MISCELLANEVM HYPERBOLICVM, ET PARABOLICVM.

IN QVO PRÆCIPVE AGITVR DE CENTRIS Grauitatis Hyperbolæ, partium eiusdem,

Atque nonnullorum solidorum, de quibus nunquam Geometria locuta est.
Parabola nouiter quadratur dupliciter.
Ducuntur infinitarum parabolarum tangentes.
Assignantur maxima inscriptibilia, minimaque circumscriptibilia Infinitis Parabolis, Conoidibus, ac semifusis parabolicis.
Aliaque Geometrica noua exponuntur scitu digna.

AVTHORE
F. STEPHANO DE ANGELIS VENETO,

Ordinis Iesuatorum S. HIERONYMI, in Veneta Prouincia Definitore Prouinciali.

AD ILLVSTRISSIMOS, ET SAPIENTISSIMOS
SENATVS BONONIENSIS
QVINQVAGINTA VIROS.

VENETIIS, MDCLIX.

Apud Ioannem La Noù.

SVPERIORVM PERMISSV.

Illustrissimis, & Sapientissimis

BONONIENSIS SENATVS

QVINQVAGINTA VIRIS

Dominis Colendissimis.

F. STEPHANVS ANGELI VENETVS

Ord. Iesuatorum S. Hieronymi, ac in Prouincia Veneta Prouincialis Definitor P.P.P.

EA Virtutis est vis (Illustrissimi & Sapientissimi DD.), ac solertissima indoles, vt animum suauitèr imbuat, disciplinisq; veluti temperamento peroptimo, iucundè componat, & instruat. Quod viuere est corpori, id menti prestat scire excellentiùs; namq; veluti Promethei inanis statua homo degeret, si à scientiarum radio feliciter non excitaretur ad vitam. Id docuit Apollinis lyra, que lapidem quondam dulcisona fecit carmina reddentem, vitales indidit auras, & voces, cum in reliquis grauitaret inanimis, atq; imè tenderet in centrum. Explicet prosperè plumas Dedalus, iungat humeris alas, se se libret in aera, casus fugiat crudelitatis deludens ingenium; animus verè tunc petit æthera, cum sapientiæ adiumento fulcitur, scientiarumq;

acumine euadit nuperus Phęnix, vt vires sumat ad tentanda sydera. Deniq; volitabit mens incunctanter vbi studij artificium acceßerit, idq; robur mutuabit à scientia, quod ab Archytę cura retulit lignea olim columba, cui pennas fabrefacere ad volatum, opificis sors fuit, & elucubratio valdè diligens. Ita est; si viuat corpus, àt rude extet ingenium, minimè dicendum, quod viuat homo, qui solum vt intelligat viuit, opusq; intelligentiæ exercendo ab animantibus cęteris secernitur. Natura gressum dat pedibus vt circumcursent per orbem; verùm, vt mens euehatur, virtus est, quæ capiti iungit adminicula; ideo Mercurius Scientiarum Numen, & Pręses, ceruicem, atq; plantas iurè implicat alis. Ergo si maxima debemus naturæ, cuius ope morituri viuimus, potiora scientiæ inscribenda, qua rectè, qua sapientèr, qua vtilitèr, qua decorè, qua perennitèr viuimus. Illa nos incunabulis, veluti carceri fascijs adstrictos, addicit; hęc perennitati generosè fouet. Illa ab vtero in ærumnosam vitam; hęc in gloriæ Capitolium educit. Illa lacte, quo saginamur infantes, ad corruptionem enutrit; hæc nos immortalitati parit, ac posthumos seruat. Illa demùm parentibus emancipat, & Patriæ; hæc quidquid sumus Lyceis, & præceptoribus inscribit; indeq; profitetur Achilles, plura debere Chyroni, qui ab animo ruditatem eliminauit, quam Thetydi, quæ corpus dedit, Stygijsq; vndis lotum ictibus exposuit inoffensum. Bononia Gloriosa Studiorum Mater, quæ Athenarum reparat vetustatem, quæ scientijs gymnasia disertissima aperit, quæ Virtuti sola struit thronum, & domicilium, quæ postremò Męcenates parat sapientibus, ad Mathesis me accendit Amorem, opportunitatem contulit, Archimedemq;

exhibuit,

exhibuit, Excellentissimum nempè Bonauenturam Caualerium, qui Geometriæ gloriam perfecit, huiusce preclarissimæ Vrbis auxit nitorem, Iesuatorum cętum amplissime decorauit, vt puriori Geometricarum dulcedinum lacte, luculenter nutrirer. Hausi, quæ nunquam ad saturitatem degustabo alimenta. Vestrum Illustrissimi, & Sapientissimi DD. vrbanitati lenissimæ, quæ Pręceptorem Caualerium fouit impensè, iurè se statuit discipulus, quò fidenter deditissima Vobis hęc libet attramenta, quibus claritatem iungere, vt inoccidua splendescant, vestræ Nobilitatis, & laudis, opus erit, ac facinus pręstantissimum. Tenuis munusculi inopiam commendet qua promitur obsequentissima vouentis deuotio; hęc me vobis valdè spondet deuinctum, hęc consulit, & iubet, vt tandem, forsan cum fęnore, reddam, quę iam Geometrica ab hoc Lyceo iucundissimè ebibi rudimenta. Primitiarum titulis gloriantur hi labores, namq; centrum grauitatis hyperbolæ me primò fuisse perscrutatum profiteor. Vos hinc eligo Numina, quibus ęquissimè dicem, Vos operis optimè statuo Patronos. Ioannes della Faille, qui primus centrum grauitatis partium circuli, & Ellipsis est nactus, voluminis verticem Philippi Quarti Hispaniarum Potentissimi Regis, nomine, & maiestate coronauit. Quò gaudet communi titulo, hæc opella, eò præclarissimis Viris se nouit fore sacrandam. Excipiatis hęc vota, ideo à Vobis omnibus numeris maximis, cum exigua sint, & penè minima, tuenda. Cæterum si Palladis ortum ditauit irriguè pluens aurum, Vos paritèr Sapientissimæ Vrbis Præsides, quiq; ideò Mineruæ munus impletis, Astra ditent, ac prosperè tribuant ad gloriam senescere. Valete.

LE-

LECTORI BENEVOLO.

ELapſo Menſe Iulij exierunt è Typographi manibus quatuor noſtri libri circa Infinitas Parabolas verſantes. Subiectum equidem vetus, quum de ipſo Caualerius antè annum 1640, in problemate vltimo centuriæ ſuorum problematum; & anno 1647. in exercitationibus geometricis; pertractauerit. Sed circa illud, non modica vel totaliter ab ipſo intacta, vel proprijs medijs oſtenſa, & roborata, manifeſtauimus. Verum dum tertius illorum ſub prælo eſſet, ſuccurrit modus centra grauitatis hyperbolæ, eiuſque partium indagandi, ſuppoſita tamen ipſarum quadratura. Aſt tunc noſtra intererat opus de infinitis parabolis quam primum abſoluere; quapropter & in epiſtola ad lectorem, & in calce quarti libri polliciti ſumus, & argumentum illud, & tractatum de infinitis ſpiralibus, ſequenti anno, explicare. Incæpimus conſcribere propoſitiones ad centrum grauitatis hyperbolæ attinentes; quando tot nouæ cognitiones geometricæ

cæ occurrerunt, vt nos coegerint (neſcimus quo fato) ſententiam mutare, impullerintque Miſcellaneum præſens citiſſimè edere, opuſculum de infinitis ſpiralibus ad aliud tempus reſeruantes. Etenim neſcimus an hoc primum futurum ſit illorum, quæ forſan elaboraturi ſumus. Modò namque phantaſiam occupat argumentum quodam leuiter ab eximio Torricellio tactum; circa quod, doctrinas tùm in Miſcellaneo præſenti, tùm in opere de infinitis parabolis expoſitas, inſequentes, arbitramur nobis licitum fore futurum explicare quamplurima noua, tam circa menſuram, quam circa centra grauitatis infinitorum ſolidorum, infinitiſque modis variatorum. Accipe ergo, benignè Lector, in præſentiarum Miſcellaneum hocce, in quo quas principaliter enucleauimus doctrinas, habes in eius fronte. Porrò cupimus admoneri, nos in ipſo aliqua indiuiſibilium methodo dumtaxat confirmaſſe. Namque illa omittendo, putabamus, non modicè ingenium tuum labefactare. Haud enim indiuiſibilium methodo roboratis aſſentiri, leuiterque circa regalem illum arguendi modum hæſitare, aliud proculdubio non indicat, quam eius vim, & energiam intimè, ac medulitùs minimè percipi. Perlege ergo ſequentia ſi tibi placet, & Vale.

Noi

Noi Reformatori dello Studio di Padoa.

HAuendo osseruato per fede del Padre Inquisitore non esserui, nel Libro di Materie Matematiche del Pad. F. Steffano Angeli dell' Ordine de Gesuati, cosa contraria alla Santa Fede, e parimente per attestato del Segretario nostro niente contro Prencipi, è buoni costumi, permettemo, che possi essere stampato, douendo osseruarsi gl'Ordini, & esserne presentate due Copie, vna per la Libraria di Padoa, e l'altra di questa Città &c.

Dat. dal Magistr. nostro li 8. Ottobre 1659.

{ Nicolò Sagredo Cau. Proc. Ref.

Alemante Angelo Donini Segr.

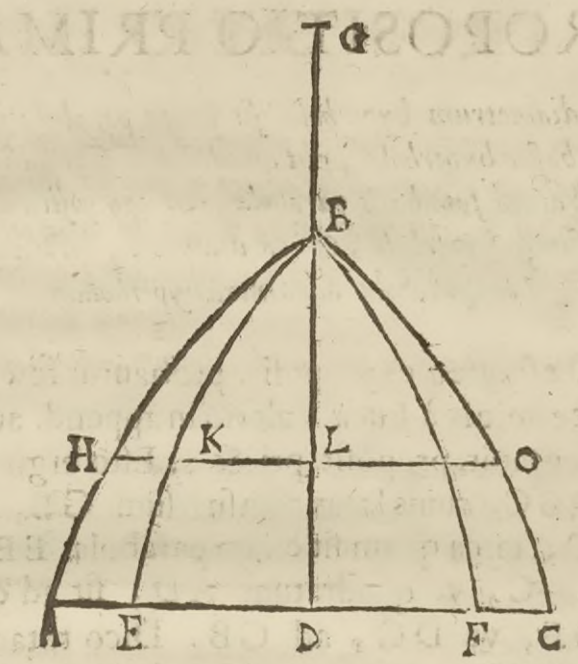
MISCELLANEVM HYPERBOLICVM, PARABOLICVMQVE.

FÆCVNDITAS trium propositionum initio tertij libri eorum, quos de infinitis conscripsimus parabolis, explicatarum, luculenter ex pronunciatis ijsdem in libris fuit omnibus patefacta. Hæc autem elucescet magis, magisque perlustrantibus in præsenti libro à nobis aperienda. Centra grauitatis circuli, & Ellipsis, aliquarumque ipsorum partium ad nostra tempora vsque incognita fuere. Nostro dumtaxat seculo Ioannes della Failla, Guldinus, alijque hæc detexere. Hæc & nos manifestauimus in 3. & 4. præcitatis libris, at methodo ab omnibus diuersa. Ast hæc centra inquirerentur frustra nisi circuli quadratura supponeretur. Semidiameter etenim ad interceptam inter centrum circuli, & centrum grauitatis sectoris eiusdem eam dicitur habere rationem, quæ inter partem circumferentiæ, rectamque lineam cadit. Ratio verò inter rectum, & curuum exprimenda, semota circuli quadratura, habetur nè forsitan? Nequaquam. Igitur prædicta centra minimè reperirentur, nisi circuli quadratura supponeretur. Tres in geometria extant insignes figuræ, quarum desideratur quadratura, Circulus, Ellipsis, ac Hyperbola. Circuli & Ellipsis, ac eorum partium (supposita talium figurarum quadratura) centra grauitatis reperta fuere; cur non etiam ipsius hyperbolæ? Centrum grauitatis hyperbolæ sub silentio relinquere quotquot de centro grauitatis figurarum scripsere. Saltem nescimus aliquem de ipso verba fecisse. Imò Guldinus lib. pri. centrobarycæ in calce pag. 9. liberè pronunciat. *Deest hoc loco hyperbolæ, eiusque partium centri grauitatis inuestigatio.* Curabimus ergo nos, hoc centrum, seù potius hæc centra, manifestare, at non nisi hyperbolæ supposita quadratura; in primisque ostendemus in qua linea diametro parallela sit centrum grauitatis semihyperbolæ. Ast quoniam hoc inquirimus media ratione, quam habet cylindrus conoidi hyperbolico circumscriptus, ad ipsum conoidés; licet hanc nos docuerit Archimedes lib. de conoid. & sphæroid. proposit. 27. attamen & nos prius hanc assignabimus pluribus modis, interseque diuersis, ac nunquam excogitatis; & hoc eò libentius, quia data occasione, aliqua noua geometrica exponemus. Sit ergo.

PROPOSITIO PRIMA.

Si circa diametrum hyperbolæ sit etiam parabola ita diuidens basim hyperbolæ, vt quadratum semibasis, sit ad quadratum semibasis parabolæ, vt composita ex latere transuerso hyperbolæ, & ex diametro, ad transuersum latus. Tota parabola cadet intra hyperbolam.

TRes sequentes proposit. probantur ferè ijsdem terminis à Luca Valerio in append. ad lib. 3. de cent. grauit. proposit. pri. & 2. Esto ergo hyperbola ABC, cuius latus transuersum GB, diameter BD, circa quam sit etiam parabola EBF, sic secans AC, vt quadratum AD, sit ad quadratum DE, vt DG, ad GB. Dico totam parabolam EBF, cadere intra hyperbolam. Accipiatur arbitrariè punctum L, per quod ducatur ordinatim applicata HKL. Quoniam ex proposit. 21. prim. conic. quadratum HL, est ad quadratum AD, vt rectangulum GLB, ad rectangulum GDB; & ex hypothesi, est quadratum AD, ad quadratum DE, vt DG, ad GB; nempe sumpta communi altitudine DB, vt rectangulum GDB, ad rectangulum GBD. Ergo ex æquali, erit quadratum HL, ad quadratum ED, vt rectangulum GLB, ad rectangulum GBD. Rursum; quoniam in parabola est ex proposit. 20. lib. cit. quadratum ED, ad quadratum KL, vt DB,

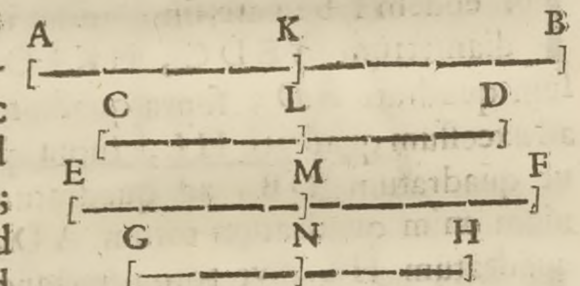


ad BL, nempe ſumpta communi altitudine GB, vt rectangulum DBG, ad rectangulum LBG. Ergo ex æquali, erit quadratum HL, ad quadratum KL, vt rectangulum GLB, ad rectangulum GBL. At rectangulum GLB, maius eſt rectangulo GBL. Ergo etiam quadratum HL, maius erit quadrato KL. Sed punctum L, ſumptum eſt arbitrariè. Ergo omnes lineæ ordinatim applicatæ in parabola erunt minores ſingulis ordinatim applicatis in hyperbola. Quare patet propoſitum.

PRO-

PROPOSITIO II.

Si quatuor magnitudinum ſit prima, ad ſecundam, vt tertia, ad quartam; ſitque ablata pars primæ ad ablatam partem ſecundæ, vt ablata pars tertiæ ad ablatam partem quartæ; et ſint partes primæ proportionales partibus ſecundæ. Erit reliqua pars primæ ad reliquam partem ſecundæ, vt reliqua pars tertiæ ad reliquam partem quartæ.



SIT vt prima AB, ad ſecundam CD, ſic tertia EF, ad quartam GH; ſitque kB, ad LD, vt MF, ad NH: pariter ſit vt Ak, ad kB, ſic EM, ad MF. Dico etiam AK, eſſe ad CL, vt EM, ad GN. Quoniam ex hypotheſi componendo, eſt AB, ad Bk, vt EF, ad FM; & vt kB, ad LD, ſic MF, ad NH; ergo ex æquali, vt AB, ad LD, ſic EF, ad NH. At pariter eſt vt AB, ad totam CD, ſic EF, ad totam GH. Ergo & AB, erit ad reliquam CL, vt EF, ad reliquam GN. Rurſum, quoniam conuertendo, eſt BK, ad kA, vt FM, ad ME. Ergo componendo, & conuertendo, erit Ak, ad AB, vt EM, ad EF. Erat autem vt AB, ad CL, ſic EF, ad GN.

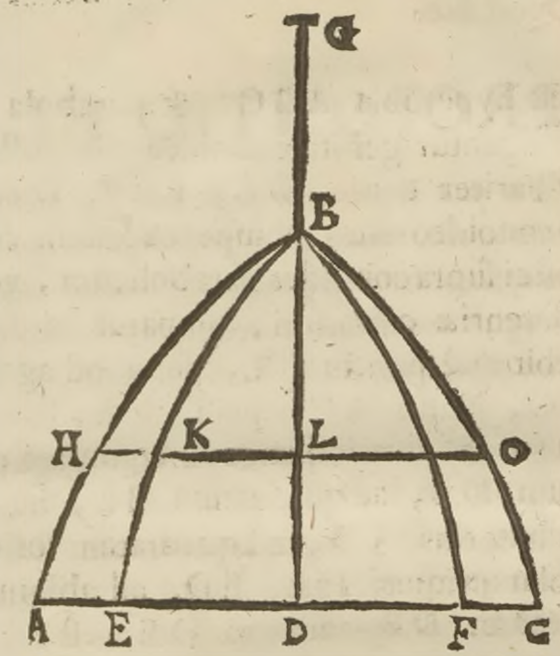
GN. Ergo ex æquali, erit Ak, ad CL, vt EM, ad GN. Quod &c.

PROPOSITIO III.

Factis iisdem quæ in prima proposit. excessus quadratorum ordinatim applicatarum in hyperbola supra quadrata ordinatim applicatarum in parabola, erunt ad inuicem, vt quadrata partium diametri interceptarum inter ipsas, & verticem figurarum.

IN eodem schemate, sint ordinatim applicatæ ad diametrum AEDC, HKLO. Dico excessum quadrati AD, supra quadratum ED, esse ad excessum quadrati HL, supra quadratum kL, vt quadratum DB, ad quadratum BL. Quoniam enim quadratum totum AD, est ad totum quadratum HL, vt totum rectangulum GDB, ad totum rectangulum GLB: & ablatum quadratum ED, probatum est esse ad ablatum quadratum KL, vt ablatum rectangulum DBG, ad ablatum rectangulum LBG: estque ablatum quadratum DE, ad reliquum rectangulum AEC, vt ablatum quadratum Lk, ad ablatum rectangulum HkO (quia cum ex hypothesi, sit quadratum AD, ad quadratum DE, vt DG, ad GB; nempe vt rectangulum GDB, ad rectangulum GBD; erit diuidendo, & conuertendo, quadratum DE, ad rectangulum AEC, vt rectangu-

lum



lum GBD, ad quadratum BD). Ergo ex proposit. anteced. erit & vt reliquum rectangulum AEC, ad reliquum rectangulum HkO, vt reliquum quadratum DB, ad reliquum quadratum BL. Quod &c.

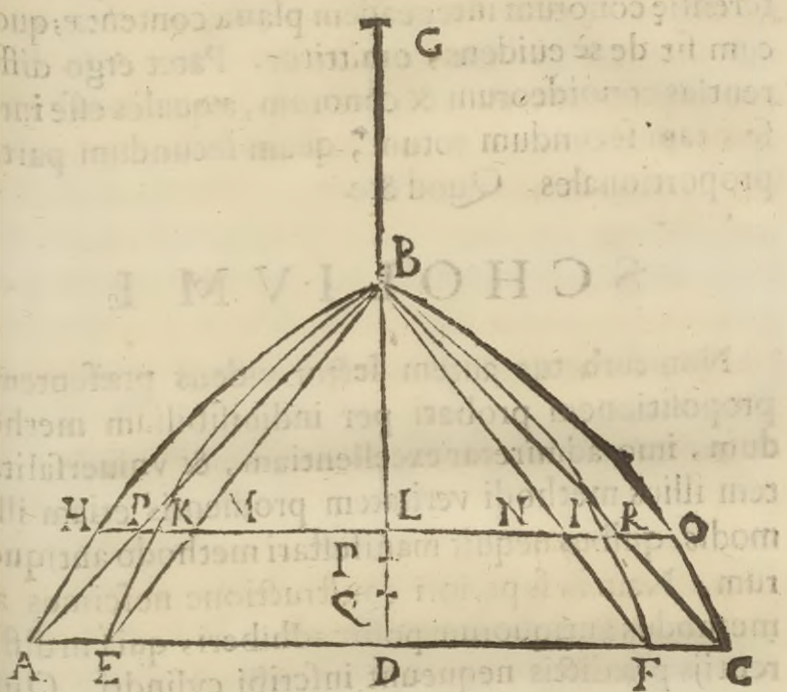
PROPOSITIO IV.

Si ex figuris antecedentium propositionum intelligantur generari conoidea, in quibus inscribentur coni super iisdem basibus, & circa eandem diametrum. Differentia conoideorum tam secundum totum, quam secundum

partes

partes proportionales, erit æqualis differentiæ conorum.

SEd ex hyperbola ABC, & parabola EBF, intelligantur genita conoidea, in quibus sint inscripti pariter coni ABC, EBF. Dico differentiam conoideorum, nempe excessum conoidis hyperbolici supra conoides parabolicum, æqualem fore differentiæ conorum. Sumatur in diametro BD, arbitrariè punctum L, per quod agatur planum HO, plano AC, parallelum, secans omnia dicta solida, vt in schemate. Quoniam enim vt quadratum DB, ad quadratum BL, sic est tam quadratum totius AD, ad quadratum totius PL, quam ablatum quadratum ED, ad ablatum quadratum ML: & quadratum DE, est ad rectangulum AEC, vt quadratum LM, ad rectangulum PMR (quia proportiones horum quadratorum ad hæc rectangula, componuntur ex ijsdem proportionibus, vt facile quilibet modicè in geometria expertus potest agnoscere). Ergo ex propos. 2. erit vt quadratum DB, ad quadratum BL, sic rectangulum AEC, ad rectangulum PMR. Sed etiam ex proposit. antec. est vt quadratum DB, ad quadratum BL, sic rectangulum AEC, ad rectangulum HkO. Ergo vt rectangulum AEC, ad rectangulum PMR, sic idem rectangulum AEC, ad rectangulum HkO. Ergo rectangulum PMR, erit æquale rectangulo HkO. Quare etiam armilla circu-



circularis PMR, erit æqualis armillæ circulari HkO. Cum verò punctum L, sumptum sit arbitrariè, sequitur omnes armillas differentiæ conorum, æquales esse omnibus armillis differentiæ conoideorum. Ergo & differentia conorum erit æqualis differentiæ conoideorum.

Sicuti autem probatum est totas illas differentias æquales esse, sic probari potest quaslibet ipsarum partes proportionales item fore æquales. v. g. si intelligatur ductum planum HO, probari potest eodem modo, partem differentiæ conoideorum con-

 tentam

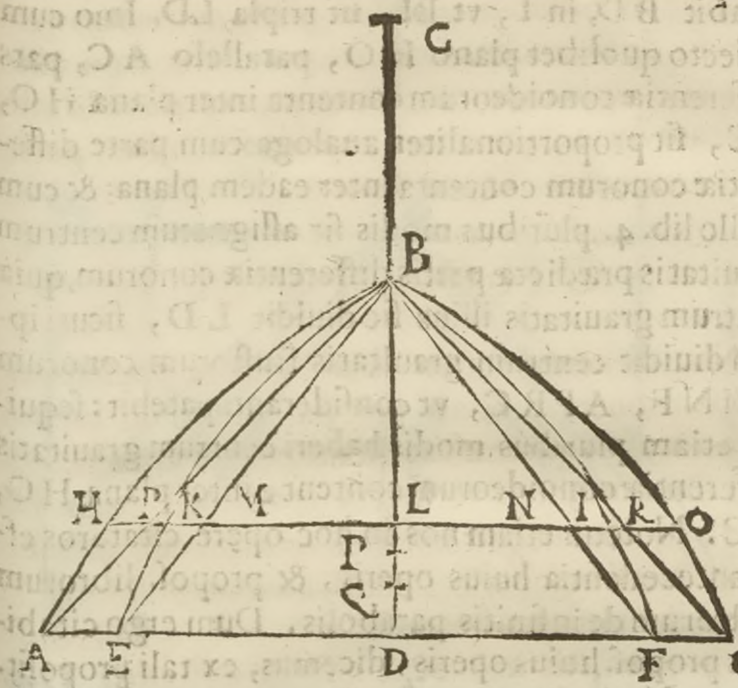
rentam inter plana HO, AC, æqualem esse parti differentię conorum inter eadem plana contentæ; quod cum sit de sè euidens, omittitur. Patet ergo differentias conoideorum & conorum, æquales esse inter se, tam secundum totum, quam secundum partes proportionales. Quod &c.

SCHOLIVM I.

Non turbetur autem lector videns præsentem propositionem probari per indiuisibilium methodum, imo admiretur excellentiam, & vniuersalitatem illius methodi veritatem prodientis etiam illis modis, quibus nequit manifestari methodo antiquorum. Nam in superiori constructione nescimus an methodus antiquorum possit adhiberi, quia in differentijs prædictis nequeunt inscribi cylindri. Quid ergo? Conclusio demonstrata falsa erit, quia per indiuisibilia fuit roborata? Nequaquam. Nam etiam eadem conclusio probari potest methodo antiquorum, sed alia præparatione adhibita, vt patebit suo loco.

SCHOLIVM II.

Sed antequam nos expediamus à præsenti propositione, opere pretium ducimus manifestare eas notitias, quas ex ipsa, & ex dictis in nostro lib. 4. de infinitis parabolis possumus eruere. Cum enim excessus



cessus sæpe dicti sint æquales inter se tam secundum totum, quam secundum partes proportionales, sequitur consequenter iuxta doctrinam præcit. 4. lib. esse quantitates proportionaliter analogas tam secundum magnitudinem, quam secundum grauitatem. Quare ex proposit. 13. eiusdem libri, centra grauitatis horum excessuum secabunt BD, eodem pacto. Cum ergo centrum grauitatis differentiæ conorum, quod sit v. g. L, sic secet BD, vt BL, sit tripla LD (nam idem est centrum grauitatis excessus prædicti, & conorum ABC, EBF). Ergo

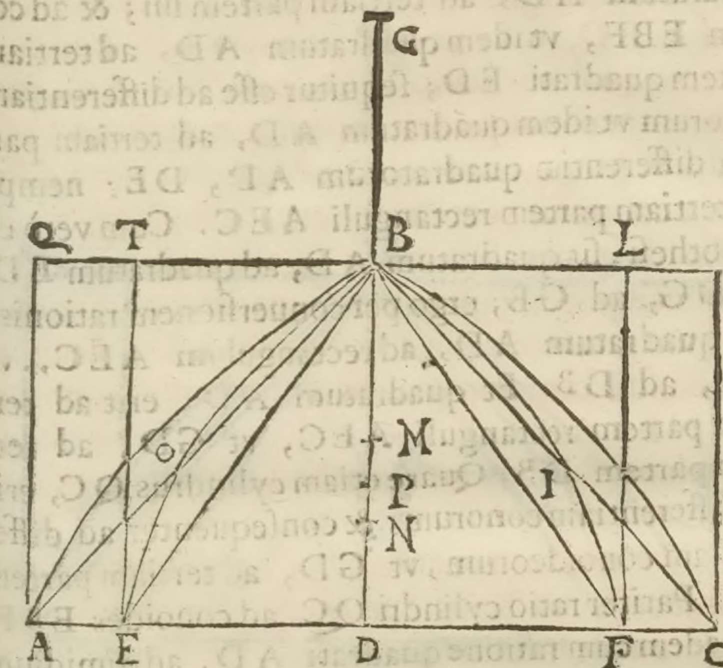
 etiam

etiam centrum grauitatis differẽtiæ conoideorum sic secabit B D, in L, vt BL, sit tripla LD. Imo cum traiecto quolibet plano H O, parallelo A C, pars differentiæ conoideorum contenta inter plana H O, A C, sit proportionaliter analoga cum parte differentiæ conorum contenta inter eadem plana; & cum in illo lib. 4. pluribus modis sit assignatum centrum grauitatis prædictæ partis differentiæ conorum, quia centrum grauitatis illius sic diuidit L D, sicuti ipsam diuidit centrum grauitatis frustorum conorum E M N F, A P R C, vt consideranti patebit: sequitur etiam pluribus modis haberi centrum grauitatis differentiæ conoideorum contentæ inter plana H O, A C. Notetur etiam nos in hoc opere citaturos esse antecedentia huius operis, & propos. librorum nostrorum de infinitis parabolis. Dum ergo citabimus propos. huius operis, dicemus, ex tali proposit. vel ex schol. talis proposit. Dum vero citabimus libros de infinitis parabolis, dicemus ex prop. tali libri talis. v. g. ex propos. 4. lib. 3. intelligendo semper nostri operis.

PROPOSITIO V.

Cylindrus circumscriptus conoidi hyperbolico est ad ipsum, vt composita ex axi, seù diametro, & ex latere transuerso conoidis, ad dimidium lateris transuersi, vna cum tertia parte axis, seù diametri.

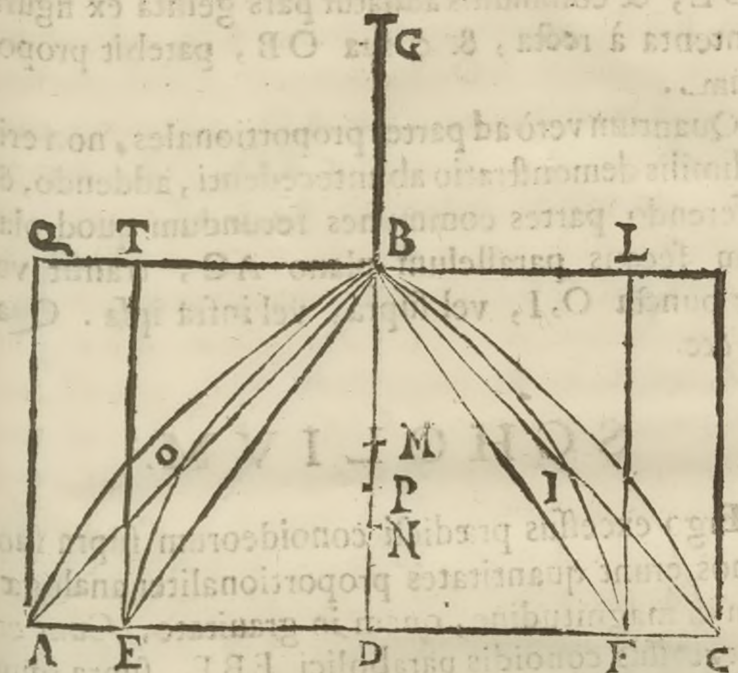
Intel-



INtelligantur omnia solida antecedentis proposit. & ipsis conoidibus sint circumscripti cylindri QC, TF. Quoniam conoides hyperbolicum constat ex differentia conoideorum, & ex conoide parabolico; & differentia conoideorum est æqualis differentiæ conorum; ergo ratio cylindri QC, ad conoides A B C, erit eadem cum ratione eiusdem cylindri ad differentiam conorum, & ad conoides parabolicum E B F. At ratio cylindri QC, ad differentiam conorum est eadem cum ratione quadrati A D, ad tertiam partem rectanguli A E C, vt consideranti patebit; quia cum sit ad conum A B C, vt qua-

quadratum AD, ad tertiam partem sui; & ad conum EBF, vt idem quadratum AD, ad tertiam partem quadrati ED; sequitur esse ad differentiam conorum vt idem quadratum AD, ad tertiam partem differentiæ quadratorum AD, DE; nempe ad tertiam partem rectanguli AEC. Cum verò ex hypothesi, sit quadratum AD, ad quadratum ED, vt DG, ad GB; ergo per conuersionem rationis, erit quadratum AD, ad rectangulum AEC, vt GD, ad DB. Et quadratum AD, erit ad tertiam partem rectanguli AEC, vt GD, ad tertiam partem DB. Quare etiam cylindrus QC, erit ad differentiam conorum, & consequenter ad differentiam conoideorum, vt GD, ad tertiam partem DB. Pariter ratio cylindri QC, ad conoides EBF, est eadem cum ratione quadrati AD, ad dimidium quadrati ED. Quia cum sit ad cylindrum TF, vt quadratum AD, ad quadratum ED; & cum conoides EBF, sit dimidium cylindri TF, vt sæpe probatum est in nostris lib. de infinit. parab. Ergo cylindrus QC, erit ad conoides EBF, vt quadratum AD, ad dimidium quadrati ED; nempe ex hypothesi, vt DG, ad dimidiam GB. Ergo colligendo consequentia, erit cylindrus QC, ad conoides, & ad differentiam conoideorum, nempe ad conoides hyperbolicum ABC, vt GD, ad dimidiam GB, cum tertia parte BD. Quod erat ostendendum.

PRO-



PROPOSITIO VI.

In solidis sæpe dictis, excessus conoidis hyperbolici supra conum sibi inscriptum est æqualis excessui conoidis parabolici illi inscripti supra conum illi inscriptum, tam secundum totum, quam secundum partes proportionales.

QVantum ad totos excessus sic patebit. Cum enim ex proposit. 4. excessus conoideorum sit æqualis excessui conorum, si communis auferatur illa pars, quæ generatur ex reuolutione trilinei mixti

AOE,

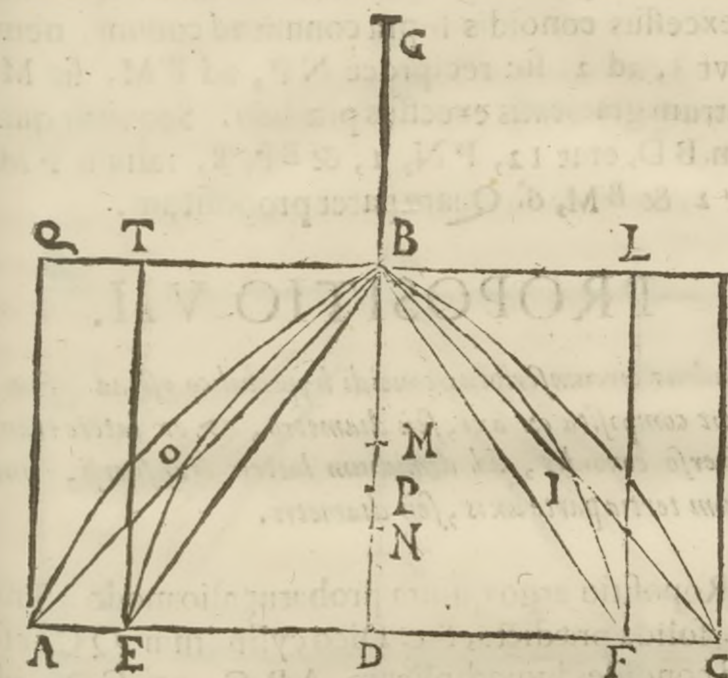
AOE, & communis addatur pars genita ex figura contenta à recta, & curua OB, patebit propositum.

Quantum verò ad partes proportionales, non erit dissimilis demonstratio ab antecedenti, addendo, & auferendo partes communes secundum quod planum secans parallelum plano AC, transit vel per puncta O, I, vel suprà, vel infrà ipsa. Quare &c.

SCHOLIVM.

Ergo excessus prædicti conoideorum supra suos conos erunt quantitates proportionaliter analogæ, tam in magnitudine, quam in grauitate. Cum ergo excessus conoidis parabolici EBF, supra suum conum sit dimidium talis coni, quia conoides est sesquialterum coni. Ergo etiam excessus conoidis hyperbolici ABC, supra suum conum erit dimidium coni inscripti in conoide EBF. Quare cylindrus QC, qui est ad conum inscriptum in conoide parabolico, vt quadratum AD, ad tertiam partem quadrati ED, erit ad excessum conoidis ABC, supra conum ABC, vt idem quadratum AD, ad sextam partem quadrati DE. Quod notetur.

Item, quoniam excessus prædicti sunt magnitudines proportionaliter analogæ in grauitate. Ergo idem punctum in BD, erit centrum grauitatis cuiuslibet talium excessuum. Cum ergo punctum medium



dium ipsius BD, sit centrum grauitatis excessus conoidis parabolici EBF, supra conum EBF; sequitur etiam centrum grauitatis excessus conoidis ABC, supra suum conum esse in medio ipsius BD.

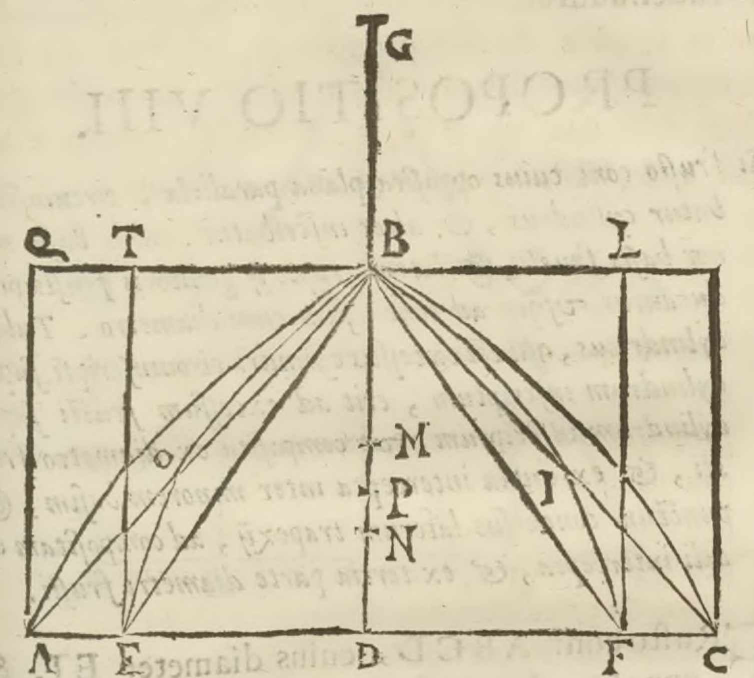
Quod vero centrum grauitatis excessus conoidis parabolici EBF, supra suum conum sit medium punctum ipsius BD, patet. Quia P, centrum grauitatis conoidis diuidit BD, vt BP, sit ad PD, vt 2, ad 1, seù vt 8. ad 4. N, verò centrum grauitatis coni diuidit BD, sic, vt BN, sit ad ND, vt 3. ad 1. seù vt 9. ad 3. Ergo qualium

BD, est 12, talium PN, erit 1. Cum verò si fiat vt excessus conoidis supra conum ad conum, nempe vt 1, ad 2, sic reciprocè NP, ad PM, sit M, centrum grauitatis excessus prædicti. Sequitur qualium BD, erat 12, PN, 1, & BP, 8, talium PM, esse 2, & BM, 6. Quare patet propositum.

PROPOSITIO VII.

Cylindrus circumscriptus conoidi hyperbolico est ad ipsum, vt composita ex axi, seù diametro, & ex latere transuerso conoidis, ad dimidium lateris transuersi, vna cum tertia parte axis, seù diametri.

PRopositio ergo quinta probatur alio modo. Sint solida prædicta, &c. Dico cylindrum QC, esse ad conoides hyperbolicum ABC, vt GD, ad dimidiam GB, cum tertia parte DB. Cum enim conoides ABC, diuidatur in conum ABC, & in excessum ipsius supra ipsum; sequitur QC, cylindrum esse ad conoides ABC, vt est etiam ad conum ABC, & ad excessum conoidis supra conum. Cylindrus QC, est ad conum ABC, vt quadratum AD, ad sui tertiam partem: & ex schol. ant. est ad excessum conoidis ABC, supra suum conum vt quadratum AD, ad sextam partem quadrati DE. Ergo colligendo ambo consequentia, erit QC, ad conum, & ad excessum, nempe ad conoides ABC, vt quadratum AD, ad sui tertiam partem, vna

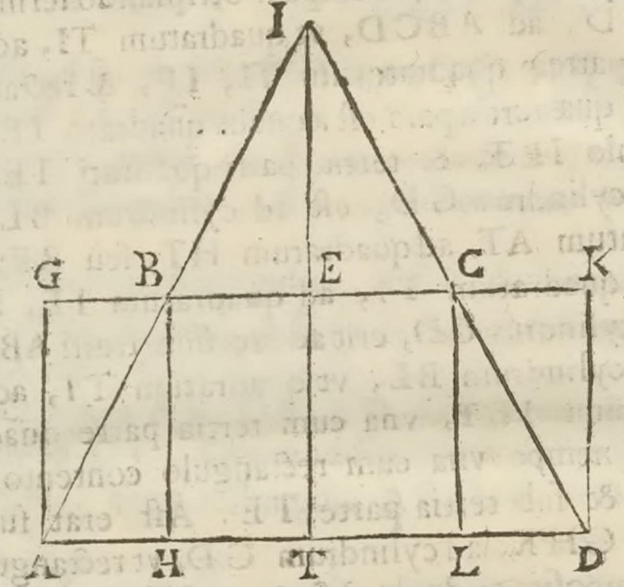


vna cum sexta parte quadrati ED. Cum autem ex hypothesi, sit vt quadratum AD, ad quadratum DE, sic DG, ad GB; erit & vt quadratum AD, ad sui tertiam partem, cum sexta parte quadrati ED, sic GD, ad sui tertiam partem cum sexta parte GB. Ergo etiam cylindrus QC, erit ad conoides ABC, vt DG, ad sui tertiam partem (nempe ad tertiam partem ipsarum GB, BD) vna cum sexta parte GB. At tertia pars GB, vna cum sexta parte eiusdem facit dimidiam GB. Ergo QC, erit ad conoides hyperbolicum ABC, vt GD, ad dimidiam GB, cum tertia parte BD. Quod erat ostendendum.

PROPOSITIO VIII.

Si frusto coni cuius opposita plana parallela, circumscribatur cylindrus, & alter inscribatur, cuius basis minor basis frusti, & latera trapezij genitoris frusti producantur vsque ad concursum cum diametro. Tubus cylindricus, qui est excessus cylindri circumscripti supra cylindrum inscriptum, erit ad excessum frusti supra cylindrum inscriptum, vt composita ex diametro frusti, & ex dupla intercepta inter minorem basim, & punctum concursus laterum trapezij, ad compositam ex tali intercepta, & ex tertia parte diametri frusti.

Frusto coni ABCD, cuius diameter ET, & opposita plana parallela ad inuicem sint BC, AD, circumscribatur cylindrus GD, & inscribatur HC; & latera AB, DC, producantur vsque dum occurrant TE, productæ in I. Dico tubum cylindricum GHCD, esse ad excessum frusti ABCD, supra cylindrum BL, nempe ad solidum genitum ex triangulo ABH, reuoluto circa ET, vt composita ex TE, & ex dupla IE, ad IE, vna cum tertia parte TE. Cum enim cylindrus GD, sit ad cylindrum BL, vt quadratum AT, ad quadratum TH, seù BE; nempe vt quadratum TI, ad quadratum IE. Ergo & per conuersione rationis,



nis, erit GD, ad tubum GHCD, vt quadratum IT, ad excessum ipsius supra quadratum IE; nempe ad duplum rectangulum IET, cum quadrato TE; nempe ad rectangulum sub composita ex dupla IE, & ET, & sub ET. Quare & conuertendo, erit tubus GHK, ad GD, vt prædictum rectangulum ad quadratum IT. Cylindrus GD, est ex dictis in schol. 2. proposit. 15. lib. 2. ad frustum ABCD, vt tripla TI, ad TI, IE, & harum tertiam minorem proportionalem; nempe ducendo has in IT, vt triplum quadratum IT, ad quadratum IT, rectangulum TIE, & rectangulum sub TI, & sub

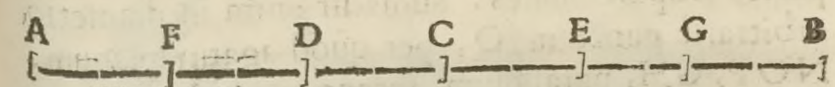
sub tertia proportionali (quod rectangulum est æquale quadrato IE): nempe subtriplando terminos, est GD, ad ABCD, vt quadratum TI, ad tertiam partem quadratorum TI, IE, & rectanguli TIE, quæ tertia pars est æqualis quadrato IE, rectangulo IET, & tertiæ parti quadrati TE. At idem cylindrus GD, est ad cylindrum BL, vt quadratum AT, ad quadratum HT, seù BE; hoc est vt quadratum TI, ad quadratum IE. Ergo idem cylindrus GD, erit ad excessum frusti ABCD, supra cylindrum BL, vt quadratum TI, ad rectangulum IET, vna cum tertia parte quadrati TE; nempe vna cum rectangulo contento sub TE, & sub tertia parte TE. Ast erat supra tubus GHK, ad cylindrum GD, vt rectangulum sub composita ex dupla IE, & ex ET, & sub TE, ad quadratum IT. Ergo ex æquali, erit tubus GHk, ad excessum frusti ABCD, supra cylindrum BL, vt prædictum rectangulum, ad rectangulum IET, vna cum rectangulo sub TE, & sub tertia parte ET. Quæ duo rectangula cum sint idem ac rectangulum sub composita ex IE, & ex tertia parte ET, & sub TE. Sequitur GHk, esse ad excessum prædictum, vt rectangulum sub composita ex dupla IE, & ex ET, & sub ET, ad rectangulum sub eadem ET, & sub composita ex IE, & ex tertia parte ET; nempe propter commune latus ET, vt composita ex dupla IE, & ex ET, ad IE, cum tertia parte ET. Quod erat ostendendum.

PRO-

PROPOSITIO IX.

Si recta AB, sit secta bifariam in C, & in D, E, æque remotè à C, & pariter in F, G, æque remotè à C; sitque rectangulum AFB, æquale quadrato DC. Erit etiam rectangulum ADB, æquale quadrato FC.

CVm enim rectangulum AFB, diuidatur in rectangulum sub AF, in DB, & in rectangulum AFD, nempe in rectangulum sub FD, in GB. Ergo rectangula AF, DB; FD, GB, erunt æqualia quadrato DC. Quare addito communi rectangulo FDG. Ergo rectangula AF, DB; FD, GB;



FDG, erunt æqualia quadrato DC, & rectangulo FDG; nempe quadrato FC. At rectangula FDG, & FD, GB, faciunt rectangulum FDB. Quod cum rectangulo AF, DB, facit rectangulum ADB. Quare etiam rectangulum ADB, erit æquale quadrato FC. Quod &c.

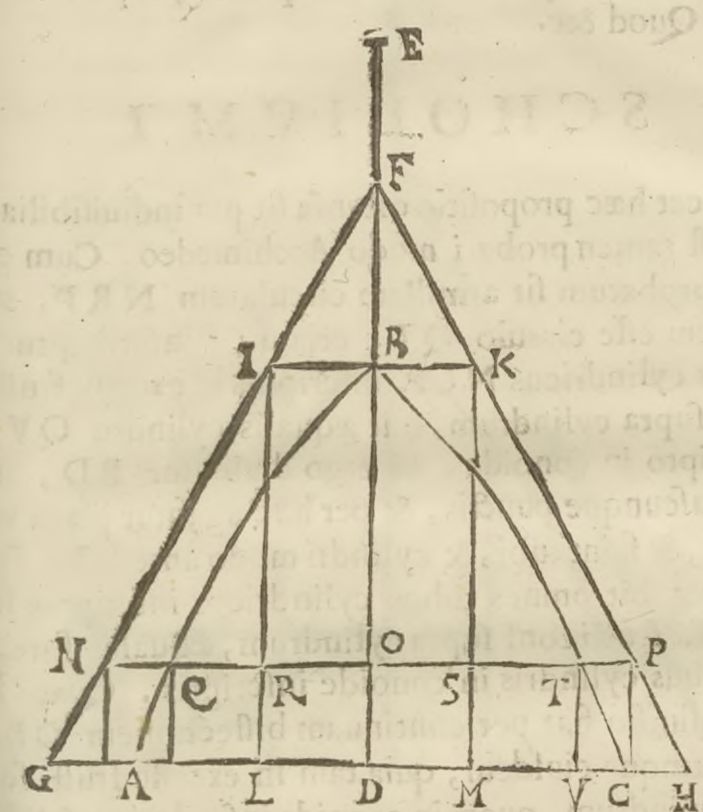
PROPOSITIO X.

Si conoides hyperbolicum includatur intra frustum conicum habens oppositas bases parallelas, & latera trapezij genitoris frusti sint partes asymptoton hyperbolæ genitricis

conoi-

conoidis; intraque frustum conicum, & supra minori basi ipsius inscribatur cylindrus. Erit excessus frusti conici supra cylindrum sibi inscriptum æqualis conoidi hyperbolico, tam secundum totum, quam secundum partes proportionales.

CONoides hyperbolicum ABC, cuius diameter DB, latus transuersum EB, centrum F, asymptoti hyperbolæ genitricis FG, FH, intelligatur inclusum intra frustum conicum GIKH, cuius opposita plana parallela sint Ik, GH, & in ipso sit inscriptus cylindrus IM. Dico excessum frusti GIkH, supra cylindrum IM, æqualem esse conoidi ABC, tam secundum totum, quam secundum partes proportionales. Sumatur enim in diametro arbitrariè punctum O, per quod agatur planum NOP, GH, parallelum, secans omnia solida, vt in schemate. Quoniam enim quadratum NO, est æquale tam rectangulo NQP, cum quadrato QO, quam rectangulo NRP, cum quadrato RO. Ergo rectangulum NQP, cum quadrato QO, erit æquale rectangulo NRP, cum quadrato RO. At ex 2. conic. proposit. 10. rectangulum NQP, est æquale quadrato IB, seù quadrato RO. Ergo reliquum rectangulum NRP, erit æquale quadrato QO. Quare etiam armilla circularis NRP, erit æqualis circulo QT. Punctum autem O, sumptum est arbitrariè; ergo omnes Armillæ genitæ ex reuolutione trianguli GIL, circa BD, erunt æquales omni-



omnibus circulis conoidis ABC, AC, parallelis. Ergo & solidum genitum ex triangulo, nempe excessus frusti GIKH, supra cylindrum IM, erit æqualis ipsi conoidi ABC. Quod verò ostensum est de totis istis solidis, probaretur etiam de partibus proportionalibus; quia eodem modo probaretur v. g. partem excessus contentam inter plana NP, GH, æqualem esse frusto hyperbolico AQTC. Quare patet prædicta solida æqualia esse tam secun-dem totum, quam ſecundum partes proportionales. Quod &c.

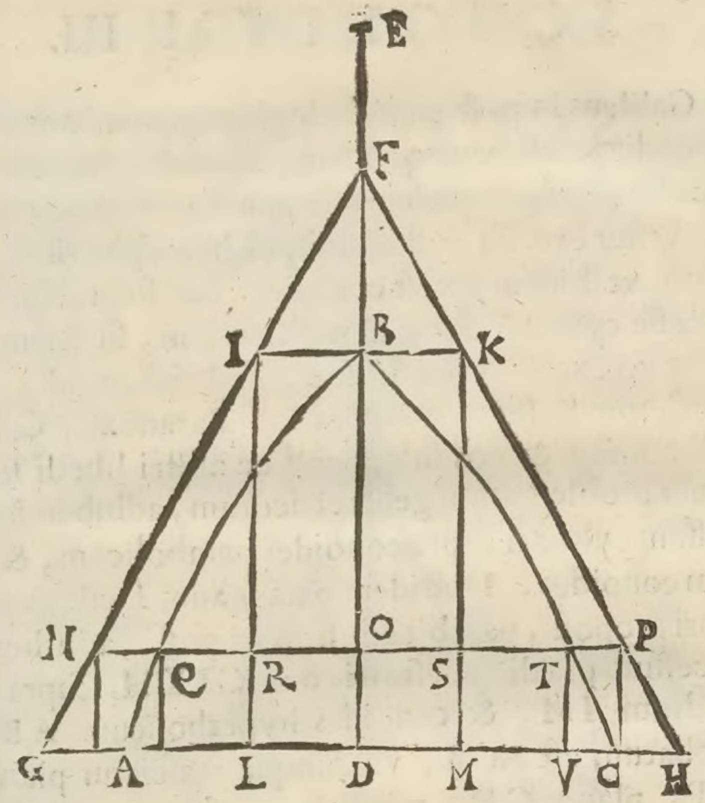
SCHOLIVM I.

Licet hæc propoſitio oſtenſa ſit per indiuiſibilia, poteſt tamen probari modo Archimedeo. Cum enim probatum ſit armillam circularem NRP, æqualem eſſe circulo QT, etiam (ſi inſcribantur) tubus cylindricus NLP, inſcriptus in exceſſu fruſti coni ſupra cylindrum, erit æqualis cylindro QV, inſcripto in conoide. Si ergo diuidatur BD, in quibuſcunque punctis, & per hæc agantur plana vt ſupra, & fiant tubi, & cylindri modo antedicto, facile patebit omnes tubos cylindricos inſcriptos in exceſſu fruſti coni ſupra cylindrum, æquales fore omnibus cylindris in conoide inſcriptis. Quare ſi hæc diuiſio fiat per continuam biſſectionem DB, partiumque eiuſdem; quia tam in exceſſu fruſti ſupra cylindrum, quam in conoide inſcribemus ſolida ab ipſis deficientibus defectu minori quacunque data magnitudine; tandem concludemus exceſſum prædictum, & conoides eſſe magnitudines æquales. Hæc autem viris Euclideis, Archimedeiſque ſunt nimis obuia.

SCHOLIVM II.

Poteſt ergo conſequenter ad ſuperius ſæpe dicta,

deduci



deduci ex his, exceſſum prædictum, & conoides hyperbolicum, eſſe quantitates proportionaliter analogas tam in magnitudine, quam in grauitate, tam ſecundum totum, quam ſecundum partes proportionales. Vnde ſi aliquo pacto inuenietur centrum grauitatis, vel totius exceſſus prædicti, vel partis eius in BD; idem erit centrum grauitatis conoidis hyperbolici ABC, vel ſegmenti eiuſdem, & idem intelligatur è contra.

SCHO-

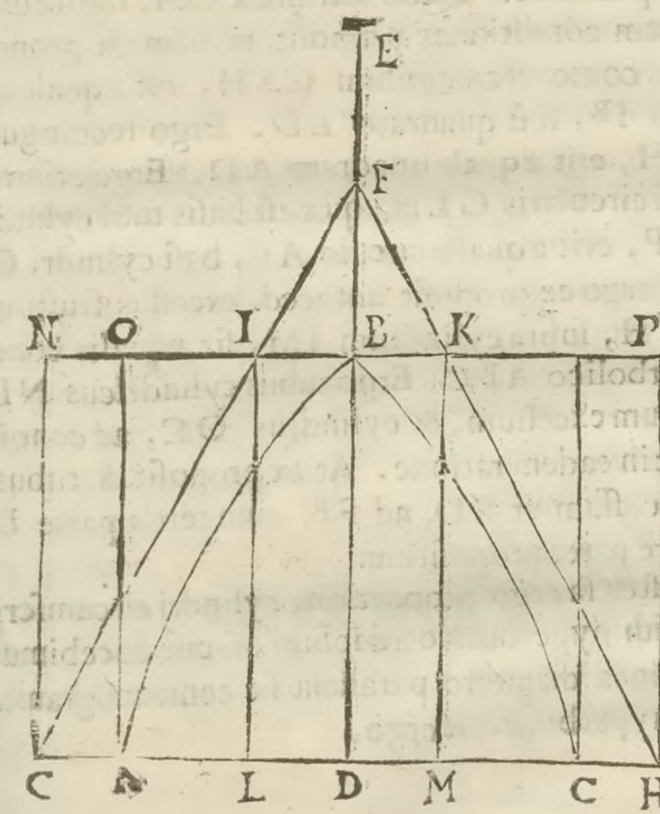
SCHOLIVM III.

Galileus in postremis dialogis pag. apud nos, 28, ostendit paradoxum quodam; nimirum, circuli circumferentiam æqualem esse puncto. Vt hoc ostendat vtitur excessu cylindri supra hemisphærium, & cono, vt ibidem potest conspici. Sed sicuti vsus fuit excessu cylindri supra hemisphærium, sic etiam poterat vti excessu cylindri supra hemisphæroides; eadem enim fuisset demonstratio. Paradoxum Galilei ostendimus & nos in appendice nostri libelli sexaginta problematum geometricorum, adhibendo excessum cylindri supra conoides parabolicum, & ipsum conoides. Hoc idem paradoxum facile ex præsenti proposit. patebit confirmari posse, adhibendo excessum prædictum frusti coni GIKH, supra cylindrum IM, & conoides hyperbolicum ABC. Probatum est enim, vbicunque traiciatur planum NP, plano GH, parallelum, semper armillam NRP, æqualem esse circulo QT; sicuti quamlibet partem excessus æqualem esse proportionali parti conoidis. Cum ergo excessus prædictus desinat in circunferentia circuli cuius diameter Ik, sicuti conoides desinit in puncto B; videtur ergo colligi circumferentiam æqualem esse vertici B.

PRO-

PROPOSITIO XI.

Cylindrus circumscriptus conoidi hyperbolico est ad ipsum, vt composita ex axi, seu diametro, & ex latere transuerso conoidis, ad dimidium lateris transuersi, vna cum tertia parte axis, seu diametri.



CONOIDI hyperbolico ABC, cuius diameter DB, latus transuersum EB, sit circumscriptus

ptus cylindrus OC. Dico hunc esse ad illud vt ED, ad dimidiam EB, cum tertia parte BD. Sit F, centrum hyperbolæ genitricis, & FG, FH, sint eius asymptoti, & per B, sit ducta IB, parallela GD; intelligamusque ex reuolutione trapezij GIBD, circa BD, genitum esse frustum conicum GIKH, cui sit circumscriptus cylindrus NH, & inscriptus IM. Quoniam linea GH, diuisa est secundum conditiones proposit. 9. nam ex proposit. 10. 2. conic. rectangulum GAH, est æquale quadrato IB, seù quadrato LD. Ergo rectangulum GLH, erit æquale quadrato AD. Ergo etiam armilla circularis GLH, quæ est basis tubi cylindrici NLP, erit æqualis circulo AC, basi cylindri OC. Cum ergo ex proposit. anteced. excessus frusti coni GIkH, supra cylindrum IM, sit æqualis conoidi hyperbolico ABC. Ergo tubus cylindricus NLP, ad illum excessum, & cylindrus OC, ad conoides erunt in eadem ratione. At ex proposit. 8. tubus est ad excessum vt ED, ad FB, cum tertia parte DB. Quare patet propositum.

Ostensa ergo proportione cylindri circumscripti conoidi hyperbolico ad ipsum, facile docebimus in qua linea diametro parallela sit centrum grauitatis semihyperbolæ. Sit ergo.

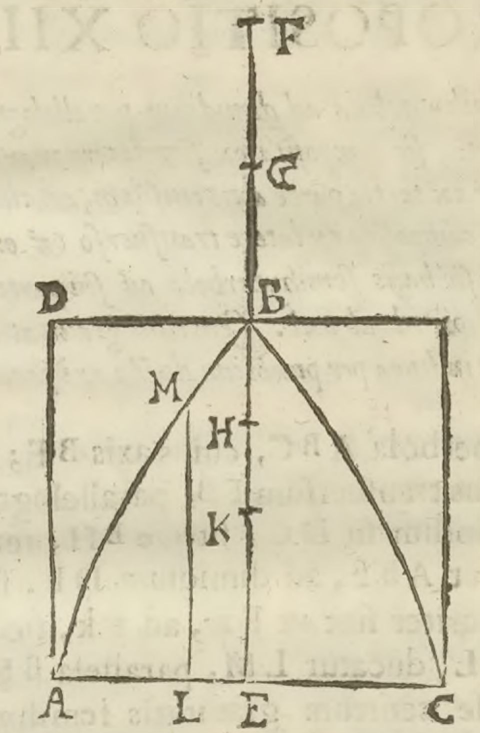
PRO-

PROPOSITIO XII.

Si fiat vt semihyperbola ad dimidium parallelogrammi sibi circumscripti, sic composita ex semilatere transuerso hyperbolæ, & ex tertia parte axis eiusdem, ad aliam: deinde fiat vt composita ex latere transuerso & ex axi, ad inuentam, sic basis semihyperbolæ ad sui partem abscindendam incipiendo ab axi. Centrum grauitatis semihyperbolæ erit in linea per punctum ducta axi parallela.

ESto hyperbola ABC, cuius axis BE; centrum G; latus transuersum FB; parallelogrammum ei circumscriptum sit DC; sitque BH, tertia pars BE; & fiat vt ABE, ad dimidium DE, sic GH, ad Ek; & pariter fiat vt FE, ad Ek, sic AE, ad EL; ac per L, ducatur LM, parallela BE. Dico in ML, esse centrum grauitatis semihyperbolæ ABE. Intelligamus DE, cum semihyperbola ABE, rotari circa BE. Quoniam ex proposit. 5. 7. & 11. cylindrus DC, est ad conoides ABC, vt FE, ad GH; & ratio FE, ad GH (de foris sumpta Ek) componitur ex rationibus FE, ad Ek, & huius ad GH. Ergo etiam ratio cylindri ad conoides componetur ex ijsdem rationibus. Sed ex schol. 1. proposit. 3. lib. 3. ratio cylindri ad conoides componitur etiam ex ratione dimidij DE, ad ABE, & ex ratione AE, ad interceptam inter EB, & centrum æquilibrij ABE, seù grauitatis duplicatæ ABE,

ad



ad partes AE; & supra factum est conuertendo, vt dimidium DE, ad ABE, sic kE, ad GH. Ergo rationes FE, ad Ek, & Ek, ad GH, æquales erunt rationibus Ek, ad GH, & AE, ad prædictam interceptam. Ergo si auferatur communis ratio kE, ad GH; FE, ad Ek, erit vt AE, ad illam interceptam. Sed ex constructione, vt FE, ad Ek, sic AE, ad EL. Ergo L, erit centrum æquilibrij semihyperbolæ. Et consequenter in LM, erit centrum grauitatis semihyperbolæ. Quod &c.

SCHO-

SCHOLIVM.

Tria autem, quæ collecta sunt in quamplurimis propositionibus lib.3. colligentur etiam nunc. Nam primò, tam super DE, quam supra ABE, intellectis cylindricis rectis æquealtis resectis diagonaliter plano transeunte per EB, & per latus oppositum ipsi DA, colligentur cubationes amborum truncorum cylindrici super semihyperbola existentis, cum hac tamen diuersitate; quod cubatio trunci sinistri dabitur semota hyperbolæ quadratura; quia sine tali quadratura datur ratio DC, cylindri ad conoides ABC; secùs dicendum de cubatione trunci dexteri, quæ non habetur nisi supposita quadratura. Secundum est (quadratura supposita) ratio cylindri ex DE, circa DA, ad annulum strictum ex semihyperbola ABE, circa DA. Tertium est ratio conoidis, & prædicti solidi ad inuicem, pariter supposita quadratura.

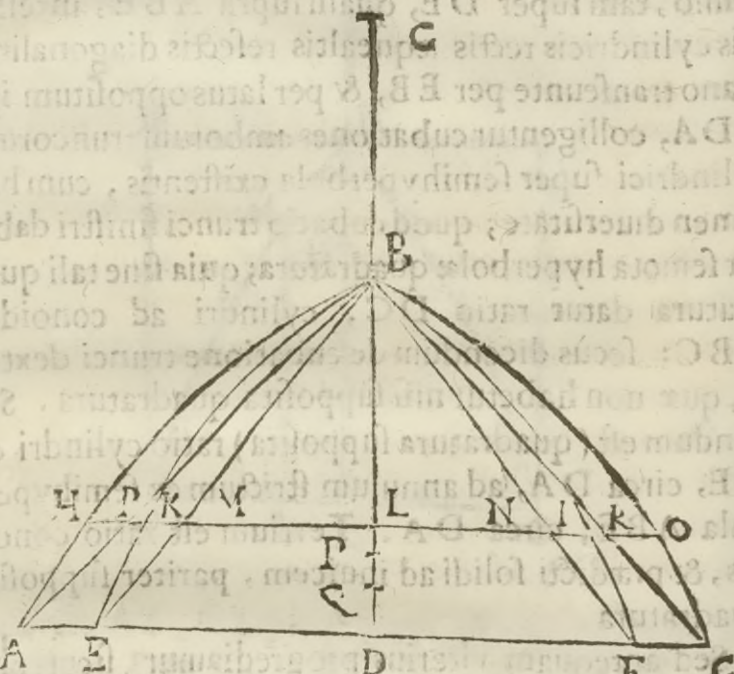
Sed antequam vlterius progrediamur, sicuti pluribus modis patefacta est ratio cylindri circumscripti ad conoides, sic non erit inutile assignare centrum grauitatis conoidis. Sit ergo.

PROPOSITIO XIII.

Centrum grauitatis conoidis hyperbolici sic diuidit duodecimam partem diametri eiusdem ordine quartam à ba-

E *si, vt*

ſi, vt pars propinquior baſi, ſit ad reliquam, vt dimidium lateris tranſuerſi conoidis, ad tertiam partem ſuæ diametri.



Esto conoides hyperbolicum quodcunque ABC, cuius axis, ſeù diameter BD, ſic ſecetur in L, vt BL, ſit dupla LD, & ſic in Q, vt BQ, ſit tripla QD. Ergo ſic LQ, erit duodecima pars totius BD, & ordine quarta incipiendo à D. Sit GB, latus tranſuerſum conoidis, & LQ, ſic ſece-

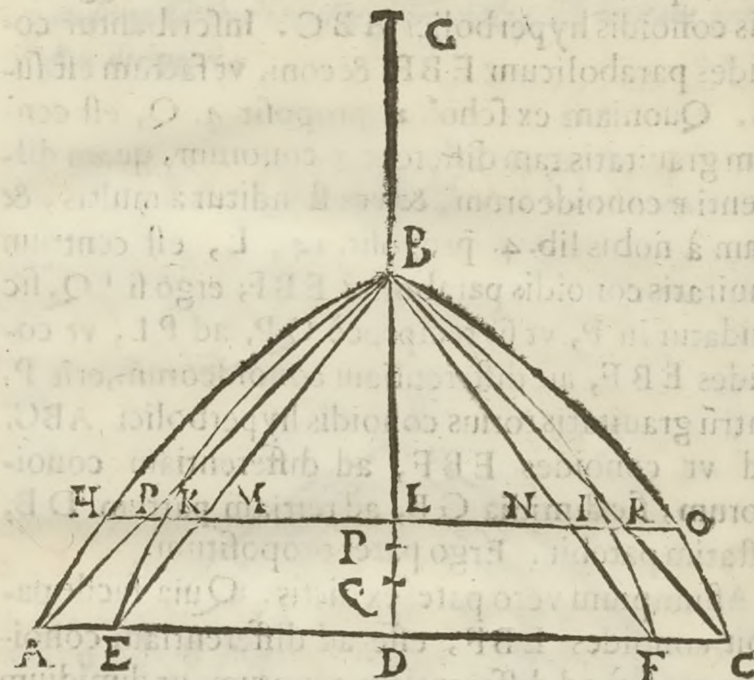
ſece-

ſecetur in P, vt QP, ſit ad PL, vt dimidia GB, ad tertiam partem BD. Dico P, eſſe centrum grauitatis conoidis hyperbolici ABC. Inſcribantur conoides parabolicum EBF, & coni, vt factum eſt ſupra. Quoniam ex ſchol. 2. propoſit. 4. Q, eſt centrum grauitatis tam differentiæ conorum, quam differentiæ conoideorum, & vt oſtenditur à multis, & etiam à nobis lib. 4. propoſit. 14, L, eſt centrum grauitatis conoidis parabolici EBF; ergo ſi LQ, ſic diuidatur in P, vt ſit reciprocè QP, ad PL, vt conoides EBF, ad differentiam conoideorum, erit P, centrũ grauitatis totius conoidis hyperbolici ABC. Sed vt conoides EBF, ad differentiam conoideorum, ſic dimidia GB, ad tertiam partem DB, vt ſtatim patebit. Ergo patet propoſitum.

Aſſumptum vero patet ex dictis. Quia facile patebit conoides EBF, eſſe ad differentiam conoideorum, ſeù ad differentiam conorum, vt dimidium quadrati DE, ad tertiam partem rectanguli AEC. Sed cum ex data hypotheſi, ſit diuidendo, & conuertendo, quadratum DE, ad rectangulum AEC, vt GB, ad BD. Erit & vt dimidium quadrati DE, ad tertiam partem rectanguli AEC, ſic dimidia GB, ad tertiam partem BD.

SCHOLIVM.

Si quis verò ſcire cupiat, in qua proportione ſecetur tota BD, à centro grauitatis P, hoc tali diſcur-



su obtinebit. Quoniam enim conuertendo L P, est ad P Q, vt tertia pars B D, ad dimidiam G B; ergo cum B L, sit octupla L Q, B P, erit ad P Q, vt 9. tertiæ partes B D (nempe vt tripla B D) cum 8. dimidijs G B (nempe cum quadrupla G B) ad dimidiam G B. Pariter cum D Q, sit tripla Q L; erit P Q, ad P D, vt dimidia G B, ad quadruplam dimidiam G B (nempe ad duplam G B) vna cum tribus tertijs partibus B D (nempe cum B D). Ergo ex æquali, erit B P, ad P D, vt quadrupla G B,

vna

vna cum tripla B D, ad duplam G B, cum B D. Et subquadruplando terminos, erit B P, ad P D, vt G B, cum subsesquitertia B D, ad dimidiam G B, cum quarta parte B D.

PROPOSITIO XIV.

Centrum grauitatis conoidis hyperbolici sic diuidit quartam partem diametri eiusdem ordine secundam à basi, vt pars propinquior basi sit ad reliquam, vt sexta pars lateris transuersi, ad tertiam partem compositæ ex latere transuerso, & ex diametro.

SEd in schem. anteced. supponat prudens geometra diametrum B D, secari bifariam in L, & L D, bifariam in Q; deinde L Q, sic secari in P, vt Q P, sit ad P L, vt sexta pars G B, ad tertiam partem G D. Dico P, esse centrum grauitatis conoidis A B C. Cum enim Q, sit centrum grauitatis coni A B C, & ex schol. proposit. 6. L, sit centrum excessus conoidis supra conum; & cum sit Q P, ad P L, vt sexta pars G B, ad tertiam partem G D, nempe ex hypothesi, vt sexta pars quadrati D E, ad tertiam partem quadrati A D; nempe ex schol. cit. vt excessus conoidis supra conum ad ipsum conum. Ergo ex Archimede in æqueponderantibus, erit P, centrum grauitatis totius conoidis.

SCHO-

SCHOLIVM.

Modus præſens aſſignandi centrum grauitatis conuenit cum antecedenti, vt attentè conſideranti patebit. Eſſet etiam alius modus inueniendi tale centrum grauitatis, inuento prius centro grauitatis exceſſus fruſti conici ſupra cylindrum ſibi inſcriptum. Ex ſchol. enim 3. propoſit. 10. patet talem exceſſum, & conoides hyperbolicum, eſſe quantitates proportionaliter analogas. Centrum verò grauitatis prædicti exceſſus facilè habebitur. Nam ex dictis in lib. 4. totius fruſti coni habetur pluribus modis centrum grauitatis. Sed habetur etiam centrum grauitatis cylindri in fruſto inſcripti; habeturque ratio talis cylindri ad exceſſum fruſti ſupra ipſum. Quare centrum prædicti exceſſus non ignorabitur. Vice verſa tamen, modi reperiendi centrum grauitatis conoidis aſſignati in duabus propoſit. anteced. quadrabunt etiam prædicto exceſſui.

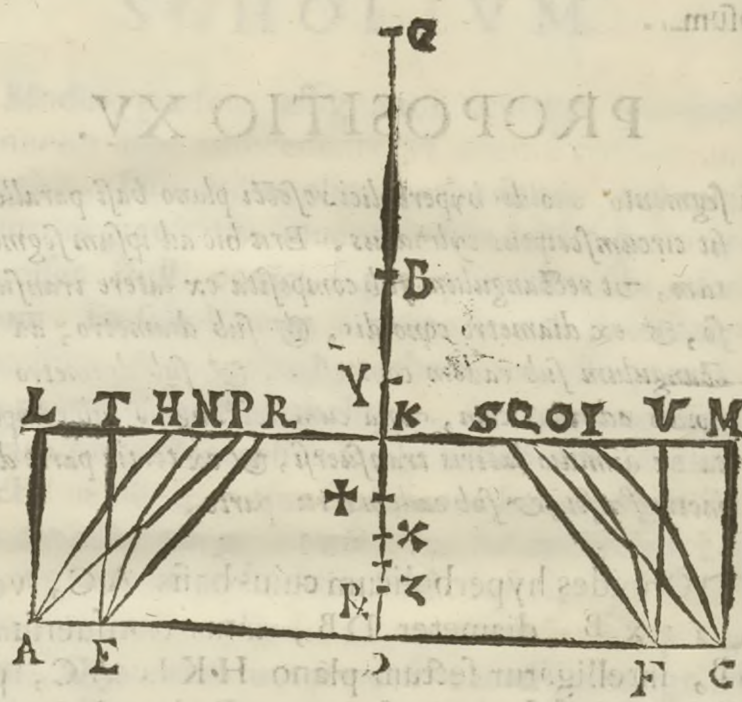
Sed ſicuti in ſuperioribus docuimus in qua linea diametro parallela ſit centrum grauitatis ſemihyperbolæ, ſic videtur conueniens docere in qua linea diametro parallela ſit centrum grauitatis ſegmenti ſemihyperbolæ contenti inter duas lineas baſi parallelas. Sed cum inuentioni talis lineæ præmiſſa ſit ratio cylindri circumſcripti conoidi ad ipſum conoides, ſic in præſentiarum anteponenda videtur ratio cylindri circumſcripti ſegmento conoidis hyperbolici contento inter duo plana baſi parallela, ad ipſum.

PROPOSITIO XV.

Si ſegmento conoidis hyperbolici reſecti plano baſi parallelo, ſit circumſcriptus cylindrus. Erit hic ad ipſum ſegmentum, vt rectangulum ſub compoſita ex latere tranſuerſo, & ex diametro conoidis, & ſub diametro, ad rectangulum ſub eadem compoſita, & ſub diametro conoidis ad verticem, vna cum rectangulo ſub compoſita ex dimidio lateris tranſuerſi, & ex tertia parte diametri fruſti, & ſub eadem tertia parte.

Conoides hyperbolicum cuius baſis AC, vertex B, diameter DB, latus tranſuerſum GB, intelligatur ſectum plano HKI, AC, parallelo, & ipſi ſit circumſcriptus cylindrus LC. Dico hunc eſſe ad ſegmentum conoidis, vt rectangulum GDB, ad rectangulum ſub GD, in Bk, vna cum rectangulo ſub compoſita ex dimidia GB, & tertia parte Dk, & ſub tertia parte Dk.

Segmento AHIC, intelligatur inſcriptum ſegmentum ENOF, conoidis parabolici cuius vertex B, conditionis ſupra ſæpe expoſitæ; & in talibus ſegmentis intelligantur ſegmenta conorum inſcriptorum in integris conoidibus, quæ ſint APQC, ERSF. Quoniam fruſtum AHIC, conſtat ex fruſto parabolico, & ex differentia fruſtorum conoideo-

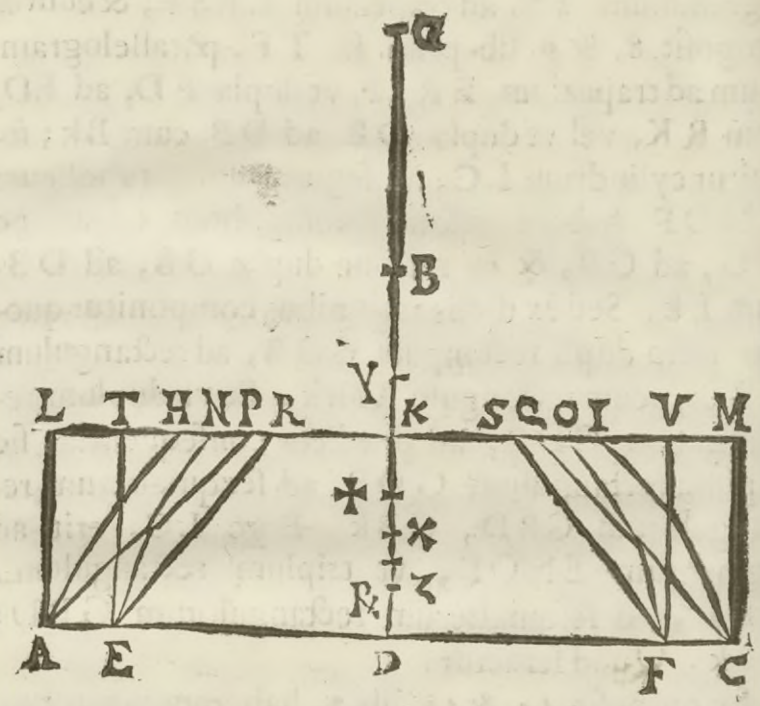


deorum; & ex proposit. 4, differentia frustorum conoideorum est æqualis differentiæ conorum; ergo LC, erit ad frustum AHIC, vt est ad frustum parabolicum, vna cum differentia frustorum conorum. Hanc verò rationem sic venabimur. Cylindrus LC, ad frustum parabolicum ENOF, habet rationem compositam ex ratione cylindri LC, ad cylindrum TF, tali frusto parabolico circumscriptum, & huius ad ipsum frustum: LC, ad TF, est vt quadratum AD, ad quadratum ED; nempe ex hypothesi, vt DG, ad GB. Cum autem ex pro-

posit. 3. lib. 4. sit TF, ad ENOF, vt parallelogrammum TF, ad trapezium ERSF; & cum ex proposit. 8. & 9. lib. prim. sit TF, parallelogrammum ad trapezium ERSF, vt dupla ED, ad ED, cum RK, vel vt dupla DB, ad DB, cum Bk; sequitur cylindrum LC, ad segmentum parabolicum ENOF, habere rationem compositam ex ratione DG, ad GB, & ex ratione duplæ DB, ad DB, cum Bk. Sed ex dictis rationibus componitur quoque ratio dupli rectanguli GDB, ad rectangulum GBD, cum rectangulo GBk. Et vt duplum rectangulum GDB, ad prædicta consequentia, sic triplum rectangulum GDB, ad sesquialterum rectangulorum GBD, GBk. Ergo LC, erit ad segmentum ENOF, vt triplum rectangulum GDB, ad sesquialterum rectangulorum GBD; GBk. Quod seruetur.

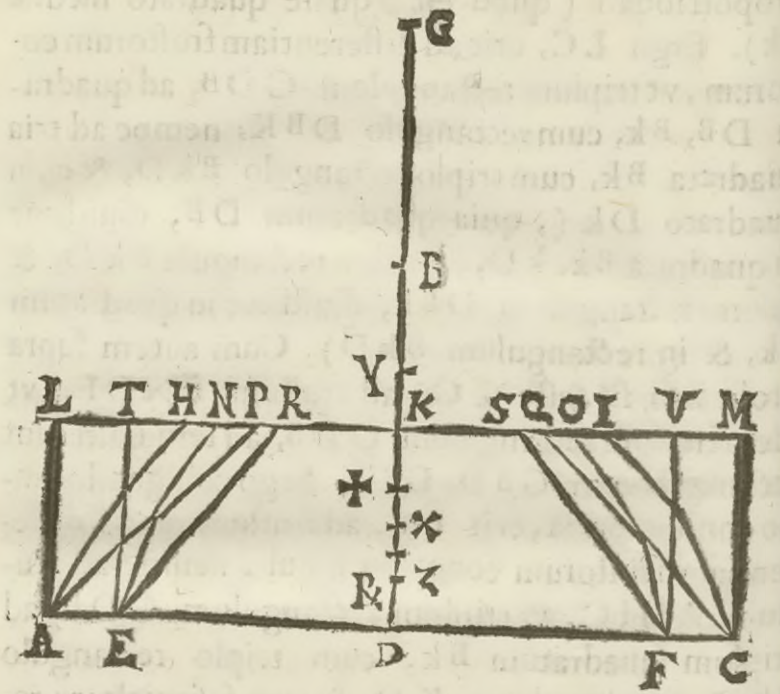
Ex proposit. 14, & 15, lib. 2. habemus tam totum cylindrum LC, quam ablatum TF, esse illum ad frustum conicum APQC, hunc verò ad frustum conicum ERSF, vt tripla DB, ad DB, BR, & harum tertiam minorem continuè proportionalem. Ergo & reliquum ad reliquum erit vt totum ad totum: nempe tubus cylindricus LEM, erit ad differentiam frustorum conorum, vt tripla DB, ad DB, Bk, & illam tertiam proportionalem. Tunc argumentetur sic. Ratio cylindri LC, ad differentiam segmentorum conorum componitur ex ratione LC, ad tubum LEM, & huius ad differentiam segmentorum

 torum



torum conorum: at LC, ad tubum est vt quadratum AD, ad rectangulum AEC, nempe ex hypothesi supposita per conuersionem rationis, vt GD, ad DB: tubus autem est ad differentiam frustorum conorum vt tripla DB, ad DB, Bk, & illam tertiam proportionalem. Ergo ratio LC, ad differentiam segmentorum conorum componetur quoque ex rationibus GD, ad DB, & triplæ DB, ad DB, BK, & illam tertiam proportionalem. Sed ex dictis rationibus componitur etiam ratio tripli rectanguli GDB, ad quadratum DB, rectangulum

DBk, & rectangulum sub DB, & sub illa tertia proportionali (quod est æquale quadrato mediæ Bk). Ergo LC, erit ad differentiam frustorum conorum, vt triplum rectangulum GDB, ad quadrata DB, Bk, cum rectangulo DBK; nempe ad tria quadrata Bk, cum triplo rectangulo BkD, & cum quadrato Dk (, quia quadratum DB, diuiditur in quadrata Bk, kD, & in duo rectangula BkD; & pariter rectangulum DBk, diuiditur in quadratum Bk, & in rectangulum BkD). Cum autem supra probatum sit, esse LC, ad frustum ENOF, vt idem triplum rectangulum GDB, ad sesquialterum rectangulorum GBD, GBk. Ergo colligendo ambo consequentia, erit LC, ad frustum, & ad differentiam frustorum conorum simul, nempe ad frustum AHIC, vt triplum rectangulum GDB, ad triplum quadratum Bk, cum triplo rectangulo BkD, cum quadrato KD, & cum sesquialtero rectangulorum GBD, GBk. Ergo & vt horum planorum tertiæ partes: nempe LC, erit ad AHIC, vt rectangulum GDB, ad quadratum BK, cum rectangulo BkD, & cum tertia parte quadrati Dk, vna cum dimidio rectangulorum GBD, GBK. Cum verò dimidium rectanguli GBD, diuidatur in dimidium GBK, & in dimidium GB, KD. Ergo dimidium rectangulorum GBD, GBK, erit rectangulum GBk, cum dimidio rectanguli GB, KD. Si ergo simul iunxerimus rectangulum GBK, cum quadrato BK, & cum rectangulo BKD, habe-



bimus rectangulum GD, Bk. Pariter si simul iunxerimus rectangulum sub dimidia GB, & sub DK, cum tertia parte quadrati DK, nempe cum rectangulo sub DK, & sub tertia parte Dk, habebimus rectangulum sub composita ex dimidia GB, & ex tertia parte Dk, & sub DK. Ergo à primo ad vltimum concludemus, esse LC, ad frustum conoidis hyperbolici AHIC, vt rectangulum GDB, ad rectangulum GD, BK, cum rectangulo sub composita ex dimidia GB, & ex tertia parte Dk, & sub DK. Quod erat ostendendum.

SCHO-

SCHOLIVM.

Proportionem prædicti cylindri ad illud segmentum hyperbolicum, etiam duobus alijs modis, consequenter ad superius dicta, liceret colligere. Cum enim tale segmentum constet ex segmento coni sibi inscripto, & ex excessu supra ipsum; & cum talis excessus sit æqualis excessui segmenti conoidis parabolici supra suum segmentum conicum; & cum ex dictis in ijs, quæ de infinitis parabolis conscripsimus, facile liceat colligere rationem LC, & ad segmentum conicum APQC, & ad excessum segmenti conoidis parabolici ENOF, supra segmentum conicum ERSF: sequitur facile etiam nos obtinere rationem LC, ad segmentum AHIC. Pariter si in schemat. proposit. 10. tam segmento v. g. AQTC, quam segmento excessus frusti conici GNPH, supra cylindrum RM, mente concipiamus circumscribi cylindros; patet ex dictis in eadem propositione, tubum cylindricum cuius basis armilla circularis GLH, altitudo OD, æqualem esse cylindro circumscripto segmento AQTC. Pariterque patet excessum frusti GNPH, supra cylindrum RM, æqualem esse segmento AQTC. Cum ergo ex dictis in opere supra citato, facilissime possimus habere rationem prædicti tubi ad illum excessum supra cylindrum; faciliter etiam habebimus rationem cylindri circumscripti segmento hyperbolico

lico

lico AQTC, ad ipsum segmentum. Hæc non continent multum difficultatis, quapropter sufficiat ea lectoribus indicasse.

Sicuti sufficiat ex antecedentibus indicare modum reperiendi in quà linea parallela Dk, sit centrum grauitatis suppositi segmenti semihyperbolæ AHkD. Hoc autem reperietur ex dictis, si supponatur segmenti AHKD, quadratura, nempe ratio, quam habet ad ipsum parallelogrammum LD. Cum enim cylindrus LC, habeat ad segmentum conoidis AHIC, ex schol. pri. prop. 3. lib. 3. rationem compositam ex ratione dimidij parallelogrammi LD, ad segmentum AHkD, & ex ratione AD, ad interceptam inter D, & centrum æquilibrij segmenti acceptum in AD, hoc est centrum grauitatis duplicati segmenti AHkD, ad partes AD; sequitur, quod si ex proportione cylindri LC, ad segmentum conoidis AHIC; nempe ex ratione expressa in præsenti propositione, subtrahatur supposita ratio dimidij parallelogrammi LD, ad segmentum parabolæ AHKD, remanebit ratio AD, ad interceptam inter D, & centrum quæsitum.

Hoc puncto inuento, non ignorabimus tria solita, quæ sæpe sæpius deduximus in non paucis propositionibus lib. 3. Nam primo non ignorabimus rationem cylindri ex LD, ad solidum ex segmento AHKD, circa LA. Secundo non ignorabimus rationem segmenti AHIC, ad solidum prædictum circa AL. Tertio tam supra LD, quam supra AHKD,

AHkD, intellectis cylindricis rectis æquealtis sectis diagonaliter plano transeunte per Dk, & per latus oppositum ipsi LA, minimè ignorabimus cubationes truncorum cylindrici super AHkD, existentis. Hac tamen differentia, quod cubationem trunci sinistri habebimus sine suppositione alicuius quadraturæ; non sic cubationem trunci dexteri.

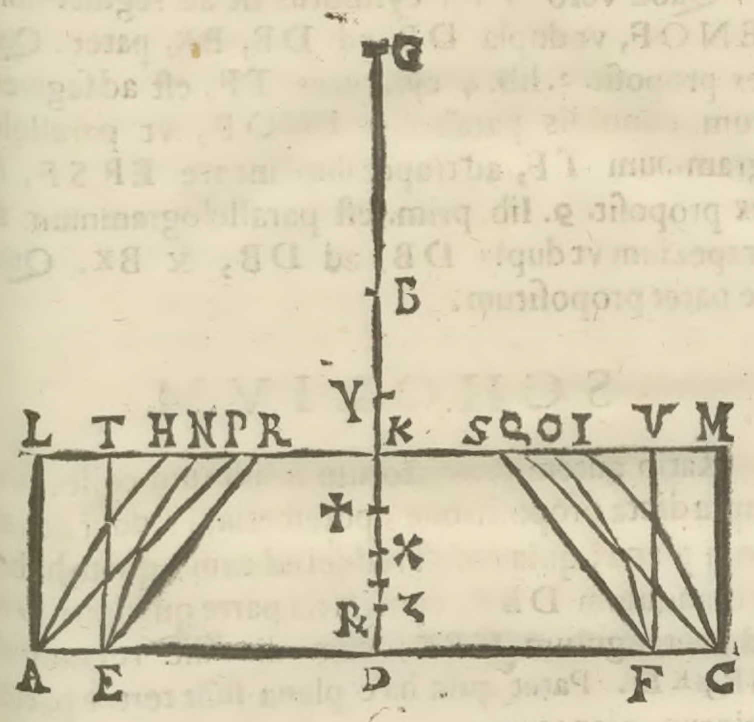
His ostensis non erit inutile ostendere modum inueniendi centrum grauitatis segmenti conoidis hyperbolici AHIC. Sed prius ostendatur sequens propositio.

PROPOSITIO XVI.

Differentia supradictorum frustorum conoideorum est ad segmentum conoidis parabolici, vt quadrata axium totius conoidis, & conoidis ad verticem, vna cum rectangulo contento sub his axibus, ad sesquialterum rectangulorum contentorum sub latere transuerso, & sub prædictis axibus.

SInt ergo segmenta anteced. proposit. Dico differentiam frustorum AHIC, ENOF, esse ad segmentum parabolicum ENOF, vt quadrata DB, Bk, cum rectangulo DBk, ad sesquialterum rectangulorum GBD, GBK. Differentia enim prædicta ad segmentum ENOF, habet rationem compositam ex ratione differentiæ ad tubum cylindricum

dricum LEM; huius ad cylindrum TF; & huius ad ſegmentum ENOF. Cum autem differentia fruſtorum conoideorum ſit, ex ſupradictis, æqualis differentiæ fruſtorum conorum inſcriptorum in ipſis; & cum differentia fruſtorum conorum ſit ad tubum LEM, vt facile poteſt deduci ex dictis in ſchol. 4. propoſit. 14. lib. 2. vt DB, cum BK, & cum harum tertia minori proportionali ad tres DB. Sequitur etiam differentiam ſegmentorum conoideorum, eſſe ad tubum cylindricum LEM, vt DB, BK, & illa tertia proportionalis ad tres DB. Cum verò LEM, tubus ſit ad cylindrum TF, vt rectangulum AEC, ad quadratum ED, nempe diuidendo, ex hypotheſi frequenter vſa, vt DB, ad BG, ſeù vt tripla DB, ad triplam GB. Ergo ex æquali, erit differentia ſegmentorum conoideorum ad cylindrum TF, vt DB, Bk, cum illa tertia proportionali ad triplam GB. Cylindrus TF, eſt ad ſegmentum ENOF, vt dicetur inferius, vt dupla DB, ad DB, cum BK. Ergo à primo ad vltimum, differentia ſegmentorum conoideorum ad ſegmentum ENOF, habebit rationem compoſitam ex ratione DB, Bk, & harum tertiæ proportionalis ad triplam BG, & ex ratione duplæ DB, ad DB, Bk. Sed ex dictis rationibus componitur quoque ratio duorum quadratorum BD, duorum rectangulorum DBK, & duorum rectangulorum ſub DB, & ſub illa tertia proportionali (quæ duo vltima rectangula ſunt æqualia duobus quadratis



mediæ BK), ad tria rectangula GBD, cum tribus rectangulis GBK. Ergo differentia fruſtorum conoideorum, erit ad ſegmentum ENOF, vt duo quadrata DB, cum duobus rectangulis DBK, & cum duobus quadratis BK, ad tria rectangula GBk, cum tribus rectangulis GBD. Et vt horum terminorum dimidia. Nempe differentia prædicta, erit ad prædictum ſegmentum, vt quadrata DB, BK, cum rectangulo DBK, ad ſeſquialterum rectangulorum GBD, GBK. Quod erat oſtendendum.

Quod verò T F, cylindrus ſit ad ſegmentum ENOF, vt dupla DB, ad DB, BK, patet. Quia ex propoſit. 3. lib. 4. cylindrus TF, eſt ad ſegmentum conoidis parabolici ENOF, vt parallelogrammum TF, ad trapezium lineare ERSF, At ex propoſit. 9. lib. prim. eſt parallelogrammum ad trapezium vt dupla DB, ad DB, & BK. Quare patet propoſitum.

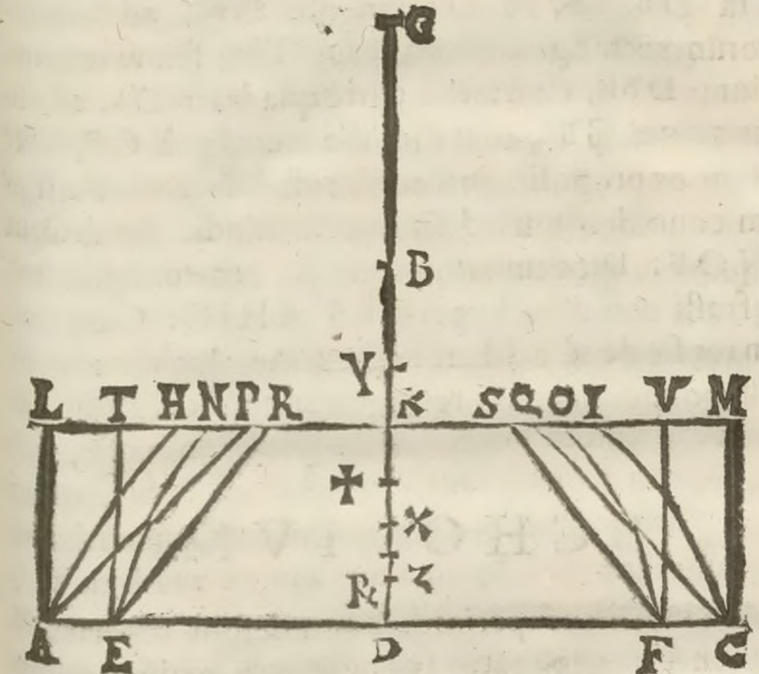
SCHOLIVM.

Ratio autem prædictorum ſolidorum collecta in ſupradicta propoſitione, poteſt etiam reduci ad minora plana; quia poteſt reduci ad eam, quam habet rectangulum DBK, cum tertia parte quadrati DK, ad rectangulum GBK, cum dimidio rectanguli GB, KD. Patet quia hæc plana ſunt tertiæ partes priorum planorum.

PROPOSITIO XVII.

Segmenti ſupradicti conoidis hyperbolici centrum grauitatis reperire.

SEgmenti conoidis hyperbolici AHIC, centrum grauitatis reperietur ſic. Inſcriptis ſolidis vt ſupra, ſecetur KD, ſic in X, vt KX, ſit ad XD, vt duplum quadratum ED, cum quadrato NK, ad duplum quadratum NK, cum quadrato ED,



ED, ſeu vt dupla DB, cum BK, ad duplam BK, cum BD. Ergo ex ſchol. propoſit. 15. lib. 4. erit X, centrum grauitatis fruſti conoidis parabolici ENOF. BD, & BK, ſic ſecentur in Y, ✻, vt BY, ſit tripla ipſius YK, & pariter B✻, tripla ſit ipſius ✻D: & fiat vt exceſſus cubi DB, ſupra cubum BK, ad cubum BK, ſic Y✻, ad ✻℞. Ergo ex ſchol. propoſit. 18. eiuſdem libri erit ℞, centrum grauitatis differentiæ fruſtorum conorum; & conſequenter ex ſchol. 2. propoſit. 4. huius, erit centrum grauitatis differentiæ fruſtorum conoideorum. Diuidatur ergo X℞, in Z, vt ſit XZ, ad Z℞, vt quadrata DB, BK, cum rectangulo DBK, ad ſesquialterum rectangulorum GBD, GBk; ſeù vt rectangulum DBK, cum tertia parte quadrati Dk, ad rectangulum GBk, cum dimidio rectanguli GB, kD; nempe ex propoſit. anteced. vt eſt differentia fruſtorum conoideorum ad fruſtum conoidis parabolici ENOF. Dico inuentum eſſe Z, centrum grauitatis fruſti conoidis hyperbolici AHIC. Cum autem res ſit de sè euidens ex doctrinis Archimedis in æquęponderantibus, relinquitur conſiderationi lectoris.

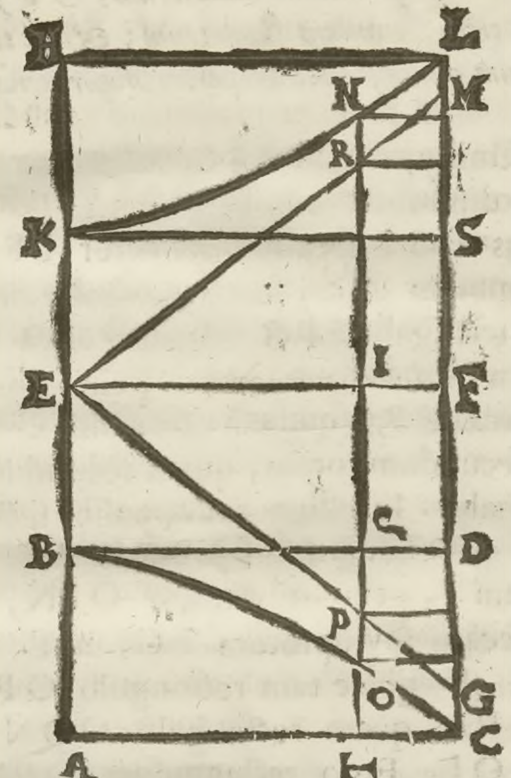
SCHOLIVM.

Alij modi ex ſuperioribus non deſunt reperiendi tale centrum grauitatis; ſed nè lectorem nimis quàm par ſit defatigemus, ad alia, & noua tranſeamus; præcipuè ad centrum grauitatis hyperbolæ reperiendum. Quod tamen non reperietur niſi præmiſſis quibuſdam demonſtrationibus.

PROPOSITIO XVIII.

Si ſemihyperbola cum ſibi circumſcripto parallelogrammo rotetur circa ſecundam coniugatam diametrum. Annulus latus ortus ex rotatione exceſſus parallelogrammi ſupra ſemihyperbolam, erit æqualis cono ex triangulo, cuius vnum latus dimidia ſecundæ diametri, aliud intercepta inter ſecundam diametrum, & aſymptotum, reuoluto circa ſecundam diametrum; & hoc tam ſecundum totum, quàm ſecundum partes proportionales.

ESto ſemihyperbola ABC, cuius diameter AB; EB dimidium lateris tranſuerſi; centrum E; aſymptotus EG; ſecunda diameter EF; & parallelogrammum AD, ſemihyperbolæ circumſcriptum cum triangulo EFG, rotentur circa EF. Dico annulum latum ortum ex rotatione trilinei mixti CBD, circa EF, æqualem eſſe cono GEM, & hoc tam ſecundum totum, quàm ſecundum partes proportionales. Intelligantur oppoſitæ ſectiones vt in ſchemate, & ſumatur arbitrariè in EF, quodlibet punctum I, per quod ducatur OIN, parallela LC, ſecans aſymptotum EG, in P. Quadratum IO, eſt æquale tam rectangulo OPN, cum quadrato PI, quàm rectangulo OQN, cum quadrato QI. Ergo rectangulum OPN, cum quadrato PI, erit æquale rectangulo OQN, cum quadrato QI. Sed ex propoſit. 11. ſec. conic. rectangulum OPN, eſt æquale quadrato BE, ſeù quadrato QI. Ergo reliquum rectangulum OQN, erit æquale reliquo quadrato PI. Quare & armilla circularis OQN, erit æqualis circulo PR. Cum vero punctum I, ſumptum ſit arbitrariè; ergo omnes armillæ circulares parallelæ armillæ CDL, ortæ ex rotatione trilinei CBD, circa EF, erunt æquales omnibus circulis coni GEM. Et conſequen-



quenter annulus latus ortus ex rotatione illius trilinei circa E F, erit æqualis cono G E M. Quod vero probatum eſt de totis, patet eodem modo poſſe probari de partibus proportionalibus; v. g. eodem modo probabimus partem annuli lati ortam ex rotatione trapezij mixti C O Q D, æqualem eſſe ſegmento coni G P R M. Quare patet ſolida prædicta æqualia eſſe inter ſe tam ſecundum totum, quam ſecundum partes proportionales.

SCHO-

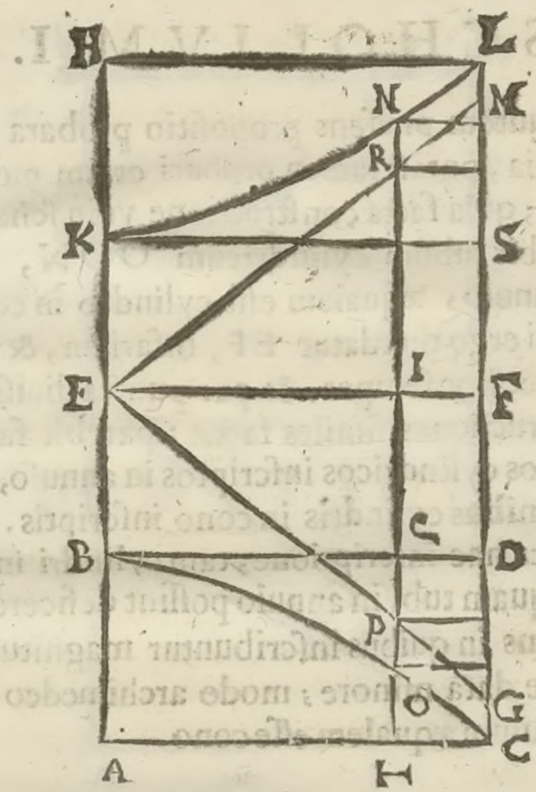
SCHOLIVM I.

Licet autem præſens propoſitio probata ſit per indiuiſibilia, poteſt tamen probari etiam modo archimedeo; quia facta conſtructione vt in ſchemate, facile patebit tubum cylindricum O D N, inſcriptum in annulo, æqualem eſſe cylindro in cono inſcripto. Si ergo diuidatur E F, bifariam, & partes bifariam, & hoc ſemper, & per puncta diuiſionum fiant conſtructiones ſimiles factæ; patebit faciliter omnes tubos cylindricos inſcriptos in annuſo, æquales fore omnibus cylindris in cono inſcriptis. Quare cum facta hac inſcriptione, tam cylindri in cono inſcripti, quam tubi in annulo poſſint deficere à magnitudinibus in quibus inſcribuntur magnitudine quacumque data minore; modo archimedeo deducetur, annulum æqualem eſſe cono.

SCHOLIVM II.

Ex dictis ergo in præſenti propoſit. & in lib. 4. de Infin. Parab. poſſumus deducere, annulum prædictum, & conum G E M, eſſe quantitates proportionaliter annalogas tam in magnitudine, quam in grauitate, tam ſecundum totum, quam ſecundum partes proportionales. Quare cum ex dictis in ſchol. prim. propoſit. 8. eiuſdem libri, conus, trilineum parabolicum quadraticum, & exceſſus cylindri cir-

cum-



cumscripti hemisphærio, seù hemisphæroidi sint quatuor magnitudines proportionaliter analogæ: sequitur his etiam associari pro quinta magnitudine annulum latum prædictum. Ex dictis ergo in lib. cit. habebimus, quod centrum grauitatis talis annuli secabit EF, vt pars terminata ad E, sit ad partem terminatam ad F, vt 3. ad 1. Pariter si considerabimus quamlibet partem eiusdem annuli resecti plano CL, parallelo, & terminatam ad circulum

lum BEK, v.g. illam, quæ oritur ex rotatione trilinei BOQ circa EF; agnoscemus eius centrum grauitatis secare EI, in eadem ratione. Quia talis pars est proportionaliter analoga cum cono PER. Cum vero etiam pars annuli orta ex rotatione trapezij mixti COQD, sit probata proportionaliter analoga segmento conico GPRM, & cum talis segmenti conici sit in libro cit. pluribus modis inuentum centrum grauitatis; ex dictis ibidem reperiemus in quo puncto IF, sit centrum grauitatis prædicti segmenti annuli.

SCHOLIVM III.

Sed paradoxum Galilei, de quo locuti sumus supra schol. 2. proposit. 10. possumus etiam deducere ex præsenti propositione. Nam etiam ex hac facto concinno discursu, tandem concludemus, circumferentiam BEk, extremitatem annuli, æqualem fore E, vertici coni.

PROPOSITIO XIX.

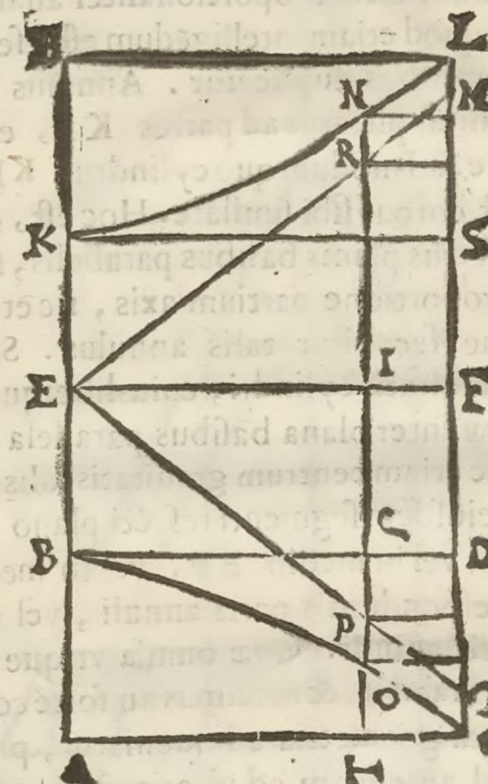
In schem. anteced. proposit. annulus strictus ex quadrilatero mixto CBEG, circa EF, est æqualis cylindro DK, tam secundum totum, quam secundum partes proportionales.

PAter faciliter. Cum enim in anteced. proposit. ostensum sit, annulum latum ex trilineo CBD, circa EF, æqualem esse cono GEM; ergo communi addito cylindro KD, erit solidum CBkL, æquale cylindro DK, & cono GEM. Quò hinc inde ablato. Ergo solidum GCBEkLM, erit æquale cylindro kD.

Eodem modo ostendemus æqualitatem partium proportionalium, v. g. partem annuli ortam ex rotatione quadrilateri mixti COPG, æqualem esse cylindro QS. Addendo enim cylindrum QS, & auferrendo GPRM, frustum conicum, patebit propositum.

SCHOLIVM I.

Præsens propositio potuisset immediate probari per indiuisibilia independenter ab anteced. proposit. Quia facta constructione vt in anteced. proposit. statim patebit ex proposit. 11. 2. Conic. & rectangulum OPN, æquale esse quadrato BE, seù QI; & armillam circularem OPN, æqualem pariter fore circulo cuius radius QI. Quare facile patebit & omnes armillas solidi ex quadrilatero mixto CBEG, æquales esse omnibus circulis cylindri kD, & ipsum annulum ex quadrilatero mixto, æqualem esse cylindro kD. Maluimus tamen hanc ex antecedenti deducere, vt pauidis geometris non relinquamus vllum locum hæsitandi de certitudine præsentis propositionis; nam adhibita præsenti constructione propositio non probatur nisi per indiuisibilia;



lia; quia in annulo ex quadrilatero mixto CBEG, nequit fieri inscriptio tuborum cylindricorum, quæ patuit posse fieri in annulo ex trilineo mixto CBD.

SCHOLIVM II.

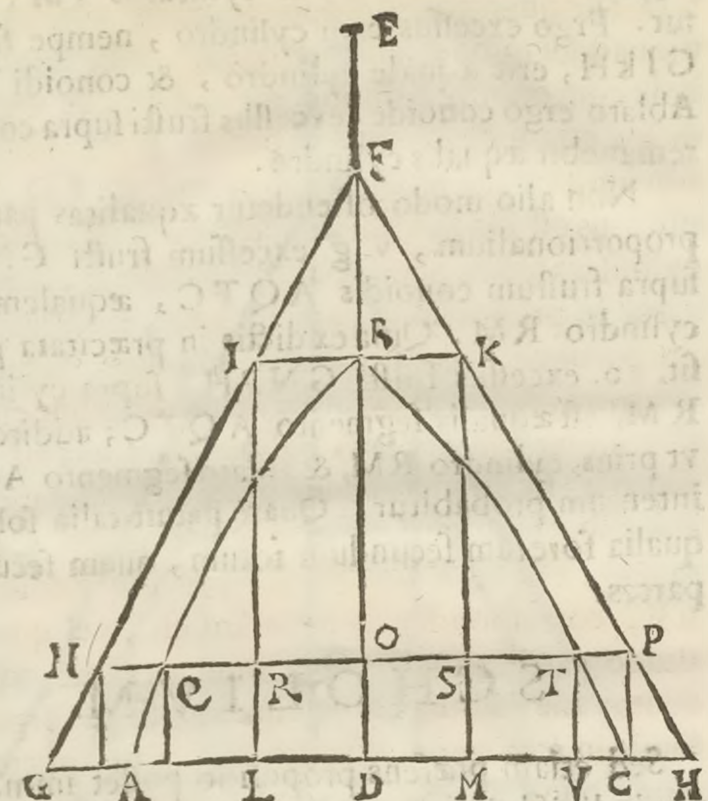
Patet ergo consequenter ad sæpe sæpius repetita, annulum præfatum GCBEkLM, & cylindrum

K D, esse quantitates proportionaliter analogas omniquaque: quod etiam intelligẽdum est si semihyperbola cum omnibus duplicetur. Annulus ergo prædictus etiam duplicatus ad partes K B, erit corpus sibi similare, ad modum quo cylindrus K D, sic duplicatus est corpus sibi similare. Hoc est, quod sicut cylindrus sectus planis basibus parallelis, semper secatur in proportione partium axis, sic etiam in tali proportione secabitur talis annulus. Sicuti ergo centrum grauitatis cylindri, cuiuslibetque eius partis contentæ inter plana basibus parallela est in medio axis; sic etiam centrum grauitatis talis annuli, & cuiuslibet eiusdem segmenti resecti plano C L, parallelo, erit vel in medio E F, vel in medio partis E F, correspondentis parti annuli, vel quæ sit altitudo partis annuli. Quæ omnia vtique nobis videntur admirabilia, & nescimus an fortè corpus huic simile in tota geometria adinueniatur, præter vnicum, quod antequam ad vlteriora progrediamur, intelligimus in propositione sequenti explicare.

PROPOSITIO XX.

Excessus frusti conici proposit. 10. supra conoides hyperbolicum, est æqualis cylindro super minore basi frusti, & circa diametrum cum ipso: & hoc tam secundum totum, quam secundum partes proportionales.

Esto



Esto ergo in schem. proposit. 10. frustum conicum G I K H, conoides hyperbolicum sit A B C, cuius asymptoti G F, F H, & sit cylindrus I M, cuius basis I B K, minor basis frusti. Dico excessum frusti conici G I k H, supra conoides A B C, æqualem esse cylindro I M, tam secundum totum, quam secundum partes proportionales. De totis patet. Quia cum ex cit. proposit. 10. excessus G I k H, supra cylindrum I M, sit æqua-

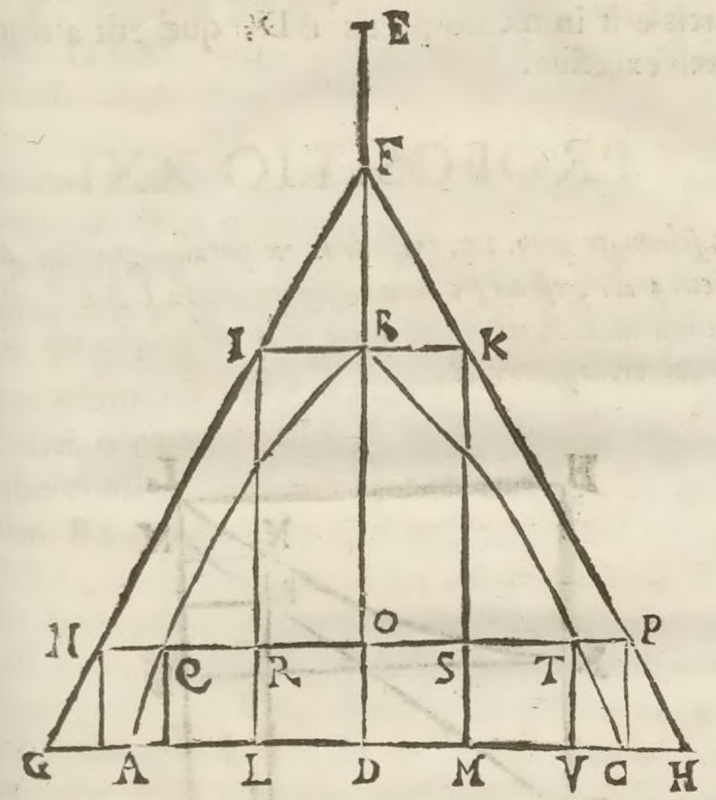
æqualis conoidi ABC; si cylindrus IM, addatur. Ergo excessus cum cylindro, nempe frustum GIkH, erit æquale cylindro, & conoidi simul. Ablato ergo conoide, excessus frusti supra conoides remanebit æqualis cylindro.

Non alio modo ostendetur æqualitas partium proportionalium, v. g. excessum frusti GNPH, supra frustum conoidis AQTC, æqualem esse cylindro RM. Quia ex dictis in præcitata proposit. 10. excessus frusti GNPH, supra cylindrum RM, est æqualis segmento AQTC; addito ergo, vt prius, cylindro RM, & ablato segmento AQTC, intentum probabitur. Quare patuit talia solida æqualia fore tam secundum totum, quam secundum partes.

SCHOLIVM.

Sed etiam præsens propositio posset immediatè per indiuisibilia ostendi. Sumpto enim arbitrariè puncto O, & acto plano NOP, GH, parallelo. Ex proposit. 10. sec. conic. rectangulum NQP, est æquale quadrato IB, seu quadrato RO. Et consequenter armilla circularis NQP, est æqualis circulo ROS: & omnes armillæ ęquales omnibus circulis: & excessus prędictus ęqualis cylindro IM. Sed hac constructione adhibita, demonstratio non reducitur ad modum Archimedeum, quia in prędicto excessu nequeunt inscribi tubi cylindrici.

Patet

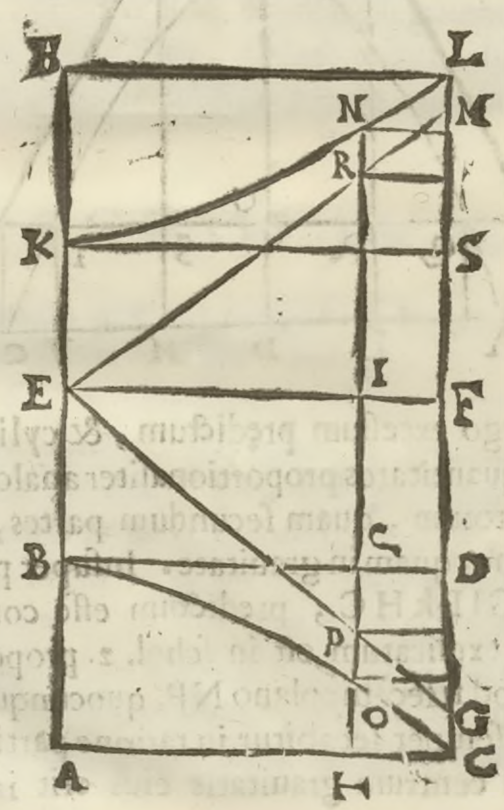


Patet ergo excessum prędictum, & cylindrum IM, esse quantitates proportionaliter analogas tam secundum totum, quam secundum partes, tam in magnitudine, quam in grauitate. Insuper patet excessum AGIBkHC, prędictum esse corpus sibi similare vt explicatum est in schol. 2. proposit. ant. Hoc est quod si secetur plano NP, quocunque, GH, parallelo, semper secabitur in ratione partium axis DB. Item centrum grauitatis eius erit in medio DB;

DB; ſicuti etiam centrum grauitatis cuiuslibet eius partis erit in medio partis BD, quæ erit altitudo partis exceſſus.

PROPOSITIO XXI.

In ſchemate prop. 19. cylindrus ex parallelogrammo AF, circa EF, eſt ad ſolidum ex figura mixta CBEF, circa eandem EF, vt quadratum EA, ad quadratum EB, cum tertia parte rectanguli KAB.



Quo-

QVoniam enim probatum eſt in propoſit. 19. ſolidum CBkL, æquari cylindro BS, & cono GEM; ergo cylindrus AL, ad hæc ſolida habebit eandem rationem. At cylindrus AL, ad cylindrum BS, & ad conum GEM, eſt vt quadratum EA, ad quadratum EB, cum tertia parte rectanguli KAB. Quare &c.

Aſſumptum patebit ſic. Cylindrus AL, ad cylindrum BS, eſt vt quadratum AF, ad quadratum EB. Pariter idem cylindrus AL, ad conum GEM, eſt vt quadratum CF, ſeù vt idem quadratum AE, ad tertiam partem quadrati GF. Ergo colligendo ambo conſequentia, erit cylindrus AL, ad cylindrum BS, cum cono GEM, nempe ad ſolidum CBkL, vt quadratum AE, ad quadratum EB, cum tertia parte quadrati FG. At tertia pars quadrati FG, eſt æqualis tertiæ parti rectanguli kAB. Nam quadratum EA, diuiditur in quadratum EB, & in rectangulum kAB: pariter quadratum idem EA, ſeù FC, diuiditur in quadratum FG, & in rectangulum CGL, ſeù MCG. Ergo quadratum EB, cum rectangulo KAB, erit æquale quadrato FG, & rectangulo MCG. Sed ex ſec. conic. propoſit. 11. rectangulum MCG, eſt æquale quadrato BE. Quare reliquum rectangulum kAB, erit æquale reliquo quadrato FG. Quare etiam illorum tertiæ partes erunt æquales. Ergo cylindrus AL, erit ad ſolidum CBkL, vt quadratum EA,

I ad

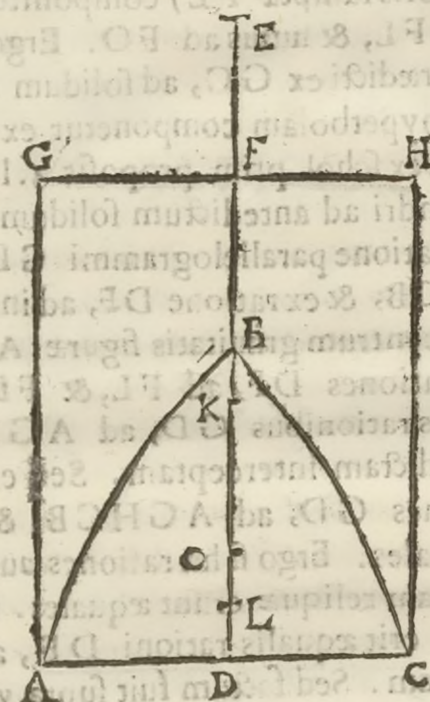
ad quadratum EB, cum tertia parte rectanguli kAB. Quod erat ostendendum.

His ostensis adinuenietur centrum grauitatis hyperbolæ sic.

PROPOSITIO XXII.

Si hyperbolæ circumscriptum parallelogrammum intelligatur productum vsque ad secundam diametrum, & fiat vt quadratum compositæ ex axi hyperbolæ, & ex dimidia lateris transuersi, ad quadratum dimidiæ lateris transuersi cum rectangulo sub axi, & sub composita ex axi, & ex latere transuerso, sic composita ex dimidia lateris transuersi, & ex axi, ad aliam: item fiat vt dimidium prædicti parallelogrammi ad excessum totius parallelogrammi supra hyperbolam, sic composita ex axi, & ex dimidia lateris transuersi, ad aliam: tandem fiat vt secunda inuenta ad primam inuentam, sic composita ex axi, & ex dimidia lateris transuersi ad sui partem abscindendam incipiendo à secunda diametro. Erit punctum quod est alter terminus huius abscissæ centrum grauitatis excessus parallelogrammi supra hyperbolam.

Esto hyperbola ABC, cuius axis BD; latus transuersum BE; centrum F; secunda diameter GH; & GC, sit parallelogrammum: fiat vt quadratum FD, ad quadratum FB, cum tertia

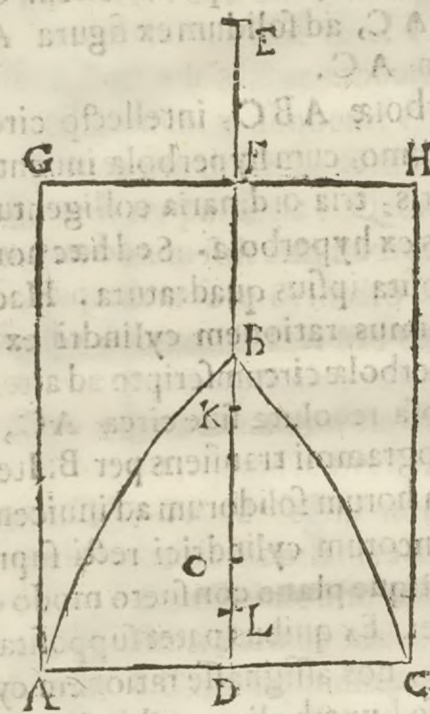


parte rectanguli EDB, sic DF, ad FO: item fiat vt parallelogrammum GD, ad excessum parallelogrammi GC, supra hyperbolam ABC, sic DF, ad FL: tandem fiat vt LF, ad FO, sic DF, ad Fk. Dico punctum k, esse centrum grauitatis figuræ AGHCB.

Quoniam enim ex proposit. anteced. cylindrus ex GC, circa GH, est ad solidum ex figura AGHCB, circa eandem GH, vt quadratum FD, ad quadratum FB, cum tertia parte rectanguli EDB; nempe ex constructione, vt DF, ad FO; & ratio DF, ad FO (de foris sumpta FL) componitur ex ratione DF, ad FL, & huius ad FO. Ergo etiam ratio cylindri prædicti ex GC, ad solidum ex excessu GC, supra hyperbolam componetur ex ijsdem rationibus. At ex schol. prim. proposit. 3. lib. 3. ratio prædicti cylindri ad antedictum solidum componitur etiam ex ratione parallelogrammi GD, ad figuram AGHCB; & ex ratione DF, ad interceptam inter F, & centrum grauitatis figuræ AGHCB. Ergo etiam rationes DF, ad FL, & FL, ad FO, erunt æquales rationibus GD, ad AGHCB, & DF, ad prædictam interceptam. Sed ex constructione, rationes GD, ad AGHCB, & DF, ad FL, sunt æquales. Ergo si hæ rationes auferantur à prædictis, etiam reliquæ erunt æquales. Ergo ratio LF, ad FO, erit æqualis rationi DF, ad interceptam prædictam. Sed factum fuit supra vt LF, ad FO, sic DF, ad Fk. Ergo k, erit centrum grauitatis figuræ AGHCB. Quod erat ostendendum.

SCHOLIVM I.

Inuento autem centro prædicto, facile erit etiam centrum grauitatis hyperbolæ reperire. Si enim supponamus FD, sectam bifariam in O, & supponamus k, esse centrum grauitatis figuræ AGHCB, si fiat vt ABC, ad AGHCB, sic reciprocè kO, ad



ad OL. Erit ex doctrinis Archimedis, L, centrum grauitatis hyperbolæ.

Sed etiam in præsenti est adnotandum, posse colligi tria solita. Nempe rationem solidorum ex AGHCB, figura reuoluta & circa GH, & circa AC, ad inuicem. Cubationem truncorum cylindrici recti super ipsa figura existentis refecti plano diagonaliter transeunte per GH, & per AC, parallelam. Ast cubatio trunci sinistri habetur sine suppositione quadraturæ hyperbolæ, sed cubatio trunci dexteri non habetur

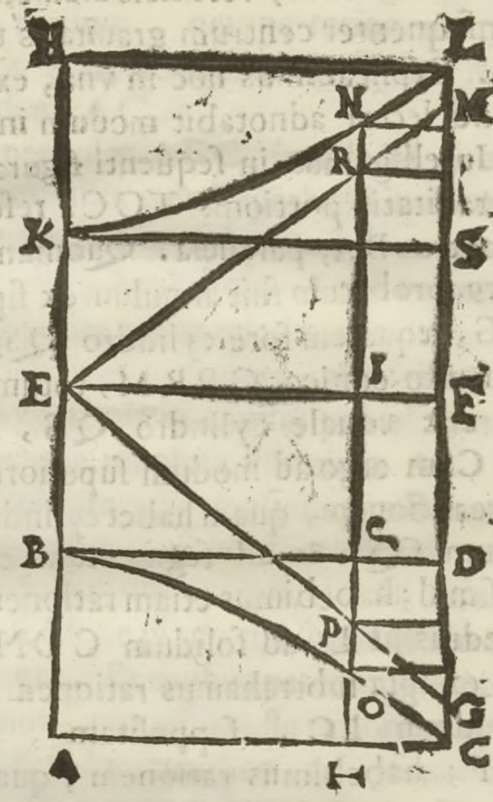
habetur sine tali quadratura; sine qua non habemus nec etiam tertium, nempe rationem cylindri ex G C, circa A C, ad solidum ex figura A G H C B, circa eandem A C.

Sed hyperbolæ A B C, intellecto circumscripto parallelogrammo, cum hyperbolæ inuentum sit centrum grauitatis, tria ordinaria colligentur etiam in solidis genitis ex hyperbola. Sed hæc non colligentur nisi supposita ipsius quadratura. Hac ergo supposita habebimus rationem cylindri ex parallelogrammo hyperbolæ circumscripto ad alterutrum solidorum ex ipsa reuoluta siue circa A C, siue circa latus parallelogrammi transiens per B. Item habebimus rationem horum solidorum ad inuicem. Et cubationem truncorum cylindrici recti supra ipsa existentis, resectique plano consueto modo diagonaliter transeunte. Ex quibus patet supposita hyperbolæ quadratura, nos assignasse rationem cylindri circumscripti fuso hyperbolico, ad ipsum; quod pariter alio modo præstitit Bonauentura Caualerius in exercit. 4. proposit. 35.

SCHOLIVM II.

Repertum est ergo centrum grauitatis hyperbolæ, supposita ipsius quadratura, quod nullus (quod sciamus) ante nos tentauit. Sed non modo licet reperire hoc, sed etiam possumus assignare centrum æquilibrij cuiuscunque eius partis constitutæ ex sectione

ctione hyperbolæ linea, vel lineis diametro parallelis; & consequenter centrum grauitatis talis partis duplicatæ. Explicabimus hoc in vna, ex huiusque explicatione lector adnotabit modum in alijs exercendum. Intelligamus in sequenti figura reperire centrum grauitatis portionis T O C, resectæ linea T O, diametro B A, parallela. Quoniam supra in proposit. 19. probatum fuit annulum ex figura mixta C O P G, æqualem fore cylindro Q S; communi addito frusto conico G P R M, totum solidum C O N L, erit æquale cylindro Q S, & frusto G P R M. Cum ergo ad modum superiorum possimus reperire rationem, quam habet cylindrus T L, ad cylindrum Q S, & ad segmentum conicum G P R M, simul; habebimus etiam rationem, quam habet cylindrus T L, ad solidum C O N L. Hac habita, si ex ipsa subtrahamus rationem, quam habet dimidium I C, suppositam, ad figuram C O I F; habebimus rationem, quam habet T I, ad interceptam inter I, & centrum æquilibrij figuræ C O I F, in I T. Et consequenter facile reperiemus centrum æquilibrij talis figuræ. Hoc inuento reperietur etiam centrum æquilibrij portionis hyperbolę T O C, in T O; & consequenter centrum grauitatis duplicatę T O C, ad partes T O. Ex quibus postea reliqua solita deduci, colligerentur. Hęc ergo, & similia liceret reperire. Ex quibus paterent ea omnia, quę ostendit Caualerius in loc. cit. proposit. 36. & multo plura. Sed quia hęc non



non reperiuntur nisi ex supposita quadratura, ideo reliquuntur. Sufficit enim nobis lectori indicare hęc nequaquam ignorari à nobis. Sicuti sufficiet ipsi indicare nos posse habere centra grauitatis omnium cylindricorum existentium super hyperbola, & super omnibus ipsius partibus, quarum inuenitur centrum grauitatis. Erit enim in medio lineæ iungentis centra grauitatis oppositarum basium. Reli-

ctis ergo his, transeamus ad quadrandam parabolam duobus nouis modis.

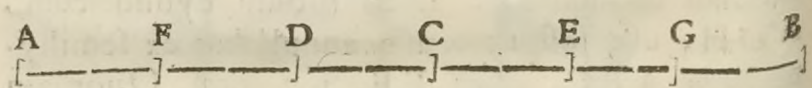
PROPOSITIO XXIII.

Si semihyperbola cum sibi circumscripto parallelogrammo rotetur circa secundam diametrum, Tubus cylindricus ex parallelogrammo, erit sesquialter annuli lati ex semihyperbola.

Semihyperbola A B C, cum sibi circumscripto parallogrammo A D, rotetur circa E F, secundam diametrum. Dico tubum cylindricum A D H, esse sesquialterum annuli lati ex semihyperbola A B C, circa E F, reuoluta. Quoniam tubus C B S H, est ad cylindrum A L, vt rectangulum H B A, ad quadratum E A; nempe vt rectangulum k A B, ad idem quadratum E A; & cylindrus A L, probatus est esse in proposit. 21. ad solidum C B k L, vt quadratum E A, ad quadratum E B, cum tertia parte rectanguli K A B; vnde per conuersionem rationis, est idem cylindrus A L, ad annulum ex semihyperbola A B C, circa E F, vt idem quadratum E A, ad excessum ipsius supra quadratum E B, & supra tertiam partem rectanguli k A B; ergo ex æquali, erit tubus cylindricus A D k L, ad talem annulum latum, vt rectangulum A B H, ad prædictum excessum. Sed quadratum E A, cum sit æquale quadrato E B, & rectangulo k A B, excedit illa plana duobus tertijs rectanguli k A B. Ergo tubus cylindricus A D K L, erit ad prædictum annulum, vt rectangulum K A B, ad duo tertia eiusdem rectanguli; nempe in ratione sesquialtera. Quod erat ostendendum.

PROPOSITIO XXIV.

Si recta linea A B, secetur in C, bifariam, & in D, E, æque remotè à C, eodemque modo in F, G. Rectangulum A G B, erit excessus rectanguli A E B, supra rectangulum F E G.

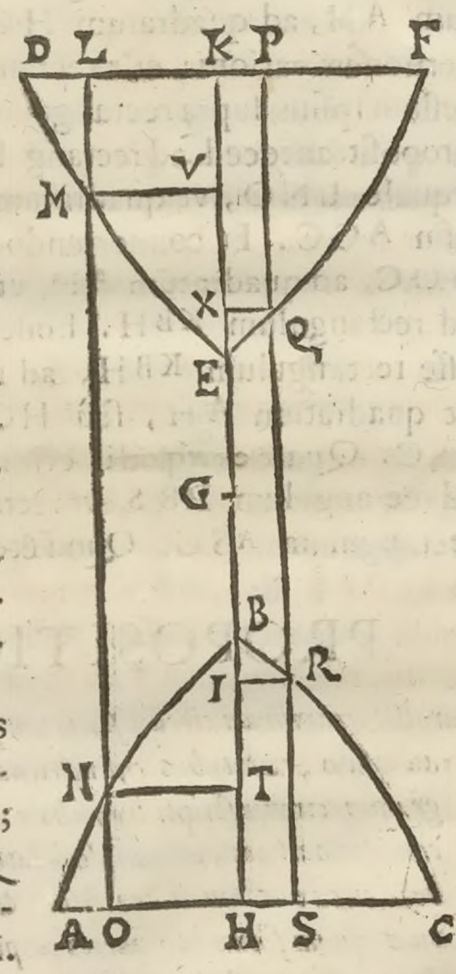


Nam rectangulum A E B, diuiditur in rectangulum A E G, & in rectangulum A F, G B. Pariter rectangulum A E G, diuiditur in rectangulum F E G, & in rectangulum A F, E G, seu B G E, quia A F, ex hypothesi, est æqualis G B. Ergo excessus rectanguli A E B, supra rectangulum F E G, est rectangulum A E, G B, cum rectangulo F G B; quæ duo rectangula sunt æqualia rectangulo A G B. Quare patet propositum.

PROPOSITIO XXV.

Si in oppositis sectionibus, quæ hyperbolæ appellantur ducantur lineæ lateri transuerso parallelæ, occurrentes æquali-

æqualibus ad diametros applicatis in ambabus hyperbolis. Rectangula sub partibus ipsarum resectarum ab eadem curua hyperbolæ erunt ad inuicem, vt rectangula sub partibus ordinatim applicatæ ab ipsis sectæ.



Sint oppositæ sectiones hyperbolæ A B C, D E F, quarum latus transuersum E B, & D F, A C, sint æquales ordinatim applicatæ ad æquales diametros K E, B H, & sint ductæ L O, P S, parallelæ k H. Dico rectangulum L N O, esse ad rectangulum P R S, vt rectangulum A O C, ad rectangulum A S C. Applicentur à punctis N, R, N T, R I, ordinatim ad diametrum; item à punctis M, Q ordinatim applicentur ad k E, M V, Q X. Quoniam enim ex prim. conic. proposit. 21. rectangulum E H B, ad

 rectan-

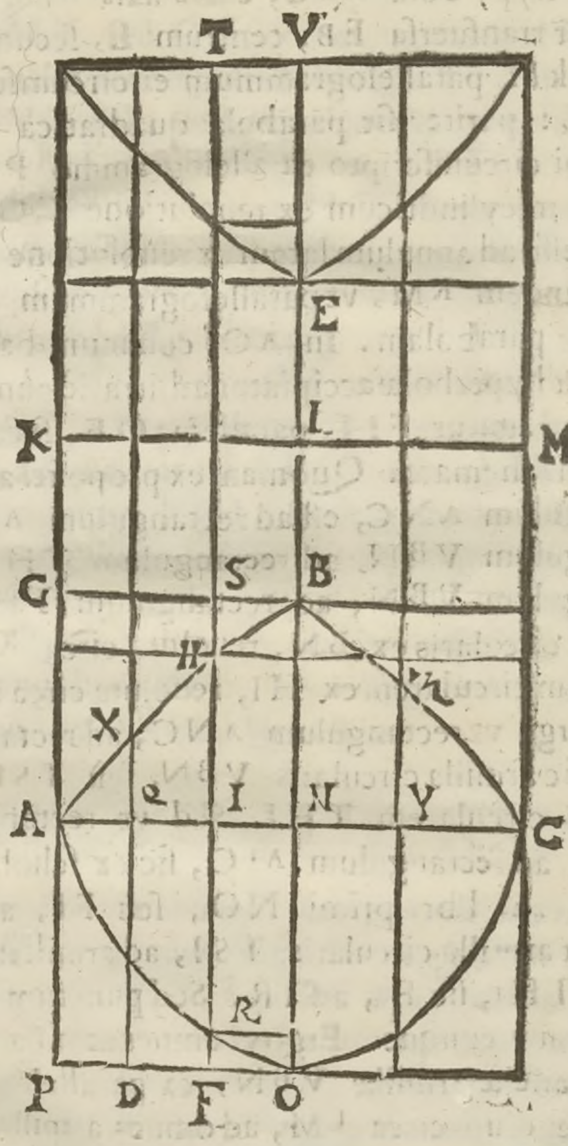
rectangulum ETB, eſt vt quadratum AH, ad quadratum NT, ſeù OH; & rectangulis EHB, EIB, ſunt æqualia rectangula KBH, VBT, quia kE, BH, & VE, BT, ſunt æquales; ergo erit vt rectangulum KBH, ad rectangulum VBT, ſic quadratum AH, ad quadratum HO. Ergo & per conuerſionem rationis, erit rectangulum KBH, ad exceſſum ipſius ſupra rectangulum VBT; nempe ex propoſit. anteced. ad rectangulum kTH, ſeù ad ei æquale LNO, vt quadratum AH, ad rectangulum AOC. Et conuertendo, erit rectangulum AOC, ad quadratum AH, vt rectangulum LNO, ad rectangulum KBH. Eodem modo oſtendetur eſſe rectangulum KBH, ad rectangulum PRS, vt quadratum AH, ſeù HC, ad rectangulum ASC. Quare ex æquali, erit rectangulum LNO, ad rectangulum PRS, vt rectangulum AOC, ad rectangulum ASC. Quod &c.

PROPOSITIO XXVI.

Parallelogrammum circumſcriptum parabolæ quadraticæ, eſt ad ipſum, vt tubus cylindricus ex gyratione parallelogrammi circumſcripti hyperbolæ circa ſecundam coniugatam diametrum, ad annulum latum ex reuolutione hyperbolæ circa eandem diametrum; & hoc tam ſecundum totum quam ſecundum partes proportionales; dummodo baſes parabolæ, & hyperbolæ genitricis annuli proportionaliter ſecentur.

Eſto

Eſto hyperbola ABC, cuius axis BN, diameter tranſuerſa EB, centrum L, ſecunda diameter kM, parallelogrammum ei circumſcriptum ſit GC: pariter ſit parabola quadratica AOC, cum ſibi circumſcripto parallelogrammo PC. Dico tubum cylindricum ex reuolutione CG, circa kM, eſſe ad annulum latum ex reuolutione ABC, circa eandem KM, vt parallelogrammum PC, ad AOC, parabolam. In AC, communi baſi parabolæ, & hyperbolæ accipiatur arbitrariè punctum I, per quod agatur FIT, parallela OE, ſecans omnia vt in ſchemate. Quoniam ex propoſit. anteced. rectangulum ANC, eſt ad rectangulum AIC, vt rectangulum VBN, ad rectangulum THI; & vt rectangulum VBN, ad rectangulum THI, ſic armilla circularis ex BN, reuoluta circa KM, ad armillam circularem ex HI, reuoluta circa eandem KM; ergo vt rectangulum ANC, ad rectangulum AIC, ſic armilla circularis VBN, ſeù ISI, ad armillam circularem THI. Sed vt rectangulum ANC, ad rectangulum AIC, ſic ex ſchol. propoſitionis 22. libri primi NO, ſeù FI, ad IR. Ergo vt armilla circularis TSI, ad armillam circularem THI, ſic FI, ad IR. Sed punctum I, ſumptum fuit vtcunque. Ergo vt omnes armillæ circulares parallelæ armillæ VBN, ex parallelogrammo GC, reuoluto circa kM, ad omnes armillas circulares parallelas eidem VBN, ex hyperbola ABC, reuoluta circa eandem kM, ſic omnes lineæ parallelogram-



logrammi P C, parallelæ N O, ad omnes lineas parabolæ A O C, parallelas eidem O N. Nempe vt

tubus

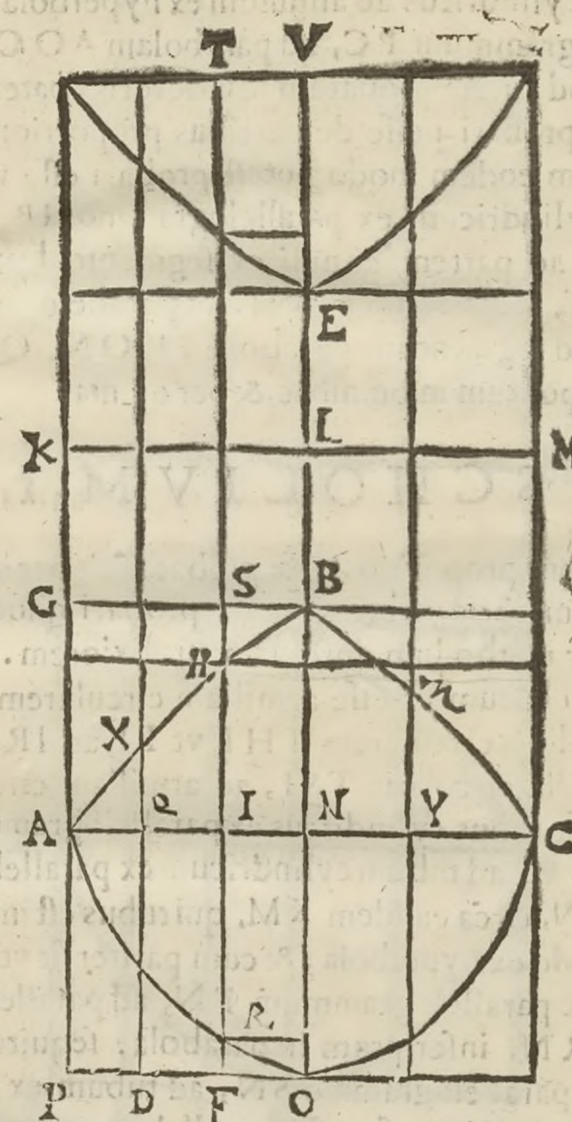
tubus cylindricus ad annulum ex hyperbola, ſic parallelogrammum P C, ad parabolam A O C.

Quod autem probatum fuit de totis, patet eodem modo probari poſſe de partibus proportionalibus; nimirum eodem modo poteſt probari eſſe v. g. tubum cylindricum ex parallelogrammo I B, circa K M, ad partem annuli ex ſegmento hyperbolæ I H B N, circa eandem K M, vt parallelogrammum F N, ad ſegmentum parabolæ I R O N. Quare patet propoſitum in omnibus, & per omnia.

SCHOLIVM I.

Præſens propoſitio, quæ probata fuit per indiuiſibilium methodum breuiorem, probari quoque poteſt per methodum antiquam prolixiorem. Nam cum probatum ſit eſſe armillam circularem T S I, ad armillam circularem T H I, vt F I, ad I R; & cum ſit armilla circularis T S I, ad armillam circularem T H I, ſic tubus cylindricus ex parallelogrammo S N, circa K M, ad tubum cylindricum ex parallelogrammo H N, circa eandem K M, qui tubus eſt inſcriptus in annulo ex hyperbola; & cum pariter ſit vt F I, ad I R, ſic parallelogrammum F N, ad parallelogrammum R N, inſcriptum in parabola: ſequitur vt tubus ex parallelogrammo S N, ad tubum ex parallelogrammo H N, ſic eſſe parallelogrammum F N, ad parallelogrammum R N. Quare ſi A N, v.g. biſſecaretur, & hoc idem fieret de eiuſdem partibus,

& in



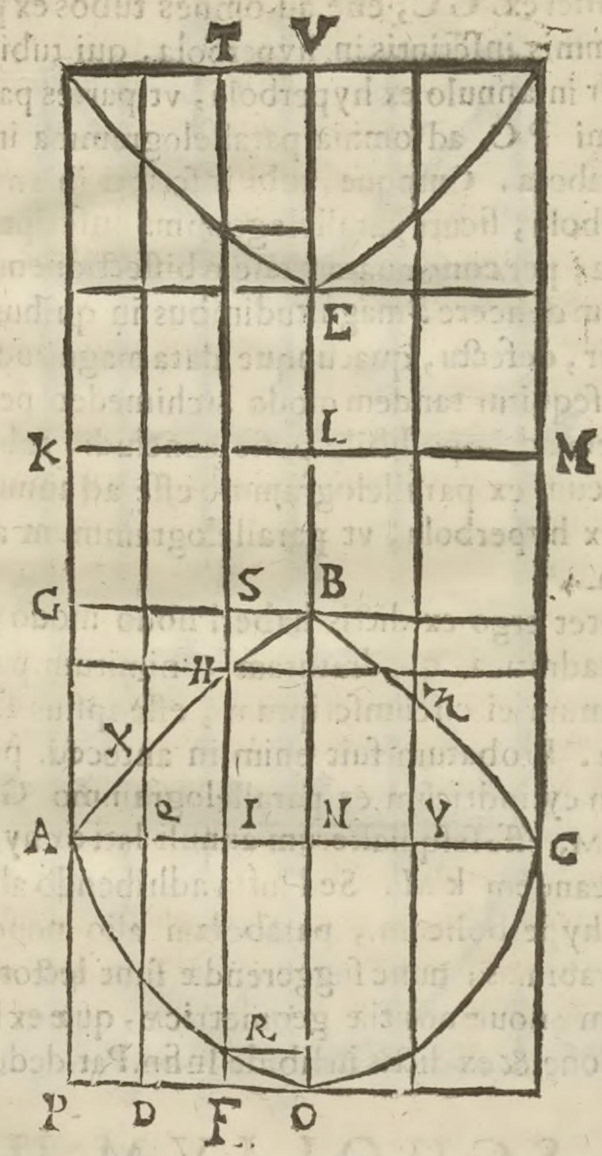
& in hyperbola, & parabola inſcriberentur parallelogramma; eodem modo probaremus partes tubi

cylindrici ex G C, eſſe ad omnes tubos ex parallelogrammis inſcriptis in hyperbola, qui tubi inſcribuntur in annulo ex hyperbola, vt partes parallelogrammi P C, ad omnia parallelogramma inſcripta in parabola. Cumque, tubi inſcripti in annulo ex hyperbola, ſicuti parallelogramma inſcripta in parabola, per continuatam talem biſſectionem poſſint tandem deficere à magnitudinibus in quibus inſcribuntur, defectu, quacunque data magnitudine minori: ſequitur tandem modo archimedeo per deductionem ad impoſſibile poſſe concludi, tubum cylindricum ex parallelogrammo eſſe ad annulum latum ex hyperbola, vt parallelogrammum ad parabolam..

Patet ergo ex dictis haberi nouo modo parabolæ quadraticæ quadraturam; nimirum parallelogrammum ei circumſcriptum, eſſe ipſius ſeſquialterum. Probatum fuit enim in anteced. propoſit. tubum cylindricum ex parallelogrammo G C, circa k M, eſſe ſeſquialterum annuli lati ex hyperbola circa eandem k M. Sed infra adhibendo aliud ſolidum hyperbolicum, parabolam alio nouo modo quadrabimus; nunc ſuggerendæ ſunt lectori quamplurimæ nouæ notitiæ geometricæ, quæ ex hac propoſitione, & ex dictis in lib. de Infin. Par. deducuntur.

SCHOLIVM II.

Deducitur ergo ex dictis, & ad modum ſuperio-



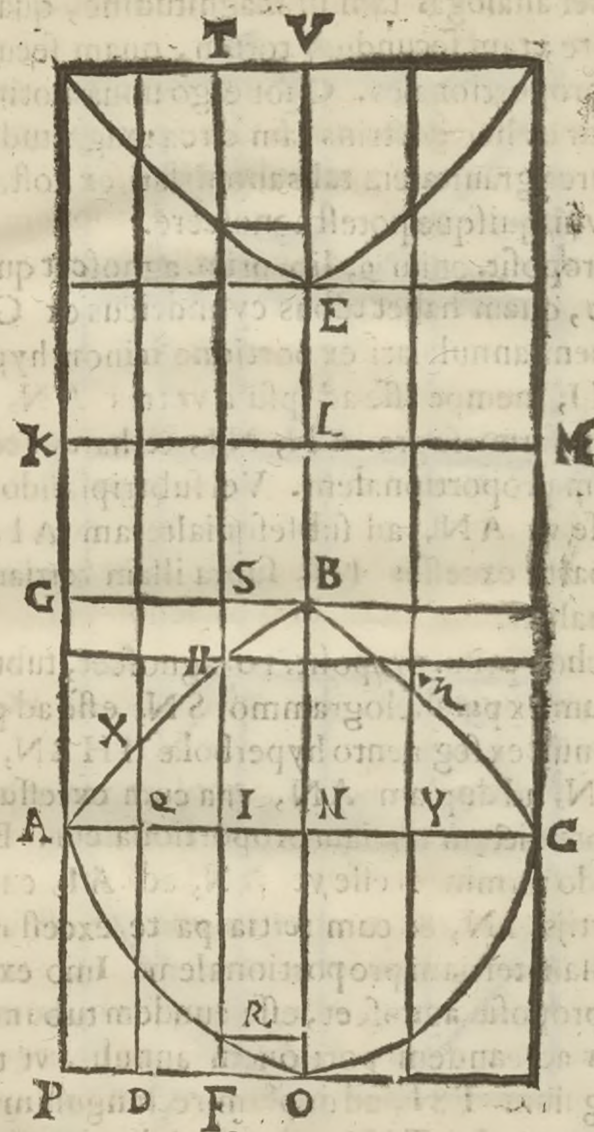
rum, parabolam A O C, & annulum latum prædictum ex hyperbola A B C, esse quantitates propor-

tiona-

tionaliter analogas tam in magnitudine, quam in grauitate; tam secundum totum, quam secundum partes proportionales. Quot ergo nouæ notitiæ deducantur ex hac doctrina tam circa magnitudinem, quam circa grauitatem talis annuli lati, ex nostro opere cit. vnisquisque potest agnoscere.

Ex proposit. enim 9. lib. prim. agnoscet quænam sit ratio, quam habet tubus cylindricus ex G I, ad portionem annuli lati ex portione minori hyperbolæ A H I; nempe esse ad ipsum vt tres A N, ad excessum ipsarum supra A N, N I, & harum tertiam minorem proportionalem. Vel subtriplando terminos, esse vt A N, ad subsesquialteram A I, cum tertia parte excessus I N, supra illam tertiam proportionalem.

Ex schol. prim. proposit. 10. agnoscet, tubum cylindricum ex parallelogrammo S N, esse ad portionem annuli ex segmento hyperbolæ I H B N, vt tripla A N, ad duplam A N, vna cum excessu ipsius supra prædictam tertiam proportionalem. Et subtriplando terminos, esse vt A N, ad A I, cum duobus tertijs I N, & cum tertia parte excessus I N, supra illam tertiam proportionalem. Imo ex schol. 3. cit. proposit. agnoscet, esse eundem tubum cylindricum ad eandem portionem annuli, vt triplum rectangulum T S I, ad duplum rectangulum T S I, cum rectangulo T H I. Et subtriplando terminos, vt rectangulum T S I, ad subsesquialterum ipsius, cum tertia parte rectanguli T H I.



Ex ſchol. prim. propoſit. 12. agnoſcet rationem tubi cylindrici ex parallelogrammo SQ, ad ſeg-

men-

mentum annuli ex ſegmento intermedio ſemihyperbolæ QXHI.

Ex ſchol prim. propoſit. 13. agnoſcet rationem tubi ex parallelogrammo SC, ad portionem annuli ex portione maiori hyperbolæ IHBC.

Ex ſchol. propoſit. 14. agnoſcet rationem, quam habet tubus cylindricus ex parallelogrammo SY, ad ſegmentum annuli ex ſegmento intermedio IHBZY, intercipiente axim BN.

Sed portioni minori hyperbolæ AHI, intellecto circumſcripto parallelogrammo HA, agnoſcet ex propoſit. 15. tubum cylindricum ex parallelogrammo HA, eſſe ad portionem annuli ex portione AHI, vt tripla AN, cum tripla NI, ad duplam AN, cum vnica NI. Imo ex ſchol eiuſdem propoſit. agnoſcet, tubum prædictum eſſe ad prædictam annuli portionem, vt IC ad dimidiam IC, cum ſexta parte IA.

Ex ſcholio propoſit. 17. agnoſcet rationem tubi cylindrici ex parallelogrammo HC, ad portionem annuli ex portione maiori IHBC. Ex eodem ſchol. etiam agnoſcet talem rationem eſſe, vt eſt AI, ad dimidiam AI, cum ſexta parte IC. Quare agnoſcet vniuerſaliter, quod tubus cylindricus ex altero parallelogrammorum HA, HC, ad portionem annuli ſibi correſpondentem eſſe, vt baſis reliquæ portionis hyperbolæ, ad ſui dimidiam, cum ſexta parte baſis portionis reuolutæ.

Ex propoſit. 18. agnoſcet rationem tubi ex parallelolelogrammo HQ, circumſcripto ſegmento intermedio QXHI, ad ſegmentum annuli ex tali ſegmento intermedio.

Tandem ex ſchol. propoſit. 20. agnoſcet rationem ſegmenti annuli ex ſegmento IHBN, ad portionem annuli ex portione IAH. Qua agnita, non ignorabit rationem portionis annuli ex portione IHBC, ad prædictam portionem annuli ex portione AHI.

SCHOLIVM III.

Pariter, cum vt diximus, prædictus annulus latus ex hyperbola ſit quantitas proportionaliter analoga etiam in grauitate cum parabola quadratica; ex lib. 3. de Infin. Parab. agnoſcet lector centrum grauitatis quamplurium ſegmentorum prædicti annuli lati.

Ex ſchol. ergo 2. propoſit. 2. agnoſcet centrum grauitatis annuli ex ſemihyperbola ABN, ſic ſecare KL, vt pars terminata ad K, ſit ad partem terminatam ad L, vt 5. ad 3.

Ex ſchol. pri. propoſit. 14. agnoſcet centrum grauitatis in KL, portionis annuli ex portione minori AHI.

Ex ſchol prim. propoſit. 16. agnoſcet centrum grauitatis ſegmenti annuli ex ſegmento IHBN. Hoc autem centrum etiam alio modo agnoſcet ex dictis in calce eiuſdem ſcholij.

Ex ſchol. prim. propoſit. 17. agnoſcet modum reperiendi

periendi centrum grauitatis ſegmenti annuli ex ſegmento intermedio QXHI. Quod etiam inueniet alio modo expreſſo in eodem ſcholio.

Ex ſchol. propoſit. 19. agnoſcet modum reperiendi centrum grauitatis portionis annuli ex portione maiori IHBC.

Tandem ex ſchol. propoſit. 21. agnoſcet modum reperiendi centrum grauitatis ſegmenti intermedij annuli ex ſegmento intermedio IHBZY, intercipiente axim BN.

Hæ ergo ſunt notitiæ geometricæ, quæ deducuntur ex anteced. propoſit. Quibus addenda eſt Quod cum notatum ſit in ſchol. prim propoſit. 8. lib. 4. Parabolam, ſphæram, ſphæroides, & exceſſum cylindri ſupra duos conos inuerſè poſitos, quorum baſes oppoſitæ baſes cylindri, vertex verò medium punctum axis, eſſe magnitudines proportionaliter analogas tam in magnitudine, quam in grauitate; ſequi ex dictis, his aſſociari annulum prædictum ex hyperbola.

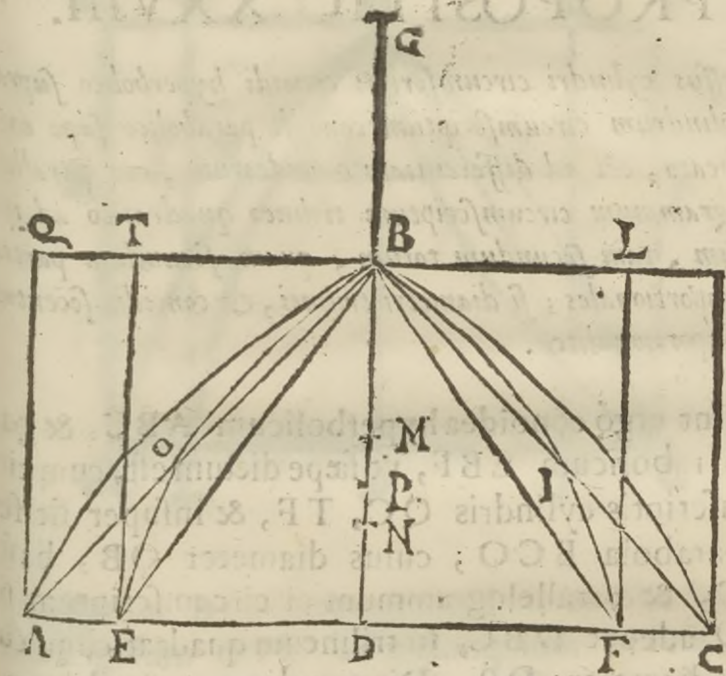
PROPOSITIO XXVII.

In ſchemate propoſit. quintæ, exceſſus cylindri circumſcripti conoidi hyperbolico ſupra cylindrum circumſcriptum conoidi parabolico, erit triplus exceſſus conoidis hyperbolici ſupra conoides parabolicum.

Conoi-

Conoidibus hyperbolico ABC, & parabolico EBF, ſint circumſcripti cylindri QC, TF. Dico tubum cylindricum QELC, triplum eſſe exceſſus conoidis ABC, ſupra conoides EBF. Quoniam enim cylindrus QC, eſt ad cylindrum TF, vt quadratum AD, ad quadratum DE; nempe ex hypotheſi, vt DG, ad GB; ergo per conuerſionem rationis & conuertendo, erit tubus cylindricus QELC, ad cylindrum QC, vt BD, ad DG. Sed ex propoſit. 5. 7. & 11. cylindrus QC, eſt ad conoides ABC, vt DG, ad dimidium BG, cum tertia parte DB: ergo ex æquali, erit tubus QELC, ad conoides ABC, vt DB, ad dimidiam GB, cum tertia parte DB. Rurſum, quoniam diuidendo, eſt tubus QELC, ad cylindrum TF, vt rectangulum AEC, ad quadratum ED, nempe ex hypotheſi, vt DB, ad BG, & conoides EBF, eſt dimidium cylindri TF, vt oſtendimus præcipuè in lib. 2. propoſit. 15. Ergo tubus QELC, erit ad conoides EBF, vt DB, ad dimidiam GB. Sed erat ad totum conoides ABC, vt eadem DB, ad dimidiam GB, cum tertia parte DB. Ergo QELC, erit ad reliquum, nempe ad differentiam conoideorum, vt DB, ad ſui tertiam partem; nempe erit triplus talis exceſſus. Quod erat oſtendendum.

ALI-



ALITER.

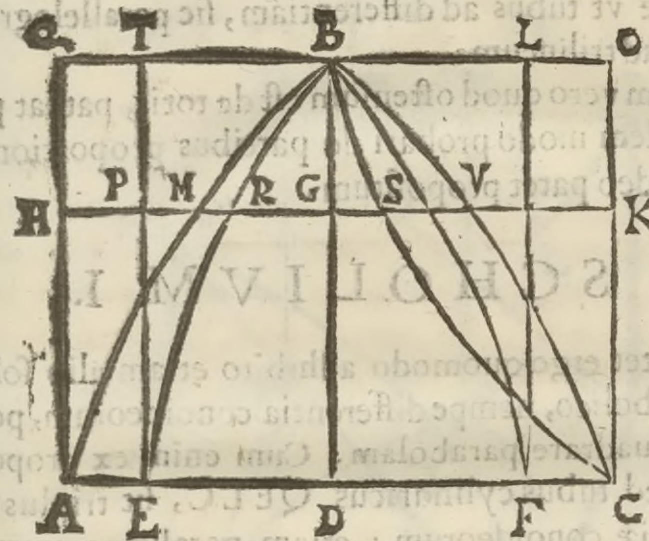
Quoniam tam totus cylindrus QC, eſt triplus totius coni ABC, quam ablatus cylindrus TF, eſt triplus ablati coni EBF (inſcriptis prius conis in conoidibus); ergo & reliquus tubus QELC, triplus erit reliqui; nempe differentiæ conorum. Sed ex propoſit. 4. differentia conorum eſt æqualis differentiæ conoideorum. Ergo tubus erit etiam triplus differentiæ conoideorum. Quod &c.

M PRO-

PROPOSITIO XXVIII.

Exceſſus cylindri circumſcripti conoidi hyperbolico ſupra cylindrum circumſcriptum conoidi parabolico ſæpe explicato, eſt ad differentiam conoideorum, vt parallelogrammum circumſcriptum trilineo quadratico ad ipſum, tam ſecundum totum, quam ſecundum partes proportionales; ſi diametri trilinei, & conoidis ſecentur proportionaliter.

SInt ergo conoidea hyperbolicum ABC, & parabolicum EBF, vt ſæpe dictum eſt, cum circumſcriptis cylindris QC, TF, & inſuper ſit ſemiparabola BCO, cuius diameter OB, baſis OC, & parallelogrammum ei circumſcriptum ſit DO, adeovt DBC, ſit trilineum quadraticum, cuius diameter DB. Dico tubum cylindricum QELC, eſſe ad differentiam conoideorum, vt parallelogrammum DO, ad trilineum BDC, tam ſecundum totum, quam ſecundum partes proportionales. Sumatur in DB, diametro arbitrariè punctum G, per quod in ſolidis intelligatur tranſire planum HK, plano AC, parallelum, ſecans tubum in P, conoides hyperbolicum in M, & parabolicum in R; item in parallelogrammo ducatur GK, parallela DC, ſecans curuam parabolicam in S. Quoniam ex propoſit. 3. rectangulum AEC, eſt ad rectangulum MRV, vt quadratum DB, ad quadra-



tum BG; & vt rectangulum AEC, hoc eſt rectangulum HPk, ad rectangulum MRV, ſic armilla circularis HPk, ad armillam circularem MRV: ergo vt armilla circularis HPk, ad armillam circularem MRV, ſic quadratum DB, ad quadratum BG. Sed ex natura parabolæ quadraticæ, eſt etiam vt quadratum DB, ad quadratum BG, ſic DC, ſeù KG, ad GS. Ergo & vt armilla HPk, ad armillam MRV, ſic kG, ad GS. Cum verò punctum G, ſumptum ſit ad libitum; ergo vt omnes armillæ tubi cylindrici QELC, parallelæ armillæ AEC, ad omnes armillas differentiæ conoideorum, parallelas AEC, ſic omnes lineæ parallelogrammi DO, parallelæ DC, ad omnes

nes lineas trilinei CDB, parallelas itidem DC; nempe vt tubus ad differentiam, sic parallelogrammum ad trilineum.

Cum vero quod ostensum est de totis, pateat posse eodem modo probari de partibus proportionalibus, ideo patet propositum.

SCHOLIVM I.

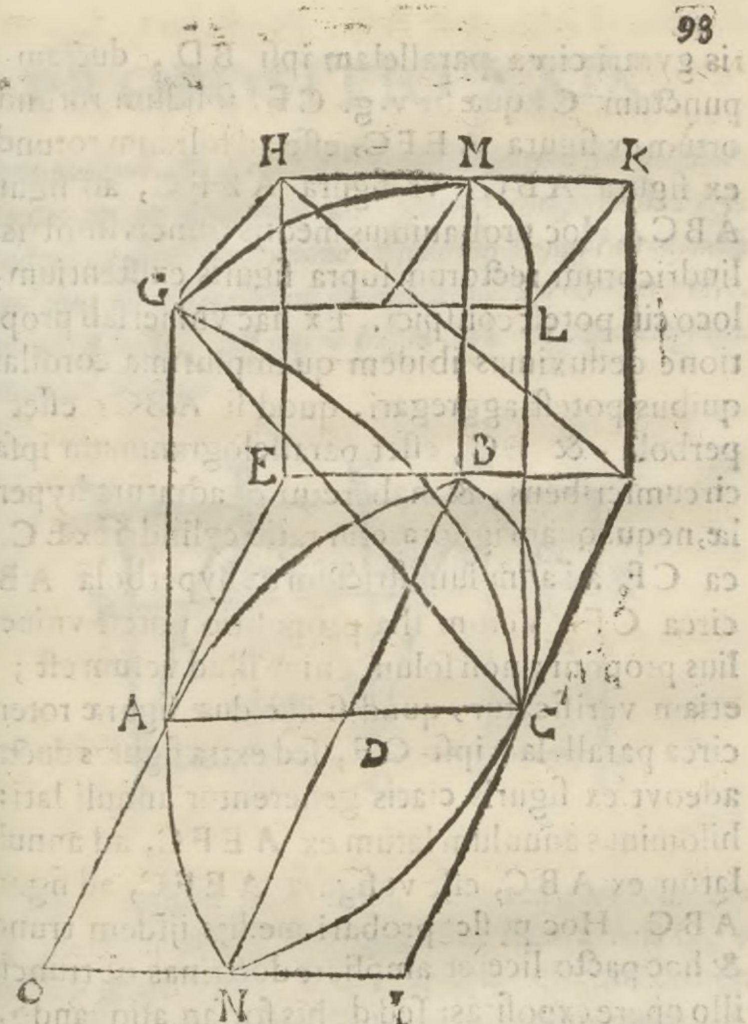
Patet ergo quomodo adhibito etiam alio solido hyperbolico, nempe differentia conoideorum, possimus quadrare parabolam. Cum enim ex proposit. anteced. tubus cylindricus QELC, sit triplus differentiæ conoideorum; etiam parallelogrammum triplum erit trilinei; & consequenter sesquialterum semiparabolæ.

Insuper patet, quod cum in schol. 2. proposit. 18. probatum sit, conum, trilineum quadraticum, excessum cylindri circumscripti hemisphærio, & hemisphæroidi, & excessum tubi cylindrici super annulum latum ex hyperbola circa secundam diametrum, esse quantitates proportionaliter analogas, patet inquam, his pro sexta addi differentiam conoideorum prædictam.

SCHOLIVM II.

In proposit. 11. lib. 2. de Infinit. Parab. cuius schema hic apponimus, probauimus, quod si sint

duæ



duæ quælibet figuræ ABC, AEFC, supra eadem basi AC, & circa communem axim BD; sintque hæ talis naturæ, vt ipsis duplicatis ad partes AC, hæc euadat communis axis ambarum figurarum; probauimus inquam, intellectis ambabus figuris

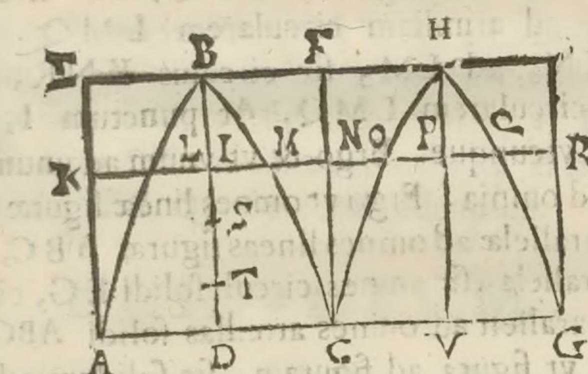
ris

ris gyrari circa parallelam ipsi B D, ductam per punctum C, quæ sit v. g. C F, solidum rotundum ortum ex figura A E F C, esse ad solidum rotundum ex figura A B C, vt figura A E F C, ad figuram A B C. Hoc probauimus medijs truncis sinistris cylindricorum rectorum supra figuris existentium, vt loco cit. potest conspici. Ex hac vniuersali propositione deduximus ibidem quamplurima corollaria; quibus potest aggregari, quod si A B C, esset hyperbola, & E C, esset parallelogrammum ipsam circumscribens, & haberetur quadratura hyperbolæ, nequaquam ignoraretur ratio cylindri ex E C, circa C F, ad annulum strictum ex hyperbola A B C, circa C F. Verum illa propositio potest vniuersalius proponi; non solum enim illud verum est; sed etiam verificatur, quod si illæ duæ figuræ rotentur circa parallelam ipsi C F, sed extra figuras ductam, adeovt ex figuris ciatis generentur annuli lati: nihilominus annulum latum ex A E F C, ad annulum latum ex A B C, esse vt figura A E F C, ad figuram A B C. Hoc posset probari medijs ijsdem truncis, & hoc pacto liceret ampliare doctrinas de truncis in illo opere expositas; sed de his forsan aliquando. In præsenti probabimus medijs ad nostrum institutum magis accomodatis, sequentem propositionem vt ex huius cognitione inquiramus centra grauitatis infinitorum annulorum, vt infrà patebit.

PRO-

PROPOSITIO XXIX.

Si super eadem basi & circa eandem diametrum sint qualibet figura & parallelogrammum ipsam circumscribens. Cylindrus ex parallelogrammo ad solidum ex figura, reuolutis ambobus circa parallelam diametro ductam vel per extremitatem basis, vel extra basim, erit vt parallelogrammum ad figuram.

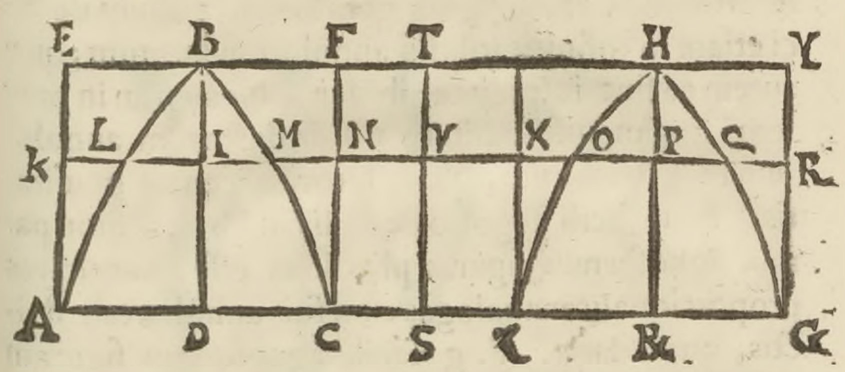


SVper eadem basi A C, & circa eandem diametrum B D, sint quælibet figura A B C, & parallelogrammum E C, ipsam circumscribens & intelligamus ambas figuras prius rotari circa F C. Dico cylindrum E G, esse ad solidum ex figura A B C, circa eandem F C, quod sit A B C H G, vt E C, ad A B C. Accipiatur in B D, arbitrariè punctum I, per quod intelligantur transire in figuris linea k N, A C, parallela, in solidis verò

pla-

planum KN, item AG, parallelum. Quoniam enim vt kN, ad LM, sic (sumpta NR, communi altitudine) rectangulum kNR, ad rectangulum sub LM, & sub NR; & NR, est æqualis MQ, quia MN, est æqualis tam NO, quam QR, vnde etiam rectangulum sub LM, & sub NR, est æquale rectangulo LMQ. Ergo etiam vt kN, ad LM, sic rectangulum kNR, ad rectangulum LMQ. Sed vt rectangulum kNR, ad rectangulum LMQ, sic circulus, kNR, ad armillam circularem LMQ. Ergo & vt KN, ad LM, sic circulus KNR, ad armillam circularem LMQ. At punctum I, sumptum est vtcunque. Ergo & vt vnum ad vnum, ita omnia ad omnia. Ergo vt omnes lineæ figuræ EC, AC, parallelæ ad omnes lineas figuræ ABC, item AC, parallelas, sic omnes circuli solidi EG, circulo AG, paralleli ad omnes armillas solidi ABCHG. Ergo & vt figura ad figuram, sic solidum ad solidum.

Sed supponamus figuras prædictas rotari circa ST, positam vltra C, ipsi BD, parallelam, adeovt ex figuris generentur tubus cylindricus, & annulus latus vt in sequenti schemate. Dico nihilominus esse EC, ad figuram ABC, vt tubus ECY, ad annulum ex figura ABC. Nam accepto vt prius, puncto I, arbitrariè, factisque ijsdem, concludemus eodem modo esse vt KN, ad LM, sic rectangulum KNR, ad rectangulum LMQ; nempe



pe sic armillam circularem kNR, ad armillam circularem LMQ. Quare eodem modo concludemus esse figuram EC, ad figuram ABC, vt solidum ex EC, circa ST, ad solidum ex figura ABC, circa eandem TS. Quod erat ostendendum.

SCHOLIVM.

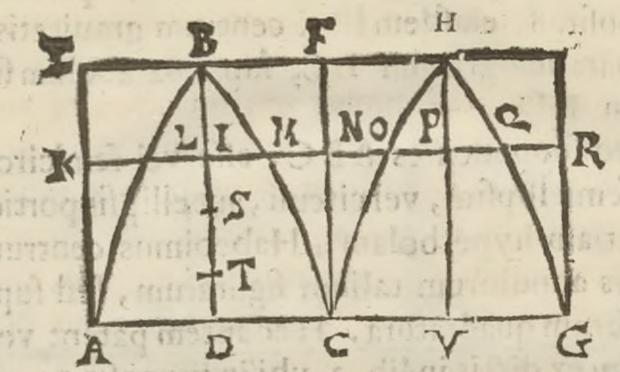
Cum præsens propositio sit proposita in tanta vniuersalitate, adeovt comprehendat infinitas figuras circa diametrum, & infinitis modis diuersificatas, impossibile videtur posse ipsam ostendi in tali vniuersalitate vnica constructione nisi per indiuisibilia. Modo etiam archimedeo probari potest, sed in casibus particularibus, & constructionibus proprijs, vt quilibet poterit experiri.

Ex hac autem vniuersalissima propositione, ea omnia, quæ sunt deducta in corollarijs proposit. cit. in opere de infinit. parab. circa varia solida annulorum stri-

ſtrictorum ex varijs figuris genitorum, poſſunt deduci etiam in infinitis ſolidis annulorum latorum; quæ autem ea ſint, inſpiciatur ibidem. Nos enim in præſenti non manifeſtabimus niſi infinitorum annulorum tam ſtrictorum, quam latorum centra grauitatis. Nam facili negotio ex dictis in lib. 4. infinit. parab. agnoſcemus figuras prædictas eſſe quantitates proportionaliter analogas cum ſuis annulis, tam ſtrictis, quam latis. V. g. facile agnoſcemus figuram A B C, eſſe quantitatem proportionaliter analogam tam cum annulo ſtricto A B C H G, in prima figura, quam cum annulo lato ex eadem A B C, in ſecunda figura. Quare etiam duo annuli ex eadem figura, nempe & ſtrictus, & latus erunt quantitates proportionaliter analogæ tam in magnitudine, quam in grauitate. Sequitur ergo nos habere centra grauitatis omnium illorum annulorum tam ſtrictorum, quam latorum, quorum figurarum genitricium ſupra explicatarum, habemus centrum grauitatis.

Si ergo ſupponamus A B C, eſſe parallelogrammum veluti F C, quod rotetur vel circa ſuum latus FC, vel circa T S, ei parallelum (quod ſemper intelligendum erit in dicendis impoſterum, ne cogamur idem cum lectorum tędio repetere) centrum grauitatis cylindri, vel tubi cylindrici, ſecabit F C, vel T S, in ea ratione, in qua ſecat B D, centrum grauitatis parallelogrammi.

Si verò ſupponamus A B C, nobis repræſentare infinitas parabolas, habebimus centrum grauitatis infi-



infinitorum annulorum ex ipſis ſic ſecare F C, vt pars terminata ad F, ſit ad partem terminatam ad C, in primo annulo ex prima parabola vt 2. ad 1. in ſec. vt 3. ad 2. in tertio vt 4. ad 3. & ſic in infinitum. Ratio eſt, quia ex ſchol. prim. propoſit. 2. lib. 2. habemus centrum grauitatis infinitarum parabolarum ſic ſecare B D.

Si autem ſupponamus A B C, eſſe quamlibet infinitarum parabolarum, & E C, eſſe parallelogrammum infinitis parabolis circumſcriptum. Habebimus centrum grauitatis infinitorum annulorum ortorum ex reuolutione exceſſuum infinitorum parallelogrammorum ſupra infinitas parabolas. Hoc autem centrum grauitatis ſic ſecabit F C, vt pars terminata ad F, ſit ad partem terminatam ad C, vt numerus annuli vnitate auctus, ad triplum numerum annuli vnitate auctum. V. g. in primo annulo vt 2. ad 4. In ſecundo, vt 3. ad 7. In tertio vt 4. ad

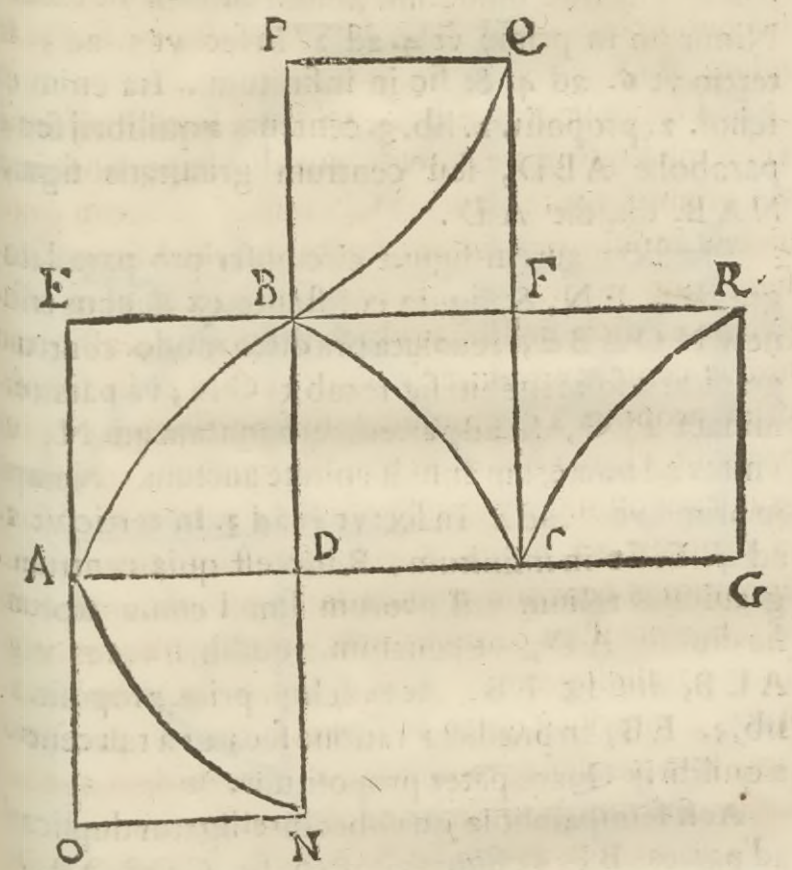
 10. &

10. & sic in infinitum. Ratio est, quia ex schol. proposit. 8. eiusdem libri centrum grauitatis excessus parallelogrammi EC, supra parabolam sic secat ipsam BD.

Sed supponentes ABC, esse vel semicirculum, vel semiellipsim, vel circuli, aut ellipsis portionem, vel etiam hyperbolam. Habebimus centrum grauitatis annulorum talium figurarum, sed supposita figurarum quadratura. Hæc autem patent vera esse partim ex dictis in lib. 3. vbi in proposit. 24. assignauimus centrum grauitatis semicirculi; & in schol. prim. proposit. 25. omnium ipsius portionum; & in proposit. vltima lib. 4. in qua assignauimus centrum grauitatis omnium partium ellipsis; partim ex dictis in proposit. 22. huius, & in scholio eiusdem, vbi assignauimus centrum grauitatis hyperbolæ. Imo si in schemate illius propositionis, intelligamus excessum parallelogrammi GC, supra hyperbolam ABC, rotari vel circa HC, vel circa ipsi parallelam extra parallelogrammum: ex dictis ibidem, agnoscetur centrum grauitatis annulorum genitorum.

Existimantes autem ABC, esse cycloidem primariam; placitis Torricellij in lib. 1. de motu grau. schol. proposit. 18. annuentes, intelligemus centrum grauitatis annuli ex cycloide sic secare FC, vt pars terminata ad F, sit ad partem terminatam ad C, vt 7. ad 5.

Sed accipiamus schema sequens, in quo intelligamus semiparabolam BAD, duplicari ad partes basis

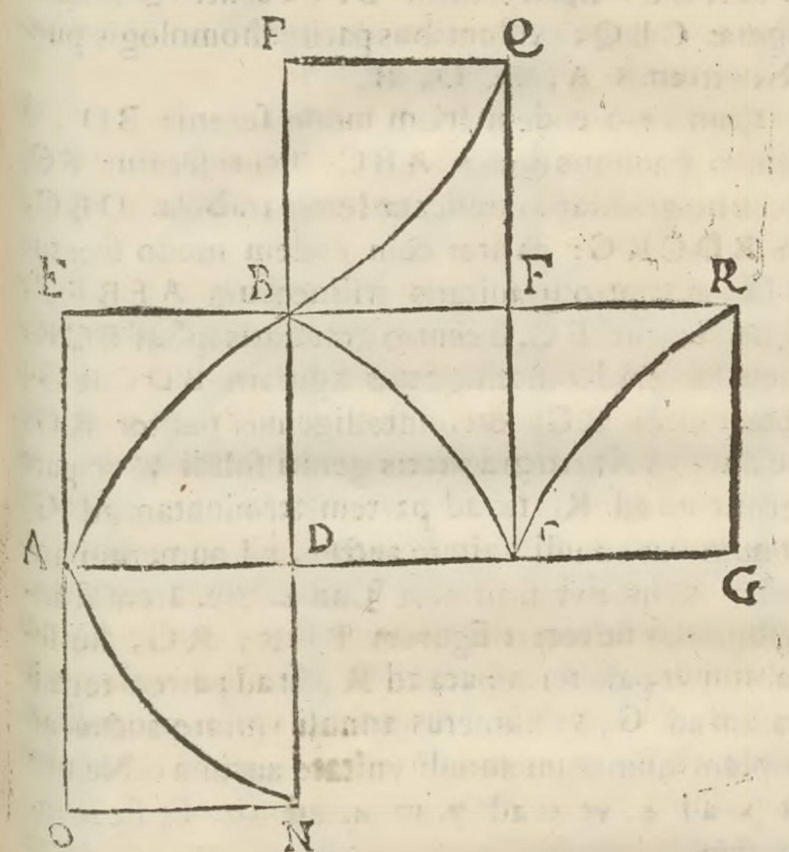


basis AD, adeo vt hæc euadat communis axis duarum semiparabolarum simul coniunctarum, hancque figuram intelligamus rotari vel circa ON, vel circa parallelam AD, extra figuram: centrum grauitatis productorum annulorum ita secabit ON, vel illi parallelam &c. vt pars terminata ad O, sit ad partem

partem terminatam ad N, vt numerus annuli auctus ternario ad numerum annuli auctum vnitate. Nimirum in primo vt 4. ad 2. In sec. vt 5. ad 3. In tertio vt 6. ad 4. & sic in infinitum. Ita enim ex schol. 2. proposit. 2. lib. 3. centrum æquilibrij semiparabolæ ABD, seù centrum grauitatis figuræ NAB, diuidit AD.

Prædictæ autem figuræ circumscripto parallelogrammo EN, & figura constante ex duobus trilineis NOABE, reuoluta prædicto modo: centrum grauitatis solidi geniti sic secabit ON, vt pars terminata ad O, sit ad partem terminatam ad N, vt vnitas ad numerum annuli vnitate auctum. Nempe in primo vt 1. ad 2. In sec: vt 1. ad 3. In tertio vt 1. ad 4. Et sic in infinitum. Ratio est quia centrum grauitatis talium trilineorum simul coniunctorum sic diuidit AD, vt centrum æquilibrij vnius v.g. AEB, diuidit EB. At ex schol. prim. proposit. 2. lib. 3. EB, in prædicta ratione secatur à tali centro æquilibrij. Quare patet propositum.

At si semiparabola quælibet intelligatur duplicari ad partes BF, vt figura constans sit CDBQP, & & hæc rotetur vel circa DC, vel circa ipsi parallelam. Centrum grauitatis solidi geniti secabit pariter DC, vt pars terminata ad C, sit ad partem terminatam ad D, vt numerus annuli ternario auctus, ad numerum annuli vnitate auctum. Nempe vt 4. ad 2. vt 5. ad 3. &c. Item si trilineum CBQ, sic rotetur; DC, sic secabitur vt pars terminata ad D, sit ad



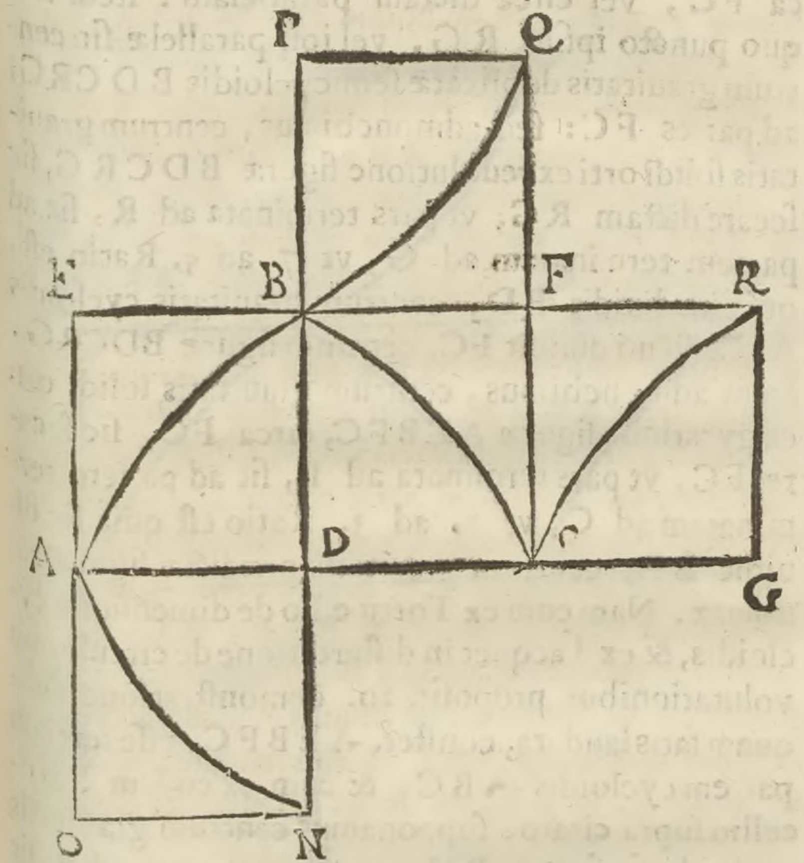
sit ad partem terminatam ad C, vt numerus annuli vnitate auctus, ad vnitatem. Ratio est quia eodem modo secatur AD, à centro grauitatis figuræ NAB, sicuti secatur BF, à centro grauitatis figuræ DCBQP; ita tamen vt homologi termini extremi sint A, & F; D, & B. Item eodem modo

modo secatur A D, à centro grauitatis figuræ O N A B E, sicuti secatur B F, à centro grauitatis figuræ C B Q; existentibus pariter homologis punctis extremis A, F; D, B.

Cum verò eodem etiam modo secetur B D, à centro grauitatis figuræ A B C, sicuti secatur F C, à centro grauitatis duplicatæ semiparabolæ D B C, in B D C R G: pariter cum eodem modo secetur B D, à centro grauitatis trilineorum A E B F C, sicuti secatur F C, à centro grauitatis ipsius B C R; sequitur quod si intelligamus figuram B D C R G, rotari circa R G, &c. intelligemus pariter R G, sic diuidi à centro grauitatis geniti solidi, vt pars terminata ad R, sit ad partem terminatam ad G, vt numerus annuli vnitate auctus, ad numerum annuli. Nempe vt 2. ad 1. vt 3. ad 2. &c. Item si intelligamus sic rotari figuram B C R; R G, sic secabitur vt pars terminata ad R, sit ad partem terminatam ad G, vt numerus annuli vnitate auctus ad triplum numerum annuli vnitate auctum. Nempe vt 2 ad 4. vt 3. ad 7. vt 4. ad 10. Et sic in infinitum.

Quæ autem dicta sunt supra de parabola quatuor modis disposita, quantum ad assignationem centrorum grauitatis solidorum rotundorum ex ipsa genitorum, patet posse etiam applicari suo modo solidis genitis ex reuolutione portionum circuli, & ellipsis, item semihyperbolæ sic dispositarum. Sed quodnam sit tale centrum relinquimus lectori consi-

deran-

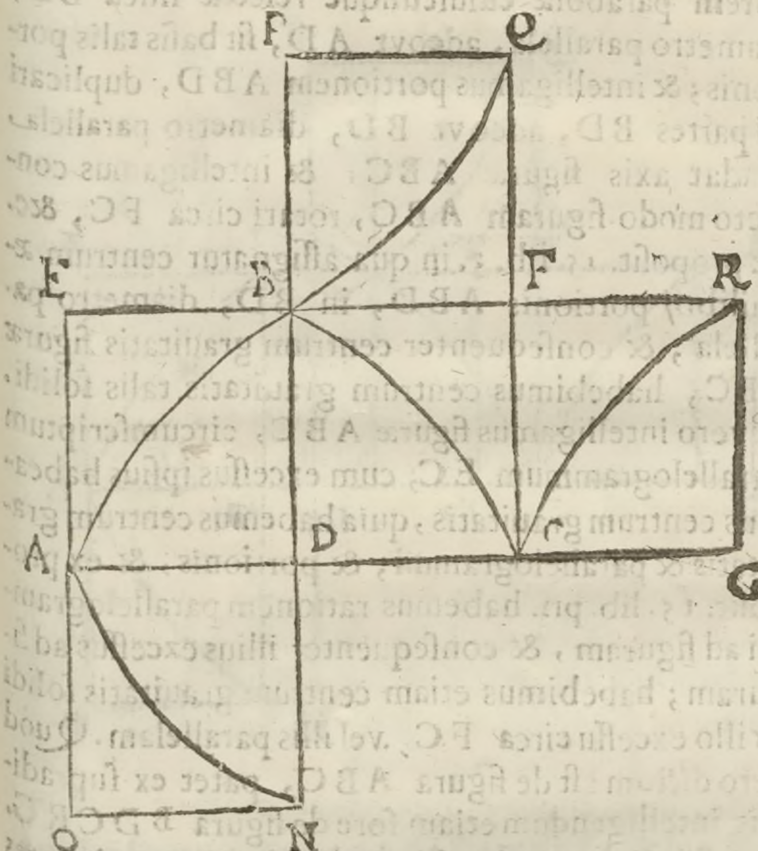


derandum. Præcipuè quia centra grauitatis figurarum genitricium non habentur nisi supposita ipsarum figurarum quadratura. Non sic relinquemus considerandum lectori, in quo puncto ipsius F C, vel ipsi parallelæ, sit centrum grauitatis solidi geniti ex excessu parallelogrammi E C, supra suppositam

cycloi-

cycloidem primariam ABC, reuoluto vel circa FC, vel circa dictam parallelam: Item in quo puncto ipsius RG, vel ipsi parallelæ sit centrum grauitatis duplicatæ semicycloidis BDCRG, ad partes FC: sed admonebimus, centrum grauitatis solidi orti ex reuolutione figuræ BDCRG, sic secare dictam RG, vt pars terminata ad R, sit ad partem terminatam ad G, vt 7. ad 5. Ratio est, quia ita diuidit BD, centrum grauitatis cycloidis ABC, sicuti diuidit FC, centrum figuræ BDCRG. Item admonebimus, centrum grauitatis solidi orti ex gyratione figuræ AEBFC, circa FC, sic secare FC, vt pars terminata ad F, sit ad partem terminatam ad C, vt 1. ad 3. Ratio est quia sic diuidit BD, centrum grauitatis prædictæ figuræ reuolutæ. Nam cum ex Torricellio de dimensione cycloidis, & ex Tacquet in dissertatione de circulorum volutationibus proposit. 20. demonstratione nunquam satis laudata, constet, AEBFC, esse tertiam partem cycloidis ABC; & cum ex eodem Torricellio supra citato, supponamus centrum grauitatis cycloidis sic secare BD, vt pars terminata ad B, sit ad partem terminatam ad D, vt 7. ad 5; & pariter cum medium punctum BD, sit centrum grauitatis totius parallelogrammi EC, nempe centrum grauitatis parallelogrammi relinquat hinc inde 6, partes, quarum BD, supponitur 12; lector in doctrinis Archimedis exercitatus facile agnoscet, centrum grauitatis prædicti excessus sic secare BD, vt pars

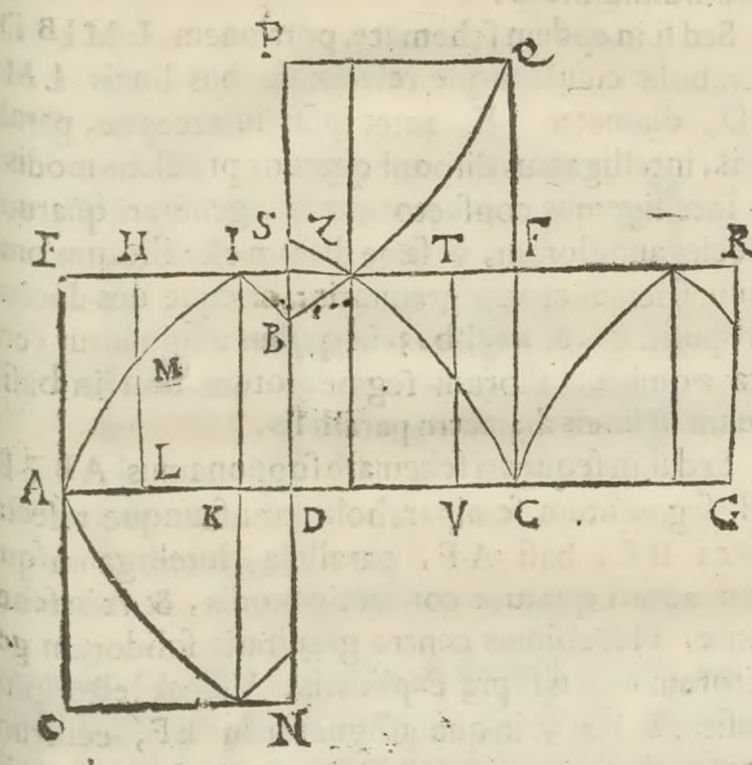
ter-



terminata ad B, sit ad partem terminatam ad D, vt 3. ad 9. seù vt 1. ad 3. Lector autem sic edoctus facile agnoscet etiam centrum grauitatis figuræ BCR, reuolutæ circa RG, &c. sic secare RG, vt pars terminata ad R, sit ad partem terminatam ad G, vt 1. ad 3.

Supponamus autem A B D, esse portionem minorem parabolæ cuiuscunque resectæ linea B D, diametro parallela, adeovt A D, sit basis talis portionis; & intelligamus portionem A B D, duplicari ad partes B D, adeo vt B D, diametro parallela euadat axis figuræ A B C; & intelligamus consueto modo figuram A B C, rotari circa F C, &c. Ex proposit. 15. lib. 3. in qua assignatur centrum æquilibrij portionis A B D, in B D, diametro parallela, & consequenter centrum grauitatis figuræ A B C, habebimus centrum grauitatis talis solidi. Si vero intelligamus figuræ A B C, circumscriptum parallelogrammum E C; cum excessus ipsius habeamus centrum grauitatis, quia habemus centrum grauitatis & parallelogrammi, & portionis, & ex proposit. 15. lib. pri. habemus rationem parallelogrammi ad figuram, & consequenter illius excessus ad figuram; habebimus etiam centrum grauitatis solidi ex illo excessu circa F C, vel illis parallelam. Quod vero dictum est de figura A B C, patet ex supradictis intelligendum etiam fore de figura B D C R G. Sed si talis figura intelligeretur duplicata ad partes A D, adeovt basis D A, euadat axis figuræ N A B. Ex proposit. 14. lib 3. habebimus centrum grauitatis annulorum ex N A B, circa O N, vel illi parallelam. Idemque intelligendum est si figura intelligeretur duplicata vt C D B Q P.

Si vero in sequenti figura, portio maior A I B D, parabolæ cuiuscunque, cuius basis A D, intelligatur



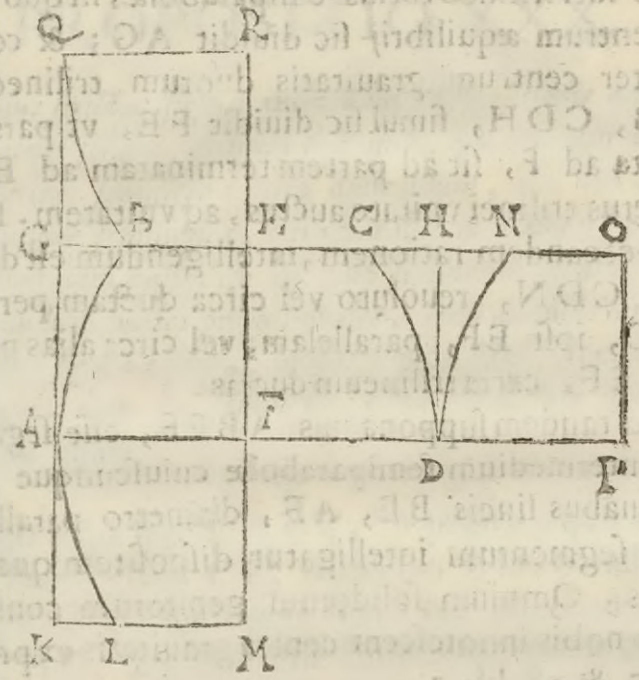
tur duplicata quatuor modis supra dictis, & intelligamus generari solida prædicta; nihilominus ipsorum solidorum habebimus centra grauitatis. Ratio est quia in proposit. 19. & 20. lib. 3. habemus centra æquilibrij maioris portionis parabolæ cuiuscunque resectæ linea diametro parallela, tam in prædicta linea diametro parallela, quam in basi. Vndè etiam habemus centra grauitatis duplicatæ portionis quatuor illis modis; & consequenter centra grauitatis illorum annulorum.

Sed si in eodem schemate, portionem L M I B D, parabolæ cuiuscunque resectæ duabus lineis L M, B D, diametro I K, inter ipsas interceptæ, parallelis, intelligamus disponi quatuor prædictis modis, & intelligamus consueto modo, generari quatuor species annulorum, vt sæpe dictum est: illorum omnium sciemus centra grauitatis; hæcque nos docent proposit. 21. & 22. lib. 3. in quibus assignantur centra æquilibrij illorum segmentorum tam in basi, quam in lineis diametro parallelis.

Sed si in sequenti schemate supponamus A B E F, esse segmentum semiparabolæ cuiuscunque resectæ linea B E, basi A F, parallela, intelligamusque hoc aptari quatuor consuetis modis, & vt in schemate. Habebimus centra grauitatis solidorum genitorum modis supra explicatis. Videat lector proposit. 10. lib. 3. in qua assignatur in E F, centrum grauitatis segmenti A B C D; & proposit. 11. in qua assignatur centrum æquilibrij segmenti A B E F, in basi A F.

Sed supponamus F A B E, esse vtique segmentum semiparabolæ cuiuscunque, sed sic dispositæ vt A F, sit diameter, & B E, parallela diametro, adeovt F A B E, sit segmentum ad diametrum, quod intelligatur duplicatum quatuor modis vt in schemate. Solidorum genitorum consueto modo ex figuris sic dispositis habebimus centra grauitatis. Quia in

pro-



proposit. 15. & 16. libri 3. habemus centra æquilibrij segmenti ad diametrum parabolæ cuiuscunque, tam in basi, quam in linea diametro parallela. Solum videtur nobis lectorem admonendum, circumscriptis figuris parallelogrammis; solidum ex excessu parallelogrammi G D, supra figuram A B C D, habere tale centrum grauitatis, quod sic secet D H, F E, parallelam, vt pars terminata ad D, sit ad partem terminatam ad H, vt numerus annuli vnitate auctus ad vnitatem. V. g. in primo, vt 2. ad 1. In secundo vt 3. ad 1. Et sic in infinitum. Ratio est quia A G B, est trilineum

simile

simile toti trilineo totius semiparabolæ, in quo pariter centrum æquilibrij sic diuidit A G; & consequenter centrum grauitatis duorum trilineorum A G B, C D H, simul sic diuidit F E, vt pars terminata ad F, sit ad partem terminatam ad E, vt numerus trilinei vnitate auctus, ad vnitatem. Idem propter eandem rationem, intelligendum est de trilineo C D N, reuoluto vel circa ductam per N, seù C, ipsi E F, parallelam, vel circa alias parallelas E F, extra trilineum ductas.

Sed tandem supponamus A B E F, esse segmentum intermedium semiparabolæ cuiuscunque resectæ duabus lineis B E, A F, diametro parallelis, quod segmentum intelligatur dispositum quatuor modis. Omnium solidorum genitorum consueto modo nobis innotescent centra grauitatis ex proposit. 17. & 18. lib. 3.

Quot igitur solidorum habeantur ex antedicta proposit. centra grauitatis, de quibus neutiquam cognitio tenebatur, potuit lector animaduertere. Sed non minorem vtilitatem capiemus ex sequenti propositione, quæ, modo ad nostrum institutum apto, explicata, ducet nos in cognitionem centrorum grauitatis quorundam solidorum, quæ vsque nunc geometria ignorauit. Præcipuè ex ipsa venabimur centra grauitatis omnium semifusorum parabolicorum; nempe docebimus in quo puncto basis sit centrum grauitatis solidi ex semiparabola quacunque reuoluta circa basim.

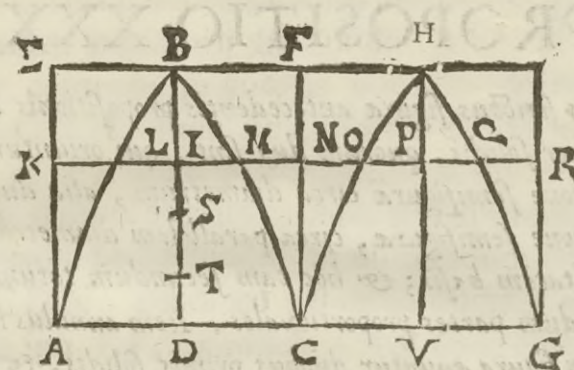
PRO-

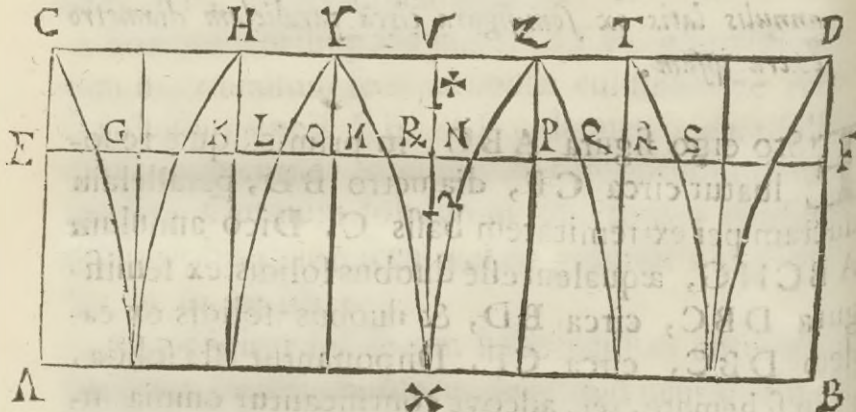
PROPOSITIO XXX.

Annulus strictus figuræ antecedentis propositionis æquatur quatuor solidis, quorum duo sint, qui oriuntur ex reuolutione semifiguræ circa diametrum, alia duo ex reuolutione semifiguræ, circa parallelam diametro per extremitatem basis; & hoc tam secundum totum, quam secundum partes proportionales. Item annulus latus ex eadem figura æquatur duobus primis solidis, & duobus annulis latis ex semifigura circa parallelam diametro extra ipsam.

Esto ergo figura A B C, in primis, quæ reuoluatur circa C F, diametro B D, parallelam ductam per extremitatem basis C. Dico annulum A B C H G, æqualem esse duobus solidis ex semifigura D B C, circa B D, & duobus solidis ex eadem D B C, circa C F. Disponantur ista solida, vt in schemate, sec. adeovt contineantur omnia inter duo plana A B, C D, parallela. Sicuti autem taliter sunt disposita vt duo genita ex reuolutione D B C, circa diametrum occupent medium locum, ita potuissent disponi quocunque alio modo; & sicuti disponuntur vt vnum aliud tangat, ità potuissent disponi vt essent ab inuicem dissita quocunque interuallo. Disposita autem fuerunt sic tanquam concinno modo ad inferrenda pulcherrima, quæ ex tali propositione deducentur. Accipiatur in diametro B D,

P primæ





primæ figuræ, quodlibet punctum I, per quod ducatur planum LQ, plano AG, parallelum. Cum autem CA, in ſecunda figura ſupponatur æqualis ipſi BD, in prima, fiat CE, æqualis BI, & per E, agatur planum EF, AB, CD, planis parallelum. Rectangulum LMQ, primæ figuræ, diuiditur in rectangula IMQ, & LI, MQ. Rectangulum IMQ, eſt æquale rectangulis IMP;

IM,

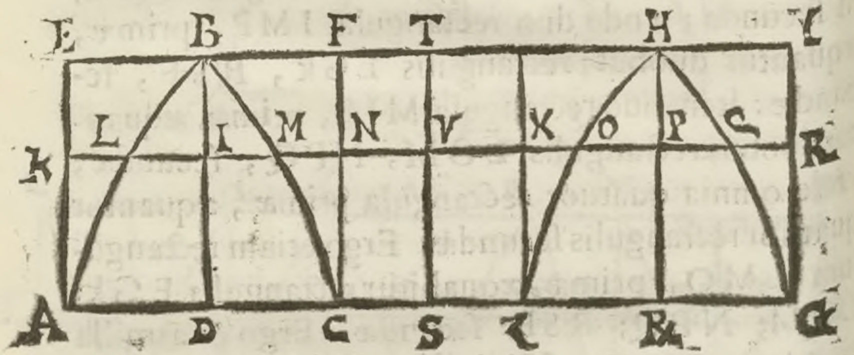
IM, PQ, ſeu MIL. Pariter rectangulum LI, MQ, cum ſit æquale rectangulo IMQ, diuiditur in eadem rectangula. Quare colligemus, rectangulum LMQ, æquale eſſe duobus rectangulis IMP, & duobus rectangulis MIL. Rectangulum IMP, in prima figura, æquatur rectangulo EGK, in ſecunda; vnde duo rectangula IMP, primæ, æquantur duobus rectangulis EGk, RSF, ſecundæ: item duo rectangula MIL, primæ, æquantur duobus rectangulis LOM, NPQ, ſecundæ; vnde omnia quatuor rectangula primæ, æquantur quatuor rectangulis ſecundæ. Ergo etiam rectangulum LMQ, primæ, æquabitur rectangulis EGk; LOM; NPQ; RSF, ſecundæ. Ergo & armilla circularis LMQ, ſolidi primæ figuræ, æquabitur armillis circularibus EGk; RSF, & circulis LOM, NPQ, ſecundæ. Cum autem puncta I, & E, ſumpta ſint ad libitum, inuentaque ſit æqualitas inter plana prædicta; rectè deducemus, necdum omnes armillas circulares ſolidi primæ figuræ plano AG, parallelas, ęquales eſſe omnibus armillis circularibus, & omnibus circulis ſolidorum ſecundæ; ſed etiam ſolidum primæ ęquari omnibus ſolidis ſecundæ.

Quod autem probatum fuit de totis, patet eodem modo probari poſſe de partibus proportionalibus; quia non diſſimili modo probabimus partem ſolidi primæ contentam inter plana parallela LQ, AG, ęquari parti ſolidorum ſecundæ, conten-

 tæ

tæ inter plana AB, EF, parallela. Quare patet propositum.

Secunda pars propositionis; nempe quod in sequenti figura, annulus latus ex figura ABC, circa TS, reuoluta sit ęqualis duobus solidis ex DBC,



reuoluta circa BD, & duobus ex eadem reuoluta circa TS; facta pręparatione simili antecedenti, lector facile proprio Marte cognoscet, discurrendo vt nos supra fecimus. Quare patet propositum.

SCHOLIVM I.

Nec etiam pręsens propositio in tanta vniuersalitate proposita, videtur vnica constructione probari posse nisi methodo indiuisibilium. In figuris vero particularibus, factis particularibus præparationibus, probari etiam poterit modo Archimedeo. Si enim supponamus ABC, esse figuram ad partes B, de-

B, deficientem, lector in geometricis peritus facile agnoscet probari posse modo Archimedeo.

Ex his ergo, & ex dictis in lib. 4. de Infinit. Parab. colligemus sæpe replicatam doctrinam; nimirum annulum primę figurę, & solida simul secundę, esse quantitates proportionaliter analogas tam in magnitudine, quam in grauitate. Vnde cum solidum primę sit magnitudo sic analoga cum figura ABC. Sequitur etiam omnia solida secundę figurę simul, esse analoga cum figura ABC, tam in magnitudine, quam in grauitate. Cum autem facile etiam sit cognoscere prędictorum solidorum simul secundę figurę esse centrum grauitatis in VX (vt hoc enim sequatur sic ex industria disposita fuerunt;) ergo centrum grauitatis prędictorum solidorum simul ita secabit VX, vt centrum grauitatis figurę ABC, secat BD. Ex hac doctrina adinueniemus centrum grauitatis nonnullorum solidorum. Sed prius adnotabimus vnum particulare in sequenti scholio, quod existimamus P. Marium Bettinum Societatis Iesù si viueret, libenter excepisse.

SCHOLIVM II.

Galileus, in postremis Dialogis pag. apud nos 28, loquitur de paradoxo quodam geometrico, in quo intelligit demonstrare circuli circumferentiam ęqualem esse puncto. De hoc paradoxo vestigia Galilei sequentes, locuti sumus & in appendicula sexaginta

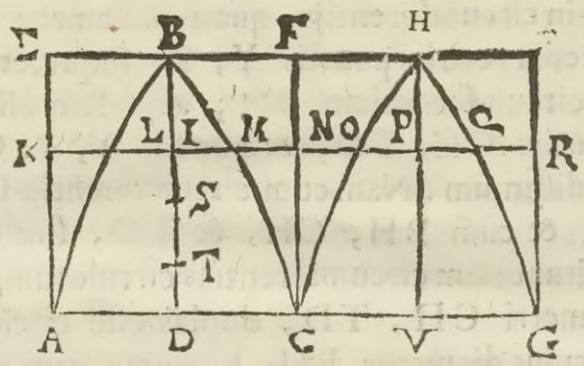
ginta problematum geometricorum, & in hoc opere in ſchol. 3. propoſit. 10, & in ſchol. 3 propoſit. 18. At P. Bettinus ſupradictus in tom. 3. ſui Ærarij pareg. geom. ſchol. prim. & alibi, admonet paradoxum pręſens nequaquam intelligendum eſſe geometricè, ſed phyſicè: nam geometricè loquendo, Euclides, doctrinaque eius tradita in defin. 3. lib. 5. Element. ab omnibuſque paſſim recepta huic aſſerto aduerſatur. Proportio enim eſt duarum magnitudinum eiuſdem generis, quatenus ad quantitatem pertinet, mutua quædam habitudo. Quando ergo comparatur circumferentia cum puncto, & colligitur æqualitas, fit comparatio impropria, & quæ non eſt, cum ſint quantitates diuerſorum generum. At non deeſt alius medius terminus geometricus oſtendens Galilei Parallogiſmum ſi intelligat geometrice loqui, non phyſicè. Hicque nobis ſuppeditatur ab antecedenti propoſitione, antecedentibuſque ſolidis. Nam ad modum Galilei diſcurrentes, in maximum abſurdum incideremus: oſtenderemus enim circuli circumferentiam æqualem eſſe duabus circuli circumferentijs, quarum vnaquæque priori eſſet ęqualis, & inſuper duobus punctis. Cum enim probatum ſit, ſolidum ex ABC, in prima figura, æquale eſſe quatuor ſolidis in ſecunda figura tam ſecundum totum, quam ſecundum partes proportionales; ſequeretur ex doctrina Galilei, quod cum tandem ſolidum ABCHG, in prima figura deſinat in circumferentia circuli, cuius diameter BH; item qua-

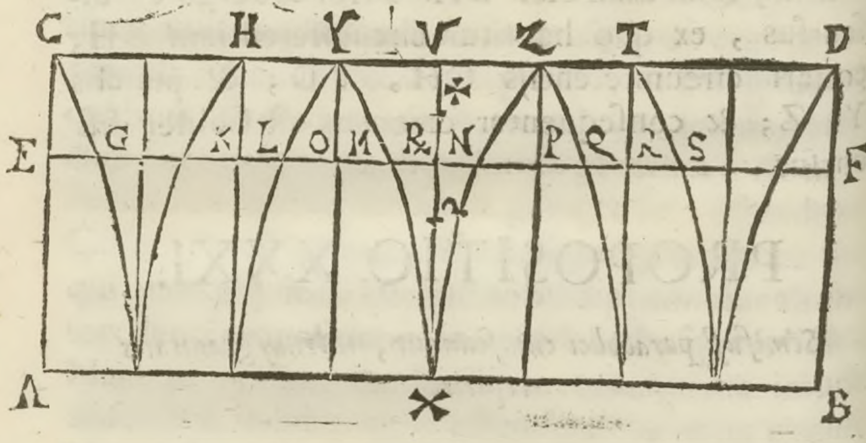
quatuor ſolidorum in ſecunda figura, duo extrema deſinant in circumferentijs, quarum diametri CH, TD, media verò in punctis Y, Z; ſequeretur inquam, circumferentiam BH, æqualem eſſe circumferentijs CH, TD, & punctis Y, Z. Quod eſt abſurdiſſimum. Nam cum circumferentiæ ſint vt diametri, & cum BH, CH, & TD, ſint ęquales; ſequitur etiam circumferentias circulorum, quorum diametri CH, TD, duplas eſſe circumferentiæ, cuius diameter BH. Frroneus ergo eſt diſcurſus, ex quo hauritur circumferentiam BH, ęquari circumferentijs CH, TD, & punctis Y, Z; & conſequenter erroneus eſt Galilei diſcurſus.

PROPOSITIO XXXI.

Semifuſi parabolici cuiuſcunque, centrum grauitatis reperire.

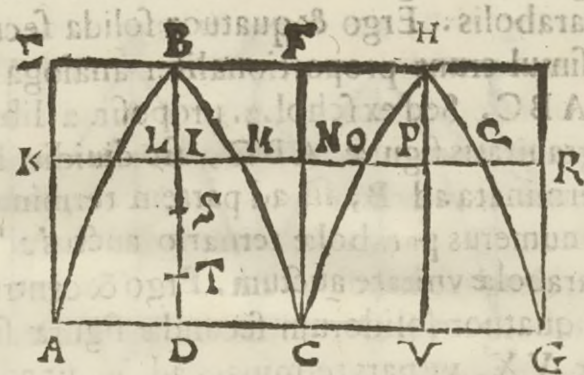
Esto ABD, ſemiparabola quæcunque in prima figura, cuius diameter AD, baſis BD, quæ reuoluta circa baſim BD, generet ſemifuſum parabolicum; huius oportet centrum grauitatis aſſignare. Semiparabola ABD, intelligatur duplicata ad partes baſis BD, & figura ABC, ex duabus ſemiparabolis conſtans intelligatur rotari circa FC, BD, parallelam. Item in ſecunda figura intelligantur quatuor ſolida ſic diſpoſita, vt duo extrema AH, TB,

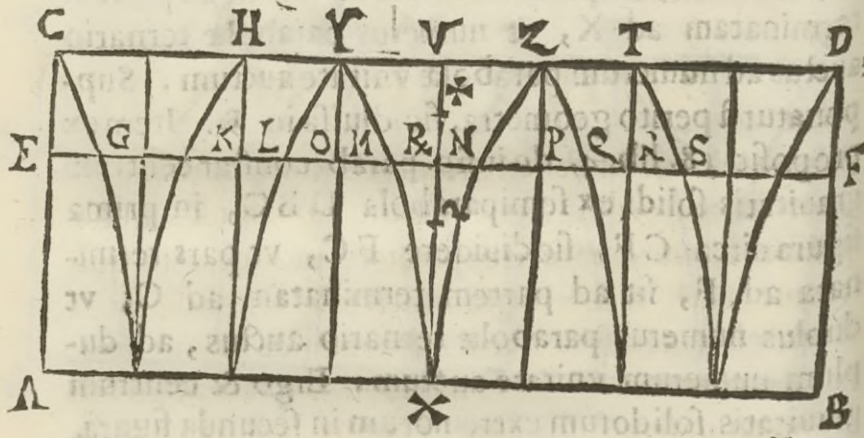




TB, ſint illa, quæ oriuntur ex ſemiparabola DBC, reuoluta circa CF, duo vero media ſint illa, quæ oriuntur ex reuolutione ſemiparabolæ ABD, circa baſim BD, nempe ſint duo ſemifuſi parabolici ex data ſemiparabola. Ex propoſit. anteced. conſtat quatuor ſolida ſecundæ figuræ eſſe proportionaliter analoga cum ſolido ABCHG, primæ. Sed ſolidum ABCHG, primæ eſt proportionaliter

analogum cum figura ABC, conſtante ex duabus ſemiparabolis. Ergo & quatuor ſolida ſecundæ figuræ ſimul erunt proportionaliter analoga cum figura ABC. Sed ex ſchol. 2. propoſit. 2. lib. 3. centrum grauitatis figuræ ABC, ſic diuidit BD, vt pars terminata ad B, ſit ad partem terminatam ad D, vt numerus parabolæ ternario auctus ad numerum parabolæ vnitate auctum. Ergo & centrum grauitatis quatuor ſolidorum ſecundæ figuræ ſimul ſic ſecabit VX, vt pars terminata ad V, ſit ad partem terminatam ad X, vt numerus parabolæ ternario auctus ad numerum parabolæ vnitate auctum. Supponatur à perito geometra, ſic diuiſa in ℞. Item ex propoſit. 18. lib. 4. de infin. parab. conſtat centrum grauitatis ſolidi ex ſemiparabola DBC, in prima figura circa CF, ſic diuidere FC, vt pars terminata ad F, ſit ad partem terminatam ad C, vt duplus numerus parabolæ ternario auctus, ad duplum numerum vnitate auctum. Ergo & centrum grauitatis ſolidorum extremorum in ſecunda figura, ſic ſecabunt lineas circa quas ſemiparabolæ intelliguntur reuolutæ. Cum ergo talia ſolida ſint ex inſtituto ſic diſpoſita, vt commune amborum centrum grauitatis cadat in VX: ſi ergo VX, ſic diuidatur in ✠, vt V✠, ſit ad ✠X, vt duplus numerus parabolæ ternario auctus, ad duplum numerum parabolæ vnitate auctum; ✠ erit centrum grauitatis illorum ſolidorum ſimul. Cum ergo in VX, ſit centrum grauitatis tam quatuor ſolidorum ſimul,



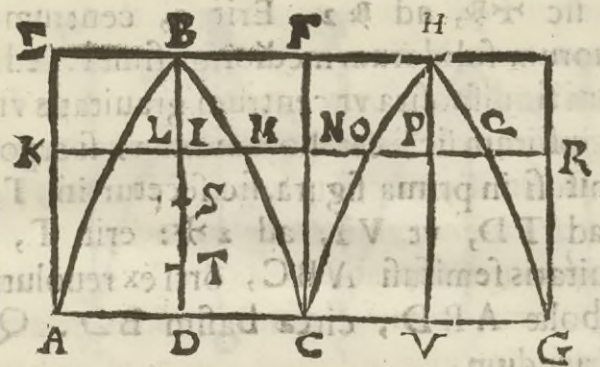


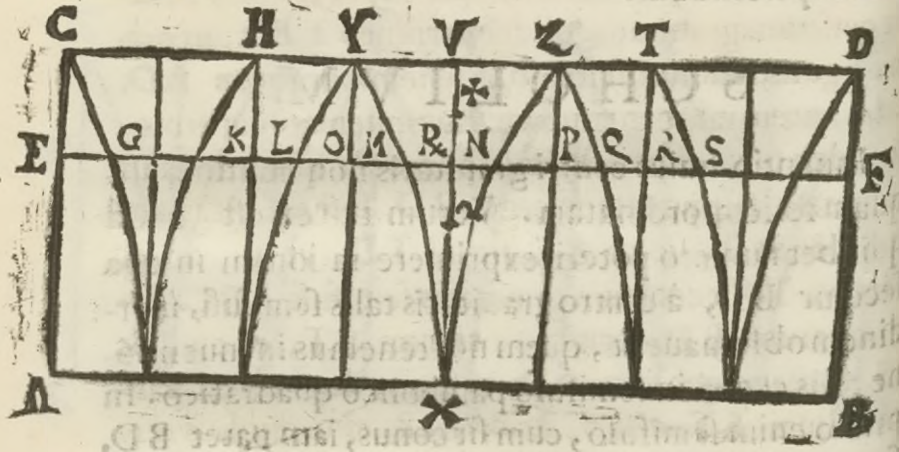
quam duorum extremorum; ergo & reliquorum duorum mediorum simul erit in V X, centrum grauitatis. Hoc autem reperietur si fiat reciprocè vt duo media ad duo extrema, sic ✠℞, ad ℞2. Cum ergo ex corollar. prim. proposit. 4. lib. 3. sit solidum vnum medium ad vnum solidorum extremorum, nempe duo media ad duo extrema, vt numerus parabolæ ad numerum parabolæ vnitate auctum; si fiat

vt numerus parabolæ ad numerum parabolæ vnitate auctum, sic ✠℞, ad ℞2. Erit ℞, centrum grauitatis duorum solidorum mediorum simul. Sed cum hæc fuerint sic disposita vt centrum grauitatis vniuscuiusque ipsorum sic secet illorum axim; si ergo axis BD, semifusi in prima figura, sic secetur in T, vt BT, sit ad TD, vt V2, ad 2✠: erit T, centrum grauitatis semifusi A B C, orti ex reuolutione semiparabolæ A B D, circa basim B D. Quod erat reperiendum.

SCHOLIVM.

Inuentio huius centri grauitatis non continet aliquam seriem ordinatam. Verum tamen est, quod quilibet numero poterit exprimere rationem in qua secetur BD, à centro grauitatis talis semifusi, si ordinem obseruauerit, quem nos tenemus in inuentione talis centri in semifuso parabolico quadratico. In primo enim semifuso, cum sit conus, iam patet B D, sic secari vt pars ad B, sit ad partem ad D, vt 3. ad 1. In quadratico verò, consequenter ad supra dicta, si BD, sic secetur in S, vt BS, sit ad SD, vt numerus parabolæ ternario auctus ad numerum parabolæ vnitate auctum; quarum BD, erit 8, talium BS, erit 5, & quarum BD, erit 12, talium BS, erit 7, cum dimidia. Item si secetur in I, vt BI, sit ad ID, vt duplus numerus ternario auctus, ad duplum numerum vnitate auctum,





quarum BD, erit 12, BI, erit 7. Ergo quarum BD, erit 12, talium BI, erit 7; BS, 7, cum dimidio IS, dimidium; ID, 5; DS, 4. cum dimidio. Fiat ergo vt numerus parabolæ ad numerum parabolæ vnitate auctum sic IS, ad ST. Ergo quarum partium IS, est 2, talium ST, erit tria. Cum ergo quarum BD, erat 12, talium BS, esset 7, cum dimidio, & IS, dimidium. Ergo quarum BD,

erit

erit 24; IS, erit 1; & BS, 15. Et qualium BD, erit 48, talium IS, erit 2, & BS, 30. Sed qualium IS, erat 2, talium ST, erat 3. Ergo qualium BD, erit 48, talium BT, erit 33, & TD, 15. Ergo centrum grauitatis semifusi parabolici quadratici sic diuidit BD, in T, vt BT, sit ad TD, vt 33, ad 15; & subtriplando terminos, vt 11, ad 5.

Sed non solum supradicta methodo reperiemus centrum grauitatis semifusi parabolici, sed etiam excessus cylindri ipsi circumscripti supra ipsum; nempe centrum grauitatis solidi ex trilineo EBA, in prima figura, reuoluto circa basim semiparabolæ BD. Cum autem tale centrum facilius inueniatur alio modo, ideo hunc experiemur in parabola quadratica in numeris. Supponamus ergo BD, sectam bifariam in S, & in T, sic vt BT, sit ad TD, vt 11, ad 5. adeo vt T, sit centrum grauitatis semifusi ABC. Ergo quarum BD, erit 16, talium ST, erit 3, & BS, 8. Ergo qualium BD, erit 37, cum tertia parte, talium ST, erit 7, & BS, 18, cum duobus tertijs. Cum autem ex schol. prim. proposit. 14. lib. 2. sit excessus cylindri circumscripti semifuso ad ipsum vt 7, ad 8, & si fiat vt talis excessus ad semifusum, sic reciprocè TS, ad SI, sit I, centrum grauitatis prædicti excessus; erit SI, 8, qualium BS, est 18, cum duobus tertijs. Ergo talium reliqua BI, erit 10, cum duobus tertijs. Qualium ergo BD, est 37, cum tertia parte, erit BI, 10, cum duabus tertijs partibus, & reliqua DI, 26, cum duobus tertijs.

tijs. Ergo centrum grauitatis prædicti exceſſus ſecat BD, in I, in prædicta ratione.

PROPOSITIO XXXII.

Semifuſi hyperbolici cuiuſcunque, ſuppoſita hyperbolæ quadratura, poſſumus centrum grauitatis reperire.

SVpponamus in ſeq. figura DBC, eſſe ſemihyperbolam, cuius diameter CD, baſis BD, latus tranſuerſum CZ, centrum S. Dico, ſuppoſita hyperbolæ quadratura, nos poſſe reperire centrum grauitatis ſemifuſi hyperbolici ABC. Diſponantur quatuor ſolida vt ſupra, & vt in ſecunda figura, ſed duo extrema AH, TB, intelligantur eſſe annulos non ſtrictos, vt ſchema exprimit, ſed latos, ortos ex rotatione ſemihyperbolæ DBC, ſeq. figuræ circa ſecundam diametrum TS. Ergo horum quatuor ſolidorum ſic diſpoſitorum vt in illa figura habemus centrum grauitatis in VX, quia habemus centrum grauitatis ſolidi ABCZHG, ſeq. figuræ, quod ex propoſit. 30. eſt proportionaliter analogum cum quatuor ſolidis ſecundæ figuræ. Habemus autem centrum grauitatis ſolidi ABCZHG, quia habemus in baſi BD, centrum grauitatis figuræ ABC, conſtantis ex duabus ſemihyperbolis, ex propoſit. 12. in qua, ſuppoſita hyperbolæ quadratura, inuentum fuit centrum æquilibrij ſemihyperbolæ DBC, in baſi BD, & conſequen-

ſequenter centrum grauitatis in BD, ipſius ABC. Pariter, cum ex ſchol. 3. prop. 26. habeamus centrum grauitatis, ſine ſuppoſitione quadraturæ hyperbolæ, annuli lati ex ſemihyperbola DBC, in hac figura reuoluta circa ſecundam diametrum TS; habebimus conſequenter ad ſupra dicta, in ſecunda figura, in VX, centrum grauitatis duorum ſolidorum extremorum, nempe duorum annulorum latorum AH, TB. Inſuper ex ſchol. 2. prop. 32. ſuppoſita hyperbolæ quadratura, habemus in hac figura rationem, quam habet annulus latus DBCZHR, ad ſemifuſum ABC; & conſequenter in ſecunda figura, habemus rationem duorum ſolidorum extremorum ſimul ad duo ſolida media. Ergo conſequenter habebimus in VX, ſecundæ figuræ centrum grauitatis duorum ſolidorum mediorum ſimul. Et pariter in hac figura, habebimus centrum in BD, ſemifuſi ABC. Quod &c.

SCHO-

SCHOLIVM.

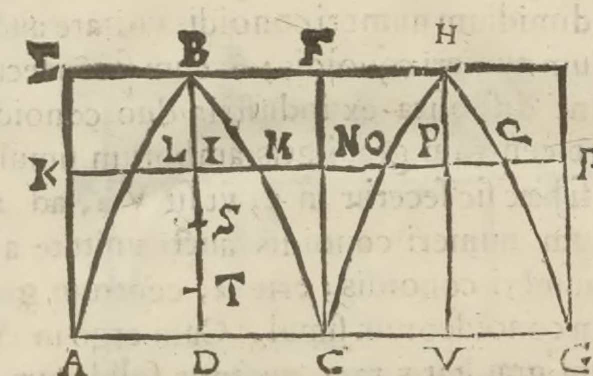
Sed non solum habebimus tale centrum grauitatis, sed etiam centrum grauitatis excessus cylindri EC, supra ipsum.

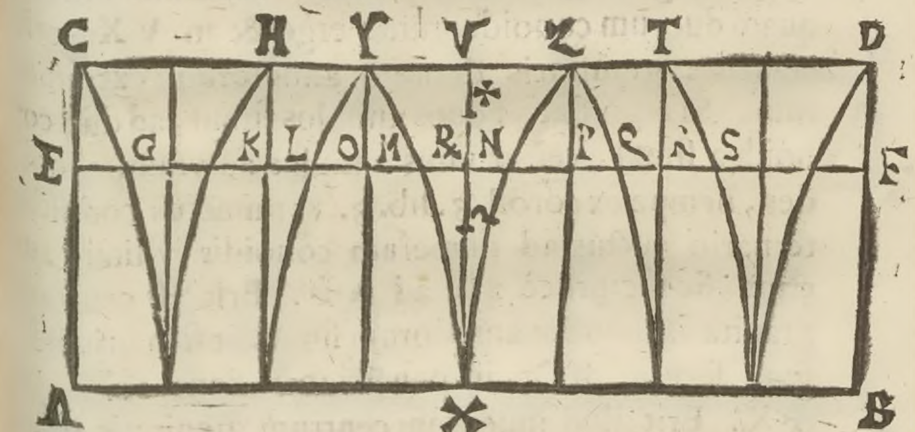
PROPOSITIO XXXIII.

Annuli stricti ex semiparabola quacunque, cuius exponens sit numerus par, reuoluta circa parallelam diametro ductam per extremitatem basis, centrum grauitatis assignare.

ESto semiparabola quæcunque DBC, cuius exponens sit numerus par, sitque eius diameter BD, basis DC, & intelligamus DBC, rotari circa CF, parallelam diametro BD, ductam per C: oporteat annuli producti centrum grauitatis reperire. Intelligamus semiparabolam duplicari ad partes BD, vt fiat tota parabola ABC, & intelligamus hanc totam rotari circa FC, vt fiat annulus ABCHG. Cum hic annulus ex proposit. 30. sit æqualis quatuor solidis dictis in illa propositione, disponantur hęc solida vt in secunda figura. Ergo horum quatuor solidorum simul centrum grauitatis ita secabit VX, vt secat BD, centrum grauitatis parabolæ ABC. Sed ex schol. prim. proposit. 2. lib. 3. hoc centrum ita secat BD, vt pars terminata ad B,

sit ad





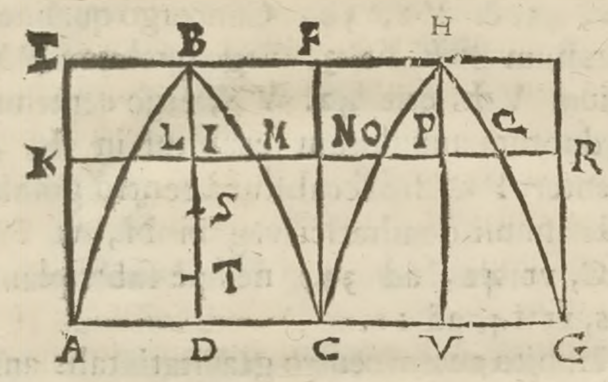
sit ad partem terminatam ad D, vt numerus parabolæ vnitate auctus ad numerum parabolæ. Ergo si VX, sic secetur in ℞, vt sit V℞, ad ℞X, vt numerus parabolæ, seù annuli vnitate auctus, ad numerum parabolæ; erit ℞, centrum grauitatis solidorum quatuor simul sumptorum. Pariter, quoniam ex proposit. 14. lib. 4. centrum grauitatis conoidis ABC, sic in prima figura diuidit BD, vt

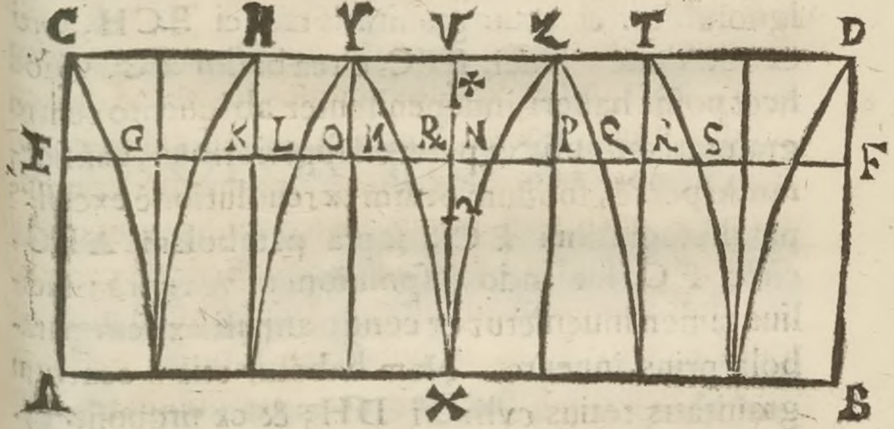
R pars

pars terminata ad B, ſit ad partem terminatam ad D, vt dimidium numeri conoidis vnitate aucti, ad dimidium numeri conoidis; & cum ſic in ſecunda figura ſint diſpoſita ex induſtria duo conoidea media, vt centrum grauitatis amborum ſimul ſit in VX; ſi hæc ſic ſecetur in 2, vt ſit V 2, ad 2 X, vt dimidium numeri conoidis aucti vnitate ad dimidium numeri conoidis; erit 2, centrum grauitatis duorum conoideorum ſimul. Cum ergo in VX, ſit centrum grauitatis tam quatuor ſolidorum ſimul, quam duorum conoideorum; ergo & in VX, erit centrum grauitatis duorum annulorum extremorum. Si ergo fiat vt duos annulos ſimul, ad duo conoidea ſimul, vel vt vnus annulus ad vnum conoides, nempe ex coroll. 3. lib. 3. vt numerus conoidis ternario auctus ad numerum conoidis vnitate auctum; ſic reciprocè 2 ℞, ad ℞ ✱. Erit ✱ centrum grauitatis duorum annulorum ſimul. Et ſi in prima figura ſecetur FC, in puncto in ratione F✱, ad ✱X. Erit illud inuentum centrum grauitatis illius annuli. Res de ſe patet. Quare &c.

SCHOLIVM.

Sed nec etiam inuentio huius centri continet aliquam pulchram ſeriem; quilibet tamen aſſignabit in numeris rationem ſecundum quam diuiditur FC, à centro grauitatis prædicti annuli, ſi notabit ſequentem ordinem quem tenemus in annulo ſemiparabolæ qua-





quadraticæ. In illa enim VX, ſic ſecatur in ℞, centro grauitatis quatuor ſolidorum ſimul, vt V℞, ſit ad ℞X, vt 3. ad 2. In 2. vero vt V2, ſit ad 2X, vt 2, ad 1, nempe vt 3, cum tertia parte, ad 1, cum duobus tertijs. Ergo qualium VX, eſt 5, talium V℞, eſt 3, & V2, eſt 3, cum tertia parte; ℞2, tertia pars; & qualium VX, eſt 15, talium V℞, eſt 9; V2, 10; & ℞2, vnitas.

Qualium ergo ℞ 2, eſt 5, talium VX, eſt 75, V℞, 45, & V2, 50. Cum ergo qualium ℞ 2, eſt 5, talium ℞✠, ſit 3. Ergo qualium VX, eſt 75, talium V✠, erit 42. VX, ergo centrum grauitatis duorum annulorum ſecabitur in ✠, & conſequenter FC, ſic ſecabitur à centro grauitatis prædicti annuli quadratici v.g. in N, vt FN, ſit ad NC, vt 42, ad 33; nempe ſubtriplando terminos, vt 14, ad 11.

Habito autem centro grauitatis talis annuli, non ignorabitur centrum grauitatis conici BCH, orti ex rotatione trilinei BFC, circa baſim FC. Quod licet poſſit haberi independenter ab inuento centro grauitatis annuli, vt patet ex ſuperioribus, conſiderando per ſe, ſolidum ortum ex reuolutione exceſſus parallelogrammi EC, ſupra parabolam ABC, circa FC, faciendo diſpoſitionem vt ſupra; facilius tamen inuenietur ex centro annuli ex ſemiparabola prius inuento. Nam habetur etiam centrum grauitatis totius cylindri DH; & ex propoſit. 15. lib. 2. habetur ratio prædicti annuli ad conicum BCH. Hoc autem ſic in numeris inuenietur in conico quadratico: ſupponamus in ſecunda figura (in qua faciemus operationem in VX, & quam in ipſa faciemus intelligemus factam in FC) VX, eſſe ſectam bifariam in ℞, & in 2, vt V2, ſit ad 2X, vt 14, ad 11. Ergo ℞, erit centrum grauitatis totius cylindri annulo circumſcripti, & 2, erit ex dictis, centrum grauitatis annuli. Ergo qualium tota

ta VX, eſt 25; V2, 14; & 2X, 11; talium V℞, erit 12, cum dimidia; & ℞2, 1, cum dimidia. Cum ergo ex ſecunda parte propoſit. 15, lib. ſecun. ſit diuidendo conicus BCH, ad annulum vt 2, ad 10, ſeù vt 1, ad 5; & ſi fiat reciprocè vt conicus, ad annulum, nempe vt 1, ad 5, ſic 2℞, ad ℞✠, ſit ✠, centrum grauitatis conici; & cum ſit vt 1, ad 5, ſic vnum cum dimidio ad 7, cum dimidio. Ergo ✠℞, erit 7, cum dimidio. Quare reliqua V✠, erit 5, & ✠X, 20. Ergo VX, ſic ſecatur in ✠, & FC, v. g. in N, à centro grauitatis conici BCH, vt CN, ſit ad NF, vt 20, ad 5, ſeù vt 4. ad 1.

PROPOSITIO XXXIV.

Annuli ſtricti orti ex reuolutione ſemihyperbolæ, vt in anteced. propoſit. ſuppoſita hyperbolæ quadratura, poſſumus centrum grauitatis aſſignare.

Sed ſupponamus DBC, eſſe ſemihyperbolam, &c. Dico etiam nos poſſe aſſignare centrum grauitatis annuli ſtricti ex ſemihyperbola DBC, circa FC. Reuoluta enim hyperbola ABC, tota circa FC, vt fiat annulus ABCHG, cum hic ſit æqualis quatuor ſolidis diſpoſitis vt in ſecunda figura, vt ſæpe dictum eſt; ergo ex propoſit. 22. in qua aſſignatur centrum grauitatis in BD, hyperbolæ ABC, habebimus etiam centrum grauitatis quatuor illorum ſolidorum ſimul diſpoſitorum. Sit hoc cen-

centrum ℞. Item ex prop. 13. & 14. habemus centrum grauitatis conoidis hyperbolici, & consequenter duorum conoideorum dispositorum vt in secunda figura. Sit hoc 2. Pariter, quoniam ex proposit. 12. habemus centrum æquilibrij semihyperbolæ D B C, in D C; habebimus etiam ex proposit. 4 lib. 3. rationem quam habent solida ex semihyperbola D B C, reuoluta circa B D, & F C, ad inuicem; & consequenter habebimus rationem, quam habent in secunda figura duo solida extrema ad duo media. Si ergo fiat vt duo solida extrema ad duo media sic reciprocè 2 ℞, ad ℞✠. Erit ✠, centrum grauitatis duorum annulorum simul. Vndè patet quomodo possimus habere centrum grauitatis vnius annuli soli ex semihyperbola. Quod &c.

SCHOLIVM.

Habito centro grauitatis annuli, non ignorabitur centrum grauitatis conici hyperbolici B C H; pro qua re consideretur scholium antecedentis propositionis, discursusque in ipso expositus imitetur.

Quoniam autem ex doctrinis superius traditis licet nobis colligere centra grauitatis aliquorum solidorum, de quibus nunquam geometria locuta est; ideo vt hoc expeditius fiat, opere pretium ducimus doctrinas superius traditas aptius ordinare, regulam quandam generalem exponendo. Sciendum ergo est, quatuor esse centra grauitatis, quorum tribus

datis,

datis, licet quartum colligere. Nempe centrum grauitatis figuræ A B C, circa diametrum: centrum æquilibrij semifiguræ D B C, in D C: centrum grauitatis solidi A B C, orti ex reuolutione semifiguræ A B D, circa B D: & centrum grauitatis semifiguræ D B C, reuolutæ circa F C. Nam datis tribus primis, patebit dari quartum sic. Dato centro grauitatis figuræ A B C, datur centrum grauitatis solidi orti ex gyratione A B C, circa C F; & consequenter centrum grauitatis quatuor solidorum dispositorum in secunda figura. Secundo dato centro æquilibrij semifiguræ D B C, in D C, dabitur ratio solidi ex semifigura D B C, reuoluta circa D B, ad solidum ex eadem reuoluta circa C F; ex proposit. 4. lib. 3. & consequenter in secunda figura dabitur ratio duorum solidorum mediorum ad duo extrema. Tertio dato centro grauitatis solidi A B C, dabitur etiam in secunda figura centrum duorum solidorum mediorum simul. Si ergo ℞, sit centrum quatuor simul, iam datum, & 2, sit centrum duorum mediorum etiam datum, si fiat 2 ℞, ad ℞✠, in ratione data, nempe vt duo solida extrema, ad duo media, vel vt vnum ad vnum; erit ✠ centrum grauitatis duorum extremorum, vel vnius extremi, quod est quartum, quod quærebatur. Ita suppositis dari tribus quibusuis quatuor iam dictorum, patebit simili discursu, dari quartum. His animaduersis.

PRO-

PROPOSITIO XXXV.

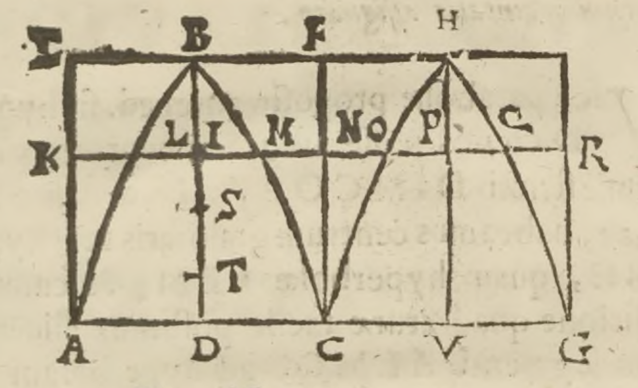
Annuli stricti orti ex reuolutione segmenti semiparabolæ cuiuscunque, cuius exponens sit numerus par, resectæ linea basi parallela, circa lineam ductam parallelam diametro per extremitatem basis possumus centrum grauitatis assignare.

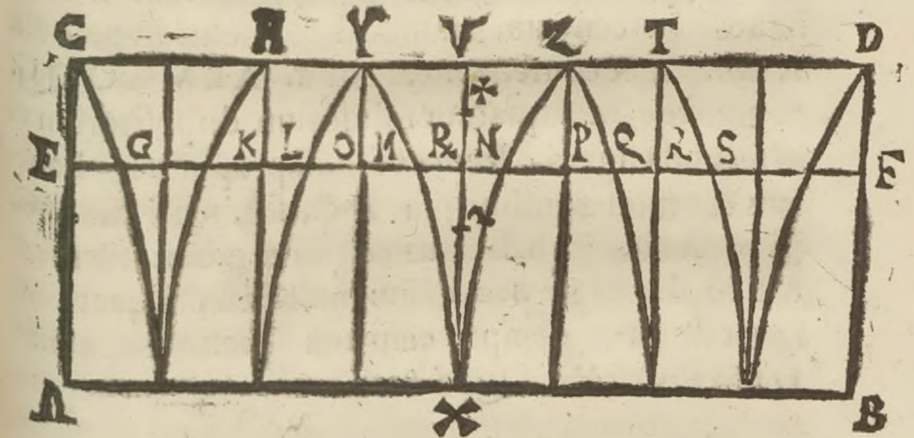
PArabola quæcunque A B C, cuius numerus par, sit secta L M, A C, parallela, & intelligamus D I M C, rotari circa C F. Dico annuli orti nos posse assignare centrum grauitatis. Nam cum ex proposit. 10. lib. 3. habeamus centrum grauitatis segmenti parabolæ A L M C, habebimus etiam ex supra dictis, centrum grauitatis annuli A L M C O Q G; & consequenter quatuor solidorum dispositorum vt in secunda figura. Ex proposit. 11. eiusdem libri habemus centrum æquilibrij figuræ D I M C, in basi D C. Ex schol. proposit. 15. lib. 3. habemus centrum grauitatis solidi A L M C. Ergo quartum non ignorabitur; nempe centrum grauitatis solidi orti ex rotatione D I M C, circa N C. Quod &c.

SCHOLIVM.

Cum autem habeamus centrum grauitatis cylindri I V; & rationem ex schol. 2. proposit. 11. lib.

3. quam





3. quam habet cylindrus I V, ad conicum M C O; habemus etiam in N C, centrum grauitatis talis conici.

PROPOSITIO XXXVI.

Annuli stricti orti ex rotatione segmenti semihyperbolæ resectæ linea basi parallela (supposita segmenti quadratura)

S ra)

ra) modo in proposit. anteced. explicato, possumus centrum grauitatis assignare.

VIce parabolæ proposit. antèced. sit hyperbola. Dico nos posse assignare centrum grauitatis annuli stricti DIMCOPV. Nam cum ex proposit. 22, habeamus centrum grauitatis tam hyperbolæ ABC, quam hyperbolæ LBM, & cum ex suppositione quadraturæ facile possimus elicere rationem segmenti ALMC, ad hyperbolam LBM; habebimus centrum grauitatis segmenti hyperbolæ ALMC; & consequenter solidi ALMCOQG: & consequenter quatuor solidorum dispositorum vt in secunda figura. Item ex schol. proposit. 15. habemus centrum æquilibrij in DC, segmenti DIMC. Ex proposit. 17, habemus centrum grauitatis solidi ALMC. Ergo nec etiam in præsenti quartum ignorabitur; nempe centrum grauitatis annuli DIMCOPV. Quod &c.

SCHOLIVM.

Ex prædicto centro inuento, & ex ratione cylindri IV, reperta in citato schol. proposit. 15. per conuersionem rationis, ad conicum MCO, reperiemus in NC, centrum grauitatis conici MCO, prædicti.

PRO-

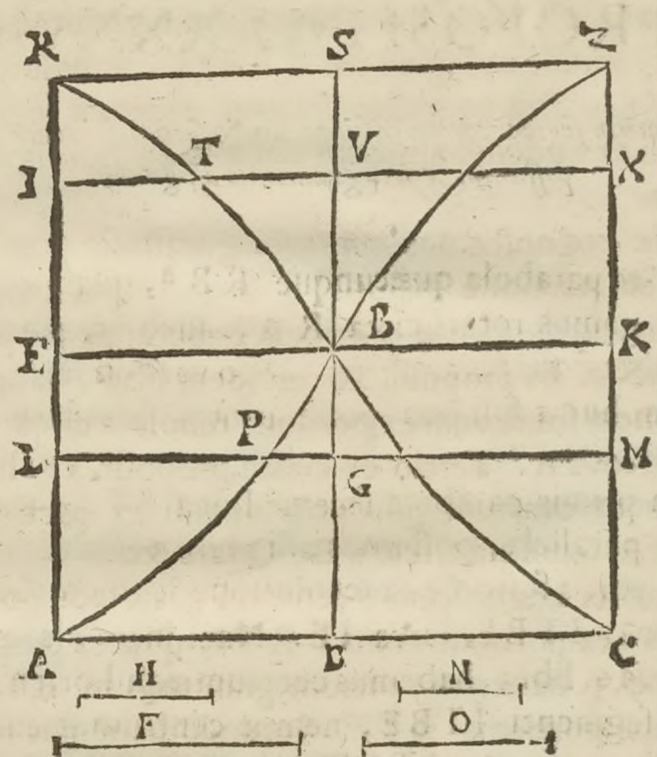
PROPOSITIO XXXVII.

Variorum segmentorum infinitorum fusorum parabolicorum, possumus centra grauitatis assignare.

ESto parabola quæcunque RBA, quam intelligamus rotari circa RA, adeo vt generetur quilibet fusus parabolicus. Dico variorum segmentorum huius fusi nos posse centra grauitatis assignare.

In primis parabola secetur linea IT, diametro EB, parallela, possumus assignare centrum grauitatis partis fusi ortæ ex reuolutione segmenti ad diametrum ITBE, circa IE. Nam in primis ex proposit. 16. lib. 3. habemus centrum æquilibrij in IE, basi segmenti ITBE, nempe centrum grauitatis duplicatæ figuræ ITBE, ad partes IE. Secundo, ex proposit. 18. lib. 4. habemus centrum grauitatis portionis annuli orti ex reuolutione segmenti ITBE, circa BV. Tertio ex schol. 3. proposit. 15. lib. 3. habemus centrum segmenti ITBE, in EB, nempe habemus rationem, quam habet solidum ex ITBE, segmento reuoluto circa VB, ad solidum ex eodem segmento reuoluto circa IE. Ex istis tribus centris datis, ad modum superiorum deducemus quartum, nempe centrum grauitatis segmenti fusi ex ITBE, segmento reuoluto circa IE.

 Secundo



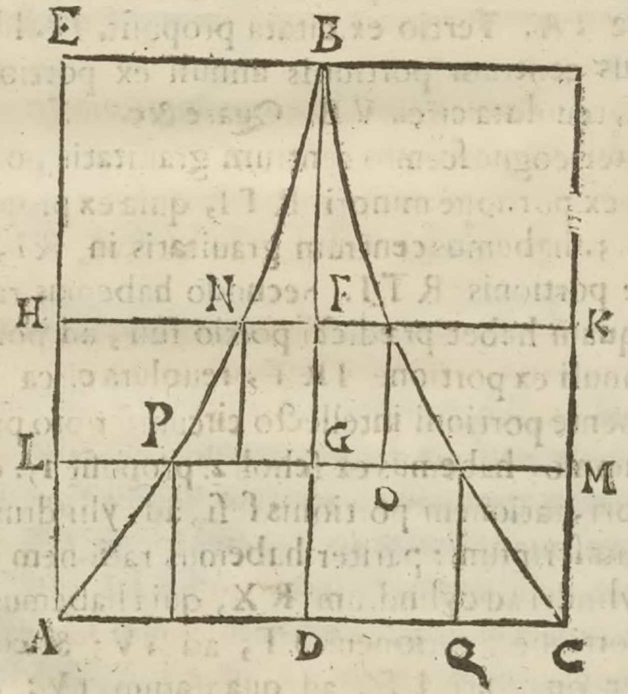
Secundo secetur parabola etiam LP, EB, diametro parallela, adeovt IT, LP, intercipiant diametrum, possumus assignare centrum grauitatis segmenti intermedij fusi orti ex reuolutione segmenti intermedij ITBPL, reuoluti circa IL. Nam ex proposit. 21. lib. 3. habemus centrum grauitatis duplicatæ figuræ ITBPL, ad partes IL. Secundo ex proposit. 22. eiusdem lib. habemus centrum æquilibrij segmenti in LG; nempe rationem solidorum

dorum reuolutorum circa VG, & IL. Tertio ex proposit. 18. lib. 4. habemus centrum grauitatis segmenti annuli ex segmento ITBPL, reuoluto circa VG. Ergo quartum, nempe centrum segmenti fusi ex eodem segmento circa LI, non ignorabitur.

Sic cognoscemus centrum grauitatis portionis fusi ex portione maiori ITBA. Nam centrum grauitatis duplicatæ portionis habetur ex proposit. 19. lib. 3. Ex proposit. 20. eiusdem libri, habemus rationem solidorum ex portione reuoluta circa VB, & circa IA. Tertio ex citata proposit. 18. lib. 4. habemus centrum portionis annuli ex portione ITBA, reuoluta circa VB. Quare &c.

Pariter cognoscemus centrum grauitatis portionis fusi ex portione minori RTI, quia ex proposit. 14. lib. 3. habemus centrum grauitatis in RI, duplicatæ portionis RTI. Secundo habemus rationem, quam habet prædicta portio fusi, ad portionem annuli ex portione IRT, reuoluta circa SV. Quia mente portioni intellecto circumscripto parallelogrammo, habemus ex schol. 2. proposit 15. eiusdem libri, rationem portionis fusi, ad cylindrum sibi circumscriptum: pariter habemus rationem prædicti cylindri ad cylindrum RX, quia habemus, ex data portione, rationem IT, ad IV; & consequenter quadrati IT, ad quadratum IV: item habemus ex schol. 2. proposit 4. lib. 4 rationem cylindri RX, ad portionem annuli ex portione RTI, circa SV. Vnde ex æquali, habemus rationem portionis fuſi ad portionem annuli. Tertio habemus centrum grauitatis prædictæ portionis annuli ex cit. prop. 18. lib. 4. Ergo quartum, nempe centrum grauitatis portionis fuſi non ignorabitur.

Sed nec in ſequenti figura, ſuppoſita ſemiparabola EBA, ſecta duabus lineis HN, LP, diametro EB, parallelis, ignorabimus centrum grauitatis ſegmenti fuſi ex ſegmento intermedio HNPL.



Nam

Nam centrum grauitatis in HL, duplicati ſegmenti ad partes HL, habetur ex propoſit. 17. libri 3. Item ex præcitata propoſit. 18. lib. 4. habemus centrum grauitatis ſegmenti annuli ex ſegmento HNPL, circa BD. Tertium nempe ratio ſegmenti fuſi ad ſegmentum annuli patebit haberi. Quia habemus ex ſchol. propoſit. 18. lib. 3. rationem ſegmenti fuſi ad cylindrum ex parallelogrammo LN, ſibi circumſcripto; ſed habemus rationem talis cylindri ad cylindrum HM, & huius ex præcit. ſchol. 1. propoſit. 4, lib. 4. ad ſegmentum annuli. Quare ex æquali, patet propoſitum. Cognitis verò tribus præcedentibus, quartum centrum quæſitum innoteſcet. Patuit ergo propoſitum in omnibus prædictis partibus.

SCHOLIVM.

Sicuti autem in antecedentibus reperta ſunt centra grauitatis variorum ſegmentorum infinitorum fuſorum parabolicorum, ſic ex ſuppoſita quadratura hyperbolæ, eiuſque ſegmentorum, liceret reperire tam centra grauitatis variorum ſegmentorum hyperbolæ quam variorum ſegmentorum fuſi ex hyperbola, quod indicaſſe lectori ſufficiat.

Ex ſuperius ergo dictis patuit quot ſint ea, quæ deducuntur ex propoſit. 30. ſuperiori, ſed inſuper alia poſſunt deduci nempe tres regulæ vniuerſales in tribus ſequentibus propoſit. exprimendæ.

PRO-

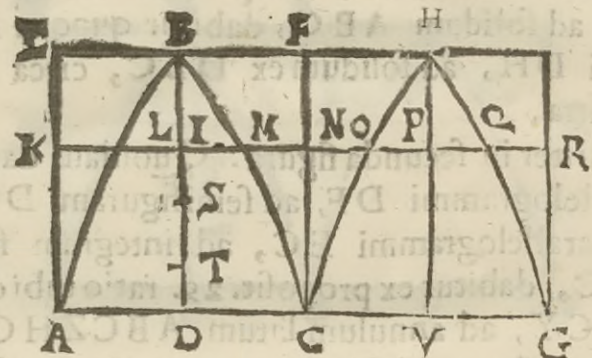
PROPOSITIO XXXVIII.

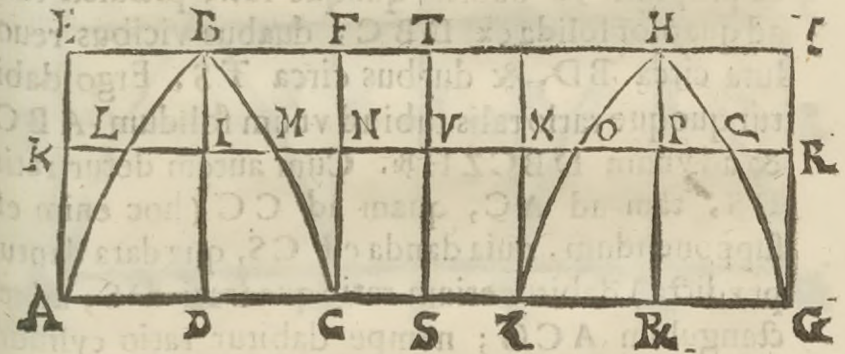
Data cuiuſcunque ſemifiguræ circa diametrum quadratura, dataque ratione cylindri circumſcripti ſolido ex ſemifigura reuoluta ſiue circa diametrum, ſiue circa ductam diametro parallelam, vel per extremitatem baſis; vel extra figuram. Datur ratio cylindri circumſcripti altero dictorum ſolidorum ad ipſum.

Sit data quælibet ſemifigura DBC, circa diametrum BD, & data ſit ratio quam habet parallelogrammum BC, ad ipſam figuram; inſuper detur ratio, quam habet cylindrus ex BC, in prima figura, reuoluto ſiue circa DB, ſiue circa FC, ad alterum ſolidorum ex ſemifigura DBC, ſiue circa BD, ſiue circa FC: vel in ſecunda figura detur vel ratio cylindri EC, ad ſolidum ABC, vel cylindri DH, ad ſolidum ex DBC, reuoluta circa TS. Dico dari etiam rationem alterius cylindri, ad alterum ſolidum ex ſemifigura.

Probetur prius in prima figura, in qua intelligamus parallelogrammum EC, cum figura integra ABC, rotari circa FC. Ergo ex propoſit. 29. cum data ſit ratio ex hypotheſi, parallelogrammi EC, ad figuram ABC, dabitur quoque ratio cylindri EG, ad ſolidum ABCHG. Sed tale ſolidum ex propoſit. 30. æquatur duobus ſolidis ex DBC, circa DB, & duobus, ex eadem circa FC.

Ergo

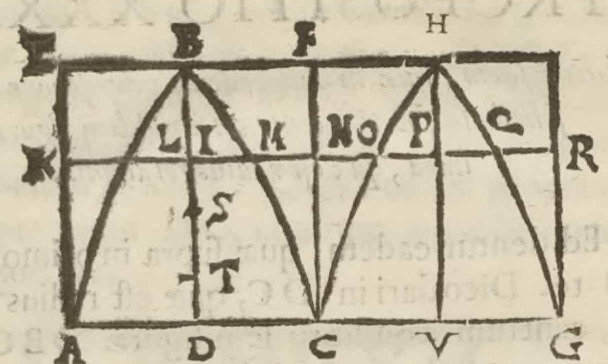


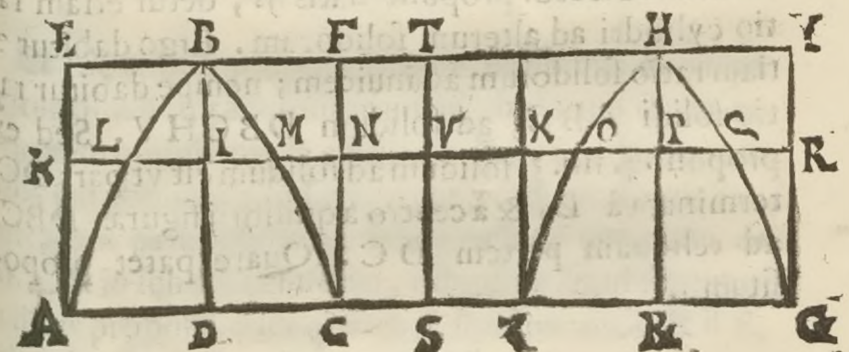


Ergo dabitur quoque ratio cylindri EG, ad hæc quatuor ſolida. Ergo & cylindri EC, qui eſt quarta pars cylindri EG, ad eadem quatuor ſolida. Ergo dabitur quoque ratio cylindri EC, ſeù ei æqualis, DH, ad duo tantum illorum ſolidorum, ſcilicet ad vnum, & vnum, nempe ad vnum circa DB, & ad vnum circa FC. Sed ex hypotheſi, datur quoque ratio cylindri EC, ſeù DH, ad alterum tantum ſolidorum ex DBC, reuoluta ſiue circa DB, ſiue circa FC. Ergo quacunque data, dabitur etiam altera; nempe data ratione cylindri EC, ad ſolidum ABC, dabitur quoque ratio cylindri DH, ad ſolidum ex DBC, circa FC, & è contra.

Pariter in ſecunda figura. Quoniam datur ratio parallelogrammi DF, ad ſemifiguram DBC, ſiue parallelogrammi EC, ad integram figuram ABC, dabitur ex propoſit. 29. ratio tubi cylindrici ECY, ad annulum latum ABCZHG. Ergo ex propoſit. 30. dabitur quoque ratio prædicti tubi ad quatuor ſolida ex DBC, duabus vicibus reuoluta circa BD, & duabus circa TS. Ergo dabitur quoque ratio talis tubi ad vnum ſolidum ABC, & ad vnum DBCZH℞. Cum autem detur ratio DS, tam ad AC, quam ad CG (hoc enim eſt ſupponendum, quia danda eſt CS, qua data dantur prædicta) dabitur etiam ratio quadrati DS, ad rectangulum ACG; nempe dabitur ratio cylindri DH, ad tubum cylindricum ECY. Ergo ex æquali, dabitur quoque ratio cylindri B℞, ad ſolidum ABC, ſimul cum ſolido DBCZH℞. Si ergo detur etiam ex hypotheſi, ratio cylindri EC, ad ſolidum ABC, quia cum detur ratio cylindri DH, ad cylindrum EC, datur etiam ratio cylindri DH, ad ſolidum ABC. Ergo dabitur quoque ratio eiuſdem cylindri DH, ad ſolidum DBCZH℞. Si vero detur ratio ex hypotheſi, cylindri DH, ad ſolidum DBCZH℞; ergo dabitur quoque ratio eiuſdem

iuſdem





iuſdem cylindri ad ſolidum ABC. Sed etiam datur ratio cylindri EC, ad cylindrum DH. Ergo quoque ex æquali, dabitur ratio cylindri EC, ad ſolidum ABC. Ergo in omnibus patuit propoſitio.

PROPOSITIO XXXIX.

Datis ijsdem, quæ in antecedenti propositione in primo schemate, datur centrum æquilibrij figuræ in linea, quæ est radius rotationis.

SEd dentur eadem, quæ supra in primo schemate. Dico dari in DC, quæ est radius rotationis, centrum æquilibrij semifiguræ DBC. Cum enim ex anteced. proposit. datis ijs, detur etiam ratio cylindri ad alterum solidorum. Ergo dabitur etiam ratio solidorum ad inuicem; nempe dabitur ratio solidi ABC, ad solidum DBCHV. Sed ex proposit. 4. lib. 3. solidum ad solidum est vt pars DC, terminata à D, & à centro æquilibrij figuræ DBC, ad reliquam partem DC. Quare patet propositum.

PROPOSITIO XL.

In secundo schemate datis ijsdem, & data ratione annuli lati ex semifigura ad annulum strictum eiusdem, dabitur prædictum centrum.

SEd in secundo schemate, vltra data in antecedenti, detur etiam ratio annuli lati DBCZH℞, ad annulum strictum ex eadem DBC, reuoluta circa FC. Dico dari eius centrum æqui-

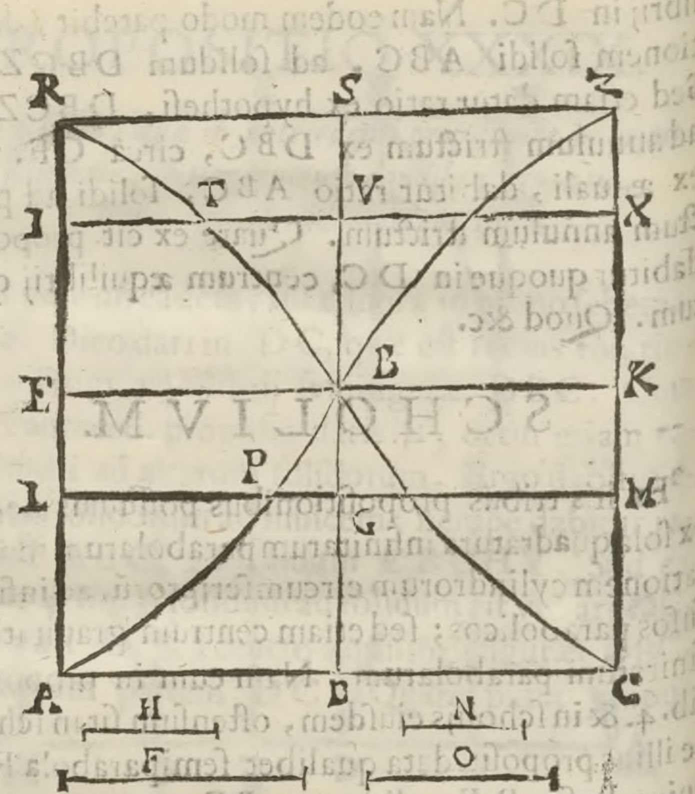
librij

librij in DC. Nam eodem modo patebit, dari rationem solidi ABC, ad solidum DBCZH℞. Sed etiam datur ratio ex hypothesi, DBCZH℞, ad annulum strictum ex DBC, circa CF. Ergo ex æquali, dabitur ratio ABC, solidi ad prædictum annulum strictum. Quare ex cit. proposit. 3. dabitur quoque in DC, centrum æquilibrij quæsitum. Quod &c.

SCHOLIVM.

Ex his tribus propositionibus possumus necdum ex sola quadratura infinitarum parabolarum inuenire rationem cylindrorum circumscriptorũ, ad infinitos fusos parabolicos; sed etiam centrum grauitatis infinitarum parabolarum. Nam cum in proposit. 4. lib. 4. & in scholijs eiusdem, ostensum sit in schemate illius proposit. data qualibet semiparabola RBE, cuius basis RE, diameter BE, quæ reuoluatur cum sibi circumscripto parallelogrammo RB, circa BS: cylindrum RK, esse ad solidum ERBZk, vt parallelogrammum RB, ad semiparabolam ERB, cuius basis ER, diameter EB, quæ sit gradus dupli, gradus semiparabolæ reuolutæ circa SB; patet ex data quadratura infinitarum parabolarum, dari rationem cylindri RK, ad annulum ERBZk. Data hac ratione, dabitur etiam ex proposit. anteced. ratio cylindri Rk, vel ei æqualis orti ex RB, circa RE, ad solidum ex ERB, circa

RE;



R E; nempe ad ſemifuſum parabolicum. His datis dabitur etiam ratio illorum ſolidorum ad inuicem; & conſequenter centrum æquilibrij ſemiparabolæ ER B, in EB; & conſequenter centrum grauitatis parabolæ RB A, in diametro B E.

Sed hic notetur, parabolas inſeruientes inuentioni centri grauitatis infinitarum parabolarum, non eſſe omnes, ſed illas dumtaxat, quarum exponentes ſunt numeri pares; quia hæ dumtaxat inſeruiunt in-

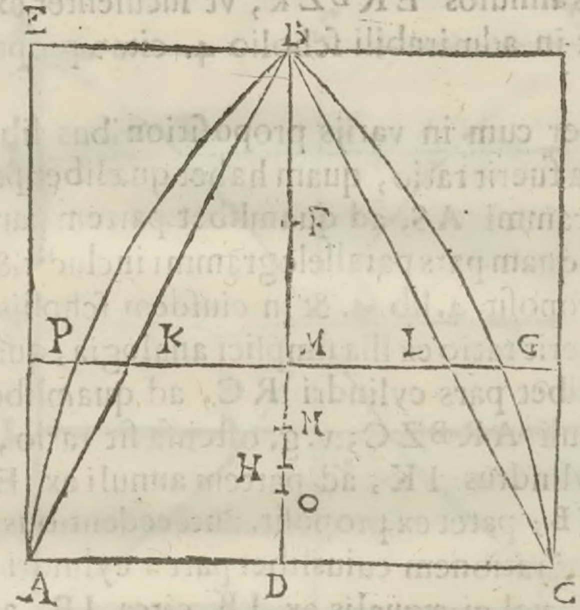
uentioni

uentioni rationis infinitorum cylindrorum R K, ad infinitos annulos E R B Z k, vt luculenter explicatum fuit in admirabili ſcholio 4. citat. propoſit. 4. lib. 4.

Inſuper cum in varijs propoſitionibus lib. prim. aſſignata fuerit ratio, quam habet quælibet pars parallelogrammi A S, ad quamlibet partem parabolæ R B A, quam pars parallelogrammi includit, & cum in cit. propoſit. 4. lib. 4. & in eiuſdem ſcholijs, aſſignata fuerit ratio ex illa ſimplici analogia, quam habet quælibet pars cylindri R C, ad quamlibet partem annuli A R B Z C; v. g. oſtenſa ſit ratio, quam habet cylindrus I K, ad partem annuli ex E I T B, circa V B; patet ex propoſit. antecedentibus, necdum dari rationem cuiuslibet partis cylindri R C, v. g. I k, vel ei æqualis ex I B, circa I E, ad partem fuſi ex I T B E, circa I E: ſed etiam dari in B E, vel in V I, centrum æquilibrij ſegmenti I T B E, vel grauitatis duplicati ſegmenti ad partes B E, vel I V.

In propoſit. autem 3. lib. 4. patuit cylindrum E C, eſſe ad quodlibet conoides parabolicum ABC, cuius exponens ſit numerus par, vt parallelogrammum E C, ad parabolam A B C, cuius exponens ſit ſubduplus exponentis conoidis. Quare, vt ibidem patuit, infinitæ parabolæ non inſeruierunt inuentioni rationi infinitorum cylindrorum ad infinita conoidea, ſed tantum ad ea, quorum exponentes ſunt numeri pares. Eliciemus ergo ex antecedenti-

bus



bus propositionibus, inseruire infinitas parabolas inuentioni rationi cylindrorum E C, vel eis æqualium factorum ex E D, circa E A, ad annulos ex A B D, circa A E, quorum exponentes sint numeri pares. Pariter eliciemus nos ex his habere centrum æquilibrij in basi A D, semiparabolarum A B D, quarum exponentes sunt numeri pares, & non omnium.

Patet ergo ex dictis, aliquod admirabile, & non minus eo, quod expositum fuit in prædicto schol. 4. proposit. 4. lib. 4. Hoc autem est quod infinitæ parabolæ inseruiunt tam inuentioni centri grauitatis infinitarum

finitarum parabolarum in diametro, quam inuentioni centri æquilibrij infinitarum semiparabolarum in basi. At inuenimus centra grauitatis infinitarum parabolarum in diametro non adhibendo infinitas parabolas, sed illas tantum, quarum exponentes sunt numeri pares. E contra verò adhibendo infinitas parabolas, non inuenimus centra æquilibrij in basi infinitarum semiparabolarum, sed illarum tantum, quarum exponentes sunt numeri pares.

Ex cit. autem proposit. 3. lib. 4. & ex schol eiusdem, possumus ex proposit. anteced. elicere rationem, quam habet cylindrus ex A M, circa E A, ad partem annuli ex A P M D, circa E A, cuius exponens sit numerus par. Et insuper centrum æquilibrij in A D, segmenti A P M D, semiparabolæ A B D, cuius exponens itidem sit numerus par. Hæc autem facile patent ex dictis.

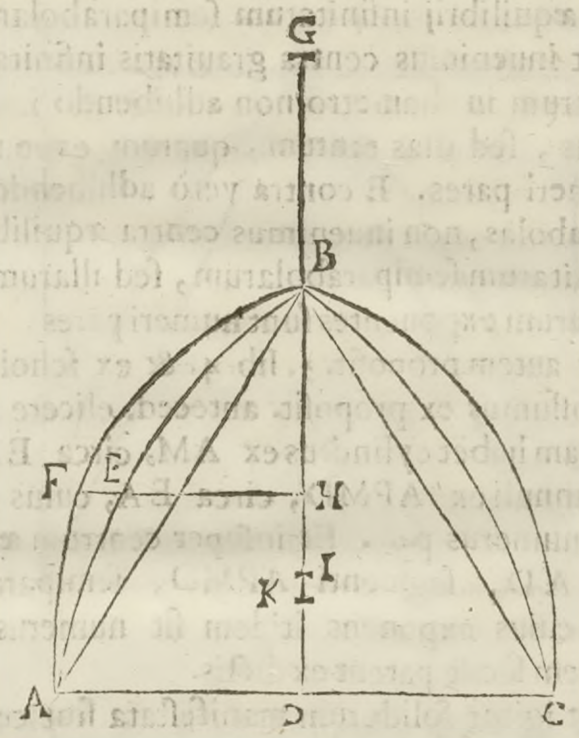
Quot igitur solidorum manifestata sint centra grauitatis, potuit lector ex dictis cognoscere. Sed nolumus sub silentio relinquere aliqua, quæ nobis scitu digna videntur.

PROPOSITIO XLI.

Si super eadem basi, & circa eandem diametrum sint semihyperbola, & semiparabola. Tota semihyperbola cadet intra semiparabolam.

Sint semihyperbola A E B D, & semiparabola A F B D, quarum eadem basis A D, eadem-

 que



que diameter BD. Dico totam semihyperbolam cadere intra semiparabolam. Sit GB, latus transuersum hyperbolæ, & accepto in BD, arbitrariè puncto H, ordinatim applicetur HEF. Quoniam enim in hyperbola est ex primo conic. proposit. 21. vt quadratum EH, ad quadratum AD, sic rectangulum GHB, ad rectangulum GDB: & in parabola est ex proposit. 20. eiusdem lib. quadratum AD, ad quadratum FH, vt DB, ad BH; nempe vt rectangulum GDB, ad rectangulum sub

sub GD, in BH: ergo ex æquali, erit quadratum EH, ad quadratum FH, vt rectangulum GHB, ad rectangulum sub GD, in BH. Sed rectangulum GHB, minus est rectangulo sub GD, in BH. Ergo & quadratum EH, minus erit quadrato FH. Ergo & EH, minor erit FH. Punctum autem H, sumptum fuit arbitrariè. Ergo omnes lineæ hyperbolæ minores erunt singulis lineis parabolæ. Patet ergo propositum.

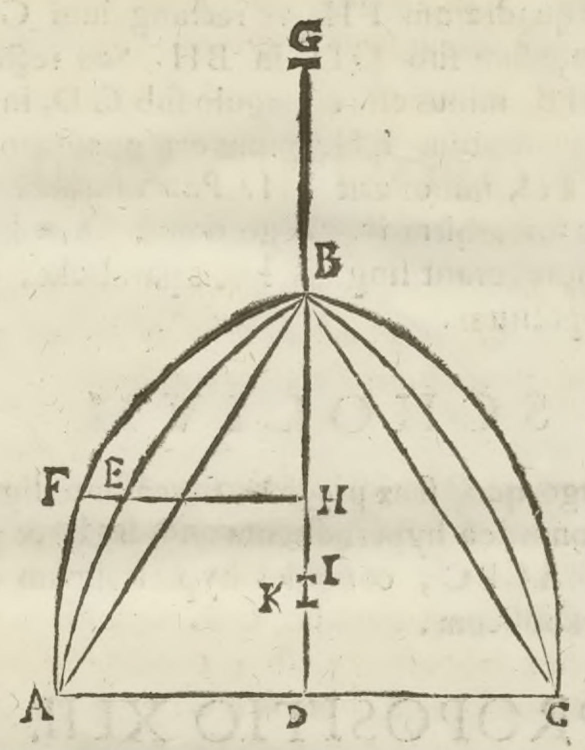
SCHOLIVM.

Patet ergo, quod si ex prędictis figuris intelligantur genita conoidea hyperbolicum AEBC, & parabolicum AFBC, conoides hyperbolicum cadet intra parabolicum.

PROPOSITIO XLII.

Differentiæ supradictorum conoideorum centrum grauitatis est medium punctum diametri.

Sint ergo vt in proposit. anteced. conoidea hyperbolicum AEBC, & parabolicum AFBC. Dico centrum grauitatis excessus conoidis parabolici supra conoides hyperbolicum esse in medio BD. In conoidibus inscribatur conus ABC. Cum ergo ex schol. proposit. 4. sit in medio BD, centrum grauitatis tam totius, nempe excessus conoidis parabolici-



rabolici ſupra conum ABC, quam partis; nempe exceſſus conoidis hyperbolici ſupra eundem conum. Ergo & reliquæ partis, nempe exceſſus conoidis parabolici ſupra conoides hyperbolicum erit centrum grauitatis in medio BD. Quod &c.

SCHOLIVM.

Sed cum in præſenti occurrerit modus alius compendioſus aſſignandi centrum grauitatis conoidis hyper-

hyperbolici diuerſus ab illis, quos tradidimus ſupra in propoſit. 13. & 14. nolumus ipſum omittere, ſed præmittenda eſt ſequens propoſitio eius manifeſtationi.

PROPOSITIO XLIII.

Differentia ſupradictorum conoideorum, eſt ad conoides hyperbolicum vt ſexta pars diametri ad tertiam partem eiuſdem, vna cum dimidio lateris tranſuerſi.

IN ſchemate ſuperiori. Dico exceſſum conoidis parabolici AFBC, ſupra conoides hyperbolicum AEBC, eſſe vt ſexta pars DB, ad tertiam partem DB, cum dimidio GB. Quoniam enim vt elicitur ex propoſit. 15. lib. 2. conoides parabolicum eſt ſeſquialterum coni ABC; ergo erit ad ipſum vt GD, ad duo tertia GD; nempe vt dimidium GD, ad tertiam partem GD. Rurſum cum ex propoſit. 5. 7. & 11. ſit cylindrus conoidi hyperbolico circumſcriptus, ad ipſum, vt GD, ad dimidiam GB, cum tertia parte DB; erit conus ABC, tertia pars cylindri, ad conoides hyperbolicum, vt tertia pars GD, ad dimidiam GB, cum tertia parte DB. Quare ex æquali, erit conoides parabolicum ad conoides hyperbolicum vt dimidium GD, ad dimidium GB, cum tertia parte BD. Ergo & diuidendo, erit differentia conoideorum ad conoides

des hyperbolicum vt ſexta pars DB, ad dimidium GB, cum tertia parte DB. Quod &c.

PROPOSITIO XLIV.

Centrum grauitatis conoidis hyperbolici ſic diuidit ipſius diametrum vt pars ad verticem ſit ad reliquam, vt latus tranſuerſum cum ſubſeſquitertia diametri, ad dimidium lateris tranſuerſi cum quarta parte diametri.

Esto in ſchemate antecedenti conoides hyperbolicum AEBC, cuius diameter DB, latus tranſuerſum GB, & ſit k, eius centrum grauitatis. Dico BK, ad kD, eſſe vt GB, cum ſubſeſquitertia BD, ad dimidiam GB, cum quarta parte DB. Eſto conoides parabolicum AFBC; & ſit H, medium punctum BD, adeo vt ſicuti elicitur ex propoſ. 42. ſit centrum grauitatis differentiæ conoideorum: pariter BI, ſit dupla ID, adeo vt ſit I, ex propoſit. 14. lib. 4. centrum grauitatis conoidis parabolici. Si ergo fiat HI, ad Ik, vt dimidium GB, cum tertia parte BD, ad ſextam partem BD; nempe ex propoſit. anteced. reciprocè vt conoides hyperbolicum ad exceſſum conoidis parabolici ſupra ipſum, erit k, centrum conoidis hyperbolici. Tunc argumentetur ſic. Quoniam BI, quadrupla eſt IH, ergo BI, erit ad Ik, vt dupla GB, vna cum ſeſquitertia BD, ad ſextam partem BD. Et componendo erit BK, ad kI, vt dupla GB, vna cum ſeſqui-

ſeſquitertia BD, & cum ſexta parte eiuſdem, ad ſextam partem eiuſdem. Cum autem DI, ſit dupla IH, erit kI, ad ID, vt ſexta pars BD, ad GB, cum duabus tertijs partibus BD. Et diuidendo, erit Ik, ad kD, vt ſexta pars BD, ad GB, cum dimidia BD. Quare ex æquali, erit Bk, ad kD, vt dupla GB, cum ſeſquitertia BD, & cum ſexta parte eiuſdem, ad GB, cum dimidia BD. Et vt horum terminorum dimidia. Ergo Bk, erit ad kD, vt GB, cum ſubſeſquitertia DB, ad dimidiam GB, cum quarta parte BD. Quod &c.

SCHOLIVM.

In noſtro libello 60, problematum geometricorum oſtendimus in propoſit. 53. quandam proprietatem communem conoidibus parabolico, & hyperbolico, portionibus ſphæræ, & ſphæroidis, & etiam cono. Alia proprietas communis omnibus prædictis ſolidis reperitur circa illorum grauitatis centrum. Hanc in ſequentibus patefaciemus, ſed prius oſtendemus aliqua, quæ vtique non videntur turpiora, & ſunt præmitenda.

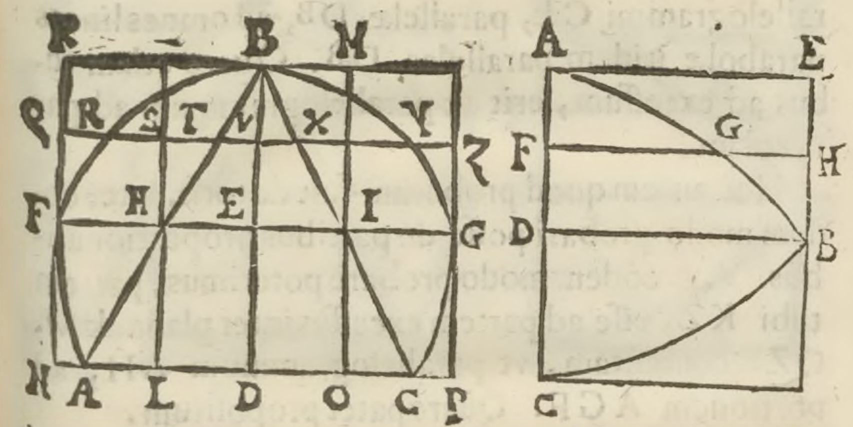
PROPOSITIO XLV.

Si in qualibet ſphæræ, portione inſcribatur conus, quæ portio cum cono ſecetur plano baſi parallelo ſecante axim bifariam, & intelligatur tubus cylindricus circa eundem

axim

axim cum portione, cuius basis sit armilla excessus circuli facti in portione, supra circulum factum in cono à plano secante. Hic erit ad excessum portionis supra conum tam secundum totum, quam secundum partes proportionales, vt parallelogrammum circumscriptum parabolæ quadraticæ ad ipsam; dummodo hæc secetur secundum diametro parallelas.

SIt ABC, quælibet portio sphæræ, in qua intelligatur inscriptus conus ABC, sectoque axi BD, bifariam in E, ducatur per E, planum FEG, plano ADC, parallelum, faciens in cono circulum HEI; intelligamus tubum cylindricum kLMP, circa eundem axim BD, cuius basis armilla NLP, æqualis armillæ FHG: pariter in secunda figura intelligamus parabolam quadraticam ABC, cuius axis BD, basis vero AC, sit æqualis axi BD, portionis, & ei sit circumscriptum parallelogrammum. Dico tubum cylindricum kLMC, esse ad excessum portionis ABC, supra conum ABC, vt parallelogrammum EC, ad parabolam ABC. Sumatur in BD, axi portionis arbitrariè punctum V, per quod traiciatur planum QZ, plano AC, parallelum secans omnia solida vt in schemate; & pariter in parabola facta AF, æquali BV, per F, ducatur FGH, parallela DB. Quoniam enim rectangulum DEB, est ad rectangulum DVB, vt rectangulum AHB, ad rectangulum ATB, quia proportiones horum rectangulorum componuntur ex ijs-



dem proportionibus; & rectangulis in circulo AHB, ATB, sunt æqualia rectangula FHG, RTY; ergo vt rectangulum DEB, ad rectangulum DVB, sic rectangulum FHG, seù QSZ, ad rectangulum RTY. Sed vt rectangulum QSZ, ad rectangulum RTY, sic armilla circularis QSZ, ad armillam circularem RTY. Ergo vt armilla ad armillam, sic rectangulum DEB, ad rectangulum DVB. Sed vt rectangulum DEB, in portione ad rectangulum DVB, sic rectangulum CDA, in parabola ad rectangulum CFA; & vt rectangulum CDA, ad rectangulum CFA, sic DB, seù FH, ad FG, ex schol. proposit. 22. lib. prim. Ergo vt armilla circularis QSZ, ad armillam circularem RTY, sic HF, ad FG. Cum vero puncta V, F, sumpta sint arbitrariè; ergo concludemus omnes armillas circulares tubi parallelas armillæ NLP, esse ad omnes armillas circulares excessus portionis supra conum, parallelas eidem armillæ NLP, vt omnes lineæ parallelogrammi CE, parallelæ DB, ad omnes lineas parabolæ itidem parallelas DB. Quare etiam tubus ad excessum, erit vt parallelogrammum ad parabolam.

Hoc autem quod probatum fuit de totis, patet eodem modo probari posse de partibus proportionalibus. V. g. eodem modo probare poterimus, partem tubi KZ, esse ad partem excessus inter plana kM, QZ, contentam, vt parallelogrammum AH, ad portionem AGF. Quare patet propositum.

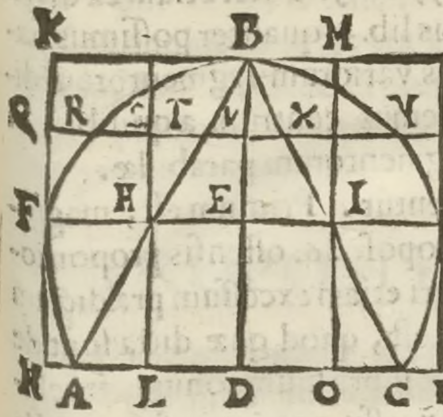
SCHOLIVM I.

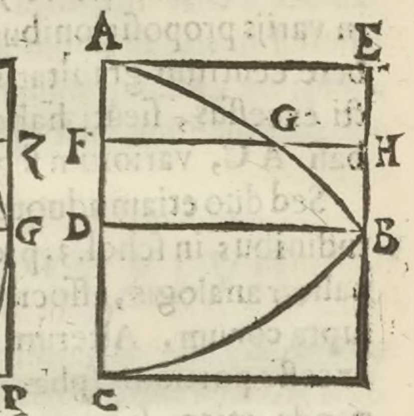
Cum ergo ex schol. prim. proposit. 1. lib. prim. sit parallelogrammum EC, sesquialterum parabolæ, etiam tubus erit sesquialter prædicti excessus. Imo ex propositionibus varijs eiusdem lib. prim. habebimus varias rationes partium tubi contentarum inter plana plano AC, parallela. Quæ autem hæ sint relinquimus lectori considerare ex illis propositionibus, in quibus assignantur rationes variarum partium parallelogrammi CE, ad varia segmenta parabolæ.

SCHOLIVM II.

Ad modum ergo persæpe rememoratorum, possumus deducere, excessum portionis ABC, supra

suum





suum conum, & parabolam esse quantitates proportionaliter analogas tam in magnitudine, quam in grauitate, tam secundum totum, quam secundum partes proportionales. Vnde quantum ad magnitudinem, patet illum excessum secari à plano FG, bifariam, sicuti etiam parabola secatur bifariam à diametro, sed sic bifariam, vt partes supra, & infra planum FG, sint semper similes, & æquales tam secundum totum, quam secundum partes proportionales. Quantum vero ad grauitatem, patet in primis centrum grauitatis prædicti excessus esse in medio BD, sicuti in medio AC, basis parabolæ, est centrum æquilibrij parabolæ. Insuper patet, dimidij excessus superioris centrum grauitatis sic secare BE, vt pars ad B, sit ad partem ad E, vt 5, ad 3; quod habetur ex schol. 2. proposit. 2. lib. 3. In eadem ratione secatur DE, à centro grauitatis partis inferioris, adeovt pars ad D, terminata, sit ad partem

X 2 ter-

terminatam ad E, vt 5, ad 3. Patet etiam ex dictis in varijs propositionibus lib. 3. qualiter possimus habere centrum grauitatis variorum segmentorum dicti excessus, sicuti habemus centrum æquilibrij in basi AC, variorum segmentorum parabolæ.

Sed duo etiam adnotentur. Primum est, magnitudinibus in schol. 3. propos. 26. ostensis proportionaliter analogis, associari etiam excessum prædictum supra conum. Alterum est, quod quæ dicta sunt de excessu portionis sphæræ supra suum conum, intelligenda etiam sunt de excessu portionis sphæroidis supra suum conum. Quia in lib. 4. de infinit. parabolis, probata est perpetua analogia reperta inter proportionales partes sphæræ, & sphæroidis.

PROPOSITIO XLVI.

Si in quolibet conoide hyperbolico, & parabolico quadratico; item in qualibet sphæra, vel sphæroidis portione inscribatur conus. Centrum grauitatis excessus prædictorum solidorum supra suos conos erit in medio puncto diametri ipsorum.

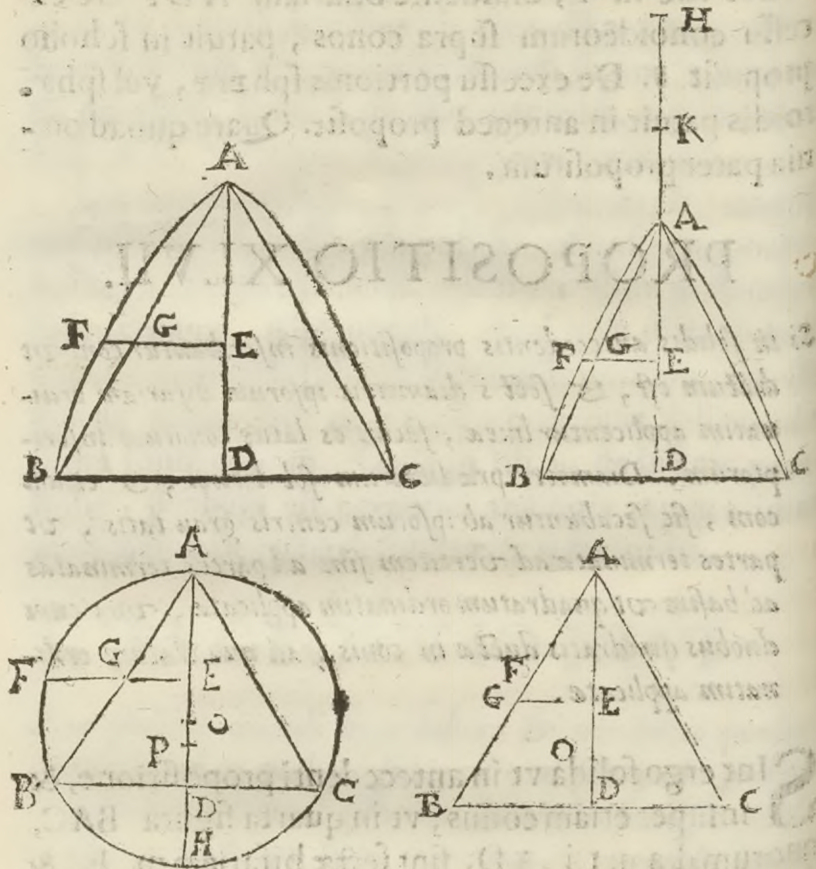
SIt conoides parabolicum quadraticum, vt in prima figura in schem. sequent. BAC, vel hyperbolicum vt in secunda; vel quælibet portio sphæræ, vel sphæroidis vt in tertia, & in istis solidis intelligantur inscripti coni BAC. Dico centrum grauitatis excessuum prædictorum solidorum supra conos

conos esse in E, diuidente bifariam AD. De excessu conoideorum supra conos, patuit in scholio proposit. 6. De excessu portionis sphæræ, vel sphæroidis patuit in anteced proposit. Quare quoad omnia patet propositum.

PROPOSITIO XLVII.

Si in solidis antecedentis propositionis inscribantur coni vt dictum est, & sectis diametris ipsorum bifariam ordinatim applicentur lineæ, secantes latus conorum inscriptorum. Diametri prædictorum solidorum, & etiam coni, sic secabuntur ab ipsorum centris grauitatis, vt partes terminatæ ad verticem sint ad partes terminatas ad basim vt quadratum ordinatim applicatæ, vna cum duobus quadratis ductæ in conis, ad quadratum ordinatim applicatæ.

SInt ergo solida vt in antecedenti propositione, & insuper etiam conus, vt in quarta figura BAC, quorum diametri AD, sint sectæ bifariam in E, & ordinatim applicentur EGF, sitque horum centrum grauitatis punctum O. Dico AO, esse ad OD, vt quadratum FE, cum duobus quadratis GE, ad quadratum FE. In cono res est manifesta, quia sicuti AO, est tripla OD, sic tria quadrata GE, sunt tripla vnius quadrati GE. In alijs sic patebit. Fiat DP, quarta pars DA. Ergo P, erit centrum grauitatis conorum. Cum ergo ex proposit.



posit. antecced. sit etiam E, centrum grauitatis excessus solidorum supra conos, & ex supposito, sit O, centrum grauitatis solidorum; ergo erit reciprocè vt PO, ad OE, sic excessus solidorum supra conos ad ipsos conos. Et componendo, vt PE, ad

ad OE, sic solida ad ipsos conos. Sed ex proposit. 53. lib. nostri sexaginta problematum geometricorum, solida sunt ad conos vt quadrata FE, EG, ad duplum quadratum EG. Ergo & PE, erit ad EO, vt quadrata FE, EG, ad duplum quadratum EG. Et antecedentium dupla. Ergo vt DE, ad EO, sic duo quadrata FE, cum duobus quadratis EG, ad duo quadrata EG. Ergo & per conuersionem rationis vt ED, ad DO, sic duo quadrata FE, cum duobus quadratis EG, ad duo quadrata FE; nempe sic dimidium ad dimidium, scilicet sic quadrata FE, EG, ad quadratum FE. Et vt antecedentium dupla. Ergo vt AD, ad DO, sic duo quadrata FE, cum duobus quadratis GE, ad quadratum FE. Et diuidendo vt AO, ad OD, sic quadratum FE, cum duobus quadratis GE, ad quadratum FE. Quod erat ostendendum.

SCHOLIVM.

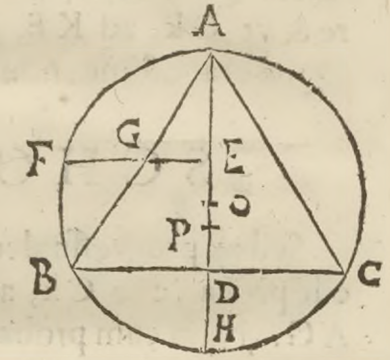
Cum ergo in progressu demonstrationis probatum sit, esse DE, ad EO, vt duo quadrata FE, cum duobus quadratis GE, ad duo quadrata GE; nempe vt quadrata FE, EG, ad quadratum EG; ergo etiam diuidendo, erit DO, ad OE, vt quadratum FE, ad quadratum GE. Quod etiam patet verificari in cono. Sed ex hac propositione, & ex analogia, quæ reperitur inter parabolam quadraticam, & sphæram, potest colligi quædam propositio

positio vniuersalis in qualibet portione parabolæ quadraticæ.

PROPOSITIO XLVIII.

Si in quacunque portione parabolæ quadraticæ resectæ lineâ diametro parallela inscribatur triangulum, & basis portionis parabolæ secetur bifariam, & per punctum bisse- ctionis ducatur parallela diametro. Centrum æquilibrij secundum basim prædictæ portionis sic secabit basim, vt pars ad curuam terminata sit ad reliquam, vt parallela diametro ducta à puncto bissectionis, vna cum intercepta inter punctum bisectionis, & latus trianguli, ad prædictam parallelam diametro.

ESto parabola ABC, quadratica, cuius basis AC, diameter BD, & sit quælibet eius portio EFBC, resecta FE, diametro BD, parallela, & in portione sit inscriptum triangulum CFE; sitque CE, secta bifariam in G, & per G, ducatur GIH, parallela diametro, sitque K, centrum æquilibrij in basi portionis EFBC. Dico Ck, esse ad kE, vt HG, cum GI, ad HI. In tertia figura schematis anteced. propos. intelligatur portio sphæræ, vel sphæroidis BAC, proportionalis EFBC, portioni parabolæ, & intelligantur in ea omnia, quæ supra. Ergo CK, erit ad kE, in portione parabolæ, vt AO, ad OD, in portione sphæræ; nempe ex proposit. anteced. vt duplum quadratum GE, cum



cum quadrato FE, ad quadratum FE. Sed cum GE, sit dimidia BD, eius quadratum erit quarta pars quadrati BD; & duo quadrata GE, erunt dimidium quadrati BD. Ergo AO, ad OD, & Ck, ad kE, in portione parabolæ, erunt vt quadratum FE, cum dimidio quadrati BD, ad quadratum FE; nempe vt dimidium rectanguli HDA, cum rectangulo HEA, ad rectangulum HEA. Sed vt illa plana ad inuicem in portione sphæræ, sic in portione parabolæ quadraticæ dimidium rectanguli AEC, cum rectangulo AGC, ad rectangulum AGC. Ergo & vt Ck, ad kE, sic dimidium rectanguli AEC, cum rectangulo AGC, ad rectangulum

 gulum

gulum AGC. Sed vt hæc plana ad inuicem sic dimidia FE, nempe GI, cum HG, ad HG. Quare & vt Ck, ad KE, sic GI, cum GH, ad GH. Quod erat ostendendum.

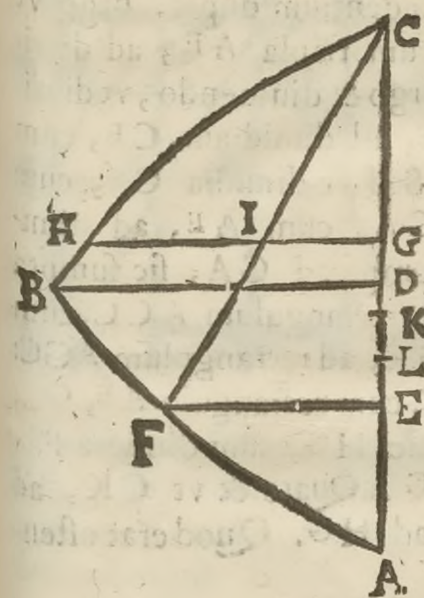
SCHOLIVM I.

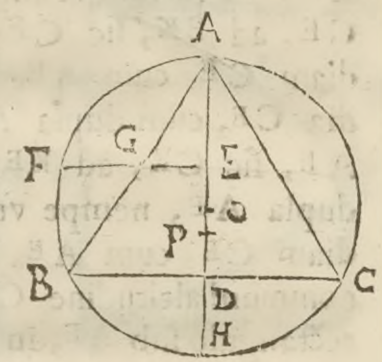
Sed ex progressu demonstrationis potest etiam facile probari esse Ck, ad kE, vt AE, cum AG, ad AG. Nam cum probatum sit esse Ck, ad kE, vt dimidium rectanguli AEC (nempe vt rectangulum AE, GC) simul cum rectangulo AGC, ad rectangulum AGC. Patet hæc rectangula ob commune latus CG, esse vt AE, AG, ad AG. Quare & sic Ck, ad kE.

Eliciet ergo lector facile, esse Ek, ad kG, vt HG, ad dimidiam GI; vel vt GA, ad dimidiam AE. Ex quibus etiam patebit in portione BAC, sphæræ, vel sphæroidis esse AO, ad OD, vt DH, HE, ad HE. Et DO, esse ad OE, vt EH, ad dimidiam HD.

Sed hæc, quæ probata fuerunt ex analogia reperta inter portiones parabolæ, & sphæræ, possunt absolutè probari ex proprijs ipsius parabolæ. Nam cum FBC, sit verè parabola ex prim. conic. proposit. 47. cuius diameter HI, erit in G, centrum æquilibrij parabolæ FBC, appensæ secundum CE. Fiat CL, dupla LE. Ergo L, erit centrum æquilibrij trianguli EFC, appensi secundum, CE. Er-

go





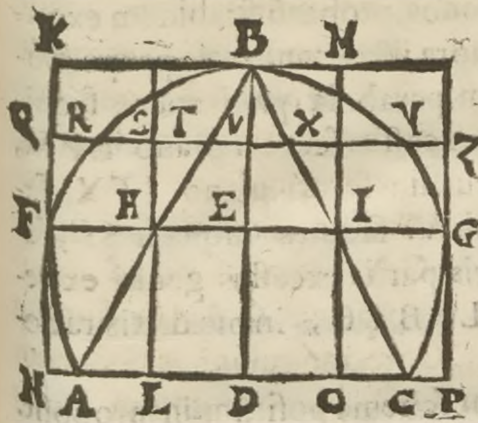
go erit reciprocè vt Lk, ad kG, sic FBC, ad triangulum FCE. Et componendo, erit LG, ad Gk, vt portio EFBC, ad triangulum EFC. Sed cum ex schol. proposit. 17. lib. prim. sit conuertendo, portio ad parallelogrammum duplum trianguli, vt dimidia AE, vna cum sexta parte CE, ad AE; & ad ipsum triangulum, vt idem antecedens ad dimidiam AE. Ergo erit etiam, vt LG, ad GK, sic dimidia AE, cum sexta parte CE, ad dimidiam AE. Ergo & vt antecedentium tripla. Ergo vt EG, tripla LG, ad Gk, sic sesquialtera AE, cum dimidia CE, ad dimidiam AE. Et per conuersionem rationis, vt GE, ad EK, sic sesquialte-

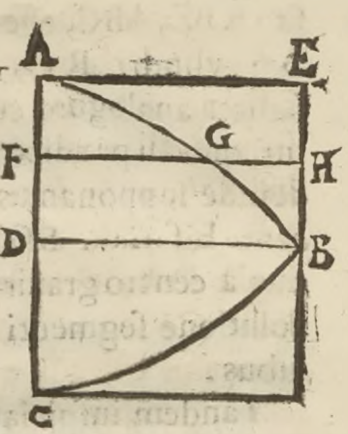
 ra

ra A E; cum dimidia C E, ad dimidiam C E, cum A E. Et rursum vt antecedentium dupla. Ergo vt C E, ad E K, sic C E, cum tripla A E, ad dimidiam C E, cum A E. Ergo & diuidendo, vt dimidia C E, cum dupla A E, ad dimidiam C E, cum A E, sic C K, ad K E. Sed vt dimidia C E, cum dupla A E, nempe vt G A, cum A E, ad dimidiam C E, cum A E, nempe ad G A, sic sumpta communi altitudine C G, rectangulum A G C, cum rectangulo sub A E, in G C, ad rectangulum A G C: Et vt rectangulum A G C, cum rectangulo A E, G C, ad rectangulum A G C, sic H G, cum dimidia F E, nempe cum I G, ad H G. Quare & vt C K, ad k E, sic H G, cum G I, ad H G. Quod erat ostendendum.

SCHOLIVM II.

Sed cum in schol. 2. prop. 45. probatum sit parabolam quadraticam, sphæram, & sphæroides esse quantitates proportionaliter analogas cum tribus alijs solidis, sequitur etiam in illis currere supra explicatum compendium circa illorum centra grauitatis. Quoniam ergo excessus, in schemate sequenti, portionis A B C, sphæræ, vel sphæroidis supra conum A B C, est proportionaliter analogus cum parabola quadratica A B C; sequitur inquam, quod si prius secetur plano F E G, deinde plano R V Y, secante B E, bifariam in V, quod centrum grauitatis partis ex-





excessus ex F B H, reuoluta circa B E, sic secabit B E, vt pars terminata ad B, sit ad partem terminatam ad E, vel vt rectangulum R T Y, cum dimidio rectanguli F H G, ad rectangulum R T Y: vel vt rectangulum A T B, cum dimidio rectanguli A H B, ad rectangulum A T B: vel vt rectangulum D V B, cum dimidio rectanguli D E B, ad rectangulum D V B: vel compendiosius, vt E D, D V, ad D V: seù, quod idem est, vt A H, A T, ad A T. Pariter sequitur, quod E V, sic secabitur à prædicto centro, vt pars terminata ad E, sit ad partem terminatam ad V, vt V D, ad dimidiam D E: seù vt T A, ad dimidiam A H: seù vt rectangulum B V D, ad dimidium rectanguli B E D: seù vt rectangulum B T A, ad dimidium rectanguli B H A: seù tandem vt rectangulum R T Y, ad dimidium rectanguli F H G.

Item cum in schem. posito in schol. prop. 40. supposito

sito RBZ, ABC, esse conos, probatũ sit ibidem excessum cylindri RC, supra illos conos esse proportionaliter analogum cum parabola quadratica; sequitur, quod si prædictus excessus secetur plano LPM, deinde supponamus rursum secari plano ITX, secante bifariam SG, in V: sequitur inquam SG, secari à centro grauitatis partis excessus geniti ex reuolutione segmenti LPBTR, in prædictis rationibus.

Tandem inspiciatur schema positum in proposit. 26 in quo ex cit. schol. annulus latus ex hyperbola ABC, circa KM, probatus fuit proportionaliter analogus cum parabola quadratica AOC. Si ergo illæ annulus secetur prius vbilibet plano NBV, deinde plano IST, secante bifariam KL, in puncto, in quo ipsam secat: eadem compendia supra exposita colligemus circa centrum grauitatis portionis annuli ex portione hyperbolæ ABN. Hæc enim omnia patent ex dictis, & lector memor supradictorum facile percipiet. Nè ergo ipsi tædium afferamus ad alia transeamus.

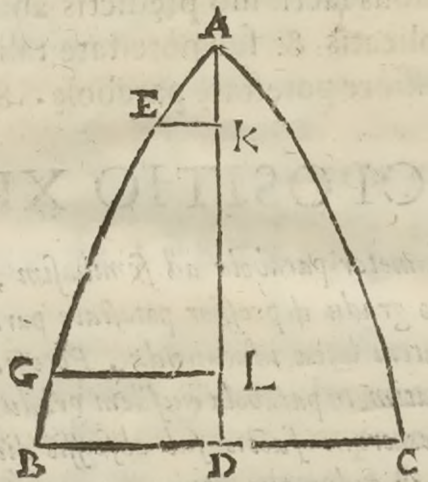
Parabola quadratica habet lineam quandam, quæ appellatur parameter, seù latus rectum; cuius natura est, vt quadrata ordinatim applicatarum, æqualia sint rectangulis contentis sub hac, & sub portionibus axis abscissis versus verticem ab ordinatim applicatis. Hanc proprietatem habent quoque aliæ infinitæ parabolæ, sed suo modo: adeovt in qualibet sit assignabilis quędam linea, vt potestates ordinatim

natim applicatarum parabolæ congruentes, ęquales sint potestatibus factis sub prędictis abscissis ab ordinatim applicatis, & sub potestate talis lineæ vno gradu depressiore potestate parabolę. Sit ergo.

PROPOSITIO XLIX.

Si fiat vt diameter parabolæ ad semibasim, sic huius potestas vno gradu depressior potestate parabolæ ad similem potestatem lineæ inueniendæ. Potestates applicatarum ordinatim in parabola eiusdem gradus cum parabola, æquales erunt factis sub abscissis diametri versus verticem ab ordinatim applicatis, & sub potestate lineæ inuentæ, vno gradu depressiore potestate parabolæ.

ESto quælibet parabola BAC, in qua fiat vt diameter AD, ad semibasim DB, sic potestas huius vno gradu depressior potestate parabolæ, ad similem potestatem AH: v. g. si parabola est quadratica, sic DB, ad AH; si est cubica, sic quadratum DB, ad quadratum AH: si est quadratoquadratica, sic cubus DB, ad cubum AH. Dico, quod si ordinatim applicentur GL, Ek, potestas GL, eiusdem gradus cum parabola ęqualis erit facto sub LA, & sub potestate AH, vno gradu depressiore potestate parabolæ, & sic de cæteris. Quoniam enim vt AD, ad DB, sic potestas DB, vno gradu depressior potestate parabolæ, ad similem potestatem



tem AH; ergo factum ſub DA, & ſub prædicta poteſtate AH, erit ęquale poteſtati BD, eiuſdem gradus cum parabola. Cum autem ſit ex geneſi parabolæ, vt poteſtas BD, eiuſdem gradus cum parabola ad ſimilem poteſtatem GL, ſic DA, ad AL. Et vt DA, ad AL, ſic factum ſub DA, & ſub poteſtate AH, vno gradu depreſſiore poteſtare parabolæ, ad factum ſub LA, & ſub prędicta poteſtate AH. Ergo & vt factum ſub DA, & ſub tali poteſtate AH, ad factum ſub LA, & ſub poteſtate AH, ſic poteſtas BD, eiuſdem gradus cum parabola ad ſimilem poteſtatem GL. Ergo & permutando, vt factum ſub DA, & ſub tali poteſtate AH, ad poteſtatem BD, eiuſdem gradus cum parabola, ſic factum ſub LA, & ſub poteſtate AH, ad poteſtatem

ſtatem

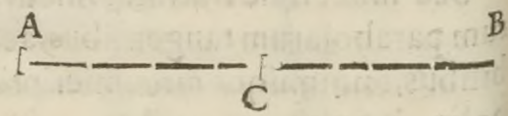
ſtatem GL, eiuſdem gradus cum parabola. Cum autem factum ſub DA, & ſub poteſtate AH, oſtenſum fuerit ęquale poteſtati prędictę BD. Ergo & factum ſub LA, & ſub poteſtate AH, erit ęquale poteſtati GL. Idem patebit de reliquis, Quare etiam patebit propoſitum.

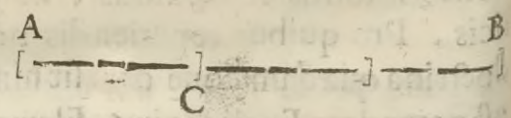
SCHOLIVM.

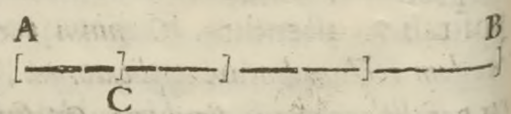
Sed lubet huic tractatui finem imponere infinitarum parabolarum tangentibus, ac maximis inſcriptibilibus, minimiſque circumſcriptilibus infinitis parabolis, infinitis conoidibus, ac ſemifuſis parabolicis. Pro quibus reperiendis nobis neceſſaria eſt doctrina quædam, quę cum ſit nimis prolixa, ex alijs eſt petenda. Euclides in 6. Elementorum libro, propoſit. 27. oſtendit. *Omnium parallelogrammorum ad eandem rectam lineam applicatorum, & deficientium figuris parallelogrammis ſimilibus, & ſimiliter poſitis ei, quæ à dimidia deſcribitur, maximum eſt quod ad dimidiam eſt applicatum, ſimile exiſtens defectui.* Quod Euclides demonſtrauit in planis, Eutocius de ſphæra, & cylind. propoſit. 3. Bonauentura Caualerius, in exercit. 6. propoſit. 28. Ricardus Albius in ſuo hemiſphę. diſſecto. propoſit. 42. extenderunt ſuo modo ad ſolida, patefacientes. *Omnium parallelepipedorum ad eandem rectam lineam applicatorum cubiſque deficientium, maximum eſſe, quod ad tertiam illius partem applicatur.* Hanc denique doctrinam Petrus Paulus Carauaggius Me-

Z dio-

diolanenſis eruditiſſimus geometra in ſua geometria applicationum, ampliauit ad altiores poteſtates, oſtendendo applicationem aliarum poteſtatum ſeruare ſimilem ordinem partium ad quas fit applicatio; adeo vt magnitudo ad quam fieri debet applicatio ſit ſecanda in tot partes quota eſt magnitudo, quæ debet applicari, in ordine graduum; & applicatio ſit facienda ad illarum vnicam. V.g. ſi ad partem datæ A B, ſit applicandum parallelogrammum dificiens,&c. hoc eſt ſi A B, ſit ſic ſecanda in C, vt rectangulum A C B, ſit omnium maximum illorum, quæ poſſunt fieri ex partibus A B; punctum C, ſit illud quod biſſecat A C.







Si vero ſit applicandum parallelepipedum, hoc eſt ſi A B, taliter ſit ſecanda in C, vt ſolidum factum ſub A C, in quadratum C B, ſit omnium maximum; A C, debet eſſe tertia pars A B. Si vero ſit applicandum planoplanum, adeo vt factum ſub A C, in cubum C B, ſit omnium maximum. A C; debet eſſe quarta pars A B. Et ſic in infinitum in altioribus poteſtatibus. Hæc ergo doctrina nobis eſt neceſſaria pro impoſterum dicendis. Quam etiam le-

ctor

ctor debet ſupponere, vel in citat. opere Carauaggij inſpicere.

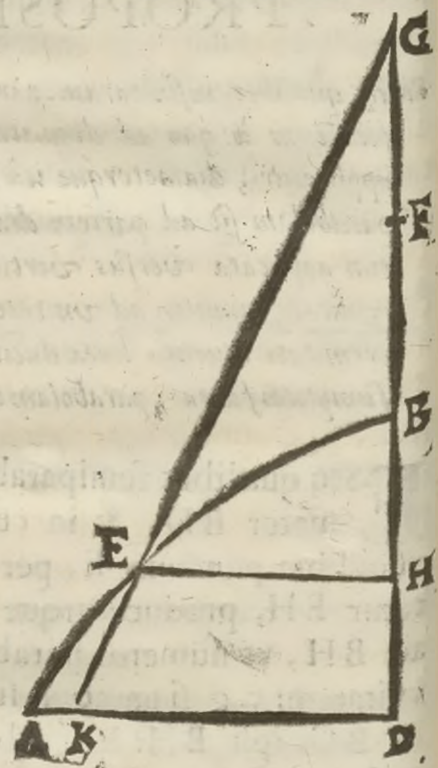
PROPOSITIO L.

Si in qualibet infinitarum parabolarum ſumatur aliquod punctum à quo ad diametrum recta linea ordinatim applicetur, diameterque ità producatur vt pars extra parabolam ſit ad partem diametri abſciſſam ab ordinatim applicata verſus verticem vt numerus parabolæ vnitate minutus ad vnitatem. Recta linea, quæ ab extremitate inuentæ lineæ ducitur ad illud punctum, quod ſumptum fuerat, parabolam continget.

ESto quælibet ſemiparabola cuius vertex B, diameter B D, & in curua parabolica ſumatur quodlibet punctum E, per quod ordinatim applicetur E H, producaturque H B, in G, vt G B, ſit ad B H, vt numerus parabolæ vnitate minutus ad vnitatem: v.g ſi parabola ſit quadratica, fiat æqualis B G, ipſi B H: ſi ſit cubica ſit G B, dupla B H, & ſic in infinitum (ſupponatur in præſenti parabolam eſſe cubicam) & iungatur G E. Dico hanc parabolam contingere. Si non, cadat intra; & intelligatur ordinatim applicata A K D. Quoniam A D, maior eſt D K, ergo quælibet poteſtas A D, maior erit qualibet poteſtate K D, eiuſdem gradus. Ergo quælibet poteſtas A D, eiuſdem gradus cum parabola ad poteſtatem E H, eiuſdem gradus, habebit

Z 2 maio-

maiorem rationem quam ſimilis poteſtas KD, ad eandem poteſtatem EH. V. g. maior erit ratio cubi AD, ad cubum EH, quam cubi kD, ad eundem cubum EH. Sed vt poteſtas AD, ad poteſtatem EH, ſic ex natura parabolæ, DB, ad BH; & vt DB, ad BH, ſic factum ſub DB, & ſub poteſtate BG, vno gradu inferiori poteſtate parabolæ, ad factum ſub eadem poteſtate GB, & ſub BH. Ergo maior erit ratio facti ſub DB, & ſub tali poteſtate BG, ad factum ſub HB, & ſub eadem poteſtate BG, ratione poteſtatis kD, eiuſdem gradus cum parabola, ad ſimilem poteſtatem EH. V. g. maior erit ratio facti ſub DB, & ſub quadrato BG, ad factum ſub HB, & ſub quadrato BG, ratione cubi KD, ad cubum EH. Sed vt poteſtas KD, ad ſimilem poteſtatem EH, ſic ſimilis poteſtas DG, ad ſimilem poteſtatem GH. Ergo & factum ſub DB, & ſub poteſtate BG, vno gradu depreſſiori poteſtate parabolæ, ad



ſimile

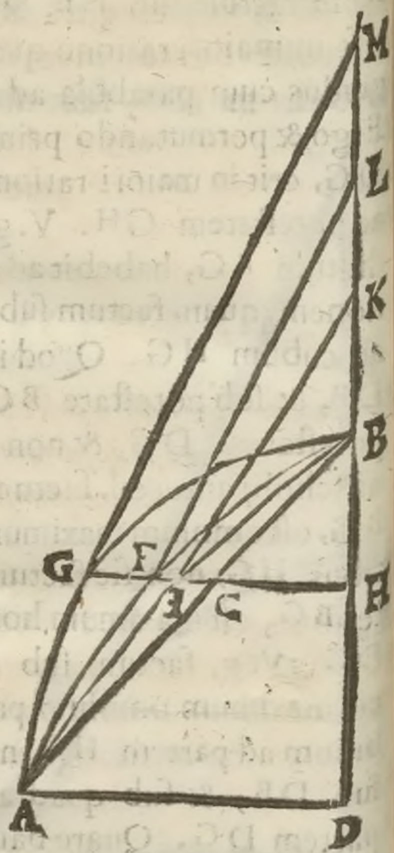
ſimile factum ſub HB, & ſub eadem poteſtate BG, erit in maiori ratione quam poteſtas DG, eiuſdem gradus cum parabola ad ſimilem poteſtatem GH. Ergo & permutando primum factum ad poteſtatem DG, erit in maiori ratione quam ſecundum factum ad poteſtatem GH. V. g. factum ſub DB, in quadratum BG, habebit ad cubum DG, maiorem rationem, quam factum ſub HB, & ſub quadrato BG, ad cubum HG. Quod implicat, quia factum ſub DB, & ſub poteſtate BG, eſt in minori ratione ad poteſtatem DG, & non in maiori. Quia ex doctrina ſcholij anteced. factum ſub HB, & ſub poteſtate BG, eſt omnium maximum homogeneorum ſub partibus HG; non ſic factum ſub DB, & ſub poteſtate BG, eſt maximum homogeneorum ſub partibus DG. V. g. factum ſub HB, & ſub quadrato BG, eſt maximum omnium parallelepipedorum applicabilium ad partem HG, non ſic eſt maximum factum ſub DB, & ſub quadrato BG, applicabilium ad partem DG. Quare patet propoſitum.

SCHOLIVM.

Ex dictis facile eliciemus, quod ſi circa diametrum BD, & ſuper eadem baſi AD, intelligamus infinitas ſemiparabolas, & accepto in diametro BD, puncto H, ducatur HCEFG, parallela AD, ſecans omnes curuas parabolicas, & pariter intelligamus infinitas tangentes KE, LF, MG, &c. eliciemus inquam, triangula infinita CBH, EkH, FLH,

GMH,

GMH, &c. esse talis naturæ vt latera HB, HK, HL, HM, &c. sint in continua proportione Arithmetica; bases vero EH, FH, GH, &c. sint maiores omnium mediarum proportionalium reperibilium inter AD, CH. Primum patet, quia HB, Bk, kL, LM, &c. sunt omnes æquales. Secundum patet; quia cum sit vt quadratum AD, ad quadratum EH, sic DB, ad BH, seù AD, ad CH; EH, erit media proportionalis inter AD, CH. Item cum sit vt cubus AD, ad cubum FH, sic DB, ad BH, seù AD, ad CH; erit FH, maior duarum mediarum inter AD, CH. Et sic dicatur de cæteris.



Notetur etiam, quod à supradicta regula inueniendi tangentem non excluditur prima parabola, nempe triangulum. Si enim in triangulo ABD, sit datum punctum C, ad quod debeat duci tangens; ducta CH, imperat regula generalis producendam esse

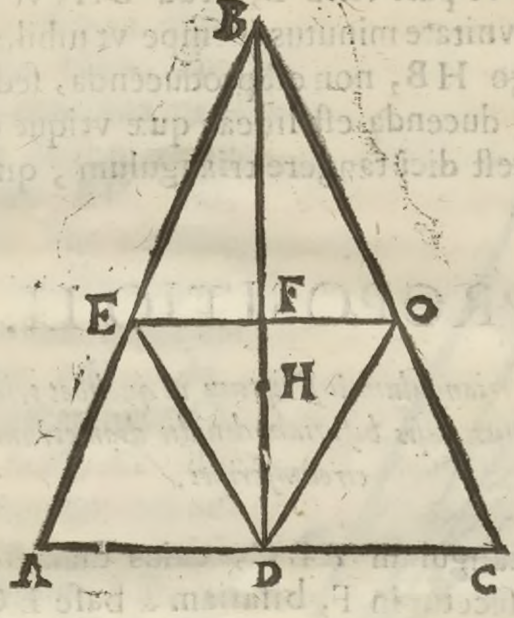
esse HB, vt pars vltra B, sit ad BH, vt numerus parabolæ vnitate minutus, nempe vt nihil, ad vnitatem. Ergo HB, non est producenda, sed à puncto B, ad C, ducenda est linea, quæ vtique quodammodo potest dici tangere triangulum, quia ipsum non secat.

PROPOSITIO LI.

Maximum triangulum inscriptum in quolibet triangulo, est cuius basis bifariam diuidit diametrum circumscripti.

ESto triangulum ABC, cuius diameter BD, quæ secetur in F, bifariam à base EO, trianguli EDO. Dico triangulum EDO, esse maximum omnium inscriptibilium in triangulo ABC. Quoniam enim triangulum ABC, ad triangulum EDO, habet rationem compositam ex ratione AC, ad EO (nempe ex ratione DB, ad BF) & ex ratione BD, ad DF; & hæ duæ rationes componunt rationem quadrati BD, ad rectangulum BFD. Ergo triangulum ABC, erit ad EDO, vt quadratum DB, ad rectangulum BFD. Sed rectangulum BFD, est maximum omnium rectangulorum factibilium ex partibus BD, in puncto diuisæ. Ergo etiam triangulum EDO, erit maximum omnium inscriptibilium intra ABC. Quod &c.

SCHO-



SCHOLIVM.

Notetur obiter centrum grauitatis amborum triangulorum ABC, EDO, esse idem punctum. Sit enim H, centrum grauitatis trianguli ABC. Ergo qualium BD, est 6, & DF, 3, BH, erit 4, DH, 2, & HF, 1. Ergo H, erit etiam centrum grauitatis trianguli EDO.

PROPOSITIO LII.

Maximus conus inscriptibilis in quolibet cono, est cuius diameter est tertia pars circumscripti.

Hæc

HÆc proposit. ostenditur etiam ab Albio in hemisphæ. dissec. proposit. 44. Sed supponamus ABC, EDO, esse conos, & DF, esse tertiam partem DB. Dico conum EDO, esse maximum omnium, &c. Nam, cum conus ABC, ad conum EDO, habeat rationem compositam ex ratione quadrati AD, ad quadratum EF (nempe quadrati DB, ad quadratum BF) & ex ratione DB, ad DF; & cum hæ duæ rationes componant rationem cubi BD, ad factum sub quadrato BF, & sub FD; ergo ABC, erit ad EDO, vt cubus BD, ad factum sub quadrato FB, & sub FD. Cum ergo hoc factum sit maximum omnium homogeneorum ipsi factorum ex partibus BD, in puncto diuisæ. Ergo etiam conus EDO, erit maximus omnium inscriptibilium &c. Quod &c.

SCHOLIVM.

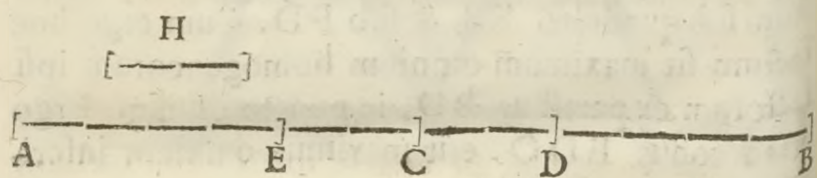
Sed hic etiam obiter notetur centrum grauitatis amborum conorum esse idem punctum. Sit enim rursum H, centrum grauitatis coni ABC. Ergo qualium BD, est 12, DF, 4, & DH, 3, talium HF, est 1. Ergo H, erit centrum grauitatis etiam coni EDO.

Pariter notetur, conum ABC, esse ad conum EDO, vt 27, ad 4. Nam sic est cubus BD, ad factum sub quadrato BF, & sub FD.

PROPOSITIO LIII.

Datam AD, taliter producere in B, vt BD, sit ad excessum DA, supra dimidiam AB, in data proportione.

Data ratio sit, quam habet AD, ad H, & sic secetur AD, in E, vt sit AE, ad ED, vt H, ad dimidiam AD, & ipsi DE, fiat ęqualis DB. Ergo si AB,



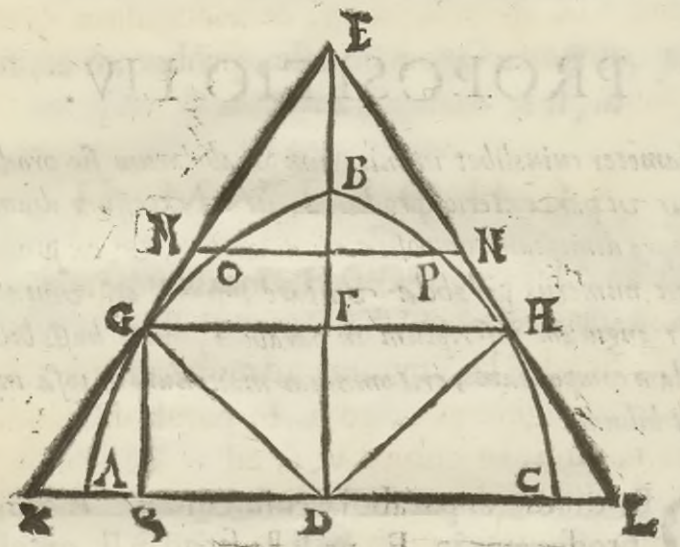
diuidatur bifariam in C, punctum C, cadet inter A, D. Sit ergo AB, diuisa bifariam in C. Quoniam AE, est æqualis AB, minus EB, ergo etiam dimidia AE, erit æqualis dimidiæ AB, minus dimidia EB. Sed CB, est dimidia AB, & BD, est dimidia EB; ergo dimidia AE, erit æqualis CB, minus DB; nempe CD. Tunc, quoniam factum fuit vt H, ad dimidiam AD, sic AE, ad ED; ergo & ad consequentium dupla. Ergo vt H, ad AD, sic AE, ad EB. Et conuertendo, vt AD, ad H, sic BE, ad EA. Sed vt BE, ad EA, ita BD, dimidia BE, ad dimidiam AE, nempe ad CD, ei æqualem. Ergo vt AD, ad H, sic BD,

ad DC, excessum DA, supra AC, dimidiam AB. Quod erat faciendum.

PROPOSITIO LIV.

Si diameter cuiuslibet infinitarum parabolarum sic producatur vt pars exterior producta, sit ad excessum diametri supra dimidiam compositæ ex diametro, & ex producta vt numerus parabolæ vnitate minor, ad vnitatem. Triangulum inscriptum in parabola, cuius basis bisecet illam compositam, erit omnium maximum in ipsa inscriptibilium.

DB, diameter parabolæ cuiuscunque ABC, sic producatur in E, vt EB, sit ad BF, excessum BD, supra DF, medietatem DE, vt numerus parabolæ vnitate minutus, ad vnitatem, & fiat triangulum GDH. Dico hoc esse maximum omnium inscriptibilium in ABC. Ducantur EGK, EHL. Ergo ex proposit. 50. erunt tangentes parabolam, & triangulum KEL, erit parabolæ circumscriptum. Si ergo triangulum GDH, non est maximum parabolæ inscriptum, sit hoc triangulum, cuius basis OP, infra, vel supra GH, quæ producatur vsque ad triangulum in M, & N; & pariter intelligatur triangulum MDN, cuius basis MN. Cum DE, secta sit bifariam in F; ergo triangulum GDH, erit maximum inscriptibilium intra triangulum KEL. Ergo erit maius triangulo cuius basis MN. Ergo



multo maius triangulo ODP, cuius basis OP. Quare patet propositum.

SCHOLIVM I.

Ab hac regula generali reperiendi triangulum maximum inscriptibilium in parabola non excluditur prima parabola, nempe triangulum. Cum enim iubeat regula sic esse producendam diametrum DB, vt pars extra sit ad excessum BD, supra medietatem compositæ ex BD, & ex producta, vt numerus parabolæ vnitate minutus ad vnitatem; patet in prima parabola, cuius numerus est vnitas, numerum vnitate

tate minutum esse nihil; vnde DB, in triangulo non est producenda; sed supponendo ABC, esse triangulum, BD, est bissecanda, & triangulum GDH, est maximum. Quod sic esse, probatum est supra proposit. 51.

SCHOLIVM II.

Triangulum ergo GDH, maximum inscriptibilium intra parabolam ABC, sic diuidit DB, in F, vt BF, sit ad FD, vt vnitas ad numerum parabolæ. V. g. in triangulo vt 1, ad 1. In parabola quadratica vt 1, ad 2. In cubica vt 1, ad 3. Et sic in infinitum. In triangulo enim, patet ex dictis. In alijs sic patebit. Quum etenim sit EB, ad BF, vt numerus parabolæ vnitate minutus, ad vnitatem: erit componendo, EF, ad FB, vt numerus parabolæ ad vnitatem. Sed FD, est æqualis EF. Quare patet propositum.

PROPOSITIO LV.

Maximum triangulum inscriptibile in figura constante ex duabus quibuscunque semiparabolis sic dispositis, vt semibasis euadat diameter, est æquale maximo inscripto in parabola.

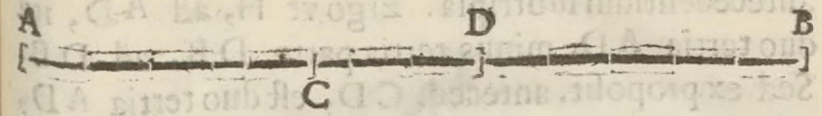
MEnte intelligamus semiparabolam ABD, duplicari ad partes AD. Dico maximum triangulum

gulum inscriptibile in tali figura, esse æquale triangulo GDH. Hoc ostendetur in semiparabola, quod enim probabitur de dimidia, patebit etiam de tota. Sit ergo GDH, maximum triangulum inscriptibile in parabola, & ducatur GQ, BD, diametro parallela: patet triangulum GQD, esse æquale triangulo GDF; & eius duplum, ipsi GDH. Dico triangulum GQD, esse maximum &c. Etenim, cum ED, sit dupla DF, seù GQ, etiam Dk, erit dupla DQ. Ergo triangulum DQG, erit maximum inscriptibilium intra triangulum kED. Si ergo GQD, non est maximum inscriptibilium etiam in semiparabola, sit aliud, cuius basis producta vsque ad Ek, secet ipsam, & curuam parabolicam infra, vel supra GQ, vt supra dictum est de MN. Ergo triangulum cuius basis secans kE, erit minus triangulo GQD. Ergo triangulum cuius basis pertingens tantum ad curuam parabolicam, erit multo minus triangulo GQD. Quare patet propositum.

PROPOSITIO LVI.

Si AB, sit taliter secta in C, & D, vt AC, sit tertia pars AB. Erit CD, duo tertia AD, minus tertia parte DB.

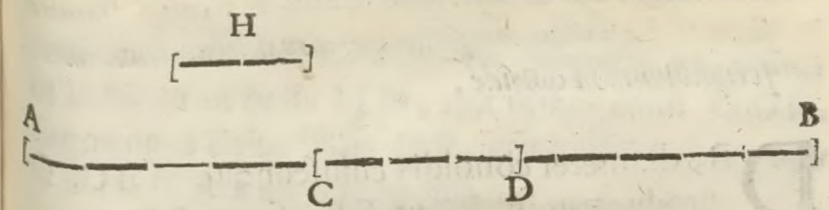
Cum



Cvm enim AC, sit tertia pars AB; ergo CB, erit duo tertia AB; nempe duo tertia AD, cum duobus tertijs DB. Ergo CD, erit duo tertia AD, minus tertia parte DB. Quod &c.

PROPOSITIO LVII.

Datam AD, taliter producere in B, vt BD, sit ad excessum DA, supra tertiam partem AB, in data proportione.



Data proportio sit, quam habet AD, ad H; & fiat vt tripla H, cum AD, ad AD, ità dupla AD, ad DB. Patet BD, minorem esse dupla AD. Quare si fiat AC, tertia pars AB, punctum C, cadet inter A, D. Sit ergo AC, tertia pars AB.

Quoniam vt tripla H, cum AD, ad AD, sic dupla AD, ad DB; ergo diuidendo vt tripla H,

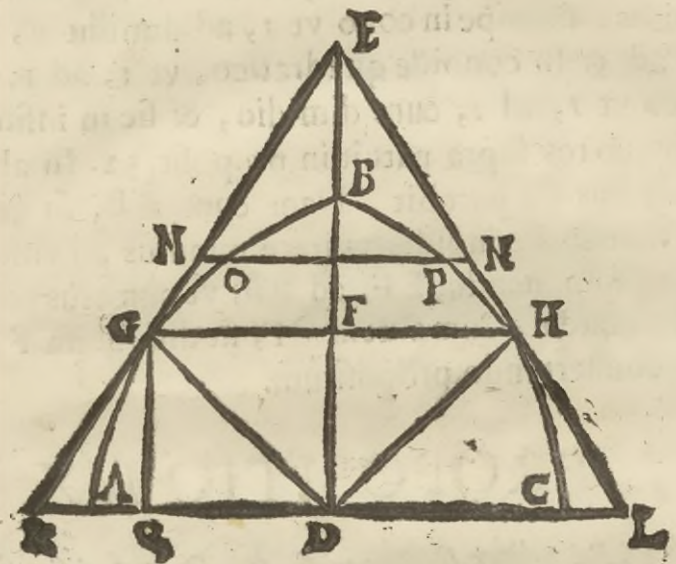
ad

ad A D, ità dupla A D, minus D B, ad D B. Et antecedentium ſubtripla. Ergo vt H, ad A D, ita duo tertia A D, minus tertia parte D B, ad D B. Sed ex propoſit. anteced. C D, eſt duo tertia A D, minus tertia parte D B. Ergo vt H, ad A D, ſic C D, ad D B. Et conuertendo, vt A D, ad H, ſic B D, ad D C, exceſſum D A, ſupra A C, tertiam partem A B. Quod erat faciendum.

PROPOSITIO LVIII.

Si diameter cuiuslibet infinitorum conoideorum ſic producatur, vt pars exterior producta ſit ad exceſſum diametri ſupra tertiam partem compoſitæ ex diametro, & ex producta, vt numerus parabolæ vnitate minutus ad vnitatem. Conus inſcriptus in conoide, cuius diameter ſit tertia pars illius compoſitæ, erit maximus omnium inſcriptibilium in conoide.

DB, diameter conoidis cuiuſcunque A B C, ſic producatur in E, vt E B, ſit ad B F, exceſſum B D, ſupra D F, tertiam partem D E, vt numerus parabolæ vnitate minutus, ad vnitatem; & intelligamus conum G D H, cuius diameter F D. Dico hunc eſſe omnium maximum inſcriptibilium in conoide. Ductis enim tangentibus E G K, E H L, intelligamus conum k E L, circumſcriptus conoidi. Et ſi conns G D H, non eſt omnium maximus, ſit alius cuius baſis O P, infrà, vel ſupra G H, quæ pro-



producatur in M N. Ergo ex propoſit. 52. conus M D N, cuius baſis M N, erit minor cono G D H. Ergo conus cuius baſis O P, erit multo minor cono G D H. Patet ergo propoſitum.

SCHOLIVM.

Sicuti ergo ſupra diximus regulam generalem aſſignatam in parabolis, habere locum etiam in prima Parabola, ſic nunc animaduertimus præſentem generalem regulam habere locum etiam in primo conoide, nempe in cono. Hoc autem facile quilibet cognoſcet.

Sicuti facile agnoſcet DB, taliter ſecari in F, vt BF, ſit ad FD, vt vnitas ad dimidium numeri conoidis. Nempe in cono vt 1, ad dimidium, ſeù vt 2. ad 1. In conoide quadratico, vt 1, ad 1. In cubico vt 1, ad 1, cum dimidio, & ſic in infinitum. In cono res ſupra patuit in propoſit. 52. In alijs conoidibus ſic patebit. Nam cum EB, ſit ad BF, vt numerus conoidis vnitate minutus ad vnitatem, erit componendo, EF, ad FB, vt numerus conoidis ad vnitatem. Cum autem DF, ſit dimidium FE, patet conuertendo, propoſitum.

PROPOSITIO LIX.

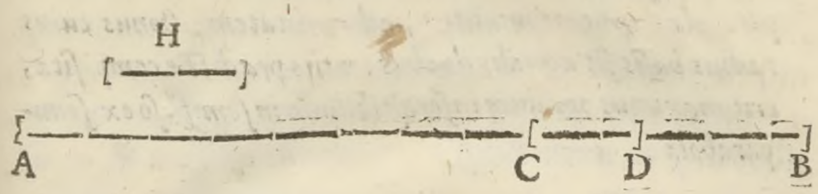
Si AB, taliter ſecetur in C, & D, vt AC, ſit duo tertia AB. CD, erit tertia pars AD, minus duobus tertijs DB.

CVm enim AC, ſit duo tertia AB, ergo CD, erit tertia pars AB; nempe tertia pars AD, plus tertia parte DB. Quare CD, ſola erit tertia pars AD, minus duobus tertijs DB. Quod &c.

PROPOSITIO LX.

Datam AD, taliter producere in B, vt BD, ſit ad exceſſum DA, ſupra duo tertia AB, in data proportione.

Iti-



ITidem ratio data ſit quam habet AD, ad H; & fiat vt tripla H, cum dupla AD, ad AD, ita AD, ad DB. Patet BD, minorem eſſe ſubdupla AD; & conſequenter tertia parte totius AB. Quare AD, eſt maior duobus tertijs AB, quę ſit AC. Dico AD, eſſe ſic productam in B, vt BD, ſit ad DC, exceſſum AD, ſupra AC, duo tertia AB, vt AD, ad H. Quoniam enim factum eſt vt tripla H, cum dupla AD, ad AD, ita AD, ad DB; ergo & duabus vicibus diuidendo, erit tripla H, ad AD, vt AD, minus dupla DB, ad DB. Et antecedentium ſubtripla, nempe vt H, ad AD, ita tertia pars AD, minus duobus tertijs BD, ad BD. Et conuertendo, vt AD, ad H, ſic BD, ad tertiam partem AD, minus duobus tertijs DB; nempe ex prop. ant. ad DC. Quod erat faciendum.

PROPOSITIO LXI.

Si diameter cuiuſcunque parabolæ ſic producatur vt pars exterior producta, ſit ad exceſſum diametri ſupra duo ter-

 tia

tia compositæ ex diametro, & ex productã, vt numerus parabolæ vnitate minutus, ad vnitatem. Conus cuius radius basis sit æqualis duobus tertijs prædictæ compositæ, erit maximus omnium inscriptibilium in semifuso ex semiparabola.

Diameter DB, in schem. antec. parabolæ cuiuscunque sic producatur in E, vt EB, sit ad BF, excessum BD, supra DF, duo tertia DE, vt numerus parabolæ vnitate minutus ad vnitatem, & fiat triangulum GQD, vt GQ, sit æqualis FD; intelligamusque semiparabolam ABD, cum triangulo QGD, rotari circa AD. Dico conum ex QGD, esse maximum omnium inscriptibilium in semifuso. Intelligatur tangens EGK, & conus ex triangulo kED, circa kD. Quoniam EF, est tertia pars ED, nempe GE, est tertia pars EK, ergo & QD, erit tertia pars Dk. Ergo conus ex triangulo QGD, erit ex proposit. 52. maximus omnium inscriptibilium in cono ex triangulo kED, reuolutis ambobus circa kD. Si autem conus non sit maximus, sit alius, si est possibile; & deducetur ad absurdum vt factum est prius. Quare ex dictis, patebit propositum.

SCHOLIVM.

Nec etiam in præsenti excluditur à regula generali primus semifusus, nempe conus, vt consideranti patebit.

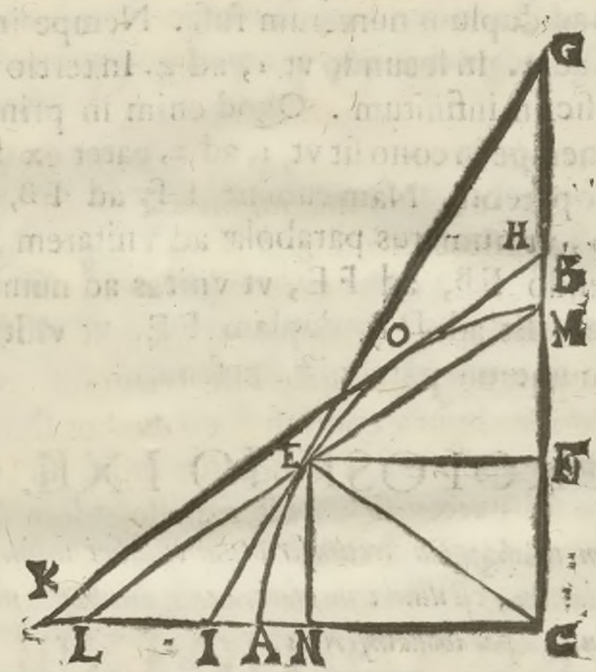
Sed

Sed notetur, in semifusis, BD, secari in F, aliqua continuata serie, nempe sic vt BF, sit ad FD, vt vnitas ad duplum numerum fusi. Nempe in primo vt 1, ad 2. In secundo vt 1, ad 4. In tertio vt 1, ad 6. & sic in infinitum. Quod enim in primo semifuso, nempe in cono sit vt 1, ad 2, patet ex dictis. In alijs sic patebit. Nam cum sit EF, ad FB, componendo, vt numerus parabolæ ad vnitatem; erit conuertendo FB, ad FE, vt vnitas ad numerum parabolæ. Et ad DF, duplam FE, vt vnitas ad duplum numerum parabolæ, seu semifusi.

PROPOSITIO LXII.

Minimum triangulum circumscriptum cuilibet infinitarum parabolarum, est illud cuius latera tangunt basim maximi trianguli in parabola inscripti.

Esto semiparabola quælibet ABC, cuius diameter BC, & in ipsa sit inscriptum maximum triangulum ECF (quod enim dicetur de dimidia intelligetur etiam de tota) sitque ei circumscriptum triangulum GEIC. Dico hoc esse minimum omnium circumscriptibilium semiparabolæ. Si non, sit minimum HOkC, & per punctum E, ducatur LEM, parallela KH. Patet manifestè triangulum LMC, minus esse triangulo kOHC, cum LM, secet, kH, vero tangat parabolam. Quoniam autem ex superioribus, triangulum EFC, est maximum



ximum inſcriptibilium intra triangulum IGC, quia ſupponitur ſecare GC, bifariam in F, ergo non erit maximum inſcriptibilium intra triangulum LMC, quia MC, non ſecabitur bifariam in F. Ergo triangulum EFC, habebit ad triangulum IGC, maiorem rationem, quam ad triangulum LMC. Sed idem triangulum EFC, ad triangulum LMC, habet maiorem rationem quam ad triangulum kHC. Ergo EFC, erit ad IGC, in multo maiori ratione quam ad kHC. Ergo IGC, minus erit kHC.

Non

Non ergo KHC, eſt minimum, ſed IGC. Quod &c.

SCHOLIVM.

Cum autem in propoſit. 54. aſſignatus ſit modus reperiendi triangulum maximum EFC, fuit conſequenter expoſitus etiam modus reperiendi triangulum minimum GIC.

Inſuper notetur, triangulum minimum circumſcriptum parabolæ, æquale eſſe triangulo minimo circumſcripto figuræ conſtante ex duabus ſemiparabolis ſupra expoſitis. Triangulum enim GIC, duplicatum ad partes GC, eſt æquale eidem GIC, duplicato ad partes IC.

PROPOSITIO LXIII.

Conus minimus circumſcriptus cuilibet infinitorum conoideorum vel ſemifuſorum parabolicorum, eſt ille, qui tangit baſim maximi coni in illis ſolidis inſcripti.

SEd ſupponamus conum ex triangulo EFC, eſſe maximum inſcriptibilium intra conoides ex ſemiparabola ABC, circa BC, & conum ex triangulo GIC, tangere baſim coni inſcripti. Dico conum ex triangulo GIC, eſſe minimum circumſcriptibilium conoidi. Si non, ſit minimus ille, qui oritur ex triangulo HkC, & ducta LEM, parallela kH, intelligamus

gamus conum ex triangulo LMC, qui vtique erit minor cono ex triangulo KHC. Conus ergo ex triangulo EFC, cum ſit maximus inſcriptus in conoide, erit ex dictis, maximus inſcriptus in cono ex triangulo IGC. Non ergo erit maximus inſcriptus in cono ex triangulo LMC. Ergo conus ex triangulo EFC, erit ad conum ex triangulo GIC, in maiori ratione quam ad conum ex triangulo LCM. Ergo in multo maiori quam ad conum ex triangulo HkC. Non ergo erit minimus conus ex triangulo kHC, ſed ille ex triangulo IGC.

Pariter ſi conus ex triangulo ENC, ſit maximus inſcriptus in ſemifuſo ex ſemiparabola ABC, reuoluta circa AC, conus ex triangulo GIC, circa IC, erit minimus circumſcriptus ſemifuſo; quod, vt patet, probabitur eodem modo. Quare patet propoſitum.

SCHOLIVM.

Cum ergo in propoſitionibus 58, & 61, aſſignauerimus conos maximos inſcriptos in conoidibus, & in ſemifuſis, pariter explicauimus vnica vice, conos etiam minimos prædictis ſolidis circumſcriptos. Notandum tamen diuerſos eſſe conos minimos his ſolidis circumſcriptos; nam in cono circumſcripto conoidi, CF, eſt tertia pars GC; in cono vero circumſcripto ſemifuſo, CF, eſt duæ tertiæ partes GC. Quæ omnia cum ſint manifeſtiſſima ex ſupra dictis, ideo

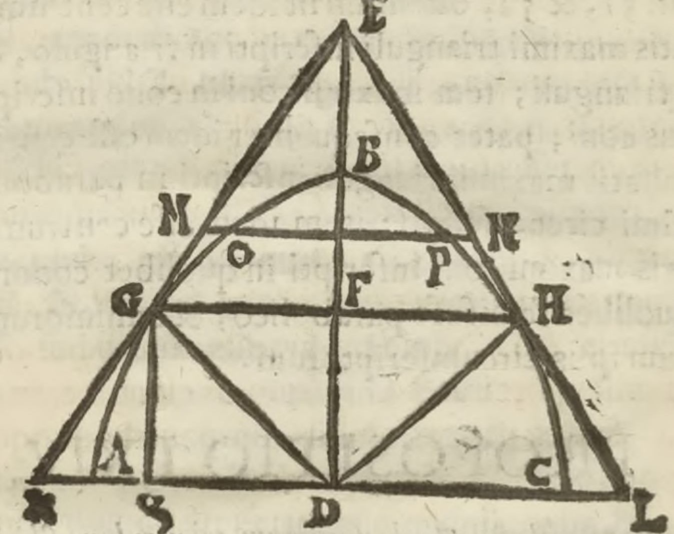
ideo circa ipſa nequaquam immoramur. Solum animaduertendum eſt, quod cum ſupra in ſcholijs propoſit. 51, & 52, oſtenſum ſit idem eſſe centrum grauitatis maximi trianguli inſcripti in triangulo, & ipſius trianguli; item maximi coni in cono inſcripti, & ipſius coni; patet conſequenter idem eſſe centrum grauitatis maximi trianguli inſcripti in parabola, & minimi circumſcripti: item idem eſſe centrum grauitatis maximi coni inſcripti in quolibet conoide, & in quolibet ſemifuſo parabolico, & minimorum conorum ipſis circumſcriptorum.

PROPOSITIO LXIV.

Quælibet parabola eſt ad maximum triangulum ſibi inſcriptum, vt pars ſemibaſis parabolæ, quæ ſe habeat ad ſemibaſim vt binarium ad numerum parabolæ vnitate auctum, ad vltimam proportionalem proportionis ſemibaſis parabolæ, ad ſemibaſim trianguli, continuatæ in tot terminos, vt numerus eorum excedat numerum parabolæ binario.

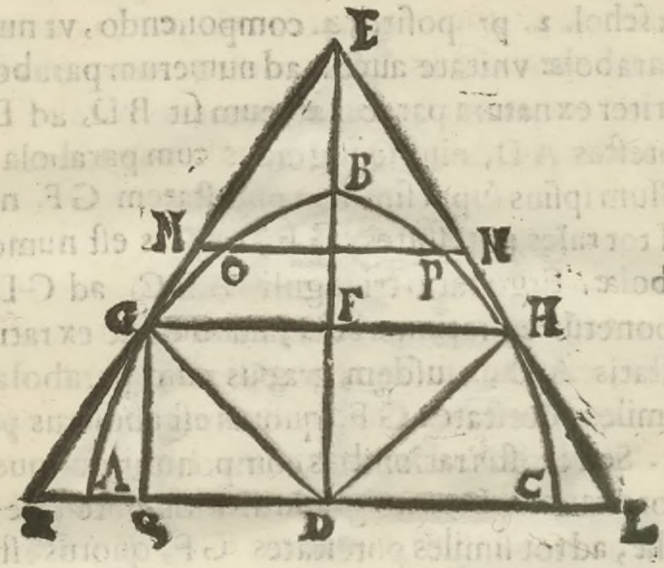
Eſto quælibet parabola ABC, ſitque maximum triangulum in ea inſcriptum GDH, vt ſupra dictum eſt. Dico parabolam eſſe ad triangulum GDH, vt talis pars AD, quæ ſè habeat ad AD, vt binarium ad numerum parabolæ vnitate auctum, ad vltimum terminum proportionis AD, ad GF, continuatæ in tot terminos, vt numerus eorum exce-

 dat



dat numerum parabolæ binario. V.g. in prima parabola, nempe in triangulo vt A D, ad tertiam proportionalem. In quadratica vt duo tertia A D, ad quartam. In cubica vt duo quarta, seù dimidium A D, ad quintam. Et sic in infinitum. Sit illa vltima proportionalis A Q. In prima parabola, nempe in triangulo res est euidens, quia sicuti triangulum A B C, esset quadruplum trianguli G D H maximi sibi inscripti, sic A D, quia A D, esset dupla G F, esset quadrupla A Q, tertiæ proportionalis. In alijs parabolis nè schemata multiplicemus, intelligamus inscripta triangula etiam A B C, quorum bases A C, diametri D B. Triangulum A B C, ad triangulum

GDH, habet rationem compositam ex rationibus A D, ad G F, & B D, ad D F. Sed B D, ad D F, est ex schol. 2. proposit. 54. componendo, vt numerus parabolæ vnitate auctus ad numerum parabolæ, & pariter ex natura parabolæ, cum sit B D, ad D F, vt potestas A D, eiusdem gradus cum parabola, ad excessum ipsius supra similem potestatem G F, nempe ad tot tales potestates G F, quotus est numerus parabolæ. Ergo ratio trianguli A B C, ad G D H, componetur ex ratione A D, ad G F, & ex ratione potestatis A D, eiusdem gradus cum parabola ad tot similes potestates G F, quotus est numerus parabolæ. Sed ex istis rationibus componitur quoque ratio potestatis A D, vno gradu altioris, potestate parabolæ, ad tot similes potestates G F, quotus est numerus parabolæ. Ergo triangulum A B C, erit ad triangulum G D H, vt illa potestas A D, ad illas potestates G F. Sed vt potestas A D, ad vnam potestatem G F, sic D A, ad A Q: ergo & vt potestas dicta A D, ad omnes illas potestates G F, sic D A, ad tot A Q. Erit ergo triangulum A B C, ad triangulum G D H, vt D A, ad tot A Q, quotus est numerus parabolæ. Quoniam vero ex proposit. 1. lib. prim. est conuertendo, parabola A B C, ad parallelogrammum sibi circumscriptum vt numerus parabolæ ad numerum parabolæ vnitate auctum, nempe vt duplus numerus parabolæ, ad duplum numerum binario auctum; ergo parabola A B C, erit ad triangulum A B C, dimidium parallelogrammi



ſibi circumſcripti vt duplus numerus parabolę ad numerum parabolæ vnitate auctum; nempe vt magnitudo, quæ ſe habeat ad A D, vt duplus numerus parabolæ, ad numerum parabolæ vnitate auctum, ad A D. Quare ex ęquali, erit parabola ABC, ad triangulum G D H, vt dicta magnitudo, quæ ad AD, sè habeat vt duplus numerus parabolæ ad numerum parabolæ vnitate auctum, ad tot A Q, quotus eſt numerus parabolæ. Cum verò antecedens huius proportionis contineat duplum numerum parabolæ, & conſequens numerum parabolæ; ſequitur antecedens diuidi in tot binaria, in quot vnitates diuiditur conſequens: vnde erit vt prædictum antecedens ad prædictum

dictum conſequens, ſic vnum binarium antecedentis, ad vnitatem conſequentis. Erit ergo vt duæ partes illius magnitudinis diuiſæ in tot partes quotus eſt numerus parabolę duplus, & conſequenter ipſius AD, diuiſæ in tot partes quotus eſt numerus parabolę vnitate auctus, ad A Q. Quod erat oſtendendum.

SCHOLIVM.

Cum autem in propoſit. 55, viſum ſit, triangulum G Q D, eſſe dimidium trianguli maximi inſcripti in figura conſtante ex duabus ſemiparabolis; ſequitur hoc eſſe ad triangulum maximum ſibi inſcriptum in ſupra dicta ratione, continuata ratione AD, ad DQ, diametrum trianguli æqualem G F, vt dictum eſt. Pariter cum minima triangula circumſcripta tam infinitis parabolis, quam infinitis figuris conſtantibus ex duabus ſemiparabolis, ſint quadrupla maximorum triangulorum in ipſis inſcriptorum; ſequitur prædictas figuras eſſe ad minima triangula circumſcripta, vt idem antecedens ad quadruplum conſequentis: vel vt quarta pars antecedentis ad idem conſequens.

PROPOSITIO LXV.

Quodlibet conoides parabolicum eſt ad maximum conum ſibi inſcriptum, vt pars radij baſis conoidis, quæ ſe habeat ad totum radium vt vnitas ad numerum conoidis binario auctum,

auctum, ad sextam partem vltimæ proportionalis proportionis dicti radij ad radium basis coni, continuatæ in tot terminos vt numerus eorum excedat numerum conoidis ternario.

SEd supponamus ABC, esse conoides parabolicum, & DGH, maximum conum illi inscriptum, &c. & ratio AD, ad GF, continuetur in tot terminos vt numerus excedat numerum conoidis ternario, sitque vltimus terminus AQ. Dico conoides ad conum esse vt pars AD, quæ sè habeat ad dictam AD, vt vnitas ad numerum conoidis binario auctum, ad sextam partem AQ. V. g. in primo conoide, nempe in cono, vt tertia pars AD, ad sextam partem AQ, quartæ proportionalis. In secundo, vt quarta pars AD, ad sextam partem AQ, quintæ proportionalis. In cubico, vt quinta pars AD, ad sextam partem AQ, sextæ. Et sic in infinitum.

In cono, patet. Quia si ABC, est conus, BF, est dupla FD. Cumque pateat ex propos. 52, ABC, esse ad GDH, vt cubus DB, ad factum sub quadrato BF, in FD, nempe in medietatem BF; nempe ad medietatem cubi BF; & cum sit vt cubus DB, ad medietatem cubi BF, sic cubus AD, ad medietatem cubi GF; nempe tertia pars cubi AD, ad sextam partem cubi GF: & pariter cum sit vt cubus AD, ad cubum GF, sic AD, ad AQ, & vt tertia pars cubi AD, ad sextam partem cubi GF, sic

sic tertia pars AD, ad sextam partem AQ; ergo patet propositum.

In alijs vero conoidibus, mentè intelligamus conum ABC, inscriptum in conoide: ergo conus ABC, ad conum GDH, habet rationem compositam ex ratione quadrati AD, ad quadratum GF, & ex ratione BD, ad DF. Sed ex natura conoidis, BD, ad DF, est vt potestas AD, eiusdem gradus cum conoide, ad excessum eiusdem supra similem potestatem GF; & pariter ex schol. proposit. 58, componendo, est BD, ad DF, vt dimidium numeri conoidis vnitate auctum ad dimidium numeri conoidis; nempe vt numerus conoidis binario auctus, ad numerum conoidis; vnde excessus prædictæ potestatis AD, supra similem potestatem GF, continet tot partes prædictæ potestatis AD, diuisæ in tot partes quotus est numerus conoidis binario auctus, quotus est numerus conoidis; nempe tot medietates similis potestatis GF, quotus est numerus conoidis. Ergo proportio coni ABC, ad conum GDH, componetur ex ratione quadrati AD, ad quadratum GF, & ex ratione potestatis AD, ad tot medietates similis potestatis GF, quotus est numerus conoidis. Ergo conus ABC, erit ad conum GDH, vt potestas AD, duplici gradu altior potestate conoidis, ad factum sub quadrato GF, & sub prædictis medietatibus potestatis GF; nempe ad tot medietates similis potestatis GF, quotus est numerus conoidis; nempe vt AD, ad tot medietates

tes A Q, quotus est numerus conoidis. Ast cum ex proposit. 15, lib. 3. sit conuertendo, conoides A B C, ad cylindrum sibi circumscriptum vt numerus conoidis ad numerum conoidis binario auctum; nempe vt triplus numerus conoidis, ad triplum numerum conoidis senario auctum: erit idem conoides ad conum A B C, tertiam partem talis cylindri, vt triplus numerus conoidis, ad numerum conoidis binario auctum: nempe vt tot partes A D, diuisæ in tot partes quotus est numerus conoidis binario auctus, quotus est triplus numerus conoidis, ad A D. Ergo ex æquali, erit conoides A B C, ad conum G D H, vt prædictæ partes A D, quotus est triplus numerus conoidis, ad tot medietates A Q, quotus est numerus conoidis. Et diuisis vtrisque terminis per 3, erit conoides A B C, ad conum G D H, vt tres partes A D, diuisæ prædicto modo, ad dimidiam A Q. Et subtriplando hos terminos, vt vnica talium partium A D, ad sextam partem A Q. Quod erat ostendendum.

SCHOLIVM.

Cum ex supra dictis, constet, minimum conum k E L, conoidi circumscriptum, esse maximum circumscriptum cono G D H; & cum ex schol. prop. 52, constet conum G D H, esse ad conum k E L, vt 4, ad 27, sequitur conoides esse ad conum K E L, vt prædicta pars A D, ad A Q, cum eius octaua parte.

PRO-

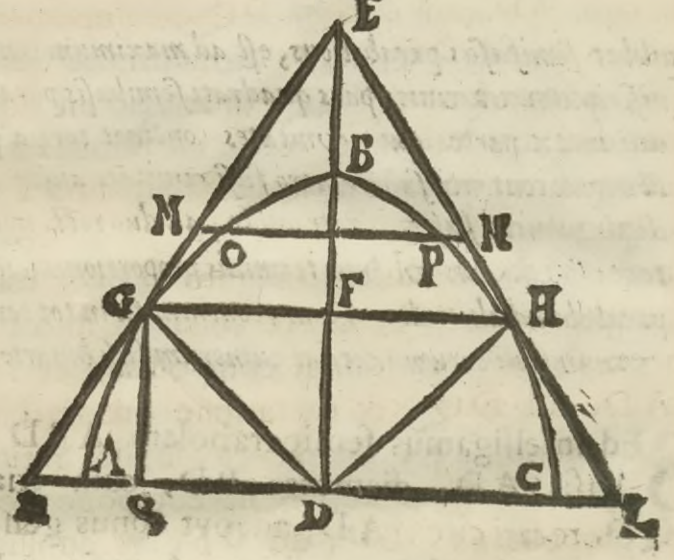
PROPOSITIO LXVI.

Quilibet semifusus parabolicus, est ad maximum conum sibi inscriptum vt vnica pars quadrati semibasis parabolæ diuisi in tot partes quot vnitates continet tertia pars rectanguli contenti sub numero fusi vnitate aucto, & sub duplo numero fusi vnitate aucto, ad duo rectangula contenta sub duobus vltimis terminis proportionis basis semiparabolæ ad altitudinem coni, continuatæ in tot terminos, vt numerus eorum excedat numerum fusi binario.

SEd intelligamus semiparabolam A B D, cuius basis A D, diameter B D, cum triangulo G Q D, rotari circa A D, adeovt conus genitus sit maximus in semifuso inscriptus: & ratio A D, ad D Q, sit continuata ad tot terminos, vt numerus eorum excedat numerum fusi binario; sintque duo vltimi minimi termini Q A, A k. Dico semifusum ex B A D, esse ad conum ex G Q D, vt vnica pars quadrati A D, diuisi in tot partes quot vnitates continet tertia pars rectanguli sub numero fusi vnitate aucto, & sub duplo numero fusi vnitate aucto, ad duo rectangula Q A k. V. g. in primo semifuso, vt dimidium quadrati A D, ad illa duo rectangula. In secundo, vt quinta pars quadrati A D. In tertio vt vnica pars quadrati A D, diuisi in 9, cum tertia parte vnius. Et sic discurrendo.

Quod enim in cono sic res se habeat, patet. Quia

Dd in

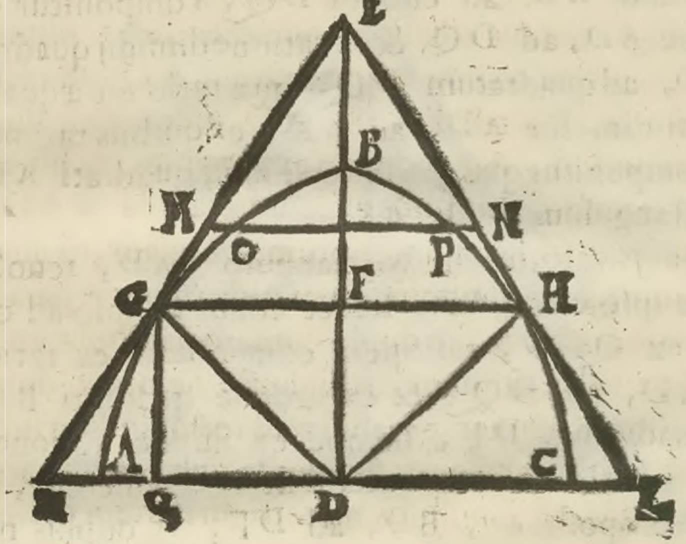


in ipſo ratio AD, ad DQ, continuanda eſt tantum ad tertium terminum; hic ſit kA; vnde duo vltimi minimi termini erunt DQ, kA. Ergo eſt probandum conum ex BAD, eſſe ad conum ex GDQ, vt dimidium quadrati AD, ad duo rectangula DQ, KA. Cum enim in tali caſu, ſit AQ, dupla QD, erit conus ad conum vt cubus AD, ad 4. cubos QD: nempe vt dimidium cubi AD, ad duos cubos DQ. Sed vt dimidium cubi AD, ad duos cubos QD, ſic dimidium quadrati AD, ad duo rectangula DQ, Ak. Quare patet propoſitum.

Quod vero vt dimidium cubi ad duos cubos, ſic dimidium quadrati ad duo rectangula, eſt manifeſtum;

ſtum; quia rationes antecedentium ad conſequentia componuntur ex ijſdem rationibus. Ratio enim dimidij cubi AD, ad cubum DQ, componitur ex ratione AD, ad DQ, & ex ratione dimidij quadrati AD, ad quadratum DQ, quæ ratio eſt æqualis rationi dimidiæ AD, ad AK, ex quibus rationibus componitur quoque ratio dimidij quadrati AD, ad rectangulum DQ, Ak.

In alijs vero, intellecto triangulo BAD, reuolutoque ipſo circa AD, habet conus ex ipſo ad conum ex QGD, rationem compoſitam ex ratione AD, ad DQ, & ex ratione quadrati BD, ad quadratum DF, nempe ex duplici ratione BD, ad DF. Cum autem ſit componendo, ex ſchol. propoſit. 61, BD, ad DF, vt duplus numerus fuſi vnitate auctus ad duplum numerum fuſi; & cum pariter ſit BD, ad DF, vt poteſtas AD, eiuſdem gradus cum fuſo ad exceſſum ipſius ſupra ſimilem poteſtatem GF, nempe ad tot ſimiles poteſtates GF, quotus eſt duplus numerus fuſi. Ergo proportio coni ex triangulo BAD, ad conum ex triangulo GQD, componetur ex ratione AD, ad DQ, & ex ratione poteſtatis AD, ad tot ſimiles poteſtates GF, ſeu QD, quotus eſt duplus numerus fuſi, & ex ratione BD, ad DF. Sed ex rationibus AD, ad DQ, & poteſtatis dictæ AD, ad dictas poteſtates QD, componitur ratio poteſtatum vnius gradus altioris. Ergo ratio coni ad conum componetur ex ratione poteſtatis AD, vno



gradu altioris poteſtate fuſi ad tot ſimiles poteſtates D Q, quotus eſt duplus numerus fuſi, & ex ratione B D, ad D F. Sed cum ſit vt poteſtas A D, vno gradu altior poteſtate fuſi ad ſimilem poteſtatem D Q, ſic D A, ad A k; vnde & vt poteſtas A D, ad tot poteſtates D Q, quotus eſt duplus numerus fuſi ſic D A, ad tot numero A k. Ergo ratio coni ex triangulo B A D, ad conum ex triangulo G Q D, componetur ex ratione A D, ad tot A k, quotus eſt duplus numerus fuſi, & ex ratione B D, ad D F. Rurſum B D, ad D F, patuit ſupra, eſſe vt poteſtas A D, eiuſdem gradus cum fuſo ad tot ſimiles poteſtates Q D, quotus eſt duplus numerus fuſi; & vt talis pote-

poteſtas ad tales poteſtates ſic, D A, ad tot numero A Q. Ergo ratio coni ad conum componetur ex rationibus A D, ad tot A k, & eiuſdem A D, ad tot Q A, quotus eſt duplus numerus fuſi: nimirum erit conus ad conum vt quadratum A D, ad rectangulum ſub illis tot k A, & A Q, quotus eſt duplus numerus fuſi. Aſt quoniam ex propoſit. 16, lib 2. eſt conuertendo, ſemifuſus ex ſemiparabola B A D, ad cylindrum ſibi circumſcriptum, vt quadratũ numeri parabolę ad rectangulũ ſub dimidio numeri parabolę vnitate aucti, & ſub duplo numero parabolæ vnitate aucto; vel vt duplum ad duplum; nempe vt duplum quadratum numeri parabolæ ad rectangulum ſub numero vnitate aucto, & ſub duplo numero vnitate aucto, vnde eſt ſemifuſus ad tertiam partem cylindri, nempe ad conum ex triangulo B A D, vt antecedens, ad tertiam partem conſequentis; & vt antecedens ad tertiam partem conſequentis, ſic tot partes quot vnitates continet duplum quadratum numeri fuſi (hoc eſt rectangulum ſub numero, & ſub duplo numero) quadrati A D, diuiſi in tot partes quot vnitates continet tertia pars rectanguli ſub numero fuſi vnitate aucto, & ſub duplo numero vnitate aucto, ad quadratum A D. Ergo ex æquali, erit ſemifuſus ad conum ex G Q D, vt tot partes quadrati A D, diuiſi vt dictum eſt, quot vnitates continet rectangulum ſub numero fuſi, & ſub duplo numero, ad tot rectangula ſub tot K A, & ſub tot A Q, quotus eſt duplus numerus fuſi. Cum vero numerus antecedentis, nempe

nempe partium quadrati A D, sit numerus ortus ex numero fusi, & ex duplo numero; & numerus rectangulorum ex kA, AQ, sit numerus ortus ex duplo numero, & ex duplo numero; sequitur primum numerum, nempe quadratorum, esse dimidium numeri secundi, nempe rectangulorum K A Q. Quare quot vnitates continet numerus quadratorum, tot binaria continet numerus rectangulorum. Erit ergo vt omnia illa quadrata ad omnia rectangula, sic vnicum quadratum ad vnicum rectangulum. Erit ergo semifusus ad conum ex GQD, maximum sibi inscriptum vt vnica pars quadrati A D, diuisi in tot partes quot vnitates continet tertia pars rectanguli sub numero fusi vnitate aucto, & sub duplo numero vnitate aucto, ad duo rectangula QAk. Quod erat ostendendum.

SCHOLIVM.

Cum ergo conus minimus circumscriptus semifuso sit ad maximum inscriptum vt 27, ad 4; sequitur semifusum esse ad ipsum, vt prædictum antecedens ad 13, rectangula QAK, cum dimidio.

Hæc ergo sunt benigne lector, quæ pro tertia hac vice determinauimus tibi communicare. Impressio nostri operis de Infinitis Parabolis absoluta fuit die quarta præteriti Mensis Iulij. Compositio Miscellanei præsentis terminata fuit die 26. Augusti. Hæc tibi exponimus vt habeas vnde colligas fauorabiles excu-

excusationes pro imperfectionibus in ipso contentis. Sufficere enim arbitramur notificare compositum fuisse tempore æstiuo, & dum Canicula, & Leo magis, magisque feruent. Hæc etenim tempora potius otio, & quieti, quam speculationibus geometricis, hoc est sublimibus, videntur accomodata. Verum propemodum impossibile est cohibere intellectum nè vagetur vbicunque ei libuerit. Præterquamquod in inuentionibus rerum geometricarum, expectandæ sunt illæ fauorabiles cælestes directiones, quæ influunt non quando nos, sed quando ipsæ volunt. Tabellam errorum non exhibemus; relinquimus enim illos tuæ diligentiæ, tuæque humanitati. Diligentiæ vt illos corrigas; humanitati vt eos libenter sustineas; memor impressionem librorum matrem esse errorum; atque in impressione speculationum abstractarum, intellectum auctoris sic incumbere substantiæ, vt accidentia cogatur negligere. Vale.

F I N I S.