



# PROGRAMM

der

## Realschule erster Ordnung zu St. Petri und Pauli in Danzig,

womit zu der

Mittwoch, den 29. März 1871

von 8 $\frac{1}{2}$  Uhr Vormittags und 2 $\frac{1}{2}$  Uhr Nachmittags an

stattfindenden

## öffentlichen Prüfung

ergebenst einladet

Dr. Fr. Strehlke,

Director.

- Inhalt: 1) Einige Resultate aus Danziger meteorologischen Beobachtungen. — Vom Director.  
2) Mathematische und physikalische Mittheilungen besonders aus dem Unterricht, nebst einer Tafel in Steindruck. — Von Demselben.  
3) Schulnachrichten.

---

DANZIG.

DRUCK VON EDWIN GROENING.

1871.



# PROGRAMM

## Festschule erster Ordnung zu St. Petri und Pauli

in Krakau

Mittwoch den 28. März 1871

in der Festung Krakau

### Öffentlichen Prüfung

Dr. Fr. Szefer

Die Prüfung wird am 28. März 1871 in der Festung Krakau stattfinden. Die Prüfung wird von Dr. Fr. Szefer geleitet. Die Prüfung wird in der Festung Krakau stattfinden.

DAVID

Dr. Fr. Szefer



## Die mittlere Temperatur in Danzig für jeden Tag des Jahres

aus 81jährigen Beobachtungen berechnet.

Tage.	Jan.	Febr.	März.	April.	Mai.	Juni.	Juli.	Aug.	Sept.	Octbr.	Novbr.	Decbr.
1	-2,9	-1,6	-0,7	+1,6	+6,1	+10,3	+12,8	+14,1	+12,0	+7,3	+3,6	+0,9
2	2,9	1,9	0,6	1,9	6,3	10,9	12,9	14,2	11,9	7,3	3,4	0,8
3	2,4	2,0	0,3	2,4	6,3	10,9	13,1	14,1	11,5	7,3	3,6	0,6
4	2,5	1,5	0,2	2,4	6,6	10,9	13,2	14,0	11,4	7,3	3,6	0,3
5	2,6	1,7	0,3	2,5	7,1	11,1	13,2	14,0	11,4	7,1	3,4	0,0
6	-3,1	-1,9	-0,4	+2,7	+7,1	+11,1	+13,3	+14,1	+11,4	+6,8	+3,1	-0,3
7	3,2	2,2	0,4	2,9	7,0	11,3	13,4	14,1	11,3	6,9	2,8	0,5
8	2,8	2,0	0,3	3,1	6,9	11,4	13,5	14,0	11,1	6,7	2,5	0,2
9	2,9	2,2	0,4	3,5	7,3	11,4	13,4	13,8	11,0	6,4	2,6	0,5
10	2,8	1,6	0,7	3,4	7,5	11,6	13,3	13,7	10,9	6,1	3,0	0,6
11	-2,5	-1,2	-0,6	+3,6	+7,5*	+11,8	+13,5	+13,7	+10,6	+6,0	+2,8	-0,6
12	2,5	1,3	0,5	3,3	7,7	12,0	13,5	13,6	10,4	5,8	2,6	0,6
13	2,4	1,3	0,3	3,6	7,6	11,9	13,6	13,5	10,3	5,6	2,2	0,5
14	2,5	1,4	+0,1	4,0	7,6	11,9	13,6	13,4	10,0	5,3	1,9	0,6
15	2,4	1,2	0,1	4,4	7,9	12,1	13,6	13,4	10,1	5,2	1,9	0,8
16	-2,2	-1,3	+0,1	+4,3	+8,3	+12,1	+13,6	+13,3	+10,0	+5,4	+1,9	-1,0
17	1,9	1,0	0,5	4,5	8,4	12,3	13,6	13,1	9,8	5,3	1,7	0,9
18	2,1	0,9	0,5	4,6	8,6	11,7	13,7	13,0	9,7	5,2	1,4	1,0
19	2,1	1,2	0,6	4,6	8,8	11,8	13,9	12,9	9,4	5,2	0,9	0,9
20	1,9	1,3	0,5	4,9	9,3	12,4	13,9	13,0	9,2	5,3	0,6	1,2
21	-2,3	-1,1	+0,5	+5,0	+9,1	+12,3	+14,0	+12,9	+9,2	+5,1	+0,6	-1,6
22	2,6	1,1	0,4	5,1	9,0	12,1	14,0	12,9	9,2	4,6	0,8	1,6
23	2,5	0,9	0,5	5,2	8,9	12,2	13,9	12,8	9,1	4,4	0,6	1,7
24	2,4	0,7	0,4	5,1	9,1	12,3	13,9	12,7	8,8	4,1	0,4	1,7
25	2,0	0,3	0,6	5,6	9,3	12,3	14,0	12,7	8,7	4,1	0,5	1,8
26	-1,7	-0,3	+0,8	+5,6	+9,7	+12,4	+14,2	+12,5	+8,6	+4,3	+0,5	-1,9
27	1,7	0,5	1,1	5,6	9,7	12,4	14,4	12,4	8,4	4,1	0,7	2,0
28	1,7	0,8	1,3	5,9	9,9	12,7	14,2	12,3	8,1	4,0	0,8	1,9
29	1,6		1,3	6,0	9,9	12,7	14,0	12,2	7,8	3,7	0,7	1,8
30	1,7		1,4	5,9	10,0	12,7	14,4	12,2	7,3	3,5	0,8	1,9
31	-1,6		+1,3		+10,0		+14,1	+12,2		+3,5		-2,3
Mittel	-2,3	-1,3	+0,2	+4,1	+8,2	+11,7	+13,7	+13,3	+10,0	+5,4	+1,9	-0,9

Die mittlere Temperatur des ganzen Jahres ist + 5<sup>o</sup>,45 R.

\* Man wird in der Tafel die Erniedrigung der Temperatur um die Zeit „der gestrengen Herren Mamertus (11. Mai), Pancratius (12. Mai), Servatius (13. Mai),“ bemerken.

Die Formel von einjähriger Periode, welche sich an die Kleefeld'schen mittlern Temperatur-Beobachtungen für jeden 5ten Tag des Jahres nach meiner Berechnung anschliesst, stelle ich mit der von Bessel für Königsberg aus den Beobachtungen des Pfarrers Sommer berechneten der Vergleichung wegen zusammen. Beide beruhen auf der von Bessel gegebenen Untersuchung über die Bestimmung des Gesetzes einer periodischen Erscheinung.\*

Danzig 15j. Beob.

$$y = 6^{\circ},2441 \text{ R.} + 7^{\circ},5920 \sin (252^{\circ} 25',1 + x \cdot 59' 8'',33) \\ + 0,3273 \sin (349 47,3 + 2x \cdot 59 8,33) \\ + 0,1565 \sin (219 41,0 + 3x \cdot 59 8,33) \\ + 0,2850 \sin (305 21,9 + 4x \cdot 59 8,33)$$

Summe der Quadrate der übrig bleibenden Fehler

9,56.

Königsberg 24j. Beob.

$$y = 5^{\circ},0454 \text{ R.} + 7^{\circ},5487 \sin (253^{\circ} 19',8 + x \cdot 59' 8'',33) \\ + 0,1068 \sin ( 47 12,0 + 2x \cdot 59 8,33) \\ + 0,1173 \sin (155 34,6 + 3x \cdot 59 8,33) \\ + 0,5542 \sin (305 16,7 + 4x \cdot 59 8,33)$$

Summe der Quadrate der übrig bleibenden Fehler

9,95.

In den Formeln bedeutet x die vom 3ten Januar an gerechnete Zeit in Tagen ausgedrückt, y die zugehörige Temperatur.

Bessel bemerkt: „Ob der gefundene grössere Einfluss des vierfachen Winkels in der Natur der Erscheinung begründet, oder nur eine Folge der Störungen ihrer Regelmässigkeit ist, müssen andere Beobachtungen entscheiden.“ Dieselbe Bemerkung gilt auch von der Temperatur-Formel für Danzig. Die Gleichheit der constanten Winkel im ersten und im vierten Gliede deutet überdies vielleicht darauf hin, dass die Perioden dieser Glieder überall einen parallelen Gang haben. Wenigstens liegen die constanten Winkel des ersten Gliedes für Stockholm, London, Wien und Rom nicht weit von den für Danzig und Königsberg ermittelten Werthen. Wie die Formeln mit den Beobachtungen übereinstimmen, zeigt die folgende Vergleichung:

\* Astronomische Nachrichten Nr. 139.

T a g.	Danzig.		Königsberg.	
	Beobachtung.	Unterschied der Beob. und der Form.	Beobachtung.	Unterschied der Beob. und der Form.
Januar	3	- 2 <sup>o</sup> ,65	- 4 <sup>o</sup> ,04	+ 0 <sup>o</sup> ,57
	8	2,10	4,12	0,58
	13	0,93	3,72	0,22
	18	1,09	2,45	- 0,94
	23	1,56	3,36	+ 0,13
	28	0,51	+ 0,52	- 0,41
Februar	2	+ 0,06	2,17	0,63
	7	- 0,96	3,09	+ 0,53
	12	0,43	3,21	0,88
	17	+ 0,25	2,21	0,13
	22	0,25	1,74	- 0,12
	27	0,33	1,26	0,34
März	4	0,89	0,72	0,58
	9	1,38	+ 1,12	+ 0,16
	14	1,36	- 0,37	- 0,43
	19	2,33	+ 0,16	0,10
	24	2,52	- 0,13	+ 0,78
	29	3,32	+ 0,14	+ 0,41
April	3	3,62	- 0,13	0,21
	8	4,36	+ 0,01	- 0,22
	13	5,31	0,32	0,27
	18	5,79	0,15	0,37
	23	6,13	- 0,17	+ 0,13
	28	6,81	0,14	0,25
Mai	3	7,96	+ 0,38	- 0,19
	8	8,07	- 0,12	+ 0,03
	13	8,84	+ 0,08	0,10
	18	9,54	0,24	- 0,30
	23	9,49	- 0,32	0,00
	28	9,82	0,46	+ 0,12
Juni	2	10,31	0,42	0,25
	7	11,37	+ 0,21	- 0,57
	12	12,10	0,53	0,15
	17	11,93	- 0,04	+ 0,57
	22	12,31	0,06	0,47
	27	12,89	+ 0,14	0,22

## 3. Barometer.

Tag.	Danzig.		Königsberg.	
	Beobachtung.	Unterschied der Beob. und der Form.	Beobachtung.	Unterschied der Beob. und der Form.
Juli				
2	+ 13 <sup>o</sup> ,15	+ 0 <sup>o</sup> ,03	+ 12 <sup>o</sup> ,73	- 0 <sup>o</sup> ,10
7	13,35	- 0,11	13,63	0,64
12	13,57	0,19	13,64	0,30
17	14,29	+ 0,27	13,27	+ 0,38
22	14,50	0,30	14,04	- 0,15
27	14,20	- 0,11	14,21	0,16
August				
1	14,21	0,11	14,12	0,02
6	14,28	+ 0,04	14,01	+ 0,02
11	13,89	- 0,17	13,76	0,06
16	13,65	0,13	13,52	- 0,04
21	12,82	0,58	12,56	+ 0,46
26	13,17	+ 0,23	12,42	0,02
31	12,73	0,31	11,98	- 0,21
September				
5	11,74	- 0,09	10,62	+ 0,42
10	11,43	+ 0,21	10,46	- 0,19
15	10,76	0,18	9,46	+ 0,04
20	9,87	- 0,07	8,82	- 0,08
25	9,48	+ 0,17	8,48	0,46
30	8,49	- 0,20	7,28	+ 0,06
October				
5	8,17	+ 0,08	6,89	- 0,18
10	7,63	0,12	5,75	+ 0,36
15	6,91	- 0,03	5,50	0,06
20	6,47	+ 0,10	5,47	- 0,45
25	5,41	- 0,39	4,55	0,07
30	4,92	0,30	3,34	+ 0,58
November				
4	4,77	+ 0,15	3,28	0,05
9	4,16	0,16	2,90	- 0,20
14	2,79	- 0,58	1,48	+ 0,55
19	2,37	0,36	1,20	0,12
24	2,56	+ 0,38	0,82	- 0,23
29	2,75	1,29	0,20	0,34
December				
4	0,94	0,08	0,84	0,01
9	- 0,32	- 0,62	1,21	0,30
14	0,06	+ 0,14	1,79	0,32
19	0,70	- 0,08	3,09	+ 0,48
24	0,93	+ 0,04	2,34	- 0,67
29	0,75	0,47	3,63	+ 0,33

### 3. Barometer.

Aus der grossen Zahl von Barometer-Beobachtungen, die ich hier in Danzig von 1826 bis 1831, von 1841 bis 1870 angestellt habe, wähle ich wegen Vergleichung mit der ehemaligen meteorologischen Station Schönberg das Resultat der Beobachtungsreihe 1848 bis 1857 aus. Die Danziger Beobachtungen ergeben als 10jähriges Mittel bei 0° und 28 Paris. F. Höhe über der Ostsee 336,80 Paris. Linien, also im Niveau der Ostsee 337,17 Linien. Ohngefähr unter derselben Polhöhe wie Danzig liegt das Dorf Schönberg zwischen Carthaus und Berent, wo der Schullehrer Zielke mit einem damals mir, jetzt der Petrischule gehörigen Barometer (Oertling Nr. 149\*) und einem Thermometer der hiesigen naturforschenden Gesellschaft regelmässig beobachtete. Schönberg ist 5 M. von Danzig,  $\frac{1}{8}$  Meile vom Thurmberge entfernt, der nach trigonometrischen Messungen sich 1021 Par. F. über die Ostsee erhebt. Ein directes Nivellement bestimmte die Höhe des Thurmberges über der Schullehrer-Wohnung in Schönberg zu 240 F., die Höhe derselben über der Ostsee beträgt demnach 781 F., der Höhenunterschied zwischen Schönberg und Danzig 753 Par. F., da durch directes Nivellement die Höhe des Danziger Barometers zu 28 Par. F. über der Ostsee ermittelt war. Aus dem mittleren Barometerstande von Schönberg 326,89 und der Lufttemperatur 4°,51 R. ergibt sich der Barometerstand im Niveau der Ostsee zu 337,17 Linien.

Aus der Niveaudifferenz 753 Par. F. von Danzig und Schönberg, den mittleren Barometerständen 336<sup>'''</sup>,80, Lufttemperaturen 6°,21

$$326<sup>'''</sup>,89, \quad 4<sup>o</sup>,51$$

kann die Constante A für das Höhenmessen mit dem Barometer bestimmt werden. Man findet  $\log. A = 4,75233$  in Par. F., die bekannte Gaussische Tafel giebt für die Polhöhe  $54\frac{1}{3}^o$   $\log. A = 4,75236$ .

Da  $\frac{1}{A} = \log. 336<sup>'''</sup>,80 - \log. (336<sup>'''</sup>,80 - \frac{144<sup>'''</sup>}{a})$ , wo a die Dichtigkeit des Quecksilbers im Verhältniss gegen die atmosphärische Luft als Einheit, so ergibt sich aus den obigen Daten  $a = 10498$ , und bei 760 m. m.  $a = 10495$ . Durch directe Abwägungen hatten Arago und Biot  $a = 10476$  bei 0° der Lufttemperatur und 760 m. m. Barometerstand gefunden.

Zur Bestimmung der täglichen Periode des Barometerstandes in Danzig habe ich von 1826 bis 1831, von 1841 bis 1850 2stündliche Barometer-Beobachtungen von 6 U. Morgens bis 10 U. Abends angestellt, die in den Schriften der hiesigen naturforschenden Gesellschaft bekannt gemacht werden. Diese von den Jahreszeiten abhängende tägliche Periode konnte in 2stündlichen Beobachtungen nur bis zum Jahre 1850 verfolgt werden, wo die Amtswohnung des Directors gegen eine Miethsentschädigung in Wegfall kam. Die Ergänzung meiner angefangenen Untersuchungen muss späteren „entsagenden“ Danziger Naturforschern überlassen bleiben. Die zur Bestimmung der täglichen Periode des Barometerstandes erforderlichen Beobachtungen wurden an einem vortrefflichen der hiesigen Naturforschenden Gesellschaft zugehörigen Barometer von Pistor und Schieck (Nr. 97) mit 6<sup>'''</sup> weiter Glasröhre und mikroskopischer Ablesung angestellt. Sie ergaben im Niveau des Meeres den mittleren Barometerstand  $\alpha_t$

für 1829	337 <sup>'''</sup> ,1656 + 0 <sup>'''</sup> ,02403 sin. (7° 24,4 + t) + 0 <sup>'''</sup> ,07651 sin. (150° 39' + 2 t)
1830	337, 0684 + 0, 03478 sin. (16 5 + t) + 0, 07567 sin. (151 17,4 + 2 t)
1829 u. 1830	337, 117 + 0, 02932 sin. (12 52 + t) + 0, 07602 sin. (151 5 + 2 t)
1842 u. 1843	337, 039 + 0, 03683 sin. (32 44 + t) + 0, 06825 sin. (152 55 + 2 t)

\*) Dasselbe Instrument hatte ich mehrere Jahre zu Beobachtungen auf dem Brocken hergegeben.

Ueberall bis zum Aequator nähert sich das Verhältniss der Coefficienten der sinus dem Verhältnisse 1 : 2, während der Winkel für die 12stündige Periode sich immer nicht weit von 151° entfernt.

In der folgenden Vergleichung bedeutet  $\alpha_0$  die Beobachtung um 12 U. Mittags,  $\alpha_1$  um 2 U.,  $\alpha_2$  um 4 U. u. s. w.  $\Delta$  den Unterschied zwischen Beobachtung und Formel.

	1829	$\Delta$	1830	$\Delta$	1829 u. 1830	$\Delta$	1842 u. 1843	$\Delta$
$\alpha_0$	337 <sup>'''</sup> ,205	- 0,001	337 <sup>'''</sup> ,119	+ 0,005	337 <sup>'''</sup> ,162	+ 0,002	337 <sup>'''</sup> ,088	- 0,002
$\alpha_1$	134	- 0,007	044	- 0,010	089	+ 0,009	026	- 0,009
$\alpha_2$	118	+ 0,007	032	+ 0,005	075	+ 0,006	016	+ 0,008
$\alpha_3$	151	- 0,001	066	0,000	109	0,000	037	- 0,002
$\alpha_4$	222	- 0,002	131	- 0,001	176	- 0,002	091	- 0,002
$\alpha_5$	252	+ 0,001	152	0,000	202	0,000	106	+ 0,001
$\alpha_6$	200		095		147		050	
* $\alpha_7$	112		004		058		336 <sup>'''</sup> ,969	
$\alpha_8$	067		336 <sup>'''</sup> ,959		013		934	
$\alpha_9$	107	+ 0,003	337 <sup>'''</sup> ,003	+ 0,004	055	+ 0,003	980	+ 0,003
$\alpha_{10}$	177	- 0,009	074	- 0,010	126	- 0,009	337 <sup>'''</sup> ,049	- 0,010
$\alpha_{11}$	242	+ 0,009	142	+ 0,006	192	+ 0,008	120	+ 0,011

Berechnet man nach den obigen Formeln die Werthe von  $\alpha$  für die einzelnen Stunden und bestimmt daraus die stündlichen Aenderungen d des Barometerstandes, so erhält man

d	1829.	1830.	1829/30.	1842/43.	d	1829.	1830.	1829/30.	1842/43.
1U.—12U.	- 0,032	- 0,029	- 0,031	- 0,027	13U.—12U.	- 0,044	- 0,046	- 0,045	- 0,042
2 — 1	- 0,033	- 0,031	- 0,031	- 0,028	14 — 13	- 0,044	- 0,045	- 0,044	- 0,039
3 — 2	- 0,023	- 0,022	- 0,023	- 0,021	15 — 14	- 0,032	- 0,032	- 0,032	- 0,027
4 — 3	- 0,007	- 0,005	- 0,006	- 0,006	16 — 15	- 0,013	- 0,013	- 0,013	- 0,008
5 — 4	+ 0,013	+ 0,012	+ 0,012	+ 0,009	17 — 16	+ 0,009	+ 0,010	+ 0,010	+ 0,013
6 — 5	0,028	0,026	0,028	0,022	18 — 17	0,028	0,030	0,029	0,030
7 — 6	0,037	0,035	0,035	0,028	19 — 18	0,039	0,041	0,040	0,041
8 — 7	0,035	0,032	0,034	0,026	20 — 19	0,043	0,044	0,043	0,041
9 — 8	0,023	0,020	0,021	0,015	21 — 20	0,032	0,034	0,033	0,033
10 — 9	0,004	0,001	0,003	- 0,003	22 — 21	0,015	0,018	0,016	0,017
11 — 10	- 0,016	- 0,021	- 0,019	- 0,020	23 — 22	- 0,005	- 0,002	- 0,003	- 0,002
12 — 11	- 0,035	- 0,037	- 0,036	- 0,035	12 — 23	- 0,022	- 0,020	- 0,021	- 0,017

Man erkennt in dieser Zusammenstellung den fast vollständigen Parallelismus des Ganges der täglichen mittleren Barometer - Curve, da die Abweichungen der stündlichen Veränderungen nicht 0<sup>''</sup>,01 erreichen.

Schliesslich bemerke ich noch mit wärmstem Danke, dass mein College Herr Dr. Neumann auf meinen Wunsch die Reduction und Berechnung der Mittel meiner im Jahre 1842 und 1843 angestellten Barometer- und Thermometer-Beobachtungen übernommen hatte.

\* Die Werthe von  $\alpha_6$ ,  $\alpha_7$  und  $\alpha_8$  sind nach den Bessel'schen Bestimmungen berechnet.

## II. Mathematische und physikalische Mittheilungen besonders aus dem Unterricht.

### 1. Constructionen der dreiseitigen körperlichen Ecke oder des sphärischen Dreiecks in der Ebene.

Anstatt der gewöhnlichen wohl von Monge herrührenden Constructionen bediene ich mich seit langer Zeit der folgenden, die ich schon im Programm der Petrischule für 1840 angedeutet habe. — Es seien zunächst die 3 Seiten  $a, b, c$  des sphärischen Dreiecks gegeben, man soll die 3 Winkel  $C, A$  und  $B$  finden. — Die Construction beruht auf einem ebenen Dreiecke. In diesem sind zwei Seiten die auf der gemeinsamen Kante errichteten den Neigungswinkel einschliessenden Lothe, die bis zu den beiden anderen Kanten verlängert werden; die Verbindungslinie der beiden Durchschnittspunkte bildet die dritte Seite des Dreiecks. — Man legt also um den gemeinschaftlichen Scheitelpunkt  $M$  (Fig. 1) die Winkel  $a, b$  und  $c$  in dieselbe Ebene, nimmt  $MP$  beliebig, errichtet in  $P$  ein Loth auf  $MP$ , das verlängert die beiden anderen Kanten in  $Q$  und  $N$  schneidet.  $MN'$  wird gleich  $MN$  genommen und mit  $N'Q$  aus  $Q$  ein Kreis beschrieben, so wie aus  $P$  mit  $PN$  ein zweiter Kreis, dann erhält man das Dreieck  $LPQ$ , worin  $\angle LPQ = C$  im sphärischen Dreieck. Dieselbe Construction giebt den Winkel  $A$ . Um den dritten Winkel  $B$  zu erhalten, verfährt man eigentlich auf dieselbe Weise, wenn man  $MD' = MD$  nimmt, und in  $D'$  ein Loth auf  $MD'$ , in  $D$  ein Loth auf  $MD$  errichtet. Beide Lothe bestimmen die Punkte  $E$  und  $F$  und schliessen in dem Dreieck  $EGF$ , worin  $EG = D'E$ , und  $GF = FD$ , den sphärischen Winkel  $B$  ein.

Sind im sphärischen Dreieck 2 Seiten  $a$  und  $b$ , so wie der von ihnen eingeschlossene Winkel  $C$  gegeben, so bleibt ein Theil der obigen Construction, nur macht man  $\angle QPL = C$ ,  $PL = PN$ , beschreibt mit  $QL$  aus  $Q$  einen Kreis, der den mit dem Radius  $MN$  beschriebenen Kreis in  $N'$  schneidet und so den zweiten Schenkel des Winkels  $c$  festlegt. Man kann durch diese Construction unter anderen die Aufgabe lösen: auf der Erdkugel die Entfernung zweier Punkte durch ihre geographischen Breiten und ihren Längenunterschied zu bestimmen.

Die Construction der dritten Aufgabe, aus einer Seite  $a$ , dem anliegenden Winkel  $C$  und der  $C$  gegenüberliegenden Seite  $c$ , die Seite  $b$  zu finden, lässt sich auf folgende Weise lösen. Das Loth von  $N'O$  auf  $MQ$  trifft verlängert den Punkt  $H$ , den Fusspunkt der Höhe des Dreiecks  $QLP$ . Sonach lässt sich um das Viereck  $MOHP$  ein Kreis beschreiben, dessen Durchmesser  $= MH$ . Man hat dazu nur nöthig,  $HP$  zu bestimmen, welches Kathete im rechtwinkl. Dreieck  $MHP$  und im rechtwinkl. Dreieck  $LHP$  ist. In diesem ist die Hypotenuse  $PL = PN$ ,  $\angle HPL = C$  bekannt. Der mit dem Durchmesser  $MH$  beschriebene Kreis, und der mit dem Radius  $OM$  beschriebene Kreis ( $OM$  anliegende Kathete im rechtwinkl. Dreieck, dessen Hypotenuse  $= MN$ ,  $\angle NMO = c$ ) bestimmen in ihrem Durchschnitt den Punkt  $O$ , womit der zweite Schenkel des Winkels oder die Seite  $b$  festgelegt wird.

Ist dem Winkel  $C$  gegenüberliegende Seite  $c < a$ , so ist ein zweites Dreieck vorhanden, welches die Stücke  $a, c$  und  $C$  enthält, weil der zum Durchmesser  $MH$  gehörige Kreis von dem mit dem Radius  $MO$  beschriebenen Kreise in 2 Punkten geschnitten wird. Nimmt man z. B.  $a = 60^\circ$ ,  $c = 40^\circ$ ,  $C = 33^\circ$ , so findet man für das eine Dreieck  $b = 85^\circ 8'$ , für das andere  $b = 25^\circ 46'$ .

Die Uebereinstimmung der geometrischen Construction mit der Rechnung lässt sich leicht nachweisen. In Fig. 3 ist PK senkrecht auf MQ, HV parallel zu MQ, deshalb für  $MN = 1$ ,  $\cos. c = MK + KO = \cos. a \cos. b + \sin. a \sin. b \cos. C$ . Hieraus ist nun  $b$  zu bestimmen, wenn  $c$ ,  $C$  und  $a$  gegeben sind, oder aus einer Gleichung  $m \cos. \Theta + n \sin. \Theta = p$  ist  $\cos. \Theta$  und  $\sin. \Theta$  zu finden.

Da  $m \sin. \Theta - n \cos. \Theta = \pm \sqrt{m^2 + n^2 - p^2}$ , so findet man

$$\cos. \Theta (m^2 + n^2) = mp \mp n \sqrt{m^2 + n^2 - p^2},$$

$$\sin. \Theta (m^2 + n^2) = np \pm m \sqrt{m^2 + n^2 - p^2}.$$

Sonach ist  $m = \cos. a$ ,  $n = \sin. a \cos. C$ ,  $p = \cos. c$  und deshalb  $\sqrt{m^2 + n^2} = \sqrt{1 - \sin. a^2 \sin. C^2} =$  dem Durchmesser  $MH$ ,  $m^2 + n^2 - p^2 = MH^2 - MO^2 = \sin. c^2 - \sin. a^2 \sin C^2$ . u. s. w.

Die 3 übrigen Hauptfälle, die beim sphärischen Dreieck vorkommen, können auf das Polardreieck zurückgeführt werden.

## 2. Eine Aufgabe aus der beschreibenden Geometrie.

Gegeben ist ein ebener Spiegel durch seinen Durchschnitt AB mit der vertikalen und BC mit der horizontalen Ebene, ferner ein leuchtender Punkt und der Ort des Auges, man sucht die Stelle auf dem Spiegel, wo die Reflexion erfolgt. Fig. 4. — Zu dem Ende fällt man aus L und O, den horizontalen Projectionen des leuchtenden Punktes und des Auges Perpendikel auf BC und eben so aus den vertikalen Projectionen L' und O' auf AB. Nachdem so die vertikale Projection M'N' und die horizontale Projection des Durchschnitts der Reflexionsebene mit dem Spiegel gefunden ist, wird O'N' über N' verlängert und N'S' = N'O' (die auch in der Projection gleich sind) genommen, dann trifft die Linie S'L' in T den gesuchten Reflexionspunkt, welchen man nun in der bekannten Weise auf die horizontale Projection überträgt, wodurch der Punkt T erhalten wird.

## 3. Durchschnitt zweier unendlich naher gerader Linien.

Die Gleichung der Geraden, die durch einen Punkt geht, dessen Coordinaten  $x$  und  $y$ , und mit der Axe, der  $x$  einen Winkel bildet, dessen trigon. Tangente  $P$ , ist.

$$Y - y = P (X - x) \dots (1)$$

Wird  $y$ ,  $x$  und  $P$  als veränderlich betrachtet, so hat man durch Differenzirung der Gleichung (1)

$$- dy = (X - x) dP - P dx \dots (2)$$

$X$  und  $Y$  bestimmen die Coordinaten des Durchschnittspunktes der Linien (1) und (2). Man findet

$$(X - x) \frac{dP}{dx} = P - p, (Y - y) \frac{dP}{dx} = P (P - p).$$

Denken wir uns eine Tangente an einen Punkt  $(x, y)$  einer Curve gezogen, so ist  $p = \frac{dy}{dx}$ . In der Gleichung der Normale ist  $P = -\frac{1}{p}$ ,

$$X - x = -\frac{(1 + p^2)}{p}, \frac{d^2 y}{dx^2} = q, \text{ folglich } X - x = -\frac{p(1 + p^2)}{q}, Y - y = \frac{(1 + p^2)}{q},$$

folglich der Radius  $r$  des zwei auf einander folgende Tangenten einer Curve berührenden Kreises, oder des

$$\text{Krümmungskreises} = \pm \frac{(1 + p^2)^{\frac{3}{2}}}{q}.$$

Ist auf der Ellipse ein Punkt durch seine rechtwinklichen Coordinaten  $x = a \cos. \Theta$ ,  $y = b \sin. \Theta$  gegeben, so erhält man  $r = \frac{(a^2 \sin. \Theta^2 + b^2 \cos. \Theta^2)^{\frac{3}{2}}}{a b^3}$  =

$$\frac{b'^3}{a b}, \text{ wenn } b' \text{ der halbe conjugirte Durchmesser zu } a' = \sqrt{a^2 \cos. \Theta^2 + b^2 \sin. \Theta^2}.$$

## 4. Geometrische Ableitung des Krümmungsradius in der Ellipse.

Sieht man die Ellipse als orthographische Projection des Kreises mit zusammenfallendem Durchmesser  $2a$  an, und bildet die Ebene der Projection mit der Ebene des Kreises einen Winkel, dessen cosinus  $= \frac{b}{a}$ , so bleiben die auf dem gemeinschaftlichen Durchmesser genommenen  $x$  unverändert, die darauf senkrechten  $y$  werden in dem Verhältnisse  $\frac{b}{a}$  verkürzt. Fig. 5. Nimmt man nun ein System conjugirter Durchmesser im Kreise, so ist dieses rechtwinklig, in der Projection ist das System der Durchmesser wieder conjugirt nur schiefwinklig, aber leicht durch die Coordinaten bestimmbar. Ist im Kreise die halbe Sehne  $z$  senkrecht auf  $AM = a$ ,  $BM = a$  parallel  $z$ , so sind  $A'M = a'$ ,  $B'M$  ihre Projectionen. Ist  $z'$  die Projection von  $z$ , so hat man für die entsprechende halbe elliptische Sehne die Proportion  $z : a = z' : b'$ , für eine zweite halbe Kreissehne  $u$  und die entsprechende elliptische  $u'$  und den conjugirten Halbmesser  $b''$ ,  $u : a = u' : b''$ , für eine dritte halbe Kreissehne  $s$  und die entsprechende elliptische  $s'$ ,  $s : a = s' : b'''$ . Bilden nun die 3 Kreissehnen und die entsprechenden elliptischen Sehnen Dreiecke, so ist der Radius  $R$  des um das elliptische Dreieck beschriebenen Kreises  $R = \frac{2 z'. 2 u'. 2 s'}{4 F'}$ , wo  $F'$  die Fläche dieses Dreiecks.

$R = \frac{2 z. 2 u. 2 s. b'. b''. b'''}{a^3. 4 \frac{b}{a} F}$ , wo  $F$  die Fläche des Sehnen-dreiecks im Kreise. Da aber  $F = \frac{2 z. 2 u. 2 s}{4 a}$ , so ist  $R = \frac{b'. b''. b'''}{a b}$ .

Fallen die 3 Punkte des elliptischen Dreiecks in Einen zusammen, dessen Coordinaten  $a \cos. \Theta$  und  $b \sin. \Theta$ , dessen halber Durchmesser  $= a' = \sqrt{a^2 \cos. \Theta^2 + b^2 \sin. \Theta^2}$ ,  $b' = \sqrt{a^2 \sin. \Theta^2 + b^2 \cos. \Theta^2}$ , so wird der Krümmungsradius  $R = \frac{b'^3}{a b}$ .

In Fig. 6 liegen der Halbkreis und seine orthographische Projection, die halbe Ellipse in Einer Ebene.

## 5. Dimensionen des Erdsphäroids.

Wenn  $\varphi$  die Polhöhe eines Punktes auf dem elliptischen Meridian bezeichnet, so findet man leicht  $\operatorname{tg} \Theta = \frac{b}{a} \cdot \operatorname{tg} \varphi$  und damit den zugehörigen Krümmungsradius  $R = \frac{a^2 b^2}{(b^2 \sin. \varphi^2 + a^2 \cos. \varphi^2)^{\frac{3}{2}}}$ .

Sind nun  $L$  und  $L'$  die im elliptischen Meridian unter den Polhöhen  $\varphi$  und  $\psi$  gemessenen Längen eines Breitengrades, so ist  $L^{\frac{3}{2}} : L'^{\frac{3}{2}} = b^2 \sin. \psi^2 + a^2 \cos. \psi^2 : b^2 \sin. \varphi^2 + a^2 \cos. \varphi^2$ ,

woraus hervorgeht  $\frac{b}{a} = \left(\frac{L}{L'}\right)^{\frac{1}{3}} \frac{\cos. \varphi \cdot \cos. \alpha}{\sin. \psi \cdot \cos. \beta}$

$$a = \frac{180. L^{\frac{1}{3}}. L'^{\frac{2}{3}} [\sin. (\psi + \varphi) \sin. (\psi - \varphi)]^{\frac{3}{2}}}{\pi. \sin. \psi. \cos. \beta. \cos. \varphi^2. \cos. \alpha^2}$$

$$b = \frac{180. L^{\frac{2}{3}}. L'^{\frac{1}{3}} [\sin. (\psi + \varphi) \sin. (\psi - \varphi)]^{\frac{3}{2}}}{\pi. \sin. \varphi^2. \cos. \beta^2. \cos. \varphi. \cos. \alpha}$$

wenn man setzt  $\sin. \alpha = \frac{\cos. \psi}{\left(\frac{L}{L'}\right)^{\frac{1}{3}} \cos. \varphi}$ ,  $\sin. \beta = \left(\frac{L}{L'}\right)^{\frac{1}{3}} \frac{\sin. \varphi}{\sin. \psi}$ .

Nimmt man nach dem Encke'schen Jahrbuch für 1852,  $L = 56727$ , 53 Toisen,  $L' = 57232$ , 57 Toisen unter den Polhöhen von  $\varphi = 1^\circ$ ,  $\psi = 70^\circ$ , so wird erhalten  $\alpha = 20^\circ 3' 53''$ , 67,  $\beta = 1^\circ 3' 39''$ , 76 und  $\log. a = 6, 5148235$ ,  $a = 3372077$  Toisen,  $\log. b = 6, 5133694$ ,  $b = 3261139$  T. Die genaueren Werthe sind  $a = 3272077$ , 14,  $b = 3261139$ , 33.

Da 15 geographische Meilen auf einen Grad des Aequators gehen, so folgt hieraus die Länge einer geographischen Meile in Toisen 3807, 235. Da die preussische Ruthe = 12 preuss. Fuss, die preuss. Meile = 2000 Ruthen, der preuss. Fuss = 139, 13 Pariser Linien, so enthält die preussische Meile 3864, 722, die geographische Meile 3807, 235 Toisen. Die geographische Meile ist also um 57, 487 Toisen oder um  $29\frac{1}{4}$  Ruthen kürzer als die preussische Meile.

Aus den Werthen von  $a$  und  $b$  findet man die Länge des Erdquadranten nach der Formel

$$q = \frac{1}{4} (a + b) \pi \cdot \left[ 1 + \frac{1}{4} \left( \frac{a-b}{a+b} \right)^2 + \frac{(1.1)^2}{(2.4)^2} \left( \frac{a-b}{a+b} \right)^4 + \frac{(1.1.3)^2}{(2.4.6)^2} \left( \frac{a-b}{a+b} \right)^6 + \dots \right]$$

5131179, 811 Toisen, wobei die gewöhnliche Multiplikation ohne Logarithmen angewendet werden kann. Die Länge des Erdquadranten  $q$  beträgt hiernach 4433339356, 704 Par. Lin., der 10 Milliontheil dieser Zahl 443, 33394. Der gesetzlich angenommene Meter ist = 443, 296 Lin., folglich um 0, 03794 Par. Linien zu klein.

Die Oberfläche  $F$  des Erdsphäroids wird bestimmt durch die Formel

$$F = 2 a^2 \pi + \frac{b^2 \pi}{e} \cdot \log. \text{hyp.} \left( \frac{1+e}{1-e} \right), \text{ oder durch die Reihe}$$

$F = 2 a^2 \pi + 2 b^2 \pi \cdot \left[ 1 + \frac{e^2}{3} + \frac{e^4}{5} + \frac{e^6}{7} + \frac{e^8}{9} + \dots \right]$ , wo  $e$  die Excentricität der Meridian-Ellipse. Hieraus ergibt sich die Oberfläche  $F$  der Erde = 9261238, 3 geogr. Quadratmeilen.

Der Cubikinhalt des Ellipsoids mit 3 ungleichen Axen ist =  $\frac{4}{3} a b c \pi$ , folglich der Inhalt des Rotationsellipsoids der Erde =  $\frac{4}{3} a^2 b \pi = 2650184445$  geogr. Cubikmeilen.

## 6. Bestimmung der Centrakraft, welche einen Körper in seiner Bahn erhält.

Zunächst werde angenommen, der Körper bewege sich auf einer Ellipse, in deren einem Brennpunkte die Centrakraft sich befindet. — Ist in  $M$  der angezogene Körper,  $r$  der Radiusvector, so lässt sich die anziehende Kraft in zwei auf einander senkrechte Componenten zerlegen, deren eine in die Richtung der Tangente, die andere der Normale fällt. Ist  $l$  die Senkrechte aus dem Brennpunkte  $F$  auf die Tangente,  $K$  die Grösse der Centrakraft in  $M$ , so ist die Componente in der Richtung der Normale =  $\frac{K \cdot l}{r}$ ; da nun diese der Centrifugalkraft gleich sein muss, wenn der Körper in seiner elliptischen Bahn bleiben soll, so hat man die Gleichung

$$K \frac{l}{r} = \frac{v^2}{R}$$

wo  $v$  die Geschwindigkeit im Punkte  $M$ ,  $R$  der Krümmungsradius in diesem Punkte. Nach dem 2ten Kepler'schen Gesetze ist aber für die unendlich kleine Zeit  $\tau$ ,  $\frac{v \cdot l}{2} \cdot \tau = \frac{a b \pi}{T} \cdot \tau$ , wo  $T$  die Umlaufszeit in Secunden ausgedrückt darstellt. Sonach ist  $K = \frac{4 r \cdot a^2 b^2 \pi^2}{T \cdot l^3 \cdot R}$ , nun aber ist  $l = \frac{r \cdot b}{b'}$ ,

was auf mehrfache Art leicht bewiesen werden kann, und hat man deshalb  $R l^3 = \frac{r^3 b^3 \cdot b'^3}{a b \cdot b'^3}$ , folglich

$$K = \frac{4 a^3 \pi^2}{T^2 \cdot r^2} \cdot *)$$

Man kann aber die Auffassung über die Wirkung der Centrakraft erweitern, indem man die Lage des anziehenden Punktes allgemein durch seine Entfernung vom Mittelpunkte auf der grossen Axe durch  $m$  bezeichnet. Die Entfernung des Durchschnitts der Tangente in  $M$  vom Mittelpunkte ist  $= \frac{a}{\cos. \Theta}$ , die trigonometrische Tangente des Winkels der geometrischen Tangente mit der grossen Axe ist  $= \frac{b}{a} \cotg. \Theta$ , der sinus dieses Winkels  $= \frac{b \cos. \Theta}{b'}$ , folglich die Senkrechte  $l$  vom Endpunkte der Linie  $m$  auf die Tangente  $= \left( \frac{a}{\cos. \Theta} - m \right) \frac{b}{b'} \cos. \Theta = (a - m \cos. \Theta) \cdot \frac{b}{b'}$ , folglich die Geschwindigkeit  $v$  im Punkte  $M = \frac{2 a \pi \cdot b'}{T (a - m \cos. \Theta)}$  und die Centrakraft  $K = \frac{r v^2}{l R} = \frac{r \cdot 4 a^3 \pi^2}{T^2 (a - m \cos. \Theta)^3}$ . Wenn  $m = c$ , oder die Centrakraft im Brennpunkte sich befindet, so ist  $a - c \cos. \Theta = r$ , folglich wie früher  $K = \frac{4 a^3 \pi^2}{T^2 \cdot r^2}$ ; ist dagegen die Centrakraft im Mittelpunkte der Ellipse, so wird  $m = 0$ , und deshalb  $K = \frac{4 r \pi^2}{T^2}$ . Im ersten Falle verhalten sich also die Anziehungen, wie die umgekehrten Quadrate der Entfernungen, im zweiten wie die Entfernungen.

Man kann sich jetzt die allgemeine Aufgabe stellen, die Grösse der Centrakraft zu bestimmen, welche einen Körper in seiner bekannten Bahn erhält.

Aus der Gleichung der Tangente  $Y - y = \frac{d y}{d x} (X - x)$ , findet man  $X$  für den Durchschnitt der Tangente mit der Abscissenaxe und daraus  $X - m = \frac{(x - m) d y - y d x}{d y}$ , die Senkrechte  $l$  vom Endpunkte der Linie  $m$  auf die Tangente  $= \frac{[(x - m) p - y]}{\sqrt{1 + p^2}}$ , wo  $p = \frac{d y}{d x}$ . Geht man nun wieder von der Gleichung  $K \frac{1}{r} = \frac{v^2}{R}$  aus und setzt für  $R$  seinen Ausdruck  $\frac{(1 + p^2)^{\frac{3}{2}}}{d^2 y / d x^2}$ ,

so erhält man zuletzt  $K = \frac{C^2 \cdot r \cdot \frac{d^2 y}{d x^2}}{[(x - m) p - y]^3}$

Führt man Polarcoordinaten ein, indem man setzt  $x = r \cos. \Theta$ ,  $y = r \sin. \Theta$ , so erhält man

$$K = \frac{C^2}{r^5} \left[ r^2 + 2 \left( \frac{d r}{d \Theta} \right)^2 - r \left( \frac{d^2 r}{d \Theta^2} \right) \right]$$

Ist die Centrakraft in einem Brennpunkte des Kegelschnitts, auf den sich die Polargleichung  $v = \frac{m}{2 (1 + e \cos. \Theta)}$  bezieht, wo  $m$  der Parameter,  $\Theta$  die wahre Anomalie, so hat man  $\frac{1}{r} = \frac{2 (1 + e \cos. \Theta)}{m}$ ,  $\frac{d r}{r^2} = \frac{2 e \sin. \Theta d \Theta}{m}$ . Drückt man noch  $\frac{d^2 r}{d \Theta^2}$  durch  $r$  und  $\Theta$  aus,

\*) Für eine Planetenbahn wäre also an der Oberfläche der Sonne, deren Radius  $\varrho$ ,  $K = \frac{4 a^3 \pi^2}{T^2 \varrho^2}$ .

so erhält man zuletzt

$$K = \frac{2 C^2}{m \cdot r^2}.$$

Es versteht sich von selbst, dass man die obigen allgemeinen Ausdrücke für  $K$ , auch ohne Einführung des Krümmungsradius, aus den bekannten Bewegungsgleichungen

$$\frac{d^2 x}{dt^2} = -\frac{x}{r} K \quad \text{und} \quad \frac{d^2 y}{dt^2} = -\frac{y}{r} K \quad \text{ableiten kann.}$$

### 7. Erläuterung des Newton'schen Grundgesetzes über die Anziehung.

Wenn  $r$  der Radius einer Kugel,  $g$  die Intensität einer vom Centrum derselben radial auf eine sehr kleine Flächeneinheit wirkenden Kraft, so ist die Gesamtwirkung auf die ganze innere Kugelfläche  $= 4 r^2 \pi \cdot g$ . Für eine concentrische Kugelschale, deren Radius  $r'$ , ist bei derselben Flächeneinheit und der darauf bezogenen Intensität  $g'$  die Gesamtwirkung  $= 4 r'^2 \pi \cdot g'$ . Da nun bei vorausgesetzter freier radialer Wirkung aus demselben Centrum beide Wirkungen einander gleich sein müssen, so folgt

$$\frac{g'}{g} = \frac{r^2}{r'^2}.$$

Sind die Massen zweier Kugeln  $M$  und  $M'$ , ihre Radien  $r$  und  $r'$ ,  $g$  und  $g'$  an ihren Oberflächen die Wirkungen der von den Mittelpunkten ausgehenden Anziehungen, und nimmt man einen dritten Körper an mit der Anziehungswirkung  $\gamma$  an der Oberfläche, der mit der ersten Kugel die Masse  $M$  mit der zweiten den Radius  $r'$  gemein hat, so ist nach dem Vorigen

$$g : \gamma = \frac{1}{r^2} : \frac{1}{r'^2}$$

$$\gamma : g' = M : M'$$

$$\text{deshalb } g : g' = \frac{M}{r^2} : \frac{M'}{r'^2}$$

### 8. Vergleichung zweier Geschwindigkeiten.

Die Geschwindigkeit  $v$  eines auf der Ellipse unter dem Einflusse der Centralkraft im Brennpunkte  $F$  sich bewegenden Körpers ist für den Punkt  $M$  der Ellipse  $= \frac{2 a \pi \cdot b'}{r T}$ , wo  $b'$  der zu  $M$  gehörige halbe conjugirte Durchmesser. Fig. 7. Da  $b'^2 = r (2 a - r)$ , so ist

$$v^2 = \frac{4 a^3 \pi^2}{T^2} \left( \frac{2}{r} - \frac{1}{a} \right) \dots (1)$$

Beschreibt man aus dem Brennpunkte  $F$  der Ellipse mit der grossen Axe  $2 a$  einen Kreis, so erhält ein Körper, der aus  $B$  des Kreises in der Richtung des Radiusvector  $r$  bis  $M$  gefallen ist, in diesem Punkte dieselbe Geschwindigkeit, als wenn er sich unter dem Einflusse der Centralkraft in  $F$  bis  $M$  bewegt hat. Denn ein Körper, der auf der Erde aus der Höhe  $h$  mit veränderter Schwere gefallen ist, erreicht an der Oberfläche in der Entfernung  $r$  vom Mittelpunkte die Geschwindigkeit  $v$ , deren Quadrat  $= \frac{2 g h r}{r + h}$ . Bei der vorausgesetzten Bewegung ist hier  $h = 2 a - r$

$r + h = 2 a$ ,  $g = \frac{4 a^3 \pi^2}{T^2 r^2}$ , folglich

$$v^2 = \frac{4 a^3 \pi^2}{T^2} \left( \frac{2}{r} - \frac{1}{a} \right)$$

übereinstimmend mit (1). In der Hyperbel ist  $v^2 = C^2 \left( \frac{2}{r} + \frac{1}{a} \right)$ . Es müsste also der Körper schon mit einer gewissen Geschwindigkeit in den mit  $2a$  beschriebenen Kreis eintreten, wenn eine Hyperbel beschrieben werden soll. (Siehe Schröder van der Kolk. Astronom. Nachrichten Nr. 1417).

### 9. Aufgabe.

In der Ebene zweier der Lage nach gegebener gerader Linien, bewegen sich auf diesen die Mittelpunkte zweier Kreise, deren Radien  $r$  und  $r'$ , mit den bekannten Geschwindigkeiten  $a'$  und  $b'$ . Zu einer gewissen Zeit ist der Mittelpunkt des ersten Kreises um  $a$  entfernt von dem Fusspunkt der Projection des Centrum des auf der zweiten Linie gehenden Kreises,  $b$  sei der senkrechte Abstand des Centrum dieses Kreises von der ersten Linie. Man soll die Zeiten  $t$  der inneren und äusseren Berührungen der Kreise angeben, von jenem Momente an, da die Bestimmungen  $a$  und  $b$  gelten.

Auflösung. Man hat offenbar für die Berührungen die Gleichung  $(a + a' t)^2 + (b + b' t)^2 = (r \pm r')^2 = k^2$ , deren Auflösung ergibt:

$$t (a'^2 + b'^2) = - (a a' + b b') \mp \sqrt{k^2 (a'^2 + b'^2) - (a b' - a' b)^2}.$$

Setzt man  $m \sin. M = a$ ,  $m \cos. M = b$ ,  $n \sin. N = a'$ ,  $n \cos. N = b'$ ,

$\cos. \psi = \frac{m}{k} \sin. (M - N)$ , so erhält man die Zeiten der Berührungen durch die Formel:

$$t = - \frac{m}{n} \cos. (M - N) \mp \frac{k}{n} \sin. \psi.$$

(Vergl. Bessel's Vorausberechnung der Sternbedeckungen im Berliner Astronom. Jahrbuch 1831.)

Die Formel für  $t$  ist namentlich bei Mondfinsternissen nicht selten von Schülern der ersten Klasse angewendet worden. Ausserdem wurden auch graphische Darstellungen construiert. Auf der einen Geraden, der Ekliptik waren die Centra des Erdschattens von Stunde zu Stunde verzeichnet; auf der zweiten Linie, der Mondbahn, waren die Stellen des Mondcentrums von  $5$  zu  $5'$  eingetragen. Verzeichnete man nun auf zwei Glimmerblättern die Kreise des Erdschattens und des Mondes durch Einritzen, ohne etwa diese Kreise nach ihrer richtigen Grösse auszuschneiden, so liessen sich die inneren und äusseren Berührungen durch Uebereinanderschieben der beiden Glimmerblätter bis auf ein paar Minuten genau bestimmen. Für die Darstellung der totalen Mondfinsterniss am 12ten Juli 1870 lagen folgende Data vor:

	Länge des Erdschattens.	Halbm.	Länge $\zeta$	Breite $\zeta$	Halbm. $\odot$	Halbm. $\zeta$
10 U.	290° 14,1	43,6	289° 26,1	— 0° 1,3	15' 45",3	15' 58",2
11	290 16,5		290 0,8	— 0 4,5		
12	290 18,8		290 35,4	— 0 7,7		
13	290 21,2		291 10,0	— 0 10,9		

### 10. Mathematisches Pendel. (Gauss determin. attract.)

Nimmt man  $m' = \frac{m+n}{2}$ ,  $a' = \sqrt{mn}$ ,  $m'' = \frac{m'+n'}{2}$ ,  $n'' = \sqrt{m'n'}$  u. s. w. so convergiren die  $m$  und  $n$  gegen eine Grenze  $\mu$ , welche Gauss das arithmetisch geometrische Mittel nennt. Gauss zeigt in der angeführten Abhandlung, dass

$$\int_0^{2\pi} \frac{dT}{\sqrt{m^2 \cos^2 T^2 + n^2 \sin^2 T^2}} = \frac{2\pi}{\mu}$$

Es wird vorausgesetzt, dass

$$\sin. T = \frac{2 m \sin. T'}{(m+n) \cos. T'^2 + 2 m \sin. T'^2} = \frac{2 m \sin. T'}{N}$$

und es lässt sich beweisen, dass

$$\frac{dT}{\sqrt{m^2 \cos^2 T^2 + n^2 \sin^2 T^2}} = \frac{dT'}{\sqrt{m'^2 \cos^2 T'^2 + n'^2 \sin^2 T'^2}}$$

Denn wird  $\sqrt{m^2 \cos^2 T^2 + n^2 \sin^2 T^2} = \sqrt{K}$ ,  $\sqrt{m'^2 \cos^2 T'^2 + n'^2 \sin^2 T'^2} = \sqrt{K'}$  gesetzt,  $L = (m+n) \cos. T'^2 + 2 n \sin. T'^2$ , so findet man leicht

$$\cos. T = \frac{2 \cos. T' \sqrt{K'}}{N}$$

$$\cos. T dT = \frac{2 m \cos. T' dT' L}{N^2}$$

$$\sqrt{K} = \frac{m L}{N}$$

$$\text{folglich } \frac{dT}{\sqrt{K}} = \frac{dT'}{\sqrt{K'}}$$

Bei weiterer Fortsetzung hat man zuletzt

$$\int_0^{2\pi} \frac{d\Theta}{\sqrt{\mu^2 \cos^2 \Theta^2 + \mu'^2 \sin^2 \Theta^2}} = \frac{2\pi}{\mu}$$

Zu dem arithmetisch geometrischen Mittel und der dadurch zu erlangenden Integration von  $\frac{dT}{\sqrt{m^2 \cos^2 T^2 + n^2 \sin^2 T^2}}$  gelangt man auch durch die Landen'sche Substitution.

Denn man hat bei dieser zur Bestimmung von  $F(e_1, \Theta) = \int_0^\Theta \frac{d\Theta}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 \Theta^2}}$

$$e_1 = \frac{1 - \sqrt{1 - e^2}}{1 + \sqrt{1 - e^2}}, \quad \text{tang. } \Theta_1 = \frac{\sin. 2\Theta}{e_1 + \cos. 2\Theta},$$

$$e_2 = \frac{1 - \sqrt{1 - e_1^2}}{1 + \sqrt{1 - e_1^2}}, \quad \text{tang. } \Theta_2 = \frac{\sin. 2\Theta'}{e_2 + \cos. 2\Theta'}$$

u. s. w.

u. s. w.

Bezeichnet man den Grenzwert für die  $\Theta$ 's durch  $\Theta$ , so wird zuletzt erhalten:

$$F(e_1, \Theta) = \Theta (1 + e_1) (1 + e_2) (1 + e_3) \dots$$

Setzt man aber in Bezug auf eine Ellipse, deren grosse Halbaxe  $a$ , kleine Halbaxe  $b$ ,  $\sqrt{a^2 - b^2} = c$ , so wird

$$e_1 = \frac{a - b}{a + b}$$

$$e_2 = \frac{\frac{a+b}{2} - \sqrt{ab}}{\frac{a+b}{2} + \sqrt{ab}}$$

$$= \frac{a_1 - b_1}{a_1 + b_1}, \quad \text{wenn man setzt } \frac{a+b}{2} = a_1, \sqrt{ab} = b_1.$$

u. s. w.

$$\text{folglich } F(e, \theta) = \Theta \cdot \left(1 + \frac{a-b}{a+b}\right) \left(1 + \frac{a_1-b_1}{a_1+b_1}\right) \left(1 + \frac{a_2-b_2}{a_2+b_2}\right) \dots$$

$$= \frac{\Theta \cdot 2 a \cdot 2 a_1 \cdot 2 a_2 \dots}{(a+b)(a_1+b_1)(a_2+b_2)\dots} = \frac{\Theta \cdot a \cdot a_1 \cdot a_2 \dots}{a_1 a_2 a_3 \dots}$$

$F(e, \theta) = \frac{\Theta \cdot a}{\mu}$ , wenn  $\mu$  die Grenze für das arithmetisch-geometrische Mittel von  $a, b, a_1, b_1$  u. s. w. was mit dem früheren zusammenfällt, wenn  $\Theta = 2\pi, a = 1$ .

Ist  $\Theta$  die Grenze für die Amplituden, so sind diese bei beiden Berechnungen auf den verschiedenen Stufen mit Ausnahme der ersten ungleich,\*) wenn auch die  $e$  gleich sind. Uebrigens bedient sich auch Lagrange und nach ihm Legendre zur Berechnung von  $\int d\theta \sqrt{1 - e^2 \sin^2 \theta}$  ebenfalls des arithmetisch-geometrischen Mittels; (Klügel's math. Wörterbuch Th. 4, S. 220 u. 222). Denn dort ist  $\frac{1 - \cos. \varepsilon}{1 + \cos. \varepsilon} = \sin. \varepsilon'$ , und  $\frac{1 - \cos. \varepsilon'}{1 + \cos. \varepsilon'} = \sin. \varepsilon''$  identisch mit der Landen'schen Substitution. Die Anwendung des Vorigen auf das mathematische Pendel ist nun leicht. Die Differenzialgleichung für die Bewegung desselben ist

$$dt = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{1}{g}} \cdot \frac{d\varphi}{\sqrt{\sin. \frac{1}{2} \varphi'^2 - \sin. \frac{1}{2} \varphi^2}}, \text{ wo } \varphi' \text{ der Winkel ist, den das Pendel}$$

beim Anfange der Bewegung mit der Vertikale macht,  $\varphi$  der veränderliche. Setzt man  $\sin. \frac{1}{2} \varphi = \sin. \frac{1}{2} \varphi' \cdot \sin. v$ , so wird

$$dt = \sqrt{\frac{1}{g}} \cdot \frac{dv}{\sqrt{\cos. v^2 + \cos. \frac{1}{2} \varphi'^2 \sin. v^2}}$$

Man hat demnach zur Bestimmung von  $t$  das frühere  $m = 1, n = \cos. \frac{1}{2} \varphi'$  zu nehmen, und erhält für Eine Schwingung zu beiden Seiten der Vertikale

$$t = \pi \cdot \sqrt{\frac{1}{g}} \cdot \frac{1}{\mu}$$

Für  $\varphi' = 60^\circ$  ist  $m''' = n'''$  bis auf 7 Decimalen und  $\frac{1}{\mu} = 1,0731820$ .

\*) Man ersieht dies aus den zur Berechnung der Amplituden dienenden Formeln.

Nach Gauss.

$$\text{tang. } \psi = \frac{b}{a} \text{ tang. } \varphi$$

$$\sin. \varphi' = \frac{\sin. \frac{1}{2} (\varphi + \psi)}{\cos. \frac{1}{2} (\varphi - \psi)},$$

$$\text{tang. } \varphi' = \frac{\sin. \frac{1}{2} (\varphi + \psi)}{\sqrt{\cos. \varphi \cdot \cos. \psi}},$$

$$\text{tang. } \psi' = \frac{b'}{a'} \text{ tang. } \varphi'$$

$$\sin. \varphi'' = \frac{\sin. \frac{1}{2} (\varphi' + \psi')}{\cos. \frac{1}{2} (\varphi' - \psi')},$$

$$\text{tang. } \varphi'' = \frac{\sin. \frac{1}{2} (\varphi' + \psi')}{\sqrt{\cos. \varphi' \cdot \cos. \psi'}}$$

u. s. w.

$$\varphi^\infty = \Theta.$$

Landen'sche Substitution.

$$\text{tang. } (\theta' - \theta) = \frac{b}{a} \text{ tang. } \theta$$

$$\text{tang. } (\theta'' - \theta') = \frac{b'}{a'} \text{ tang. } \theta'$$

$$\text{tang. } (\theta''' - \theta'') = \frac{b''}{a''} \text{ tang. } \theta''$$

u. s. w.

$$\theta^\infty = \Theta.$$

Die bekannte Reihenentwicklung

$$t = \pi \sqrt{\frac{1}{g}} \left[ 1 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 \sin^2 \frac{1}{2} \varphi^2 + \left(\frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 4}\right)^2 \sin^4 \frac{1}{2} \varphi^2 + \left(\frac{1 \cdot 3 \cdot 5}{2 \cdot 4 \cdot 6}\right)^2 \sin^6 \frac{1}{2} \varphi^2 + \dots \right]$$

würde die Berechnung von 3mal mehr Gliedern verlangen, um eine gleiche Genauigkeit zu erreichen.

Wenn man in der Differentialgleichung für die Bewegung des Pendels imaginäre Faktoren benutzt, so kann man folgende stark convergirende Reihe erhalten:

$$t = \pi \sqrt{\frac{1}{g}} \cdot \left[ 1 + \operatorname{tg} \frac{1}{4} \varphi^2 + \frac{1}{\cos \frac{1}{4} \varphi^2} \left( \frac{1}{4} \operatorname{tg} \frac{1}{4} \varphi^4 + \left(\frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 4}\right)^2 \operatorname{tg} \frac{1}{4} \varphi^8 + \left(\frac{1 \cdot 3 \cdot 5}{2 \cdot 4 \cdot 6}\right)^2 \operatorname{tg} \frac{1}{4} \varphi^{12} + \dots \right) \right]$$

Die Berechnung von 3 Gliedern derselben ergibt

$$t = \pi \sqrt{\frac{1}{g}} \cdot 1,0731820.$$

## 10. Zwei Beispiele der Catacaustica.

Wenn die Gleichung einer Geraden, die durch einen Punkt  $(x, y)$  geht, und mit der Abscissenaxe einen Winkel bildet, dessen trigonometrische Tangente  $= P$ , so ist für eine reflectirende Curve, wenn  $p = \frac{dy}{dx}$

$$P = \frac{2px - (1-p^2)y}{2py + (1-p^2)x} \quad *)$$

Wenn  $q = \frac{dp}{dx}$ , so sind die Coordinaten  $X$  und  $Y$  des dem Punkte  $(x, y)$  entsprechenden Punktes der Catacaustica:

$$\frac{X}{2} = \frac{p(px - y)^2 - qx(x^2 + y^2)}{(1+p^2)(px - y) - 2q(x^2 + y^2)}$$

$$\frac{Y}{2} = \frac{(px - y)^2 + qy(x^2 + y^2)}{-(1+p^2)(px - y) + 2q(x^2 + y^2)}$$

vorausgesetzt, dass die Strahlen aus dem Punkte  $(x, y)$  divergiren. Für Parallelstrahlen wird

$$X = x + \frac{p}{q}(1-p^2), \quad Y = y + \frac{p^2}{q}.$$

Als erstes Beispiel nehmen wir den Mittelpunkt einer Ellipse als stralenden Punkt.

Man kann diese Catacaustica durch geometrische Construction darstellen, indem man die Normalen der verschiedenen Punkte des Umfangs der Ellipse construirt, die mit den Leitstrahlen aus den Brennpunkten gleiche Winkel bilden müssen. Setzt man  $x = a \cos. \Theta$ ,  $y = b \sin. \Theta$ , so wird  $p = -\frac{b}{a} \cot. \Theta$ ,  $q = -\frac{b}{a^2 \sin. \Theta^3}$ ,  $px - y = -\frac{b}{\sin. \Theta}$ ,  $1 + p^2 = \frac{a^2 \sin. \Theta^2 + b^2 \cos. \Theta^2}{a^2 \sin. \Theta^2}$ ,  $x^2 + y^2 = a^2 \cos. \Theta^2 + b^2 \sin. \Theta^2$  und man erhält

$$X = \frac{2a^2 \cos. \Theta^3}{2b^2 - a^2 + 3c^2 \cos. \Theta^2}, \quad Y = -\frac{2b^2 \sin. \Theta^3}{2b^2 - a^2 + 3c^2 \cos. \Theta^2}$$

\*) J. Herschel's Optik. § 137.

Man kann die durch Reflexion entstandenen Linien nach Brewster's Vorgange sehr schön durch schmale gutpolirte Stahlfedern darstellen, die man nach den zuvor auf einem Reissbrette entworfenen Curven biegt. Es ist interessant, die construirten Brennlinien mit den durch Sonnen-Magnesium- und Lampenlicht hervorgebrachten zu vergleichen.

Als zweites Beispiel einer Brennlinie durch Zurückwerfung für Parallelstralen diene die Cycloide. Die Gleichungen der Cycloide sind, wenn  $r$  der Radius des Erzeugungskreises,  $\theta$  der Winkel, den dieser Radius mit der Ordinatenaxe macht,  $x = r\theta - r \sin. \theta$ ,  $y = r - r \cos. \theta$ . Nach Vertauschung der Axen, damit die Parallelstralen in die Richtung der Ordinatenaxe fallen,

$$\text{hat man } p = \text{tg.} : \theta. \quad 2q = \frac{1}{r \cos. : \theta^2 \sin. \theta},$$

$$\text{folglich } \left. \begin{aligned} X &= \frac{r}{2} - \frac{r}{2} \cos. 2\theta = Y^1 \\ Y &= \frac{r \cdot 2}{2} \theta - \frac{r}{2} \sin. 2\theta = X^1 \end{aligned} \right\} \text{ durch Zurückführung auf die ursprünglichen Axen,}$$

woraus man sieht, dass die Catacaustica der Cycloide wieder eine Cycloide von den halben Dimensionen ist; jede Hälfte der reflectirenden Cycloide erzeugt eine ganze Cycloide der Catacaustica.

## 11. Eine Diacaustica.

Es sei A Fig. 9. ein leuchtender Punkt unter Wasser,  $AB = h$  die kürzeste Entfernung von A bis zur Oberfläche desselben, AC ein Lichtstral, der mit  $h$  den Winkel  $i'$  bildet, CD der in die Luft gebrochene Stral, der mit dem Einfallslothe den Winkel  $i$  bildet, dann ist  $CB = h \text{ tang. } i'$ . Ein 2ter Stral mache mit  $h$  den Winkel  $k'$ , an der Oberfläche des Wassers mit dem Einfallslothe den Winkel  $k$ , dann bilden die beiden gebrochenen Stralen rückwärts verlängert ein Dreieck, dessen Grundlinie in der Wasserebene. Die Höhe dieses Dreiecks ist

$$y = \frac{h \cos. \frac{(i' - k')}{2} \cos. i. \cos. k. \cos. \frac{(i + k)}{2}}{n \cos. \frac{(i - k)}{2} \cos. i'. \cos. k'. \cos. \frac{(i' + k')}{2}}$$

für zwei unendlich nahe Stralen, die aus A ausgehen, also für die Diacaustica wird

$$y = \frac{h \cos. i^3}{n \cos. i'^3}, \text{ der Abstand von } h$$

$$x = \frac{h (n^2 - 1) \sin. i'^3}{\cos. i'^3},$$

woraus folgt  $\left(\frac{y \cdot n}{h}\right)^{\frac{2}{3}} + (n^2 - 1) \left(\frac{x}{h}\right)^{\frac{2}{3}} = 1$ .

Vertauscht man  $x$  mit  $y$ , so erhält man die Gleichung der Evolute einer Ellipse, deren grosse Halbaxe  $= h n$ , kleine Halbaxe  $= h \sqrt{n^2 - 1}$ , Abstand des Brennpunktes vom Centrum  $= h$ . Die Führung der Tangenten an die Brennlinien aus einem gegebenen Augenpunkte lässt sich am genauesten durch Rechnung vollführen, wobei eine kleine Hülftafel bequeme Dienste leistet.

## 12. Brechung des Lichtes in einem 3seitigen Prisma.

Sind  $a$  und  $a'$  die äusseren in derselben das Prisma schneidenden Ebene liegenden Winkel,  $b$  und  $b'$  die entsprechenden inneren,  $c$  der von den Seitenebenen des Prisma's gebildete Winkel, so ist  $b + b'$  bekannt und man braucht nur  $b' - b$  zu suchen. Aus den Gleichungen  $\sin. a' = n \sin. b'$  und  $\sin. a = n \sin. b$  wird aber ganz leicht erhalten

$$\text{tang.} \left( \frac{b' - b}{2} \right) = \frac{\text{tg.} \frac{(a' - a)}{2}}{\text{tg.} \frac{(a' + a)}{2}} \cdot \text{tg.} \left( \frac{b' + b}{2} \right)$$

$$n = \frac{\sin. \frac{a' + a}{2} \cos. \frac{(a' - a)}{2}}{\sin. \frac{c}{2} \cos. \frac{(b' - b)}{2}} = \frac{\sin. \frac{(a' - a)}{2} \cdot \cos. \frac{(a' + a)}{2}}{\cos. \frac{c}{2} \cdot \sin. \frac{(b' - b)}{2}}$$

$$n^2 = \frac{\sin. (a' + a) \cdot \sin. (a' - a)}{\sin. c \cdot \sin. (b' - b)}$$

## 13. Brechung und Reflexion des Lichtes in einer durchsichtigen Kugel.

Wenn der Winkel, welchen der auf eine durchsichtige Kugel fallende Lichtstral mit dem austretenden im Innern einmal reflectirten Strale bildet, mit  $\Delta$  für die wirksamsten Stralen bezeichnet wird, so ist

$$\cos. \frac{\Delta}{2} = \frac{(n^2 + 8) \cdot \sqrt{\frac{n^2 - 1}{3}}}{3 n^2}$$

$$n^2 \sin. \frac{\Delta}{2} = \frac{(4 - n^2)^{\frac{3}{2}}}{3}$$

Für die zweimal gebrochenen und zweimal reflectirten wirksamsten Stralen ist für

$$\sin. a = \sqrt{\frac{9 - n^2}{8}}, \quad \sin. b = \frac{1}{n} \sqrt{\frac{9 - n^2}{8}}$$

$$\frac{1}{2} \Delta = 90^\circ - (3b - a)$$

$$\sin. (3b - a) = \frac{\sqrt{n^2 - 1} \cdot (9 - n^2)^{\frac{3}{2}}}{8 n^3}$$

$$\cos. (3b - a) = \frac{(n^2 + 9)(n^2 - 3)}{8 n^3} + \frac{3}{2n}$$

## 14. Klangfiguren.

Es ist auffallend, dass in keiner französischen oder englischen Schrift naturgetreue Abbildungen der Klangfiguren vorkommen. In dem neuesten Werke Tyndall's über den Schall ist eine ganze Reihe unrichtiger Darstellungen von Klangfiguren auf schwingenden Quadratscheiben enthalten, darunter auch die zu Fig. 8 gehörige geschlossene Curve. Die Resultate meiner auf 3 verschiedenen planparallelen Glasscheiben vorgenommenen Messungen stellen sich in den 3 empirischen Formeln dar:

$$\left. \begin{aligned} r &= 0,40143 + 0,0171 \cos. 4t + 0,00127 \cos. 8t \\ r &= 0,40148 + 0,0172 \cos. 4t + 0,00127 \cos. 8t \\ r &= 0,4019 + 0,0168 \cos. 4t + 0,0013 \cos. 8t \end{aligned} \right\} \text{für die Seite des Quadrats} = 1.$$

Die Uebereinstimmung der Formel mit den Messungen erreicht beinahe die Zehntausendtheile des Ganzen. Dagegen verfällt Tyndall bei dieser Curve in den gewöhnlichen Fehler, dass er sie als ein Quadrat mit sanft abgerundeten Ecken ansieht, während Manche nach ihren Pseudo-Theorieen sogar herausbringen, diese Figur sei ein vollständiges Quadrat. Andere setzen die Klangfiguren wie Stickmuster aus einzelnen, sich wiederholenden einfachen Figuren zusammen, obgleich in Wahrheit jeder schwingende Körper ein Ganzes bildet, der sich in solche Theile zerlegt, die von den Gleichgewichtsbedingungen des ganzen Körpers abhängen. So nähern sich bei den mit beiden freien Enden schwingenden Stäben für die höheren Töne die Abstände der Knoten von den Rändern dem Verhältnisse 4 : 11 : 12, aber man darf nicht von diesem, bei den einfachsten Schwingungen gar nicht stattfindenden Verhältnisse ausgehen, welches aus der Theorie der schwingenden Stäbe für die höheren Töne desselben Stabes sich als eine nothwendige Folge ergibt. Aehnlich wird es sich auch bei den schwingenden Quadratscheiben verhalten, wenn die wahre Theorie derselben entdeckt sein wird, wozu nach einer Aeusserung des grössten Meisters in der theoretischen Akustik des Professor Kirchhoff in Heidelberg bis jetzt noch gar keine Aussicht vorhanden ist. Als verfehlt muss Terquem's Theorie der rechteckigen Scheiben\*) angesehen werden, wenn sie auch auf der bekannten richtigen Differentialgleichung für die schwingenden Scheiben beruht, weil durch unrichtige Schlüsse aus ihr die Identität der festen Punkte der schwingenden Quadratscheiben und der Knoten der frei schwingenden Stäbe gefolgert wird, was der Erfahrung vollständig widerspricht. Nach der Angabe mancher Lehrbücher eignen sich zu den Versuchen über schwingende Scheiben am besten Scheiben aus Fensterglas; aber diese natürlich sehr unregelmässigen, sonst sehr billigen Scheiben, sind zu genauen Versuchen gar nicht geeignet, auch nicht einmal genau gearbeitete Metallscheiben wegen des unregelmässigen crystallinischen Gefüges. Nur planparallele Scheiben von Spiegelglas, auf denen man die Klangfiguren in Reihen einzelner Sandkörner durch Ueberstreuung mit wenig Sand hervorbringt, sind allein brauchbar. Wenn einer der jüngeren Akustiker meint, ich sei durch sehr genaue Versuche zu unrichtigen Resultaten gelangt, so möchte ich gegenüber einer solchen ungewöhnlichen Ansicht fragen, wie ungenau man denn beobachten müsse, um zu richtigen Resultaten zu gelangen. Natürlich werden meine Versuche dadurch nicht weiter aufgehalten werden, nachdem sich zwischen Kirchhoff's Theorie der schwingenden Kreisscheiben und meinen Messungen eine so gute Uebereinstimmung gezeigt hat, die sich bis auf die Tausendtel des Radius erstreckt. — Programm der Petrischule 1855.

\*) Comptes rendus Nr. 16. 1865.

### 15. Polarisation des Lichtes.

Eine Anzahl planparalleler, dicker Stücke von durchsichtigem Bernstein zeigte im polarisirten Lichte keine Farbenercheinungen. Die gleichartige Dichtigkeit des Bernsteins mag durch den gleichmässigen, Jahrtausende hindurch fortgesetzten Wasserdruck hervorgebracht sein. —

Den einfachsten Polarisations-Apparat hat man an jeden planparallelen schnell gekühlten Glase. Wird ein solches gegen eine um  $90^\circ$  von der Sonne entfernte Stelle des heiteren Himmels gehalten, so sieht man die Farbenkreuze des polarisirten Lichtes oft sehr schön. Wird ein Theil der Hinterwand des Glases mit Tusche geschwärzt, so verschwindet für diese Stelle die Erscheinung. Polarisations-Erscheinungen im aufthauenden Eise der Fensterscheiben gegenüber der polarisirenden Stelle des heiteren Himmels, beobachtet man im analysirenden abgetropften Wasser der Fensterbank unter den Scheiben.

Das Licht des Regenbogens ist bekanntlich polarisirt, ebenso des künstlichen Regenbogens oder Farbenkreises, den man zu jeder Zeit im Sonnenlichte erhält, wenn man eine Bürste in's Wasser taucht, sie schräg gegen einen dunkelen Hintergrund hält und die Haare derselben von oben nach unten streicht. Bei der Nähe der Augen an der Tropfenwand sieht jedes Auge seine beiden Regenbogen. Bei Anwendung eines Nicol'schen Prisma's in bestimmter Lage verschwindet der natürliche und künstliche Regenbogen vollständig.

### 16. Der Leidenfrost'sche Versuch.

Tyndall hat durch Anwendung einer Linse gezeigt, dass bei diesem Versuche der Wassertropfen in keiner unmittelbaren Berührung mit dem erhitzten Metalle steht. Vor vielen Jahren habe ich einen Versuch angestellt, der hiermit übereinstimmt. Man bringt den umgekehrten Deckel eines Platintiegels mit erhöhtem Seitenrande über eine Weingeistflamme und erhitzt den Deckel so stark, dass der darauf gebrachte Tropfen nicht verdunstet. Bläst man nun mit dem horizontal gehaltenen Löthrohr auf den Tropfen, so verschwindet dieser für das Auge vollständig wegen der schnellen, durch keine oder geringste Reibung gehinderten Bewegung, wird aber wieder sichtbar, wenn man das Blasen einstellt.

### 17. Zwei electriche Versuche.

Bringt man zwei auf den Kugeln des Henly'schen allgemeinen Ausladers befindliche Phosphorstücke in gleiche Entfernung von einer Lichtflamme des isolirten Tischchens und setzt die Kugeln in Verbindung mit dem positiven und negativen Conductor einer mässig bewegten Electricir-Maschine bei schwachem Druck der Reibzeuge, so brennt nach kurzer Zeit jedesmal der negative Phosphor, indem die für sich positive Flamme nach der negativen Kugel sich neigend diese stärker erwärmt. Befinden sich dagegen die beiden Phosphorstücke unter gleichen Umständen zwischen einem Stück brennenden Phosphors, so brennt sehr bald der positive Phosphor. Zudem wirft sich die bis zur Decke des Zimmers reichende Wolke der phosphorigen Säure auch bei beträchtlicher Länge des positiven Conductors in Form eines verschwindenden Nebels an den Conductor und bildet an diesem eine Verbindung der Phosphorsäure mit dem Metall.

Wenn man die Luft in der Glocke der Luftpumpe bis auf einige Zolle der Barometerprobe verdünnt und nun eine elektrische Batterie durch die Glocke von der metallenen Decke zum Teller entladet, so zeigt sich ein starker bläulich weisser Funke von der Mitte des oberen Metalls bis zum unteren, selbst wenn die Glocke über 3 Fuss hoch ist. Verdünnt man die Luft etwa bis zu 2 Linien, so ist die ganze Glocke bei der Entladung der Batterie mit einem röthlichen Nebel erfüllt, aber in der Mitte steht vom Boden des Tellers bis zur Mitte der Decke ein carminrothes Ellipsoid. Bei manchen Verdünnungen, die ich noch nicht habe feststellen können, hat das Ellipsoid oben und unten weisse, blätterartige Einfassungen; auch habe ich zuweilen einen weissen und einen rothen Funken gleichzeitig gesehen. Ueberdies scheint bei derselben Stärke der elektrischen Ladung das Luftvolumen von Einfluss. So habe ich bei 4 Fuss langen Röhren von  $1\frac{1}{2}$  Zoll Durchmesser kein Purpurlicht wahrgenommen.

18. Schwerpunkt einer Fläche zwischen Abscisse und Ordinate  
und dem Bogen einer Curve, deren Gleichung  $y^n = p x^m$ .

Die bekannten Formeln  $F = \int_0^x y dx$ ,  $F x_1 = \int_0^x y x dx$ ,  $F y_1 = \frac{1}{2} \int_0^x y^2 dx$ ,  
ergeben für diese Curve:

$$x_1 = \frac{(m+n)x}{m+2n}, \quad y_1 = \frac{(m+n)y}{2(m+n)}$$

19. Schwerpunkt eines dreieckigen gleichmässig beschwerten Rahmens,  
in welchem die 3 parallelen Seiten den Abstand  $m$  von einander haben.

Bezeichnet  $h$  die Höhe des äusseren Dreiecks,  $r$  den Radius des einbeschriebenen Kreises,  $y$  den Abstand des Schwerpunktes von der zu  $h$  gehörigen Grundlinie, so ist  $y(2r - m) = (r - m)(h - r + m) + \frac{h m^2}{3r}$ . Setzt man  $m = r$ , so erhält man den Schwerpunkt der gleichmässig beschwerten Dreiecksfläche; ist  $m = 0$ , so erhält man  $2y = h - r$ , oder den Schwerpunkt des Dreiecks, dessen 3 Seiten gleichmässig beschwert sind. Die beiden bekannten Aufgaben vom Schwerpunkte des Dreiecks erscheinen also hier als besondere Fälle einer allgemeineren Aufgabe.

20. Maxima und Minima.

Aufgabe. Wie hoch über einer begrenzten Horizontalen  $a$  muss ein leuchtender Punkt stehen, um eine am Ende derselben befindliche kleine horizontale Fläche am stärksten zu beleuchten?

Auflösung. Es sei  $J$  die Intensität des Lichtes in der Entfernung 1,  $\Theta$  der Winkel, unter welchem das Licht die kleine horizontale Fläche trifft, so ist in der Entfernung  $a$  die Intensität =  $\frac{J \cdot (x - x^3)}{a^2}$ , wenn  $\sin. \Theta = x$ , folglich für das Maximum  $x^2 = \frac{1}{3}$ , die grösste Intensität selbst =  $\frac{2}{9} \sqrt{3} \cdot \frac{J}{a^2}$ .

**Aufgabe.** Aus einer mit dem Radius  $r$  beschriebenen Kreisfläche soll ein Sector geschnitten werden, der als Mantel eines senkrechten Kegels den grössten Cubikinhalte einschliesst.

**Auflösung.** Der Winkel am Centrum sei  $= C$ ,  $\cos. \Theta = \frac{C^\circ}{360^\circ}$ , so ist der Cubikinhalte des Kegels  $= \frac{1}{3} r^3 (\sin. \Theta - \sin. \Theta^3) \pi$ , folglich für das Maximum  $\sin. \Theta^2 = \frac{1}{3}$ ,  $\cos. \Theta = \sqrt{\frac{2}{3}}$ ,  $C = 360^\circ \cdot \sqrt{\frac{2}{3}}$ , der cubische Inhalt  $= \frac{2}{27} r^3 \sqrt{3} \pi$ . — Der in die Kugel eingeschriebene senk-

rechte Kegel mit grösstem Mantel. Der Radius der Kugel sei  $= r$ , der Winkel, den ein vom Centrum nach einem beliebigen Punkte im Umfange der Basis des Kegels gezogener Radius mit dessen Axe bildet, sei  $= \Theta$ , so ist die krumme Oberfläche  $F$  des Kegels, dividirt durch die Oberfläche  $S$  der Kugel oder  $\frac{F}{S} = \sin. \frac{1}{2} \Theta - \sin. \frac{1}{2} \Theta^3$ , folglich für das Maximum  $\cos. \Theta = \frac{1}{3}$ ,  $F = \frac{2}{9} \sqrt{3} S$ . — Wenn die Gesamtoberfläche des Kegels, d. h. Mantel und Basis zusammen ein Maximum sein soll, und  $F$  die Gesamtoberfläche bezeichnet, so ist

$$\frac{F'}{S} = 2 \sin. \frac{\Theta}{2} \cos. \frac{1}{2} \Theta^2 \sin. (45^\circ + \frac{1}{4} \Theta)^2 = x + x^2 - x^3 - x^4, \text{ wenn } x = \sin. \frac{\Theta}{2}.$$

Für das Maximum ist  $8x = 1 + \sqrt{17}$ ,  $F' = \frac{(107 + 51\sqrt{17})}{512}$ . — Der cubische Inhalt des einbeschriebenen Kegels ist  $= \frac{1}{3} r^3 \pi (1 - \cos. \Theta^2) (1 + \cos. \Theta)$ . Für  $\cos. \Theta = \frac{1}{3}$  findet das Maximum statt, der cubische Inhalt des grössten Kegels  $= \frac{32}{81} r^3 \pi$ . — Der cubische Inhalt des grössten in die Kugel einbeschriebenen Cylinders  $= \frac{4}{9} \sqrt{3} r^3 \pi$ ,  $\cos. \Theta^2 = \frac{1}{3}$ . — Der Mantel des einbeschriebenen Cylinders  $= 2 r^2 \pi$ , wobei  $\Theta = 45^\circ$ . — Die Gesamtoberfläche  $Q$  des einbeschriebenen Cylinders dividirt durch  $r^2 \pi = 2 \sin. 2\Theta + 1 - \cos. 2\Theta$ , folglich für das Maximum  $\tan. 2\Theta = -2$ , und  $\frac{Q}{r^2 \pi} = 1 + \sqrt{5}$ .

**Aufgabe.** Man soll den Winkel finden, unter dem ein Körper gegen den Horizont geworfen werden muss, damit der von diesem und dem parabolischen Bogen begrenzte Flächenraum ein Maximum werde.

**Auflösung.** Die  $i$  bestimmende Gleichung ist  $3 \cos. i^2 - \sin. i^2 = 0$ , folglich  $i = 60^\circ$ .

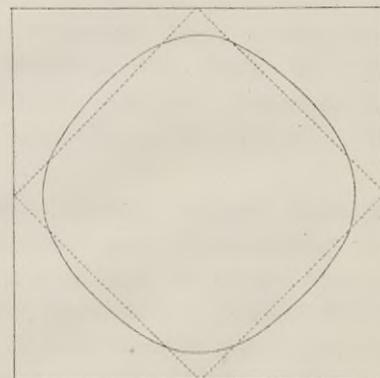
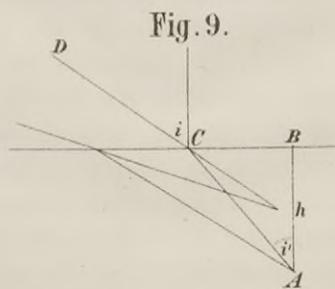
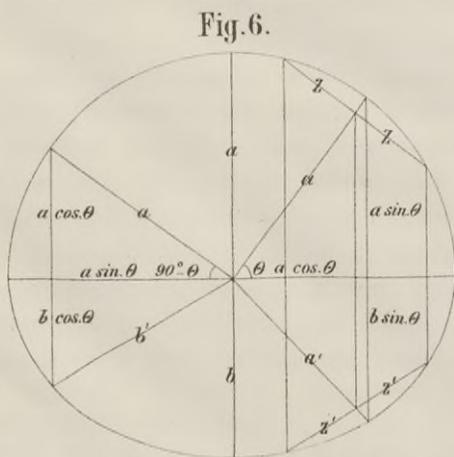
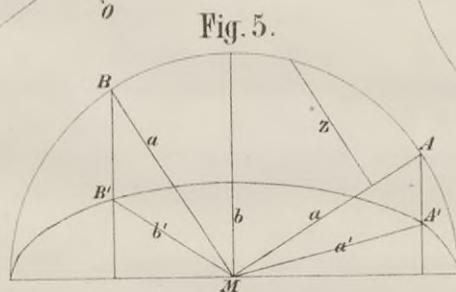
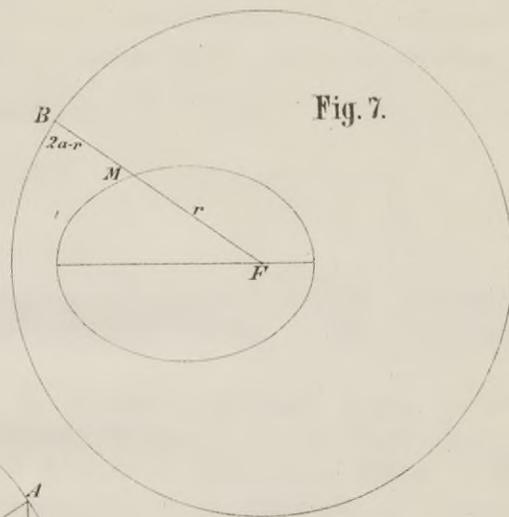
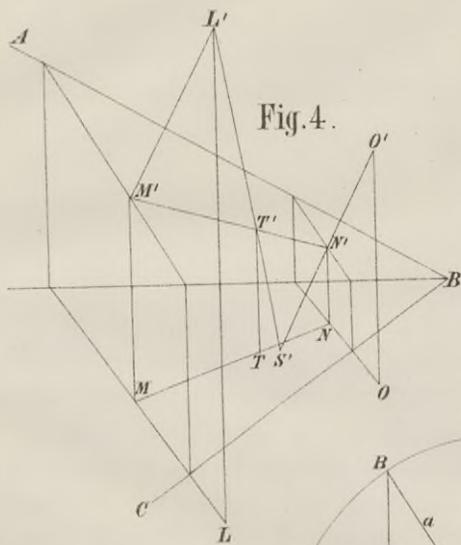
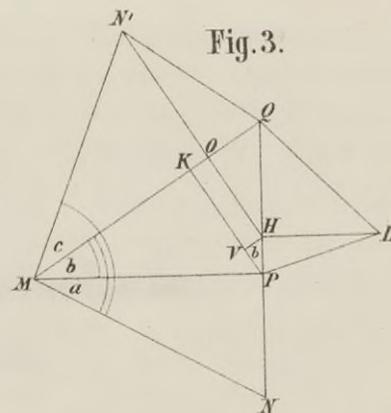
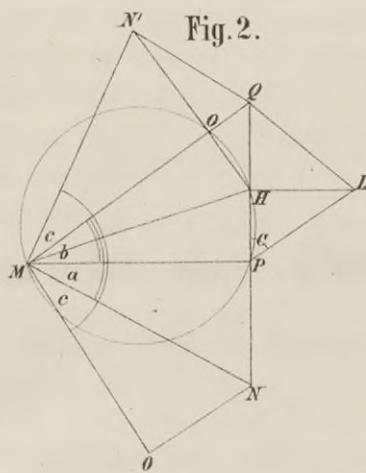
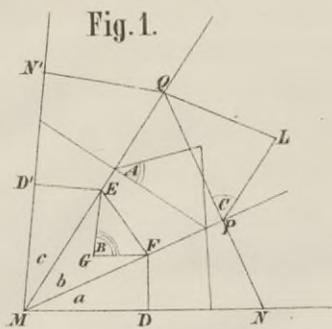
**Aufgabe.** Den Winkel des Wurfs zu bestimmen, wenn der parabolische Weg oder die Länge der Parabel zwischen den beiden Endpunkten im Horizont ein Maximum sein soll.

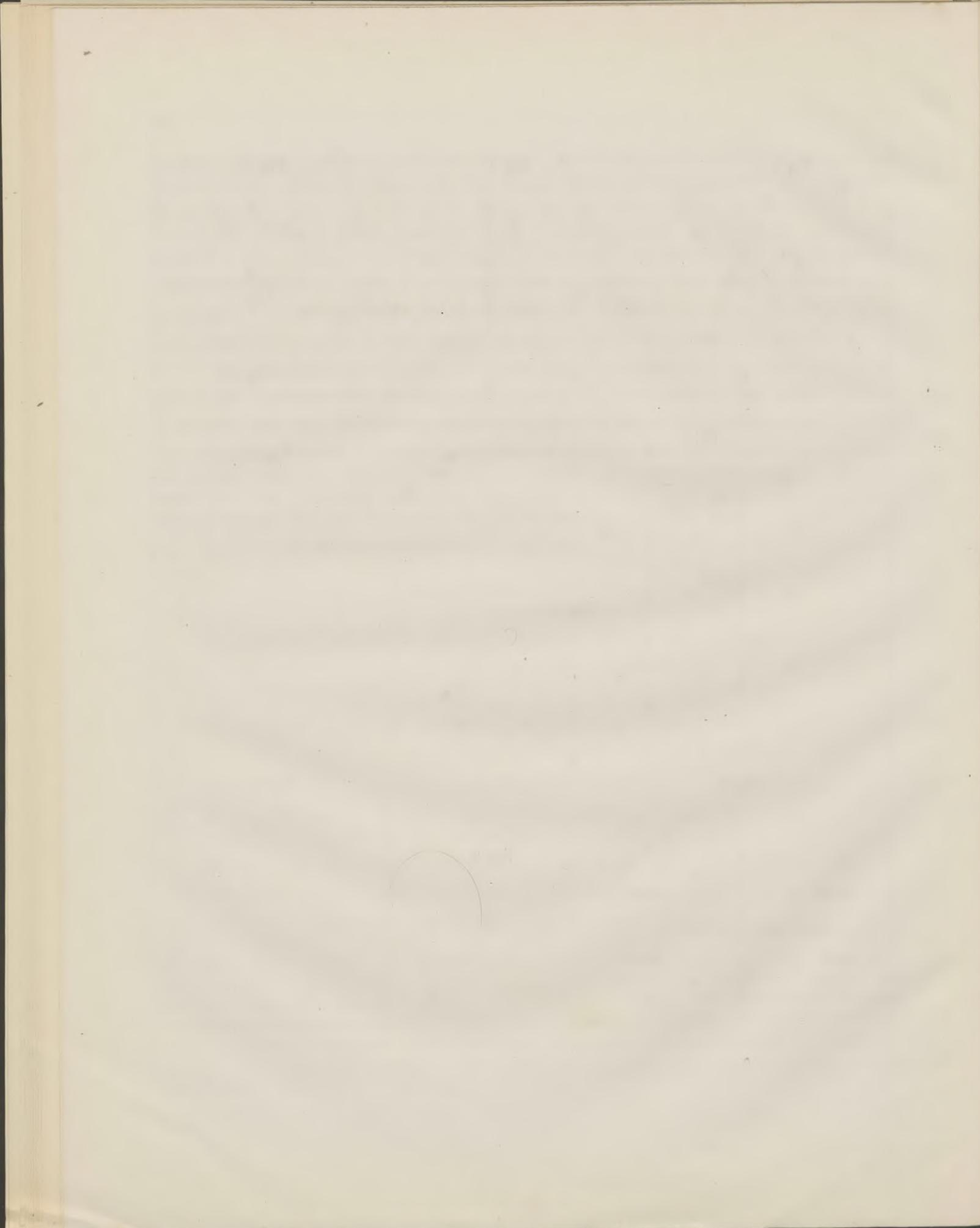
**Auflösung.** Die Länge des parabolischen Bogens  $s$  zwischen den beiden Punkten des Horizonts ist  $= \frac{2k^2}{2g} (\sin. i + \cos. i^2 \log. \frac{(1 + \sin. i)}{\cos. i})$  wo  $g$  die Schwere,  $k$  die Geschwindigkeit.

$\frac{d s}{d i} = 0$  führt auf die Gleichung  $1 = \sin. i \cdot \log. \tan. (45^\circ + \frac{1}{2} i)$ , woraus man durch Näherung findet  $i = 56^\circ 27' 57''$ . — Ueber die Körper vom grössten Volumen bei gleicher Oberfläche und kleinster Oberfläche bei gleichem Volumen. — Comptes rendus. 1866. Nr. 9. — Die Bedingungsgleichungen sind  $dV = 0$ ,  $dS = 0$ , wenn  $V$  das Volumen,  $S$  die Oberfläche bezeichnet. — Für ein cylindrisches Gefäss mit Kreisbasis, deren Radius  $= r$ , Höhe  $= h$ , ist die Oberfläche der Wände  $S = \pi r^2 + 2 \pi r h$ ,  $V = \pi r^2 h$ . Durch Differentiation und Elimination von  $d r$  und  $d h$  wird erhalten  $h = r$  für das Maximum des Inhalts. — Wenn das Volumen eines

konischen Gefässes gegeben ist, so hat man  $V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$ , und  $S = \pi r \sqrt{r^2 + h^2}$ , woraus man findet  $h = r\sqrt{2}$ . — Wenn der Kegel, statt offen zu sein, durch eine ebene Kreisfläche  $\pi r^2$  geschlossen ist, so wird  $S = \pi r^2 + \pi r \sqrt{r^2 + h^2}$ ,  $V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$ . Man erhält für  $dV = 0$ ,  $dS = 0$ ,  $h = 2r\sqrt{2}$ . Wird der Kegel anstatt der ebenen Grundfläche durch eine Halbkugel geschlossen, so ist  $V = \frac{2}{3} \pi r^3 + \frac{1}{3} \pi r^2 h$ ,  $S = \pi r \sqrt{r^2 + h^2} + 2\pi r^2$ . Die Differentiation und Elimination von  $d h$  und  $d r$  ergibt, wenn  $\frac{h}{r} = z$  gesetzt wird die Gleichung  $z^4 + 12z^3 + 16z^2 - 24z - 12 = 0$ . Die Wurzeln dieser Gleichung sind  $x_0 = 1, 125983$ ,  $x_1 = -0, 418583$ ,  $x_2 = -2, 492487$ ,  $x_3 = -10, 214913$ , deshalb für unseren Fall  $\frac{h}{r} = 1, 125983$ .

Für eine senkrechte Pyramide mit quadratischer Grundfläche und der Seite  $a$  ist  $V = \frac{1}{3} a^2 h$ , die Oberfläche ohne die Basis  $= 2 a \sqrt{\frac{1}{2} a^2 + h^2}$ . Dies ergibt für das grösste Volumen  $\frac{h}{a} = \frac{1}{2} \sqrt{2}$ , und wenn die Pyramide durch die quadratische Grundfläche geschlossen ist,  $\frac{h}{a} = \sqrt{2}$ . Das regelmässige Oktaeder hat den grössten Inhalt und die kleinste Oberfläche unter allen Oktaedern, die aus zwei senkrechten Pyramiden mit gemeinschaftlicher quadratischer Basis bestehen. Eben so findet man, dass unter allen senkrechten Pyramiden mit gleichseitigem Dreieck als Grundfläche das regelmässige Tetraeder das grösste Volumen bei kleinster Oberfläche besitzt.





# Jahresbericht der Petrischule.

Von Ostern 1870 bis Ostern 1871.

## I. Lehrverfassung.

### Prima.

Ordinarius: Der Director.

1. Religion. 2 St. w. — Die Lehre von der Heiligung nach Petri's Lehrbuch. Geschichte der Vor-Reformatoren und der Reformation bis zum westphälischen Frieden. — Das Evangelium Johannis gelesen und erklärt. — Pastor Schaper.

2. Deutsch. 3 St. w. — Klopstock's Oden. — In Paulsiek's Lesebuch wurde gelesen: Laokoon mit Vergleichung der verwandten Stellen aus Herder's Werken. — Aus der Hamburgischen Dramaturgie. — Ueber das Epigramm von Lessing und Herder. — Aus Justus Möser. — Die deutschen Dialekte von J. Grimm. — Charakteristik Schillers von W. v. Humboldt. — Deutsche Aufsätze. — Der Director.

3. Latein. 3 St. w. — Gelesen wurde im Sommer Sallust's bellum Iugurthinum (Cap. 1—50), im Winter Vergil's Aeneis I. II. — Repetition der gesammten Grammatik, anschliessend an wöchentliche Exercitien und Extemporalien. — Dr. Pfeffer.

4. Französisch. 4 St. w. — Gelesen wurden in 2 St. w. aus Plötz, Manuel de la littérature française die Abschnitte aus V. Hugo (mit Ausnahme von Hernani, Sandeau, Mignet, Augustin, Thierry, Töpfer; ferner Racine's Phèdre vollständig und Molière's Misanthrope z. Theil. In 2 St. wöchentlich Repetition und Erweiterung der Grammatik in französischer Sprache, besonders das Régime der Verben, des Infinit. und der Pronoms. Bis zu den Sommerferien Dr. Cosack, bis Weihnachten Hottenrott, bis Ostern Dr. Wulckow.

5. Englisch. 3 St. w. — Gelesen wurde aus Herrig British classical authors über die Parlamentsredner, Thomas Moore, Southey, Walter Scott. — Einübung und Wiederholung der Grammatik. — Exercitien und Extemporalien aus Schiller's 30jährigem Kriege; im letzten Vierteljahre wurden auch Herder'sche Parabeln übersetzt. — Vorträge über Gelesenes. — Kurzer Abriss der englischen Litteratur, eingehend über die gelesenen Auctoren, Sprechübungen mit Zugrundelegung von Crump's English as it is spoken und Franz Vocabulary. — Auswendig gelernt einiges aus Th. Moore. — Scenen aus Benedix „Mathilde“ wurden gelegentlich mündlich in's Englische übersetzt. — Aufsätze. — Hottenrott; im letzten Vierteljahre Prediger v. Schmidt.

6. Mathematik. 5 St. w. — Im Sommer-Semester: Ebene Trigonometrie mit Benutzung der trigonometrischen Tafeln. — Stereometrie. — Im Winter-Semester: Die Relationen zwischen den 3 ebenen Winkeln und den 3 Flächenwinkeln eines körperlichen Dreiecks, als Fortsetzung der Stereometrie. — Mathematische Geographie. — In jedem Semester Uebungen in praktischem Rechnen und in den höheren bürgerlichen Rechnungsarten. — Correctur geometrischer und trigonometrischer Ausarbeitungen. — Prof. Tröger.

7. Physik. 3 St. w. — Mechanik. — Der Schwerpunkt. — Das Pendel. — Wurfbewegung. — Die drei Kepler'schen Gesetze. — Die Dimensionen des Erdsphäroids. — Hypsometrie. — Elasticität des Wasserdampfes. — Physikalische Aufgaben. — Der Director.

8. Chemie. 2 St. w. — Unorganische Chemie nach Wöhler's Grundriss. — Prof. Menge.

9. Naturgeschichte. 2 St. w. — Natürliche Pflanzenfamilien mit Vorzeigung von getrockneten Pflanzen oder Abbildungen. — Prof. Menge.

10. Geschichte. 3 St. w. — In 2 St. Geschichte der neuern Zeit bis 1700. — In 1 St. Wiederholung des Alterthums und des Mittelalters. — In jedem Monat eine geographische Repetition. — Oberlehrer Boeszoermy.

11. Zeichnen. 2 St. w. — Freies Handzeichnen nach Vorlegeblättern, nach Gypsmodellen und nach der Natur. — Geometrische Projectionslehre. — Schattenconstruction und Perspective. — Landschaftsmaler Rodde.

12. Singen. 2 St. w. — Combinirt mit II., III., A. u. B., IV., A. u. B. — Vierstimmige Gesänge aus dem zweiten Theile des Sängerbundes von Erk und Greef und der Auswahl von Gesängen von P. Stein. — Choräle nach Markull's Choralbuch. — Lehrer Zur.

## Secunda.

Ordinarius: Professor Tröger.

1. Religion. 2 St. w. — Die Lehre von der Schöpfung nach Petri's Lehrbuch. — Kirchengeschichte von Constantin d. G. bis zu den Vor-Reformatoren. — Die Apostel-Geschichte gelesen und erklärt. — Pastor Schaper.

2. Deutsch. 3 St. w. — Einübung einer chronologischen Tabelle über die deutsche Literatur. — In Paulsiek's Lesebuch wurde gelesen: Ueber die Aesopische Fabel von Lessing. — J. Grimm über das Wesen der Thierfabel. — Die Einleitungen zu Grimm's Kinder- und Hausmärchen und zu den Sagen. — Der Cid. — Der Spaziergang und die Glocke von Schiller wurden gelernt. — Deutsche Aufsätze. — Der Director.

3. Latein. 4 St. w. — Gelesen wurde im Sommer Curtius lib. VI., 1–40; im Winter Ovid, (in der Ausgabe von Siebelis) St. 10, 11, 12, 13. — Grammatik nach Siberti-Meiring Cap. 91–105. — Repetition der anderen Theile der Grammatik. — Exercitien und Extemporalien. — Dr. Pfeffer.

4. Französisch. 2 St. w. — 2 St. Lectüre. Aus Plötz Manuel wurden die Abschnitte von Voltaire, Scribe, Thiers gelesen. — Der Lehrer las ausserdem vor einige Stellen aus der Henriade und aus der Galusky'schen Uebersetzung von Humboldt's Ansichten der Natur. — In 2 St. Grammatik nach II. Cours Plötz, die Abschnitte V–IX, ferner Pronom's und das Régime der Verben. — Sprechübungen. — Auswendiglernen von Gallicismen. — Thèmes. — Bis zu den Sommerferien Dr. Cosack, von da ab Dr. Wulckow.

5. Englisch. 3 St. w. — Grammatik Sonnenburg, Lection 20—38; mehrmalige Wiederholung des ganzen Pensums. — Extemporalien über durchgenommene Abschnitte der Grammatik, anfangs auch abwechselnd mit Dictaten. — Exercitien für die Einjährigen nach der Grammatik, für die Zweijährigen aus Jaep England; im letzten Vierteljahr wurden auch Herder'sche Legenden übersetzt. — Lectüre: im Sommer aus Dickens' a child's history of England; im Winter aus Herrig's British classical authors und Wash. Irving tales of the Alhambra. — Sprechübungen, theils im Anschluss an den Abriss der englischen Geschichte, in Sonnenburg, theils an Franz Vocabulary, theils an die Lectüre. — Gedichte auswendig gelernt. — Ein Aufsatz. — Hottenrott, im letzten Vierteljahre Prediger v. Schmidt.

6. Mathematik. 5 St. w. — Arithmetik 2 St.: Im Sommersemester: Wiederholung der Quadrat- und Kubik-Wurzeln. — Gleichungen des zweiten Grades. — Im Wintersemester: Arithmetische und geometrische Reihen. — Combinationslehre. — Binomischer Lehrsatz mit ganzen und gebrochenen Exponenten. — Geometrie 2 St.: In jedem Semester: Wiederholung der Planimetrie. — Im Sommersemester: Transversalen und harmonische Proportionen. — Im Wintersemester: Ebene Trigonometrie ohne Anwendung der Tafeln. — Rechnen 1 St.: Praktisches Rechnen und Vergleichung der wichtigsten Maas-, Münz- und Gewichts-Systeme. — Prof. Tröger.

7. Physik. 2 St. w. — Die allgemeinen Eigenschaften der Körper. — Die Lehre von der Wärme, Electricität, dem Magnetismus und Electromagnetismus nach dem Lehrbuch von Koppe. — Der Director.

8. Chemie. 2 St. w. — Von den Metalloiden und Säuren nach Wöhler's Grundriss. — Prof. Menge.

9. Naturgeschichte. 2 St. w. — Terminologie der Pflanzen und Uebung im Beschreiben. — Anordnung der Pflanzen nach dem Linné'schen System mit Vorzeigung von getrockneten Exemplaren. Das Pflanzenreich von S. Schilling wurde zu Grunde gelegt. — Prof. Menge.

10. Geschichte. 2 St. w. — Geschichte der Hellenen bis zur Diadochenzeit. — Wiederholung der Geschichtstabellen von Hirsch. — Oberlehrer Boeszoer meny.

11. Geographie. 1 St. w. — Physische und politische Geographie der aussereuropäischen Erdtheile. — Wiederholung der mathematischen Geographie. — Oberlehrer Boeszoer meny.

12. Zeichnen. 2 St. w. — Freies Handzeichnen nach Vorlegeblättern und nach Gypsmodellen. — Geometrische Projectionslehre. — Schattenconstruction u. Perspective. — Landschaftsmaler Rodde.

13. Singen. — Wie in Prima. — Lehrer Zur.

### Tertia. Coetus A.

Ordinarius: Dr. Cosack, seit den Sommerferien Dr. Pfeffer.

1. Religion. 2 St. w. — Combinirt mit Coetus B. — Der dritte Artikel von der Heiligung, das 3., 4. und 5. Hauptstück des Lutherischen Katechismus erklärt; ausgewählte Psalmen und Kirchenlieder gelernt. — Einleitung in die Schriften des neuen Testaments nach Petri's Lehrbuch; die Episteln des Kirchenjahres wurden erklärt und gelernt. — Pastor Schaper.

2. Deutsch. 3 St. w. — Lesen ausgewählter Stücke aus Hopf's Lesebuch. — Declamation von Gedichten und Uebung in kleineren freien Vorträgen (Biographien der bedeutenden deutschen Dichter). — Im Sommer-Halbjahr: Lectüre und Besprechung der schöneren Balladen aus Herder's Cid. — Im Winter-Halbjahr: Lectüre von Schiller's Jungfrau von Orleans. — Deutsche Aufsätze. — Bis zu den Sommerferien Oberlehrer Dr. Cosack; darauf Dr. Möller.

3. Latein. 3 St. w. — 3 St. Lectüre: Caesar de bello gall. IV. V. — 2 St. Grammatik: Siberti - Meiring Cap. 82 — 90. — Exercitien und Extemporalien. — Bis zu den Sommerferien Dr. Cosack; nachher Dr. Pfeffer.

4. Französisch. 4 St. w. — S. Tertia A. — Grammatik 2 St. — Dr. Wulckow.

5. Englisch. 4 St. w. — Im Sommer-Halbjaar wurde ein Elementar-Cursus dictirt, an die Tafel geschrieben und nachgeschrieben. — Im Winter-Halbjaar wurden die ersten 20 Lectionen aus Sonnenburg's Grammatik durchgenommen und Exercitien darüber geschrieben. — Extemporalien abwechselnd mit Dictaten. — Aus dem Englischen in's Deutsche wurden einige Abschnitte in Sonnenburg's Grammatik über die Englische Geschichte übersetzt, ausserdem 5 Capitel aus dem Vicar of Wakefield. — Sprechübungen. — Hottenrott; im letzten Vierteljahr Prediger von Schmidt.

6. Mathematik. 6 St. w. — Arithmetik 2 St.: Buchstabenrechnung. — Potenzen. — Decimalbrüche. — Quadrat- und Kubik-Wurzeln. — Gleichungen des ersten Grades mit einer und mehreren unbekanntem Grössen. — Diophantische Aufgaben. — Geometrie 2 St.: Sätze vom Kreise. — Gleichheit des Flächeninhalts und Aehnlichkeit der Figuren. — Rechnen 2 St.: In jedem Semester practisches Rechnen und Uebungen im Kopfrechnen. — Dr. Neumann.

7. Naturgeschichte. 2 St. w. — Mineralogie mit Benutzung der mineralogischen Sammlung der Schule. — Prof. Menge.

8. Geschichte. 2 St. w. — Allgemeine Uebersicht der Geschichte des Mittelalters mit Berücksichtigung der vaterländischen Geschichte und Erlernung der Geschichts-Tabellen von Hirsch. — Oberlehrer Boeszoermy.

9. Geographie. 2 St. w. — Elemente der mathematischen und physikalischen Geographie. — Physische und politische Geographie von Australien und Afrika. — Oberlehrer Boeszoermy.

10. Zeichnen. 2 St. w. — Freies Handzeichnen nach Vorlegeblättern. — Die Anfangsgründe der geometrischen Projectionslehre und der Perspective. — Landschaftsmaler Rodde.

11. Singen. 2 St. w. — Wie in Prima. — Lehrer Zur.

### Tertia. Coetus B.

Ordinarius: Dr. Pfeffer.

1. Religion. 2 St. w. — Combinirt mit Coetus A. — Pastor Schaper.

2. Deutsch. 3 St. w. — Lectüre in Hopf's Lesebuch. — Lesen und Erklären Schiller'scher Balladen, so wie einzelner Scenen aus Tell und Wallenstein. — Deutsche Aufsätze. — Grundzüge der deutschen Metrik. — Dr. Wulckow.

3. Latein. 5 St. w. — Gelesen wurde Caesar de bello gall. I., II., 1—25. Im Uebrigen wie Tertia A. — Dr. Pfeffer.

4. Französisch. 4 St. w. — In 2 St. Lectüre: Lectures choisies von Ploetz ausgewählten Stücken. — In 2 St. Grammatik nach Ploetz Cursus II, Abschnitt 1—5. Exercitien und Extemporalien. — Anfänge in Sprechübungen. — Dr. Pfeffer.

5. Englisch. 4 St. w. — Wie in A.

6. Mathematik. 6 St. w. — Wie Coetus A. — Prof. Tröger.

7. Naturgeschichte. 2 St. w. — Wie in A.

8. Geschichte. 2 St. w. — Wie in Coetus A. — Dr. Martens.  
 9. Geographie. 2 St. w. — Wie Coetus A. — Oberlehrer Boeszoermy.  
 10. Zeichnen. 2 St. w. — Wie Coetus A.  
 11. Singen. 2 St. w. — Wie in Prima. — Lehrer Zur.

### Quarta. Coetus A.

Ordinarius: Lehrer Hottenrott.

1. Religion. 2 St. w. — Combinirt mit Coetus B. — Erklärung des ersten Hauptstücks des Luther. Katechismus, dazu Sprüche und Lieder gelernt. — Einleitung in die Schriften des alten Testaments nach Petri's Lehrbuch. — Die Evangelien des Kirchenjahres wurden gelernt und erklärt. — Pastor Schaper.
2. Deutsch. 3 St. w. — Lesen und mündliche Reproduction ausgewählter Stücke aus Paulsiek's Lesebuch. — Declamirübungen und orthographische Uebungen. — In grammatischer Hinsicht wurde besonders die Lehre vom einfachen und zusammengesetzten Satze durch mündliche und schriftliche Analyse eingeübt; ausserdem die Präpositionen und die Rectionslehre und grammatische Punkte besprochen, gegen welche am häufigsten gefehlt wird. — Vorträge über Gelesenes. — Aufsätze. — Erklärung einer Auswahl von häufig vorkommenden Fremdwörtern. — Hottenrott.
3. Latein. 6 St. w. — Repetition des Cursus von Quinta. — Uebereinstimmung von Subject und Prädicat. — Nominativ, einige Regeln vom Accusativ, Genetiv, Dativ und Ablativ durchgenommen. — Einübung des Accus. c. Inf., der Participial-Constructionen und des Abl. absol. — Häufige Extemporalien zur Repetition des in der Grammatik Durchgenommenen. — Aus Weller's „Erzählungen nach Herodot wurde gelesen XIV., XV. und XVI. (theilweise). — Hottenrott.
4. Französisch. 5 St. w. — Plötz Elementarbuch, Lection 60—91 mündlich und schriftlich durchgearbeitet. Aus dem Lesebuch mehrere Stücke gelesen. Le petit vocabulaire 1—30 gelernt. — Unregelmässige Verben geübt. — Dr. Pfeffer.
5. Mathematik. 6 St. w. — Rechnen 4 St. w. — Wiederholung der Bruchrechnung. Geometrische Verhältnisse und Proportionen. Einfache und zusammengesetzte Regeldetri. Zinsrechnung. Rabattrechnung. Repartitionsrechnung. Uebungen im Kopfrechnen. — Geometrie 2 St. w. — Linien und Winkel. Lehre von den parallelen Linien. Sätze vom Dreieck und Parallelogramm. — Dr. Neumann.
6. Naturgeschichte. 2 St. w. — Bekanntmachung mit den Theilen der Pflanzen und Uebung im Beschreiben. Das Linné'sche System und einige Pflanzen aus jeder Classe. —
7. Geschichte. 2 St. w. — Uebersicht der alten Geschichte und Erlernung der Tabellen von Hirsch. — Oberlehrer Boeszoermy.
8. Geographie. 2 St. w. — Einiges aus der mathematischen Geographie und der Klimatologie. — Physische und politische Geographie der Glieder Europas. — Oberlehrer Boeszoermy.
9. Schreiben. 2 St. w. — Es wurden die Buchstaben aus ihren Elementen entwickelt. Zu Vorschriften wurden ausser Sentenzen und Sittensprüchen geschäftliche Aufsätze nach Mustern von Hertzprung gewählt. Besonders wurde die Schnellschrift geübt. — Lehrer Gerlach.
10. Zeichnen. 2 St. w. — Planimetrisches Zeichnen nach Busch's Leitfaden. Die Elemente der Projectionslehre. Freies Handzeichnen nach Vorlegeblättern. — Landschaftsmaler Rodde.
11. Singen. 2 St. w. — Wie in Prima. — Lehrer Zur.

### Quarta. Coetus B.

Ordinarius: Dr. Wulckow.

1. Religion. 2 St. w. — Combinirt mit Coetus A. — Pastor Schaper.
2. Deutsch. 3 St. w. — Comb. mit Coetus A.
3. Latein. 6 St. w. — Das Pensum von Quinta repetirt; Einübung der Participial-Constructionen, des Abl. abs. und des Accus. c. Inf. durch zahlreiche Beispiele und bezügliche Exercitien. Uebersetzen aus dem Deutschen in's Lateinische aus der Sammlung von Ostermann. Häufige Extemporalien. Gelesen wurde aus Weller's Erzählungen aus dem Herodot die Abschnitte 9-15. — Dr. Wulckow.
4. Französisch. 5 St. w. — Das Pensum von Quinta repetirt, besonders die Verben. Das Elementarbuch von Plötz wurde ganz durchgelesen, die deutschen Stücke zu Exercitien benutzt. Einige unregelmässige Verben gelernt. — Dr. Wulckow.
5. Mathematik. 6 St. w. — Wie Coetus A. — Professor Tröger.
6. Naturgeschichte. 2 St. w. — Wie in A.
7. Geschichte. 2 St. w. — Wie Coetus A. — Dr. Möller.
8. Geographie. 2 St. w. — Wie Coetus A. — Oberlehrer Boeszoermeny.
9. Schreiben. 2 St. w. — Wie Coetus A. — Lehrer Gerlach.
10. Zeichnen. 2 St. w. — Wie Coetus A.
11. Singen. 2 St. w. — Wie in Prima. — Lehrer Zur.

### Quinta. Coetus A.

Ordinarius: Dr. Moeller.

1. Religion. 3 St. w. — Repetition der biblischen Geschichte des A. T., die des N. T. wurde hinzugenommen. Zweites Hauptstück des lutherischen Katechismus. Sprüche, Lieder. — Im Sommer Dr. Wilde. Im Winter Cand. v. Zittwitz.
2. Deutsch. 4 St. w. — Repetition und Erweiterung des Pensums von Sexta. Satzlehre. Rection der Praepositionen. Orthographische Uebungen. Aufsätze. Lesen und Wiedererzählen. Declamation. — Dr. Martens.
3. Latein. 6 St. w. — Repetition des Cursus von Sexta. — Siberti-Meiring Cap. 52-68. durchgenommen. — Uebersetzt und memorirt wurden Lesestücke aus dem Uebungsbuche von Ostermann. — Schriftliche Exercitien und Extemporalien. — Dr. Möller.
4. Französisch. 5 St. w. — Die ersten 60 Lectionen aus Ploetz's Elementarbuch wurden durchgenommen. — Extemporalien wurden geschrieben. — Avoir, être und die regelmässigen Conjugationen wurden eingeübt. — Dr. Moeller.
5. Geschichte. 1 St. w. — Die Geschichte der Juden und der übrigen orientalischen Völker des Alterthums. — Dr. Moeller.
6. Geographie. 2 St. w. — Der Unterricht wird im Anschluss an den ersten und zweiten Cursus des geographischen Leitfadens von Voigt ertheilt. — Dr. Moeller.
7. Naturgeschichte. 2 St. w. — Geschichte der Wirbelthiere. — Prof. Menge.
8. Rechnen. 4 St. w. — Die vier Species in Brüchen. — Resolution und Reduction benannter Brüche. — Einfache und zusammengesetzte Regeldetri. — Kopfrechnen. — Häusliche Uebungen. — Lehrer Grüning.
9. Schreiben. 2 St. w. — Bildung der Buchstaben aus ihren Elementen. — Kurze Vorschriften meistens geschichtlichen und geographischen Inhalts abwechselnd mit Sittensprüchen. — Schnellschrift wurde geübt. — Lehrer Gerlach.

10. Zeichnen. 2 St. w. — Uebungen nach Vorlegeblättern und geometrisches Zeichnen nach dem Leitfaden von Busch. — Lehrer Gerlach.

11. Singen. 1 St. w. — Comb. mit Quinta B. — Ein- und zweistimmige Lieder nach Erk und Greef. — Choräle nach Kniewel. — Die gewöhnlichen musikalischen Ausdrücke und Bezeichnungen wurden erklärt und die Tonleiter beendet. — Lehrer Zur.

### Quinta. Coetus B.

Ordinarius: Dr. Neumann.

1. Religion. 3 St. w. — Wie in Coetus A. — Im Sommer: Dr. Wilde; im Winter: Cand. v. Zittwitz.

2. Deutsch. 4 St. w. — Wie in Coetus A. — Dr. Martens.

3. Latein. 6 St. w. — Wie in Coetus A. — Dr. Neumann.

4. Französisch. 5 St. w. — Wie Quinta A. — Bis Weihnachten Dr. Wulckow, nachher von Zittwitz.

5. Geschichte. 1 St. w. — Wie Quinta A.

6. Geographie. 2 St. w. — Wie Quinta A.

7. Naturgeschichte. 2 St. w. — Wie in A.

8. Rechnen. 4 St. w. — Wie in Coetus A. — Dr. Neumann.

9. Schreiben. 2 St. w. — Wie in Coetus A. — Lehrer Gerlach.

10. Zeichnen. 2 St. w. — Wie in Coetus A. — Lehrer Gerlach.

11. Singen. 1 St. w. — Wie in Coetus A. — Lehrer Zur.

### Sexta. Coetus A.

Ordinarius: Lehrer Grüning.

1. Religion. 3 St. w. — 2 St. bibl. Geschichte des alten Testaments; aus dem neuen Testament wurde in der Passionszeit die Leidensgeschichte Jesu durchgenommen. — 1 St. Katechismus: das erste und zweite Hauptstück wurde gelernt und das erstere erläutert; Bibelsprüche und Lieder gelernt. — Die sonntäglichen Evangelien wurden gelesen und erklärt. — Lehrer Zur.

2. Deutsch. 4 St. w. — Lehre vom einfachen und erweiterten Satz, Kenntniss der Wortarten, Orthographische und Declamations-Uebungen; Lesen und Nacherzählen. — Im Sommer Dr. Wilde, im Winter Cand. von Zittwitz.

3. Latein. 8 St. w. — Regelmässige Deklination und Conjugation, Adjectiva, Zahlwörter, Genusregeln. — Uebungen im mündlichen und schriftlichen Uebersetzen. — Memoriren von Vocabeln. — Im Sommer Dr. Wilde, im Winter Cand. v. Zittwitz.

4. Rechnen. 5 St. w. — Wiederholung der vier Species in unbenannten Zahlen. — Resolution, Reduction. — Die vier Species in benannten Zahlen. — Zeit-Rechnung. — Kopfrechnen besonders geübt. — Häusliche Uebungen. — Lehrer Grüning.

5. Naturgeschichte. 2 St. w. — Allgemeine Uebersicht der drei Naturreiche. — Speciell die Säugethiere. — Lehrer Gerlach.

6. Geographie. 2 St. w. — Der Unterricht wird im Anschluss an den ersten Cursus des geographischen Leitfadens von Voigt ertheilt. — Dr. Möller.

7. Geschichte. 1 St. w. — Die Schüler werden mit den Sagen der alten Welt bekannt gemacht. — Dr. Möller.

8. Schreiben. 3 St. w. — Bildung der Buchstaben aus ihren Elementen. — Uebungen nach Vorschriften von der Hand des Lehrers geschichtlichen und geographischen Inhalts. — Häusliche Uebungen. — Lehrer Grüning.

9. Zeichnen. 2 St. w. — Zeichnen nach Vorlegeblättern. — Lehrer Grüning.

10. Singen. — Comb. mit Sexta B. — Einstimmige Lieder aus dem 1. Theile des Sängerbaines von Erk und Greef. — Choräle von Kniewel. — Treffübungen. — Die Elemente der Theorie der Musik wurden gelernt. — Lehrer Zur.

### Sexta. Coetus B.

Ordinarius: Dr. Martens.

1. Religion. 3 St. w. — Comb. mit Coetus A. — Lehrer Zur.

2. Deutsch. 5 St. w. — Kenntniss der Redetheile, der einfache und erweiterte Satz. — Orthographische Uebungen 3 St. w. — Im Sommer Dr. Wilde, im Winter Cand. von Zittwitz. Lesen und Declamiren 2 St. Dr. Martens.

3. Latein. 8 St. w. — Die regelmässigen Declinationen und Conjugationen, die Genusregeln. Das Adjectivum, regelmässige Comparation. — Pronomina personalia, demonstrativa relativa, possessiva. — Uebungen im Uebersetzen deutscher und lateinischer Sätze. — Memoriren von Vocabeln. — Dr. Martens.

4. Rechnen. 5 St. w. — Wie in Coetus A. — Lehrer Grüning.

5. Naturgeschichte. 2 St. w. — Wie in Coetus A. — Lehrer Gerlach.

6. Geographie. 2 St. w. — Wie Coetus A. — Oberlehrer Boeszoermeny.

7. Geschichte. 1 St. w. — Wie in Coetus A. — Dr. Martens.

8. Schreiben. 2 St. w. — Wie in Coetus A. — Lehrer Gerlach.

9. Zeichnen. 2 St. w. — Zeichnen nach Vorlegeblättern. — Lehrer Gerlach.

10. Singen. 2 St. w. — Wie in Coetus A. — Lehrer Zur.

### Vorschule.

Ordinarius: Lehrer Zur.

1. Religion. 2 St. w. — Ausgewählte Stücke aus der bibl. Geschichte des alten Testaments; aus dem neuen Testament wurde die Weihnachts- und Leidens-Geschichte durchgenommen. Aus dem Katechismus wurde das 1. Hauptstück gelernt. Bibelsprüche und Lieder. — Lehrer Zur.

2. Lesen. 6 St. w. — Benutzt wurde das deutsche Lesebuch für Septima von Paulsiek. Das Gelesene wurde besprochen und von den Schülern frei nacherzählt. — Lehrer Zur.

3. Deutsch. 7 St. w. — 3 St. Orthographische Uebungen. Der einfache Satz. Die Begriffswörter, Deklination, Comparation, Conjugation. Deklamiren geeigneter Gedichte.

4. Rechnen. 6 St. w. — Zerlegen der Zahlen. Uebung im Numeriren. Die 4 Species wurden schriftlich und besonders im Kopfe geübt. Täglich häusliche Uebungen. — Lehrer Zur.

5. Geographie. 2 St. w. — Allgemeine Vorkenntnisse. Die Bestimmung bekannter Ortschaften nach den Himmelsgegenden. Betrachtung des Globus, Europa mit seinen Grenzen, Ländern, Hauptstädten, Gebirgen und Meerestheilen. — Lehrer Gerlach.

6. Schreiben. 6 St. w. — Bildung der Buchstaben aus ihren Elementen und Einübung derselben in Wörtern und Sätzen. — Lehrer Zur.

7. Zeichnen. 1 St. w. — Kenntniss der verschiedenen Linien, ihre Zusammensetzung zu Figuren. Uebungen nach leichten Vorlegeblättern. — Lehrer Gerlach.

In Coetus A. der katholischen Schüler (I., II., III.) wurde durchgenommen:

- 1) Religionslehre nach dem grösseren Katechismus von Deharbe,
- 2) Kirchengeschichte der neueren Zeit. 2 St. w. — Pfarrer Dr. Redner.

In Coetus B (IV., V., VI.): 1) Religionslehre nach dem Diözesan-Katechismus. — 2) Biblische Geschichte des Neuen Test. (Schluss). — 3) Der Anfang der biblischen Geschichte des A. Test. — 2 St. w. — Pfarrer Dr. Redner.

## II. Statistische Nachrichten.

Zu Ostern 1870 hatte die Petrischule 396 Schüler, jetzt 387: in I. 14, II. 37, III. A. 31, III. B. 31, IV. A. 34, IV. B. 35, V. A. 44, V. B. 47, VI. A. 39, VI. B. 36, in der Vorschule 39.

Am Turnen nahmen im Sommersemester 331, im Wintersemester 325 Schüler Theil. Das Turnfest wurde am 13. Juli abgehalten.

Am 5. August 1870 fand die mündliche Prüfung der ins Heer eintretenden 3 Abiturienten Statt. Nach dem Erlass des Königlichen Provinzial-Schul-Collegiums vom 21. Juli sollte der Director die Functionen des Königlichen Commissarius wahrnehmen, städtischer Commissarius war Herr Stadtschulrath Dr. Kreyenberg. Den Abiturienten wurde wegen des günstigen Ausfalls der schriftlichen Arbeiten die mündliche Prüfung erlassen.

1. Max Knauff aus Danzig, 19 $\frac{1}{2}$  Jahr alt, reformirter Confession, 11 J. auf der Schule, 1 $\frac{1}{3}$  J. in I., erhielt das Zeugniß der Reife mit dem Prädikate: „Genügend bestanden“. K. wird sich dem Baufach widmen.

2. Hugo Linke aus Danzig, 18 J. alt, evang. Confession, 6 J. auf der Schule, 1 $\frac{1}{3}$  J. in I., erhielt das Zeugniß der Reife mit dem Prädikate: „Genügend bestanden“. L. widmet sich dem Militairdienste.

3. Adolph Georg Maertens aus Danzig, 17 $\frac{3}{4}$  J. alt, evangelischer Confession, 12 J. auf der Schule, 1 $\frac{1}{3}$  J. in Prima, erhielt das Zeugniß der Reife mit dem Prädikate: „Genügend bestanden“. M. widmet sich dem Militairdienst.

Für die schriftliche Prüfung waren folgende Aufgaben gestellt:

- a) im Französischen: La Grèce mérite l'éloge d'avoir produit les plus grands hommes, dont l'histoire conserve le souvenir;
- b) im Englischen: Extemporale aus Schiller's dreissigjährigem Kriege. Cotta'sche Ausgabe p. 172: „Das Vergnügen“ bis pag. 174: „Desto ununterbrochener“;
- c) im Deutschen:

An's Vaterland, an's theure, schliess dich an!

Das halte fest mit deinem ganzen Herzen!

Hier sind die starken Wurzeln deiner Kraft.

- d) in der Mathematik:

1. Zur Zeichnung eines Dreiecks sind gegeben: eine Seite, ihre Mittellinie und ihr Gegenwinkel.
2. Die Höhe und die Oberfläche eines normalen Cylinders sind gegeben,  $h = 33,928$ ,  $F = 25336,269$ : Der Radius der Grundfläche und der Inhalt sollen berechnet werden.
3. Jemand lieh 42750 Thlr. aus, erhielt am Ende des ersten Jahres 18420 Thlr. zurück und hatte am Ende des zweiten Jahres an Capital und Zinsen noch 29970 Thlr. zu fordern, zu wie viel Procent waren die Zinsen berechnet?
4. In einer geometrischen Progression von 4 Gliedern ist die Summe der beiden äusseren  $a = 1316016$  die Summe der inneren  $b = 130416$ ; die 4 Glieder sollen berechnet werden.

## e) in der Physik:

1. Wie bestimmt man die Constante in der Formel für den Niveauunterschied zweier Stationen, wenn die mittleren Barometer- und Thermometerstände der beiden Stationen und der direct gemessene Niveauunterschied bekannt sind?

2. In einem dreiseitigen Prisma ist der Winkel, den der einfallende Stral mit dem Einfallslothe bildet  $50^{\circ} 16'$ , der Winkel des austretenden Strals mit dem Einfallslothe  $79^{\circ} 33' 57''$ ,  $80$ , der Winkel der beiden zusammenstossenden Ebenen  $60^{\circ}$ , man soll den Brechungsexponenten bestimmen.

## f) in der Chemie:

1. Es soll A. Eisenoxydul durch Glühen von Eisenoxyd in gleichen Volumen Kohlenoxyd und Kohlensäure, B. Eisenoxyd durch Glühen von gleichen Mengen Eisenvitriol und Kochsalz, und C. Eisensäure durch Hineinleiten von Chlorgas in ein Gemenge von Eisenoxydhydrat und Kalilauge dargestellt werden; welches sind die chemischen Vorgänge und die Formeln dafür?

2. Der Apophyllit habe die Formel  $KO 2 SiO^2 + 8 C a O 16 SiO^2 + 18 HO$ , welches ist die procentige Zusammensetzung?

3. Nickelglanz (Nickelarsenkies) von Siegen bestehe aus Ni 40,97; Fe 4,19; Ac 37,52; S 17,49; welches ist die chemische Formel?

4. Aus 0,315 grm reiner Essigsäure erhielt man durch Verbrennen mit Kupferoxyd 0,462 grm  $CO^2$ , 0,189 grm HO, wie ist die proc. Zusammensetzung? und was ergiebt sich für das Aequivalent derselben? Aus Verbindung derselben mit einem Aequivalent Silberoxyd ergebe sich nach dem Glühen für Ag = 62,6. C = 14,4. H = 1,8. O = 19,2, wie ist die Formel für ein Aequivalent wasserfreier Eisensäure?

Am 27. Februar 1871 fand die 2te Abiturienten-Prüfung in diesem Schuljahre statt unter dem Vorsitz des Königlichen Provinzial-Schulraths Herrn Dr. Schrader und im Beisein des städtischen Schulraths Herrn Dr. Kreyenberg. Den 4 Abiturienten wurde wegen des günstigen Ausfalls der schriftlichen Arbeiten die mündliche Prüfung erlassen.

4. Georg Conrad Hein aus Danzig, evangelischer Confession, 18 J. alt, 11 J. auf der Schule, 2 J. in I., erhielt das Zeugniß der Reife mit dem Prädikate: „Gut bestanden“. H. widmet sich dem Baufach.

5. Kurt Ernst Robert Treichel aus Pr. Stargardt, evang. Conf.,  $19\frac{3}{4}$  J. alt, 13 J. auf der Schule, 2 J. in I., erhielt das Zeugniß der Reife mit dem Prädikate: „Genügend bestanden“. T. widmet sich dem Militairdienst.

6. Alexander Richard Eugen Naumann aus Danzig, evang. Conf., 19 J. alt, 7 J. auf der Schule, 2 J. in I., erhielt das Zeugniß der Reife mit dem Prädikate: „Genügend bestanden“. N. widmet sich dem Militairdienst.

7. Max Rudolf Schubert aus Danzig, evangel. Conf., 19 J. alt, 11 J. auf der Schule, 2 J. in I., erhielt das Zeugniß der Reife mit dem Prädikate: „Genügend bestanden“. S. widmet sich dem Postfach.

Für die schriftliche Prüfung waren folgende Aufgaben gestellt:

a) im **Französischen**: Exercitium, Vorrede zu A. v. Humboldt's Ansichten der Natur.

b) im **Englischen**: The first and the second Silesian war.

c) im **Deutschen**:

Wenn Freiheit du begehrest, des Menschen höchste Zierde,  
Hersch' über Leidenschaft und Neigung und Begierde.  
Doch bilde dir nicht viel auf diese Herrschaft ein,  
Des freien Willens Stolz ist Gott gehorsam sein.

Rückert.

## d) in der Mathematik:

1. Eine begrenzte gerade Linie  $a b$  ist durch den Punkt  $c$  in zwei Theile getheilt: es soll in der Strecke  $a c$  ein Punkt  $x$  so bestimmt werden, dass  $a x^2 = x b \cdot x c$ .

2. Die Oberfläche eines normalen Kegels ist gegeben,  $F = 332634,4$ . In der Entfernung von der Spitze  $h = 71$  ist ein mit der Grundfläche paralleler Kreis gelegt, dessen Radius  $\xi = 42$ . Der Radius der Grundfläche  $x$  und die Höhe des Kegels sollen berechnet werden.

3. In einem Viereck sind gegeben: eine Seite und die Winkel, welche die Diagonalen mit den anderen Seiten bilden. Diese Seiten sollen berechnet werden. Gegeben sind:  $A C = \alpha = 57,261518$

$$A C B = M = 73^{\circ} 48' 24''$$

$$A C D = N = 53 \quad 27 \quad 16$$

$$B D C = O = 31 \quad 22 \quad 0$$

$$B D A = P = 53 \quad 17 \quad 0$$

4. Verkauft Jemand 1440 Scheffel Getreide zum Einkaufspreis und den Rest zu 2 Thlr. 12 Sgr., so verliert er 1612 Thlr. 24 Sgr.; verkauft er dagegen 2016 Scheffel zum Einkaufspreis und den Rest zu 3 Thlr. 18 Sgr., so gewinnt er 576 Thlr. Wie viele Scheffel und zu welchem Preise hatte er eingekauft?

## e) in der Physik:

1. Ein Körper bewegt sich auf der Peripherie einer Ellipse, deren grosse Halbachse  $= a$ , kleine Halbachse  $= b$ . Die Umlaufzeit des Körpers  $= T$ . Die Centrkraft befindet sich in einem Brennpunkte. Wenn nun der Körper in einem Punkte der Ellipse angelangt ist, dessen rechtwinklige Coordinaten  $x = a \cos. \theta$ ,  $y = b \sin. \theta$  sind und er setzte seine Bewegung mit der in diesem Punkte erlangten Geschwindigkeit gleichförmig auf dem Krümmungskreise fort, so wird verlangt, zu bestimmen, in welcher Zeit  $T'$  er die Peripherie dieses Kreises durchlaufen würde.

2. Unter der Voraussetzung, dass die Elasticität des gesättigten Wasserdampfes sich durch die

empirische Formel  $e = a \cdot m^{\frac{t}{1 + \beta t}}$  darstellen lasse, worin  $a = 4,6$  Millimeter bei  $0^{\circ}$ ,  $\beta$  und  $m$  Constanten,  $t$  die Temper. in Cent. gr. wird verlangt  $\log. m$  und  $\beta$  zu bestimmen, wenn  $e = 0,927$  m m bei  $-20^{\circ} C.$  und  $e = 50$  Atmosph. (die Atm.  $= 760$  m m) bei  $265^{\circ}, 9 C.$  gegeben sind.

3. Wenn der Magnetismus der Erdkugel in der Nähe ihres Mittelpunktes concentrirt gedacht wird und für einen bestimmten Ort die geographische Breite  $= b$ , die geographische Länge  $= l$ , die magnetische Inclination  $= i$ , die Declination  $= \delta$ , die ganze Intensität  $= T$  gegeben sind, so wird für einen anderen Ort, dessen geogr. Breite  $= b'$ , geogr. Länge  $= l'$ , verlangt, die magnetischen Stücke  $\delta'$ ,  $i'$  und  $T'$  zu bestimmen.

## f) in der Chemie:

1. Es sollen verschiedene chemische Vorgänge, bei denen Cyangas gebildet wird, nebst den Formeln für die Bildung angegeben werden.

2. Ein Magnesia-Thon-Granat (Pyrop) habe die Zusammensetzung 22,35 Thonerde, 15,0 Magnesia, 9,94 Eisenoxydul, 5,29 Kalkerde, 4,17 Chromoxydul, 2,28 Manganoxydul, 41,35 Kieselsäure; welche Formel ist dafür aufzustellen?

3. Ein Eisenthongranat habe die Formel  $3 Fe O \cdot 2 Si O_2 + Al_2 O_3 Si O_2$ , welches ist die procentige Zusammensetzung?

4. Welches sind die wichtigsten Eisenerze und wie viel proc. Eisen können aus jedem derselben gewonnen werden?

### III. C h r o n i k.

Nach der Aufforderung des Königl. Provinzial-Schul-Collegiums vom 28. Juli 1870 die Zwecke des Provinzial-Hülfsvereins zur Pflege verwundeter und erkrankter Krieger zu fördern, vereinigten sich wie im Jahre 1866 Lehrer und Schüler unserer Anstalt zu Beiträgen und ich hatte die Freude, am 2. September 106 Thlr. 8 Sgr. 2 Pf. an den erwähnten Verein absenden zu können.

Während der Sommerferien trat unser College, Herr Dr. Cosack, als Landwehrhauptmann in das Heer und hat später im von Werder'schen Corps bei Belfort mitgekämpft und das eiserne Kreuz erhalten. Ueber die Schwierigkeiten, die der Anstalt durch die Abwesenheit unseres Collegen, durch die längere Krankheit des Herrn Hottenrott und einige kürzere einzelner Collegen erwachsen, half der thatkräftige Eifer der übrigen in dankenswerthester Weise hinweg. Nur für das Englische wurde im letzten Vierteljahr die Hilfe des Herrn Prediger von Schmidt in Anspruch genommen, der mit dem grössten Eifer und Erfolg sich diesem Unterrichte widmete. Die Treue und Hingebung, mit der meine Collegen in dieser Zeit schwerster Mühe und Arbeit wie immer zu jeder Zeit für die Anstalt gewirkt haben, ohne die Ziele derselben auch nur für einen Moment aus den Augen zu verlieren; wird mir eine der werthesten Erinnerungen aus meinem amtlichen Leben sein.

Zu Michael 1870 verliess uns Herr Dr. Wilde, um ein Lehramt als Professor an der Kantonschule zu Chur in der Schweiz zu übernehmen. Die erledigte Lehrstelle an unserer Schule wurde dem Herrn Predigtamts-Candidaten v. Zittwitz übertragen. Heinrich Rudolf Ewald v. Zittwitz, geb. am 22. Januar 1847 zu Flatow, besuchte nach einander die Realschule in Meseritz und das Königl. Gymnasium in Stettin a. O., studirte 4 J. Theologie und Geschichte in Königsberg, legte Michael 1870 das Examen pro licentia concionandi ab und trat am 20. October sein Lehramt an unserer Anstalt an. Seine versprechende und eifrige Lehrthätigkeit ist uns nur  $\frac{1}{2}$  J. nützlich gewesen, da er zu Ostern d. J. eine Lehrstelle am Realgymnasium in Colberg übernimmt.

Am Schlusse des Sommersemesters 1870 habe ich nach 47jähriger Wirksamkeit am hiesigen Gymnasium, am Cöllnischen Gymnasium in Berlin und an der hiesigen Petrischule dem Patron unserer Anstalt meinen Wunsch ausgedrückt, zu Ostern 1871 mein bisheriges Amt niederzulegen. Der Hochlöbl. Magistrat und die Versammlung der Herren Stadtverordneten haben dem in der ehrendsten Weise entsprochen, indem mir die volle Pension der 50jährigen Dienstzeit bewilligt ist, wofür ich auch an dieser Stelle meinen tiefempfundenen Dank auszusprechen mich gedrungen fühle.

Am 3. März d. J. benachrichtigte mich das Königliche Provinzial-Schul-Collegium, dass Sr. Majestät der Kaiser und König durch Ordre vom 6. Februar d. J. mir den rothen Adlerorden dritter Klasse mit der Schleife zu verleihen geruht haben. Wenn mein Dank für diese Allerhöchste Auszeichnung unbegrenzt ist, so erfreut mich auch in hohem Grade die Anerkennung des Königl. Provinzial-Schul-Collegiums, obwohl ich mir die Mittheilung des Wortlauts versagen muss.

Bei meinem nunmehr am 1. April d. J. erfolgenden Austritt aus meinem Amte empfehle ich mich dem Hochlöblichen Magistrate, der Versammlung der Herren Stadtverordneten, den verehrten Eltern unserer Schüler, meinen theuren Collegen und unseren lieben Schülern zu freundlicher Erinnerung. —

Der Geburtstag Sr. Majestät des Kaisers und Königs wurde durch ein von Herrn Pastor Schaper gesprochenes Gebet, eine Anrede an die Schüler über die Bedeutung des Tages und durch den Vortrag von patriotischen Gesängen und Declamationen gefeiert.

#### IV. Lehrapparate.

##### 1) Naturhistorische, physikalische und geographische Sammlung.

Für die Sammlung physikalischer Instrumente wurde ein Augustscher Psychrometer von J. G. Greiner in Berlin angeschafft. — Zu optischen Versuchen schenkte Herr A. J. Jantzen 4 Stücke durchsichtigen Bernsteins, wofür sich die Schule dankbar verpflichtet fühlt.

##### 2) Erweiterung der Bibliothek.

Geschenke: Adam Smith Causes of the Wealth of nations. London 1868. — Pisko, die Physik. Brünn 1869. Beide Werke verdanken wir der Güte des Herrn Joseph Morwitz in Bradford, eines ehemaligen Schülers der Petrischule. — Jochens trigonometrische Aufgaben, verdankt die Schule als werthvolles Geschenk dem Herrn Verfasser. — Das Königliche Provinzial-Schul-Collegium übersandte für die Bibliothek die Verhandlungen der zweiten Schlesischen Directoren-Conferenz, wofür die Schule ihren Dank ausspricht.

An Fortsetzungen wurden angeschafft: Archiv für das Studium der neueren Sprachen. — Centralblatt für das gesammte Unterrichtswesen. — Literarisches Centralblatt von Zarncke. — Grimm, deutsches Wörterbuch. — Hassel, Zeitschrift für preussische Geschichte und Landeskunde. — Petermann, geographische Mittheilungen. — Koner, Zeitschrift der Gesellschaft für Erdkunde. — v. Sybel, historische Zeitschrift nebst den Forschungen zur deutschen Geschichte. — Altpreussische Monatsschrift. — Zeitschrift des statistischen Bureaus. — Berliner astronomisches Jahrbuch für 1870. — Carl, Repertorium für physikalische Technik. —

Neu angeschafft wurden: Eisenlohr, Lehrbuch der Physik. — Lange, Literaturgeschichtliche Lebensbilder und Charakteristiken. — Kiepert, Karte von Alt-Italien. — Kiepert, Karte der alten Welt. — Kugnick, Metrische Maasse und Gewichtstabellen. — Danzel und Guhrauer, Lessings Leben.

## V. Verordnungen und Rescripte der hohen Schulbehörden.

1) Unterm 13. April 1870 bestimmt das Königliche Provinzial-Schul-Collegium, dass die Erlangung des Rechts zum einjährigen Militärdienst nur den Schülern ertheilt werden soll, welche sich mit Rücksicht auf ihren Klassenbesuch im Sinne des § 154 der Militairinstruction das Pensum der betreffenden Klasse gut angeeignet haben.

2) Unterm 5. Mai 1870 bestimmt das Königliche Provinzial-Schul-Collegium, dass fortan 307 Exemplare des Programms einzusenden sind.

3) Unterm 5. Juli 1870 empfiehlt das Hohe Ministerium des Cultus die von Dr. G. M. Kletke bei Hempel in Berlin herausgegebene Maass- und Gewichtsordnung für den deutschen Bund.

4) Unterm 25. November 1870 bestimmt das Hohe Ministerium des Cultus die Einrichtung der Nachweisung über die Lehrer und Schüler der höheren Lehranstalten, welche an dem deutsch-französischen Kriege sich betheiligt haben.

5) Unterm 7. December 1870 bestimmt das Hohe Ministerium des Cultus, dass hinfort die Realschulen erster Ordnung berechtigt sein sollen, ihre Schüler, welche ordnungsmässig ein Zeugnis der Reife erlangt haben, auch zur Universität zu entlassen und dass ein solches Zeugnis in Beziehung auf die Immatriculation und auf die demnächstige Inscription bei der philosophischen Facultät dieselbe Gültigkeit hat, wie die Gymnasialzeugnisse der Reife. Jedoch berechtigt ein solches Zeugnis nicht zur Inscription bei den übrigen Facultäten. Von jetzt an werden die Schulamtsandidaten, welche eine Realschule erster Ordnung besucht und nach Erlangung eines von derselben ertheilten Zeugnisses der Reife ein akademisches Triennium absolvirt haben, zum Examen pro facultate docendi in den Fächern der Mathematik, der Naturwissenschaften und der neueren Sprachen, jedoch mit der Beschränkung der Anstellungsfähigkeit auf Real- und höhere Bürgerschulen zugelassen werden. Bei der Anstellung von Lehrern der neueren Sprachen auch an den Real- und höheren Bürgerschulen haben diejenigen einen Vorzug, die ein Gymnasium besucht haben.

6) Durch den Erlass des Königlichen Provinzial-Schul-Collegiums vom 4. Februar 1871 wird die Vertretung des Lehrers Herrn Hottenrott im englischen Unterricht durch den Prediger Herrn v. Schmidt genehmigt.

## VI. Nachricht über den neuen Cursus.

Am 30. März ist Censur und Versetzung. — Die Osterferien dauern bis zum 13. April. — Die Tage zur Aufnahme neuer Schüler wird mein Nachfolger Herr Director Dr. Ohlert angeben.

F. Strehlke.

## Lections - Vertheilung im Winter - Semester 1870 — 71.

Lehrer.	Anzahl der Lehrstund.	I.	II.	III A.	III B.	IV A.	IV B.	V A.	V B.	VI A.	VI B.	Elementar- class.
		32 St.	32 St.	32 St.	32 St.	32 St.	32 St.	31 St.	31 St.	30 St.	30 St.	
Prof. Dr. Strehlke, Director, Ordinarius I.	11	3 Dtsch. 3 Phys.	3 Dtsch. 2 Phys.									
Prof. Troeger, 1. Oberlehrer, Ordinarius II.	22	5 Math.	5 Math.		6 Math.		6 Math.					
Prof. Menge, 2. Oberlehrer.	20	2 Chem. 2 Natg.	2 Chem. 2 Natg.	2 Natg.	2 Natg.	2 Natg.	2 Natg.	2 Natg.	2 Natg.			
Boeszoermeny, 4. Oberlehrer.	20	3 Gesch.	2 Gesch. 1 Geog.	2 Gesch. 2 Geog.	2 Geog.	4 Gesch. u. Geog.	2 Geog.				2 Geog.	
Dr. Pfeffer, 1. ordentlicher Lehrer, Ordinarius III.	26	3 Latein.	4 Latein.	5 Latein.	5 Latein. 4 Franz.	5 Franz.						
Dr. Wulckow, 2. ordentlicher Lehrer, Ordinarius IV B.	28		4 Franz.	2 Franz.	3 Dtsch.		5 Frnz. 6 Lat. 3 Dtsch.		5 Frnz. <sup>d)</sup>			
Dr. Möller, 3. ordentlicher Lehrer, Ordinarius V A.	25			3 Dtsch.			2 Gsch.	6 Lat. 5 Frnz. 3 Gsch. u. Gg.	3 Gesch. u. Geog.	3 Gsch. u. Gg.		
Dr. Neumann, 4. ordentlicher Lehrer, Ordinarius V B.	22			6 Math.		2 Geom. 4 Rechn. <sup>e)</sup>			6 Latein. 4 Rechn.			
Hottenrott, 5. ordentlicher Lehrer, Ordinarius IV A.	29	3 Engl. <sup>a)</sup> 4 Frnz. <sup>b)</sup>	3 Engl. <sup>a)</sup>	4 Engl. <sup>a)</sup> 2 Franz.	4 Engl. <sup>a)</sup>	6 Latein. 3 Dtsch.						
Grüning, 6. ordentlicher Lehrer, Ordinarius VI A.	23							4 Rechn.		5 Rechn. 3 Schr. 2 Zehn.	5 Rechn.	4 Dtsch.
Pastor Schaper, ev. Religionslehrer.	8	2 Religion	2 Religion	2 Religion.		2 Religion.						
Dr. Martens, 1. wissensch. Hilfslehrer, Ordinarius VI B.	21 2 Aufsichtsst				2 Gesch.			4 Dtsch.	4 Dtsch.		8 Lat. 2 Dtsch. 1 Gsch.	
Candidat v. Zittwitz, 2. wissensch. Hilfslehrer.	21 2 Aufsichtsst							3 Relig.	3 Relig.	8 Lat. 4 Dtsch.	3 Dtsch.	
Landschafts-Maler Rodde, Zeichenlehrer.	12	2 Zeichn.	2 Zeichn.	2 Zeichn.	2 Zeichn.	2 Zeichn.	2 Zehn.					
Gerlach, Elementar-Lehrer.	23					2 Schr.	2 Schr.	2 Schr. 2 Zehn.	2 Schr. 2 Zehn.	2 Natg.	2 Schr. 2 Zehn. 2 Natg.	2 Geog. 4 Dtsch.
Zur, Ordinarius der Elementar- und Gesanglehrer.	24 5 Gesangst.	2 Gesang. 1. Gesang-Klasse.						1 Gesang.		3 Religion. 2 Gesang.		21

a) seit dem 15. Januar von Prediger v. Schmidt ertheilt.

b) dito Dr. Wulckow do.

c) dito Prof. Troeger do.

d) dito Candidat v. Zittwitz do.

# Ordnung der öffentlichen Prüfung.

Mittwoch, den 29. März 1871.

Vormittags von 8 $\frac{1}{2}$  Uhr an:

## Choral und Gebet.

- |                 |  |
|-----------------|--|
| Secunda:        | 1. Religion. Pastor Schaper.<br>2. Französisch. Dr. Wulckow.   |
| Quarta A.       | Latein. Ordentlicher Lehrer Hottenrott.  |
| Quarta A. u. B. | Naturgeschichte. Professor Menge.  |
| Tertia B.       | 1. Geschichte. Dr. Martens.<br>2. Englisch. Ordentlicher Lehrer Hottenrott.                              |
| Tertia A.       | 1. Latein. Dr. Pfeffer.<br>2. Mathematik. Dr. Neumann.   |
| Prima.          | 1. Geschichte. Oberlehrer Boeszoermeny.<br>2. Mathematik. Professor Troeger.<br>3. Physik. Der Director. |

## Entlassung der Abiturienten.

## Choral.

Nachmittags von 2 $\frac{1}{2}$  Uhr an:

- |                 |  |
|-----------------|--|
| Vorschule.      | 1. Deutsch. }<br>2. Rechnen. } Lehrer Zur. |
| Sexta B.        | Latein. Dr. Martens.                       |
| Sexta A. u. B.  | Rechnen. Lehrer Grüning.                   |
| Quinta B.       | Französisch. Cand. v. Zittwitz.            |
| Quinta A. u. B. | Religion. Cand. v. Zittwitz.               |

## Gesang.

- Des Deutschen Vaterland, von G. Reichard.  
Der Jäger Abschied, von Mendelsohn-Bartholdy.  
Hymne, von Friedr. Silcher.