylindrici AH, ad truncum MHOE, inuentum punctum, erit centrum æquilibrij totius ABGOHE. Sed rationem cylindrici, ad illum truncum habemus ex coroll. 3. proposit. 4. lib. 3. Nam cylindricus AH, ad truncum MHOE, habet eandem rationem, quam habent duo solida simul ex reuolutione semiparabolæ ABG, tam circa BG, quam circa ductam per

A, ipsi



A, ipsi BG, parallelam, ad solidum ex ABG, circa BG, nempe ad conoides. Possumus ergo habere in ABG, centrum æquilibrij prædicti segmenti.

Sed non modo possumus habere centrum prædictum æquilibrij, verùm etiam in altitudine centrum grauitatis. Quod quidem probabitur eodem modo, repertis prius centris grauitatis cylindrici, & trunci, postea argumentando, vt supra factum fuit. Verum, quoniam etiam in numeris potest assignari ratio, in qua secetur altitudo à centro grauitatis, exemplificabimus hoc in trunco super parabola quadratica existente. Ex hoc enim exemplo magis, magisque percipiemus modum vniuersaliter illud idem ostendendi.



Sed facilitatis gratia, intelligamus seorsim in schemate sequenti, N, esse centrum æquilibrij cylindrici AH; NP, esse eius altitudinem æqualem AM; Q, esse centrum æquilibrij trunci MOHE, appensi secundum MHO; Y, vero eiusdem centrum æquilibrij appensi secundum ABG; RQ, esse eius altitudinem; RQY, eius duplam æqualem AE; T, esse centrum eius grauitatis; & S, esse medium punctum PN, ac proinde centrum grauitatis cylindrici AH. Si iungamus TS, erit in ipsa centrum grauitatis totius ABGOHE. Sit hoc V, & sit XZ, eius altitudo, & æqualis EA, lateri cylindrici, cui etiam sunt æquales RY, DN; & ducantur TI, S℞, parallelæ YN. RT, est ad TQ, ex schol. proposit. 9. in calce, vt 11. ad 4. seu vt 22. ad 8. Qualium ergo RQ, est 30, & RY, eius dupla, seu XZ, ei æqualis 60. RT, seu XI, erit 22. Sed cum talium NS, seu Z℞, sit 15. quia quarta pars DN, seu XZ. Ergo talium reliqua I℞,

I℞, erit 23. Et qualium I℞, est 11, talium XZ; erit 28. $\frac{16}{23}$. & XI, 10 cum $\frac{12}{23}$. Cum vero ex corol. 3. proposit. 4. lib. 3. sint solida ex semiparabola ABG, reuoluta tam circa BG, quam circa parallelam BG, ductam per A, ad conoides ex ABG, circa BG, vt 8. ad 3. Et cum sit vt illa duo solida ad conoides solum, sic cylindricus AH, ad truncum MHOE; nempe sic TV, ad VS; nempe sic IV, ad V℞. Erit IV, ad V℞, vt 8. ad 3. Qualium ergo I℞, est 11, talium IV, erit 8. Sed talium erat XI, 10. $\frac{12}{23}$. & XZ, 28. $\frac{16}{23}$. Ergo XV, erit 18. $\frac{12}{23}$, & reliqua VZ, 10. cum $\frac{4}{23}$. Erit ergo XV, ad VZ, vt 18. $\frac{12}{23}$. ad 10. cum $\frac{4}{23}$; nempe vt 71. ad 39.

PROPOSITIO XXVIII.

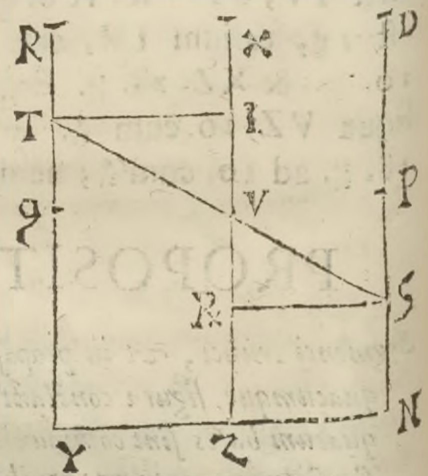
Segmenti trunci, vt in proposit. anteced. existentis super quacumque figura constante ex duabus semiparabolis, quarum bases sint communis diameter. Possumus in basi assignare centrum æquilibrij; & in altitudine grauitatis.

IN schem. anteced. propos. ABC, sit figura constans ex duabus semiparabolis sic dispositis vt BG, bases ipsarum, sint communis diameter, & sint omnia vt in proposit. anteced. Dico, quod segmenti trunci ABGHE, possumus assignare in ABG, centrum æquilibrij illius segmenti, & in altitudine centrum grauitatis. Nam cylindrici AH,

 habe-

habemus in A B G, centrum æquilibrij ex propoſit. 5. lib. 3. nempe ſemiparabolæ centrum grauitatis. Ex propoſit. 10. huius, habemus in M H O, ſeu A B G, centrum æquilibrij trunci M H O E. Rationem cylindrici A H, ad truncum M H O E, habemus ex coroll. prim. propoſit. 4. lib. 3. Ergo ad modum propoſit. anteced. eliciemus centrum æquilibrij in A B G.

Pariter eliciemus in altitudine centrum grauitatis, & in numeris in trunco ſuper parabola quadratica. In qua ſint, vt prius, N P, altitudo cylindrici; R Q, altitudo trunci M H O E, & reliqua vt ſupra in propoſit. anteced. R T, eſt ad T Q, vt 5. ad 2. ſeù vt 10. ad 4. ex ſchol. propoſit. 3. Qualium ergo R Q, eſt 14. & R Y, ſeù X Z, 28. talium R T, ſeu X I, erit 10. & N S, ſeù Z ℞, quarta pars X Z, erit 7. & reliqua I ℞, 11. Et qualium I ℞, eſt 7. talium X Z, erit 17. cum $\frac{9}{11}$. & X I, 6. cum $\frac{4}{11}$. Sed ex coroll. pri. propoſit. 4. lib. 3. ſunt duo ſolida ex A B G, reuoluta tam circa baſim B G, quam circa per A, ductam parallelam B G, ad ſolidum ex A B G, circa B G; nempe ad ſemifuſum, vt 5. ad 2. & vt illa duo



duo ſolida, ad illud ſolidum, ſic cylindricus A H, ad truncum M H O E; nempe ſic T V, ad V S; nempe I V, ad V ℞. Ergo I V, erit ad V ℞, vt 5. ad 2. Qualium ergo I ℞, eſt 7. talium I V, erit 5. Sed talium tota X Z, 17. cum $\frac{9}{11}$ & X I, 6. cum $\frac{4}{11}$. Ergo talium erit X V, 11, cum $\frac{4}{11}$; & reliqua V Z, 6. cum $\frac{5}{11}$. Erit ergo X V, ad V Z, vt 11, cum $\frac{4}{11}$, ad 6, cum $\frac{5}{11}$; nempe vt 125. ad 71.

PROPOSITIO XXIX.

Segmenti trunci in propoſit. anteced. exiſtentis ſuper quocumque duplicato trilineo circa diametrum, poſſumus in baſi aſsignare centrum æquilibrij, & in diametro grauitatis.

SEd ſupponamus A B C, eſſe quodlibet duplicatum trilineum circa diametrum B G, &c. Dico trunci A B G O H E, nos poſſe habere in A B G, centrum æquilibrij, & in altitudine centrum grauitatis.

De centro æquilibrij, patet. Quia centrum æquilibrij cylindrici A H, habemus ex propoſit. 8. lib. 3. in qua aſſignatur centrum grauitatis trilinei A B G. Centrum æquilibrij trunci M H O E, in M H O, ſeù in A B G, habemus ex propoſit. 16. huius. Rationem cylindrici A H, ad truncum M H O E, habemus ex ſchol. citat. propoſit. 8. lib. 3. in fine. Quare patet propoſitum.

De

De centro vero grauitatis in altitudine, exemplificabimus in trilineo parabolico quadratico. In quo, ſupponentes præparationem adhibitam in propoſit. anteced. ex ſchol. propoſit. 8. huius, RQ, altitudo trunci ſiniſtri MHOE, ſic ſecatur in T, centro grauitatis trunci prædicti, vt RT, ſit ad TQ, vt 16. ad 5. ſeu vt 32. ad 10. Qualium ergo RQ, eſt 42. & eius dupla RY, ſeù XZ, eſt 84. talium XI, eſt 32. & Z℞, quia ZX, quarta pars, 21. Ergo reliqua I℞, erit talium 31. Et qualium I℞, erit 13. talium tota XZ, erit 35. $\frac{7}{31}$. & XI, 13, $\frac{13}{31}$. Verum quoniam duo ſolida ex trilineo ABG, reuoluto tam circa diametrum BG, quam circa ductam per A, ipſi BG, parallelam, eſt ad conicum circa BG, vt 10. ad 3. ex citat. ſchol. propoſit. 8. lib. 3. & vt illa duo ſolida, ad conicum, ſic cylindricus AH, ad truncum MHOE; & vt cylindricus, ad truncum, ſic TV, ad VS; nempe ſic IV, ad V℞. Ergo IV, ad V℞, erit vt 10. ad 3. Ergo qualium I℞, eſt 13. talium IV, erit 10. Sed talium XI, erat 13. $\frac{13}{31}$. Ergo talium erit XV, 23. $\frac{13}{31}$. Sed talium erat tota XZ, 35. $\frac{7}{31}$. Ergo reliqua VZ, erit 11. $\frac{25}{31}$. XZ, ergo ſic diuidetur ab V, centro grauitatis prædicti ſegmenti trunci, vt XV, ſit ad VZ, vt 23. $\frac{13}{31}$. ad 11. $\frac{25}{31}$. nempe vt 121. ad 61.

PRO-

PROPOSITIO XXX.

Segmenti vt in anteced. propoſit. ſuper duplicato trilineo circa baſim, cuius exponens ſit numerus par. Poſſumus eadem centra aſſignare.

SEd ABC, ſit duplicatum quodcunque trilineum circa communem baſim BG. Dico &c.

Centrum æquilibrij in baſi ABG, reperietur. Quia ex citat. propoſit. 8. lib. 3. habemus in trilineo ABG, centrum æquilibrij cylindrici AH; nempe grauitatis trilinei. Centrum æquilibrij in ABG, vel in MHO, trunci ſiniſtri MHOE, habemus ex propoſit. 14. huius. Ratio cylindrici AH, ad truncum MHOE, habetur ex coroll. 2. propoſit. 4. lib. 3. Quare patet propoſitum quoad primum.

Quoad ſecundum patebit ex ſuperioribus, & ex exemplo ſtatim adducendo in numeris in trilineo parabolico quadratico. Sint in ſecundo ſchemate eadem, quæ ſupra. Ergo RQ, altitudo trunci MHOE, ſic ſecatur à T, centro grauitatis, vt RT, ſit quadrupla TQ, ex ſchol. propoſit. 5. Qualium ergo RY, ſeù XZ, dupla RQ, eſt 20. talium RT, ſeù XI, erit 8. Sed talium Z℞, eſt 5. Ergo reliqua I℞, erit 7. Et qualium I℞, erit 5. talium XZ, erit 14. $\frac{2}{7}$, & XI, 5. $\frac{5}{7}$. Cum vero deducatur ex coroll. citat. eſſe annulum ex trilineo ABG, circa parallelam ipſi BG, ductam per

A, vna

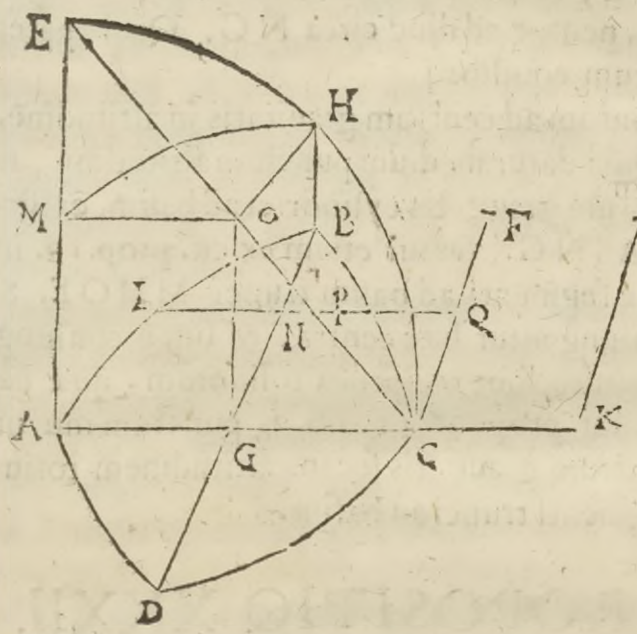
A, vna cum conico ex ABG, circa BG, ad ipsum conicum vt 4. ad 1. Ergo qualium I℞, erit 5. talium IV, erit 4. Ergo tota ZV, erit 9. $\frac{5}{7}$. Ergo reliqua VZ, erit talium 4. $\frac{4}{7}$. Erit ergo XV, ad VZ, vt 9. $\frac{5}{7}$. ad 4. $\frac{4}{7}$. nempe vt 17. ad 8.

PROPOSITIO XXXI.

Segmenti ad basim segmenti, vt in antecedentibus propositionibus, existentis super quacunque parabola, cuius exponens sit numerus par. Possumus centra æquilibrij in basi, & grauitatis in altitudine assignare.

ESto parabola ABC, circa diametrum BG, & cuius exponens sit numerus par: super semiparabola ABG, sit segmentum ABGOHE, trunci, vt in proposit. anteced. sit IN, parallela AG, per quam intelligamus transire planum parallelum AEC; hoc secabit tam cylindricum AH, quam truncum MHOE, in duo segmenta, quorum illa, quæ terminantur ad EAGO, trapezium simul sumpta, vocamus segmentum ad basim segmenti ABGOHE. Dico, quod huiusmodi segmenti ad basim, possumus in AING, centrum æquilibrij assignare, & in altitudine centrum grauitatis.

Primum patebit ad modum superiorum. Nam segmenti ad basim cylindrici AH, existentis super AING, habemus in AING, centrum æquilibrij,



brij, quod idem est cum centro grauitatis ipsius AING, quod habetur ex schol. proposit. 11. lib. 3. Segmenti ad basim trunci existentis super segmento semiparabolæ MHO, simili, & æquali ipsi AING, habemus in MHO, seù in AING, centrum æquilibrij, ex proposit. 19. huius. Ratio cylindrici existentis super AING, ad segmentum trunci MHOE, ad basim, habetur ex schol. 2. citat. proposit. 11. lib. 3. in quo assignatur ratio solidi ex segmento AING, circa parallelam NG, ductam per A, ad solidum ex eodem circa NG: nam cylindricus

cus ad baſim, eſt ad ſegmentum ad baſim trunci M H O E, vt duo dicta ſolida rotunda, ad vnum ipſorum, nempe ad illud circa N G. Quare patet dari centrum æquilibrij.

Quantum ad centrum grauitatis in altitudine, patet. Quia datur medium punctum altitudinis, nempe centrum grauitatis cylindrici ad baſim, exiſtentis ſuper A I N G. Datur etiam ex cit. prop. 19. in altitudine ſegmenti ad baſim trunci M H O E. Si ergo coniungantur hæc centra, & linea coniungens ſecetur in ratione reciproca ſolidorum, quæ hauritur ex citat. propoſit. 11. lib. 3. punctum inuentum erit centrum grauitatis ſecans altitudinem totius illius ſegmenti trunci ad baſim.

PROPOSITIO XXXII.

Segmenti ad baſim ſegmenti, vt in antecedentibus propoſitionibus, exiſtentis ſuper quacunque duplicato trilineo circa diametrum. Poſſumus centra æquilibrij in baſi, & grauitatis in altitudine aſſignare.

SEd ſupponamus A B C, eſſe quodcunque duplicatum trilineum circa diametrum B G, & ſegmentum trunci A B G O H E, intelligatur ſectum plano tranſeunte per I N., vt explicatum fuit in antecedenti propoſitione. Dico, quod ſegmenti ad baſim huiuſce ſegmenti poſſumus habere præfata centra.

De centro æquilibrij, patet. Quia cylindrici exiſtentis ſuper A I N G, centrum æquilibrij in A I N G, habemus ex ſcholio propoſit. 13. lib. 3. Segmenti ad baſim trunci M H O E, centrum æquilibrij in baſi habetur ex propoſit. 21. Ratio cylindrici ad baſim, ad ſegmentum prædictum ad baſim, habetur ex ſchol. citat. propoſ. 13. lib. 3. Quare habebitur etiam centrum æquilibrij.

De centro grauitatis etiam patet. Quia cum habeamus centra grauitatis tam cylindrici ad baſim, quam ex propoſit. citat. 21. ſegmenti ad baſim trunci M H O E. Et pariter cum habeamus ex citat. ſchol. rationem prædictorum ſolidorum; patebit etiam centrum grauitatis quæſitum.

PROPOSITIO XXXIII.

Totius trunci ſiniſtri cylindrici exiſtentis ſuper quacunque parabola, cuius exponens ſit numerus par, reſecti plano tranſeunte per parallelam ductam diametro per extremum punctum baſis, & punctum in latere erecto ab altero extremo baſis. Poſſumus centra æquilibrij in baſi, & grauitatis in altitudine aſſignare.

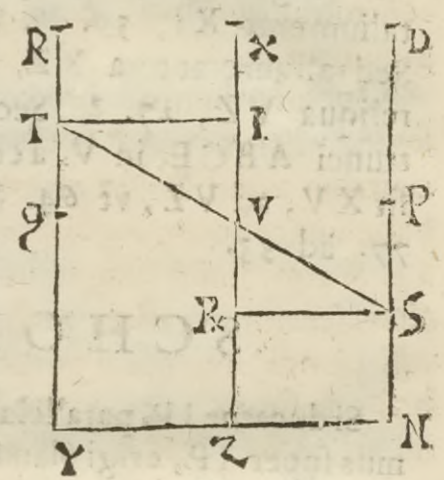
SIt quæcunque parabola A B C, cuius exponens ſit numerus par, & cuius diameter ſit B G, & cylindrici recti ſuper ipſa exiſtentis, ac ſecti plano tranſeunte per C F, B G, parallelam, ac per punctum E, in latere A E, ſit truncus ſiniſter A B C E. Dico, quod huius trunci possumus in ABC, assignare centrum æquilibrij, & in eius altitudine centrum grauitatis.

Quoad primum. Erecto GH, plano, vt prius, segmenti trunci ABGOHE, habemus in ABG, centrum æquilibrij ex proposit. 27. Trunci GHC, habemus centrum æquilibrij in GBC, ex proposit. 13. Si ergo simul iungamus hæc centra, & linea nectens secetur in ratione reciproca illorum segmentorum trunci, inuentum punctum erit centrum æquilibrij quæsitum. Quod vero habeamus rationem segmenti ABGOHE, ad truncum GHC, patet ex coroll. 3. proposit. 4. lib. 3. in quo assignatur ratio, quam habet conoides ex GBC, circa BG, ad annulum ex GBC, circa FC: AGBOHE, etenim, est ad GHC, vt duo conoidea, simul cum annulo, ad annulum, vt patet ex superioribus à nobis dictis. Quare patet primum.

Secundum vero sic patebit. Nam ex proposit. 27. habemus centrum grauitatis in altitudine segmenti trunci ABGOHE. Ex proposit. 9. habemus centrum grauitatis in altitudine trunci GHC. Si ergo nectentes hæc duo centra, linea vniens secetur in ratione reciproca solidorum. Erit inuentum centrum grauitatis quæsitum.

Sed quoniam numero potest renuntiari, in qua ratione secetur dicta altitudo, ideo non est tam citò discedendum à præsenti materia. Sed ad euitandam confusionem, supponamus in sequenti figura, RY, esse

esse altitudinem trunci ABGOHE, & T, eius centrum grauitatis; PN, sit altitudo trunci GHC, cuius dupla DN, & eius centrum S. Secetur TS, nectens centra in V, vt sit TV, ad VS, reciprocè vt truncus GHC, ad segmentum ABGOHE, adeo vt V, in



altitudine XZ, sit centrum grauitatis totius trunci ABCE. Est in præsenti in parabola quadratica exemplificandum, quæ nam in numeris sit ratio, quam habet XV, ad VZ. Sint TI, S℞, parallelæ YN. Ex proposit. 27. RT, est supponenda esse ad TY, vt 71. ad 39. Et ex schol. proposit. 9. est supponendum, esse PS, ad SN, vt 16. ad 9. & DS, ad SN, seù X℞, ad ℞Z, vt 41. ad 9. nempe vt 90. $\frac{1}{5}$. ad 19. $\frac{4}{5}$. Qualium ergo tota XZ, est 110. talium XI, est 71. X℞. 90. $\frac{1}{5}$. Ergo talium I℞, erit 19. $\frac{1}{5}$. Et qualium I℞, erit 16. talium tota XZ, erit 91. $\frac{64}{96}$. & XI, 59. $\frac{16}{96}$. Cum ergo ex coroll. 3. proposit. 4. lib. 3. sit truncus GHC, ad segmentum ABGOHE, vt 5. ad 11. Et cum vt truncus ad segmentum, sic TV, ad VS; nempe IV, ad V℞: erit IV, ad V℞, vt 5. ad

11.

11. Ergo IV, erit 5. qualium I℞, eſt 16. Sed talium erat XI, 59. $\frac{16}{98}$. Ergo XV, erit 64. $\frac{16}{98}$. Sed talium erat tota XZ, 91. $\frac{64}{98}$. Ergo erit talium reliqua VZ, 27. $\frac{48}{98}$. Secatur ergo XZ, altitudo trunci ABCE, in V, à centro grauitatis trunci, vt ſit XV, ad VZ, vt 64. $\frac{16}{98}$. ad 27. $\frac{48}{98}$. nempe vt 77. ad 33.

SCHOLIVM.

Si ducatur IP, parallela AC, & mente concipiamus ſuper IP, erigi planum ſecans truncum in duas portiones: ſegmenti eiuſdem ad baſim, nempe exiſtentis ſuper AIPC, poſſumus habere in AIPC, centrum æquilibrij, & in altitudine grauitatis. Centrum æquilibrij habetur, quia ex propoſit. 31. habetur centrum æquilibrij in AING, ſegmenti ad baſim exiſtentis ſuper AING. Ex propoſit. 20. habetur centrum æquilibrij ſegmenti ad baſim exiſtentis ſuper GNPC. Si ergo vniamus ſimul hæc centra, & diuidamus lineam nectentem, in ratione reciproca, quæ tamen poteſt hauriri ex ſchol. 2. propoſit. 11. lib. 3. habebimus pariter in AIPC, centrum æquilibrij quæſitum.

Centrum vero grauitatis habebitur ex iiſdem propoſitionibus citatis.

PRO-

PROPOSITIO XXXIV.

Trunci, vt in antecedenti propoſitione, exiſtentis ſuper duplicata quacunque ſemiparabola circa baſim. Poſſumus aſſignare centra prædicta.

SIt, ABC, figura conſtans ex duabus ſemiparabolis, ſic diſpoſitis vt baſes BG, ſint communis diameter, & in reliquis, ſint eadem, quæ ſupra. Dico, quod trunci ABCE, poſſumus in ABC, aſſignare centrum æquilibrij, & in altitudine centrum grauitatis.

De centro æquilibrij, patet. Quia ſegmenti trunci ABGOHE, habemus in ABG, centrum æquilibrij ex propoſit. 28. Trunci GHC, habemus in GBC, centrum æquilibrij ex ſchol. propoſit. 11. Rationem ſegmenti ABGOHE, ad truncum GHC, habemus ex coroll. prim. propoſit. 4. lib. 3. Quare poſſumus habere centrum æquilibrij in baſi.

De centro grauitatis in altitudine, patet. Nam centrum grauitatis ſegmenti ABGOHE, habemus ex citat. propoſit. 28. Et pariter ex propoſit. 4. habemus centrum grauitatis trunci GHC.

In numeris autem ſic exprimetur in parabola quadratica, ſupponentes, vt prius, T, eſſe centrum grauitatis ſegmenti trunci ABGOHE; & S, trunci GHC, & reliqua, vt in anteced. propoſit. Ex propoſit. ergo 28. eſt RT, ad TY, ſeù XI, ad IZ, vt

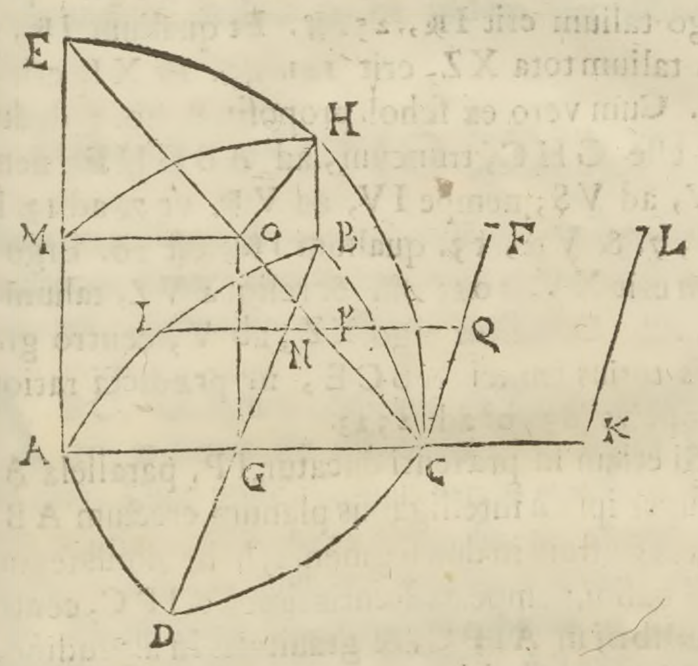
125.

125. ad 71. Et ex proposit. 4. erit PS, ad SN, vt 9. ad 5. Et DS, erit ad SN, seù X℞, ad ℞Z, vt 23. ad 5. nempe vt 164. $\frac{16}{28}$. ad 31. $\frac{12}{28}$. Qualium ergo tota XZ, est 196. talium XI, erit 125. & ℞Z, 31. $\frac{12}{28}$. Ergo reliqua I℞, erit talium 39. $\frac{16}{28}$. Et qualium I℞, erit 10. talium XZ, erit 49. $\frac{588}{1108}$. & XI, erit 31. $\frac{652}{1108}$. Cum verò ex coroll. prim. proposit. 4. lib. 3. sit truncus GHC, ad truncum ABGOHE, vt 3. ad 7. & cum sic sit reciprocè TV, ad VS, seù IV, ad V℞. Qualium I℞, erit 10. talium IV, erit 3. Sed talium XI, erat 31. $\frac{652}{1108}$. Ergo talium XV, erit 34. $\frac{652}{1108}$. Sed talium erat tota XZ, 49. $\frac{588}{1108}$. Ergo reliqua VZ, erit talium 14. $\frac{1044}{1108}$. Erit ergo XV, ad VZ, in prædicta ratione, nempe vt 13720. ad 4139.

PROPOSITIO XXXV.

Trunci, vt in proposit. anteced. existentis super quocunque duplicato trilineo circa diametrum. Possumus prædicta centra assignare.

SEd ABC, sit figura constans ex duobus trilineis circa diametrum BG. Dico &c. De centro æquilibrij patet; quia segmenti ABGHE, habetur centrum æquilibrij ex proposit. 29. Ex proposit. 17. habetur in GBC, centrum æquilibrij trunci GHC. Ratio GHC, ad ABGHE, habetur ex schol. proposit. 8. lib. 3. Discurrendo ergo, vt sæpe



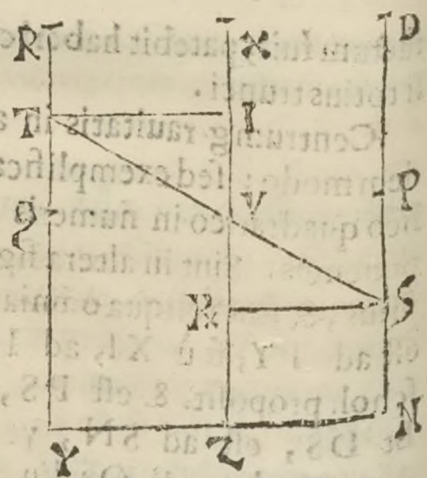
factum fuit, patebit haberi centrum æquilibrij in basi totius trunci.

Centrum grauitatis in altitudine habebitur eodem modo; sed exemplificantes in trilineo parabolico quadratico in numeris, totam rem ante oculos ponemus. Sint in altera figura T, & S, centra vt prius, & sint reliqua omnia. Ex proposit. 29. RT, est ad TY, seù XI, ad IZ, vt 121. ad 61. Et ex schol. proposit. 8. est PS, ad SN, vt 30. ad 19. Et DS, est ad SN, vt 79. ad 19. nempe vt 146. $\frac{70}{98}$. ad 35. $\frac{28}{98}$. Qualium ergo tota XZ, est 182.

talium X I, eſt 121. & DS, ſeù X ℞, eſt 146. $\frac{70}{98}$. Ergo talium erit I ℞, 25. $\frac{70}{98}$. Et qualium I ℞, erit 20. talium tota XZ, erit 141. $\frac{400}{2520}$. Et X I, erit 94. $\frac{280}{2520}$. Cum vero ex ſchol. propoſit. 8. lib. 3. deducatur eſſe GHC, truncum, ad ABGHE; nempe TV, ad VS; nempe IV, ad V ℞, vt 7. ad 13. Erit IV, 7. & V ℞, 13. qualium I ℞, eſt 20. Ergo talium erit X V, 101. $\frac{280}{2520}$. & reliqua VZ, talium erit 40. $\frac{120}{2520}$. Diuiditur ergo XZ, ab V, centro grauitatis totius trunci ABCE, in prædicta ratione; nempe vt 6370. ad 2523.

Si etiam in præſenti ducatur I P, parallela A C, & ſuper ipſam intelligabus planum erectum A B C, ſecans fruſtum in duo ſegmenta; habebimus ſegmenti ad baſim, nempe exiſtentis ſuper AIPC, centrum æquilibrij in AIPC, & grauitatis in altitudine.

Primum habebimus ex propoſit. 32. in qua aſſignatur centrum æquilibrij ſegmenti ad baſim exiſtentis ſuper AING. Ex propoſit. 22. in qua habetur in GNPC, centrum æquilibrij ſegmenti ad baſim exiſtentis ſuper GNPC. Et ex ſchol. propoſit. 13. ex quo



hau-

hauritur ratio ſegmenti ad ſegmentum.

Secundum deducitur ex ijſdem propoſitionibus.

PROPOSITIO XXXVI.

Trunci, vt in propoſit. anteced. exiſtentis ſuper quocunque duplicato trilineo circa baſim, cuius exponens ſit numerus par. Poſſumus prædicta centra aſſignare.

ABC, ſit figura conſtans ex duobus duplicatis trilineis ſic diſpoſitis, vt baſes BG, ſint axis. Dico poſſe aſſignari centra prædicta. Centrum æquilibrij habetur ex propoſit. 30. in qua aſſignatur in ABG, centrum æquilibrij trunci ABGHE. Ex propoſit. 15. in qua aſſignatur in GBC, centrum æquilibrij trunci GHC. Et ex coroll. 2. lib. 3. ex quo deducitur facillime ratio trunci ad truncum.

Centrum grauitatis in altitudine etiam poteſt haberi, & lector ipſum vniuerſaliter deducet ex modo particulari ſtatim adhibendo in numeris in trilineo parabolico quadratico. Supponentes ergo, quæ ſupra ſuppoſita ſunt in ſecundo ſchemate, T, centrum grauitatis ABGHE, ſic ex propoſit. 30. diuidit RY, vt ſit RT, ad TY, ſeù XI, ad IZ, vt 17. ad 8. S, verò centrum grauitatis trunci GHC, ſic diuidit PN, vt ſit PS, ad SN, vt 6. ad 4. ex propoſit. 6. Ergo DS, erit ad SN, vt 16.

ad 4. nempe vt 20. ad 5. Qualium ergo XZ, est 25. talium XI, erit 17. & X℞, 20. Ergo talium I℞, erit 3. Et qualium I℞, erit 10. talium XZ, erit 83. $\frac{1}{3}$. & XI, 56. $\frac{2}{3}$. Cum vero ex citat. schol. 2. proposit. 4. lib. 3. sit GHC, ad ABGHE; nempe TV, ad VS; nempe IV, ad V℞, vt 3. ad 7. Ergo qualium I℞, est 10. talium IV, erit 3. & V℞, 7. Ergo talium XV, erit 59. $\frac{2}{3}$. & reliqua VZ, 23. $\frac{2}{3}$. Est ergo XV, ad VZ, vt 59. $\frac{2}{3}$. ad 23. $\frac{2}{3}$. nempe vt 179. ad 71.

Finis Secundæ Partis.

MI-

MISCELLANEI GEOMETRICI,

PARS TERTIA.

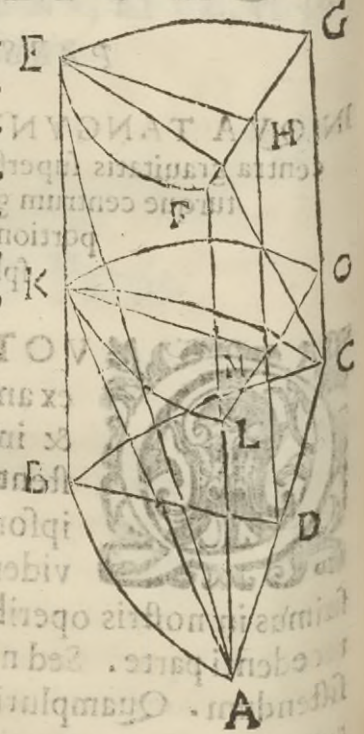
IN QVA TANGVNTVR QVÆDAM CIRCA centra grauitatis superficierum ceruarum; assignanturque centrum grauitatis cuiuscunque portionis superficiei sphæricæ.

QVOT sint ea symptomata, quæ ex analogia inter solida rotunda, & inter truncos cylindricos existentes super figuris genitricibus ipsorum, emanant, licuit lectori videre ex his, quæ passim exposuimus in nostris operibus, ac præsertim in tota antecedenti parte. Sed nè cogitet amabò in his pedem sistendum. Quamplurima etenim remanent, quorum aliqua tangemus in parte præsenti; simulque campum longe, lateque patentem ad innumera noua indaganda aperiemus.

PRO-

PROPOSITIO I.

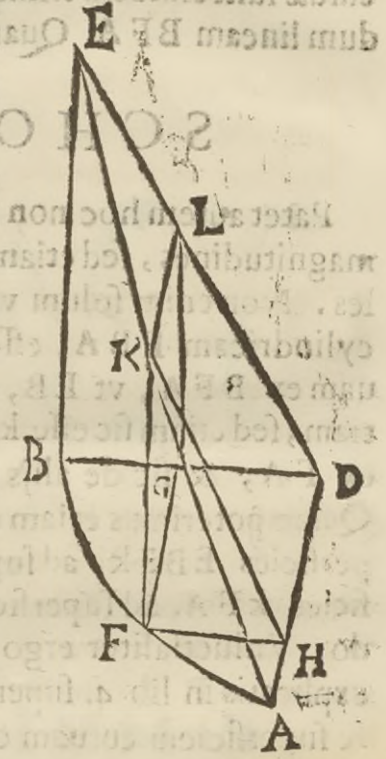
Si ſint eadem, quæ in propoſit. 10. *lib.* 2. *& in propoſit. pri. part. ant. Superficies cylindrica trunci ſiniſtri, erit ad ſuperficiem ſolidi rotundi ex ſua baſe, baſe, vel baſibus exceptis, vt latus cylindrici ad circumferentiam dictam.*



De iſtis materijs eruditiſſime ſcribit Tacquet in lib. 2. cylin. & annul. nos breuius quam fieri poterit, explicabimus dictam doctrinam, vt ex ipſa colligamus ſpicas ab alijs meſſoribus neglectas. Eſto ergo v. g. quælibet figura ABC, circa axim BD, ſuper quam ſit cylindricus rectus cuius oppoſitæ baſes ABC, FEG, qui ſit ſectus plano daigonali AEC. Dico ſuperficiem cylindricam trunci ſiniſtri ABEC, excepta baſi ABC &, plano diagonali AEC (hanc enim intelligimus pro ſuperficie cylindrica) eſſe ad ſuperficiem curuam ſolidi ex ABC, reuoluta circa AC, excepta baſi ſi adeſſet (vtpote

ſi vo-

ſi volueretur ABD) vt EB, ad circumferentiam circuli cuius ſemidiameter BD. Etiam nunc, ad confuſionem euitandam, oſtendemus hoc in ſequenti figura in dimidio trunco ABDE, in quo accipiatur arbitrariè punctum F, à quo erigatur latus cylindrici Fk, & ducatur FH, parallela BD, & reliqua vt in ſchemate. Et dictis & in prop. 10. lib. 2. & in propoſit. pri. part. anteced. facile patebit, eſſe EB, ad BD, vt LG, ad GD; nempe vt kF, ad FH. Sed vt BD, ad circumferentiam ex radio BD,



ſic FH, ad circumferentiam ex radio FH. Ergo ex æquali, vt EB, ad circumferentiam ex radio BD, ſic kF, ad circumferentiam ex radio FH. Sed punctum F, ſumptum fuit arbitrariè. Ergo vt EB, ad circumferentiam ex radio BD, ſic omnia latera ſuperficiei cylindricæ EBA, parallela EB, ad omnes circumferentias deſcriptas ex reuolutione curuæ BFA, circa AD; nempe ſic ſuperficies cylindrica ad ſuperficiem curuam ſolidi rotundi: tam enim latera ſuper-

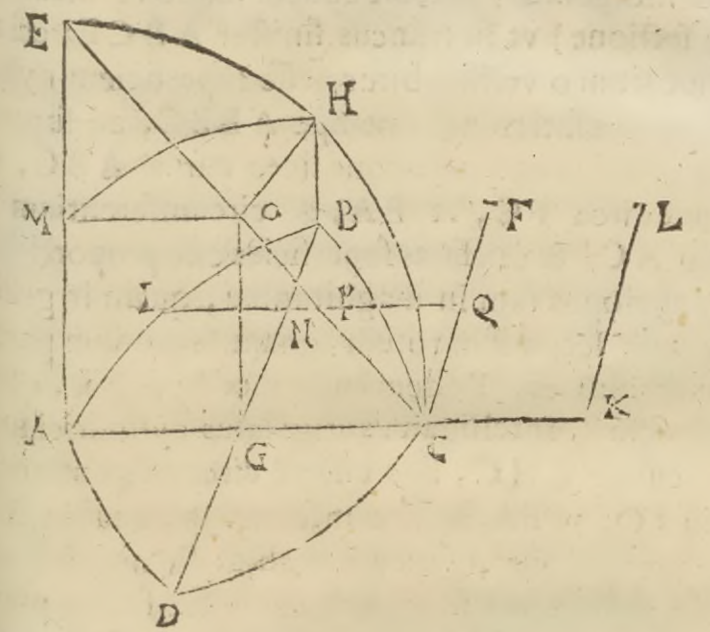
per-

perficiei cylindricæ, quam peripheriæ superficiei curuæ sunt eiusdem trinsitus, nam procedunt secundum lineam BFA. Quare &c. Quod &c.

SCHOLIVM.

Patet autem hoc non solum verificari quoad totas magnitudines, sed etiam quoad partes proportionales. Non enim solum verificatur totam superficiem cylindricam EBA, esse ad totam superficiem curuam ex BFA, vt EB, ad prædictam circumferentiam, sed etiam sic esse kFA, ad superficiem curuam ex FA; & sic de alijs partibus proportionalibus. Quare poterimus etiam concludere, quod erit vt superficies EBFk, ad superficiem ex BF, sic superficies kFA, ad superficiem ex FA. Et permutando: Vniuersaliter ergo potest deduci ex doctrinis explicatis in lib. 4. superficiem cylindricam EBA, & superficiem curuam ex BFA, circa DA, esse quantitates proportionaliter analogas tam in magnitudine, quam in grauitate, tam secundum totum, quam secundum partes proportionales. Etiam nunc ergo centra grauitatis, & æquilibrij harum superficierum secabunt æqualiter AD. Nempe ita secabitur AD, à centro grauitatis superficiei curuæ genitæ ex BFA, reuoluta circa AD, sicuti secatur à centro æquilibrij superficiei cylindricæ EBA, appensæ secundum AD. Idem intelligatur de cæteris partibus proportionalibus.

SCHO-



SCHOLIVM II.

Etiam in præsenti, licet propositio probata sit de trunco existente super figura basim AD, habente, attamen est vniuersalissima, & verificatur etiam de figuris basibus carentibus. Sit enim in schem. seq. quælibet figura ABCD, circa diametrum BD, & super dimidia ipsius ABC, (etiam enim nunc sufficit ostendere in dimidia) intelligamus cylindricum rectum sectum diagonaliter plano transeunte vel per CF, vel per kL, & per E; sit sectum per FC, &

 E(quod

E (quod enim dicetur de hac sectione, cuius deinceps indigemus, patebit eodem modo verificari de alia sectione) vt sit truncus sinister A B C E; etiam in hoc trunco verificabitur, esse superficiem cylindricam præfati trunci, nempe A E B C, ad superficiem genitam ex reuolutione lineæ curuæ A B C, reuolutæ circa F C, vt E A, ad circumferentiam ex radio A C; & præfatas superficies esse proportionaliter analogas tam in magnitudine, quam in grauitate, tam secundum totum, quam secundum partes proportionales. Eodem enim modo patebit, quod si à puncto I, intelligamus erigi latus cylindrici incidens curuæ E H C, hoc esse ad circumferentiam ex radio I Q, vt EA, ad circumferentiam ex radio A C. Idem probabitur de omnibus alijs. Et non dissimili modo probaretur si cylindricus esset sectus plano transeunte per K L, & E. Omnes ergo supradictæ superficies sunt inter se proportionaliter analogæ: & consequenter eodem modo secabuntur F C, L k, à centris æquilibrij, & grauitatis ipsarum.

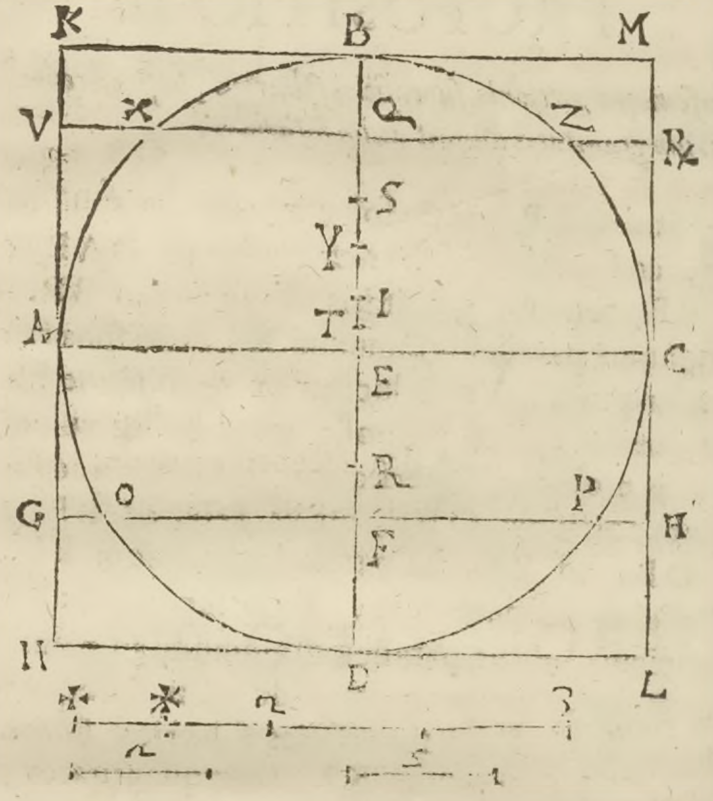
His ergo explicatis, patet quomodo aperiatur via rimandi centra grauitatis, & æquilibrij superficierum curuarum. Nam si aderit aliqua via indagandi centrum grauitatis superficiei solidi rotundi, statim habebimus centrum æquilibrij superficiei cylindraceæ trunci, explicati, & è contra.

PRO-

PROPOSITIO II.

Cuiuscunque portionis superficiei sphæricæ, basi excepta, centrum grauitatis diuidit axim bifariam.

ESto O B P, portio sphæræ, cuius axis B F. Dico superficiei sphæricæ genitæ ex O A B, circa B F, centrum grauitatis esse in medio B F. Intelligamus parallelogrammum K L, toti sphæræ circumscriptum. Vt deducitur ex Archimede lib. 1. de sphær. & cylind. proposit. 40. & 41. & vt passim ab alijs probatur, superficies totius sphæræ ad superficiem portionis O B P, est vt D B, ad B F. Sed vt D B, ad B F, ita parallelogrammum k L, ad parallelogrammum k H. Ergo superficies ad superficiem, est vt parallelogrammum ad parallelogrammum. Sic probaretur de quibuscunque alijs portionibus. Ergo superficies sphærica D A B C, & parallelogrammum K L, sunt quantitates proportionaliter analogæ tam in magnitudine, quam in grauitate, tam secundum totum, quam secundum partes proportionales, iuxta doctrinas passim à nobis explicatas. Ergo centra grauitatis ipsorum eodem modo secabunt partes axis correspondentes. Sed centrum grauitatis parallelogrammi v. g. k H, diuidit B F, bifariam. Ergo etiam centrum grauitatis portionis superficiei sphæricæ O B P, diuidet BF, bifariam. Et sic in alijs. Quod erat ostendendum.



SCHOLIVM.

Ex dictis patet quantum deceptus fuerit Guldinus lib. prim. Centrobarycæ. cap. 10. proposit. 5. dum ait posse probari per inscriptionem, & circumscriptionem figurarum, centrum grauitatis superficiei sphæricæ v. g. OBP, esse idem cum centro grauitatis portionis OBP, circuli. Videatur locus citatus. Sed

Sed hæc sunt extra intentum. Reddeamus ergo ad nos.

Ex doctrinis superius expositis habetur, quod si super semicirculo DAB, intelligatur cylindricus sectus diagonaliter plano transeunte per DB, & per punctum in latere erecto à puncto A: habetur inquam, centrum æquilibrij, cuiuscumque segmenti superficiei cylindricæ huius, resectæ latere, vel lateribus, appensæ secundum BD, esse in medio axis correspondentis. V. g. si dicta superficies cylindracea, secetur latere erecto à puncto O: superficiei cylindraceæ super OAB, existentis centrum æquilibrij, appensæ secundam BF, erit in medio BF. Sic discurratur de cæteris partibus.

PROPOSITIO III.

Centrum grauitatis perimetri cuiuscunque portionis sphæræ sic diuidit eius axim, vt pars terminata ad verticem, sit ad reliquam, vt diameter sphæræ, cum dupla axi reliquæ portionis, ad diametrum sphæræ.

Esto, vt prius, sphæra, & eius portio OBP, sitque E, centrum grauitatis totius perimetri portionis OBP. Dico esse BE, ad EF, vt dupla DF, cum DB, ad DB. Diuidatur BF, bifariam in I. Ergo ex proposit. anteced. erit I, centrum grauitatis superficiei sphæricæ portionis. Sed F, est centrum grauitatis circuli OFP: cum ergo sit E, cen-

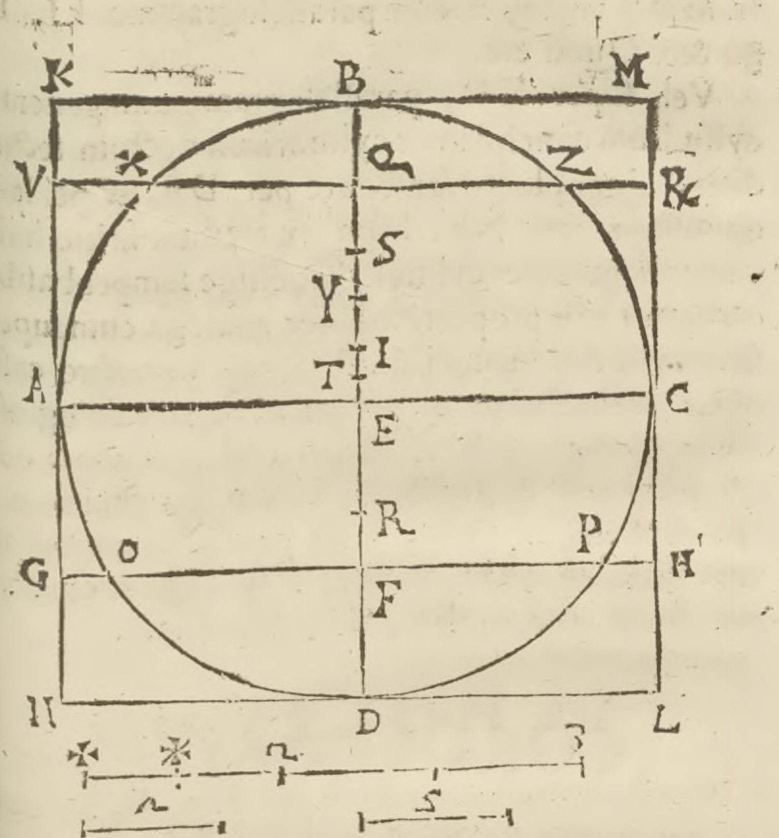
centrum totius perimetri , erit reciprocè circulus OFP, ad ſuperficiem ſphæricam OBP, vt IE, ad EF. Sed circulus OFP, eſt ad ſuperficiem ſphæricam OBP, vt quadratum OF, nempe rectangulum DFB, ad quadratum rectæ BO (ſi intelligatur ducta) vt deducitur ex Archimede loc. citat. nempe ad rectangulum DBF: & cum ſit vt rectangulum ad rectangulum, ſic (propter commune latus BF) DF, ad DB. Ergo erit vt IE, ad EF, ſic DF, ad DB. Et componendo, erit IF, ad FE, vt DF, cum DB, ad DB. Et antecedentium dupla; erit ergo BF, ad FE, vt dupla DF, cum dupla DB, ad DB. Et diuidendo, erit BE, ad EF, vt dupla DF, cum DB, ad DB. Quod erat oſtendendum.

COROLLARIVM.

Ergo centrum grauitatis perimetri hemiſphærij ABC, quod ſit v. g. Y, ſic diuidit BE, vt ſit BY, dupla YE. In tali enim caſu, dupla DE, cum DB, eſt dupla DB.

PROPOSITIO IV.

Centrum grauitatis ſuperficiei cuiuſcunque cylindri diuidit eius diametrum biſariam.



PRæſens propoſitio eſt facilliſſima, itaut pudeat ipſam oſtendere, præcipue, quia ab alijs oſtenditur. At vt demonſtremus qualiter methodi à nobis adhibitæ etiam his, & ſimilibus inſeruiant, ipſam oſtendemus , & putamus eius demonſtrationem haud futuram ſine lucro. Eſto ergo cylindrus KL. Dicimus centrum grauitatis eius ſuperficiei cylindricæ eſſe E, medium punctum BD. Patet, quia facile conſtat ſuperficiem cylindricam eſſe proportionaliter analogam cum parallelogrammo kL. Ergo &c. Quod &c.

Vel super KD, parallelogrammum generans cylindrum concipiamus cylindricum rectum sectum diagonaliter plano transeunte per DB, & per latus oppositum ipsi Nk. Ergo ex traditis initio huius partis, superficies cylindri (intellige semper basibus exceptis) erit proportionaliter analoga cum superficie cylindrici trunci sinistri (quæ in nostro casu, quia truncus sinister est prisma, erit parallelogrammum.) Ergo DB, secabitur eodem modo à centro grauitatis & æquilibrij harum superficierum. Sed centrum æquilibrij illius parallelogrammi appensi secundum DB, bisecat DB. Ergo & centrum superficiei cylindri kL, bisecabit BD.

SCHOLIVM.

Non solum autem medium punctum E, erit centrum grauitatis superficiei cylindri kL, sed etiam totius ipsius perimetri. Istæ autem sunt nugæ; sed ex istis nugis patet, superficiem cylindri kL, & superficiem sphæræ DABC, esse magnitudines proportionaliter analogas, iuxta sensum, infinitis propemodum vicibus, explicatum. Quare eandem proportionem habebit tota superficies cylindri kL (basibus exceptis) ad totam superficiem sphæræ, quam habet quælibet pars ad quamlibet partem. V.g. quam habet superficies cylindri KR, ad superficiem portionis

tionis XBZ. Si ergo superficies cylindri kL, est æqualis superficiei sphæræ, vt ostenditur ab Archimede, & ab alijs; etiam quęlibet pars superficiei cylindri, erit ęqualis superficiei portionis sphęrę, quam includit.

PROPOSITIO V.

Centrum grauitatis perimetri excessus cylindri circumscripti hemisphærio supra ipsum, sic diuidit axim eiusdem, vt pars terminata ad centrum hemisphærij, sit reliquę sesquialtera.

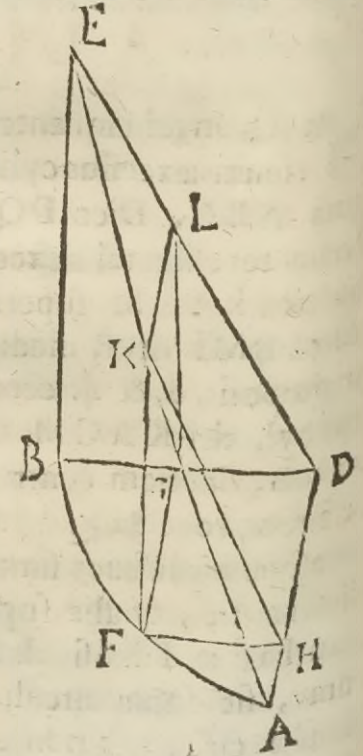
Sit Q, in schem. anteced. centrum grauitatis perimetri excessus cylindri kC, supra hemisphærium ABC. Dico EQ, esse QB, sesquialteram. Perimeter enim talis excessus clauditur superficie cylindrica kACM, superficie sphærica ABC, & circulo kBM. Sit S, medium punctum BE. Ergo erit ex proposit. 2. & 4. centrum grauitatis tam superficiei cylindri KACM, quam sphæricæ ABC. Cum vero B, sit etiam centrum grauitatis circuli kBM, erit reciprocè SQ, ad QB, vt circulus kBM, ad vtrasque superficies simul. Sed cum superficies cylindrica sit æqualis superficiei sphæricę ABC; & cum hæc ex famosis doctrinis Archimedis, & aliorum, sit dupla circuli kBM; erunt ambæ quadruplæ circuli kBM. Ergo SQ, erit ad QB, vt 1. ad 4. Ergo EQ, erit ad QB, vt 6. ad

4; nempe in ratione sesquialtera. Quod erat ostendendum.

PROPOSITIO VI.

Centrum grauitatis superficiei conicæ, basi excepta, sic diuidit eius diametrum, vt pars ad verticem terminata, sit reliquæ dupla.

Supponamus BAD, licet schema non exprimat, esset triangulum, ex cuius reuolutione circa A D, intelligamus genitum esse conum, Dico centrum grauitatis superficiei conicæ, basi excepta, sic diuidere A D, vt pars terminata ad A, sit reliquæ dupla. Super triangulum A B D, concipiamus cylindricum, qui sectus plano diagonaliter transeunte per A D, & per E, punctum in latere exhibeat truncum sinistrum A B D E. Huius superficies cylindrica E B A, erit trian-

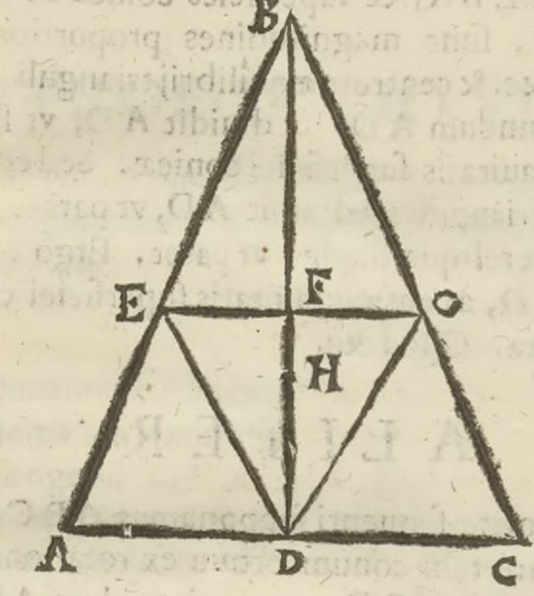


triangulum. Ex explicatis in proposit. prim. hoc triangulum E B A, & superficies conica ex B F A, circa A D, sunt magnitudines proportionaliter analogæ, &c. & centrum æquilibrij trianguli E B A, appensi secundum A D, ita diuidit A D, vt secatur à centro grauitatis superficiei conicæ. Sed centrum æquilibrij trianguli ita diuidit A D, vt pars terminata ad A, sit reliquæ dupla, vt patet. Ergo & sic diuidetur A D, à centro grauitatis superficiei conicę, basi excepta. Quod &c.

ALITER.

In schemate sequenti supponamus A B C, nobis repręsentare tam conum ortum ex rotatione trianguli A B D, circa B D, quam triangulum A B C, & conus intelligatur sectus circulo E F O, basi ADC, parallelo, & triangulum linea E O, parallela A C. Ex proposit. 14. Archim. lib. pri. de sphęr. & cylind. deducitur, & à Torricell. proposit. 10. lib. 1. de sphęra, & solidis sphęralibus, probatur, esse conicam superficiem A B C, ad conicam superficiem E B O, vt rectangulum B A D, ad rectangulum B E F (intellige tamen semper, demptis basibus.) Sed vt A B, ad B E, sic A D, ad E F. Ergo conica superficies A B C, ad conicam E B O, erit vt quadratum A D, ad quadratum E F; nempe vt triangulum A B C, ad triangulum E B O. Et hoc accidit semper vbicunque sint ducta planum E F O, & linea

 EO,



E O. Ergo superficies conica, & triangulum A B C, sunt magnitudines proportionaliter analogæ. Ergo centrum grauitatis ipsarum secabit eodem modo B D. Sed centrum grauitatis trianguli A B C, quod sit v. g. H, sic diuidit B D, vt B H, sit dupla H D. Quare & centrum grauitatis superficiei conicæ. Quod &c.

PROPOSITIO VII.

Centrum grauitatis perimetri coni, sic diuidit eius diametrum, vt pars ad verticem terminata, sit ad reliquam,

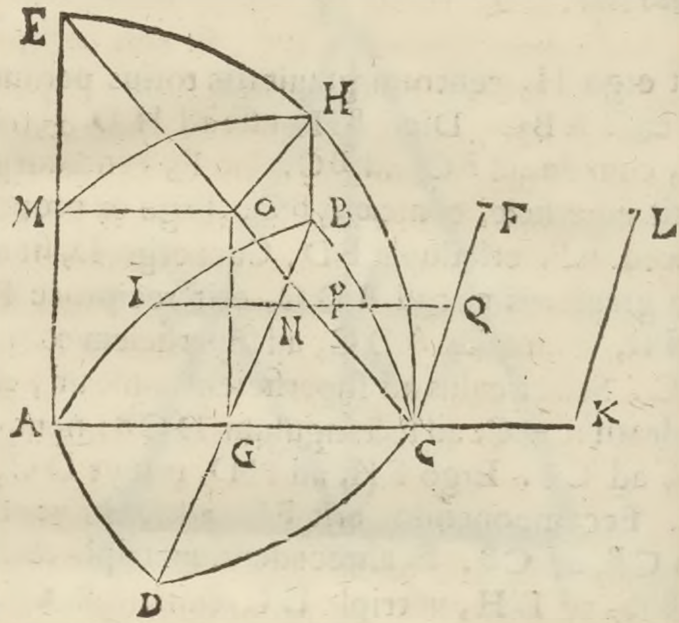
quam, vt triplus radius basis cum duplo latere coni, ad latus coni.

SIt ergo H, centrum grauitatis totius perimetri coni A B C. Dico B H, esse ad H D, vt tripla D C, cum dupla B C, ad B C. Sit F, centrum grauitatis superficiei conicæ A B C. Ergo ex proposit. anteced. B F, erit dupla F D. Cum ergo D, sit centrum grauitatis circuli A D C, erit reciprocè F H, ad H D, vt circulus A D C, ad superficiem conicam A B C. Sed circulus ad superficiem conicam, est vt quadratum D C, ad rectangulum D C B; nempe vt D C, ad C B. Ergo F H, ad H D, erit vt D C, ad C B. Et componendo, erit F D, ad D H, vt D C, cum C B, ad C B. Et antecedentium tripla; erit ergo B D, ad D H, vt tripla D C, cum tripla C B, ad C B. Et diuidendo, erit B H, ad H D, vt tripla D C, cum dupla C B, ad C B. Quod &c.

PROPOSITIO VIII.

Si super qualibet figura circa diametrum concipiatur cylindricus rectus sectus diagonaliter plano transeunte, per lineam parallelam diametro ductam, vel per extremitatem basis, vel extra, & per punctum in latere. Centrum æquilibrij superficiei cylindricæ alterutrius trunci appensi secundum lineam per quam planum transit, ita ipsam diuidit, vt diuiditur diameter à centro æquilibrij totius superficiei cylindricæ appensæ secundum figuram.

Su-



SVper figura ABC, circa diametrum BG, concipiatur cylindricus rectus sectus diagonaliter plano transeunte primo per CF, parallelam BG, ac ipsi æqualem, ductam ab extremitate basis AC, & per punctum in latere E. Dico superficiei cylindricæ AEBC (hanc enim dumtaxat intelligimus pro superficie cylindrica, & non figuram ABC, nec planum CEHC, nec triangulum AEC) appensæ secundum FC, centrum æquilibrij, ita secare FC, vt secatur BG, à centro æquilibrij totius superficiei cylindricæ totius cylindrici, nempe duplicatæ superficiei

ficiei AEBC, appensæ secundum BG. Quod enim si superficies totius cylindrici intelligatur appensa secundum figuram ABC, sit eius centrum æquilibrij in BG, est adeò manifestum, vt pudeat circa hoc verba facere. Sit ergo N, hoc centrum æquilibrij. Patet non minus manifestè, si intelligamus appensam superficiem cylindricam AEBC, secundum figuram ABG, in aliquo ipsius puncto esse centrum æquilibrij talis superficiei. Sit hoc in linea NI. Quæ producatur indefinitè. Patet in ipsa esse centrum æquilibrij superficiei cylindrici alterius trunci dexteri cylindrici, qui truncus est intelligendus æqualis, & similis trunco ABCE, secundum omnia, sed erit inuersè positus. His explicatis. Dico lineam IP, esse parallelam AC. Non sit enim parallela, sed pars IN, sit propinquior ipsi AG. Vt diximus, manifestum est superficiem cylindricam ABCE, & superficiem cylindricam alterius trunci dexteri, esse similes, & æquales. Ergo si similiter appendantur, nempe secundum bases, habebunt centra æquilibrij similiter posita. Quod vtique non eueniet, nisi IP, sit parallela AC, centrum enim æquilibrij superficiei trunci dexteri, erit in basi opposita basi ABC, in linea opposita lineæ NP. Patet ergo, quod si superficies cylindrica appendatur secundum FC, æqualem BG, in puncto Q, erit FQ, ad QC, vt BN, ad NG. Quod primo erat ostendendum.

Secundo, ne schemata multiplicemus, cogitemus pla-

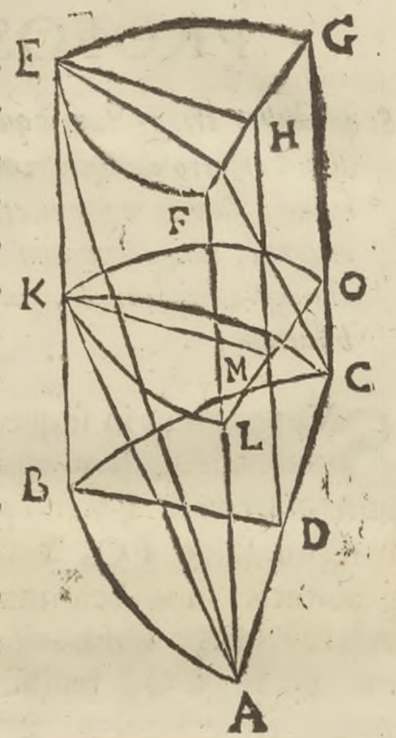
planum secans transire per kL, & per E: hoc secabit etiam latus erectum à puncto C. Quod si per punctum talis sectionis intelligamus duci planum parallelum ABC; truncus sinister prioris cylindrici diuidetur in cylindricum cuius oppositæ bases, ABC, & ducta per punctum sectionis lateris erecti à puncto C, & in truncum sinistrum cylindrici secti per tale punctum, & per E. Cum verò partium superficiei curuæ totius trunci sinistri appensæ secundum ABC, sint centra æquilibrij in IP; quia cylindrici in N, & trunci sinistri partis prioris trunci sinistri in IN. Erit superficiei curuæ totius in IN. Res est manifestissima geometrizanti. Quare propositum quo ad omnia liquet.

PROPOSITIO IX.

Cuiuscunque superficiei cylindricæ, exceptis basibus appensæ secundum basim, idem est centrum æquilibrij cum centro grauitatis perimetri basis.

Esto quilibet cylindricus ABCGEF, existens super basi ABC. Dico centrum æquilibrij totius superficiei ipsius, exceptis basibus ABC, FEG, appensæ secundum ABC, esse idem cum centro grauitatis perimetri ABC. Traiiciatur enim vbilibet planum OkL, oppositis basibus parallelum. Perimeter OkL, est æqualis, similis, & similiter posita perimetro ABC. Ergo etiam harum centra

grauitatis erunt similiter posita in figuris ABC, LKO. Ergo si ambæ perimetri ABC, LkO, intelligantur appensæ secundum figuram ABC, earum centrum æquilibrij idem erit cum centro grauitatis perimetri ABC. Idem probabitur de quacumque alia perimetro. Ergo idem punctum in ABC, erit centrum æquilibrij perimetrorum omnium parallelarum perimetro ABC. Et consequenter superficiei cylindricæ.



SCHOLIVM.

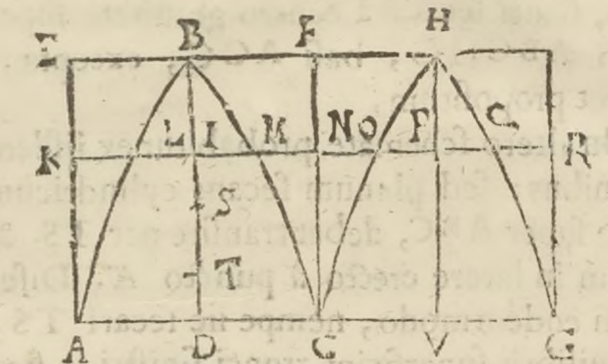
Licet autem ostensum sit de tota superficie cylindrica, tamen hoc in sequentibus non indigebimus, sed tantum de illa superficie cylindrica, de qua supra locuti sumus, nempe de ipsa excepto plano AFGC. Eodem enim modo probabimus, centrum æquilibrij ipsius appensæ secundum ABC, idem esse cum centro grauitatis perimetri ABC, excepta basi AC.

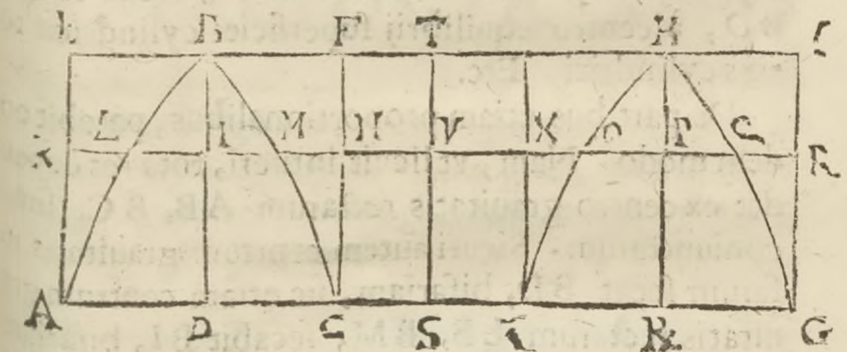
PROPOSITIO X.

Si quodlibet triangulum æquicrure voluatur circa parallelam diametro ductam vel per extremitatem basis, vel extra. Centrum grauitatis superficiei annuli geniti, basi excepta, tam secundum totum, quam secundum partes diuidet axim annuli, vel partes axis correspondentes, bifariam.

SVpponamus in sequentibus schematibus, ABG, esse triangulum æquicrure, & intelligamus ipsum rotari circa FC, in prima figura, vel circa TS, in secun. Dico FC, TS, secari bifariam à centris grauitatis superficierum annulorum ABCHG, ABCZHG, basibus exceptis. Quod si traiciantur plana LQ, basibus parallela, etiam FN, NC, TV, VS, pariter dicimus secari bifariam à centris grauitatis superficierum, quarum illæ sunt axes.

Probabitur prius in prim. fig. Super ABC, ergo triangulo intelligatur cylindricus rectus sectus diagonaliter plano transeunte per FC, & per punctum in latere erecto à puncto A. Ergo ex proposit. 8. si superficies cylindrica trunci sinistri huius cylindrici intelligatur appensa secundum FC, v.g. in puncto N, ita erit FN, ad NC, vt est BI, ad ID (supponendo I, esse centrum æquilibrij superficiei cylindricæ existentis super lineis AB, BC.) Sed ex pro-





posit. anteced. centrum æquilibrij superficiei cylindricæ existentis super AB, BC, est idem cum centro grauitatis linearum rectarum AB, BC, simul coniunctarum, quod vtique secat BD, bifariam, vt fusè videri potest ex ijs, quæ docuit Guldinus in lib. prim. centroba. cap. 3. proposit. 3. & vt naturaliter patet. Ergo etiam centrum æquilibrij illius trunci sinistri appensi secundum FC, secabit FC, bifariam. Sed ex dictis in proposit. pri. ita secatur FC, à centro æquilibrij ſuperficiei cylindricæ trunci ſiniſtri, ſicuti ſecatur à centro grauitatis ſuperficiei annuli ABCHG, baſi ACG, excepta. Quare patet propoſitum.

In altero ſchemate probabitur ex ijſdem propoſitionibus; ſed planum ſecans cylindricum exiſtentem ſuper ABC, debet tranſire per TS, & per punctum in latere erecto à puncto A. Diſcurretur enim eodem modo, nempe ſic ſecari TS, à centro æquilibrij ſuperficiei trunci ſiniſtri, ſicuti ſecatur BD, à centro æquilibrij ſuperficiei cylindricæ totius cylindrici. Etc.

De partibus etiam proportionalibus, patebit eodem modo. Nam, vt licuit intueri, tota res dependet ex centro grauitatis rectarum AB, BC, ſimul coniunctarum. Sicuti autem centrum grauitatis ipſarum ſecat BD, bifariam, ſic etiam centrum grauitatis rectarum LB, BM, ſecabit BI, bifariam; & centrum grauitatis rectarum AL, MC, ſecabit ID, bifariam, & ſic de omnibus alijs. Quare patet propoſitum.

SCHOLIVM.

Immò facile deducetur, quod vtique non videtur ſpernendum, & eſt, quod ſemper dictæ ſuperficies ſecantur in proportione axium. V. g. ita erit ſuperficies ſegmenti ALMCOQG, in prima figura, ad ſuperficiem LBMOHQ, ſicuti eſt CN, ad NF, & hoc

& hoc ſemper. Idem intelligatur in ſecunda figura. Hoc autem eſt nimis clarum, cum dependeat ex hoc, quod centrum grauitatis totius, & partium, ſit ſemper in medio axis correſpondentis.

Demonſtrauimus ſuperiorem propoſitionem ex omnibus ſuis principijs, vt oſtenderemus totam ſeriem diſcurſus; facilius, & breuius potuiſſet probari, iam oſtenſa ſequenti propoſitione vniuerſali.

PROPOSITIO XI.

Si quælibet figura circa axim voluatur, vt dictum eſt in antecedenti propoſitione. Centrum grauitatis ſuperficiei genitæ excepta baſi ita ſecabit axim ipſius, vt ſecatur axis figuræ genitricis à centro grauitatis ambitus ipſius, baſi excepta, ſi baſim habeat.

SIt ergo ABC, quælibet figura circa axim BG, ſiue hæc habeat baſim AC, ſiue non habeat, (quod tunc contingeret quando figura ABC, eſſet duplicata ad partes AC in BADC.) Dico ita ſecari FC, vel Lk, à centro grauitatis ſuperficierum annulorum genitorum, ex reuolutione ABC, circa FC, vel KL, baſibus exceptis, ſicuti ſecatur BG, à centro grauitatis ambitus ABC, excepta baſi AC. Probabitur in primo annulo, & ex eius probatione patebit faciliter in ſecundo.

In primo ergo annulo patet faciliter. Nam ſuper ABC, intellecto cylindrico recto ſecto diagonagonaliter plano transeunte per FC, & per punctum in latere E, vt sit ABCE, eius truncus sinister, ex proposit. 1. FT, secabitur in eodem puncto à centro grauitatis superficiei annuli, basi excepta, & à centro æquilibrij superficiei cylindricæ trunci appensæ secundum FC. Sed ex proposit. 8. ita secatur FC, à centro æquilibrij superficiei trunci, sicuti secatur BG, à centro æquilibrij superficiei cylindricæ cylindrici, nempe illius, quæ existit super lineis AIB, BPC: & ex proposit. 9. eodem modo secatur BG, à centro grauitatis linearum AIB, CPB, simul. Quare à primo ad vltimum patet propositum.

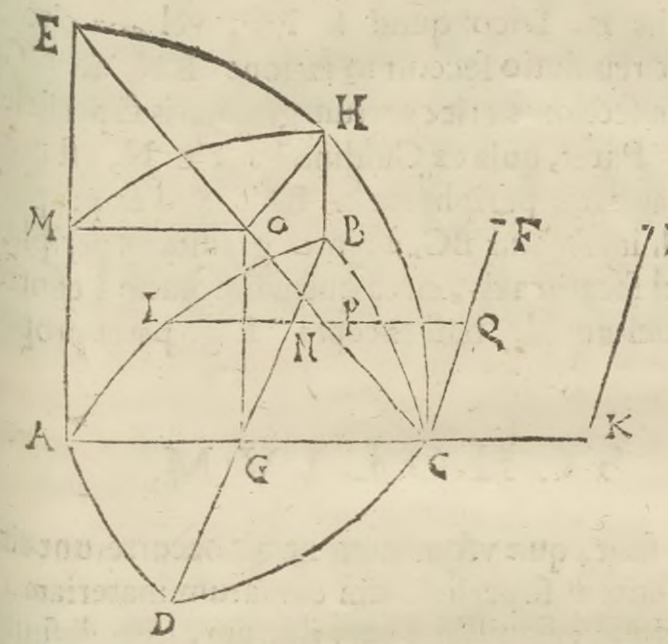
SCHOLIVM.

Patet ergo faciliter qualiter propositio 10. antecedens deducetur ex generali prop. 11. Immo ex hac prop. generali possumus rursum probare centrum grauitatis superficiei cylindricæ, basibus exceptis, secare eius axim bifariam; nam commune centrum grauitatis duorum oppositorum laterum parallelogrammi simul coniunctorum diuidit axim parallelogrammi bifariam.

PROPOSITIO XII.

Superficiei annuli siue stricti, siue lati, genitæ ex reuolutione cuiusunque portionis circuli, modo supra explicato, centrum grauitatis in axe annuli inuenire.

Sc-



SEquens propositio deducitur ex doctrina Guldini, quam habet in lib. pri. centroba. cap. 5. propos. 2. Supponamus in ant. schem. ABC, quamlibet portionem circuli, rotari, modo supra explicato. Oportet superficiei genitę, basi excepta, centrum grauitatis inuenire. Fiat vt circumferentia CPB, ad CG, dimidiam chordæ AC, sic semidiameter circuli ad aliam abscindendam à semidiametro incipiendo à centro, v. g. in nostro schemate supponentes ABC, esse semicirculum (quod enim in ipso dicetur verificabitur etiam in alijs portionibus) fiat vt circumfe-

ren-

rentia CPB, ad CG, semichordam CA, sic BG, semidiameter ad GN, abscindendam semper à centro versus B. Dico quod si FC, vel alia circa quam fit reuolutio secetur in ratione BN, ad NG, punctum sectionis erit centrum grauitatis superficiei annuli. Patet, quia ex Guldino loc. cit. N, est centrum grauitatis peripheriæ ABC. Sed ex propos. anteced. ita secatur BG, à centro grauitatis peripheriæ sicuti secatur axis, circa quem fit rotatio à centro superficiei annuli, basi excepta. Ergo patet propositum.

SCHOLIVM.

Hæc sunt, quæ vsque nunc nobis occurrerunt circa præsentem superficierum curuarum materiam. Sunt vtique exiguissima pars illorum, quæ desunt; attamen noluimus illa prætermittere. Etenim maluimus aliqua conscribere, quam omnia sub silentio relinquere. Peritiores geometræ obstrusiora manifestabunt.

Finis Tertiæ Partis.

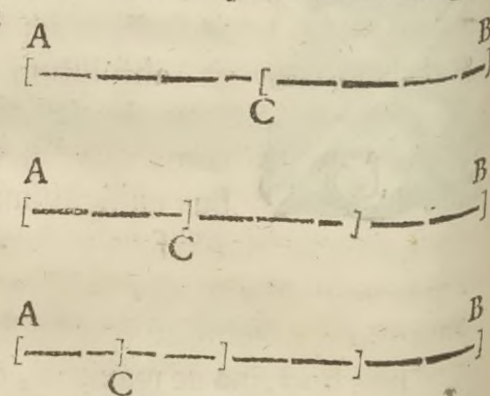
MI-

MISCELLANEI GEOMETRICI,

PARS QVARTA.

IN QVA ASSIGNANTVR MAXIMA inscriptibilia in infinitis trilineis, & in infinitis conicis ex ipsis reuolutis tam circa axim, quam circa basim.

NON aliter videtur terminandum Miscellaneum præsens, quam fuerit absolutum miscellaneum nostrum hyperbolicum, & parabolicum, quod paucis ab hinc mensibus euulgauimus. Imposuimus finem miscellaneo præfato maximis inscriptibilibus, minimisque circumscriptibilibus infinitis parabolis, conoidibus, ac semifusis parabolicis. Sed tunc temporis hæc doctrina de maximis, & minimis prout ad subiectum propositum attinebat, non fuit tradita omnibus numeris absoluta: non enim locuti sumus de maximis inscriptibilibus in infinitis trilineis parabolicis, ac in infinitis conicis, tam ortis ex reuolutione infinitorum trilineorum circa diametros, quam circa baſim. Hæc intelligimus aſſignare in præſenti. Sed ſicuti argumentum illud in præfato miſcellaneo à doctrina quadam fæliciter explicata à peritiſſimo geometra Petro Paulo Carauaggio Mediolanenſi exordium ſumpſit, non ſecùs procedendum eſt in præſenti; ſed doctrina illa aurea, quam habet in ſua geometria applicationum, denuò eſt nunc recapitulanda, ac explicanda quantum ad negotium noſtrum faceſſit: remittentes eum, qui plura deſiderat, ad ipſius Carauaggij fontem. Probat ergo Carauaggius in opere citato. Omnium poteſtatum ad eandem rectam lineam applicabilium, deficientiumque poteſtatibus homogeneis, maximum eſſe quod ad talem partem lineæ applicatur, quæ ad totam lineam ſit vt vnitas ad exponentem poteſtatis. V.g. ſi ſit applicandum parallelogrammum deficiens quadrato, hoc eſt ſi A B, ſit ſic ſecanda in C, vt rectangulum A C B, ſit omnium maximum, illorum, quæ fiunt à partibus B C, debet ipſa ſecari in C, bifariam. Si ſit applicandum parallelepipedum deficiens cubo, &c. hoc eſt ſi A B, ſit ſic ſecanda in C, vt factum ſub



A C,

A C, & ſub quadrato B C; ſit omnium maximum debet A C, eſſe tertiam partem A B. Si vero applicandum ſit planoplanum deficiens quadratoquadrato, nempe ſi ſit ſic A B, ſecanda in C, vt factum ſub A C, in cubum C B, ſit omnium maximum; A C, debet eſſe quarta pars A B. Hæc doctrina pariter fuit à nobis explicata loco citato vſque ad hunc terminum, quia pro ibidem dicendis, nobis ſufficiebat.

Nùnc verò vlteriùs procedendum eſt cum ipſo Carauaggio in opere citato. Probat enim ibidem hoc ſic accidere, vt explicatum eſt, quando applicatio lineæ eſt facienda. Subiungit poſtea in pagina tertia. *Cum vero applicabitur gradui altiori, tunc maxima applicatio continget in tot partibus datæ magnitudinis, cui fit applicatio, quota ipſa eſt in ordine graduum, diuiſæ in tot partes, quota eſt applicanda magnitudo in ordine graduum; ideſt magnitudinis, cui fit applicatio partes denominabit numerus graduum magnitudinis applicandæ; numerabit vero numerus graduum magnitudinis, cui fit applicatio.* Hanc doctrinam exemplis explicat in pag. 4. Inquit ergo.

Maximum plano planum, quod applicatur dato plano deficiens plano plano ſimili dato eſt id, quod applicatur dati plani duabus ex quatuor partibus, ideſt dimidio; & plano planum ſimile dato deficiens adiacet reliquis duabus ex quatuor partibus, ideſt dimidio.

Maximum plano planum, quod applicatur dato ſolido deficiens planoplano ſimili dato eſt id, quod applicatur dati ſolidi tribus ex quatuor partibus, & planoplanum ſimile dato deficiens adiacet reliquæ quartæ parti. Et in primo exem-

 plo

plo poſito in pag. 5. ait.

Maximum plano ſolidum, quod applicatur dato plano deficiens plano ſolido ſimili dato eſt id, quod applicatur dati plani duabus ex quinque partibus; & plano ſolidum ſimile dato deficiens adiacet reliquis tribus ex quinque partibus.

Maximum plano ſolidum, quod applicatur dato ſolido deficiens plano ſolido ſimili dato eſt id, quod applicatur dati ſolidi tribus ex quinque partibus, & plano ſolidum ſimile dato deficiens adiacet reliquis duabus ex quinque partibus.

Maximum plano ſolidum, quod applicatur dato plano plano deficiens plano ſolido ſimili dato eſt id, quod applicatur dati plano plani quatuor ex quinque partibus; & plano ſolidum ſimile dato deficiens adiacet reliquæ quintæ parti. Et ſic procedendo.

Hæc omnia probat in progreſſu operis. Ex dicta ergo doctrina habemus, quod ſi quis iubeat ſic ſecare AB, v.g. in partes AC, CB, vt factum ſub quadratis AC, CB, ſit omnium maximum, AB, debere biſecari; quia tam AC, quam CB, debent continere duas ex 4. partibus AB. Si vero imperatum fuerit AB, ſic in C, diuidendam eſſe, vt factum ſub quadrato AC, & ſub cubo CB, ſit omnium maximum, AB, debet diuidi in 5, partes æquales, quarum duas contineat AC, reliquas CB. Si vero ſit ſic ſecanda, vt factum ſub quadrato AC, & ſub quadratoquadrato CB, ſit omnium maximum, AB, debet ſecari in 6, partes æquales, quarum duæ erit AC: & ſic in infinitum.

Sed

Sed huic Carauaggij doctrinæ aliquid aliud eſt addendum, vt intentum noſtrum obtineamus; & eſt, quod non modo lineæ prædictæ ſunt ſecandæ in antedictis punctis, vt obtineamus illa maxima facta, ſed etiam ipſas in ijſdem punctis ſecandas eſſe quotieſcunque iubeatur ipſas ſic diuidere, vt maxima facta habeant ad prius facta imperatam rationem. Res clarius explicanda eſt. Diximus ſupra quod ſi AB, ſit v.g. ſic ſecanda in C, vt factum ſub AC, & ſub quadrato CB, ſit omnium maximum, AC, debere eſſe tertiam partem CB: nunc dicimus, quod ſi AB, ſit ſic ſecanda in C, vt factum ſub AC, v.g. & ſub ſeſquialtero quadrati CB, ſit omnium maximum, non ſecus, ac ſupra, AC, debere eſſe tertiam partem AB; & ſic in alijs. Res eſt clara, quapropter ad propoſitiones accedamus. Sit ergo.

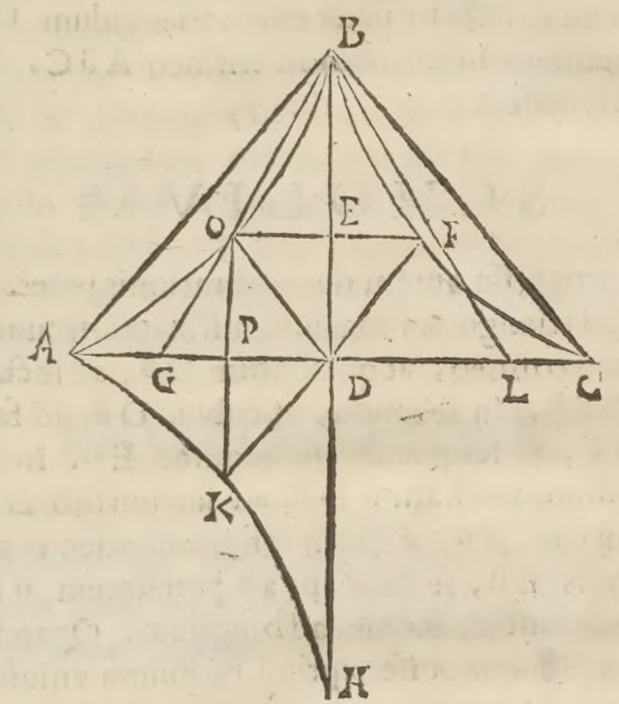
PROPOSITIO I.

Triangulum maximum inſcriptibile in quodlibet infinitorum trilineorum duplicatorum circa diametrum, eſt illud, cuius altitudo ſe habeat ad diametrum trilinei, vt vnitas ad numerum trilinei vnitate auctum.

ABC, ſit quodlibet ex infinitis trilineis duplicatis circa diametrum BD, DE, vero ſe habeat ad DB, vt vnitas ad numerum trilinei vnitate auctum, & per O, ducatur OEF, parallela AC, ac conſtituatur triangulum ODF. Aſſero, hoc eſſe

ma-

maximum inſcriptibilium in trilineo ABC. Ducatur recta AB, & fiat AD, ad DG, vt numerus trilinei vnitate auctus ad binarium; & ducatur BG. Quoniam vt AD, ad DG, ſic triangulum ABD, ad triangulum GBD; ergo etiam triangulum ABD, erit ad triangulum GBD, vt numerus trilinei vnitate auctus, ad binarium. Sed ex ſchol. pri. propoſ. 1. lib. 1. etiam ABD, triangulum, eſt ad trilineum ABD, vt numerus vnitate auctus, ad binarium. Ergo trilineum ABD, & GBD, triangulum, erunt æqualia. Ergo hæc ad triangulum ODE, habebunt eandem rationem. Sed ratio trianguli GBD, ad triangulum ODE, componitur ex rationibus GD, ad OE, & BD, ad DE. Ergo etiam ratio trilinei ABD, ad triangulum ODE, componetur ex iiſdem rationibus. Sed vt GD, ad OE, ſic AD, ad lineam, quæ ad OE, ſe habeat vt numerus vnitate auctus, ad binarium; & quia ex geneſi infinitarum parabolarum in cit. 1. propoſit. explicata, eſt vt AD, ad OE, ſic poteſtas DB, eiuſdem gradus cum trilineo, ad ſimilem poteſtatem OE; erit & vt AD, ad lineam, quæ ad OE, ſe habeat vt numerus vnitate auctus, ad binarium, ſic poteſtas DB, eiuſdem gradus cum trilineo, ad homogeneam poteſtatem, quæ ſe habeat ad homogeneam poteſtatem BE, vt numerus vnitate auctus ad binarium. Ergo ratio trilinei ABD, ad triangulum ODE, & conſequenter trilinei ABC, ad triangulum ODF, componetur ex ratione poteſtatis DB, ad dictam poteſtatem, quæ



quæ ad poteſtatem BE, ſe habeat in prædicta ratione, & ex ratione DB, ad DE. Sed ex prædictis rationibus componitur quoque ratio poteſtatis DB, vno gradu altioris poteſtate trilinei, ad factum ſub DE, & ſub poteſtate, eiuſdem gradus cum trilineo, quæ ad poteſtatem homogeneam BE, ſe habeat vt numerus vnitate auctus, ad binarium; & ex doctrinis ſupra explicatis, præcipuè in fine, maximum tale factum ex præfatis partibus DB, eſt illud, quando DE, ſe habet ad EB, vt vnitas ad numerum; & conſequensequenter ad totam DB, vt vnitas, ad numerum vnitate auctum. Quare patet etiam triangulum ODF, esse maximum inscriptum in trilineo ABC. Quod erat ostendendum.

SCHOLIVM.

Ex progressu autem demonstrationis patet, trilineum ad triangulum maximum sibi inscriptum, esse in primo trilineo, vt quadratum DB, ad rectangulum DEB. In secundo, vt cubus DB, ad factum sub DE, in sesquialterum quadrati EB. In tertio vt quadratoquadratum DB, ad factum sub DE, in duplum cubi EB. Et sic in infinitum, adeo vt partes potestatis EB, se habeant ad potestatem BE, vt numerus vnitate auctus, ad binarium. Quapropter patet in numeris posse exprimi rationem vniuscuiusque trilinei ad maximum triangulum sibi inscriptum. In primo enim, nempe in triangulo, erit vt 4. ad 1. In quadratico vero, quoniam qualium DB, est 3. DE, est 1. BE, 2. erit cubus DB, 27. Sed quoniam quadratum BE, est 4. eius sesquialterum erit 6. cum autem DE, sit 1. erit etiam factum sub DE, & sub sesquialtero quadrati BE, 6. Ergo trilineum ad triangulum erit vt 27. ad 6. nempe vt 9. ad 2. In tertio DB, est 4. BE, 3. DE, 1. quadratoquadratum DB, est 256. cubus BE, est 27. eius duplus, & consequenter factum sub DE, in eum, est 54. Ergo trilineum erit ad triangulum vt 256, ad 54. Seù vt

128.

128. ad 27. Et sic in alijs fas erit exprimere numero dictas rationes.

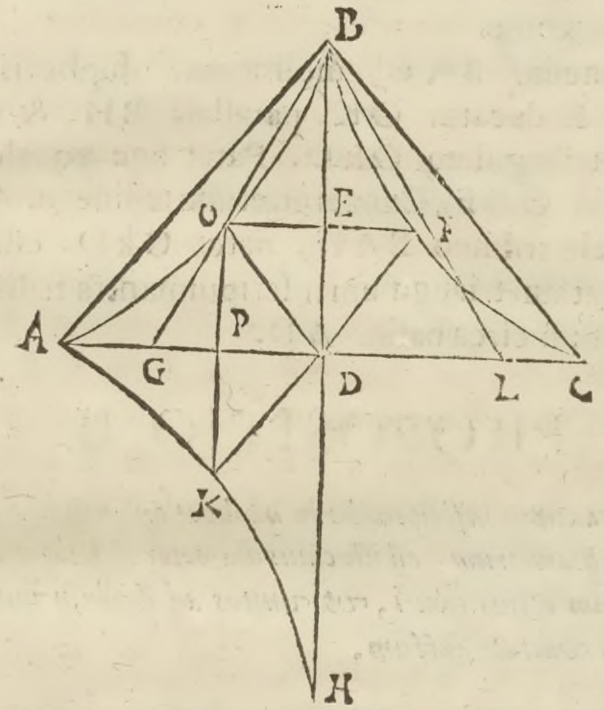
Trilineum BAD, intelligatur duplicari in BAH, & ducatur OK, parallela BH, & intelligatur triangulum OkD. Patet hoc æquale esse triangulo ODF. Cum ergo etiam trilineum ABC, sit æquale trilineo BAH, patet OkD, esse maximum etiam triangulum inscriptum intra trilineum duplicatum circa basim AD.

PROPOSITIO II.

Conus maximus inscriptibilis in quolibet ex infinitis conicis circa diametrum, est ille cuius diameter se habeat ad diametrum totius conici, vt vnitas ad duplum numerum conici vnitate auctum.

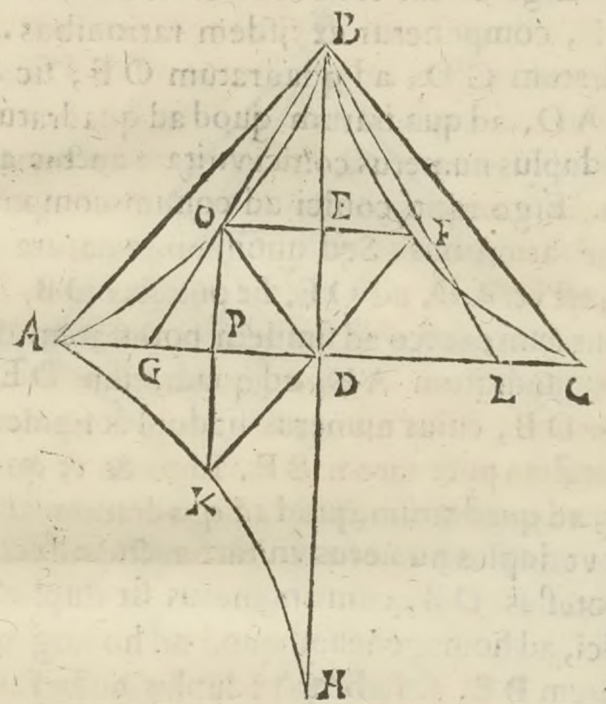
Esto ABC, quilibet ex infinitis conicis ortus ex reuolutione trilinei ABD, circa diametrum BD, & in ipso sit inscriptus conus ODF, cuius basis OF, sit parallela AC, & cuius diameter seù axis DE, se habeat ad DB, vt vnitas, ad duplum numerum conici vnitate auctum. Dico hunc esse maximum &c. Intelligatur etiam conus ABC, & sit vt duplus numerus conici vnitate auctus ad ternarium, sic quadratum AD, ad quadratum DG; & intelligatur conus GBL. Cylindrus triplus coni ABC, se habet ex schol. 3. propos. 14. lib. 2. ad conicum ABC, vt duplus numerus conici

Kk vni-



vnitate auctus ad vnitatem; ergo conus ABC, se habebit ad conicum ABC, vt duplus numerus vnitate auctus ad ternarium. Cum autem factum sit in eadem ratione quadratum AD, ad quadratum DG, & in tali ratione sit etiam conus ABC, ad conum GBL, sequitur conicum ABC, & conum GBL, æquales esse. Quare ad conum ODF, habebunt eandem proportionem. Sed ratio coni GBL, ad conum ODF, componitur ex rationibus quadrati GD, ad OE, quadratum & lineæ DB, ad DE.

DE. Ergo etiam ratio conici ABC, ad conum ODF, componetur ex iisdem rationibus. Sed vt quadratum GD, ad quadratum OE, sic quadratum AD, ad quadratum, quod ad quadratum OE, sit vt duplus numerus conici vnitate auctus ad ternarium. Ergo ratio conici ad conum componetur ex iisdem rationibus. Sed quoniam ex natura trilineorum, est vt AD, ad OE, sic potestas DB, eiusdem gradus cum conico ad similem potestatem BE. Ergo vt quadratum AD, ad quadratum OE, sic potestas DB, cuius numerus sit duplus numeri conici ad similem potestatem BE. Ergo & vt quadratum AD, ad quadratum, quod ad quadratum OE, se habeat vt duplus numerus vnitate auctus ad ternarium, sic potestas DB, cuius numerus sit duplus numeri conici, ad homogeneum, quod ad homogeneam potestatem BE, se habeat vt duplus numerus vnitate auctus ad ternarium. Ergo ratio conici ad conum componetur ex ratione harum potestatum, & ex ratione DB, ad DE. Sed ex his rationibus componitur quoque ratio potestatis DB, cuius numerus sit duplus vnitate auctus numeri conici, ad factum sub DE, & sub tali potestate cuius numerus sit duplus potestatis conici, quæ se habeat ad similem potestatem BE, vt duplus numerus vnitate auctus ad ternarium. Ergo conicus ad conum se habebit vt dicta potestas DB, ad factum sub partibus DB, prædicto modo. Sed ex doctrina explicata superius habemus, maximum factum sub partibus BD, esse illud,



quando DE, ſe habet ad EB, vt vnitas ad duplum numerum, & ad totam DB, vt vnitas ad duplum numerum vnitate auctum. Quare patet propoſitum.

SCHOLIVM.

Etiam in præſenti ex progreſſu demonſtrationis patet, conicum ad conum eſſe in primo conico, vt cubus DB, ad factum ſub DE, & ſub quadrato BE. In ſecundo vt quadrato cubus DB, ad factum ſub DE,

DE, & ſub tali quadratoquadrato, quod ad quadratoquadratum BE, ſit, vt 5. ad 3. In tertio vt quadratoquadrato cubus DB, ad factum ſub DE, & ſub tali cubo cubo, qui ad cubo cubum BE, ſit vt 7. ad 3. Et ſic in infinitum. Quare patet etiam nunc in numeris poſſe exprimi has rationes. Primus enim conicus ABC, erit ad conum ODF, vt 27. ad 4; quia qualium DB, eſt 5. DE, eſt 1. BE, 2. cubus DB, eſt 27. & factum ſub DE, in quadratum BE, eſt 4. In ſecundo qualium DB, eſt 5. DE, eſt 1. BE, 4. quadrato cubus DB. eſt 3125. quadratoquadratum BE, eſt 256. & quadratoquadratum ſe habens ad ipſum vt 5. ad 3. eſt 426. $\frac{2}{3}$. Ergo conicus ad conum erit vt 3125. ad 426. $\frac{2}{3}$. Et ſic ſimiliter diſcurrendo in alijs.

PROPOSITIO III.

Conus maximus inſcriptibilis in quolibet conico circa baſim, eſt ille, cuius radius baſis ſe habet ad totam diametrum trilinei genitoris, vt binarium ad numerum conici binario auctum.

ESto quodlibet trilineum ABD, cuius diameter AD, baſis DB, & DP, ſit ad DA, vt binarium ad numerum conici binario auctum, & per P, ducantur PO, parallela BD, OE, parallela AD, & OD; intelligamus trilineum ABD, cum triangulo ODE, rotari circa BD. Dico conum ODF, inſcriſcriptum in conico A B C, eſſe maximum omnium inſcriptibilium. Sit quadratum A D, ad quadratum D G, vt rectangulum contentum ſub numero parabolæ aucto vnitate, & ſub numero parabolæ aucto binario ad ſenarium; nempe in pri. vt 6. ad 6. in ſec. vt 12. ad 6; in ter. vt 20. ad 6. &c. & intelligantur coni A B C, G B L. Ergo conus A B C, erit ad conum G B L, in dicta ratione, quia ſunt vt baſes. Quoniam verò cylindrus triplus coni A B C, eſt conuertendo, ex ſec. p. prop. 15. lib. 2. ad conicum A B C, vt prædictum rectangulum ad binarium, erit conus A B C, eius tertia pars, ad dictum conicum, vt dictum rectangulum ad ſenarium. Ergo conicus A B C, & conus G B L, erunt æquales. Ergo ad conum O D F, erunt in eadem ratione. Porrò ratio coni G B L, ad conum O D F, componitur ex ratione quadrati G D, ad quadratum O E, & ex ratione B D, ad D E. Ergo etiam ratio conici ad conum O D F, componetur ex ijſdem rationibus. Aſt vt quadratum G D, ad quadratum O E, ſic quadratum A D, ad quadratum, quod ad quadratum O E, ſeu P D, ſit vt rectangulum contentum ſub numero vnitate aucto, & ſub numero binario aucto, ad ſenarium. Ergo ratio conici ad conum componetur ex tali ratione, & ex ratione B D, ad D E. Sed ex natura infinitarum parabolarum, eſt B D, ad D E, vt poteſtas D A, eiuſdem gradus cum conico, ad ſimilem poteſtatem A P. Ergo ratio conici ad conum componetur ex ratione quadrati A D, ad quadratum, quod ad quadratum D P, ſit vt antedictum

dictum rectangulum ad ſenarium, & èx ratione poteſtatis A D, eiuſdem gradus cum conico, ad ſimilem poteſtatem A P; nempe erit ad ipſum, vt poteſtas A D, duplici gradu altior poteſtate conici, ad factum ſub poteſtate A P, eiuſdem gradus cum conico, & ſub quadrato, quod ad quadratum D P, ſit in dicta ratione. Sed ex doctrina explicata initio huius partis, maximum factum ſub partibus A D, eſt quando D P, eſt ad P A, vt binarium, ad numerum conici, & ad A D, vt binarium ad numerum binario auctum. Quare conus O D F, erit maximus &c. Quod &c.

SCHOLIVM.

Ex demonſtratis patet, conicum A B C, eſſe ad conum O D F, in prim. coni. vt cubus D A, ad factum ſub A P, in quadratum D P. In ſec. vt quadratoquadratum A D, ad factum ſub quadrato A P, & ſub duplo quadrati P D. In ter. vt quadrato cubus A D, ad factum ſub cubo A P, & ſub tali quadrato, quod ad quadratum P D, ſit vt 20. ad 6. & ſic in alijs.

In numeris ergo etiam in præſenti licebit exprimere rationem conici ad conum. In pri. enim, nempe in cono, iam ſcimus eſſe vt 27. ad 4. In ſec. Qualium A D, eſt 4, talium vtraque D P, P A, ſunt duo. Quadratoquadratum A D, eſt 256. quadratum A P, eſt 4. duplum quadrati P D, eſt 8. factum ſub quadrato A P, in duplum quadrati P D, eſt 32. Ergo conicus erit ad conum vt 256, ad 32. nempe vt 8. ad

1. In

1. In tertio, qualium AD, eſt 5. talium DP, eſt 2. AP. 3. quadratocubus AD, eſt 3125. cubus AP, eſt 27. quadratum DP, eſt 4. quadratum, quod ad ipſum ſit vt 20. ad 6. eſt 13. $\frac{1}{3}$. factum ſub cubo AP, in ipſum, eſt 360. Ergo tertius conicus erit ad maximum conum ſibi inſcriptum, vt 3125. ad 360. nempe vt 625. ad 72.

Pro quarta vice ſufficiat hæc tibi propoſuiſſe legenda benigne lector. Alia expecta, quæ fortaſſis tibi communicabimus quamprimum. In nullo noſtro opere antea elaborato conſcripſſimus tabellam corrorum, nec ergo in præſenti intelligimus à noſtra diſcedere conſuetudine, ſed illos tuæ remittimus humanitati, & diligentiæ. Vale.

FINIS.