Heronius.
ed.
Schoene.
vol. III

HERONIS ALEXANDRINI
OPERA QVAE SVPERSVNT OMNIA.

VOL. III.

RATIONES DIMETIENDI
ET
COMMENTATIO DIOPTRICA

RECENSVIT

HERMANNVS SCHOENE.

CVM CXVI FIGVRIS.

LIPSIAE
IN AEDIBVS B. G. TEVBNERI.
MCMIII.

Vamlet.

HERONS VON ALEXANDRIA
VERMESSUNGSLEHRE UND DIOPTRA

GRIECHISCH UND DEUTSCH

VON

HERMANN SCHÖNE.

MIT 116 FIGUREN.

LEIPZIG,
DRUCK UND VERLAG VON B. G. TEUBNER.
1903.

AUGUSTO BRINKMANN

Quae hoc volumine coniunxi Heronis Alexandrini scripta duo, eorum ut recensio facilis, ita difficilis est emendatio; nam omnis utriusque memoria singulis codicibus continetur vetustis illis quidem, sed et mendosis et lacunosis. Quod cum ita esse intellegerem atque alia eorum antiqua exempla umquam repertum iri desperarem, in hac editione adornanda id imprimis mihi agendum esse sentiebam, ut librorum illorum scripturam cum fide consignarem, non quo coniectandi periculum prorsus recusandum esse censerem, sed ut omnis emendandi conatus ad praestantissimi aut unici exempli auctoritatem tamquam ad certam normam dirigeretur.

I

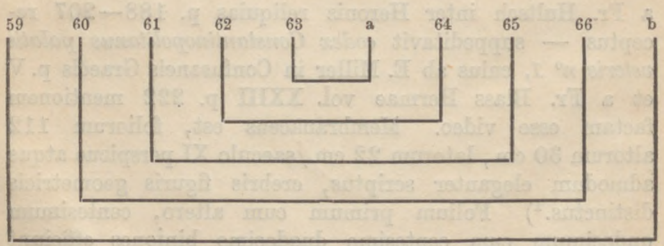
Dimetiendi rationes, trium opus librorum antehac non editum — nam diversus mensurarum liber singularis est a Fr. Hultsch inter Heronis reliquias p. 188—207 receptus — suppeditavit *codex Constantinopolitanus palatii veteris n° 1,* cuius ab E. Miller in Confusaneis Graecis p. V et a Fr. Blass Hermae vol. XXIII p. 222 mentionem factam esse video. Membranaceus est, foliorum 112 altorum 30 cm., latorum 22 cm., saeculo XI perspicue atque admodum eleganter scriptus, crebris figuris geometricis distinctus.(1) Folium primum cum altero, centesimum undecimum cum centesimo duodecimo biniones efficiunt singulares, quorum neuter scriptus est; intermediarum

---

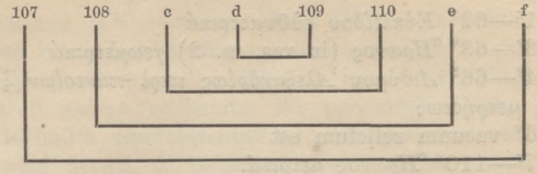
1) Saeculo XII attribuebat Dethier; cf. P. Hunfalvy, *Litterarische Berichte aus Ungarn* II (1878) p. 565.

autem membranarum cum quaterna paria inter se conserta sint, quattuordecim corpuscula foliorum facile distinguuntur. Horum quaternionum octo solummodo primores in ora ima primae cuiusque paginae Graecis numeris signati sunt; at et hi et qui sequuntur omnes in sinistro angulo marginis superioris primae cuiusque paginae crucibus minutulis notati inveniuntur. Comprehenduntur igitur binione priore fol. 1—2, quaternione α fol. 3—10, β fol. 11—18, γ fol. 19—26, δ fol. 27—34, ε fol. 35—42, ς fol. 43—50, ζ fol. 51—58, η fol. 59—66, nono fol. 67—74, decimo fol. 75—82, undecimo fol. 83—90, duodecimo fol. 91—98, tertio decimo fol. 99—106, quarto decimo fol. 107—110, binione altero fol. 111—112.

Sunt quaedam in nonnullis quaternionibus singularia. Ac primum quidem in medio margine inferiore fol. 10^{v}, quod est primi quaternionis ultimum, scriptum est α, in ceterorum fasciculorum foliis ultimis nulla huiusmodi nota cernitur. Deinde octavus qui videtur esse quaternio, non potius quaternio quam quinio existimandus est, sed cuius duo folia excisa sint, quorum exstant etiamnunc reliquiae valde illae quidem exiguae (a et b dicam). Harum igitur membranarum cohaerentia in hunc modum repraesentari potest:



Diversa quarti decimi quaternionis ratio est; cuius cum quattuor folia exsecta sint, quae c, d, e, f dicam, formam refert hancce:



Ex eis, quae dixi, apparet librum Constantinopolitanum olim fuisse sex foliis auctiorem. Neque vero iactura dicenda est illarum membranarum amissio, quippe quarum nulla scripta fuerit. Quod quo facilius intellegatur, est operae pretium cognoscere, quid in singulis foliis exaratum sit.

Codex igitur Constantinopolitanus duabus ex partibus constat, quarum prior (fol. 3—66) congeriem exhibet ex variis commentationibus mathematicis commixtam, altera (fol. 67—110) rationes dimetiendi ab Herone compositas continet. Hae duae partes etsi et ab eodem librario scriptae nec argumento inter se dissimiles sunt, tamen utrum uno ab initio volumine coniunctae fuerint an posteriore demum aetate compactae sint, videtur dubitari posse, quandoquidem prioris partis quaternionum ordo notis numeralibus indicatur, alterius non indicatur: ego ut illam opinionem probabiliorem ducam, cum summa membranarum utriusque partis similitudo facit tum idem omnibus impressarum linearum tricenum singularum numerus. Scripta insunt haec:

fol. 3^{r}—17^{v} Εὐκλείδου γεωμετρία (man. 2 in ras.).
fol. 17^{v}—19^{r} collectio problematum, cui Διοφάνους (Διοφάντους m. 2) nomen praefixum est.
fol. 19^{r}—23^{r} μέθοδος τῶν πολυγώνων
fol. 23^{v}—26^{v} μέθοδος καθολικὴ ἐπὶ τῶν πολυγώνων
fol. 27^{r}—42^{r} Ἥρωνος εἰσαγωγαὶ et περὶ εὐθυμετρικῶν
fol. 42^{r}—53^{v} μέτρησις τετραστόου ἤτοι τετρακαμάρου ἐπὶ τετραγώνου βάσεως
fol. 54^{r}—54^{v} μέτρησις ὄντος σίτου ἐξ ἀποθέσεως
fol. 55^{r}—61^{r} μέτρησις πυραμίδων

fol. 61^{r}—62^{v} *Εὐκλείδου εὐθυμετρικά*
fol. 63^{r}—63^{v} *Ἥρωνος* (in ras. m. 2) *γεωμετρικά*
fol. 64^{r}—66^{r} *Διδύμου Ἀλεξανδρέως περὶ παντοίων ξύλων τῆς μετρήσεως*
fol. 66^{v} vacuum relictum est
fol. 67^{r}—110^{v} *Ἥρωνος μετρικά.*

Hac ex tabula facile patet, quibus causis permotus librarius in octavo et quarto decimo quaternione alia atque in ceteris ratione sibi utendum esse putaverit. Etenim cum posteriorem codicis partem tripertito Heronis operi destinatam a novo quaternione (fol. 67 sq.) initium sumere vellet, antecedentis fasciculi, qui foliis 59, 60, 61, 62, 64, 65, 66, b constabat, folium ultimum deficiente materia vacuum relictum exsecuit ac postea, ne quid ad pristinam integritatem deesse videretur, unum folium vel potius dimidium binionem (fol. 63 a fol. a solutum) inseruit, in quo sua ipsius manu, sed atramento paulo diverso tabulam metrologicam *γεωμετρικά* inscriptam exaravit. Idem in describendis dimetiendi rationibus occupatus, cum numero versuum computato provideret fore, ut quattuor quarti decimi quaternionis membranae superfluerent, prudenti sane consilio, ut bibliopegae commoditati prospiceret, non quattuor extrema folia exsecuit, sed tertium quartumque (c, d) et septimum octavumque (e, f).

Scriptus est liber Constantinopolitanus a librario indocto (man. 1), qui quoniam quae ex exemplaribus describebat, fere non intellegebat, in multos errores se induit, sed a fraude ac fallaciis alienus fuit. Cui quod ad manum erat operis Heroniani exemplum, id et uncialibus litteris scriptum et multis locis detritum perrosumque fuisse ex magno numero mendorum palaeographica ratione tollendorum atque ex frequentia lacunarum interstitiis ab ipso librario commonstratarum colligitur. Indidem scholia aliquot antiqua transscripta esse videntur, quae ab ipso librario, sed scripturae genere compendioso marginibus codicis adpicta sunt.

Saeculo XV ineunte liber Constantinopolitanus a duobus hominibus doctis, quorum alter (m. 2) grandiore ac neglegentiore, alter (m. 3) minore et diligentiore utebatur genere scribendi, ita pertractatus est, ut et scholia multa adscriberentur et levia quaedam emendandi conamina fierent in lacunis explendis et erroribus apertissimis tollendis; quod ut in multis recte factum est, ita multi non minus aperti errores relicti sunt, quaedam autem ex eo genere inveniuntur, quo mancis falsa integritatis species inducitur. In his cum multa sint, quae nisi e coniectura eaque fallaci ducta esse nequeant, nec quidquam, quod coniectura repertum esse nequeat, emendatoribus illis alios operis Heroniani codices ad manum fuisse nego. Ceterum scholiorum illorum, quae posthac a me edentur, nonnulla atramento evanido tantopere obscurata sunt, ut ego ne contentissima quidem oculorum acie legere potuerim: at potuit Ioannes Ludovicus Heiberg. Idem vir illustris etiam in aliis huius codicis partibus praesentem operam mihi denegare noluit, quo eius beneficio me maxime obstrictum esse sentio.

Si verum est — quod est profecto — Pneumatica, Automatopoetica, Belopoetica, Dioptrica Heroni Alexandrino tuto posse attribui, rationum dimetiendi libri tantam certe prae se ferunt in dicendi, disputandi, prooemiandi genere cum illis similitudinem, ut nisi ab eodem homine compositi esse nequeant. De his, quamdiu pro deperditis habebantur, tanta hominum doctissimorum dissensione certatum est, quantam, dum auctorum testificatio certo iudicio capiendo non suppetit, in quaestione perobscura fuisse consentaneum est.[1] Nunc postea quam opus illud, cuius omnis propemodum praeter titulum memoria aboleverat, ex diuturna oblivione emersit, controversia facile diiudicatur. Errasse igitur eos apparet, qui quot-

---

[1] Cf. Eutocius in Archimedis dimens. circuli t. III p. 270 Heiberg.

quot in codicibus recentioribus Heroni attribuuntur commentationes mathematicae ac mechanicae, eas omnes ex amplissima illa — ut putabant — scriptione tamquam ex fonte derivatas ac posterioribus temporibus semper aliquid demendo, interpolando, immutando depravatas esse existimabant. Verum enim vero cum cuncta illa scripta et rerum ordine ac delectu et genere dicendi dissocientur a libris nuper repertis, tum Heronis geometria quae dicitur capitibus aliquot e dimetiendi rationibus desumptis ampliata invenitur: quae qui interpolavit, cum in alio Heronis libro sese ea repperisse testetur (p. 131 et 134 Hultsch), fieri non potest, ut ipsam geometriam e libris rationum dimetiendi excerptam esse putemus: quod ne faciamus, dissuadet etiam singulorum utriusque operis capitum comparatio. Quodsi fere omnes illi libelli a Fr. Hultsch editi non uno nomine dissident a genuina illa, quam recuperavimus, Heronis scriptione mathematica, videndum erit, quo iure huic etiamnunc attribuantur.

II

Commentationis dioptricae codices mihi innotuerunt quinque, Parisiaci tres, Vindobonensis, Argentoratensis. Eorum longe antiquissimus est *codex Parisiacus inter supplementa Graeca nº 607* a Minoide Myna Macedone incertum quo loco repertus in Galliamque advectus, nunc insigne bibliothecae nationalis decus. Celebri hoc libro, quem norunt qui vel militaribus Graecorum scriptoribus vel Aristodemo historico operam dederunt, nec Venturius uti potuit, cum Heronis Dioptrica Italice verteret[1]), nec Vincentius, cum ipsum libellum in publicum primus proferret.[2]) Quae insunt, breviter indicavit H. Omont

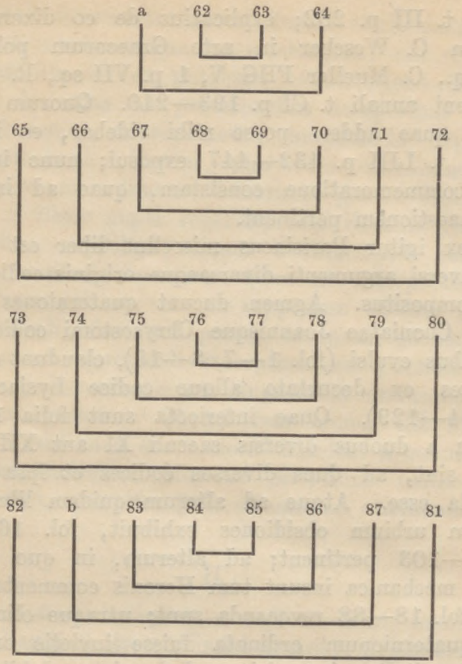
Inventarii t. III p. 282; explicatius de eo dixerunt cum alii tum C. Wescher in arte Graecorum poliorcetica p. XV sq., C. Mueller FHG V, 1 p. VII sq., R. Prinz in Fleckeiseni annali t. CI p. 193—210. Quorum disputationibus quae addere posse mihi videbar, ea in Musei Rhenani t. LIII p. 432—447 exposui; nunc in earum rerum commemoratione consistam, quae ad institutam hanc quaestionem pertinent.

Codex igitur Parisiacus miscellus liber est ex variorum diversi argumenti diversaeque originis codicum partibus compositus. Agmen ducunt quaterniones privi e Nicetae Choniatae Joannisque Chrysostomi codicibus nescio quibus evulsi (fol. 1—7, 8—15), claudunt quiniones complures ex decurtato aliquo codice Lysiaco relicti (fol. 104—129). Quae interiecta sunt folia 16—103, ea, cum a duobus diversis saeculi XI aut XII librariis scripta sint, ad duos diversos codices et ipsa videntur referenda esse. Atque ad alterum quidem librum, qui variarum urbium obsidiones exhibuit, fol. 16—17 et fol. 88—103 pertinent; ad alterum, in quo cum alia scripta mechanica insunt tum Heronis commentatio dioptrica, fol. 18—88 revocanda sunt: utraque olim in speciem quaternionum ordinata fuisse invictis argumentis demonstravit Prinzius, nisi quod de eis se dubitare significavit membranis, quae Dioptricorum initium exhibent. Nollem fecisset vir prudentissimus ac paene supra modum cautus; nam aut egregie fallor aut harum eadem ratio est atque ceterarum. Nempe incipit illa Heronis scriptio a fol. 62^r, continuatur usque ad fol. 80^v, finitur fol. 82^{rv}. Inter folia 61 et 62 excisi alicuius folii reliquiae cernuntur, quod cum fol. 64 nunc solitario olim cohaesit. Porro non solum fol. 81 et 82 hodieque cohaerentia locum inter se permutare oportet, verum etiam propter argumenti continuationem interseri eis folia 83—87, quae tria olim effecisse paria folii cuiusdam particula initio residua evidenter ostendit. Itaque haec fuit primigenia illarum membranarum compaginatio:

---

1) Commentarj sopra la storia e le teorie dell' ottica del Cavaliere Giambattista Venturi; tomo primo (Bologna 1814) p. 77—147.

2) Notices et extraits des manuscrits de la Bibliothèque Impériale t. XIX, 2e partie (Paris 1858) p. 157—337.



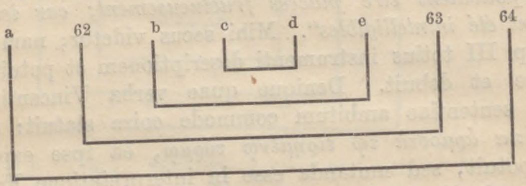
Iam altius quaestio repetenda est. In commentatione dioptrica locus est p. 196, 2, quem ampla lacuna deformatum esse Venturius (l. l. p. 85) argumentis ex ipso Heronis opusculo desumptis ita demonstravit, ut artius adstringi ratio nequierit. Cuius sagacissimae et verissimae disputationi quae opposita sunt a Vincentio, ea partim verbis Graecis parum recte explicatis aut licenter mutatis, partim rationibus perperam conclusis continentur. Principio Vincentius, quamquam *τύμπανον* et *τυμπάνιον* voces, utpote quae diversas instrumenti dioptrici partes significarent, distinguendas neque inter se permutandas esse recte pronuntiavit (l. l. p. 184, 22), tamen in cap. VIII cum in omnibus codicibus scriptum sit: *ἐπεστράφθω ὁ κανὼν ὁ ἐπὶ τῷ τυμπάνῳ*, ipse *ἐπὶ τῷ τυμπανίῳ* scripsit atque hoc loco, si dis placet, emendato ad acutissimam utilissimamque Venturii observationem redarguendam abusus est. Deinde quod negat Venturium perspexisse nonnullas instrumenti illius partes mobiles fuisse, nec verum est — nam potuisse nonnullas partes mobiles fuisse disertis ille verbis significavit — et si maxime verum esset, in hac quaestione diiudicanda momentum non faceret. Tum „*il ne manque ici*“, inquit, „*que la mention des pièces mobiles, et Héron a bien pu, a dû même reporter toutes ces descriptions de détail aux passages où elles pouvaient être placées fructueusement; car ici elles eussent été inintelligibles*“. Mihi secus videtur; nam Hero in cap. III totius instrumenti descriptionem et potuit proponere et debuit. Denique quae verba Vincentius in unius sententiae ambitum commode coire statuit: *οὗ τὰ στημάτια ἁρμοστὰ τῷ εἰρημένῳ τόρμῳ*, ea ipse explicare non potuit, sed mutanda esse in interpretatione Francogallica significavit[1]): quod apparet quantum de opinionis ab eo defensae probabilitate detrahat.

Tantum igitur abest, ut Venturii ratiocinatio argumentis a Vincentio adlatis refutata sit, ut lacunam rectissime ab illo animadversam esse pateat. Quae quomodo orta sit, nunc, postea quam archetypi codicis interposita est auctoritas, nemo erit quin perspiciat. Nam ille de quo agitur locus in vetusto libro Parisiaco sic scriptus invenitur, ut quae praecedunt proxime hiatum verba: *οὗ τὰ στη*[, ea in imo folio 62^{v} posita sint, quae subsequuntur hiatum verba:]*ἁρμοστὰ τῷ εἰρημένῳ τόρμῳ*, ea initio fol. 63^{r} legantur. Itaque nil magis manifestum est quam grandem illam lacunam aliquot ipsius libri Parisiaci membranarum amissione natam esse. Quot vero folia interciderint, Prinzius definiri posse negavit. Nescio an aliis, mihi quidem certe deperditorum foliorum numerus

---

1) Sic enim vertit: „*dont les supports sont fixés sur le chapiteau du tube*“ eisque adscripsit: „*Le grec dit: fixés à l'axe.*“

videtur calculis subductis ita definiri posse, vix ut addubitare liceat. Nam cum et ceterae huius codicis partes quaternionibus absolvantur et ipsius commentationis dioptricae longe maxima pars in quaternionibus exarata sit, etiam primam eius partem in integro olim quaternione scriptam fuisse si minus certum, at veri est simillimum. Iam cum neque inter folia 63 et 64 neque inter folia 64 et 65 quicquam deesse disputationis continuatione satis demonstretur, consentaneum est, ut inter folia 62 et 63 duo membranarum paria intercidisse statuamus. Quo fit, ut fasciculi illius forma restituatur haecce:



Ex hoc decurtato codice Parisiaco sive ipso sive apographis cetera opusculi Heroniani exempla quotquot adhuc innotuerunt omnia esse derivata indicio est perinde ab omnibus relata lacuna illa, quam quattuor illius libri schedarum iactura natam esse demonstravi.1) Qui quibus successionis corruptionisque quasi gradibus sese excipiant, explorare vix attinet; neque enim ullam oportet esse horum auctoritatem, cum aditus ad communem eorum fontem hodieque pateat. Sunt autem hi:

---

1) Nam quod p. 196, 2 in cod. Paris. n° 607 *στη* scriptum est, in ceteris *στημάτια*, potuit profecto hoc unum vocabulum a quovis librario coniectura e consimili loco p. 194, 25 ducta restitui. Et vero factum est ita. Nam si aliud huius commentationis exemplum idque integrius librario illi ad manum fuisset, profecto totam illam quae nunc desideratur disputationis partem ex eo transtulisset. Atqui non transtulit: ergo ne tres quidem syllabas istas ex alio libro sumpsit, sed de suo addidit. Mitto alia indicia; hoc addo recentiores codices a Parisiaco n. 607 ita discrepare, ut dissimilitudo orta esse possit ex describentium erroribus atque aliquo etiam emendandi conatu.

Codex Vindobonensis Ms. philosophicus Graecus olim n° 110, nunc n° CXL saec. XVI exaratus, foliorum scriptorum 96. Fol. 1^{r} in mg. sup. leguntur haec: „Ex libris Sebastiani Tengnagel J. U. D. et Caes. Bibliothecae Praefecti A° 1619.“ De hoc libro dixit G. Schmidt in supplemento primi Heronis operum voluminis p. 23 et 88. Heronis de dioptra opusculum in foliis 31—59 scriptum est. In imo fol. 32^{r} leguntur haec: *οὗ τὰ στημάτια*; fol. 32^{v} et octo quae sequuntur folia nec scripta nec numeris insignita sunt; fol. 33^{r} ab his verbis incipit: *ἁρμοστὰ τῷ εἰρημένῳ τόρμῳ*. Manifestum igitur est librarium codicis Vindobonensis, cum perspexisset in vetusto exemplo Parisiaco mediam disputationem hiatu interruptam esse, tot folia, quot deperditae commentationis parti necessaria esse existimabat, vacua reliquisse; consequens autem est, ut Venturium fallaci specie in errorem inductum esse statuamus, quod hunc codicem magis etiam quam ceteros decurtatos esse existimavit (*Commentarj* p. 79): de qua re prudenter iudicavit Vincentius l. l. p. 427—430.

E codice Vindobonensi Heronis libellus in eos codices transscriptus esse videtur, quibus Vincentius in editione sua adornanda usus est. Atque alter eorum, *Argentoratensis bibliothecae seminarii protestantici n° C III 6,* quamquam anno 1871 incendio absumptus est, tamen quo loco habendus sit, existimari hodieque potest; nam exstat apographum a Fr. Hase confectum1), quod pater meus benigne mihi commodavit. Eiusdem farinae codex est *Parisiacus n° 2430,* saeculo XVI scriptus, de quo vid. H. Omont Inventarii t. II p. 260 et G. Schmidt l. l. p. 29. Horum igitur uterque e codice Vindobonensi deductus est; tantum enim abest, ut hic liber minus integer quam illi sit, ut haud pauca verba exhibeat ab illis praetermissa. Cuius

---

1) cf. Fr. Hase de militarium scriptorum Graecorum et Latinorum omnium editione instituenda narratio (Berolini 1847) p. 10 et G. Schmidt l. l. p. 26.

generis haec sunt exempla potiora: p. 174, 5 Vi. εἰς εὐχέρειαν μεταγαγεῖν, τὰ δὲ ψευδῶς εἰρημένα | p. 184, 3 ἔλασσον | p. 198, 19 εἶτα διόπτρα μὲν ἔστω ἡ ,Δ, εὐθεῖα δὲ ἡ ,Β,Γ. καὶ καταβάσεως μὲν πήχεις β, ἀναβάσεως δὲ πῆχυς εἷς | p. 198, 25 στίχοις | p. 200, 4 παραλλήλῳ | p. 208, 17 οὕτως ἡ ΓΒ πρὸς ΒΑ. ἐχέτω δὲ τὸν τῆς ΓΕ πρὸς ΑΔ | p. 238, 5 ἡνίκα (sic) ἂν βουλώμεθα καὶ κατὰ κάθετον ὀρύσσοντες | p. 246, 8 καὶ ἐν αὐτῷ δύο εὐθεῖαι ἔστωσαν αἱ ΚΑ, ΜΝ | p. 254, 9 ἔστω sq. usque ad βούλωμαι | p. 262, 6 μήτε συστέλλεσθαι | p. 276, 5 μετρεῖν | p. 300, 26 ἑκάστη usque ad καὶ.

Qui superest, *codex Parisiacus inter supplementa Graeca n° 816* (cf. H. Omont Inventarii t. III p. 313), is apographum est libri Parisiaci n° 2430 in usum Vincentii saeculo XIX factum.

In hac subsidiorum criticorum penuria adiumentum non prorsus spernendum quo Heronis opusculum emendetur praebet ignoti nobis scriptoris Byzantini de geodaesia libellus a Vincentio editus.[1] Is Heroni Byzantio contra archetypi codicis fidem perperam attribuitur; nam in codice Vaticano Graeco n° 1605 (membr. saec. XI), quem unicum huic libello recensendo praesidium esse K. K. Mueller (Mus. Rhen. t. XXXVIII [1883] p. 454—463) docuit, sine titulo traditur. Quem qui conscripsit, ut omnem propemodum disputationis suae materiam a vetustioribus scriptoribus corrogasse videtur, ita Heronis de dioptra librum se adhibuisse disertis ipse verbis professus est (p. 388). Cuius cum codice usus sit hic illic meliore quam qui nobis praesto est Parisiacus vetustus, ad menda quaedam tollenda, maxime in cap. XXXI, utilitatem adfert. Sed quae olim inter primum et alterum geodaesiae caput posita fuisse videtur instrumenti dioptrici descriptio, ea quaternionibus aliquot archetypi illius codicis amissis periit; quae si exstaret, ad lacunam illam opusculi Heroniani

---

[1] Notices et extraits t. XIX, 2e partie (Paris 1858) p. 348 sq.

explendam nonnihil inde redundaret; nam quoniam prooemium commentationis dioptricae ab anonymo illo scriptore in praefatione (cap. I) conscribillanda adhibitum est, ex eodem armamentario eum etiam ea sumpsisse credibile est, quae de ipsius dioptrae structura non potuit non proponere. Quae cum ita sint, abiecta spe hiatus illius ex codicibus integrioribus explendi dioptrae Heronianae formam eorum indiciorum ope restituere oportet, quae per posteriorem commentationis partem sparsa inveniuntur.

Quoniam quibus praesidiis commentationis dioptricae recensio munita sit exposui, dicendum est de interpolationibus.

Ac primum Fr. Hultsch[1]) gravissimum illud theorema, quo areae triangularis mensura ex tribus lateribus efficitur (c. XXX), medio Heronis libello ab interpolatore quodam insertum esse autumavit. Quod si verum esset, caput illud perquam memorabile posset videri ex primo libro rationum dimetiendi desumptum esse; in hoc enim opere demonstratio illa paene eisdem verbis proponitur (p. 20, 6 sq.). At invictum praesto est argumentum quo Hultschii opinio refellatur. Ipse enim Hero in cap. XXVII: δυνατὸν δὲ, inquit, μετρῆσαι τὸ ΗΚΛ τρίγωνον, ἐπειδήπερ ἔχω τὰς πλευρὰς αὐτοῦ· τοῦτο γὰρ ἑξῆς δείξομεν. His verbis in capite XXVII positis quoniam quasi digitum intendit in caput XXX, aut neutrum horum capitum aut utrumque ab eo scriptum esse liquido apparet. Confirmatur haec ratiocinatio duobus exemplis plane consimilibus. Nam quae in cap. XXIV scripta sunt: δεήσει ἐπίστασθαι ἀπὸ τοῦ δοθέντος τραπεζίου ὡς δεῖ ἀφελεῖν τραπέζιον ἴσον τῷ δοθέντι· τοῦτο δὲ ἑξῆς δείξομεν, his ad cap. XXVIII relegamur; item quae in cap. XXVI leguntur: ὡς δεῖ δὲ ἀφελεῖν τρίγωνον ἢ προσθεῖναι, ἑξῆς δείξομεν, iis ea spectantur, quae in cap. XXIX demonstrantur. Qui haec expenderit, facile opinor intelleget capita XXVIII, XXIX, XXX non modo non aliena esse

---

[1] Heronis Alexandrini reliqu. praef. p. XVII.

a commentationis dioptricae consilio, verum etiam necessaria eius esse supplementa, quippe quibus difficiles aliquot demonstrationes mathematicae, quarum in superioribus capitibus mentio facta sit, contineantur.

Ut haec iniuria, ita ea, quae in capite XXXVII exponuntur, merito interpolationis suspicionem moverunt; nam toto genere aliena sunt a quaestionibus dioptricis eisque ne minima quidem societate coniunguntur. Sed quod Hermannus Diels[1]) fragmentum illud, quod etiam initio Mechanicorum Heronis legitur[2]), in vetusto aliquo corpore commentationum Heronianarum medium inter Dioptrica et Mechanica locum obtinuisse ob eamque rem posterioribus temporibus tum una cum commentatione dioptrica, tum una cum Mechanicis per libros manu scriptos propagatum esse suspicatus est, vereor ne haec opinatio in lubrico versetur. Etenim in vetusto codice Parisiaco (suppl. Gr. n° 607) caput illud XXXVII non extremo Heronis libro adiunctum reperitur, sed continuatur eo capite, quod nunc est XXXV, in Vincentii autem editione editoris iudicio arbitrioque factum est, ut caput illud eo loco, quem in codicibus tenet, moveretur: quae res subobscure quidem, sed indicata tamen est p. 319. Itaque coniectura illa sane speciosa mihi reprobanda esse videtur; neque enim, quantum ego existimare possum, certum praesto est argumentum, quo evincatur caput XXXVII ab interpolatore extremae Heronis commentationi adscriptum fuisse ac postea demum sive membranis traiectis sive alia de causa sedem mutasse.

Figurarum geometricarum — ut hoc addam — alia est in priore atque in altero Heronis scripto ratio. Nam cum rationum dimetiendi libros in codice Constantinopolitano figuris diligenter pictis distinctos viderem, has ipsas delineandas curavi; dioptricae autem commentationis figuras partim a Vincentio mutuatus sum, partim refinxi, quoniam eae, quae in libro Parisiaco sunt, non omnes idoneae videbantur.

---

[1]) *Deutsche Litteraturzeitung* 1895, 44.

[2]) Carra de Vaux, Les Mécaniques d'Héron d'Alexandrie p. 39 sq.; cf. Nix II, 1 p. XXIII et 2.

Heronis similiumque Heronis scriptorum emendatio facilis est eademque difficilis: facilis, quia illi in angusto verborum et sententiarum gyro quasi circumaguntur; difficilis, quia in eis rebus explicandis versantur, quae a litteratorum studiis plerorumque alienae sunt. Itaque ego, ut homo grammaticus mathematices parum peritus, multo minus me, quam par erat, assecutum esse scio speroque fore, ut alii inchoatum opus perficiant. Quodsi qua sunt in hoc volumine, quae litteris conducere videantur, ea non tam mihi accepta referri cupio quam patri meo optimo, qui et repertos a se in codice Constantinopolitano rationum dimetiendi libros edendos mihi tradidit et commentationem dioptricam cum libro Parisiaco accuratissime collatam mihi commodavit. Praeterea Maximilianus Nath, vir doctissimus, dum plagulas mea causa semel iterumque perlegit, acutissimis observationibus et emendationibus egregie de hac editione meruit. Statio haec, non portus est; ad portum nisi coniuncta multorum opera non pervenietur. Itaque si philologorum et mathematicorum studia ad hos libros legendos, emendandos, illustrandos excitavero, amplissimum laboris praemium consecutus esse mihi videbor.

ΗΡΩΝΟΣ ΑΛΕΞΑΝΔΡΕΩΣ ΜΕΤΡΙΚΩΝ

Α Β Γ

ΗΡΩΝΟΣ ΜΕΤΡΙΚΩΝ Α

ΠΡΟΟΙΜΙΟΝ

od. Cpolit. . 1 fol. 67$^{\mathrm{r}}$

Ἡ πρώτη γεωμετρία, ὡς ὁ παλαιὸς ἡμᾶς διδάσκει λόγος, περὶ τὰς ἐν τῇ γῇ μετρήσεις καὶ διανομὰς κατησχολεῖτο, ὅθεν καὶ γεωμετρία ἐκλήθη· χρειώδους δὲ τοῦ πράγματος τοῖς ἀνθρώποις ὑπάρχοντος ἐπὶ πλέον προήχθη τὸ γένος, ὥστε καὶ ἐπὶ τὰ στερεὰ σώματα χωρῆσαι τὴν διοίκησιν τῶν τε μετρήσεων καὶ διανομῶν· καὶ ἐπειδὴ οὐκ ἐξήρκει τὰ πρῶτα ἐπινοηθέντα θεωρήματα, προσεδεήθησαν ἔτι περισσοτέρας ἐπισκέψεως, ὥστε καὶ μέχρι νῦν τινὰ αὐτῶν ἀπορεῖσθαι, καίτοι Ἀρχιμήδους τε καὶ Εὐδόξου γενναίως ἐπιβεβληκότων τῇ πραγματείᾳ. ἀμήχανον γὰρ ἦν πρὸ τῆς Εὐδόξου ἐπινοίας ἀπόδειξιν ποιήσασθαι, δι' ἧς ὁ κύλινδρος τοῦ κώνου τοῦ τὴν αὐτὴν| βάσιν ἔχοντος αὐτῷ καὶ ὕψος ἴσον τριπλάσιός ἐστι, καὶ ὅτι οἱ κύκλοι πρὸς ἀλλήλους εἰσὶν ὡς ἀπὸ τῶν διαμέτρων τετράγωνα πρὸς ἄλληλα. καὶ πρὸ[ς] τῆς Ἀρχιμήδους συνέσεως ἄπιστον ἦν ἐπινοῆσαι, διότι ἡ τῆς σφαίρας ἐπιφάνεια τετραπλασία ἐστὶ τοῦ μεγίστου κύκλου τῶν ἐν αὐτῇ (π. σφ.

---

1 tituli litterae minio scriptae, dein inauratae 3—9 amplificata leguntur in Heronis pers. Geometria 106 p. 138, 31 sq. Hu. 3 cf. Herodotus II 109 10 προσεδεήθησαν: sc. αἱ μετρήσεις 14 δι' ἧς: διότι Heiberg 14—15 cf. Archimedes π.

VERMESSUNGSLEHRE VON HERON VON ALEXANDRIA.

ERSTES BUCH.

FLÄCHENVERMESSUNG.

Vorrede

In ihren Anfängen beschäftigte sich die Geometrie, wie die alte Erzählung uns lehrt, mit den Landvermessungen und Landteilungen, wovon sie auch Geometrie (Landmessung) genannt ward. Da dies Geschäft für die Menschen nützlich war, so wurde sein Gattungsbegriff erweitert, sodaſs die Handhabung der Messungen und Teilungen auch zu den festen Körpern fortschritt, und da die zuerst gefundenen Sätze nicht ausreichten, so bedurften jene Operationen noch weiterer Forschung, sodaſs sogar bis zum gegenwärtigen Moment manches davon noch ungelöst ist, obwohl Archimedes und Eudoxus den Gegenstand vortrefflich behandelt haben. Denn vor des Eudoxus Entdeckung war es unmöglich, den Nachweis zu liefern, daſs der Cylinder dreimal so gross ist, als der Kegel, der mit ihm dieselbe Basis und die gleiche Höhe hat (Elem. XII 10), sowie dafür, daſs die Kreise sich zu einander verhalten wie die Quadrate ihrer Durchmesser zu einander (Elem. XII 2). Und vor Archimedes' scharfsinniger Entdeckung war es nicht wahrscheinlich, daſs man auf den Gedanken kam, daſs

---

σφαίρας καὶ κυλίνδρου I 1 vol. I p. 4, 14 Heib. 17 ὡς ἀπὸ: ὡς ⟨τὰ⟩ ἀπὸ Heiberg 18 πρὸς: corr. man. 2

καὶ κυλ. I, 33 vol. I p. 136 Heib.) καὶ ὅτι τὸ στερεὸν αὐτῆς δύο τριτημόριά ἐστι τοῦ περιλαμβάνοντος αὐτὴν κυλίνδρου (ibid. I, 34 corollarium vol. I p. 146 Heib.) καὶ ὅσα τούτων ἀδελφὰ τυγχάνει. ἀναγκαίας οὖν ὑπαρχούσης τῆς εἰρημένης πραγματείας καλῶς ἔχειν ἡγησάμεθα συναγαγεῖν, ὅσα τοῖς πρὸ ἡμῶν εὔχρηστα ἀναγέγραπται καὶ ὅσα ἡμεῖς προ⟨σ⟩εθεωρήσαμεν. ἀρξώμεθα δὲ ἀπὸ τῶν ἐπιπέδων μετρήσεων, συμπαραλαμβάνοντες τοῖς ἐπιπέδοις καὶ τὰς ἄλλας ἐπιφανείας κοίλας ἢ κυρτὰς, ἐπειδήπερ πᾶσα ἐπιφάνεια ἐκ δύο ⟨δια⟩στάσεων ἐπινοεῖται. αἱ δὲ συγκρίσεις τῶν εἰρημένων ἐπιφανειῶν γίγνονται πρός τι χωρίον εὐθύγραμμόν τε καὶ ὀρθογώνιον, εὐθύγραμμον μὲν, ἐπεὶ fol. 67v ἡ εὐθεῖα ἀμετάπτωτός | ἐστι παρὰ τὰς ἄλλας γραμμάς· πᾶσα γὰρ εὐθεῖα ἐπὶ πᾶσαν εὐθεῖαν ἐφαρμόζει, αἱ δὲ ἄλλαι κοῖλαι ἢ κυρταὶ οὐ πᾶσαι ἐπὶ πάσας. ⟨. . .⟩ διὸ πρὸς ἑστηκός τι, λέγω δὲ τὴν εὐθεῖαν, ἔτι δὲ καὶ πρὸς τὴν ὀρθὴν γωνίαν τὴν σύγκρισιν ἐποιήσαντο· πάλιν γὰρ πᾶσα ὀρθὴ ἐπὶ πᾶσαν ὀρθὴν ἐφαρμόζει, αἱ δ' ἄλλαι οὐ πᾶσαι ἐπὶ πάσας. καλεῖται δὲ πῆχυς μὲν ἐμβαδὸς, ὅταν χωρίον τετράγωνον ἑκάστην πλευρὰν ἔχῃ πήχεος ἑνός· ὁμοίως δὲ καὶ ἐμβαδὸς ποῦς καλεῖται, ὅταν χωρίον τετράγωνον ἔχῃ ἑκάστην πλευρὰν ποδὸς ἑνός. ὥστε αἱ εἰρημέναι ἐπιφάνειαι τὰς συγκρίσεις λαμβάνουσι πρὸς τὰ εἰρημένα χωρία ἢ τὰ τούτων μέρη. πάλιν δ' αὖ τὰ στερεὰ σώματα τὰς συγκρίσεις λαμβάνει πρὸς χωρίον στερεὸν εὐθύγραμμόν τε καὶ ὀρθογώνιον, πάντη ἰσόπλευρον· τοῦτο δέ ἐστι κύβος ἔχων ἑκάστην πλευρὰν ἤτοι πήχεος ἑνὸς ἢ ποδὸς ἑνός· ἢ

---

7 προεθεωρήσαμεν: correxi 8 ⟨τῶν⟩ τῶν Heiberg 10—11 ἐκ δύο στάσεων: corr. man. 3 16 post πάσας spatium 16

die Oberfläche der Kugel viermal so groſs ist als der Flächeninhalt eines ihrer gröſsten Kreise, und daſs ihr Kubikinhalt zwei Drittel des sie umschliessenden Cylinders ist, und was es sonst noch an verwandten Sätzen giebt. Da nun das bezeichnete Studium unentbehrlich ist, so hielten wir für angemessen, alles zusammenzustellen, was unsere Vorgänger Brauchbares darüber aufgezeichnet und was wir selbst dazu gefunden haben.

Beginnen wollen wir mit den Messungen von ebenen Flächen, indem wir zu den ebenen Flächen auch die übrigen, convexen oder concaven, Oberflächen dazunehmen, da der Begriff jeder Oberfläche nur zweier Dimensionen bedarf. Verglichen werden die genannten Oberflächen mit einem geradlinigen rechtwinkeligen Flächenstück, einem geradlinigen, weil die Gerade im Unterschied von den übrigen Linien beim Umschlagen unveränderlich ist (denn jede Gerade paſst auf jede andere Gerade; die übrigen, convexen oder concaven, Linien dagegen nicht sämtlich auf sämtliche anderen). Deshalb verglich man mit etwas Feststehendem, nämlich der Geraden, weiter aber auch mit dem rechten Winkel. Denn wiederum paſst jeder rechte Winkel auf jeden anderen rechten Winkel, die anderen dagegen nicht sämtlich auf alle übrigen ihrer Gattung. Man spricht aber von einer Quadratelle, wenn ein quadratisches Flächenstück Seiten von der Länge einer Elle hat; in ähnlicher Weise spricht man von einem Quadratfuſs, wenn ein quadratisches Flächenstück Seiten von der Länge eines Fuſses hat. Die genannten Oberflächen werden daher mit diesen Flächenstücken oder Teilen derselben verglichen. Die festen Körper wiederum werden verglichen mit einem festen Körper, der geradkantig und rechtwinkelig und überall gleichkantig ist — dies ist aber ein Würfel, an dem jede Kante 1 Elle oder 1 Fuſs beträgt — oder wieder

---

litterarum capax; sententia haec fuerit: ⟨intellexerant hoc iam antiqui⟩ 17 ἑστηκώς: corr. man. 2

πάλιν πρὸς τὰ τούτων μέρη. δι' ἣν μὲν οὖν αἰτίαν πρὸς τὰ εἰρημένα χωρία ἡ σύγκρισις γίνεται, εἴρηται, ἑξῆς δὲ ἀρξώμεθα τῶν ἐν ταῖς ἐπιφανείαις μετρήσεων. ἵνα οὖν μὴ καθ' ἑκάστην μέτρησιν πόδας ἢ πήχεις ἢ τὰ τούτων μέρη ὀνομάζωμεν, ἐπὶ μονάδων τοὺς ἀριθμοὺς ἐκθησόμεθα· ἔξὸν γὰρ αὐτὰς πρὸς ὃ βούλεταί τις μέτρον ὑποτίθεσθαι.

α. Ἔστω χωρίον ἑτερόμηκες ⟨τὸ *ΑΒΓΔ* ἔχον⟩ τὴν μὲν *ΑΒ* μονάδων ε, τὴν δὲ *ΑΓ* μονάδων γ. εὑρεῖν αὐτοῦ ⟨τὸ ἐμβαδόν⟩. ἐπεὶ πᾶν παραλληλόγραμμον ὀρθογώνιον ⟨περιέχεσθαι λέ⟩γεται ὑπὸ δύο τῶν τὴν ὀρθὴν γωνίαν περι⟨εχουσῶν εὐθειῶν⟩ καὶ ἔστι τὸ ὑπὸ τῶν *ΒΑ ΑΓ* περιεχόμενον ⟨τοιοῦτο, τὸ⟩ ἐμβαδὸν τοῦ ἑτερομήκους ἔσται μονάδων ιε. ⟨ἐὰν γὰρ ἑκατέρα πλευρὰ⟩ διαιρεθῇ ἡ μὲν *ΑΒ* εἰς τὰς μονάδας ε, ἡ δὲ *ΑΓ* ὁμοίως ⟨εἰς τὰς γ μονάδας καὶ δι⟩ὰ τῶν τομῶν παράλληλοι ἀχθῶσιν ταῖς τοῦ παραλληλο- fol. 68r γράμμου πλευ|ραῖς, ἔσται τὸ χωρίον διῃρημένον εἰς χωρία ιε, ὧν ἕκαστον ἔσται μονάδος α. κἂν τετράγωνον δὲ ᾖ τὸ χωρίον, ὁ αὐτὸς ἁρμόσει λόγος.

β. Ἔστω τρίγωνον ὀρθογώνιον τὸ *ΑΒΓ* ὀρθὴν ἔχον τὴν πρὸς τῷ *Β* γωνίαν. καὶ ἔστω ἡ μὲν *ΑΒ* μονάδων γ, ἡ δὲ *ΒΓ* μονάδων δ. εὑρεῖν τὸ ἐμβαδὸν τοῦ τριγώνου καὶ ⟨τὴν ὑποτείνουσαν. προσανα⟩πεπληρώσθω τὸ *ΑΒΓΔ* ⟨παραλληλόγραμμον ὀρθογώνιον, οὗ⟩ τὸ

---

6 *ἐκθησώμεθα*: corr. Heiberg 8 spatium 8 litterarum; supplemento a man. 2 adscripto *ἔχον* addidi 10 *αὐτὴν*: correxi 11 spatium 8 litterarum; supplevi 11 spatium 12 litterarum; supplevi coll. Eucl. Elem. II def. 1. 12 spatium 13 litterarum; supplevi. ⟨*εχουσῶν πλευρῶν*⟩ man. 2 13 spatium 9 litterarum; supplevi. ⟨*ὀρθογώνιον τὸ*⟩ man. 2 14 spatium 15 litterarum; supplevi. ⟨*ἑκατέρα τῶν πλευρῶν*⟩ m. 2 15 *τὰς ε μονάδας* Heiberg 16 spatium 15 litterarum; supplevi. ⟨*εἰς τὰς τρεῖς καὶ δι*⟩ man. 2 24 spatium incertum; supplevi. ⟨*τ. ὑπ. συμ*⟩ man. 2 25 spatium 22 litterarum; supplevi. ⟨*ἐπεὶ γὰρ τοῦ ΑΒΓΔ ὀρθογωνίου παραλληλογράμμου*⟩ man. 2

mit Teilen dieser Würfel. Aus welchem Grunde nun die Vergleichung mit den genannten Raumteilen angestellt wird, ist gesagt, im Folgenden aber wollen wir mit den Oberflächenmessungen beginnen. Damit wir nun nicht bei jeder Messung Fuſse oder Ellen oder Teile davon zu nennen brauchen, so werden wir die Zahlenangaben in Einheiten machen, denn man kann dieselben jeder beliebigen Maſseinheit unterlegen.

I. Es sei *ΑΒΓΔ* ein Rechteck, in dem $AB = 5$, $A\Gamma = 3$; zu finden seinen Inhalt. Da jedes rechtwinklige Parallelogramm bestimmt wird durch zwei einen rechten Winkel einschlieſsende Gerade und die von *ΒΑ*, *ΑΓ* bestimmte Figur ein solches ist, so wird der Inhalt des Rechtecks = 15 sein, denn wenn jede Seite geteilt wird, und zwar *ΑΒ* in seine 5 Einheiten, *ΑΓ* aber in seine 3 Einheiten und durch die Schnittpunkte Parallelen zu den Seiten des Parallelogramms gezogen werden, so wird die Fläche in 15 Flächenstücke geteilt sein, von denen jedes gleich 1 Flächeneinheit sein wird. Und wenn die Fläche ein Quadrat ist, so wird derselbe Beweis passen.

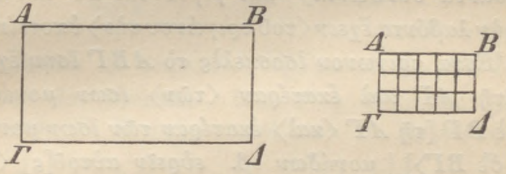


Fig. 1.

II. Es sei *ΑΒΓ* ein rechtwinkliges Dreieck, in dem der Winkel bei $B = 1R$ und $AB = 3$, $B\Gamma = 4$ sein soll. Zu finden den Inhalt des Dreiecks und seine Hypotenuse. Man ergänze das rechtwinklige Parallelogramm *ΑΒΓΔ*, ἐμβαδὸν, ὡς ἐπάνω ⟨δέδεικται, μονάδων ιβ. τὸ δὲ *ΑΒΓ* τρίγωνον⟩ ἥμισύ ἐστι τοῦ *ΑΒΓΔ* ⟨παραλληλογράμμου· ἔσται οὖν⟩ τοῦ *ΑΒ*⟨*Γ*⟩ τριγώνου ⟨τὸ ἐμβαδὸν μονάδων ϛ· καὶ⟩ ἐπεὶ ὀρθή ἐστιν ⟨ἡ πρὸς τῷ *Β* γωνία, τὰ ἀπὸ τῶν *ΑΒ ΒΓ*⟩ τετράγωνα ἴσα ἐστὶν ⟨τῷ ἀπὸ τῆς *ΑΓ* τετραγώνῳ.⟩ καὶ ἔστι τὰ ἀπὸ τῶν *ΑΒ ΒΓ* ⟨τετράγωνα μονάδων κε· καὶ τὸ ἀπὸ τῆς⟩ *ΑΓ* ἄρα ἔσται μονάδων κε· αὐτὴ ⟨ἄρα ἡ *ΑΓ* μονάδων ε. ἡ δὲ μέθοδός ἐστιν αὕτη·⟩ τὰ μὲν γ ἐπὶ τὰ δ ποιήσαντα λαβεῖν ⟨τὸ ἥμισυ τούτων· γίνεται ϛ· τοσούτων⟩ τὸ ἐμβαδὸν τοῦ τριγώνου. καὶ ⟨...... τὰ γ⟩ ἐφ᾽ ἑαυτὰ ποιήσαντα καὶ ὁμοίως τὰ δ ἐφ᾽ ἑαυτὰ ⟨ποιήσαντα συνθεῖναι⟩· καὶ γίγνονται κε· καὶ τούτων πλευρὰν λαβόντα ἔχειν ⟨τοῦ τριγώνου τὴν⟩ ὑποτείνουσαν.

γ. Ἔστω τρίγωνον ἰσοσκελὲς τὸ *ΑΒΓ* ἴσην ἔχον τὴν *ΑΒ* τῇ *ΑΓ* καὶ ἑκατέραν ⟨τῶν⟩ ἴσων μονάδων ι. τὴν δὲ *ΒΓ* [τῇ *ΑΓ* ⟨καὶ⟩ ἑκατέραν τῶν ἴσων μονάδων ι fol. 68^{v} ⟨τὴν δὲ *ΒΓ*⟩] | μονάδων ιβ. εὑρεῖν αὐτοῦ[ς] ⟨τὸ ἐμβαδὸν.⟩ ἤχθω κάθετος ἐπὶ τὴν *ΒΓ* ἡ *ΑΔ*. καὶ διὰ μὲν τοῦ *Α* τῇ *ΒΓ* παράλληλος ἤχθω ἡ *ΕΖ*, διὰ δὲ τῶν *Β*, *Γ* τῇ *ΑΔ* παράλληλοι ἤχθωσαν αἱ *ΒΕ*, *Γ*⟨*Ζ*⟩· διπλάσιον ἄρα ἐστὶν τὸ *ΒΓΕΖ* παραλληλόγραμμον τοῦ *ΑΒΓ* τριγώνου· βάσιν τε γὰρ αὐτῷ ἔχει τὴν αὐτὴν καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ἐστίν. καὶ ἐπεὶ ἰσοσκελές

---

1 spatium 19 litterarum; supplevit man. 2 2 spatium 20 litterarum; supplevit man. 2 3 *ΑΒ*: corr. man. 2 spatium 18 litterarum; supplevit man. 2 4 spatium 17 litterarum; supplevi. ⟨ἡ ὑπὸ *ΑΒΓ* γωνία καὶ ...⟩ man. 2 5 spatium 17 litterarum; supplevi. *ΑΓ* ὑποτεινούσης man. 2 6 ἀπὸ τῶ: corr. man. 2 7 spatium 25 litterarum; supplevi. ⟨τ. μ. ιϛ συναμφότερα· καὶ τὸ ἀπὸ⟩ man. 2 8 spatium 17 litterarum; supplevi. ⟨ἄρα ἔσται μονάδων ε⟩ man. 2 9 spatium 21 litterarum; supplevi. τὰ μὲν β: correxi 11 spatium 17 litterarum; supplevi post αὐτὰ spatium 9 litterarum; supplevi 13 spatium 20 litterarum; supplevi

dessen Inhalt = 12 ist, wie oben gezeigt; der Inhalt des Dreiecks *ΑΒΓ* aber ist gleich der Hälfte des Parallelogramms *ΑΒΓΔ* (Elem. I 34). Der Inhalt des Dreiecks *ΑΒΓ* wird also = 6 sein. Und da der Winkel bei $B = 1\,R$ ist, so ist

$$AB^2 + B\Gamma^2 = A\Gamma^2.$$

Nun ist aber

$$AB^2 + B\Gamma^2 = 25;$$

also ist auch

$$A\Gamma^2 = 25;$$

folglich

$$A\Gamma = 5.$$

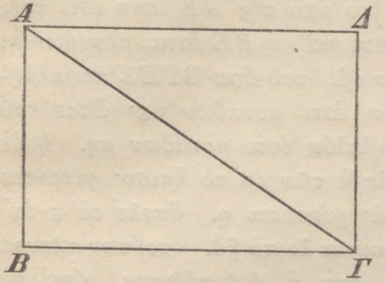


Fig. 2.

Das Verfahren ist folgendes: $\frac{3 \times 4}{2} = 6$. So viel beträgt der Inhalt des Dreiecks. Und $3^2 + 4^2 = 25$. Nimmt man hiervon die Wurzel, so hat man die Hypotenuse des Dreiecks.

III. Es sei *ΑΒΓ* ein gleichschenkliges Dreieck, in dem $AB = A\Gamma = 10$, $B\Gamma = 12$ sei. Zu finden seinen Inhalt. Es werde auf *ΒΓ* die Höhe *ΑΔ* gefällt und durch *Α* zu *ΒΓ* eine Parallele *ΕΖ*, durch *Β* und *Γ* aber zu *ΑΔ* die Parallelen *ΒΕ*, *ΓΖ* gezogen. Folglich ist das Parallelogramm *ΒΓΕΖ* doppelt so groſs als das Dreieck *ΑΒΓ*; denn es hat dieselbe Basis wie die-

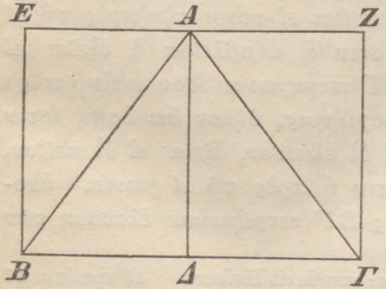


Fig. 3.

---

15 spatium 7 litterarum; supplevi 16 sq. delevi 17 αὐτοὺς: correxi; lacunam 12 litterarum supplevi 20 ⟨Ζ⟩ add. man. 2

ἐστι καὶ κάθετος ἦκται ἡ *ΑΔ*, ἴση ἐστὶν ἡ *ΒΔ* τῇ *ΔΓ*. καὶ ἔστιν ἡ *ΒΓ* μονάδων ιβ· ἡ ἄρα *ΒΔ* ἐστὶ μονάδων ϛ. ἡ δὲ *ΑΒ* μονάδων ι· ἡ ἄρα *ΑΔ* ἔσται μονάδων η, ἐπειδήπερ τὸ ἀπὸ τῆς *ΑΒ* ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν *ΒΔ ΔΑ*· ⟨ὥστε καὶ⟩ ἡ *ΒΕ* ἔσται μονάδων η. ἡ δὲ *ΒΓ* ἐστὶ μονάδων ιβ. τοῦ ἄρα *ΒΓΕΖ* παραλληλογράμμου τὸ ἐμβαδόν ἐστι μονάδων ϙ̄ϛ· ὥστε τοῦ *ΑΒΓ* τριγώνου τὸ ἐμβαδόν ἐστι μονάδων μη. ἡ δὲ μέθοδός ἐστιν αὕτη· λαβὲ τῶν ιβ τὸ ἥμισυ· γίνονται ϛ· καὶ τὰ ι ἐφ᾽ ἑαυτά· γίνονται ρ. ἄφελε τὰ ϛ ἐφ᾽ ἑαυτά, ἅ ἐστι λϛ· γίγνονται λοιπὰ ξδ. ⟨τούτων πλευρὰ γίνεται η·⟩ τοσούτου ἔσται ἡ *ΑΔ* κάθετος. ⟨καὶ τὰ ιβ ἐπὶ τὰ η· γίνονται⟩ ϙϛ. τούτων τὸ ἥμισυ. ⟨γίνονται μη· τοσούτων ἔσται τὸ ἐμβαδὸν τοῦ τριγώνου⟩.

δ. Τῶν δὲ ἀνισοσκελῶν τριγώνων ⟨τὰς γωνίας δεῖ ἐπισκέ⟩ψασθαι ὅπως τὰς ἀγομένας καθέτους ἀπὸ τῶν γωνιῶν ἐπὶ τὰς πλευρὰς εἰδῶμεν, ἤτοι ἐντὸς τῶν γωνιῶν πίπτουσιν ἢ ἐκτός· ἔστω οὖν δοθὲν τρίγωνον τὸ *ΑΒΓ* ἔχον ἑκάστην πλευρὰν δοθεισῶν μοιρῶν. καὶ δέον ἐστὶν ἐπισκέψασθαι εἰ τύχοι τὴν πρὸς τῷ *Α* γωνίαν, ἤτοι ὀρθή ἐστιν ἢ ἀ⟨μβλεῖ⟩α ἢ ὀξεῖα· εἰ μὲν οὖν τὸ ἀπὸ τῆς *ΒΓ* τετράγωνον ἴσον ἐστὶν ⟨τοῖς⟩
fol. 69^r ἀπὸ τῶν *ΒΑ ΑΓ* τετραγώ|νοις, δῆλον ὅτι ὀρθή ἐστιν ἡ πρὸς τῷ *Α* γωνία· εἰ δὲ ἔλασσον, ὀξεῖα· εἰ δὲ μεῖζον, δῆλον ὅτι ἀμβλεῖά ἐστιν ἡ πρὸς τῷ *Α* γωνία. ὑποκείσθω δὴ τὸ ἀπὸ τῆς *ΒΓ* τετράγωνον ἔλασσον τῶν

---

5 spatium 3 litterarum; supplevit Heiberg 13 spatium 17 litterarum; supplevi 14 versus unus et dimidius vacui; supplevi 15 spatium 18 litterarum; supplevi; [*ἐπισκε*] etiam m. 2. 17 *ἴδωμεν*: corr. Heiberg 20 fortasse *δέον ἔστω* 21 spatium 5 litterarum; supplevit man. 2. 24 *ἐλάσσων* et *μείζων*: correxi 26 *δὲ*: correxi *ἀπὸ τῇι*: correxi *ἐλάσσων*: correxi

ses und liegt zwischen denselben Parallelen (Elem. I 41). Und da das Dreieck gleichschenklig ist und die Höhe $A\Delta$ gefällt ist, so ist $B\Delta = \Delta\Gamma$. Nun ist $B\Gamma = 12$. Also ist $B\Delta = 6$. Es ist aber $AB = 10$; also $A\Delta = 8$, da $AB^2 = B\Delta^2 + \Delta A^2$. Und auch $BE = 8$, $B\Gamma$ aber $= 12$. Der Inhalt des Parallelogramms $B\Gamma EZ$ ist also $= 96$. Der Inhalt des Dreiecks $AB\Gamma$ ist also $= 48$. Das Verfahren ist folgendes:

$$\frac{12}{2} = 6$$

$$10^2 = 100$$

$$100 - 36 = 64$$

$$\sqrt{64} = 8 = A\Delta$$

Ferner: $$12 \times 8 = 96$$

$$\frac{96}{2} = 48.$$

So viel beträgt der Inhalt des Dreiecks.

IV. Bei den ungleichschenkligen Dreiecken muſs man die Winkel an der Spitze betrachten, um zu wissen, ob die von den Winkeln auf die gegenüberliegenden Seiten gefällten Höhen innerhalb der Winkel fallen oder auſserhalb. Es sei gegeben das Dreieck $AB\Gamma$, in dem jede Seite eine gegebene Gröſse habe. Und es sei beispielsweise nötig, den Winkel bei A zu betrachten, ob er ein rechter oder ein stumpfer oder ein spitzer ist. Wenn nun $B\Gamma^2$ gleich $BA^2 + A\Gamma^2$ ist, so ist klar, daſs der Winkel bei A ein rechter ist; wenn es aber kleiner ist, so ist er ein spitzer; wenn es gröſser ist, so ist es offenbar, daſs der Winkel bei A ein stumpfer ist (Elem. II 12—13). Es werde

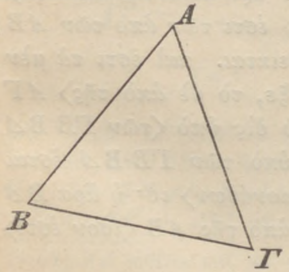


Fig. 4.

ἀπὸ τῶν ΒΑ ΑΓ τετραγώνων. ὀξεῖα ἄρα ἐστὶν ἡ πρὸς τῷ Α γωνία. εἰ γὰρ οὐκ ἔσται ὀξεῖα, ἤτοι ὀρθή ἐστιν ἢ ἀμβλεῖα. ὀρθὴ μὲν οὖν οὔκ ἐστιν· ἔδει γὰρ τὸ ἀπὸ τῆς ΒΓ τετράγωνον ἴσον εἶναι τοῖς ἀπὸ τῶν ΓΑ ΑΒ τετραγώνοις· οὐκ ἔστιν δέ· οὐκ ἄρα ὀρθή ἐστιν ἡ πρὸς τῷ Α γωνία. οὐδὲ μὴν ἀμβλεῖά ἐστιν· ἔδει γὰρ τὸ ἀπὸ τῆς ΒΓ τετράγωνον μεῖζον εἶναι τῶν ἀπὸ τῶν ΓΑ ΑΒ τετραγώνων· οὐκ ἔστιν δέ· οὐδὲ ἄρα ἀμβλεῖα ἐστιν. ἐδείχθη δὲ ὅτι οὐδὲ ὀρθή· ὀξεῖα ἄρα ἐστίν. ὁμοίως δὴ ἐπιλογιούμεθα καὶ ἐὰν τὸ ἀπὸ τῆς ΒΓ τετράγωνον μεῖζον ᾖ τῶν ἀπὸ τῶν ΒΑ ΑΓ τετραγώνων, ὅτι ἀμβλεῖά ἐστιν ἡ πρὸς τῷ Α γωνία.

ε. Ἔστω τρίγωνον ὀξυγώνιον τὸ ΑΒΓ ἔχον τὴν μὲν ΑΒ μονάδων ιγ, τὴν δὲ ⟨ΒΓ μονάδων ιδ, τὴν δὲ ΑΓ μονάδων ιε.⟩ εὑρεῖν αὐτοῦ τὸ ἐμβαδόν. φανερὸν ⟨.......... ὅτι⟩ ὀξεῖά ἐστιν ἡ πρὸς τῷ Β γωνία· τὸ ⟨γὰρ ἀπὸ τῆς ΑΓ τετράγωνον ἔλασσον⟩ ἐστὶ τῶν ἀπὸ τῶν ΑΒ ⟨ΒΓ τετραγώνων. κάθετος ἤχθω ἐπὶ⟩ τὴν ΒΓ ἡ ΑΔ. τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς ΑΓ ⟨τῷ δὶς ὑπὸ τῶν ΓΒ ΒΔ ἔλασσόν⟩ ἐστι τῶν ἀπὸ τῶν ΑΒ ΒΓ ὡς ⟨..............⟩ δέδεικται. καὶ ἔστι τὰ μὲν ἀπὸ τῶν ΑΒ ΒΓ ⟨μονάδων τξε, τὸ δὲ ἀπὸ τῆς⟩ ΑΓ μονάδων ⟨σ⟩κε· λοιπὸν ἄρα τὸ δὶς ὑπὸ ⟨τῶν ΓΒ ΒΔ μονάδων ρμ· τὸ ἄρα⟩ ἅπαξ ὑπὸ τῶν ΓΒ ΒΔ ἔσται μονάδων ο. καὶ ⟨ἔστιν ἡ ΒΓ μονάδων⟩ ιδ· ἡ ἄρα ΒΔ ἔσται μονάδων ε. καὶ ἐπεὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΑΒ ⟨ἴσον ἐστὶ⟩

---

1 *τῶν ἀπὸ τὸ*: correxi 13 [*ὀξυγώνιον*] Heiberg 14 lacuna 15 litterarum capax; supplevi 16 spatium 14 litterarum; supplevi *ὅτι*; cetera dubia, f. *ἐκ τῶν προγεγραμμένων* *τῷ Α*: corr. Heiberg 17 spatium 14 litterarum; supplevi 18 spatium 17 litterarum; supplevi 19 spatium 26 litterarum; supplevi 20 *τοῖς ἀπὸ*: correxi 21 spatium 14 litterarum; fortasse ⟨*ἐν τοῖς*

angenommen, $B\Gamma^2$ sei kleiner als $BA^2 + A\Gamma^2$; es ist also der Winkel bei A ein spitzer. Denn wenn er nicht ein spitzer ist, ist er entweder ein rechter oder ein stumpfer. Ein rechter nun ist er nicht; denn dann müſste $B\Gamma^2 = \Gamma A^2 + AB^2$ sein. Das ist aber nicht der Fall; folglich ist der Winkel bei A kein rechter. Er ist jedoch auch kein stumpfer; denn dann müſste $B\Gamma^2$ gröſser sein als $\Gamma A^2 + AB^2$. Das ist aber nicht der Fall; er ist also auch kein stumpfer. Es ward aber gezeigt, daſs er auch kein rechter ist; er ist also ein spitzer. In ähnlicher Weise nun werden wir schlieſsen, daſs wenn $B\Gamma^2$ gröſser ist als $BA^2 + A\Gamma^2$, der Winkel bei A ein stumpfer ist.

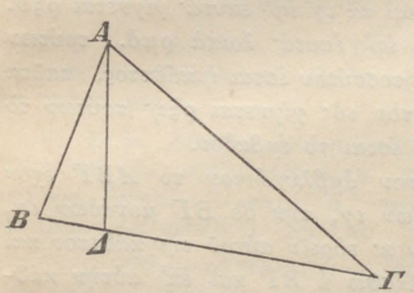


Fig. 5.

V. Es sei $AB\Gamma$ ein spitzwinkliges Dreieck, in dem $AB = 13$, $B\Gamma = 14$, $A\Gamma = 15$ ist. Zu finden seinen Inhalt. Es ist aus dem Bewiesenen klar, daſs der Winkel bei B ein spitzer ist. Denn $A\Gamma^2$ ist kleiner als $AB^2 + B\Gamma^2$. Es werde auf $B\Gamma$ die Höhe $A\Delta$ gefällt.1) Es ist also

$$A\Gamma^2 + 2\Gamma B \times B\Delta = AB^2 + B\Gamma^2,$$

wie ⟨...⟩ gezeigt ist. Nun ist $AB^2 + B\Gamma^2 = 365$ und $A\Gamma^2 = 225$. Folglich ist $2B\Gamma \times B\Delta = 140$; folglich $B\Gamma \times B\Delta = 70$. Nun ist $B\Gamma = 14$; folglich wird $B\Delta = 5$. Und da $AB^2 = A\Delta^2 + \Delta B^2$ ist und $AB^2 = 169$, $B\Delta^2 = 25$ ist,

---

1) $A\Delta$ müſste auf $B\Gamma$ senkrecht stehen.

στοιχείοις⟩ aut ⟨*τῷ στοιχειωτῇ*⟩ aut ⟨*τῷ Εὐκλείδῃ ἀπο*⟩ cf. Euclidis Elementa II 13 22 spatium 10 litterarum; supplevi 23 ⟨*σ*⟩ addidi spatium 15 litterarum; supplevi 25 spatium 10 litterarum; supplevi 26 spatium 4 litterarum; supplevi τοῖς ἀπὸ τῶν AΔ ΔB· καὶ ἔστι τὸ μὲν ἀπὸ τῆς AB fol. 69^{v} μονάδων ρξθ|, τὸ δὲ ἀπὸ τῆς BΔ μονάδων κε· λοιπὸν ἄρα τὸ ἀπὸ τῆς AΔ ἔσται μονάδων ρμδ. αὐτὴ ἄρα ἡ AΔ ἔσται μονάδων ιβ. ἔστι δὲ καὶ ἡ BΓ μονάδων ιδ· τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν BΓAΔ ἔσται μονάδων ρξη. καὶ ἔστι τοῦ ABΓ τριγώνου διπλάσιον· τὸ ⟨ἄρα⟩ ABΓ τρίγωνον ἔσται μονάδων πδ. ἡ δὲ μέθοδος ἔσται τοιαύτη· τὰ ιγ ἐφ᾽ ἑαυτά· γίγνεται ρξθ· καὶ τὰ ιδ ἐφ᾽ ἑαυτά· γίγνεται ρϙϛ· καὶ τὰ ιε ἐφ᾽ ἑαυτά· γίγνεται σκε· ⟨σύνθες τὰ ρξθ καὶ τὰ ρϙϛ· γίγνεται τξε· ἀπὸ τούτων ἄφελε τὰ σκε·⟩ γίγνεται λοιπὰ ρμ· τούτων τὸ ἥμισυ· γίγνεται ο· παράβαλε παρὰ τὸν ιδ· γίγνεται ε· καὶ τὰ ιγ ἐφ᾽ ἑαυτά· γίγνεται ρξθ. ἀφ᾽ ὧν ἄφελε τὰ ε ἐφ᾽ ἑαυτά· λοιπὰ ρμδ. τούτων πλευρὰ γίγνεται ιβ· τοσούτου ἔσται ἡ κάθετος. ταῦτα πολυπλασίασον ἐπὶ τὸν ιδ· γίγνεται ρξη· τούτων τὸ ἥμισυ πδ· τοσούτου ἔσται τὸ ἐμβαδόν.

ϛ. Ἔστω τρίγωνον ἀμβλυγώνιον τὸ ABΓ ἔχον τὴν μὲν AB μονάδων ιγ, τὴν δὲ BΓ μονάδων ια, τὴν δὲ AΓ μονάδων κ· εὑρεῖν αὐτοῦ τὴν κάθετον καὶ τὸ ἐμβαδόν. ἐκβεβλήσθω ἡ BΓ καὶ ἐπ᾽ αὐτὴν κάθετος ἤχθω ἡ AΔ. τὸ ⟨ἄρα⟩ ἀπὸ τῆς AΓ μεῖζόν ἐστι τῶν ἀπὸ τῶν ABBΓ τῷ δὶς ὑπὸ τῶν ΓBBΔ. καὶ ἔστιν ⟨τὸ⟩ μὲν ἀπὸ τῆς AΓ μονάδων υ, τὸ δὲ ἀπὸ τῆς BΓ μονάδων ⟨ρκα, τὸ δὲ ἀπὸ τῆς AB ρξθ· τὸ ἄρα δὶς ὑπὸ⟩ τῶν ΓB BΔ μονάδων ρι. τὸ ἄρα ἅπαξ ὑπὸ τῶν ΓB BΔ ἔστιν ⟨μονάδων νε.⟩ καὶ ἔστιν ἡ BΓ μονάδων ια· ἡ ἄρα BΔ ἔσται μονάδων ε. ἀλλὰ καὶ ἡ AB μονάδων ιγ· ἡ ἄρα AΔ ἔσται μονάδων ιβ. ἀλλὰ καὶ ἡ BΓ μονάδων ⟨ια· τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν AΔ⟩ BΓ ἔσται μονάδων ρλβ. καὶ ἔστι διπλάσιον τοῦ AB ⟨Γ⟩ τριγώνου. τὸ ἄρα ABΓ

so wird $A\Delta^2 = 144$. Folglich wird $A\Delta = 12$ sein. Es ist aber $B\Gamma = 14$. Folglich wird $B\Gamma \times A\Delta = 168$ sein, und dies ist das Doppelte des Dreiecks $AB\Gamma$. Folglich wird das Dreieck $AB\Gamma = 84$ sein. Das Verfahren ist folgendes:

$$13^2 = 169$$
$$14^2 = 196$$
$$15^2 = 225$$
$$169 + 196 - 225 = 140$$
$$\frac{140}{2} = 70$$
$$70 : 14 = 5$$
$$13^2 = 169$$
$$169 - 5^2 = 144$$
$$\sqrt{144} = 12.$$

So groſs wird die Höhe sein. Dies multipliziere mit 14; es giebt 168; hiervon die Hälfte ist 84. So groſs wird der Inhalt sein.

VI. Es sei $AB\Gamma$ ein stumpfwinkliges Dreieck, in dem $AB = 13$, $B\Gamma = 11$, $A\Gamma = 20$. Zu finden seine Höhe und den Inhalt. Es werde $B\Gamma$ verlängert und auf sie die Höhe $A\Delta$ gefällt.[2] Nun ist

$$A\Gamma^2 - 2\Gamma B \times B\Delta = AB^2 + B\Gamma^2.$$

Nun ist

$$A\Gamma^2 = 400;\ B\Gamma^2 = 121;\ AB^2 = 169.$$

Also ist $2\Gamma B \times B\Delta = 110$, also $\Gamma B \times B\Delta = 55$. Nun ist $B\Gamma = 11$; folglich ist $B\Delta = 5$. Nun ist aber

---

[2] $A\Delta$ müſste auf der Verlängerung von ΓB senkrecht stehen.

---

7 spatium 2 litterarum; supplevit man. 2 10 inserui 19 $\overset{o}{\mu}$ ιδ: correxit m. 2 22—23 τὸ ἀπὸ τῶν: corr. man. 2 24 ⟨τὸ⟩ inserui $\overset{o}{\mu}$ ι: corr. man. 2 τῆς corr. ex τῶν man. 2 26 spatium 2 litterarum; supplevi 29 spatium 15 litterarum; supplevi 31 τοῦ AB: corr. man. 2 ἡ ἄρα: corr. man. 2

τρίγωνον ἔσται μονάδων ξ ⟨ϛ⟩. ἡ δὲ μέθοδος ἔσται [ἡ] αὕτη. τὰ ιγ ἐφ' ἑαυτὰ γίγνεται ρξθ· καὶ τὰ ια ἐφ' ἑαυτά· γίγνεται ρκα· καὶ τὰ κ ἐφ' ἑαυτά· γίγνεται υ. σύνθες τὰ ρξθ καὶ τὰ ρκα· γίγνεται σϟ· ταῦτα ἄφελε fol. 70^{r} ἀπὸ τῶν υ· λοιπὰ ρι. | τούτων τὸ ἥμισυ· γίγνεται νε.

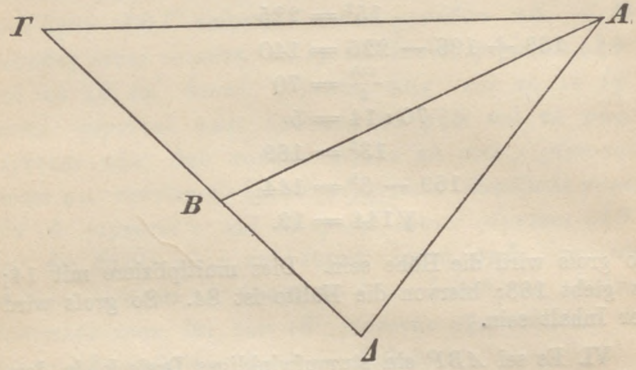


Fig. 6.

παράβαλε παρὰ τὸν ια· γίγνεται ε. καὶ τὰ ιγ ἐφ' ἑαυτά· γίγνεται ρξθ. ἄφελε τὰ ε ἐφ' ἑαυτά· λοιπὰ ρμδ. τούτων πλευρὰ γίγνεται ιβ. ἔσται ἡ κάθετος μονάδων ιβ. ταῦτα ἐπὶ τὰ ια· γίγνεται ρλβ. τούτων τὸ ἥμισυ ξϛ· τοσούτου ἔσται τὸ ἐμβαδὸν τοῦ τριγώνου.

Μέχρι μὲν οὖν τούτου ἐπιλογιζόμενοι τὰς γεωμετρικὰς ἀποδείξεις ἐποιησάμεθα, ἑξῆς δὲ κατὰ ἀνάλυσιν διὰ τῆς τῶν ἀριθμῶν συνθέσεως τὰς μετρήσεις ποιησόμεθα.

ζ. Ἐὰν ὦσι δύο ἀριθμοὶ οἱ AB, $B\varGamma$, ἔσται τοῦ ἀπὸ AB τετραγώνου ἐπὶ τὸν ἀπὸ τοῦ $B\varGamma$ τετράγωνον πλευρὰ ⟨ὁ⟩ ὑπὸ AB ⟨$\varGamma$⟩ περιεχόμενος ἀριθμός. ἐπεὶ

$AB = 13$; folglich wird $A\varDelta = 12$ sein. Aber auch $B\varGamma = 11$. Folglich wird $A\varDelta \times B\varGamma = 132$ sein, und dies ist der doppelte Wert des Dreiecks $AB\varGamma$. Folglich wird das Dreieck $AB\varGamma = 66$ sein. Das Verfahren ist folgendes:

$$13^2 = 169$$
$$11^2 = 121$$
$$20^2 = 400$$
$$169 + 121 = 290$$
$$400 - 290 = 110$$
$$\frac{110}{2} = 55$$
$$55 : 11 = 5$$
$$13^2 = 169$$
$$169 - 5^2 = 144$$
$$\sqrt{144} = 12.$$

Die Höhe wird $= 12$ sein. Ferner:

$$12 \times 11 = 132$$
$$\frac{132}{2} = 66.$$

So groſs wird der Inhalt des Dreiecks sein.

Bis hierher nun haben wir die geometrischen Beweise durch Rechnung gegeben; im folgenden aber werden wir die Messungen nach Maſsgabe einer Analyse vermittelst Zusammensetzung der Zahlenwerte bewerkstelligen.

VII. Wenn AB und $B\varGamma$ zwei Zahlenwerte sind, so wird $\sqrt{AB^2 \times B\varGamma^2} =$ dem Inhalt von $AB\varGamma$1) sein. Denn

1) Gemeint ist ein Rechteck mit den Seiten AB und $B\varGamma$.

---

1 ⟨ϛ⟩ add. man. 2 2 ἡ αὐτή: delevi ἡ 3 post υ 6 fere litterae erasae; nil desideratur 10 τοσοῦτον: correxi 17 ὁ additum f. a manu 1 ⟨$\varGamma$⟩ add. man. 2

γάρ ἐστιν ὡς ὁ *ΑΒ* πρὸς τὸν *ΒΓ*, οὕτως ὅ τε ἀπὸ *ΑΒ* τετράγωνος πρὸς τὸν ὑπὸ *ΑΒΓ* περιεχόμενον ἀριθμὸν καὶ ὁ ὑπὸ *ΑΒΓ* πρὸς τὸν ἀπὸ *ΒΓ* τετράγωνον, ἔσται ἄρα καὶ ὡς ὁ ἀπὸ *ΑΒ* τετράγωνος πρὸς τὸν ὑπὸ *ΑΒΓ*, οὕτως ὁ ὑπὸ *ΑΒΓ* πρὸς τὸν ἀπὸ *ΒΓ* τετράγωνον. ἐπεὶ οὖν τρεῖς ἀριθμοὶ ἀνάλογον ἔχουσιν, ἔσται ὁ ὑπὸ τῶν ἄκρων ἴσος τῷ ἀπὸ τοῦ μέσου τετραγώνῳ· ὁ ἄρα ἀπὸ τοῦ *ΑΒ* τετράγωνος ἐπὶ τὸν ἀπὸ τοῦ *ΒΓ* ἴσος ἔσται τῷ ὑπὸ τῶν *ΑΒΓ* ἐφ᾽ ἑαυτόν. τοῦ ἄρα ἀπὸ *ΑΒ* ἐπὶ τὸν ἀπὸ *ΒΓ* τετράγωνον πλευρά ἐστιν ὁ ὑπὸ τῶν *ΑΒΓ* περιεχόμενος ἀριθμός.

fol. 70v η. | Ἔστι δὲ καθολικὴ μέθοδος ὥστε τριῶν πλευρῶν δοθεισῶν οἱουδηποτοῦν τριγώνου τὸ ἐμβαδὸν εὑρεῖν χωρὶς καθέτου· οἷον ἔστωσαν αἱ τοῦ τριγώνου πλευραὶ μονάδων ζ, η, ϑ. σύνϑες τὰ ζ καὶ τὰ η καὶ τὰ ϑ· γίγνεται κδ. τούτων λαβὲ τὸ ἥμισυ· γίγνεται ιβ. ἄφελε τὰς ζ μονάδας· λοιπαὶ ε. πάλιν ἄφελε ἀπὸ τῶν ιβ τὰς η· λοιπαὶ δ. καὶ ἔτι τὰς ϑ· λοιπαὶ γ. ποίησον τὰ ιβ ἐπὶ τὰ ε· γίγνονται ξ. ταῦτα ἐπὶ τὸν δ· γίγνονται σμ· ταῦτα ἐπὶ τὸν γ· γίγνεται ψκ· τούτων λαβὲ πλευρὰν καὶ ἔσται τὸ ἐμβαδὸν τοῦ τριγώνου. ἐπεὶ οὖν αἱ ψκ ῥητὴν τὴν πλευρὰν οὐκ ἔχουσι, ληψόμεθα μετὰ διαφόρου ἐλαχίστου τὴν πλευρὰν οὕτως· ἐπεὶ ὁ συνεγγίζων τῷ ψκ τετράγωνός ἐστιν ὁ ψκϑ καὶ πλευρὰν ἔχει τὸν κζ, μέρισον τὰς ψκ εἰς τὸν κζ· γίγνεται κς καὶ τρίτα δύο· πρόσϑες τὰς κζ· γίγνεται νγ τρίτα δύο. τούτων τὸ ἥμισυ· γίγνεται κς∟γʹ. ἔσται ἄρα τοῦ ψκ ἡ πλευρὰ ἔγγιστα τὰ κς∟γʹ. τὰ γὰρ κς∟γʹ ἐφ᾽ ἑαυτὰ γίγνεται ψκ λςʹ· ὥστε τὸ διάφορον μονάδος

da $AB : B\Gamma = AB^2 : AB\Gamma = AB\Gamma : B\Gamma^2$, so wird folglich auch $AB^2 : AB\Gamma = AB\Gamma : B\Gamma^2$ sein. Da nun 3 Zahlenwerte in einem Verhältnis stehen, so wird das Produkt der beiden äuſseren gleich dem Quadrat der mittleren sein (Elem. VI 17). Also wird $AB^2 \times B\Gamma^2 = AB\Gamma^2$ sein; also $\sqrt{AB^2 \times B\Gamma^2} = AB\Gamma$.

VIII. Es giebt eine allgemeine Methode, um, wenn drei Seiten eines beliebigen Dreiecks gegeben sind, den Inhalt ohne die Höhe zu finden. Beispielsweise seien die Seiten des Dreiecks = 7, 8, 9.

$$7 + 8 + 9 = 24$$
$$\tfrac{24}{2} = 12$$
$$12 - 7 = 5$$
$$12 - 8 = 4$$
$$12 - 9 = 3$$
$$12 \times 5 = 60$$
$$60 \times 4 = 240$$
$$240 \times 3 = 720.$$

Daraus ziehe die Wurzel, und sie wird gleich dem Inhalt des Dreiecks sein. Da nun 720 eine rationale Wurzel nicht besitzt, so werden wir mit kleinster Differenz die Wurzel folgendermaſsen ziehen. Da die 720 nächstkommende Quadratzahl 729 ist und die Wurzel 27 hat, so teile 720 durch 27; es ergiebt $26\tfrac{2}{3}$.

$$27 + 26\tfrac{2}{3} = 53\tfrac{2}{3}$$

$$\frac{53\frac{2}{3}}{2} = 26\tfrac{1}{2} + \tfrac{1}{3}.$$

---

5 τὸν ἀπὸ: correxit m. 2 7 ἴσος τὸ: corr. man. 2 9 τὸ ὑπὸ: corr. man. 2 11 ὑπὸ τὸν: correxi 20 τῶν δ: correxi τῶν γ: correxi 22 sq. cf. P. Tannery Zeitschrift f. Math. u. Physik, hist. litt. Abt. 1894 pag. 13—15; M. Curtze ib. 1897 p. 113 sq.; Eutocius p. 270, 1 sq. Heib. 22 $\overline{\text{ρη}}$ τὴν: ῥητὴν τὴν m. 2(?) 28 ἔγγιστα τὰ: τὰ f. delendum 29 $\overset{o}{\mu}$ corr. ex $\overset{\omega}{\mu}$ man. 1

ἐστὶ μόριον λϛ΄. ἐὰν δὲ βουλώμεθα ἐν ἐλάσσονι μορίῳ τοῦ λϛ΄ τὴν διαφορὰν γίγνεσθαι, ἀντὶ τοῦ ψκθ τάξομεν τὰ νῦν εὑρεθέντα ψκ καὶ λϛ΄, καὶ ταὐτὰ ποιήσαντες εὑρήσομεν πολλῷ ἐλάττονα ⟨τοῦ⟩ λϛ΄ τὴν διαφορὰν γιγνομένην.

ἡ δὲ γεωμετρικὴ τούτου ἀπόδειξίς ἐστιν ἥδε· τριγώνου δοθεισῶν τῶν πλευρῶν εὑρεῖν τὸ ἐμβαδόν.

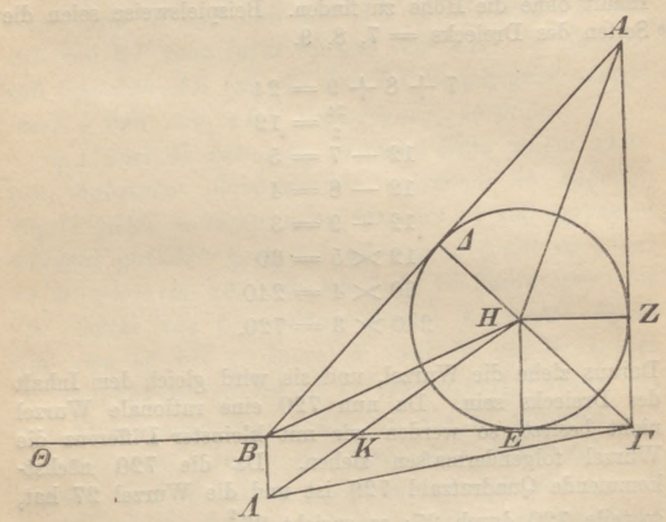


Fig. 7.

δυνατὸν μὲν οὖν ἐστιν ἀγαγόντα[ϛ] μίαν κάθετον καὶ πορισάμενον αὐτῆς τὸ μέγεθος εὑρεῖν τοῦ τριγώνου τὸ ἐμβαδόν, δέον δὲ ἔστω χωρὶς τῆς καθέτου τὸ ἐμβαδὸν πορίσασθαι.

---

3 ταῦτα: correxit Curtze 4 ἔλαττον: corr. et suppl. Heiberg 7 cf. Dioptr. cap. XXX; Hultsch Zeitschrift f. Math. u. Physik 1864 p. 225—249; Heronis reliqu. p. 235 sq. 8 ἀγαγόντας: correxi

Es wird also die Wurzel aus 720 annähernd $= 26\frac{1}{2} + \frac{1}{3}$ sein. Denn $\left(26\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right)^2 = 720\frac{1}{36}$, sodaſs die Differenz nur $\frac{1}{36}$ beträgt. Wenn wir aber wünschen, daſs die Differenz kleiner als $\frac{1}{36}$ wird, so werden wir anstatt 729 den gefundenen Wert $720\frac{1}{36}$ einsetzen, und wenn wir dann wieder dasselbe thun, so werden wir finden, daſs die Differenz viel kleiner als $\frac{1}{36}$ wird. Der geometrische Beweis hierfür ist folgender. Wenn die 3 Seiten eines Dreiecks gegeben sind, seinen Inhalt zu finden. Es ist nun möglich, wenn man eine Höhe fällt und ihre Gröſse bestimmt, den Inhalt des Dreiecks zu finden. Die Aufgabe sei aber, den Inhalt ohne die Höhe zu bestimmen. Das gegebene Dreieck sei $AB\Gamma$, und es sei jede der Seiten AB, $B\Gamma$, ΓA gegeben. Zu

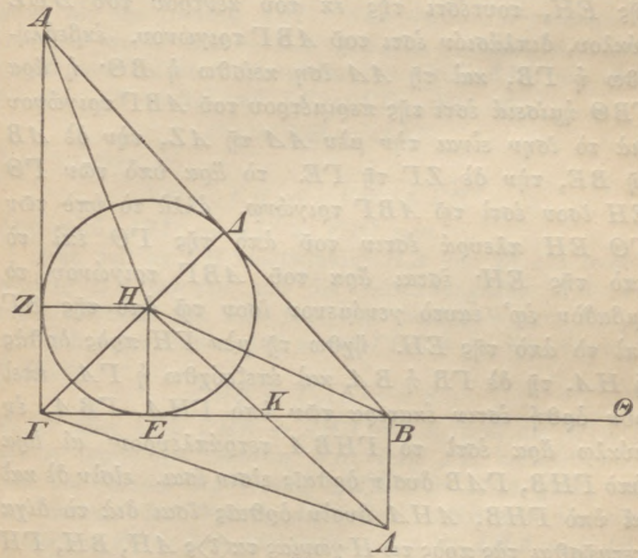


Fig. 8.

ἔστω τὸ δοθὲν τρίγωνον τὸ ΑΒΓ καὶ ἔστω ἑκάστη τῶν ΑΒ, ΒΓ, ΓΑ δοθεῖσα· εὑρεῖν τὸ ἐμβαδόν. ἐγγεγράφθω εἰς τὸ τρίγωνον κύκλος ὁ ΔΕΖ, οὗ κέντρον ἔστω τὸ Η, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΑΗ, ΒΗ, ΓΗ, ΔΗ, ΕΗ, ΖΗ. τὸ μὲν ἄρα ὑπὸ ΒΓ ΕΗ διπλάσιόν ἐστι τοῦ ΒΗΓ τριγώνου, τὸ δὲ ὑπὸ ΓΑ ΖΗ τοῦ ΑΓΗ τριγώνου, ⟨τὸ δὲ ὑπὸ ΑΒ ΔΗ τοῦ ΑΒΗ τριγώνου⟩· fol. 71r τὸ ἄρα ὑπὸ τῆς περιμέτρου τοῦ ΑΒΓ τρι|γώνου καὶ τῆς ΕΗ, τουτέστι τῆς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ ΔΕΖ κύκλου, διπλάσιόν ἐστι τοῦ ΑΒΓ τριγώνου. ἐκβεβλήσθω ἡ ΓΒ, καὶ τῇ ΑΔ ἴση κείσθω ἡ ΒΘ· ἡ ἄρα ΓΒΘ ἡμίσειά ἐστι τῆς περιμέτρου τοῦ ΑΒΓ τριγώνου διὰ τὸ ἴσην εἶναι τὴν μὲν ΑΔ τῇ ΑΖ, τὴν δὲ ΔΒ τῇ ΒΕ, τὴν δὲ ΖΓ τῇ ΓΕ. τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν ΓΘ ΕΗ ἴσον ἐστὶ τῷ ΑΒΓ τριγώνῳ. ἀλλὰ τὸ ὑπὸ τῶν ΓΘ ΕΗ πλευρά ἐστιν τοῦ ἀπὸ τῆς ΓΘ ἐπὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΕΗ· ἔσται ἄρα τοῦ ΑΒΓ τριγώνου τὸ ἐμβαδὸν ἐφ' ἑαυτὸ γενόμενον ἴσον τῷ ἀπὸ τῆς ΘΓ ἐπὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΕΗ. ἤχθω τῇ μὲν ΓΗ πρὸς ὀρθὰς ἡ ΗΛ, τῇ δὲ ΓΒ ἡ ΒΛ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΓΛ. ἐπεὶ οὖν ὀρθή ἐστιν ἑκατέρα τῶν ὑπὸ ΓΗΛ, ΓΒΛ, ἐν κύκλῳ ἄρα ἐστὶ τὸ ΓΗΒΛ τετράπλευρον· αἱ ἄρα ὑπὸ ΓΗΒ, ΓΛΒ δυσὶν ὀρθαῖς εἰσιν ἴσαι. εἰσὶν δὲ καὶ αἱ ὑπὸ ΓΗΒ, ΑΗΔ δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι διὰ τὸ δίχα τετμῆσθαι τὰς πρὸς τῷ Η γωνίας τα⟨ῖ⟩ς ΑΗ, ΒΗ, ΓΗ καὶ ἴσας εἶναι τὰς ὑπὸ τῶν ΓΗΒ, ΑΗΔ ταῖς ὑπὸ τῶν ΑΗΓ, ΔΗΒ καὶ τὰς πάσας τέτρασιν ὀρθαῖς ἴσας εἶναι· ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΑΗΔ τῇ ὑπὸ ⟨Γ⟩ΛΒ. ἔστι δὲ καὶ ὀρθὴ ἡ ὑπὸ ΑΔΗ ὀρθῇ τῇ ὑπὸ ΓΒΛ

---

7 suppl. m. 2   20 ΒΛ: ΛΒ suprascripsit m. 2   21 τῶ:

finden seinen Inhalt. Es werde (Elem. IV 4) in das Dreieck der Kreis ΔEZ einbeschrieben, dessen Mittelpunkt H sein soll, und die Verbindungslinien AH, BH, ΓH, ΔH, EH, ZH gezogen. Es ist also:

$$B\Gamma \times EH = 2B H\Gamma$$
$$\Gamma A \times ZH = 2A\Gamma H$$
$$AB \times \Delta H = 2ABH$$

Also ist das Produkt aus dem Umfang des Dreiecks ABΓ und EH, d. h. dem Radius des Kreises ΔEZ, doppelt so grofs als das Dreieck ABΓ. Nun werde ΓB verlängert, und es werde $B\Theta = A\Delta$ gemacht. Dann ist ΓBΘ gleich dem halben Umfang des Dreiecks ABΓ, weil $A\Delta = AZ$, $\Delta B = BE$ und $Z\Gamma = \Gamma E$. Also ist

$$\Gamma\Theta \times EH = AB\Gamma.$$

Nun ist aber

$$\Gamma\Theta \times EH = \sqrt{\Gamma\Theta^2 \times EH^2}.$$

Also wird $AB\Gamma^2 = \Theta\Gamma^2 \times EH^2$ sein.

Nun soll zu ΓH rechtwinklig HΛ und zu ΓB rechtwinklig BΛ gezogen und die Verbindungslinie ΓΛ gezogen werden. Da nun jeder der beiden Winkel ΓHΛ und ΓBΛ ein rechter ist, so ist ΓHBΛ ein Kreisviereck. Folglich ist

$$\Gamma HB + \Gamma\Lambda B = 2\,R.$$

Es ist aber auch $\Gamma HB + AH\Delta = 2\,R$, weil die Winkel bei H durch die Geraden AH, BH, ΓH halbiert sind und die Summe der Winkel ΓHB und AHΔ gleich ist der Summe der Winkel AHΓ und ΔHB und sie alle zusammen gleich 4 Rechten sind. Also ist $AH\Delta = \Gamma\Lambda B$. Es ist aber auch der rechte Winkel AΔH gleich dem rechten Winkel ΓBΛ. Also ist das Dreieck AHΔ dem Dreieck ΓBΛ ähnlich. Folglich ist

$$B\Gamma : B\Lambda = A\Delta : \Delta H = B\Theta : EH$$

---

corr. m. 2   τὰς: ταῖς m. 2   26 ΓΗΒ ἡ ΗΔ: corr. m. 2   τὰς ὑπὸ: corr. m. 2   27 ὀρθάς: correxi   28 ⟨Γ⟩ add. m. 2

ἴση· ὅμοιον ἄρα ἐστὶ τὸ *ΑΗΔ* τρίγωνον τῷ *ΓΒΛ* τριγώνῳ. ὡς ἄρα ἡ *ΒΓ* πρὸς *ΒΛ*, ἡ *ΑΔ* πρὸς *ΔΗ*, τουτέστιν ἡ *ΒΘ* πρὸς *ΕΗ*, καὶ ἐναλλάξ, ὡς ἡ *ΓΒ* πρὸς *ΒΘ*, ἡ *ΒΛ* πρὸς *ΕΗ*, τουτέστιν ἡ *ΒΚ* πρὸς *ΚΕ* διὰ τὸ παράλληλον εἶναι τὴν *ΒΛ* τῇ *ΕΗ*, καὶ συνθέντι, ὡς ἡ *ΓΘ* πρὸς *ΒΘ*, οὕτως ἡ *ΒΕ* πρὸς *ΕΚ*· ὥστε καὶ ὡς τὸ ἀπὸ τῆς *ΓΘ* πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν *ΓΘ*⟨*ΘΒ*⟩, οὕτως τὸ ὑπὸ *ΒΕΓ* πρὸς τὸ ὑπὸ *ΓΕΚ*, τουτέστι πρὸς τὸ ἀπὸ *ΕΗ*· ἐν ὀρθογωνίῳ γὰρ ἀπὸ τῆς ὀρθῆς ἐπὶ τὴν βάσιν κάθετος ἦκται ἡ *ΕΗ*· ὥστε τὸ ἀπὸ τῆς *ΓΘ* ἐπὶ τὸ ἀπὸ τῆς *ΕΗ*, ⟨οὗ⟩ πλευρὰ ἦν τὸ ἐμβαδὸν τοῦ *ΑΒΓ* τριγώνου, ἴσον ἔσται τῷ ὑπὸ *ΓΘΒ* ἐπὶ τὸ ὑπὸ *ΓΕΒ*. καὶ ἔστι δοθεῖσα ἑκάστη τῶν *ΓΘ*, *ΘΒ*, *ΒΕ*, *ΓΕ*· ἡ μὲν γὰρ *ΓΘ* ἡμίσειά ἐστι τῆς περιμέτρου τοῦ *ΑΒΓ* τριγώνου, ἡ δὲ *ΒΘ* ἡ ὑπεροχή, ᾗ ὑπερέχει ἡ ἡμίσεια τῆς περιμέτρου τῆς *ΓΒ*, ἡ δὲ *ΒΕ* ἡ ὑπεροχή, | fol. 71$^{\text{v}}$ ᾗ ὑπερέχει ἡ ἡμίσεια τῆς περιμέτρου τῆς *ΑΓ*, ἡ δὲ *ΕΓ* ⟨ἡ⟩ ὑπεροχή, ᾗ ὑπερέχει ἡ ἡμίσεια τῆς περιμέτρου τῆς *ΑΒ*, ἐπειδήπερ ἴση ἐστὶν ἡ μὲν *ΕΓ* τῇ *ΓΖ*, ἡ δὲ *ΒΘ* τῇ *ΑΖ*, ἐπεὶ καὶ τῇ *ΑΔ* ἐστὶν ἴση. δοθὲν ἄρα καὶ τὸ ἐμβαδὸν τοῦ *ΑΒ*⟨*Γ*⟩ τριγώνου. συντεθήσεται δὴ οὕτως· ἔστω ἡ μὲν *ΑΒ* μονάδων ⟨ιγ⟩, ἡ δὲ *ΒΓ* μονάδων ιδ, ἡ δὲ *ΑΓ* μονάδων ιε. σύνθες τὰ ιγ καὶ ιδ καὶ ιε· καὶ γίγνεται μβ. ὧν ἥμισυ· γίγνεται κα. ὕφελε τὰς ιγ· λοιπαὶ η· εἶτα τὰς ιδ· λοιπαὶ ζ· καὶ ἔτι τὰς ιε· λοιπαὶ ϛ. τὰ κα ἐπὶ τὰ η, καὶ τὰ γενόμενα ἐπὶ τὸν ζ, καὶ ἔτι τὰ γενόμενα ἐπὶ τὸν ϛ· συνάγονται ͵ζνϛ· τούτων πλευρὰ ⟨πδ.⟩ τοσούτου ἔσται τοῦ τριγώνου τὸ ἐμβαδόν.

---

7 ⟨*ΘΒ*⟩ suppl. m. 2(?) 10 *ΕΗ*: immo *ΗΕ* 11 οὗ ante πλευρὰν add. m. 2 12 τὸ ὑπό: corr. m. 2 18 ⟨ἡ⟩ addidi 21 ⟨*Γ*⟩ add. m. 2 22 ⟨ιγ⟩ add. m. 2 26 ιε λοιπαὶ ζ∟: corr. m. 2 28 lacuna 10 litterarum; supplevi

und umgekehrt:

$$\Gamma B : B\Theta = B\Lambda : EH = BK : KE,$$

weil *ΒΛ* zu *ΕΗ* parallel ist, und

$$\Gamma\Theta : B\Theta = BE : EK;$$

so daſs auch

$$\Gamma\Theta^2 : \Gamma\Theta \times \Theta B = BE \times \langle \Gamma E \rangle : \Gamma E \times EK$$
$$= BE \times \langle \Gamma E \rangle : EH^2$$

Denn im rechtwinkligen Dreieck ist vom rechten Winkel auf die Hypotenuse die Höhe *ΕΗ* gefällt. Daher wird $\Gamma\Theta^2 \times EH^2$, woraus die Wurzel gleich dem Inhalt des Dreiecks *ΑΒΓ* war, gleich $\Gamma\Theta \times \Theta B \times \Gamma E \times EB$ sein. Nun ist gegeben jede der Linien *ΓΘ*, *ΘΒ*, *ΒΕ*, *ΓΕ*. Denn *ΓΘ* ist die Hälfte des Umfangs des Dreiecks *ΑΒΓ*; *ΒΘ* aber ist die Strecke, um die die Hälfte des Umfangs gröſser ist als *ΓΒ*; *ΒΕ* aber die Strecke, um die die Hälfte des Umfangs gröſser ist als *ΑΓ*; *ΕΓ* aber die Strecke, um die die Hälfte des Umfangs grösser ist als *ΑΒ*, da ja

$$E\Gamma = \Gamma Z, \quad B\Theta = AZ,$$

weil es auch $= A\Delta$ ist. Folglich ist der Inhalt des Dreiecks *ΑΒΓ* gegeben. Er wird folgendermaſsen berechnet. Es sei $AB = 13$, $B\Gamma = 14$, $A\Gamma = 15$.

$$13 + 14 + 15 = 42$$
$$\frac{42}{2} = 21$$
$$21 - 13 = 8$$

dann

$$21 - 14 = 7$$
$$21 - 15 = 6$$
$$21 \times 8 \times 7 \times 6 = 7056.$$

Hieraus die Wurzel ist gleich 84. So groſs wird der Inhalt des Dreiecks sein.

fol. 72r ϑ. | Ἐπεὶ οὖν ἐμάϑομεν τριγώνου τῶν πλευρῶν δοϑεισῶν εὑρεῖν τὸ ἐμβαδὸν ῥητῆς οὔσης ⟨τῆς⟩ καϑέτου, ἔστω μὴ ῥητῆς ὑπαρχούσης τῆς καϑέτου τὸ ἐμβαδὸν εὑρεῖν. ἔστω γὰρ τρίγωνον τὸ $AB\Gamma$ ἔχον τὴν μὲν AB μονάδων η, τὴν δὲ $B\Gamma$ μονάδων ι, τὴν δὲ $A\Gamma$ μονάδων ιβ· καὶ ἤχϑω κάϑετος ἡ $A\Delta$. ἀκολούϑως δὴ τοῖς ἐπὶ τοῦ ὀξυγωνίου εἰρημένοις ἔσται τὸ δὶς ὑπὸ $\Gamma B\Delta$ μονάδων κ· ἡ ἄρα $B\Delta$ ἔσται μονάδος α, καὶ τὸ ἀπ' αὐτῆς ἄρα μονάδος α. ἀλλὰ καὶ τὸ ἀπὸ τῆς AB μονάδων ξδ· λοιπὸν ἄρα τὸ ἀπὸ τῆς $A\Delta$ ἔσται μονάδων ξγ. ἀλλὰ καὶ τὸ ἀπὸ $B\Gamma$ μονάδων ρ· τὸ ἄρα ἀπὸ $B\Gamma$ ἐπὶ τὸ ἀπὸ $A\Delta$ ἔσται μονάδων ͵ϛτ. τούτου δὲ πλευρά ἐστιν ὁ ὑπὸ $B\Gamma$ $A\Delta$ [ἐφ' ἑαυτόν]· ὁ ὑπὸ τῶν $B\Gamma$ $A\Delta$ ἄρα ἐφ' ἑαυτὸν ἔσται μονάδων ͵ϛτ. τὸ ἄρα ἥμισυ τοῦ ὑπὸ $B\Gamma$ $A\Delta$ ἐφ' ἑαυτὸ μονάδων ͵αφοε· ὧν γὰρ τετραγώνων αἱ πλευραὶ διπλασίονες ἀλλήλων εἰσίν, τὰ ἀπ' αὐτῶν τετραπλάσιά ἐστιν τῶν ἀπὸ τῶν ἡμίσεων. τὸ δὲ ἥμισυ τοῦ ὑπὸ τῶν $B\Gamma A\Delta$ τὸ ἐμβαδόν ἐστι τοῦ τριγώνου· ἔστιν ἄρα τὸ τοῦ τριγώνου ἐμβαδὸν δυνάμει ͵αφοε. ἔξεστι δὲ τῶν ξγ τὴν πλευρὰν σύνεγγυς λαβόντα εὑρεῖν τὸ ἐμβαδὸν ὡς ῥητῆς οὔσης τῆς καϑέ-

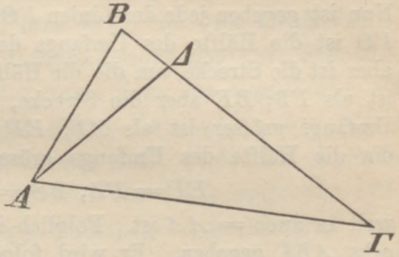


Fig. 9.

---

2 ⟨τῆς⟩ addidi 18—19 [ἐφ' ἑαυτόν]: delevit man. 2
25 ἥμισυ: in ἡμίσεος mutavit et ⟨πλευρὰ⟩ add. m. 2 perperam
28 λαβόντα ex λαβεῖν τα fec. m. 1

IX. Nachdem wir nun gelernt haben, wenn die Seiten eines Dreiecks gegeben sind, den Inhalt zu finden, falls die Höhe rational ist, sei jetzt die Aufgabe, falls die Höhe nicht rational ist, den Inhalt zu finden. Es sei nämlich $AB\Gamma$ das Dreieck, in dem

$$AB = 8,$$
$$B\Gamma = 10,$$
$$A\Gamma = 12,$$

und es werde die Höhe $A\Delta$ gezogen.[3] Entsprechend nun dem beim spitzwinkligen Dreieck Bemerkten wird $2\Gamma B \times B\Delta = 20$ sein, folglich $B\Delta = 1$ und auch $B\Delta^2 = 1$. Es ist aber $AB^2 = 64$; folglich wird $A\Delta^2 = 63$ sein. Es ist aber auch $B\Gamma^2 = 100$; also $B\Gamma^2 \times A\Delta^2 = 6300$. Also ist

$$\sqrt{6300} = (B\Gamma \times A\Delta)$$
$$(B\Gamma \times A\Delta)^2 = 6300$$
$$\left(\frac{B\Gamma \times A\Delta}{2}\right)^2 = 1575;$$

denn von den Quadratzahlen, von deren Wurzeln die eine doppelt so groſs ist als die andere, verhält sich die gröſsere zur kleineren wie 4 : 1. Die Hälfte aber von $B\Gamma \times A\Delta$ ist gleich dem Inhalt des Dreiecks. Es ist also der Inhalt des Dreiecks im Quadrat = 1575. Es ist aber möglich, wenn man die Wurzel von 63 annähernd bestimmt, den Inhalt zu finden, als wäre die Höhe rational. Nun ist die Wurzel von 63 annähernd $7\frac{1}{2} + \frac{1}{4}$

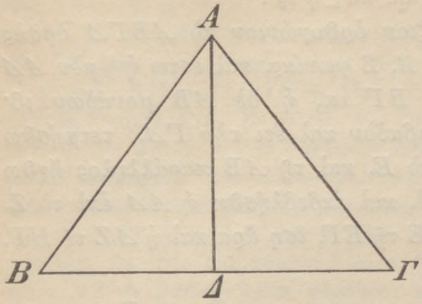


Fig. 10.

---

[3] In Fig. 9 müſste $A\Delta$ auf $B\Gamma$ senkrecht stehen.

του. τῶν δὲ ξγ σύνεγγύς ἐστιν ἡ πλευρὰ ζ∟δ′η′ις′. δεήσει οὖν τοσούτου ὑποστησάμενον τὴν κάθετον τὸ ἐμβαδὸν εὑρεῖν· ἔστι δὲ λθ∟η′ις′.

ι. Ἔστω τραπέζιον ὀρθογώνιον τὸ ΑΒΓΔ ὀρθὰς fol. 72ᵛ ἔχον τὰς πρὸς τοῖς Α, Β γωνίας, καὶ ἔστω ἡ | μὲν ΑΔ μονάδων ς, ἡ δὲ ΒΓ ια, ἡ δὲ ΑΒ μονάδων ιβ· εὑρεῖν αὐτοῦ τὸ ἐμβαδὸν καὶ ἔτι τὴν ΓΔ. τετμήσθω δίχα ἡ ΓΔ κατὰ τὸ Ε, καὶ τῇ ΑΒ παράλληλος ἤχθω διὰ τοῦ Ε ἡ ΖΕΗ, καὶ ἐκβεβλήσθω ἡ ΑΔ ἐπὶ τὸ Ζ. ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΔΕ τῇ ΕΓ, ἴση ἄρα καὶ ἡ ΔΖ τῇ ΗΓ. κοιναὶ προσκείσθωσαν αἱ ΑΔ ΒΗ· συναμφότερος ἄρα ἡ ΑΖ ΒΗ συναμφοτέρῳ τῇ ΑΔ ΒΓ ἴση ἐστίν. δοθεῖσα δέ ἐστιν συναμφότερος ἡ ΑΔ ΒΓ, ἐπεὶ καὶ ἑκατέρα αὐτῶν· δοθεῖσα ἄρα καὶ συναμφότερος ἡ ΑΖ ΒΗ, τουτέστι δύο αἱ ΒΗ· καὶ ἡ ΒΗ ἄρα ἐστὶ δοθεῖσα. ἀλλὰ καὶ ἡ ΑΒ· δοθὲν ἄρα τὸ ΑΒΖΗ παραλληλόγραμμον. καὶ ἐπεὶ ἴσον ἐστὶ τὸ ΔΕΖ τρίγωνον τῷ ΕΗΓ, κοινὸν προσκείσθω τὸ ΑΒΗΕΔ πεντάπλευρον· ὅλον ἄρα τὸ ΑΒΖΗ παραλληλόγραμμον ὅλῳ τῷ ΑΒΓΔ τραπεζίῳ ἴσον ἐστί. δοθὲν δὲ ἐδείχθη τὸ ΑΒΖΗ παραλληλόγραμμον· δοθὲν ἄρα καὶ τὸ ΑΒΓΔ τραπέζιον. ἡ δὲ ΓΔ εὑρεθήσεται οὕτως· ἤχθω κάθετος

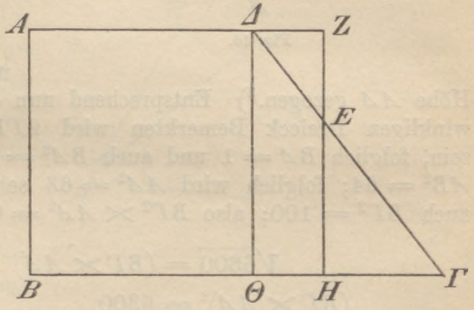


Fig. 11.

$+ \frac{1}{8} + \frac{1}{16}$. Es wird nun nötig sein, die Höhe so groſs anzusetzen und dann den Inhalt zu finden. Er beträgt $39\frac{1}{2} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16}$.

X. Es sei *ΑΒΓΔ* ein rechtwinkliges Trapez, in dem die Winkel bei *Α* und bei *Β* rechte sind; und es sei $ΑΔ = 6$, $ΒΓ = 11$, $ΑΒ = 12$. Zu finden seinen Inhalt und auſserdem *ΓΔ*. Es werde *ΓΔ* halbiert in *Ε*,[4] und zu *ΑΒ* werde durch *Ε* die Parallele *ΖΕΗ* gezogen und *ΑΔ* bis Z verlängert. Da $ΔΕ = ΕΓ$, so ist auch $ΔΖ = ΗΓ$. Auf beiden Seiten werde hinzugefügt $ΑΔ + ΒΗ$. Folglich sind $ΑΖ + ΒΗ = ΑΔ + ΒΓ$. Es ist aber $ΑΔ + ΒΓ$ gegeben, da jede der beiden Linien gegeben ist. Also ist auch $ΑΖ + ΒΗ = 2ΒΗ$ gegeben; also ist auch *ΒΗ* gegeben; aber auch *ΑΒ*; mithin ist das Parallelogramm *ΑΒΖΗ* gegeben. Und da Dreieck $ΔΕΖ =$ Dreieck *ΕΗΓ* ist, so werde auf beiden Seiten das Fünfeck *ΑΒΗΕΔ* zugefügt. Also ist das ganze Parallelogramm *ΑΒΖΗ* = dem ganzen Trapez *ΑΒΓΔ*. Das Parallelogramm *ΑΒΖΗ* aber ward als gegeben nachgewiesen. Gegeben ist also auch das Trapez *ΑΒΓΔ*. *ΓΔ* dagegen wird auf folgende Weise gefunden werden. Es werde die Höhe *ΔΘ* gezogen. Da nun *ΑΔ* gegeben ist, so ist also auch *ΒΘ* gegeben, aber auch *ΒΓ*: folglich ist nun auch *ΓΘ* gegeben; aber auch *ΔΘ*, da dies $= ΑΒ$ ist, und der Winkel bei *Θ* ist ein rechter; also ist auch *ΓΔ* gegeben. Berechnet wird es der Analyse entsprechend in folgender Weise:

$$6 + 11 = 17$$

$$\frac{17}{2} = 8\frac{1}{2}$$

$$8\frac{1}{2} \times 12 = 102.$$

So groſs wird der Inhalt sein. Dagegen *ΔΓ* wird folgendermaſsen bestimmt.

---

[4] In Fig. 11 ist dies nicht der Fall.

---

8 *Ε* m. 2 in ras. 9 *ΖΕΚ*: corr. m. 2 20—21 συναμφότορος: corr. m. 2

ἡ ΔΘ. ἐπεὶ οὖν δοθεῖσά ἐστιν ἡ ΑΔ, δοθεῖσα ἄρα καὶ ἡ ΒΘ. ἀλλὰ καὶ ἡ ΒΓ· καὶ λοιπὴ ἄρα ἡ ΓΘ δοθεῖσά ἐστιν. ἀλλὰ καὶ ἡ ΔΘ· ἴση γάρ ἐστι τῇ ΑΒ· καὶ ὀρθή ἐστιν ἡ πρὸς τῷ Θ γωνία· δοθεῖσα ἄρα καὶ ἡ ΓΔ. συντεθήσεται δὲ ἀκολούθως τῇ ἀναλύσει οὕτως· σύνθες τὰ ς καὶ τὰ ια· γίγνεται ιζ. τούτων τὸ ἥμισυ· γίγνεται η∟. ταῦτα ἐπὶ τὰ ιβ· γίγνεται ρβ· τοσούτου ἄρα τὸ ἐμβαδόν. ἡ δὲ ΔΓ οὕτως· ὕφελε ἀπὸ τῶν ια τὰ ς· καὶ γίγνεται λοιπὰ ε. ταῦτα ἐφ' ἑαυτά· γίγνεται κε· καὶ τὰ ιβ ἐφ' ἑαυτά· γίγνεται ρμδ. πρόσθες τὰ κε· γίγνεται ρξθ. τούτων πλευρὰ γίγνεται ⟨ιγ·⟩ τοσούτων ἔσται ἡ ΔΓ.

fol. 73^{r} ια. | Ἔστω τραπέζιον ἰσοσκελὲς τὸ ΑΒΓΔ ἴσην ἔχον τὴν ΑΒ τῇ ΓΔ, καὶ ἑκατέρα αὐτῶν ἔστω μονάδων ιγ, ἡ δὲ ΑΔ μονάδων ς, ἡ δὲ ΒΓ μονάδων ις· εὑρεῖν αὐτοῦ τὸ ἐμβαδὸν καὶ τὴν κάθετον. ἤχθω τῇ ΓΔ παράλληλος ἡ ΑΕ, καὶ κάθετος ἤχθω ἐπὶ τὴν ΒΓ ἡ ΑΖ· παραλληλόγραμμον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΕΓΔ. ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ μὲν ΑΔ τῇ ΕΓ, ἡ δὲ ΓΔ τῇ ΑΕ· ὥστε ἔσται ἡ μὲν ΑΕ μονάδων ιγ, ἡ δὲ ΕΓ μονάδων ς· λοιπὴ ἄρα ἡ ΒΕ μονάδων ι. ἐπεὶ οὖν ἰσοσκελές ἐστι τὸ ΑΒΕ τρίγωνον ἔχον ἑκάστην πλευρὰν δοθεῖσαν, ἔσται ἄρα καὶ ἡ ΑΖ κάθετος δοθεῖσα· καὶ ἔσται μονάδων ιβ, ὡς προδέδεικται. τετμήσθωσαν δὴ δίχα αἱ ΑΒ, ΓΔ τοῖς Η, Θ, καὶ κάθετοι ἐπὶ τὴν ΒΓ ⟨ἤχθωσαν⟩

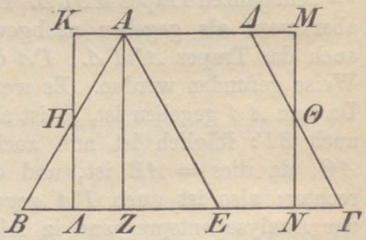


Fig. 12.

$$11 - 6 = 5$$
$$5^2 = 25$$
$$12^2 = 144$$
$$144 + 25 = 169$$
$$\sqrt{169} = 13.$$

So groſs wird ΔΓ sein.

XI. Es sei ΑΒΓΔ ein gleichschenkliges Trapez, in dem $AB = \Gamma\Delta = 13$, $A\Delta = 6$, $B\Gamma = 16$. Zu finden seinen Inhalt und seine Höhe. Es werde zu ΓΔ die Parallele ΑΕ gezogen und auf ΒΓ die Höhe ΑΖ gefällt. Folglich ist ΑΕΓΔ ein Parallelogramm. Also ist $A\Delta = E\Gamma$ und $\Gamma\Delta = AE$, sodaſs $AE = 13$, $E\Gamma = 6$ sein wird. Also ist $BE = 10$. Da nun das Dreieck ΑΒΕ gleichschenklig ist und Seiten von gegebener Gröſse hat, so wird auch die Höhe ΑΖ gegeben sein. Sie wird, wie vorher gezeigt ist, $= 12$ sein. Nun sollen ΑΒ und ΓΑ in Η und Θ halbiert werden und auf ΒΓ die Höhen ΚΗΛ und ΜΘΝ gefällt werden. Dann ist Dreieck $AKH = BH\Lambda$ und $\Delta M\Theta = \Gamma N\Theta$, sodaſs, wenn auf beiden Seiten das Sechseck ΑΗΛΝΘΔ hinzugefügt wird, das Parallelogramm ΚΛΜΝ gleich dem Trapez ΑΒΓΔ sein wird.

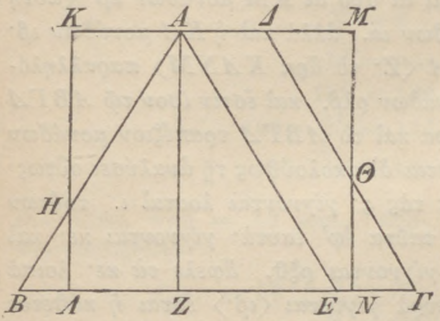


Fig. 13.

---

5 ΓΔ corr. ex ΓΕ m. 1(?) 10 $\overline{\kappa\varepsilon}$: ε renov. m. 1 11 ρκθ: corr. man. 2 ⟨ιγ⟩ add. man. 2 11—12 τοσοῦτον: corr. m. 2 ἔστω: correxi 12 τὸ ἐμβαδὸν: delevit et in mg. ἡ δγ adscripsit man. 2 31 ΓΑ: correxi ⟨ἤχθωσαν⟩ addidi

αἱ ΚΗΛ, ΜΘΝ. ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ μὲν ΑΚΗ τρίγωνον τῷ ΒΗΛ, τὸ δὲ ΔΜΘ τῷ ΓΝΘ· ὥστε κοινοῦ προστεθέντος τοῦ ΑΗΛΝΘΔ ἑξαπλεύρου ἴσον ἔσται τὸ ΚΛΜΝ παραλληλόγραμμον τῷ ΑΒΓΔ τραπεζίῳ. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ μὲν ΑΚ τῇ ΒΛ, ἡ δὲ ΔΜ τῇ ΓΝ, αἱ ἄρα ΑΚ ΔΜ ἴσαι εἰσὶν ταῖς ΒΛ ΝΓ. κοινῶν προστεθεισῶν τῶν ΑΔ ΛΝ ἔσται συναμφότερος ἡ ΚΜΛΝ, τουτέστι δύο αἱ ΚΜ, συναμφοτέρῳ τῇ ΑΔ ΒΓ ἴση. καὶ ἔστι δοθεῖσα συναμφότερος ἡ ΑΔ ΒΓ· ἔστι γὰρ μονάδων κβ· ἔσονται ἄρα καὶ αἱ δύο αἱ ΚΜ μονάδων κβ· ⟨αὐτὴ ἄρα ἡ ΚΜ⟩ μονάδων ια. ἀλλὰ καὶ ἡ ΚΛ μονάδων ιβ· ἴση γάρ ἐστι τῇ Α⟨Ζ· τὸ ἄρα ΚΛΝΜ⟩ παραλληλόγραμμον ἔσται μονάδων ρλβ. καὶ ἔστιν ἴσον τῷ ΑΒΓΔ τραπεζίῳ· ἔσται ἄρα καὶ τὸ ΑΒΓΔ τραπέζιον μονάδων ρλβ. ⟨συντε⟩θήσεται δὲ ἀκολούθως τῇ ἀναλύσει οὕτως· ἄφελε ἀπὸ τῶν ις τὰς ς· γίγνονται λοιπαὶ ι. τούτων τὸ ἥμισυ ε. καὶ ταῦτα ἐφ᾽ ἑαυτά· γίγνονται κε· καὶ τὰ ιγ ἐφ᾽ ἑαυτά· γίγνονται ρξθ. ἄφελε τὰ κε· λοιπὰ ρμδ. τούτων πλευρὰ γίγνεται ⟨ιβ·⟩ ἔσται ἡ κάθετος μονάδων ιβ. τὸ δὲ ἐμβαδὸν οὕτως· σύνθες τὰ ις καὶ
fol. 73^{v} *τὰ ς· γί|νονται κβ· ὧν ἥμισυ· γίγνονται ια· ⟨ταῦτα⟩ ἐπὶ τὴν κάθετον· γίγνεται ρλβ· τοσούτων ἔσται τὸ ἐμβαδόν.*

ιβ. Ἔστω τραπέζιον ὀξυγώνιον τὸ ΑΒΓΔ ὀξεῖαν ἔχον τὴν πρὸς τῷ Β γωνίαν, καὶ ἔστω ἡ μὲν ΑΒ μονάδων ιγ, ἡ δὲ ΓΔ μονάδων κ, ἡ δὲ ΑΔ μονάδων ς, ἡ δὲ ΒΓ μονάδων κζ· εὑρεῖν αὐτοῦ τὴν κάθετον καὶ τὸ ἐμβαδόν. ἤχθω τῇ ΓΔ παράλληλος ἡ ΑΕ καὶ κάθετος ἡ ΑΖ. ἡ μὲν ἄρα ΑΕ ἔσται μονάδων κ· ἡ

---

2 *ΓΗΘ*: correxi 3 *προστιθέντος*: correxi 7 *ΚΜΛ-Η*: correxi 10 sq. spatium 8 litterarum; supplevi 12 lacuna 9 litterarum; supplevi 21 ⟨*ταῦτα*⟩ m. 2.

Und da $AK = B\Lambda$ und $\Delta M = \Gamma N$, so ist $AK + \Delta M = B\Lambda + N\Gamma$. Wird auf beiden Seiten $A\Delta + \Lambda N$ zugesetzt, so wird $KM + \Lambda N = 2KM = A\Delta + B\Gamma$ sein. Und $A\Delta + B\Gamma$ ist gegeben; es ist nämlich $= 22$; daher wird auch $2KM = 22$, also $KM = 11$ sein. Aber auch $K\Lambda = 12$, denn es ist $= AZ$. Also wird das Parallelogramm $K\Lambda NM = 132$ sein. Und dies ist gleich dem Trapez $AB\Gamma\Delta$. Also wird auch das Trapez $AB\Gamma\Delta = 132$ sein. Berechnet wird es, der Analyse entsprechend, folgendermaſsen:

$$16 - 6 = 10$$
$$\frac{10}{2} = 5$$
$$5^2 = 25$$
$$13^2 = 169$$
$$169 - 25 = 144$$
$$\sqrt{144} = 12.$$

Die Höhe wird $= 12$ sein. Den Inhalt findet man folgendermaſsen:

$$16 + 6 = 22$$
$$\frac{22}{2} = 11$$
$$11 \times 12 = 132.$$

So groſs wird der Inhalt sein.

XII. Es sei $ABI\Delta$ ein spitzwinkeliges Trapez, das bei B einen spitzen Winkel hat, und es sei $AB = 13$, $\Gamma\Delta = 20$, $A\Delta = 6$, $B\Gamma = 27$. Zu finden seine Höhe und den Inhalt. Es werde zu $\Gamma\Delta$ die Parallele AE gezogen und die Höhe AZ gefällt. Also wird $AE = 20$, $\Gamma E = 6$

---

15 lacuna 5 litterarum; supplevit man. 2. 19 lacuna 2 litterarum; supplevi 22 ante *ἐπὶ* inseruit *ταῦτα* man. 2.

δὲ ΓΕ μονάδων ϛ· λοιπὴ ἄρα ἡ ΒΕ μονάδων κα· ὥστε διὰ τὸ ⟨τὸ⟩ ΑΒΕ ὀξυγώνιον τρίγωνον ⟨εἶναι⟩ ἔσται ἡ ΑΖ κάθετος μονάδων ιβ. δίχα δὴ τμηθεισῶν τῶν ΑΒ ΓΔ τοῖς Η, Θ καὶ καθέτων ἀχθεισῶν τῶν ΚΗΛ ΜΘΝ ὁμοίως τῷ ἐπάνω δείξομεν, ὅτι τὸ μὲν ΑΒΓ ⟨Δ⟩ τραπέζιον ἴσον ἐστὶ τῷ ΚΛΜΝ παραλληλογράμμῳ, συναμφότερος δὲ ἡ ΒΓ ΑΔ διπλῆ ἐστι τῆς ΚΜ· καὶ ἔσται ἡ ΚΜ μονάδων ιϛ∟· ἔστι δὲ καὶ ἡ ΚΛ μονάδων ιβ, ἐπεὶ καὶ ἡ ΑΖ· τὸ ἄρα ἐμβαδὸν τοῦ τραπεζίου ἔσται μονάδων ρϟη. συντεθήσεται δὲ ἀκολούθως τῇ ἀναλύσει οὕτως· ἄφελε ἀπὸ τῶν κζ τὰ ϛ· λοιπὰ γίγνεται κα. καὶ τριγώνου ὀξυγωνίου τῶν πλευρῶν δοθεισῶν ιγ καὶ κα καὶ κ εὑρήσθω ἡ ΑΖ κάθετος· ἔστιν δὲ μονάδων ιβ, ὡς ἐμάθομεν· καὶ σύνθες κζ καὶ ⟨ϛ⟩· γίγνεται τὸ ἥμισυ ιϛ∟· ταῦτα ἐπὶ ⟨ιβ· γίγνεται ρϟη⟩. τοσούτου ἔσται τὸ ἐμβαδόν.

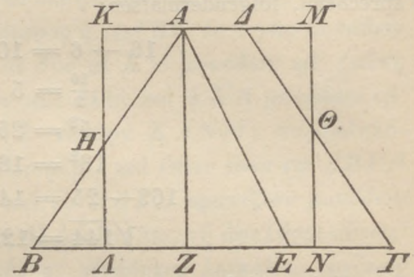


Fig. 14.

fol. 74r ιγ. Ἔστω τραπέζιον ἀμβλυγώνιον τὸ ΑΒΓΔ ἔχον ἀμβλεῖαν τὴν πρὸς τῷ Β, καὶ ἔστω ἡ μὲν ΑΒ μονάδων ιγ, ἡ δὲ ΓΔ κ, ἡ δὲ ΑΓ ϛ, ἡ δὲ ΒΔ μονάδων ιζ. εὑρεῖν αὐτοῦ τὴν κάθετον καὶ τὸ ἐμβαδόν. ἤχθω κάθετος ἡ ΑΕ καὶ τῇ ΓΔ παράλληλος ἡ ΑΖ· ἔσται ἄρα ἡ μὲν ΑΖ μονάδων κ, ἡ δὲ ΖΔ μονάδων ϛ· καὶ λοιπὴ ἄρα ἡ ΒΖ μονάδων ια· ὥστε διὰ τὸ τὸ ΑΒΖ τρίγωνον ἀμβλυγώνιον εἶναι ἔσται ἡ ΑΕ μονάδων ιβ.

sein. Folglich wird $BE = 21$ sein, sodaſs, weil ABE ein spitzwinkeliges Dreieck ist, die Höhe $AZ = 12$ sein wird. Werden nun AB und $\Gamma\Delta$ in H und Θ halbiert und die Höhen $KH\Lambda$ und $M\Theta N$ gefällt, so werden wir, ähnlich wie oben, zeigen, daſs das Trapez $AB\Gamma =$ dem Parallelogramm $K\Lambda MN$ ist. Nun ist aber $B\Gamma + A\Delta = 2KM$, also wird $KM = 16\frac{1}{2}$ sein. Es ist aber auch $K\Lambda = 12$, da auch $AZ = 12$ ist. Also wird der Inhalt des Trapezes $= 198$ sein. Berechnet wird es, der Analyse entsprechend, in folgender Weise. $27 - 6 = 21$. Nun muſs von einem spitzwinkeligen Dreieck, dessen Seiten $= 13$, 21 und 20 gegeben sind, die Höhe AZ gefunden werden; sie ist $= 12$, wie wir gelernt haben.

$$27 + 6 = 33$$

$$\frac{33}{2} = 16\frac{1}{2}$$

$$16\frac{1}{2} \times 12 = 198.$$

So groſs wird der Inhalt sein.

XIII. Es sei $AB\Gamma\Delta$ ein stumpfwinkeliges Trapez, das bei B einen stumpfen Winkel hat, und es sei $AB = 13$, $\Gamma\Delta = 20$, $A\Gamma = 6$, $B\Delta = 17$. Zu finden seine Höhe und den Inhalt. Es werde die Höhe AE und zu $\Gamma\Delta$ die Parallele AZ gezogen. Also wird $AZ = 20$, $Z\Delta = 6$ sein; folglich ist $BZ = 11$; sodaſs, weil das Dreieck ABZ stumpfwinkelig ist, $AE = 12$ sein wird. Und ähnlich dem oben gesagten wird bewiesen werden, daſs $(B\Delta + A\Gamma) \times AE =$ dem doppelten Trapez $AB\Gamma\Delta$ sein wird. Der

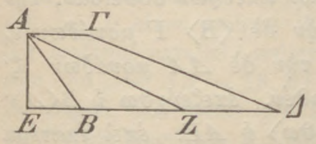


Fig. 15.

---

2 ⟨τὸ⟩ suprascr. m. 2 ⟨εἶναι⟩ ante τρίγωνον add. man. 2 5 τὸ ἐπάνω: corr. man. 2 22 ⟨ϛ⟩ addidi 23 supplevi 25 τῆς πρὸς τὸ: corr. man. 2 26 ΓΔ ι∟: corr. m. 2 26 ΑΓ ex ΑΔ fec. m. 2.

καὶ ὁμοίως τοῖς ἐπάνω δειχθήσεται τὸ ὑπὸ συναμφοτέρου τῆς ΒΔ ΑΓ καὶ τῆς ΑΕ διπλάσιον τοῦ ΑΒΓΔ τραπεζίου· τὸ ἄρα ἐμβαδὸν τοῦ τραπεζίου ἔσται μονάδων ρλη. συντεθήσεται δὲ οὕτως· ἄφελε ἀπὸ τῶν ιζ τὰ ϛ· λοιπὰ ια· καὶ τριγώνου ἀμβλυγωνίου τῶν πλευρῶν δοθεισῶν ιγ, ια, κ εὑρήσθω ἡ κάθετος· γίγνεται ιβ· καὶ σύνθες τὰ ιζ καὶ ⟨ϛ·⟩ γίγνεται κγ· τούτων τὸ ἥμισυ γίγνεται ιαL· ταῦτα ἐπὶ τὰ ιβ· γίγνεται ρλη· τοσούτου ἔσται τὸ ἐμβαδὸν τοῦ τραπεζίου.

⟨ιδ·⟩ Ὁ δὲ ῥόμβος καὶ τὸ ῥομβοειδὲς τὴν μέτρησιν φανερὰν ἔχουσιν. δεῖ γὰρ ἑκατέρου αὐτῶν τὰς πλευρὰς δοθείσας εἶναι καὶ μίαν διάμετρον. ὧν δοθέντων ὁ μὲν ῥόμβος ἔσται ἐκ δύο ἰσοσκελῶν τριγώνων συγκείμενος, τὸ δὲ ῥομβοειδὲς ἐκ δύο τριγώνων ἤτοι ὀξυγωfol. 74v ν⟨ί⟩ων | ⟨ἢ ἀμβλυγωνίων⟩, καὶ διὰ τοῦτο δοθήσεται αὐτῶν ⟨τὸ ἐμβαδόν⟩. τὰ μὲν οὖν ἀποδειχθέντα τετράπλευρα ⟨μίαν πλευρὰν μιᾷ πλευρᾷ⟩ παράλληλον εἶχε· ⟨τὸ δὲ παρὸν τὸ Α⟩ ΒΓΔ τὴν μὲν πρὸς τῷ Γ γωνίαν ⟨ἐχέτω⟩ ὀρθήν, μηδεμίαν δὲ πλευρὰν μηδεμιᾷ παράλληλο⟨ν καὶ⟩ ἔτι ἑκάστην τῶν πλευρῶν δοθεῖσαν, τὴν μὲν ⟨ΑΒ μονάδων⟩ ιγ, τὴν δὲ ⟨Β⟩ Γ μονάδων ι, τὴν δὲ ΓΔ μονάδων κ, τὴν δὲ ΔΑ μονάδων ιζ· δεῖξαι αὐτοῦ τὸ ἐμβαδὸν δοθέν. ἐπεζεύχθω ἡ Β⟨Δ⟩· καὶ ἐπ᾽ αὐτὴν κάθετος ⟨ἤχθω⟩ ἡ ΑΕ. ἐπεὶ ἑκατέρα τῶν ΒΓ ΓΔ δοθεῖσά ἐστιν καὶ ὀρθὴ ἡ πρὸς τῷ [Δ] Γ, δοθὲν ἄρα ἐστὶ τὸ ΒΓΔ τρίγωνον· καὶ ἔτι τὸ ἀπὸ τῆς ΒΔ ἔσται δοθέν· ἔστι γὰρ μονάδων φ· ἀλλὰ καὶ

---

2 *διπλάσιον τὸ*: corr. m. 2 5 *τρίγωνον*: corr. m. 2 10 in mg. numerus capitis non adscriptus 14—15 *ὀξυγώνων*: correxi 15 spatium 12 litterarum; supplevit m. 2 16 spatium 12 litterarum; supplevi. ⟨*ἕκαστον*⟩ perperam m. 2 17 spatium 17 litterarum; supplevit m. 2 18 spatium 13 litterarum; supplevit m. 2 *πρὸς τὸ*: correxit m. 2 19 spatium 10 litterarum; supplevit m. 2. 20 spatium 9 litterarum; supplevit m. 2 21 spatium 4 litterarum; supplevi spatium 1 litterae; supplevit m. 2 23 ⟨Δ⟩ supra lineam add. man. 2 24 spatium 4 litterarum; supplevit m. 2 25 [Δ] delevit man. 1 24 post ΑΕ inseruit *καὶ* m. 2

Inhalt des Trapezes wird daher = 138 sein. Berechnet wird es folgendermaſsen:

$$17 - 6 = 11.$$

Nun ist in einem stumpfwinkeligen Dreieck, dessen Seiten = 13, 11 und 20 gegeben sind, die Höhe zu finden. Sie ist = 12.

$$17 + 6 = 23$$

$$\frac{23}{2} = 11\frac{1}{2}$$

$$11\frac{1}{2} \times 12 = 138.$$

So groſs wird der Inhalt des Trapezes sein.

XIV. Beim Rhombus und beim Rhomboïd ist die Art der Ausmessung von selbst klar. Es müssen nämlich von jedem der beiden die Seiten und ein Durchmesser gegeben sein. Wenn diese Stücke gegeben sind, so wird der Rhombus aus zwei gleichschenkeligen Dreiecken zusammengesetzt sein, das Rhomboid dagegen aus zwei spitzwinkeligen oder stumpfwinkeligen Dreiecken. Und aus diesem Grunde wird der Inhalt derselben gegeben sein.

Die behandelten Vierecke nun hatten immer eine Seite einer anderen parallel. Das jetzt vorliegende ΑΒΓΔ jedoch soll bei Γ einen rechten Winkel haben, aber keine Seite der anderen parallel; weiter soll jede der Seiten gegeben sein und zwar $AB = 13$, $B\Gamma = 10$, $\Gamma\Delta = 20$, $\Delta A = 17$. Zu zeigen, daſs damit sein Inhalt gegeben ist. Man ziehe die Verbindungslinie ΒΔ und auf sie die Senkrechte ΑΕ. Da nun jede der beiden Linien ΒΓ und ΓΔ gegeben ist, und der Winkel bei Γ ein rechter ist, so ist das Dreieck ΒΓΔ gegeben. Weiter ist auch $B\Delta^2$ gegeben = 500;

τὸ ἀπὸ τῆς ΑΒ δοθέν· δοθέντα ἄρα ἐστὶ τὰ ἀπὸ τῶν ΑΒ ΒΔ· καὶ ἔστι μείζονα τοῦ ἀπὸ τῆς ΑΔ. ὀξεῖα ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΑΒΔ· τὰ ἄρα ἀπὸ τῶν ΑΒ ΒΔ τοῦ ἀπὸ τῆς ΑΔ μείζονά ἐστιν τῷ δὶς ὑπὸ τῶν ΔΒ ΒΕ. δοθὲν ἄρα ἐστὶν τὸ δὶς ὑπὸ τῶν ΔΒ ΒΕ· ὥστε καὶ τὸ ἅπαξ ὑπὸ τῶν ΔΒΒΕ δοθέν ἐστι· καὶ ἔστι πλευρὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ΒΔ ἐπὶ τὸ ἀπὸ ΒΕ. δοθὲν ἄρα καὶ τὸ ἀπὸ ΔΒ ἐπὶ τὸ ἀπὸ ΒΕ· καὶ ἔστι δοθὲν τὸ ἀπὸ ΒΔ· δοθὲν ἄρα καὶ τὸ ἀπὸ ΒΕ. ἀλλὰ καὶ τὸ ἀπὸ [Β]ΕΑ ἐπὶ τὸ ἀπὸ ΒΔ· καὶ ἔστιν αὐτοῦ πλευρὰ τὸ ὑπὸ ΒΔ ΑΕ. δοθὲν ἄρα καὶ τὸ ὑπὸ ΒΔ ΑΕ. καὶ ἔστι διπλάσιον τοῦ ΑΒΔ τριγώνου· δοθὲν ἄρα καὶ τὸ ΑΒΔ τρίγωνον· ἀλλὰ καὶ τὸ ΒΓΔ· ὥστε καὶ ὅλον τὸ ΑΒΓΔ τετράπλευρον δοθὲν ἔσται. συντεθήσεται δὲ ἀκολούθως τῇ ἀναλύσει οὕτως· τὰ ι ἐπὶ τὰ κ· γίγνεται σ. καὶ τούτων τὸ ἥμισυ· γίγνεται ρ. καὶ πάλιν τὰ ι ἐφ᾽ ἑαυτά· γίγνεται ρ. καὶ τὰ κ ἐφ᾽ ἑαυτά·

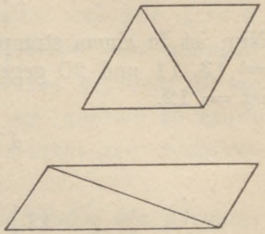


Fig. 16.

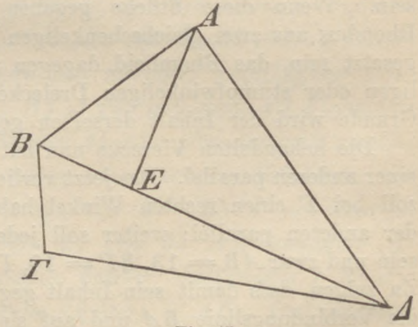


Fig. 17.

---

7 τῶ δὶς: corr. man. 2   13 ΒΕΑ: del. Β et τῆς suprascripsit m. 2.

es ist aber auch AB^2 gegeben. Also ist $AB \times B\Delta$ gegeben, und dies ist gröſser als $A\Delta^2$. Also ist der Winkel $AB\Delta$ ein spitzer. Folglich ist

$$AB \times B\Delta - 2\Delta B \times BE = A\Delta^2.$$

Folglich ist $2\Delta B \times BE$ gegeben, sodaſs auch $\Delta B \times BE$ gegeben ist, und zwar ist es $= \sqrt{B\Delta^2 \times BE^2}$. Gegeben ist also auch $\Delta B^2 \times BE^2$. Und gegeben ist $B\Delta^2$, also auch BE^2. Aber auch $EA^2 \times B\Delta^2$. Und es ist

$$\sqrt{EA^2 \times B\Delta^2} = B\Delta \times AE.$$

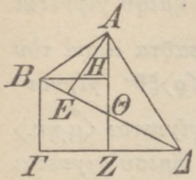


Fig. 18.

Gegeben ist also auch $B\Delta \times AE$. Und dies ist doppelt so groſs als das Dreieck $AB\Delta$. Gegeben ist also auch das Dreieck $AB\Delta$; aber auch $B\Gamma\Delta$; sodaſs das ganze Viereck $AB\Gamma\Delta$ gegeben sein wird. Berechnet wird es, der Analyse entsprechend, in folgender Weise:

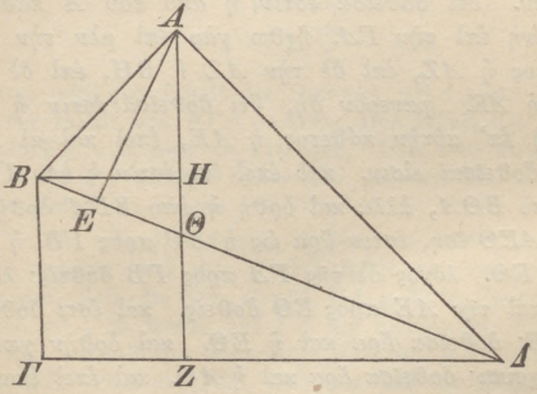


Fig. 18 a.

γίγνεται υ. σύνθες· γίγνεται φ. καὶ τὰ ιγ ἐφ' ἑαυτά· fol. 75r γίγνεται ρξθ. ταῦτα μετὰ τῶν φ γίγνεται χξθ· ἄφελε | τὰ ιζ ἐφ' ἑαυτά· λοιπαὶ τπ· τούτων τὸ ἥμισυ γίγνεται ρϙ· ταῦτα ἐφ' ἑαυτά· γίγνεται $\overset{\gamma}{\mu}$,ϛρ. ταῦτα παρὰ τὸν φ· γίγνεται οβ ε'· ἄφελε ταῦτα ἀπὸ τῶν ⟨ρ⟩ξθ· γίγνονται λοιπαὶ ϙϛ∠ε'ι'. ταῦτα ἐπὶ τὸν φ· γίγνεται ⟨$\overset{\delta}{\mu}$,ηυ.⟩ τούτων πλευρὰ γίγνεται σκ· τούτων τὸ ἥμισυ γίγνεται ρι· τοσούτου ἔσται τοῦ ΑΒΔ τὸ ἐμβαδόν. ἀλλὰ καὶ τοῦ ⟨ΒΓΔ⟩ μονάδων ρ· τοῦ ἄρα ΑΒΓΔ τετραπλεύρου τὸ ἐμβαδὸν ἔσται ⟨σι.⟩ [ἔστιν] ⟨ὅτι⟩ δὲ καὶ ἡ ἀπὸ τοῦ Α κάθετος ἀγομένη ἐπὶ τὴν ΓΔ δοθεῖσά ἐστιν, δείξομεν ἑξῆς.

ιε. Ἔστω τραπέζιον τὸ ΑΒΓΔ δοθεῖσαν ἔχον ἑκάστην τῶν πλευρῶν καὶ ὀρθὴν τὴν ὑπὸ ΒΓΔ γωνίαν. ὅτι δοθεῖσά ἐστιν ἡ ἀπὸ τοῦ Α κάθετος ἀγομένη ἐπὶ τὴν ΓΔ. ἤχθω γὰρ ἐπὶ μὲν τὴν ΓΔ κάθετος ἡ ΑΖ, ἐπὶ δὲ τὴν ΑΖ ἡ ΒΗ, ἐπὶ δὲ τὴν ΒΔ ἡ ΑΕ. φανερὸν δή, ὅτι δοθεῖσά ἐστιν ἡ ΒΔ καὶ ἡ ἐπ' αὐτὴν κάθετος ἡ ΑΕ, ἐπεὶ καὶ αἱ ΒΑ, ΑΔ δοθεῖσαί εἰσιν. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΓΒΔ τῇ ὑπὸ ΒΘΑ, ἀλλὰ καὶ ὀρθὴ ἡ ὑπὸ ΒΓΔ ὀρθῇ τῇ ὑπὸ ΑΕΘ ἴση, ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΔΓ πρὸς ΓΒ, ἡ ΑΕ πρὸς ΕΘ. λόγος δὲ τῆς ΓΔ πρὸς ΓΒ δοθείς· λόγος ἄρα καὶ τῆς ΑΕ πρὸς ΕΘ δοθείς. καὶ ἔστι δοθεῖσα ἡ ΑΕ· δοθεῖσα ἄρα καὶ ἡ ΕΘ. καὶ ὀρθὴν γωνίαν περιέχουσι· δοθεῖσα ἄρα καὶ ἡ ΑΘ. καὶ ἐπεὶ ἑκατέρα τῶν ΒΕ, ΕΘ δοθεῖσά ἐστιν, δοθὲν ἄρα τὸ ὑπὸ τῶν

---

5 ⟨ρ⟩ in rasura scripsit man. 2 6 ἐπὶ τῶν: correxi spatium 6 litterarum: supplevi 8 ΑΒΓ: corr. et τριγώνου add. m. 2 10 spatium 4 litterarum: supplevit m. 2 [ἔστιν] delevi ⟨σι⟩ suprascr. m. 2 spatium 4 litterarum: supplevit m. 2

$$10 \times 20 = 200$$
$$\frac{200}{2} = 100$$
$$10^2 = 100$$
$$20^2 = 400$$
$$400 + 100 = 500$$
$$13^2 = 169$$
$$500 + 169 = 669$$
$$669 - 17^2 = 380$$
$$\frac{380}{2} = 190$$
$$190^2 = 36\,100$$
$$\frac{36100}{500} = 72\tfrac{1}{5}$$
$$169 - 72\tfrac{1}{5} = 96\tfrac{1}{2} + \tfrac{1}{5} + \tfrac{1}{10}$$
$$\left(96\tfrac{1}{2} + \tfrac{1}{5} + \tfrac{1}{10}\right) \times 500 = 48\,400$$
$$\sqrt{48400} = 220$$
$$\frac{220}{2} = 110.$$

So groſs wird der Inhalt des Dreiecks ΑΒΔ sein. Aber auch der Inhalt von ΒΓΔ = 100. Der Inhalt des Vierecks ΑΒΓΔ wird also = 210 sein. Daſs aber auch die von Α auf ΓΔ gefällte Senkrechte gegeben ist, werden wir im Folgenden zeigen.

XV. Es sei ΑΒΓΔ ein Trapez, in dem jede der Seiten gegeben und der Winkel ΒΓΔ ein rechter ist. Zu zeigen, daſs die von Α auf ΓΔ gefällte Senkrechte gegeben ist. Es werde auf ΓΔ die Senkrechte ΑΖ gefällt, und auf ΑΖ die Senkrechte ΒΗ, auf ΒΔ die Senkrechte ΑΕ. Nun ist klar, daſs ΒΔ und die Senkrechte darauf, ΑΕ, gegeben ist, da auch ΒΑ und ΑΔ gegeben sind. Und da Winkel ΓΒΔ = ΒΘΑ[1]), aber auch der rechte Winkel ΒΓΔ = dem rechten Winkel ΑΕΘ ist,

---

[1]) Θ ist Schnittpunkt von ΑΖ und ΒΔ.

ΒΘΕ. καὶ ἔστιν ἴσον τῷ ὑπὸ τῶν ΑΘΗ· ὀρθὴ γὰρ ἑκατέρα τῶν πρὸς τοῖς Ε, Η. δοθεῖσα ἄρα καὶ ἡ ΗΘ· ὥστε καὶ ἡ ΑΗ· ἀλλὰ καὶ ἡ ΗΖ· ἴση γάρ ἐστι τῇ ΒΓ· καὶ ὅλη ἄρα ἡ ΑΖ δοθεῖσά ἐστιν. συντεθήσεται δὴ ἀκολούθως τῇ ἀναλύσει οὕτως· | fol. 75$^{\mathrm{v}}$ ἔστω γὰρ ἡ μὲν ΑΒ μονάδων ιγ, ἡ δὲ ΒΓ μονάδων ι, ἡ δὲ ΓΔ μονάδων κ, ἡ δὲ ΔΑ μονάδων ιζ. ἀκολούθως δὴ τοῖς ἐπὶ τοῦ ἐμβαδοῦ εἰρημένοις ἔσται ἡ μὲν ΑΕ κάθετος δυνάμει ϙϛ∟έί, ἡ δὲ ΒΕ δυνάμει οβ έ, ἡ δὲ ΒΔ δυνάμει φ. καὶ ἐπεὶ ἡ μὲν ΓΔ ἐστὶ μονάδων κ, ἡ δὲ ΓΒ μονάδων ι, τὰ ἄρα ἀπὸ τούτων μονάδων υ καὶ μονάδων ρ. ποίησον οὖν ὡς τὰ υ πρὸς ρ, τὰ ϙϛ $\overset{\langle\varepsilon'\rangle}{\delta}$ πρὸς τί· ἔσται πρὸς κδ έ· τοσούτου ἔσται τὸ ἀπὸ Ε⟨Θ⟩. καὶ ⟨πο⟩λλα ⟨πλασιάσαντες⟩ τὰ οβ έ ἐπὶ τὰ κδ έ καὶ τῶν γενομένων τὴν πλευρὰν λαβόντες καὶ διπλασιάσαντες ἃ γίγνεται τοῦ δὶς ὑπὸ τῶν ΒΕ ⟨ΕΘ⟩ προσθήσομεν τοῖς ἀπὸ ΒΕ, ΕΘ, τουτέστι τοῖς οβ έ καὶ κδ έ συντεθεῖσιν. καὶ ἕξομεν τὴν ΒΘ δυνάμει ρπ. καὶ σύνθες τὰ ϙϛ ∟ έ ί καὶ κδ έ· γίγνεται ρκα. καὶ πολλαπλασίασον τὰ ρπ ἐπὶ τὰ κδ έ· γίγνεται δυνάμει ͵δτνϛ. μέρισον εἰς τὸν ρκα· γίγνεται λϛ. καὶ ἄφελε ἀπὸ δυνάμει ρκα δυνάμει λϛ [λοιπὰ δυνάμει λϛ] λοιπὰ δυνάμει κε, ἅ ἐστι μήκει ε. πρόσθες ὅσων ἐστὶν ἡ ΒΓ· ἔστι δὲ ι· γίγνεται ιε· τοσούτου ἔσται ἡ ΑΖ κάθετος. καὶ ἡ μὲν ΕΘ δυνάμει κδ έ, ἡ δὲ ΗΘ μήκει ϛ, ἡ δὲ ΑΘ μήκει ια.

---

9 ϙϛ∟ε′ι′ε: sed extremam litteram del. m. 1 14 supplevit m. 2 17 ⟨ΕΘ⟩ add. m. 2 19 συνθέντες: corr. m. 2 23 [λοιπὰ δυνάμει λϛ] del. m. 2 24 ὅσον: correxi 25 τοσοῦτον: correxi

so ist $\varDelta\varGamma : \varGamma B = AE : E\varTheta$. Nun ist aber das Verhältnis von $\varGamma\varDelta$ zu $\varGamma B$ gegeben; also ist auch das Verhältnis von AE zu $E\varTheta$ gegeben. Und gegeben ist AE; gegeben also auch $E\varTheta$; und sie umschlieſsen einen rechten Winkel, also ist auch $A\varTheta$ gegeben. Und da jede der beiden Geraden BE und $E\varTheta$ gegeben ist, so ist $B\varTheta \times \varTheta E$ gegeben, und es ist gleich $A\varTheta \times \varTheta H$. Denn jeder der beiden Winkel bei E und H ist gleich einem rechten. Gegeben ist also auch $H\varTheta$; sodaſs auch AH gegeben ist, ebenso aber auch HZ, denn es ist gleich $B\varGamma$. Also ist auch AZ ganz gegeben. Berechnet wird es nun, der Analyse entsprechend, folgendermaſsen. Es sei $AB = 13$, $B\varGamma = 10$, $\varGamma\varDelta = 20$, $\varDelta A = 17$. Entsprechend nun dem beim Inhalt Bemerkten wird die Höhe im Quadrat $= 96\frac{1}{2} + \frac{1}{5} + \frac{1}{10}$ sein. Es ist aber $BE^2 = 72\frac{1}{5}$ und $B\varDelta^2 = 500$. Und da $\varGamma\varDelta = 20$, $\varGamma B = 10$, so sind ihre Quadrate 400 und 100. Setze nun $400 : 100 = 96\frac{4}{5} : x$. Dann wird $x = 24\frac{1}{5}$ sein. So groſs wird $E\varTheta^2$ sein. Wir multiplizieren nun $72\frac{5}{1}$ mit $24\frac{1}{5}$ und ziehen aus dem Produkt die Wurzel, nehmen den doppelten Wert von $BE \times E\varTheta$, und setzen dies zu $BE^2 + E\varTheta^2$, d. h. zu $72\frac{1}{5} + 24\frac{1}{5}$ hinzu und erhalten $B\varTheta^2 = 180$.

$$96\tfrac{1}{2} + \tfrac{1}{5} + \tfrac{1}{10} + 24\tfrac{1}{5} = 121$$

$$\left(180 \times 24\tfrac{1}{5}\right)^2 = 4356$$

$$\tfrac{4356}{121} = 36$$

$$\sqrt{121} - \sqrt{36} = \sqrt{25}$$

$$\sqrt{25} = 5$$

$$5 + 10 = 15.$$

So groſs wird die Höhe AZ sein. Und es ist $E\varTheta^2 = 24\frac{1}{5}$ $H\varTheta = 6$, $A\varTheta = 11$.

ις. Ἔστω δὴ πάλιν τραπέζιον τὸ ΑΒΓΔ ἔχον τὴν μὲν πρὸς τῷ Γ ὀρθήν, τὴν δὲ ΑΒ μονάδων ιγ, τὴν δὲ ΒΓ μονάδων ι, τὴν δὲ ΓΔ μονάδων η, τὴν δὲ ΑΔ μονάδων κε. εὑρεῖν αὐτοῦ τὸ ἐμβαδόν. ἐπεζεύχθω ἡ ΒΔ. ὁμοίως δὴ ἔσται τοῦ ΒΓΔ τριγώνου τὸ ἐμβαδὸν δοθέν. καὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΒΔ μονάδων ρξδ· ἀλλὰ καὶ fol. 76ʳ τὸ ἀπὸ τῆς | ΑΒ μονάδων ρξθ· τὰ ἄρα ἀπὸ τῶν ΑΒ ΒΔ ἔσται μονάδων τλγ. καὶ ἔστιν ἐλάσσονα τοῦ ἀπὸ τῆς ΑΔ. ἀμβλεῖα ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΑΒΔ. ἤχθω δὴ κάθετος ἐπὶ τὴν ΒΔ ἐκβληθεῖσαν ἡ ΑΕ· τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς ΑΔ τῶν ἀπὸ τῶν ΑΒ ΒΔ μεῖζόν ἐστι τῷ δὶς ὑπὸ τῶν ΒΔ ΒΕ· δοθὲν ἄρα τὸ δὶς ὑπὸ τῶν ΒΔ ΒΕ· ὥστε καὶ τὸ ὑπὸ τῶν ΔΒ ΒΕ δοθέν ἐστιν. καὶ ἔστι πλευρὰ τοῦτο τοῦ ἀπὸ ΒΔ ἐπὶ τὸ ἀπὸ ΒΕ· δοθὲν ἄρα τὸ ἀπὸ ΒΔ ἐπὶ τὸ ἀπὸ ΒΕ. ἀλλὰ καὶ τὸ ἀπὸ ΒΔ. καὶ λοιπὸν ἄρα τὸ ἀπὸ τῆς ΕΒ δοθέν ἐστι. καὶ ὀρθή ἐστιν ἡ πρὸς τῷ Ε· δοθὲν ἄρα καὶ τὸ ἀπὸ ΑΕ. ὥστε καὶ τὸ ἀπὸ ΑΕ ἐπὶ τὸ ἀπὸ ΒΔ δοθέν ἐστιν. καὶ ἔστιν αὐτοῦ πλευρὰ ⟨τὸ⟩ ὑπὸ τῶν ΑΕ ΒΔ. δοθὲν ἄρα καὶ τὸ ὑπὸ ΑΕ ΒΔ. καὶ ἔστιν αὐτοῦ ἥμισυ τὸ ΑΒΔ τρίγωνον. δοθὲν ἄρα καὶ τὸ ΑΒΔ τρίγωνον· ὥστε καὶ ὅλον τὸ ΑΒΓΔ τετράπλευρον δοθέν ἐστιν. συντεθήσεται δὲ οὕτως· τὰ ι ἐφ᾽ ἑαυτά· γίγνεται ρ. καὶ τὰ η ἐφ᾽ ἑαυτά· γίνεται ξδ· ὁμοῦ ρξδ. καὶ τὰ ιγ ἐφ᾽ ἑαυτά· γίγνεται ρξθ· σύνθες· γίγνεται τλγ. καὶ τὰ κε ἐφ᾽ ἑαυτά· γίγνεται χκε. ἄφελε τὰ τλγ· γίγνεται λοιπὰ σϙβ. τούτων τὸ ἥμισυ· γίγνεται ρμϛ· ταῦτα ἐφ᾽ ἑαυτά· γίγνεται μονάδες ͵κατις· παρὰ τὸν ρξδ· γίγνεται

---

19 ⟨τὸ⟩ inserui 29 ταῦτα ante παρὰ inseruit m. 2

XVI. Es sei wiederum $AB\Gamma\Delta$ ein Trapez, in dem bei Γ ein rechter Winkel und $AB = 13$, $B\Gamma = 10$, $\Gamma\Delta = 8$, $A\Delta = 25$ ist. Zu finden seinen Inhalt. Man ziehe die Verbindungslinie $B\Delta$, dann ist in ähnlicher Weise (wie vorher) der Inhalt des Dreiecks $B\Gamma\Delta$ gegeben. Und es ist $B\Delta^2 = 164$; aber $AB^2 = 169$. Also wird

$$AB^2 + B\Delta^2 = 333$$

sein. Und dies ist kleiner als $A\Delta^2$. Also ist der Winkel $AB\Delta$ ein stumpfer. Es werde nun auf die Verlängerung von $B\Delta$ die Kathete AE gefällt. Also ist $A\Delta^2 - 2B\Delta \times BE = AB^2 + B\Delta^2$. Es ist also $2B\Delta \times BE$ gegeben, sodaſs auch $B\Delta \times BE$ gegeben ist, und es ist dieses $= \sqrt{B\Delta^2 \times BE^2}$. Gegeben ist also auch $B\Delta^2 \times BE^2$, aber auch $B\Delta^2$, und es ist also auch EB^2 gegeben. Und der Winkel bei E ist ein rechter; gegeben ist also auch AE^2, sodaſs auch $AE^2 \times B\Delta^2$ gegeben ist. Und die Wurzel daraus ist gleich $AE \times B\Delta$; also ist auch $AE \times B\Delta$ gegeben. Und die Hälfte hiervon ist das Dreieck $AB\Delta$; gegeben ist also

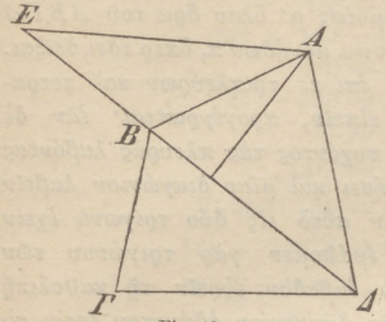


Fig. 19 a.

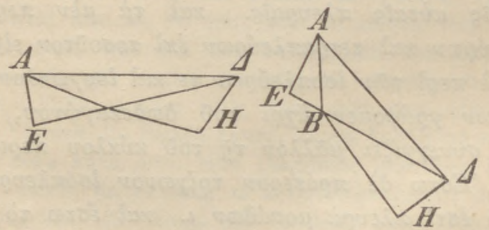


Fig. 19 b u. c.

ρκϑ καὶ $\overset{\rho\xi\delta}{\rho\xi}$· ταῦτα ἄφελε ἀπὸ τῶν ρξϑ· λοιπὰ λϑ καὶ $\overset{\rho\xi\delta'}{\delta}$. ταῦτα πολλαπλασίασον ἐπὶ τὸν ρξδ· γίγνεται ͵ςυ· ὧν πλευρὰ γίγνεται π· τούτων τὸ ἥμισυ· γίγνεται μ. ἔσται τοῦ *ΑΒΔ* τριγώνου τὸ ἐμβαδὸν μονάδων μ. ἀλλὰ καὶ τοῦ *ΒΓΔ* ὁμοίως μ· ὅλου ἄρα τοῦ *ΑΒΓΔ* τραπεζίου τὸ ἐμβαδὸν ἔσται μονάδων π, ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

fol. 76^{v} Ὅσα μὲν οὖν ἔδει ἐπί τε τριπλεύρων καὶ τετραπλεύρων τεταγμένων εἰπεῖν, προγέγραπται· ἐὰν δὲ δέῃ καὶ τετραπλεύρου τυχόντος τὰς πλευρὰς λαβόντας τὸ ἐμβαδὸν εἰπεῖν, δεήσει καὶ μίαν διαγώνιον λαβεῖν αὐτοῦ, ὥστε διαιρεϑὲν αὐτὸ εἰς δύο τρίγωνα ἔχειν τὸ ἐμβαδὸν δοϑέν. ἐμάϑομεν γὰρ τριγώνου τῶν πλευρῶν δοϑεισῶν τὸ ἐμβαδὸν εὑρεῖν τῇ καϑολικῇ μεϑόδῳ. ἄνευ δὲ μιᾶς διαγωνίου ἀδύνατον ἔσται τὸ ἐμβαδὸν τοῦ τετραπλεύρου εἰπεῖν. τῶν γὰρ αὐτῶν πλευρῶν δοϑεισῶν τοῦ τετραπλεύρου μεταπίπτει τὸ ἐμβαδὸν διαρομβουμένου αὐτοῦ καὶ παρασπωμένου ἐν ταῖς αὐταῖς πλευραῖς. καὶ τὰ μὲν περὶ τῶν τριπλεύρων καὶ τετραπλεύρων ἐπὶ τοσοῦτον εἰρήσϑω, ἑξῆς δὲ περὶ τῶν ἰσοπλεύρων τε καὶ ἰσογωνίων εὐϑυγράμμων γράψομεν ἄχρι τοῦ δωδεκαγώνου, ἐπειδὴ τοῦτο συνεγγίζει μᾶλλον τῇ τοῦ κύκλου περιφερείᾳ.

ιζ. Ἔστω δὲ πρότερον τρίγωνον ἰσόπλευρον, οὗ ἑκάστη ἐστὶ πλευρὰ μονάδων ι. καὶ ἔστω τὸ *ΑΒΓ*. ἤχϑω κάϑετος ἐπὶ τὴν *ΓΒ* ἡ *ΑΔ*. ἐπεὶ διπλῆ ἐστιν ἡ *ΒΓ*, τουτέστιν ἡ *ΑΒ*, τῆς *ΒΔ*, τετραπλάσιον ἄρα τὸ ἀπὸ *ΑΒ* τοῦ ἀπὸ *ΒΔ*. ὥστε τριπλάσιον τὸ ἀπὸ *ΑΔ* τοῦ ἀπὸ *ΔΒ*. τοῦ δὲ ἀπὸ *ΔΒ* τετραπλάσιόν

---

11 ὡς τὸ: corr. man. 2

auch das Dreieck *ΑΒΔ*, so daſs auch das ganze Viereck *ΑΒΓΔ* gegeben ist. Berechnet wird es folgendermaſsen.

$$
\begin{aligned}
10^2 &= 100\\
8^2 &= 64\\
100 + 64 &= 164\\
13^2 &= 169\\
169 + 164 &= 333\\
25^2 &= 625\\
625 - 333 &= 292\\
\tfrac{292}{2} &= 146\\
146^2 &= 21\,316\\
21\,316 : 164 &= 129\tfrac{160}{164}\\
169 - 129\tfrac{160}{164} &= 39\tfrac{4}{164}\\
93\tfrac{4}{164} \times 164 &= 6400\\
\sqrt{6400} &= 80\\
\tfrac{80}{2} &= 40.
\end{aligned}
$$

Der Inhalt des Dreiecks *ΑΒΓ* wird = 40 sein. Aber auch *ΒΓΔ* ist = 40. Der Inhalt des ganzen Trapezes *ΑΒΓΔ* wird also = 80 sein, was zu zeigen war.

Alles nun, was bei den bestimmten Dreiecken und Vierecken gesagt werden muſste, ist vorstehend aufgezeichnet. Falls es aber gilt, wenn man von einem beliebigen Viereck die Seiten kennt, seinen Inhalt anzugeben, so wird man auch noch eine Diagonale desselben kennen müssen, sodaſs, da es dann in 2 Dreiecke geteilt ist, sein Inhalt gegeben ist. Denn wir lernten, wenn von einem Dreieck die Seiten gegeben sind, seinen Inhalt durch die allgemeine Methode zu finden. Ohne eine Diagonale dagegen wird es nicht möglich sein den Inhalt des Vierecks anzugeben. Denn wenn ebendieselben Seiten des Vierecks gegeben sind, so verändert sich sein Inhalt, wenn es dem Rhombus genähert und, mit Beibehaltung derselben Seiten, seitwärts verschoben wird. So viel über die ἐστι τὸ ἀπὸ ΒΓ. ἐπίτριτον ἄρα ἔσται τὸ ἀπὸ ΒΓ τοῦ ἀπὸ ΑΔ. τὸ ἄρα ἀπὸ ΒΓ πρὸς τὸ ἀπὸ ΑΔ λόγον ἔχει, ὃν δ πρὸς γ, καὶ πάντα ἐπὶ τὸν ἀπὸ ΒΙ, τουτέστιν τό τε ἀπὸ ΒΓ ἐφ' ἑαυτὸ καὶ τὸ ἀπὸ ΑΔ fol. 77^{r} ἐπὶ τὸ ἀπὸ ΒΓ. ἡ ἄρα ἀπὸ τῆς ΒΓ | δυνάμεως πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΒΓ ἐπὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΑΔ λόγον ἔχει, ὃν δ πρὸς γ, τουτέστιν ὃν ις πρὸς ιβ. τὸ δὲ ἀπὸ τῆς ΒΓ ἐπὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΑΔ τὸ ὑπὸ ΑΔ ΒΓ ἐστὶν ἐφ' ἑαυτό, τουτέστι δύο τρίγωνα ἐφ' ἑαυτά. ἡ ἄρα ἀπὸ ΒΓ δυναμοδύναμις πρὸς δύο τρίγωνα ἐφ' ἑαυτὰ λόγον ἔχει, ὃν ις πρὸς ιβ· δύο δὲ τρίγωνα ἐφ' ἑαυτὰ ἑνὸς τριγώνου ἐφ' ἑαυτό ἐστιν τετραπλάσια. ἡ ἄρα ἀπὸ τῆς ΒΓ δυναμοδύναμις πρὸς ἓν τρίγωνον ἐφ' ἑαυτὸ λόγον ἔχει, ὃν ις πρὸς γ. καὶ ἔστι δοθεῖσα ἡ ἀπὸ ΒΓ δυναμοδύναμις, ἐπεὶ καὶ ἡ ΒΓ. δοθὲν ἄρα ἐστὶ τὸ ἐμβαδὸν τοῦ τριγώνου ἐφ' ἑαυτό· ὥστε καὶ αὐτὸ τὸ τρίγωνον δοθέν ἐστιν. συντεθήσεται δὲ ἀκολούθως τῇ ἀναλύσει οὕτως. τὰ ι ἐφ' ἑαυτά· γίγνεται ρ. ταῦτα ἐφ' ἑαυτά· γίγνεται $\overset{\alpha}{\mu}$· τούτων λαβὲ $\overset{\iota\varsigma'}{\gamma}$. γίγνεται ͵αωοε. τούτων πλευρὰν λαβέ· καὶ ἐπεὶ οὐκ ἔχει ῥητὴν πλευράν, εἰλήφθω ὡς ἐμάθομεν ἔγγιστα μετὰ διαφόρου. καὶ ἔσται τὸ ἐμβαδὸν μγ γ´.

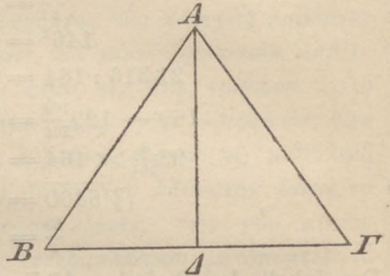


Fig. 20.

---

11 δυναμο in mg. supplevit m. 1 20 δυναμοδυνάμεως: correxi

Dreiecke und Vierecke. Im folgenden aber werden wir über die gleichseitigen und gleichwinkligen gradlinigen Figuren bis zum Zwölfeck schreiben, da dieses sich mehr dem Umfang des Kreises annähert.

XVII. Es sei nun zunächst ein Dreieck gleichseitig, von dem jede Seite $= 10$ sei. Und es sei $AB\Gamma$. Auf ΓB werde die Höhe $A\Delta$ gefällt. Da nun $B\Gamma = AB = 2B\Delta$, so ist $AB^2 = 4B\Delta^2$, also

$$A\Delta^2 = 3\Delta B^2;$$

es ist aber $\Delta B^2 = \frac{1}{4}B\Gamma^2$; also ist $B\Gamma^2 = \frac{3}{4}A\Delta^2$. Mithin ist $B\Gamma^2 : A\Delta^2 = 4 : 3$, und (dies) alles werde mit $B\Gamma^2$ multipliziert, d. h. sowohl $B\Gamma^2$ mit sich selbst als auch $A\Delta^2$ mit $B\Gamma^2$; also $B\Gamma^4 : B\Gamma^2 \times A\Delta^2 = 4:3 = 16 : 12$. Es ist aber

$$B\Gamma^2 \times A\Delta^2 = (A\Delta \times A\Gamma)^2,$$

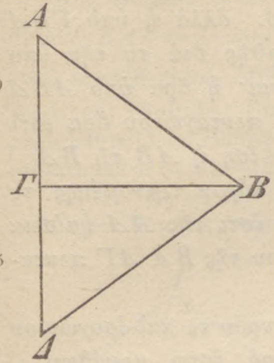


Fig. 21.

d. h. gleich dem Quadrat des doppelten Dreiecks. Also ist $B\Gamma^4$: Quadrat des doppelten Dreiecks $= 16 : 12$. Nun ist aber das doppelte Dreieck ins Quadrat $=$ 4mal 1 Dreieck ins Quadrat. Also ist $B\Gamma^4$: Dreiecksquadrat $= 16 : 3$. Nun ist $B\Gamma^4$ gegeben, da $B\Gamma$ gegeben ist. Also ist auch der Inhalt des Dreiecks ins Quadrat, mithin auch das Dreieck selbst gegeben.

Berechnet wird es, der Analyse entsprechend, folgendermaſsen.

$$10^2 = 100$$
$$100^2 = 10000$$
$$10000 \times \tfrac{3}{16} = 1875.$$

Daraus ziehe die Wurzel: und da es keine rationale Wurzel hat, so soll sie annähernd mit Differenz genommen werden, und dann wird der Inhalt $= 43\frac{1}{3}$ sein.

Λῆμμα. Ἔστω τρίγωνον ὀρθογώνιον τὸ ΑΒΓ ὀρθὴν ἔχον τὴν πρὸς τῷ Γ, δύο δὲ πέμπτων ὀρθῆς τὴν πρὸς τῷ Α. δεῖξαι ὅτι τὸ ἀπὸ συναμφοτέρου τῆς ΒΑ ΑΓ πενταπλάσιόν ἐστι τοῦ ἀπὸ ΑΓ. ἐκβεβλήσθω ἡ ΑΓ ἐπὶ τὸ Δ, καὶ τῇ ΑΓ ἴση κείσθω ἡ ΓΔ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΒΔ. ἴση ἄρα ἡ μὲν ΑΒ τῇ ΒΔ, ἡ δὲ ὑπὸ ΑΒΓ γωνία τῇ ὑπὸ ΓΒΔ. ἀλλὰ ἡ ὑπὸ ΓΒΑ γωνία τριῶν πέμπτων ἐστὶν ὀρθῆς διὰ τὸ τὴν ὑπὸ ΒΑΓ γωνίαν δύο πέμπτων εἶναι· ἡ ἄρα ὑπὸ ΑΒΔ γωνία ἓξ πέμπτων ἐστὶν ὀρθῆς· πενταγώνου ἄρα ἐστὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΑΒΔ. καὶ ἔστιν ἴση ἡ ΑΒ τῇ ΒΔ· | fol. 77^{v} τῆς ἄρα ΑΔ ἄκρον καὶ μέσον λόγον τεμνομένης τὸ μεῖζον τμῆμά ἐστιν ἡ ΑΒ. καὶ ἔστι τῆς ΑΔ ἡμίσεια ἡ ΑΓ· τὸ ἄρα ἀπὸ συναμφοτέρου τῆς ΒΑ ΑΓ πενταπλάσιόν ἐστι τοῦ ἀπὸ τῆς ΑΓ.

ιη. Ἔστω πεντάγωνον ἰσόπλευρόν τε καὶ ἰσογώνιον τὸ ΑΒΓΔΕ, οὗ ἑκάστη πλευρὰ ἔστω μονάδων ι. εὑρεῖν αὐτοῦ τὸ ἐμβαδόν. εἰλήφθω τὸ κέντρον τοῦ περὶ αὐτὸ κύκλου τὸ Ζ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΓΖ, ΖΔ καὶ κάθετος ἐπὶ τὴν ΓΔ ἡ ΖΗ. ἔσται ἄρα ἡ ὑπὸ τῶν ΓΖΔ γωνία τεσσάρων πέμπτων ὀρθῆς· ἡ ἄρα ὑπὸ ΓΖΗ δύο πέμπτων ἐστὶν ὀρθῆς. καὶ ἔστιν ὀρθὴ ἡ ὑπὸ ΓΗΖ· τὸ ἄρα ἀπὸ συναμφοτέρου τῆς ΓΖ ΖΗ πενταπλάσιόν ἐστι τοῦ ἀπὸ τῆς ΖΗ. ἀλλ ἐπεὶ ἐν ἀριθμοῖς οὐκ ἔστιν εὑρεῖν τετράγωνον τετραγώνου πενταπλάσιον, ὡς σύνεγγυς δεῖ λαβεῖν· ἔστι δὲ ὁ πα πρὸς ⟨ις.⟩ συναμφοτέρος ἄρα ὁ ΓΖ ΖΗ λόγον ἔχει πρὸς τὸν ΖΗ, ὃν θ πρὸς δ. καὶ διελόντι ὁ ΓΖ πρὸς ΖΗ λόγον ἔχει ⟨ὅ⟩ν ε πρὸς δ. καὶ τοῦ ⟨ἀπὸ⟩ ΓΖ ἄρα πρὸς ⟨τὸ⟩ ἀπὸ ΖΗ, ὃν κε πρὸς ις. καὶ λοιπὸς τοῦ ἀπὸ ΓΗ πρὸς ⟨τὸ⟩ ἀπὸ ΖΗ, ὃν θ πρὸς

Hülfssatz. Es sei $AB\Gamma$ ein rechtwinkliges Dreieck, das bei Γ einen rechten Winkel hat, und den Winkel bei A $= \frac{2}{5}$ eines Rechten. Zu zeigen, daſs $(BA + A\Gamma)^2 = 5 A\Gamma^2$ ist. Es werde $A\Gamma$ bis Δ verlängert und es sei $\Gamma\Delta = A\Gamma$ und es werde die Verbindungslinie $B\Delta$ gezogen. Also ist $AB = B\Delta$ und Winkel $AB\Gamma = \Gamma B\Delta$.

Nun ist aber Winkel $\Gamma BA = \frac{3}{5}$ eines Rechten, weil Winkel $BA\Gamma = \frac{2}{5}$ eines Rechten ist. Also ist Winkel $AB\Delta$ $= \frac{6}{5}$ eines Rechten. Mithin ist $AB\Delta$ der Winkel eines (regelmäſsigen) Fünfecks. Und es ist $AB = B\Delta$. Wenn nun $A\Delta$ nach dem goldnen Schnitt geteilt wird, so ist AB der gröſsere Abschnitt und es ist $A\Delta = 2 A\Gamma$. Also ist $(BA + A\Gamma^2) = 5 A\Gamma^2$.

XVIII. Es sei $AB\Gamma\Delta E$ ein gleichseitiges und gleichwinkliges Fünfeck, von dem jede Seite $= 10$ sein soll. Zu finden seinen Inhalt. Man nehme den Mittelpunkt des ihm umgeschriebenen Kreises Z und ziehe die Verbindungslinien ΓZ und $Z\Delta$ und fälle auf $\Gamma\Delta$ die Höhe ZH. Also wird der Winkel $\Gamma Z\Delta = \frac{4}{5}$ eines Rechten sein; folglich Winkel $\Gamma ZH = \frac{2}{5}$ R. Und $\Gamma ZH = 1$ R. Also ist $(\Gamma Z + ZH)^2 = 5 ZH^2$. Da es aber nicht möglich ist, in Zahlen ein Quadrat zu finden, das das Fünffache eines anderen Quadrats beträgt, so muſs man es annähernd nehmen. Es ist aber 81 : ⟨16⟩. Also ist

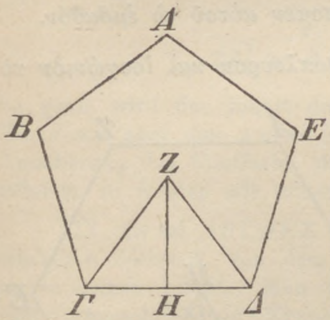


Fig. 22.

---

1 $\overline{\lambda\eta}$ $\overline{\mu}$ $\overline{\mu\alpha}$: correxi 2 et 3 πρὸς τὸ: correxi 20 ΖΔ: Δ ex Θ fec. m. 1 23 ΓΖΗ: çorr. m. 2 27 suppl. m. 2 28 δ in rasura m. 1 29 ἔχειν ε: correxi 29 spatium 3 litterarum; suppl. m. 3 30 et 31 ⟨τὸ⟩ addidi 31 ante τοῦ ins. ὁ m. 2

ις· τῆς ἄρα ΓΗ πρὸς ΗΖ λόγος, ὃν γ πρὸς δ· ὥστε τῆς ΓΔ πρὸς ΖΗ λόγος ἐστὶν, ὃν ϛ πρὸς δ, τουτέστιν ὃν γ πρὸς β· τὸ ἄρα ἀπὸ ΓΔ πρὸς τὸ ὑπὸ ΓΔ ΖΗ λόγον ἔχει, ὃν γ πρὸς β. καὶ ἔστι δοθὲν τὸ ἀπὸ τῆς ΓΔ· δοθὲν ἄρα καὶ τὸ ὑπὸ τῶν ΓΔ ΖΗ. καὶ ἔστι διπλάσιον τοῦ ΓΖΔ τριγώνου· δοθὲν ἄρα καὶ τὸ ΓΖΔ τρίγωνον. καὶ ἔστι πέμπτον μέρος τοῦ ΑΒΓΔΕ πενταγώνου· δοθὲν ἄρα καὶ τὸ πεντάγωνον. συντεθήσεται δὲ οὕτως· τὰ ι[ε] ἐφ' ἑαυτά· γίγνεται ρ. τούτων τὸ τρίτον· γίνεται λγ γ'. ταῦτα πεντάκις·
fol. 78r γίγνεται ρξϛ $\overset{γ'}{β}$. τοσού | του ἔσται τὸ ἐμβαδὸν τοῦ πενταγώνου ὡς ἔγγιστα· ἐὰν δὲ ἕτερον τετράγωνον ἑτέρου τετραγώνου πενταπλάσιον μᾶλλον ἐγγίζον λάβωμεν, ἀκριβέστερον εὑρήσομεν αὐτοῦ τὸ ἐμβαδόν.

ιθ. Ἔστω ἑξάγωνον ἰσόπλευρον καὶ ἰσογώνιον τὸ ΑΒΓΔΕΖ, οὗ ἑκάστη πλευρὰ ἀνὰ μονάδας ι. εὑρεῖν αὐτοῦ τὸ ἐμβαδόν. εἰλήφθω τὸ κέντρον τοῦ περὶ αὐτὸ κύκλου τὸ Η, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΓΗ, ΗΔ. ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ΓΔ ἑκατέρᾳ τῶν ΓΗ, ΗΔ· ἰσόπλευρον ἄρα ἐστὶ τὸ ΓΗΔ τρίγωνον. καὶ ἔστιν αὐτοῦ ἡ πλευρὰ δοθεῖσα· δοθὲν ἄρα καὶ τὸ ΓΗΔ τρίγωνον.

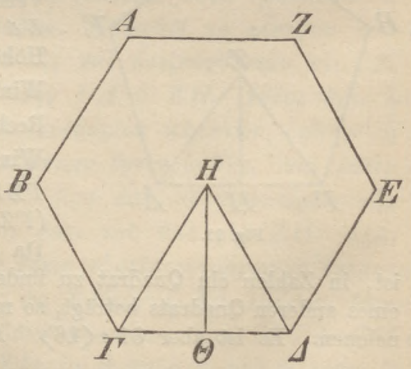


Fig. 23.

$$\Gamma Z + ZH : ZH = 9 : \langle 4\rangle$$

$$\Gamma Z : ZH = 5 : 4$$

$$\Gamma Z^2 : ZH^2 = 25 : 16$$

$$\Gamma H^2 : ZH^2 = 9 : 16$$

$$\Gamma H : HZ = 3 : 4$$

$$\Gamma \Delta : ZH = 6 : 4 = 3 : 2$$

Also: $\Gamma \Delta^2 : \Gamma \Delta \times ZH = 3 : 2.$

Nun ist gegeben $\Gamma \Delta^2$, gegeben ist also auch $\Gamma \Delta \times ZH$ und dies ist zweimal so groſs als das Dreieck $\Gamma Z \Delta$. Gegeben ist also auch das Dreieck $\Gamma Z \Delta$ und es ist $\frac{1}{5}$ des Fünfecks $AB\Gamma\Delta E$. Gegeben ist also auch das Fünfeck. Berechnet wird es folgendermaſsen:

$$10^2 = 100$$

$$\tfrac{100}{3} = 33\tfrac{1}{3}$$

$$33\tfrac{1}{3} \times 5 = 166\tfrac{2}{3}.$$

So groſs wird der Inhalt des Fünfecks annähernd sein. Wenn wir aber eine andere Quadratzahl, die in gröſserer Annäherung das Fünffache einer zweiten Quadratzahl ist, nehmen, so werden wir seinen Inhalt genauer finden.

XIX. Es sei $AB\Gamma\Delta EZ$ ein gleichseitiges und gleichwinkliges Sechseck, von dem jede Seite $= 10$ sei. Zu finden seinen Inhalt. Man nehme den Mittelpunkt des ihm umgeschriebenen Kreises H und ziehe die Verbindungslinien ΓH und $H\Delta$. Dann ist $\Gamma\Delta = \Gamma H = H\Delta$. Also ist $\Gamma H\Delta$ ein gleichseitiges Dreieck. Und seine Seite ist gegeben, also ist auch das Dreieck $\Gamma H\Delta$ gegeben und ist $= \frac{1}{6}$ des Secksecks. Gegeben ist also auch das Sechseck $AB\Gamma\Delta EZ$. Berechnet wird es folgendermaſsen.

---

2 οϛ̄: correxi 9 ιε: correxi 9—10 φ. τούτων: correxi 11 γίνεται ρ: correxit m. 3 18 ἀνὰ $\overset{o}{μ}$ ι: f. ἀνὰ μονάδων ι, cf. Hultsch Her. reliqu. p. XIV. 28 ἰσοπλεύρων: corr. m. 1

καὶ ἔστιν ἕκτον μέρος τοῦ ἑξαγώνου· δοθὲν ἄρα καὶ τὸ ΑΒΓΔΕΖ ἑξάγωνον. συντεθήσεται δὲ οὕτως· τὰ ι ἐφ' ἑαυτά· γίνεται ρ. ταῦτα ἐφ' ἑαυτά· γίγνονται $\overset{\alpha}{\mu}$. *τούτων τὸ τέταρτον· γίγνεται ͵βφ. ταῦτα εἰκοσάκι καὶ ἑπτάκι· γίγνεται* $\overset{\varsigma}{\mu}$ *͵ζφ. τούτων λαβὲ πλευρὰν ἔγγιστα· γίγνεται σνθ. τοσούτου ἔσται τὸ ἐμβαδὸν τοῦ ἑξαγώνου.*

Λῆμμα. Ἐὰν εἰς κύκλον ἑπτάγωνον ἰσόπλευρον ἐγγραφῇ, ἡ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ κύκλου πρὸς τὴν τοῦ ἑπταγώνου πλευρὰν λόγον ἔχει, ὃ⟨ν⟩ η πρὸς ζ. ἔστω γὰρ κύκλος ὁ ΒΓ περὶ κέντρον τὸ Α, καὶ ἐνηρμόσθω εἰς αὐτὸν ἑξαγώνου πλευρὰ ἡ ΒΓ, τουτέστιν ἴση τῇ fol. 78^{v} *ἐκ τοῦ κέν|τρου τοῦ κύκλου· καὶ κάθετος ἐπ' αὐτὴν ἡ ΑΔ. ἔσται ἄρα ἡ ΑΔ ὡς ἔγγιστα ἴση τῇ τοῦ ἑπταγώνου πλευρᾷ. ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΒΑ, ΑΓ· ἰσόπλευρον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον. τριπλάσιον ἄρα ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΑΔ τοῦ ἀπὸ τῆς ΔΒ. λόγος ἄρα τῆς ΑΔ πρὸς ΔΒ δυνάμει ὡς ἔγγιστα ὃ[ν] τοῦ μθ πρὸς ις· καὶ μήκει λόγος τῆς ΑΔ πρὸς ΔΒ, ὃν ζ πρὸς δ. καὶ ἔστι τῆς ΒΔ διπλῆ ἡ ΒΓ· τῆς ΒΓ ἄρα πρὸς ΔΑ λόγος ἐστίν, ὃν ἔχει τὰ η πρὸς ζ.*

κ. Ἔστω ἑπτάγωνον ἰσόπλευρον τὸ ΑΒΓΔΕΖΗ, οὗ ἑκάστη πλευρὰ μονάδων ι. εὑρεῖν αὐτοῦ τὸ ἐμβαδόν. εἰλήφθω τὸ κέντρον τοῦ περὶ αὐτὸ κύκλου τὸ Θ καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΔΘ, ΘΕ καὶ κάθετος ἐπὶ τὴν ΔΕ ἡ ΘΚ. λόγος ἄρα τῆς ΘΔ πρὸς ΔΕ, ὃν η πρὸς ζ, πρὸς δὲ τὴν ΔΚ, ὃν η πρὸς γ∟, τουτέστιν ὃν ις πρὸς ζ. ὥστε τῆς Θ[Ε]Κ πρὸς ΚΔ λόγος ὡς ἔγγιστα ὁ τῶν ιδ γ' πρὸς τὸν ζ, τουτέστιν ὃν μγ πρὸς κα.

---

5 $\overset{\upsilon}{\mu}$ ͵βφ: corr. m. 3   9 ὁ η: correxi   17 ὃν: correxi
27 [Ε] del. m. 1 (?)

$$10^2 = 100$$
$$100^2 = 10\,000$$
$$\frac{10\,000}{4} = 2500$$
$$2500 \times 27 = 67\,500.$$

Daraus ziehe annähernd die Wurzel: es ergiebt 259. So groſs wird der Inhalt des Sechsecks sein.

Hülfssatz.

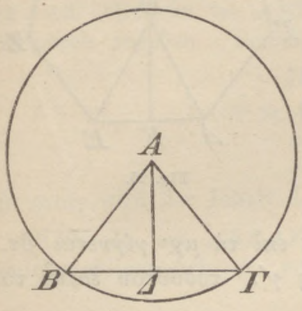


Fig. 24.

Wenn in einen Kreis ein gleichseitiges Siebeneck eingeschrieben wird, so verhält sich der Radius des Kreises zur Seite des Siebenecks wie 7 : 8. Es sei *ΒΓ* ein Kreis um *Α*, und es werde in ihn eingezeichnet die Seite eines Sechsecks d. h. eine dem Radius gleiche Linie, und auf sie die Höhe *ΑΔ* gefällt. Es wird also *ΑΔ* annähernd gleich der Seite des Siebenecks sein. Man ziehe die Verbindungslinien *ΒΑ* und *ΑΓ*. Dann wird *ΑΒΓ* ein gleichseitiges Dreieck sein. Also ist $ΑΔ^2 = 3ΔΒ^2$. Also ist

$$\left(\frac{ΑΔ}{ΔΒ}\right)^2 \text{ annähernd } = \frac{49}{16}$$

$$\frac{ΑΔ}{ΔΒ} = \frac{7}{4}.$$

Nun ist

$$2ΒΔ = ΒΓ;$$

also

$$ΒΓ : ΔΑ = 8 : 7.$$

XX. Es sei *ΑΒΓΔΕΖΗ* ein gleichseitiges und gleichwinkliges Siebeneck, von dem jede Seite = 10 ist. Zu finden seinen Inhalt. Man nehme den Mittelpunkt des ὥστε καὶ τῆς ΔΕ πρὸς ΚΘ λόγος, ὃν μβ πρὸς μγ, τουτέστιν ὃν πδ πρὸς πϛ. καὶ τοῦ ἀπὸ ΔΕ ἄρα πρὸς τὸ ὑπὸ ΔΕ ΚΘ λόγος ὁ αὐτός· ὥστε ⟨τοῦ ἀπὸ ΔΕ⟩ πρὸς τὸ ΔΘΕ τρίγωνον λόγος, ὃν πδ πρὸς μγ. τοῦ δὲ τριγώνου πρὸς τὸ ἑπτάγωνον λόγος ὁ τοῦ α πρὸς ζ· καὶ τοῦ ἀπὸ ΔΕ ἄρα πρὸς τὸ ἑπτάγωνον ιβ πρὸς μγ. καὶ ἔστι δοθὲν τὸ ἀπὸ ΔΕ· δοθὲν ἄρα καὶ τὸ ἑπτάγωνον. συντεθήσεται δὲ οὕτως· τὰ ι ἐφ’ ἑαυτά· γίγνεται ρ. ταῦτα ἐπὶ τὰ μγ· γίγνεται ͵δτ. τούτων τὸ ιβ′· γίγνεται τνη γ′. τοσούτου ἔσται τὸ ἐμβαδὸν τοῦ ἑπταγώνου.

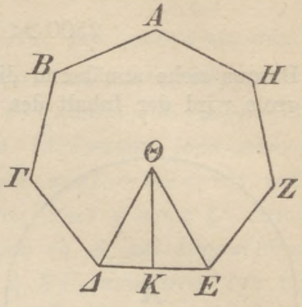


Fig. 25.

fol. 79ʳ κα. | Ἔστω ὀκτάγωνον ἰσόπλευρον καὶ ἰσογώνιον τὸ ΑΒΓΔΕΖΗΘ, οὗ ἑκάστη πλευρὰ μονάδων ι. εὑρεῖν αὐτοῦ τὸ ἐμβαδόν. εἰλήφθω τὸ κέντρον τοῦ περὶ αὐτὸ κύκλου τὸ Κ, καὶ ἐπεξεύχθωσαν αἱ ΚΔ, ΚΕ καὶ ἐπὶ τὴν ΔΕ κάθετος ἤχθω ἡ ΚΛ. ἡ ἄρα ὑπὸ ΔΚΕ γωνία ἡμίσους ἐστὶν ὀρθῆς· ὥστε τετάρτου ἐστὶν ὀρθῆς ἡ ὑπὸ ΔΚΛ. συνεστάτω δὴ αὐτῇ ἴση ἡ ὑπὸ ΚΔΜ· τετάρτου ἄρα καὶ ἡ ὑπὸ ΚΔΜ· ἡμίσους ἄρα ἡ ὑπὸ ΔΜΛ ἐστὶν ὀρθῆς. ὀρθὴ δὲ ἡ πρὸς τῷ Λ· ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ΔΛ τῇ ΜΛ. διπλάσιον ἄρα τὸ ἀπὸ ΔΜ τοῦ ἀπὸ ΜΛ· ἡ ἄρα ΔΜ πρὸς ΜΛ λόγον ἔχει ἔγγιστα, ὃν ιζ πρὸς ιβ. ἴση δέ ἐστιν ἡ

---

1 *ΜΒ*: *Β* in rasura m. 2 (?)   4 inserui   17 ἑξῆς ἡ καταγραφή in marg. inf. m. 1

ihm umgeschriebenen Kreises Θ und ziehe die Verbindungslinien $\Delta\Theta$ und ΘE und auf ΔE die Höhe ΘK. Also ist $\Theta\Delta : \Delta E = 8 : 7$ und $\Theta\Delta : \Delta K = 8 : 3\frac{1}{2} = 16 : 7$. Also $\Theta K : K\Delta =$ annähernd $14\frac{1}{3} : 7 = 43 : 21$. Also auch $\Delta E : K\Theta = 42 : 43 = 84 : 86$. Also auch $\Delta E^2 : \Delta E \times K\Theta = 84 : 86$. Daher $\langle \Delta E^2 \rangle$: Dreieck $\Delta\Theta E = 84 : 43$. Nun verhält sich aber das Dreieck zum Siebeneck $= 1 : 7$. Also auch ΔE^2 zum Siebeneck wie $12 : 43$. Und es ist ΔE^2 gegeben; also ist auch das Siebeneck gegeben. Berechnet wird es folgendermaſsen.

$$10^2 = 100$$

$$100 \times 43 = 4300$$

$$\frac{4300}{12} = 358\frac{1}{3}.$$

So groſs wird der Inhalt des Siebenecks sein.

XXI. Es sei $AB\Gamma\Delta EZH\Theta$ ein gleichseitiges und gleichwinkliges Achteck, von dem jede Seite $= 10$. Zu finden seinen Inhalt. Man nehme den Mittelpunkt des ihm umgeschriebenen Kreises K und ziehe die Verbindungslinien $K\Delta$ und KE und fälle auf ΔE die Höhe $K\Lambda$. Also ist der Winkel $\Delta KE =$ einem halben Rechten; sodaſs Winkel $\Delta K\Lambda = \frac{1}{4}$ Rechten ist. Ihm sei nun Winkel $K\Delta M$ gleich. Also ist auch $K\Delta M = \frac{1}{4}$ Rechten. Mithin ist Winkel $\Delta M\Lambda = \frac{1}{2}$ Rechten. Der Winkel bei Λ aber ist ein Rechter, also ist $\Delta\Lambda = M\Lambda$. Mithin ist

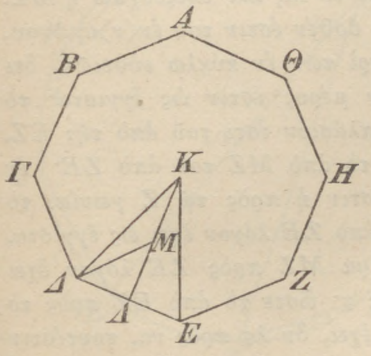


Fig. 26.

ΔΜ τῇ ΜΚ· λόγος ἄρα ἐστὶ τῆς ΚΜ πρὸς ΜΛ, ὃν αἱ ιζ πρὸς ιβ. τῆς ἄρα ΚΛ πρὸς ΜΛ, τουτέστι πρὸς ΔΛ λόγος, ὃν κθ πρὸς ιβ· πρὸς ἄρα τὴν ΔΕ ὃν κθ πρὸς κδ. τὸ ἄρα ἀπὸ ΔΕ πρὸς τὸ ὑπὸ ΔΕ ΚΛ λόγον ἔχει, ὃν κδ πρὸς κθ· πρὸς ἄρα τὸ ΚΕΔ τρίγωνον, ὃν κδ πρὸς ιδ∟. πρὸς ἄρα τὸ ΑΒΓΔΕΖΗΘ ὀκτάγωνον λόγον ἔχει [τ]ὃν κδ πρὸς ρις, τουτέστιν ὃν ϛ πρὸς κθ. καὶ ἔστι τὸ ἀπὸ ΔΕ δοθέν· δοθὲν ἄρα καὶ τὸ ὀκτάγωνον. συντεθήσεται δὲ οὕτως· τὰ ι ἐφ' ἑαυτά· γίγνεται ρ. ταῦτα ἐπὶ κθ· γίγνεται ‚βϡ. τούτων τὸ ἕκτον· γίγνεται υλγ γ΄. τοσούτου ἔσται τὸ ἐμβαδὸν τοῦ ὀκταγώνου.

fol. 79^{v} κβ. | Ἔστω ἐννάγωνον ἰσόπλευρον καὶ ἰσογώνιον τὸ ΑΒΓΔΕΖΗΘΚ, οὗ ἑκάστη τῶν πλευρῶν μονάδων ι. εὑρεῖν αὐτοῦ τὸ ἐμβαδόν. περιγεγράφθω περὶ αὐτὸ κύκλος, οὗ κέντρον ἔστω τὸ Λ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΕΛ καὶ ἐκβεβλήσθω ἐπὶ τὸ Μ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΜΖ. τὸ ἄρα ΕΖΜ τρίγωνον δοθέν ἐστιν τοῦ ἐν⟨ν⟩αγώνου. δέδεικται δὲ ἐν τοῖς περὶ τῶν ἐν κύκλῳ εὐθειῶν, ὅτι ἡ ΖΕ τῆς ΕΜ τρίτον μέρος ἐστὶν ὡς ἔγγιστα· τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς ΜΕ ἐνναπλάσιόν ἐστι τοῦ ἀπὸ τῆς ΕΖ. ὥστε ὀκταπλάσιόν ἐστι τὸ ἀπὸ ΜΖ τοῦ ἀπὸ ΖΕ· ἐν γὰρ ἡμικυκλίῳ ὀρθή ἐστιν ἡ πρὸς τῷ Ζ γωνία. τὸ ἄρα ἀπὸ ΜΖ πρὸς τὸ ἀπὸ ΖΕ λόγον ἔχει ὡς ἔγγιστα, ὃν σπθ πρὸς λϛ. ἡ ἄρα ΜΖ πρὸς ΖΕ λόγον ἔχει ὡς ἔγγιστα, ὃν ιζ πρὸς ϛ· ὥστε τὸ ἀπὸ ΕΖ πρὸς τὸ ΕΜΖ τρίγωνον λόγον ἔχει, ὃν λϛ πρὸς να, τουτέστιν

---

6 ∟ ex ϛ fec. m. 2 7 τὸν: correxi 16 τὸ Α: correxi 18 ἐναγώνου: correxi 19 δέδεικται: sc. ab Hipparcho, cuius ferebantur περὶ τῆς πραγματείας τῶν ἐν κύκλῳ εὐθειῶν βιβλία ιβ teste Theone Comm. in Alm. I cap. 9 p. 110 Halma

$\Delta M^2 = 2 M\Lambda^2$. Also $\Delta M : M\Lambda$ annähernd $= 17 : 12$. Es ist aber $\Delta M = MK$; also ist $KM : M\Lambda = 17 : 12$. Also ist $K\Lambda : M\Lambda = K\Lambda : \Delta\Lambda = 29 : 12$ und $K\Lambda : \Delta E = 29 : 24$. Also $\Delta E^2 : \Delta E \times K\Lambda = 24 : 29$; also ΔE^2 zu Dreieck $KE\Delta = 24 : 14\frac{1}{2}$. Also ΔE^2 zu dem Achteck $AB\Gamma\Delta EZH\Theta = 24 : 116 = 6 : 29$. Nun ist ΔE^2 gegeben; also ist auch das Achteck gegeben. Berechnet wird es folgendermaſsen.

$$10^2 = 100$$

$$100 \times 29 = 2900$$

$$\frac{2900}{6} = 433\frac{1}{3}.$$

So groſs wird der Inhalt des Achtecks sein.

XXII. Es sei $AB\Gamma\Delta EZH\Theta K$ ein gleichseitiges und gleichwinkliges Neuneck, von dem jede Seite = 10 sei. Zu finden seinen Inhalt. Es werde demselben ein Kreis umbeschrieben, dessen Mittelpunkt Λ sei, und man ziehe die Verbindungslinie $E\Lambda$ und verlängere sie bis M und ziehe die Verbindungslinie MZ. Also ist von dem Neuneck das Dreieck EZM gegeben. Es ist aber in der Schrift über die Geraden im Kreise nachgewiesen, daſs annähernd $3ZE = EM$ ist.

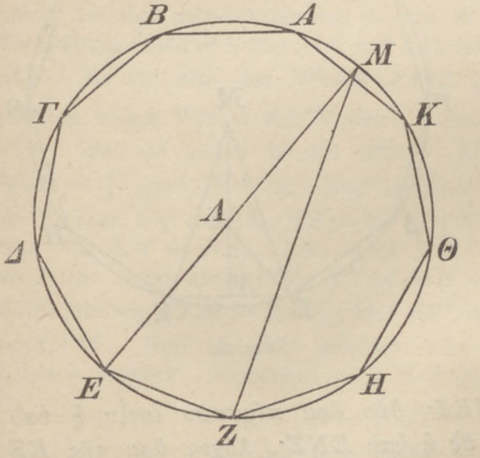


Fig. 27.

ὃν ιβ πρὸς ιζ. πρὸς ἄρα τὸ ἐν⟨ν⟩άγωνον λόγον ἔχει, ὃν ιβ πρὸς ος∠, τουτέστιν ὃν κδ πρὸς ρνγ, τουτέστιν ὃν η πρὸς να. καὶ ἔστι δοθὲν τὸ ἀπὸ ΕΖ· δοθὲν ἄρα καὶ τὸ ἐννάγωνον. συντεθήσεται δὲ οὕτως· τὰ ι ἐφ' ἑαυτά· γίγνεται ρ. ταῦτα ἐπὶ να· γίγνεται ͵ερ. τούτων τὸ η΄· γίγνεται χλζ∠. τοσούτου ἔσται τοῦ ἐνναγώνου τὸ ἐμβαδόν.

κγ. Ἔστω δεκάγωνον ἰσόπλευρόν τε καὶ ἰσογώνιον τὸ ΑΒΓΔΕΖΗΘΚΛ, οὗ ἑκάστη πλευρὰ μονάδων ι. εὑρεῖν αὐτοῦ τὸ ἐμβαδόν. εἰλήφθω τὸ κέντρον τοῦ περὶ αὐτὸ κύκλου τὸ Μ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΜΕ, ΜΖ καὶ κάθετος ἐπὶ τὴν ΕΖ ἡ ΜΝ. fol. 80$^{\mathrm{r}}$ | *ἡ ἄρα ὑπὸ ΕΜΖ γωνία δύο πέμπτων ἐστὶν ὀρθῆς· ὥστε ἡ ὑπὸ ΕΜΝ πέμπτου ἐστὶν ὀρθῆς. συνεστάτω αὐτῇ ἴση ἡ ὑπὸ ΜΕΞ· δύο ἄρα πέμπτων ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΝΞΕ. ὀρθὴ δὲ ἡ ὑπὸ ΕΝΞ· λόγος ἄρα τῆς ΕΞ πρὸς ΝΞ, ὃν ε πρὸς δ, πρὸς δὲ τὴν ΕΝ, ὃν ε πρὸς*

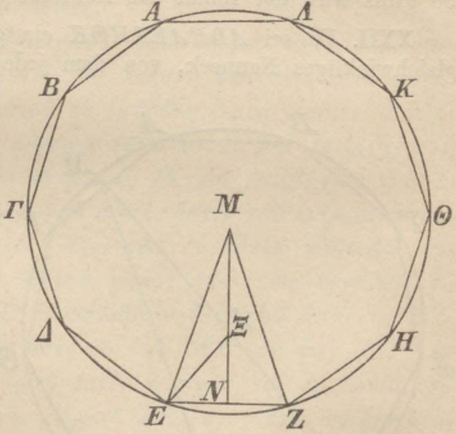


Fig. 28.

---

1 *ἐνάγωνον*: correxi 4 *ἐ$\overset{\nu}{\nu}$άγωνον* (sic) m. 1 19 *ΘΙΚ*: sed *Ι* del. m. 1

Also ist $ME^2 = 9EZ^2$, mithin $MZ^2 = 8ZE^2$. Denn der Winkel bei Z ist ein rechter im Halbkreis. Mithin ist $ME^2 : ZE^2$ annähernd $= 289 : 36$. Also $MZ : ZE$ annähernd $= 17 : 6$. Es verhält sich aber EZ^2 zu dem Dreieck EMZ wie $36 : 51 = 12 : 17$. Also EZ^2 zu dem Neuneck $= 12 : 76\frac{1}{2} = 24 : 153 = 8 : 51$. Nun ist EZ^2 gegeben; also ist auch das Neuneck gegeben. Berechnet wird es folgendermaſsen.

$$10^2 = 100$$

$$100 \times 51 = 5100$$

$$\frac{5100}{8} = 637\frac{1}{2}.$$

So groſs wird der Inhalt des Neunecks sein.

XXIII. Es sei $ΑΒΓΔΕΖΗΘΚΛ$ ein gleichseitiges und gleichwinkliges Zehneck, von dem jede Seite $= 10$ sei. Zu finden seinen Inhalt. Man nehme den Mittelpunkt des ihm umbeschriebenen Kreises M und ziehe die Verbindungslinien ME und MZ, und fälle auf EZ die Höhe MN. Es ist also der Winkel EMZ gleich $\frac{2}{5}$ eines Rechten, sodaſs Winkel EMN gleich $\frac{1}{5}$ eines Rechten sein wird. Ihm sei gleich Winkel $MEΞ$. Also ist Winkel $NΞE = \frac{2}{5}$ eines Rechten. Nun ist aber Winkel $ENΞ$ ein Rechter, also ist $EΞ : NΞ = 5 : 4$, $EΞ : EN = 5 : 3$. Nun ist $EN = NZ$. Also wird $EZ : MN = 6 : 9 = 2 : 3$. Also auch $EZ^2 : EZ \times MN = 2 : 3$. Also EZ^2 : Dreieck $EZM = 2 : 1\frac{1}{2}$; also EZ^2 zu dem Zehneck $= 2 : 15$. Nun ist EZ^2 gegeben; also ist auch das Zehneck gegeben. Berechnet wird es folgendermaſsen.

$$10^2 = 100$$

$$100 \times 15 = 1500$$

$$\frac{1500}{2} = 750.$$

So groſs wird der Inhalt des Zehnecks sein.

γ. ἴση δὲ ἡ μὲν ΕΞ τῇ ΞΜ, ἡ δὲ ΕΝ τῇ ΝΖ· ἔσται ἄρα λόγος τῆς ΕΖ πρὸς ΜΝ, ὃν ς πρὸς ϑ, τουτέστιν ὃν β πρὸς γ. καὶ τοῦ ἀπὸ Ε⟨Ζ⟩ ἄρα πρὸς τὸ ὑπὸ ΕΖ Μ⟨Ν⟩, ὃν β πρὸς γ· ὥστε πρὸς τὸ ΕΖΜ τρίγωνον, ὃν β πρὸς α∟· ὥστε πρὸς τὸ δεκάγωνον λόγον ἔχει, ὃν β πρὸς ιε. καὶ ἔστι δοϑὲν τὸ ἀπὸ ΕΖ· δοϑὲν ἄρα καὶ τὸ δεκάγωνον. συντεϑήσεται δὲ οὕτως. τὰ ι ἐφ' ἑαυτά· γίγνεται ρ. ταῦτα ἐπὶ τὰ ιε· γίγνεται ͵αφ. τούτων τὸ ἥμισυ· γίγνεται ψν· τοσούτου ἔσται τὸ ἐμβαδὸν τοῦ δεκαγώνου.

κδ. Ἔστω ἑνδεκάγωνον ἰσόπλευρόν τε καὶ ἰσογώνιον τὸ ΑΒΓΔΕΖΗΘΚΛΜ, οὗ ἑκάστη πλευρὰ μονάδων ι. εὑρεῖν αὐτοῦ τὸ ἐμβαδόν. περιγεγράφϑω περὶ αὐτὸ κύκλος, οὗ κέντρον ἔστω τὸ Ν, καὶ ἐπεζεύχϑω ἡ ΖΝ καὶ ἐκβεβλήσϑω ἐπὶ τὸ Ξ, καὶ ἐπεζεύχϑω ἡ ΞΗ. τὸ ἄρα ΖΗΞ τρίγωνον δύο ἑνδέκατα τοῦ ἑνδεκαγώνου ἐστίν. δέδεικται δὲ ἐν τοῖς περὶ τῶν ἐν κύκλῳ εὐϑειῶν, ὅτι λόγος τῆς ΖΞ πρὸς ΖΗ ὡς ἔγγιστα ὁ τῶν κε πρὸς ζ, ὁ δὲ τῆς ΞΗ πρὸς ΗΖ λόγος, ὃν κδ πρὸς ζ· τοῦ ἄρα ἀπὸ ΖΗ πρὸς τὸ ΖΗΞ τρίγωνον λόγος ὁ τῶν μϑ πρὸς πδ, τουτέστιν ὁ τῶν fol. 80^{v} ζ πρὸς ιβ. τοῦ δὲ τριγώνου | πρὸς τὸ ἑνδεκάγωνον λόγος, ὃν β πρὸς ια· ὥστε πρὸς τὸ ἑνδεκάγωνον λόγον ἔχει τὸ ἀπὸ τῆς ΖΗ, ὃν ζ πρὸς ξς· καὶ ἔστι δοϑὲν τὸ ἀπὸ ΖΗ· δοϑὲν ἄρα καὶ τὸ ἑνδεκάγωνον. συντεϑήσεται δὴ οὕτως· τὰ ι ἐφ' ἑαυτά· γίγνεται ρ. ταῦτα ἐπὶ τὰ ξς· γίγνεται ͵ςχ. τούτων τὸ ἕβδομον· γίγνεται ϡμβ $\overset{\zeta}{\varsigma}$· τοσούτου ἔσται τὸ ἐμβαδὸν τοῦ ἑνδεκαγώνου.

---

1 ΝΞΖ: sed Ξ del. m. 1 3 τοῦ ἀπὸ Ε: supplevi 4 ΕΖΜ: supplevi 10 τοσοῦτον: correxi 17 cf. quae ad p. 58, 19 adscripsi 20 ΖΗΖ: correxi 25 ΖΗΔ· ὅϑεν: correxi

XXIV. Es sei $ΑΒΓΔΕΖΗΘΚΛΜ$ ein gleichseitiges und gleichwinkliges Elfeck, von dem jede Seite = 10 sei. Zu finden seinen Inhalt. Man beschreibe um dasselbe einen Kreis, dessen Mittelpunkt N sein soll, und ziehe die Verbindungslinie ZN und verlängere sie bis $Ξ$, und ziehe die Verbindungslinie $ΞH$. Also ist das Dreieck $ZHΞ = \frac{2}{11}$ des Elfecks. Nun ist aber in der Schrift über die Geraden im Kreise nachgewiesen, daſs $ZΞ : ZH$ annähernd $= 25 : 7$ ist. Nun ist $ΞH : HZ = 24 : 7$; also ist ZH^2 zu dem Dreieck $ZHΞ = 49 : 84 = 7 : 12$. Das Dreieck verhält sich aber zu dem Elfeck wie $2 : 11$. So daſs ZH^2 zu dem Elfeck sich verhält wie $7 : 66$. Nun ist ZH^2 gegeben; also ist auch das Elfeck gegeben. Berechnet wird es folgendermaſsen.

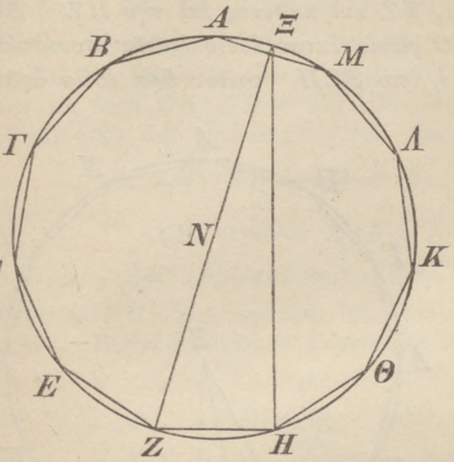


Fig. 29.

$$10^2 = 100$$

$$100 \times 66 = 6600$$

$$\frac{6600}{7} = 942\tfrac{6}{7}.$$

So groſs wird der Inhalt des Elfecks sein.

XXV. Es sei $ΑΒΓΔΕΖΗΘΚΛΜΝ$ ein gleichseitiges und gleichwinkliges Zwölfeck, von dem jede Seite = 10 *κε.* Ἔστω δωδεκάγωνον ἰσοπλευρόν τε καὶ ἰσογώνιον τὸ *ΑΒΓΔΕΖΗΘΚΛΜΝ* ἔχον ἑκάστην πλευρὰν μονάδων ι. εὑρεῖν αὐτοῦ τὸ ἐμβαδόν. εἰλήφθω τὸ κέντρον τοῦ περὶ αὐτὸ[ν] κύκλου τὸ Ξ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΞΗ, ΞΖ καὶ κάθετος ἐπὶ τὴν ΗΖ ἡ ΞΟ. ἡ ἄρα ὑπὸ ΖΞΟ γωνία ἕκτου ἐστὶν ὀρθῆς· συνεστάτω οὖν αὐτῇ ἴση ἡ ὑπὸ ΞΖΠ. τρίτου ἄρα ἐστὶν ὀρθῆς ἡ ὑπὸ ΖΠΟ· τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς ΠΟ τριπλάσιόν ἐστι τοῦ ἀπὸ τῆς ΟΖ. λόγος ἄρα τῆς ΠΟ πρὸς ΟΖ ὡς ἔγγιστα, ὃν ζ πρὸς δ· ὥστε καὶ τῆς ΖΗ, τουτέστι τῆς ΞΠ, πρὸς ΠΟ λόγος ὡς ἔγγιστα, ὃν η πρὸς ζ· ὥστε καὶ τῆς ΖΗ πρὸς ΞΟ λόγος, ὃν ⟨η⟩ πρὸς ιε. καὶ τοῦ ἀπὸ τῆς ΖΗ ἄρα πρὸς τὸ ὑπὸ ΖΗ ΞΟ λόγος, ὃν ⟨η⟩ πρὸς ιε, πρὸς δὲ τὸ ΖΗΞ ἄρα τρίγωνον, ὃν ⟨η⟩ πρὸς ζ. καὶ πρὸς τὸ δωδεκάγωνον ἄρα, ὃν η πρὸς ϙ, τουτέστιν ὃν δ πρὸς με. καὶ ἔστι δοθὲν τὸ ἀπὸ ΖΗ· δοθὲν ἄρα καὶ τὸ δωδεκάγωνον. συντεθήσεται δὲ οὕτως· τὰ ι ἐφ' ἑαυτά· γίγνεται ρ. ταῦτα ἐπὶ τὰ με· γίγνεται ͵δφ. τούτων τὸ τέταρτον· γίγνεται fol. 81^{r} | ͵αρκε. τοσούτου ἔσται τὸ ἐμβαδὸν τοῦ δωδεκαγώνου.

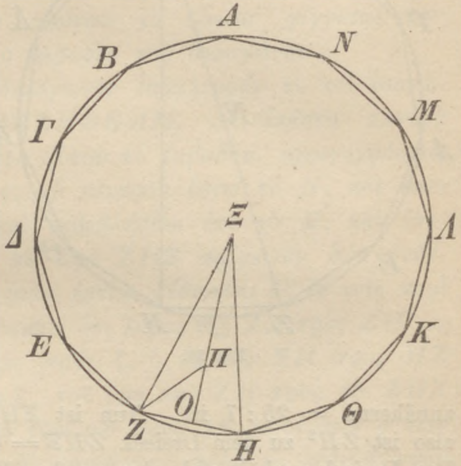


Fig. 30.

sei. Zu finden seinen Inhalt. Man nehme den Mittelpunkt des ihm umbeschriebenen Kreises Ξ und ziehe die Verbindungslinien *ΞH* und *ΞZ*, und fälle auf *HZ* die Höhe *ΞO*. Also ist der Winkel *ZΞO* gleich $\frac{1}{6}$ eines Rechten. Ihm sei gleich der Winkel *ΞZΠ*. Also ist Winkel $Z\Pi O = \frac{1}{3}$ eines Rechten. Mithin ist $\Pi O^2 = 3\, OZ^2$. Daher ist $\Pi O : OZ$ annähernd $= 7 : 4$. Daher ist auch $ZH : \Pi O = \Xi\Pi : \Pi O$ annähernd $= 8 : 7$. Daher auch $ZH : \Xi O = \langle 8 \rangle : 15$. Mithin ist

$$ZH^2 : ZH \times \Xi O = \langle 8 \rangle : 15$$

Also

$$ZH^2 : \text{Dreieck } ZH\Xi = 8 : 7\frac{1}{2}$$

$$ZH^2 : \text{Zwölfeck} = 8 : 90 = 4 : 45.$$

Nun ist ZH^2 gegeben; also ist auch das Zwölfeck gegeben. Berechnet wird es folgendermaſsen.

$$10^2 = 100$$

$$100 \times 45 = 4500$$

$$\frac{4500}{4} = 1125.$$

So groſs wird der Inhalt des Zwölfecks sein.

Alle Vielecke nun, die nicht gleichseitig und gleichwinkelig sind, werden in Dreiecke zerlegt und so gemessen. Die runden aber unter den ebenen Figuren und allgemein alle diejenigen Oberflächen, die gemessen werden können, werden wir im Folgenden der Reihe nach besprechen.

Archimedes nun zeigt in der Kreismessung, daſs 11 Quadrate des Durchmessers des Kreises nahezu 14 Kreisen gleich sind. Daher wird man, wenn der Durchmesser des Kreises beispielsweise = 10 gegeben ist, 10^2 nehmen müssen, es ergiebt 100.

---

4 *αὐτὸν*: correxi *τὸ B*: correxi 6 *ὑπὸ* ex *ἐπὶ* fec. m. 1 7 *ΞZH*: correxi 24 spatium 1 aut 2 litterarum: supplevi 25 et 26 *ὃν πρὸς*: inserui ⟨η⟩ 27 *ἄρα* delendum censet Heiberg

Ὅσα δὲ τῶν πολυγώνων σχημάτων οὔκ ἐστιν ἰσόπλευρα καὶ ἰσογώνια, ταῦτα εἰς τρίγωνα καταδιαιρούμενα μετρεῖται· τὰ δὲ περιφερῆ τῶν ἐπιπέδων σχημάτων καὶ καθόλου τῶν ἐπιφανειῶν ὅσαι δύνανται μετρεῖσθαι, ἑξῆς κατὰ τὸ ἀκόλουθον ἐκθησόμεθα.

⟨κϛ⟩. Ἀρχιμήδης μὲν οὖν ἐν τῇ τοῦ κύκλου μετρήσει (c. 2 t. I p. 262 Heib.) δείκνυσιν, ὅτι ια τετράγωνα τὰ ἀπὸ τῆς διαμέτρου τοῦ κύκλου ἴσα γίγνεται ὡς ἔγγιστα ιδ κύκλοις· ὥστε ἐὰν δοθῇ ἡ διάμετρος τοῦ κύκλου εἰ τύχοι μονάδων ι, δεήσει τὰ ι ἐφ' ἑαυτὰ ποιῆσαι· γίγνονται ρ· ταῦτα ἐπὶ τὰ ια· γίγνεται ͵αρ· ὧν τὸ ιδʹ. γίγνεται οη∟ιδʹ. τοσούτου δεῖ ἀποφαίνεσθαι τὸ ἐμβαδὸν τοῦ κύκλου. ὁ δὲ αὐτὸς Ἀρχιμήδης δείκνυσιν ἐν τῷ περὶ πλινθίδων καὶ κυλίνδρων, ὅτι παντὸς κύκλου ἡ περίμετρος πρὸς τὴν διάμετρον μείζονα μὲν λόγον ἔχει ⟨ἢ ὃν ἔχει⟩ $\overset{\kappa\alpha}{\mu}$ ͵αωοε πρὸς $\overset{\text{ϛ}}{\mu}$ ͵ζυμα, ἐλάσσονα δὲ ἢ ὃν ἔχει[ν] $\overset{\iota\vartheta}{\mu}$ ͵ζωπη πρὸς $\overset{\text{ϛ}}{\mu}$ ͵βτνα· ἀλλ' ἐπεὶ οὗτοι οἱ ἀριθμοὶ πρὸς τὰς μετρήσεις οὐκ εὐθετοῦσι, καταβιβάζονται εἰς ἐλαχίστους ἀριθμούς, ὡς τὸν κβ πρὸς τὰ ζ. ὥστε ἐὰν δοθῇ ἡ διάμετρος τοῦ κύκλου εἰ τύχοι μονάδων ιδ καὶ βούληταί τις τὴν περίμετρον εὑρεῖν, δεῖ ποιῆσαι τὰ ιδ ἐπὶ τὰ κβ καὶ τούτων λαβεῖν τὸ ἕβδομον, καὶ ἀποφαίνεσθαι τοσούτου τὴν περίμετρον· ἔστι δὲ μονάδων μδ. fol. 81v καὶ ἀνάπα|λιν δέ, ἐὰν δοθῇ ἡ περίμετρος μονάδων μδ καὶ βουλώμεθα τὴν διάμετρον εὑρεῖν, ποιήσομεν τὰ μδ ἑπτάκις καὶ τῶν γενομένων τὸ κβʹ λαβόντες ἕξομεν τὴν διάμετρον· ἔστι δὲ ιδ. δείκνυσι δὲ ὁ αὐτὸς Ἀρχιμήδης ἐν τῇ τοῦ κύκλου μετρήσει (c. 1 t. I p. 259 Heib.), ὅτι τὸ ὑπὸ τῆς περιφερείας τοῦ κύκλου καὶ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου διπλάσιόν ἐστι τοῦ κύκλου· ὥστε

$$100 \times 11 = 1100$$

$$\frac{1100}{14} = 78\frac{1}{2} + \frac{1}{14}$$

und so groſs den Inhalt des Kreises angeben müssen.

Ebenderselbe Archimedes zeigt in der Schrift über Plinthide[1]) und Cylinder, daſs das Verhältnis des Umfangs jedes Kreises zu dem Durchmesser gröſser ist als 211875 : 67441, kleiner aber als 197888 : 62351. Da aber diese Zahlen für Messungen nicht bequem sind, so werden sie auf das Verhältnis der kleinsten Zahlen, nämlich 22 : 7, zurückgeführt. Daher muſs man, wenn der Durchmesser des Kreises beispielsweise = 14 gegeben ist und man den Umfang finden will, 14 mit 22 multiplizieren und hiervon $\frac{1}{7}$ nehmen, und so groſs den Umfang angeben. Er ist aber 44. Und umgekehrt, wenn der Umfang = 44 gegeben ist und wir den Durchmesser finden wollen, so werden wir 44 siebenmal nehmen, und wenn wir dann von dem Produkt $\frac{1}{22}$ nehmen, so werden wir den Durchmesser erhalten. Er ist = 14.

Ebenderselbe Archimedes zeigt in der Kreismessung, daſs das Produkt aus dem Umfang des Kreises und seinem Radius doppelt so groſs ist als der Inhalt des Kreises. Wenn daher der Umfang = 44 gegeben ist, so werden wir die Hälfte des Durchmessers = 7 nehmen, und mit 44 multiplizieren. Wenn wir dann die Hälfte des Produkts nehmen = 154, so werden wir den Inhalt des Kreises so groſs anzugeben haben.

---

1) cf. Heron Byz. pers. geod. p. 384 Vincent.

---

6 in mg. numerus capitis non adscriptus 15 addidi 16 correxi 22 *λαβεῖν τὸ ἐμβαδόν*: correxi; ζʺ supra scr. m. 2 24 in ima ora fol. 81r haec adscripta:

μείζων λόγος· $\overset{\kappa\alpha}{\mu}\ /\overline{\alpha\omega o\varepsilon}$ $\overset{\text{ϛ}}{\mu}\ /\overline{\zeta\upsilon\mu\alpha}$ περίμετ$\overset{o}{\rho}$ $\overline{\kappa\beta}$
ἐλάσσων λόγος· $\overset{\iota\vartheta}{\mu}\ /\overline{\zeta\omega\pi\eta}$ $\overset{\text{ϛ}}{\mu}\ /\overline{\beta\tau\nu\alpha}$ διάμετρος $\overline{\zeta}$

29 *κυκυκλου*: correxi

ἐὰν δοθῇ ἡ περίμετρος μονάδων μδ, λαβόντες τῆς διαμέτρου τὸ ἥμισυ· εἰσὶ δὲ μονάδες ζ· πολλαπλασιάσομεν ἐπὶ τὰ μδ· καὶ τῶν γενομένων τὸ ἥμισυ λαβόντες· εἰσὶ δὲ μονάδες ρνδ· τοσούτου ἀποφα[ι]νούμεθα τὸ ἐμβαδὸν τοῦ κύκλου.

Ἐὰν δέῃ χωρίου τινὸς δοθέντος ἤτοι εὐθυγράμμου ἢ οἱουδηποτοῦν τούτῳ ἴσον κύκλον πορίσασθαι, λαβόντες τὸ ἐμβαδὸν τοῦ χωρίου· ἔστω δὲ μονάδων ρνδ· τούτων τὰ ιδ ἑνδέκατα· ἃ γίγνεται ρϥς· καὶ τούτων πάλιν λαβόντες πλευρὰν· ἔστι δὲ μονάδων ιδ· τοσούτου ἀποφανούμεθα τὴν τοῦ κύκλου διάμετρον.

Δύο κύκλων περὶ τὸ αὐτὸ κέντρον ὄντων τὸ μεταξὺ τῶν περιφερειῶν αὐτῶν χωρίον δυνατόν ἐστιν εὑρεῖν μετρήσαντα ἑκάτερον τῶν κύκλων καὶ ἀφελόντα ἀπὸ τοῦ μείζονος τὸν ἐλάσσονα. ἵνα δὲ μὴ δύο κύκλων μέτρησιν ποιησώμεθα, δείξομεν οὕτως.

Ἔστωσαν δύο κύκλοι περὶ τὸ αὐτὸ κέντρον, ὧν διάμετροι αἱ ΑΒ ΓΔ. ἐπεὶ οὖν τοῦ ἀπὸ τῆς ΑΒ τὰ ια ιδʹ γίγνεται τὸ ἐμβαδὸν τοῦ μείζονος κύκλου καὶ ὁμοίως τοῦ ἀπὸ τῆς ΓΔ τὰ ια ιδʹ γίγνεται τὸ ἐμβαδὸν τοῦ ἐλάσσονος κύκλου, τῆς ἄρα τῶν ἀπὸ ΑΒ ΓΔ ὑπεροχῆς τὰ ια ιδʹ γίγνεται τὸ ἐμβαδὸν τοῦ εἰρημένου χωρίου, ὃ καλεῖται ἴτυς. ἡ δὲ τῶν ἀπὸ ΑΒΓΔ ὑπεροχὴ τὸ τετράκις ἐστὶν ὑπὸ ΓΒ ΒΔ· ἐπειδήπερ καὶ ⟨τὸ⟩ τετράκις ὑπὸ ΓΒ ΒΔ μετὰ τοῦ ἀπὸ ΓΔ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ συναμφοτέρου τῆς ΓΒ ΒΔ. συναμφότερος δὲ ἡ ΓΒ ΒΔ ἴση ἐστὶ τῇ ΑΒ, ἐπειδήπερ καὶ ἡ ΒΔ τῇ ΑΓ ἴση ἐστὶν. ὥστε ἐὰν δοθῇ

---

4 *ἀποφαινούμεθα*: corr. m. 1 9 post *ιδ* spatium 2 litterarum; ⟨*ια*⟩ ins. m. 2 11 *ἀποφαινομένου*: correxi 20 *ιδ ια*: corr. m. 2 23 *ιδ ια*: correxi 25 ⟨*τὸ*⟩ inserui

Wenn die Aufgabe ist, falls ein gradliniges oder beliebig gestaltetes Raumstück gegeben ist, einen Kreis zu konstruieren, der diesem gleich ist, so nehmen wir den Inhalt des Raumstücks, er sei $= 154$, davon $\frac{1}{11} = 14$; $14 \times 14 = 196$. Und wenn wir davon wieder die Wurzel nehmen — sie ist $= 14$ — so werden wir so groſs den Durchmesser des Kreises anzugeben haben.

Wenn 2 Kreise um denselben Mittelpunkt liegen, so kann man den Raum zwischen ihren Peripherien finden, wenn man jeden der beiden Kreise miſst und den kleineren von dem gröſseren abzieht. Damit wir aber nicht die Messung zweier Kreise vornehmen müssen, werden wir folgenden Beweis geben.

Es seien zwei Kreise um denselben Mittelpunkt, deren Durchmesser AB und $\Gamma\Delta$ seien. Da nun $\frac{11}{14} \times AB^2$ gleich dem Inhalt des gröſseren und gleicherweise $\frac{11}{14} \times \Gamma\Delta^2$ gleich dem Inhalt des kleineren Kreises ist, so ist $\frac{11}{14} \times$ den Unterschied von AB^2 und $\Gamma\Delta^2$ gleich dem Inhalt des bezeichneten Raumstücks, das „Itys“ (d. h. Kreisring) genannt wird. Es ist aber die Differenz von AB^2 und $\Gamma\Delta^2 = 4\Gamma B \times B\Delta$, da $4\Gamma B B\Delta + \Gamma\Delta^2 = (\Gamma B + B\Delta)^2$. Nun ist aber

$$\Gamma B + B\Delta = AB, \text{ da } B\Delta = A\Gamma \text{ ist.}$$

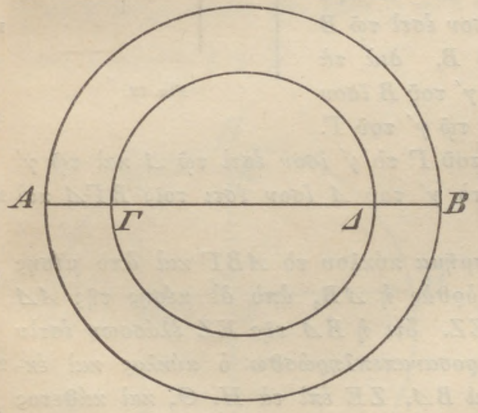


Fig. 31.

fol. 82^r ἡ μὲν ΓΔ μονάδων ιδ, ἑκατέρα δὲ τῶν ΑΓ | ΒΔ μονάδων ϛ, ἔσται ἡ ΓΒ μονάδων κ. ταῦτα ἐπὶ τὰ ϛ· γίγνεται ρκ· τάῦτα τετράκι· γίγνεται υπ· τούτων τὰ ια ιδʹ. γίγνεται τοζ ζʹ. τοσούτου ἔσται τὸ ἐμβαδὸν τῆς ἴτυος.

κζ. Εἰς δὲ τὴν τοῦ τμήματος μέτρησιν προγράψομεν ταῦτα. ἔστω ὁσαδηποτοῦν μεγέθη τετραπλάσια ἀλλήλων τὰ Α, Β, Γ, Δ ἢ καὶ πλείονα ἀρχόμενα ἀπὸ μεγίστου τοῦ Α· λέγω ὅτι τὸ γʹ τοῦ Α ἴσον ἐστὶν τοῖς ΒΓΔ καὶ τῷ γʹ τοῦ Δ· ἐπεὶ γὰρ τὸ Α τετραπλάσιόν ἐστι τοῦ Β, τὸ Α ἄρα ἴσον ἐστὶ τέτ⟨τ⟩αρσι τοῖς Β. τὸ ἄρα τρίτον τοῦ Α ἴσον ἐστὶ τῷ Β καὶ τῷ γʹ τοῦ Β. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ τὸ γʹ τοῦ Β ἴσον ἐστὶν τῷ Γ καὶ τῷ γʹ τοῦ Γ. ὁμοίως δὴ καὶ τοῦ Γ τὸ γʹ ἴσον ἐστὶ τῷ Δ καὶ τῷ γʹ τοῦ Δ. ὥστε τὸ γʹ τοῦ Α ἴσον ἐστι τοῖς ΒΓΔ καὶ τῷ γʹ τοῦ Δ.

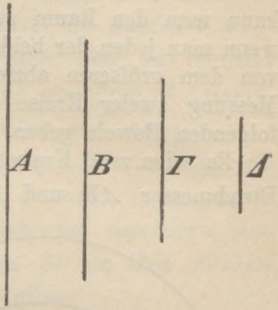


Fig. 32.

κη. Ἔστω τμῆμα κύκλου τὸ ΑΒΓ καὶ ἀπὸ μέσης τῆς ΑΓ πρὸς ὀρθὰς ἡ ΔΒ, ἀπὸ δὲ μέσης τῆς ΑΔ πρὸς ὀρθὰς ἡ ΕΖ. ὅτι ἡ ΒΔ τῆς ΕΖ ἐλάσσων ἐστὶν ἢ ἐπίτριτος. προσαναπεπληρώσθω ὁ κύκλος καὶ ἐκβεβλήσθωσαν αἱ ΒΔ, ΖΕ ἐπὶ τὰ Η, Θ, καὶ κάθετος ἡ ΖΚ. ἐπεὶ διπλῆ ἐστιν ἡ ΑΔ τῆς ΔΕ, τετραπλάσιον ἄρα τὸ ἀπὸ ΑΔ τοῦ ἀπὸ ΔΕ, τουτέστι τοῦ ἀπὸ ΖΚ.

---

3 τὰ in τὸ mut. m. 2 ιδ ια: correxi 10 in mg. τὸ τριτημόριον τοῦ Α m. 1 καὶ: ἔτι supra scr. m. 2 11 τῷ γʹ: τριτημορίῳ supra scr. m. 2 14 τέταρσι: correxi

Wenn daher $\Gamma\Delta = 14$, $A\Gamma = B\Delta = 6$ gegeben sind, so wird $\Gamma B = 20$.

$$20 \times 6 = 120$$

$$120 \times 4 = 480$$

$$\frac{480 \times 11}{14} = 377\tfrac{1}{7}.$$

So groſs wird der Inhalt des Kreisringes sein.

XXVII. Für die Messung des Segments wollen wir folgendes vorausschicken. Es seien beliebig viele Gröſsen die eine viermal so groſs als die andere, α, β, γ, δ oder auch mehr, die mit α als dem gröſsten anfangen. Ich behaupte, daſs $\frac{\alpha}{3} = \beta + \gamma + \delta + \frac{\delta}{3}$ ist. Denn da α viermal so groſs ist als β, so ist $\alpha = 4\beta$. Also ist $\frac{\alpha}{3} = \beta + \frac{\beta}{3}$. Aus denselben Gründen ist also auch $\frac{\beta}{3} = \gamma + \frac{\gamma}{3}$; ebenso also auch $\frac{\gamma}{3} = \delta + \frac{\delta}{3}$. Daher ist $\frac{\alpha}{3} = \beta + \gamma + \delta + \frac{\delta}{3}$.

XXVIII. Es sei $AB\Gamma$ ein Kreissegment, und von der Mitte von $A\Gamma$ gehe im rechten Winkel ΔB, von der Mitte von $A\Delta$ im rechten Winkel EZ aus. Zu zeigen, daſs $B\Delta$ kleiner ist als $1\frac{1}{3}EZ$. Man vervollständige den Kreis und verlängere $B\Delta$ und ZE bis H und Θ, und fälle die

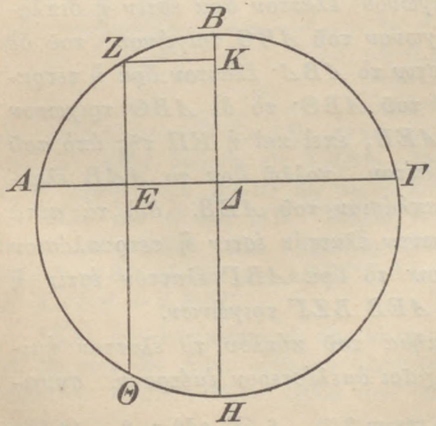


Fig. 33.

fol. 82^{v} ὥστε | καὶ τὸ ὑπὸ *ΗΔΒ* τετραπλάσιόν ἐστι τοῦ ὑπὸ *ΗΚΒ*· ἀλλὰ τὸ ὑπὸ *ΗΔΒ* πρὸς τὸ ὑπὸ *ΗΚΒ* ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἤπερ τὸ ὑπὸ *ΗΔΒ* πρὸς τὸ ὑπὸ *ΗΔ*, *ΚΒ*, τουτέστιν ἢ *ΔΒ* πρὸς *ΒΚ*. ἡ ἄρα *ΔΒ* τῆς *ΒΚ* μείζων ἐστὶν ἢ τετραπλῆ· ἀναστρέψαντι ἄρα ἡ *ΔΒ* τῆς *ΔΚ*, τουτέστι τῆς *ΕΖ*, ἐλάττων ἐστὶν ⟨ἢ⟩ ἐπίτριτος.

κθ. Ἔστω τμῆμα τὸ ἐπὶ τῆς *ΑΓ*, καὶ πρὸς ὀρθὰς ἀπὸ μέσης τῆς *ΑΓ* ἡ *ΔΒ* καὶ δίχα αἱ *ΑΒ*, *ΒΓ* περιφέρειαι κατὰ τὰ *Ε*, *Ζ*· καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ *ΑΒ* *ΒΓ* *ΑΕ* *ΕΒ* *ΒΖ* *ΖΓ*. ὅτι τὸ *ΑΒΓ* τρίγωνον ἔλασσόν ἐστιν ἢ τετραπλάσιον τῶν *ΑΕΒ* *ΒΖΓ* τριγώνων. ἤχθω κάθετος μὲν ἐπὶ τὴν *ΑΒ* ἡ *ΕΗ*, παράλληλος δὲ τῇ *ΒΔ* διὰ τοῦ *Η* ἡ *ΘΚ*· καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ *ΑΘ* *ΘΒ*· ἴση ἄρα ἡ *ΑΚ* τῇ *ΚΔ*. ἡ ἄρα *ΒΔ* τῆς *ΘΚ* ἐλάττων ἐστὶν ἢ ἐπίτριτος. τῆς δὲ *ΗΚ* ἔστι διπλῆ· ὥστε ἡ *ΚΗ* τῆς *ΘΗ* ἐλάττων ἐστὶν ἢ διπλασίων· ὡς δὲ ⟨ἡ⟩ *ΚΗ* πρὸς *ΘΗ*, τὸ *ΑΚΒ* τρίγωνον πρὸς τὸ *ΑΒΘ* τρίγωνον· ἔλαττον ἄρα ἐστὶν ἢ διπλάσιον τὸ *ΑΚΒ* τρίγωνον τοῦ *ΑΒΘ* τριγώνου. τοῦ δὲ *ΑΚΒ* διπλάσιόν ἐστιν τὸ *ΑΒΔ*· ἔλαττον ἄρα ἢ τετραπλάσιον τὸ *ΑΒΔ* τοῦ *ΑΒΘ*· τὸ δὲ *ΑΒΘ* τρίγωνον ἔλαττόν ἐστι τοῦ *ΑΕΒ*, ἐπεὶ καὶ ἡ *ΕΗ* τῆς ἀπὸ τοῦ *Θ* ἐπὶ τὴν *ΑΒ* καθέτου. πολλῷ ἄρα τὸ *ΑΔΒ* ἔλαττόν ἐστιν ἢ τετραπλάσιον τοῦ *ΑΕΒ*. διὰ τὰ αὐτὰ καὶ τὸ *ΔΒΓ* τρίγωνον ἔλαττόν ἐστιν ἢ τετραπλάσιον τοῦ *ΒΖΓ* τριγώνου· τὸ ἄρα *ΑΒΓ* ἔλαττόν ἐστιν ἢ τετραπλάσιον τῶν *ΑΕΒ* *ΒΖΓ* τριγώνων.

fol. 83^{r} λ. | Τὸ δὲ τμῆμα τοῦ κύκλου τὸ ἔλαττον ἡμικυκλίου οἱ μὲν ἀρχαῖοι ἀμελέστερον ἐμέτρουν. συντι-

---

1 *ΗΔΒ*: sed *Δ* in ras. m. 2 (?) 6 ⟨ἢ⟩ add. m. 2 18 ⟨ἡ⟩ add. m. 2

Höhe ZK. Da $A\varDelta = 2\varDelta E$, so ist $A\varDelta^2 = 4\varDelta E^2 = 4ZK^2$. Daher ist auch $H\varDelta \times \varDelta B = 4HK \times KB$. Nun ist aber $H\varDelta \times \varDelta B : HK \times KB$ kleiner als $H\varDelta \times \varDelta B : H\varDelta \times KB$, d. h. kleiner als $\varDelta B : BK$. Also ist $\varDelta B$ gröſser als $4BK$. Also ist $\varDelta B$ kleiner als $1\frac{1}{3}\varDelta K$, also kleiner als $1\frac{1}{3}EZ$.

XXIX. Es sei über $A\varGamma$ ein Kreissegment, und im rechten Wiinkel gehe von der Mitte von $A\varGamma$ die Gerade $\varDelta B$ aus, und die Umfänge AB und $B\varGamma$ seien in E und Z halbiert, und man ziehe die Verbindungslinien AB, $B\varGamma$, AE, EB, BZ, $Z\varGamma$. Zu zeigen, daſs das Dreieck $AB\varGamma$ kleiner ist als $4AEB$ und als $4BZ\varGamma$. Man fälle auf AB die Höhe EH und ziehe zu $B\varDelta$ durch H die Parallele $\varTheta K$ und die Verbindungslinien $A\varTheta$ und $\varTheta B$. Also ist $AK = K\varDelta$. Folglich ist $B\varDelta$ kleiner als $1\frac{1}{3}\varTheta K$; es ist aber $B\varDelta = 2HK$. Daher ist KH kleiner als $2\varTheta H$. Nun verhält sich $KH : \varTheta H =$ Dreieck AKB zu Dreieck $AB\varTheta$. Mithin ist Dreieck AKB kleiner als $2AB\varTheta$. Es ist aber $AB\varDelta = 2AKB$. Also ist $AB\varDelta$ kleiner als $4AB\varTheta$. Es ist aber Dreieck $AB\varTheta$ kleiner als AEB, da auch EH gröſser ist als die Höhe von $\varTheta$ auf AB. Mithin ist $A\varDelta B$ bedeutend kleiner als $4AEB$. Aus denselben Gründen ist auch das Dreieck $\varDelta B\varGamma$ kleiner als $4BZ\varGamma$. Also ist $AB\varGamma$ kleiner als $4AEB + 4BZ\varGamma$.

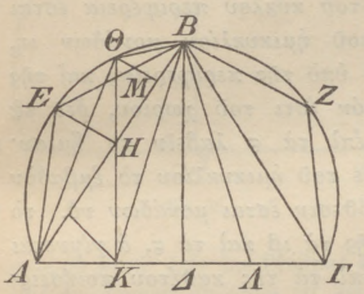


Fig. 34.1)

XXX. Das Kreissegment, das kleiner als ein Halbkreis ist, pflegten die Alten ziemlich ungenau zu messen. Sie addierten nämlich seine Basis und die Höhe, nahmen

---

1) Die Figur ist vom Scholiasten (m. 2) vervollständigt.

ϑέντες γὰρ αὐτοῦ τὴν βάσιν καὶ τὴν κάϑετον καὶ τούτων τὸ ἥμισυ λαμβάνοντες ἐπὶ τὴν κάϑετον ἐποίουν καὶ το⟨σο⟩ύτου τὸ ἐμβαδὸν ⟨τοῦ⟩ τμήματος ἀπεφαίνοντο. δοκοῦσι δὲ οὗτοι ἠκολουϑηκέναι τοῖς τὴν περίμετρον τοῦ κύκλου τριπλασίονα ὑπολαμβάνουσιν τῆς διαμέτρου. ἐὰν γὰρ ἡμικύκλιον κατὰ τὴν τ⟨οι⟩αύτην ὑπόϑεσιν μετρῶμεν, ἀκολουϑήσει τὸ ἐμβαδὸν τοῦ ἡμικυκλίου σύμφωνον τῇ εἰρημένῃ μεϑόδῳ. οἷον ἔστω ἡμικύκλιον, οὗ διάμετρος ἡ *AB* καὶ κάϑετος ἡ *ΓΔ*. καὶ ἔστω ἡ διάμετρος μονάδων ιβ. ἡ ἄρα *ΓΔ* μονάδων ϛ. οὐκοῦν ἡ τοῦ κύκλου περιφέρεια ἔσται μονάδων λϛ. ἡ ἄρα τοῦ ἡμικυκλίου μονάδων ιη. ἐπεὶ οὖν ἐδείχϑη, ὅτι τὸ ὑπὸ τῆς περιφερείας καὶ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου διπλάσιόν ἐστι τοῦ χωρίου, δεῖ τὰ ιη πολλαπλασιάσαντας ἐπὶ τὰ ϛ λαβεῖν τὸ ἥμισυ· εἰσὶ δὲ μονάδες νδ. ὥστε τοῦ ἡμικυκλίου τὸ ἐμβαδὸν κατὰ τὴν εἰρημένην ὑπόϑεσιν ἔσται μονάδων νδ. τὸ δ' αὐτὸ ἔσται κἂν συνϑῇς τὰ ιβ καὶ τὰ ϛ, ἃ γίγνεται ιη. ὧν ἥμισυ λαβὼν ἐπὶ τὰ τῆς καϑέτου ποιήσεις· γίγνεται ὁμοίως νδ.

λα. Οἱ δὲ ἀκριβέστερον ἐξητηκότες προστιϑέασι τῷ fol. 83^{v} εἰρημένῳ ἐμβαδῷ τοῦ τμήματος | τὸ ιδʹ μέρος τοῦ ἀπὸ τῆς ἡμισείας τῆς βάσεως. οὗτοι δὴ τῇ ἑτέρᾳ φαίνονται ἠκολουϑηκότες ἐφόδῳ, καϑ' ἣν ἡ τοῦ κύκλου περιφέρεια τριπλασία ἐστὶ τῆς διαμέτρου τοῦ κύκλου καὶ τῷ ζʹ μέρει μείζων· ἐὰν γὰρ ὁμοίως ὑποστησώμεϑα τὴν μὲν *AB* διάμετρον μονάδων ιδ, τὴν δὲ *ΔΓ* κάϑετον ζ, ἔσται ἡ περιφέρεια τοῦ ἡμικυκλίου μονάδων κβ· ἐπὶ τὸν ζ· γίγνεται ρνδ. ὧν ἥμισυ γίγνεται οζ. καὶ τοσοῦτον τὸ ἐμβαδὸν τοῦ ἡμικυκλίου ἀποφαίνεσϑαι.

---

2 τούτου: corr. m. 2 ⟨τοῦ⟩ addidit m. 2 5 ταύτην: corr. m. 2

davon die Hälfte, multiplizierten dies mit der Höhe und gaben so groſs den Inhalt des Segments an. Sie schlossen sich dabei anscheinend denen an, die den Umfang des Kreises als dreimal so groſs annahmen als seinen Durchmesser. Denn wenn wir einen Halbkreis auf Grund einer solchen Hypothese messen, so ergiebt sich für den Inhalt des Halbkreises ein Wert, der mit der genannten Methode im Einklang steht. Beispielsweise sei ein Halbkreis gegeben, dessen Durchmesser *AB* und dessen Höhe *ΓΔ* sei. Und es sei der Durchmesser = 12, also ist *ΓΔ* = 6. Also wird der Umfang des Kreises = 36, der des Halbkreises also = 18 sein. Da nun gezeigt ward, daſs das Produkt aus der Peripherie und dem Radius doppelt so groſs ist als das Raumstück, so muſs man 18 mit 6 multiplizieren und davon die Hälfte nehmen, das ist 54. Daher wird der Inhalt des Halbkreises nach der angegebenen Hypothese = 54 sein. Dasselbe wird sich ergeben, wenn man $\frac{12+6}{2} = \frac{18}{2}$ mit der Höhe multipliziert; es ergiebt sich gleichermaſsen 54.

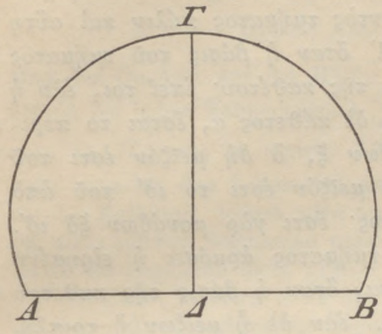


Fig. 35.

XXXI. Diejenigen dagegen, die genauere Forschungen angestellt haben, setzen zu dem angegebenen Inhalt des Segments noch $\frac{1}{14}$ des Quadrats der Hälfte der Basis zu. Diese sind nun anscheinend dem anderen Verfahren gefolgt, demzufolge der Umfang des Kreises dreimal so groſs als der Durchmesser des Kreises und noch um $\frac{1}{7}$ gröſser ist. Denn wenn wir in ähnlicher Weise den τὸ δ' αὐτὸ καὶ ἐὰν οὕτως ποιήσωμεν. σύνθες τὰ ιδ καὶ τὰ ζ· ὧν ἥμισυ γίγνεται ι∟· ἐπὶ τὰ ζ· γίγνεται ογ∟. καὶ τὸ ἀπὸ τῆς ἡμισείας τῆς βάσεως μονάδων μθ. τούτων καθόλου τὸ ιδ´· γίγνεται γ∟. ταῦτα πρόσθες τοῖς ογ∟· γίγνεται οζ. ταύτῃ οὖν τῇ ἐφόδῳ χρήσασθαι δεῖ ἐπὶ τῶν ἐλασσόνων τοῦ ἡμικυκλίου τμημάτων· οὐ μέντοι ἐπὶ παντὸς τμήματος πάλιν καὶ αὕτη ἁρμόσει ἡ ἔφοδος, ἀλλ' ὅταν ἡ βάσις τοῦ τμήματος μὴ μείζων ᾖ ἢ τριπλῆ τῆς καθέτου· ἐπεί τοι, ἐὰν ἡ βάσις ᾖ μονάδων ξ, ἡ δὲ κάθετος α, ἔσται τὸ περιεχόμενον σχῆμα μονάδων ξ, ὃ δὴ μεῖζόν ἐστι τοῦ τμήματος. τούτου δὲ μεῖζόν ἐστι τὸ ιδ´ τοῦ ἀπὸ τῆς ἡμισείας τῆς βάσεως· ἔστι γὰρ μονάδων ξδ ιδ´. ὥστε οὐκ ἐπὶ παντὸς τμήματος ἁρμόσει ἡ εἰρημένη ἔφοδος, ἀλλ', ὡς εἴρηται, ὅταν ἡ βάσις τῆς καθέτου μὴ μείζων ᾖ ἢ τριπλῆ. ἐὰν δὲ ᾖ μείζων ἢ τριπλῆ, τῇ ἑξῆς ἐφόδῳ χρησόμεθα.

λβ. Πᾶν τμῆμα κύκλου μεῖζόν ἐστιν ἢ ἐπίτριτον τριγώνου τοῦ τὴν αὐτὴν βάσιν ἔχοντος αὐτῷ καὶ ὕψος fol. 84r ἴσον. ἔστω τμῆμα κύκλου τὸ | ΑΒΓ καὶ ἀπὸ μέσης τῆς ΑΓ πρὸς ὀρθὰς ἤχθω ἡ ΔΒ καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΑΒ ΒΓ. λέγω ὅτι τὸ ΑΒΓ τμῆμα μεῖζόν ἐστιν ἢ ἐπίτριτον τοῦ ΑΒΓ τριγώνου· τετμήσθωσαν γὰρ αἱ ΑΒ ΒΓ περιφέρειαι δίχα κατὰ τὰ Ε, Ζ καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΑΕ ΕΒ ΒΖ ΖΓ. τὸ ἄρα ΑΒΓ τρίγωνον ἔλαττόν ἐστιν ἢ τετραπλάσιον τῶν ΑΕΒ ΒΖΓ τριγώνων. ἔστω οὖν τῷ μὲν ΑΒΓ τριγώνῳ ἴσον τὸ Η χωρίον, τοῖς δὲ ΑΒΕ ΒΖΓ τριγώνοις ἴσον τὸ ΘΚ. τὸ ἄρα Η τοῦ ΘΚ ἔλαττόν ἐστιν ἢ τετραπλάσιον, ⟨....⟩

---

1 συνθέντες: corr. Heiberg 4 τὰ ιδ´: correxi 16 μεῖζον: correxi 23 ἐπίτριτος: corr. m. 2 28 τοῦ ΘΚ: correxi; τὸν m. 2

Durchmesser $AB = 14$, die Kathete $\varDelta\varGamma = 7$ annehmen, so wird der Umfang des Halbkreises $= 22$ sein. $22 \times 7 = 154$. $\frac{154}{2} = 77$, und so groſs muſs man den Inhalt des Halbkreises angeben. Dasselbe ergiebt sich, wenn wir es folgendermaſsen machen.

$$\frac{14+7}{2} = 10\frac{1}{2}$$

$$10\frac{1}{2} \times 7 = 73\frac{1}{2}.$$

Und das Quadrat aus der Hälfte der Basis ist gleich 49. Davon bei jedem Zahlenbeispiel $\frac{1}{14}$ ergiebt $3\frac{1}{2}$. Dies setze man zu $73\frac{1}{2}$ zu; es ergiebt 77. Dieses Verfahren nun muſs man bei den Segmenten anwenden, die kleiner sind als der Halbkreis, jedoch wird auch dieses Verfahren nicht bei allen solchen Segmenten passen, sondern nur, wenn die Basis des Segments nicht gröſser ist als dreimal so groſs wie die Höhe, insofern wenn die Basis $= 60$, die Kathete $= 1$ ist, die umschlossene Figur $= 60$ sein wird, was gröſser ist als das Segment.

Es ist aber gröſser als dieses der 14. Teil des Quadrats der Hälfte der Basis, denn er ist $= 64\frac{1}{14}$.1) Daher wird dies angegebene Verfahren nicht bei jedem Segmente passen, sondern, wie gesagt, nur, wenn die Basis nicht gröſser ist als dreimal so groſs wie die Höhe. Wenn sie aber gröſser als dreimal so groſs ist, werden wir das folgende Verfahren anwenden.

XXXII. Jedes Kreissegment ist gröſser als $1\frac{1}{3}$ des Dreiecks, das mit ihm gleiche Grundlinie und Höhe hat. Es sei $AB\varGamma$ ein Kreissegment und von dem Mittelpunkte von $A\varGamma$ werde im rechten Winkel $\varDelta B$ gezogen, und man ziehe die Verbindungslinien AB und $B\varGamma$. Ich behaupte, daſs das Segment $AB\varGamma$ gröſser ist als $1\frac{1}{3}$ des Dreiecks $AB\varGamma$. Es sollen nämlich die Peripherie-

---

1) Vielmehr $64\frac{2}{7}$.

τὸ Η, τὸ δὲ Θ τοῦ Λ, τὸ δὲ τοῦ Μ. καὶ τοῦτο γιγνέσθω, ἕως οὗ τὸ τοῦ ἐσχάτου τρίτον ἔλαττον γένηται τοῦ Κ. γεγονέτω καὶ ἔστω τὸ Μ. καὶ τετμήσθωσαν αἱ ΑΕ ΕΒ ΒΖ ΖΓ περιφέρειαι δίχα καὶ ἐπὶ τὰς διχοτομίας ἐπεζεύχθωσαν· τὰ ἄρα ΑΕΒ ΒΖΓ τρίγωνα τῶν γενομένων τριγώνων ἐλάττονα ἔσται ἢ τετραπλάσια· τὸ δὲ ΘΚ τοῦ Λ μεῖζον ἢ τετραπλάσιόν ἐστιν· τὰ ἄρα γενόμενα τρίγωνα μείζονά ἐστι τοῦ Λ. ἔστω αὐτοῖς ἴσα τὰ ΛΝ. καὶ πάλιν τετμήσθωσαν αἱ γενόμεναι περιφέρειαι καὶ ἐπεζεύχθωσαν ὁμοίως. τὰ ἄρα προειρημένα, οἷς ἴσα ἐστὶ τὰ ΛΝ, τῶν γενομένων τριγώνων ἐλάττονά ἐστι ⟨ἢ τετραπλάσια⟩, τὸ ⟨δὲ⟩ ΛΝ τοῦ Μ μεῖζόν ἐστιν ἢ τετραπλάσιον· ὥστε τὰ ἔσχατα γενόμενα τρίγωνα μείζονά ἐστι τοῦ Μ. ἔστω αὐτοῖς ἴσον τὸ ΜΞ. καὶ ἐπεὶ τὰ ΗΘ ΛΜ τετραπλάσιά ἐστιν ἀλλήλων, τὸ ἄρα τρίτον τοῦ Η ἴσον ἐστὶ τοῖς ΘΛΜ καὶ τῷ γʹ τοῦ Μ, ⟨τὸ δὲ γʹ τοῦ Μ⟩ ἔλαττόν ἐστι τῶν ΚΝΞ, ἐπεὶ καὶ τοῦ Κ. τὸ ἄρα τρίτον τοῦ Η ἔλασσόν ἐστι τῶν ΘΚΛ ΝΜΞ. τὸ ἄρα Η τῶν εἰρημένων ἔλασσόν ἐστιν ἢ τριπλάσιον. τὸ Η ἄρα μετὰ τῶν ΘΚ ΛΝ ΜΞ τῶν ΘΚ ΛΝ ΜΞ ἔλασσόν ἐστιν ἢ τετραπλάσιον· ἀναστρέψαντι ἄρα τὰ

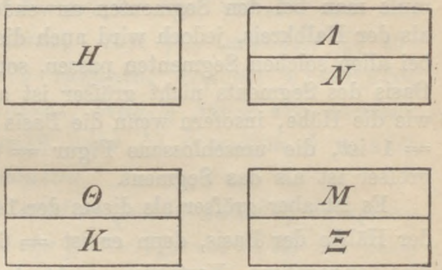


Fig. 36a—d.

---

1 *τὸ δὲ Η τοῦ Θ τετραπλάσιον, τὸ* m. 2; ⟨*ἔστω δὴ τοῦ Θ τετραπλάσιον*⟩ Heiberg f. *τὸ δὲ* ⟨*Λ*⟩ 9 *ΔΝ*: corr. m. 2

teile AB und $B\Gamma$ in E und Z halbiert werden und die Verbindungslinien AE, EB, BZ und $Z\Gamma$ gezogen werden. Das Dreieck $AB\Gamma$ ist also kleiner als $4(AEB + BZ\Gamma)$. Es sei nun dem Dreieck $AB\Gamma$ das Flächenstück H gleich, den Dreiecken $ABE + BZ\Gamma$ sei $\Theta + K$ gleich. Also ist H kleiner als $4(\Theta + K)$, H aber ist $4 \times \Theta$, $\Theta = 4\Lambda$, Λ aber $= 4M$. Und dies soll geschehen, bis $\frac{1}{3}$ des letzten kleiner als K geworden ist. Es sei geschehen und es sei M. Nun sollen die Peripherieteile AE, EB, BZ, $Z\Gamma$ halbiert werden und nach den Halbierungspunkten Verbindungslinien gezogen werden. Also ist Dreieck AEB + Dreieck $BZ\Gamma$ kleiner als viermal die entstandenen Dreiecke. Nun ist aber $\Theta + K$ gröſser als 4Λ. Also sind die entstandenen Dreiecke gröſser als Λ. Ihnen sei $\Lambda + N$ gleich.

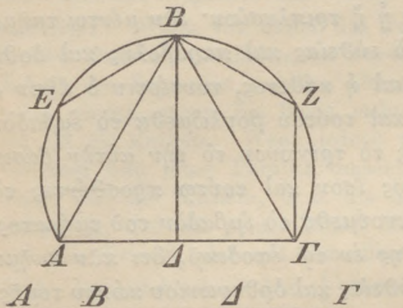


Fig. 36e u. f.

Wiederum sollen die entstandenen Peripherieteile halbiert und in gleicher Weise Verbindungslinien gezogen werden. Die vorgenannten Stücke also, denen $\Lambda + N$ gleich sind, sind kleiner als ⟨viermal⟩ die entstandenen Dreiecke; ⟨. . . .⟩ $\Lambda + N$ ist gröſser als $4M$. Daher sind die zuletzt entstandenen Dreiecke gröſser als M. Ihnen sei $M + \Xi$ gleich Und da nun H, Θ, Λ, M jedes viermal so groſs als das andere ist, so ist $\frac{1}{3}H = \Theta + \Lambda + M + \frac{M}{3}$ ⟨$\frac{M}{3}$ aber⟩ ist kleiner als $K + N + \Xi$, da auch kleiner

---

15 supplevit m. 2 24 *τὸ γʹ*: corr. m. 2 26 *ἔστι τοῦ*: corr. Heiberg

ΘΚ ΛΝ ΜΞ μετὰ τοῦ Η τοῦ Η ⟨. . . .⟩ ἴσον ἐστὶ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον. τὰ δὲ ΘΚ ΛΝ ΜΞ μετὰ τοῦ Η ἴσα τῷ ἐγγραφέντι εἰς τὸ τμῆμα πολυγώνῳ· τὸ ἄρα ἐγγεγραμμένον εἰς τὸ τμῆμα πολύγωνον τοῦ ΑΒΓ τριγώνου μεῖζόν ἐστιν ἢ ἐπίτριτον· πολλῷ ἄρα τὸ ἐπὶ τῆς ΑΓ fol. 84v τμῆμα τοῦ ΑΒΓ τρι|γώνου μεῖζόν ἐστιν ἢ ἐπίτριτον. ὥστε ἐὰν μετρήσωμεν τὸ τρίγωνον καὶ τούτου τὸ τρίτον προσθῶμεν, ἀποφανούμεθα ὡς ἔγγιστα τὸ ἐμβαδὸν τοῦ τμήματος. ἁρμόσει δὲ ἡ αὐτὴ μέθοδος, ὅταν ἡ βάσις τῆς καθέτου μείζων ᾖ ἢ τριπλασίων· ἐὰν μέντοι τμῆμα ᾖ περιεχόμενον ὑπὸ εὐθείας καὶ παραβολῆς καὶ δοθῇ ἥ τε βάσις αὐτῆς καὶ ἡ κάθετος, τουτέστιν ὁ ἄξων ὁ μέχρι τῆς βάσεως, καὶ τούτου βουλώμεθα τὸ ἐμβαδὸν εὑρεῖν, μετρήσαντες τὸ τρίγωνον τὸ τὴν αὐτὴν βάσιν ἔχον αὐτῷ καὶ ὕψος ἴσον καὶ τούτῳ προσθέντες τὸ τρίτον αὐτῶν ἀποφανούμεθα τὸ ἐμβαδὸν τοῦ τμήματος. ἔδειξε γὰρ Ἀρχιμήδης ἐν τῷ ἐφοδικῷ, ὅτι πᾶν τμῆμα περιεχόμενον ὑπὸ εὐθείας καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομῆς, τουτέστι παραβολῆς, ἐπίτριτόν ἐστι τριγώνου τοῦ βάσιν μὲν ἔχοντος αὐτῷ τὴν αὐτὴν καὶ ὕψος δὲ ἴσον.

Λῆμμα. Ἔστω τῷ μὲν Η ἴσον τὸ ΑΒ, τοῖς δὲ Θ, Κ, Λ, Ν, Μ, Ξ τὸ ΒΓ[Δ], τὸ δὲ ΑΒ τοῦ ΒΓ ἔλασσον ἢ τριπλάσιον ἔστω· πῶς ἀναστρέψαντι τὸ ΑΓ, τουτέστι τὸ Η μετὰ τῶν Θ, Κ, Λ, Ν, Μ, Ξ, τοῦ ΑΒ, τουτέστι τοῦ Η, μεῖζόν ἐστιν ⟨ἢ⟩ ἐπίτριτον; ἔστω γὰρ τὸ ΑΔ τοῦ ΔΓ τριπλάσιον· τὸ[ῦ] ΑΓ ἄρα τετραπλάσιόν ἐστι τοῦ ΔΓ. ἀναστρέψαντι ἄρα τὸ ΑΓ τοῦ ΑΔ ἐπίτριτόν ἐστιν. τὸ ΑΓ ἄρα τοῦ ΑΒ μεῖζόν ἐστιν ἢ ἐπίτριτον.

---

1 ⟨μείζονά ἐστιν ἢ ἐπίτριτα. τῷ δὲ Η⟩ Heiberg 5 πλω. ἄρα: correxit m. 2 16 αὐτῶν: αὐτοῦ Heiberg 18 ἀπὸ: correxi 22 τὸ ΒΓΔ: [Δ] seclusit Nath 25 ⟨ἢ⟩ add. m. 2 26 τοῦ ΑΓ: corr. m. 2

als K; also ist $\frac{1}{3}H$ kleiner als $\Theta + K + \Lambda + N + M + \Xi$. Also ist H kleiner als dreimal die genannten (Stücke?). Also $H + \Theta + K + \Lambda + N + M + \Xi$ kleiner als $4(\Theta + K + \Lambda + N + M + \Xi)$. Also $\Theta + K + \Lambda + N + M + \Xi + H$ gröſser also $1\frac{1}{3}H$, ⟨H aber⟩ ist $=$ Dreieck $AB\Gamma$. Es ist aber $\Theta + K + \Lambda + N + M + \Xi + H$ gleich dem in das Segment einbeschriebenen Polygon. Das in das Segment einbeschriebene Polygon ist also gröſser als $1\frac{1}{3}$ Dreieck $AB\Gamma$. Also ist das auf $A\Gamma$ stehende Segment um Vieles gröſser als $1\frac{1}{3}$ Dreieck $AB\Gamma$. Wenn wir daher das Dreieck messen und ein Drittel desselben zuzählen, so werden wir annähernd den Inhalt des Segments angeben können. Dieselbe Methode wird passen, wenn die Basis mehr als dreimal so groſs ist als die Kathete. Wenn jedoch ein Segment von einer Geraden und einer Parabel umschlossen wird und seine Basis und die Kathete, d. h. die Axe bis zur Basis, gegeben ist, und wir seinen Inhalt finden wollen, so messen wir das Dreieck, das mit ihm dieselbe Basis und gleiche Höhe hat und setzen dem $\frac{1}{3}$ desselben zu und geben so groſs den Inhalt des Segments an. Denn Archimedes wies in dem Ἐφοδικόν nach, daſs jedes Segment, das umschlossen wird von einer Geraden und dem Schnitt eines rechtwinkligen Kegels d. h. einer Parabel $1\frac{1}{3}$ mal so groſs als ein Dreieck, das mit ihm dieselbe Basis und gleiche Höhe hat.

Hilfssatz.

Es sei $H = AB$, $\Theta + K + \Lambda + N + M + \Xi = B\Gamma[\Delta]$ und AB kleiner als $3B\Gamma$. Wie ist durch Umkehrung $A\Gamma$ d. h. $H + \Theta + K + \Lambda + N + M + \Xi$ gröſser als $1\frac{1}{3}AB$ d. h. $1\frac{1}{3}H$? Es sei $A\Delta = 3\Delta\Gamma$. Also ist $A\Gamma = 4\Delta\Gamma$. Durch Umkehrung ist also $A\Gamma = 1\frac{1}{3}A\Delta$. Also ist $A\Gamma$ gröſser als $1\frac{1}{3}AB$.

fol. 85r *λγ.* | *Ἐὰν δὲ δέῃ τμῆμα μετρῆσαι μεῖζον ἡμικυκλίου, μετρήσομεν οὕτως. ἔστω τμῆμα κύκλου τὸ[ῦ] ΑΒΓ, οὗ ἡ μὲν ΑΓ βάσις ἔστω μονάδων ιδ, ἡ δὲ ΒΔ κάθετος μονάδων ιδ. προσαναπεπληρώσθω ὁ κύκλος καὶ ἐκβεβλήσθω ἡ ΒΔ ἐπὶ τὸ Ε. ἐπεὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΑΔ ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν ΒΔΕ, τὸ δὲ ἀπὸ τῆς ΑΔ μονάδων ἐστὶ μθ, ἔσται ἄρα καὶ τὸ ὑπὸ τῶν ΒΔΕ μονάδων μθ. καὶ ἔστιν ἡ ΒΔ μονάδων ιδ· ἡ ἄρα ΔΕ ἔσται μονάδων γ∟· ἔστιν δὲ καὶ ἡ ΑΓ μονάδων ιδ· τοῦ ἄρα ΑΕΓ τμήματος, ὅ ἐστιν ἔλασσον ἡμικυκλίου, τὸ ἐμβαδὸν ἔσται μονάδων, ὡς ἐμάθομεν, λδ η′. καὶ ἐπεὶ ἡ μὲν ΒΔ ἐστὶ μονάδων ιδ, ἡ δὲ ΔΕ γ∟, ἡ ἄρα ΒΕ διάμετρος ἔσται μονάδων ιζ∟· τοῦ ἄρα κύκλου τὸ ἐμβαδὸν ὡς ἐμάθομεν ἔσται σμ∟η′. ὧν τὸ τοῦ ΑΕΓ τμήματος ἐμβαδόν ἐστι μονάδων λδη′. λοιπὸν ἄρα τὸ τοῦ ΑΒΓ τμήματος ἐμβαδὸν ἔσται μονάδων σϛ∟.*

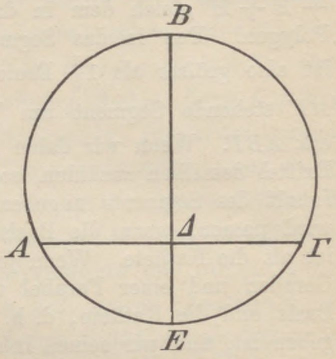


Fig. 37.

λδ. *Ἔστω δὲ ἔλλειψιν μετρῆσαι, ἧς ὁ μὲν μείζων ἄξων μονάδων ιϛ, ὁ δὲ ἐλάσσων ιβ. ἐπεὶ οὖν ἐν τοῖς κωνοειδέσιν Ἀρχιμήδους δείκνυται* (c. 5 t. I p. 312 Heib.) *ὅτι τὸ ὑπὸ τῶν ἀξόνων δύναται κύκλον ἴσον τῇ ἐλλείψει, δεήσει τὰ ιϛ ἐπὶ τὰ ιβ πολλαπλασιάσαντα*

---

2 *τοῦ ΑΒΓ*: correxi 19 ante *λδ η′* delevit *μν* m. 1
20 *γε*: corr. m. 2 28 ⟨*διάμετρον*⟩ *κύκλον ἴσον* coni. Heiberg

XXXIII. Wenn es gilt ein Segment zu messen, das gröſser als ein Halbkreis ist, so werden wir es folgendermaſsen messen. Es sei $AB\Gamma$ ein Kreissegment, dessen Basis $A\Gamma = 14$, dessen Kathete $B\Delta = 14$. Man vervollständige den Kreis und verlängere $B\Delta$ bis E. Da nun $A\Delta^2 = B\Delta \times \Delta E$, $A\Delta^2$ aber $= 49$, so wird auch $B\Delta \times \Delta E = 49$ sein.

Nun ist $B\Delta = 14$, also $\Delta E = 3\frac{1}{2}$. Nun ist auch $A\Gamma = 14$. Der Inhalt also des Segments $AE\Gamma$, das kleiner als ein Halbkreis ist, wird, wie wir gelernt haben, $34\frac{1}{8}$. Und da $B\Delta = 14$, $\Delta E = 3\frac{1}{2}$, so ist der Durchmesser $BE = 17\frac{1}{2}$. Der Inhalt des Kreises wird daher, wie wir gelernt haben, $= 240\frac{1}{2} + \frac{1}{8}$, wovon der Inhalt des Segments $AE\Gamma = 34\frac{1}{8}$ ist. Also wird der Inhalt des Segments $AB\Gamma = 206\frac{1}{2}$ sein.

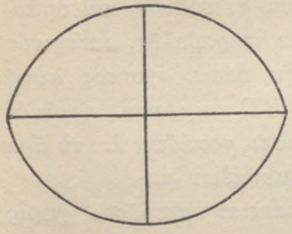


Fig. 38.

XXXIV. Es sei eine Ellipse zu messen, deren gröſsere Axe $= 16$, die kleinere $= 12$ sei. Da nun in den Konoiden des Archimedes nachgewiesen wird, daſs das Produkt der Axen gleich ist dem Quadrat des Durchmessers eines Kreises, der der Ellipse gleich ist, so wird man 16×12 multiplizieren und davon $\frac{11}{14}$ nehmen müssen; es ergiebt $146\frac{1}{2}$.1) So groſs hat man den Inhalt der Ellipse anzugeben.

XXXV. Es sei nun eine Parabel $AB\Gamma$ zu messen, deren Basis $= 12$ und deren Axe $B\Delta = 5$ ist. Man ziehe die Verbindungslinien AB und $B\Gamma$. Also ist Dreieck

---

1) $\frac{16 \times 12 \times 11}{14} = 150\frac{6}{7}$; es scheint also ein Rechenfehler vorzuliegen.

τούτων λαβεῖν τὰ ια ιδ΄· ἔστι δὲ ρμς∟· τοσούτου ἀποφαίνεσθαι τὸ ἐμβαδὸν τῆς ἐλλείψεως.

λε. Ἔστω δὴ παραβολὴν μετρῆσαι τὴν ΑΒΓ, ἧς ἡ μὲν βάσις ἐστὶ μονάδων ιβ, ὁ δὲ ΒΔ ἄξων μονάδων ε. ἐπεξεύχθωσαν αἱ ΑΒ ΒΓ. τῷ ἄρα ἐμβαδῷ τοῦ ΑΒΓ τριγώνου ἴσον ἐστὶ τὸ ἥμισυ τοῦ ὑπὸ ΑΓ fol. 85ᵛ ΒΔ, | τουτέστι μονάδων λ. ἀπέδειξεν δὲ Ἀρχιμήδης ἐν τῷ ἐφοδικῷ, ὡς προείρηται, ὅτι πᾶν τμῆμα περιεχόμενον ὑπό τε εὐθείας καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομῆς, τουτέστι παραβολῆς, ἐπίτριτόν ἐστι τριγώνου τοῦ τὴν αὐτὴν βάσιν ἔχοντος αὐτῷ καὶ ὕψος ἴσον, τουτέστι τοῦ ΑΒΓ τριγώνου. ⟨τοῦ δὲ ΑΒΓ τριγώνου⟩ τὸ ἐμβαδόν ἐστι μονάδων λ. τὸ ἄρα τῆς παραβολῆς ἐμβαδὸν ἔσται μονάδων μ.

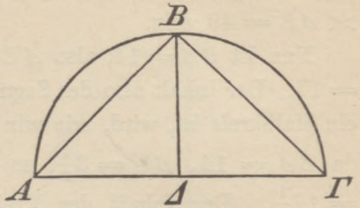


Fig. 39.

λς. Ἔστω κυλίνδρου ἐπιφάνειαν μετρῆσαι χωρὶς τῶν βάσεων, οὗ ἡ μὲν διάμετρος τῶν βάσεών ἐστι μονάδων ιδ, τὸ δὲ ὕψος μονάδων ε. ἐὰν δὴ νοήσωμεν τετμημένην τὴν ἐπιφάνειαν κατά τινα πλευρὰν τοῦ κυλίνδρου καὶ ἀνηπλωμένην, τουτέστιν ἐκτεταμένην εἰς ἐπίπεδον, ἔσται τι παραλληλόγραμμον, οὗ τὸ μὲν μῆκος ἔσται ἡ περιφέρεια τῆς βάσεως τοῦ κυλίνδρου, τὸ δὲ πλάτος τὸ τοῦ κυλίνδρου ὕψος. ἐπεὶ οὖν ἡ διάμετρος τοῦ κύκλου ἐστὶ μονάδων ιδ, ἡ ἄρα περιφέρεια ἔσται μονάδων μδ· τὸ ἄρα τοῦ παραλληλογράμμου μῆκος ἔσται μονάδων μδ. τὸ δὲ πλάτος μονάδων ε· τὸ ἄρα ἐμβαδὸν τοῦ παραλληλογράμμου ἔσται μονάδων σκ.

$AB\Gamma = \frac{1}{2} A\Gamma \times B\Delta = 30$. Archimedes zeigte aber in dem Ἐφοδικόν, wie schon gesagt ist, daſs jedes Segment, welches umschlossen wird von einer Geraden und dem Schnitt eines rechtwinkligen Kegels, d. h. einer Parabel, $1\frac{1}{3}$ mal so groſs ist als ein Dreieck, das mit ihm dieselbe Basis und gleiche Höhe hat, d. h. als Dreieck ΑΒΓ. Der Inhalt des Dreiecks ΑΒΓ ist aber = 30, der Inhalt der Parabel wird also = 40 sein.

XXXVI. Es sei die Oberfläche eines Cylinders ohne seine Basen zu messen, in dem der Durchmesser der Basen = 14 ist, die Höhe = 5 ist. Wenn wir uns nun die Oberfläche in der Richtung einer Seite aufgeschnitten und aufgerollt, d. h. zu einer Fläche ausgebreitet denken, so wird sie ein Parallelogramm sein, dessen Länge die Peripherie der Basis des Cylinders und dessen Breite die Höhe des Cylinders ist. Da nun der Durchmesser des Kreises = 14 ist, so wird die Peripherie = 44 sein; die Länge des Parallelogramms wird also = 44, die Breite = 5 sein. Der Inhalt des Parallelogramms wird also = 220 sein. So groſs wird auch die Oberfläche des Cylinders sein, d. h. = 220, wie auch unten angegeben ist.

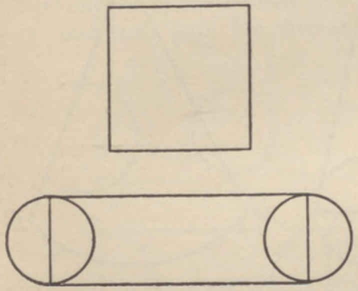


Fig. 40a u. b.

XXXVII. Die Oberfläche eines gleichschenkligen (geraden) Kegels werden wir entsprechend messen, nachdem wir sie ausgebreitet haben. Denn wenn wir sie uns in ähnlicher Weise in der Richtung einer Seite aufgerollt und zu einer Fläche ausgebreitet denken, so wird sie ein

---

1 σφάλμα supra ρμς∟ m. 2   16 αὐτὸ: correxi   17 suppl. Heiberg

τοσούτου δὲ καὶ ἡ τοῦ κυλίνδρου ἐπιφάνεια, τουτέστι μονάδων σκ, ὡς καὶ ὑποτέτακται.

fol. 86^{r} λζ. | Κώνου δὲ ἰσοσκελοῦς τὴν ἐπιφάνειαν μετρήσομεν ἀκολούθως ἐκπετάσαντες αὐτήν· ἐὰν γὰρ νοήσωμεν ὁμοίως κατὰ πλευρὰν ⟨ἀν⟩ηπλωμένην καὶ εἰς ἐπίπεδον ἐκτεταμένην, ἔσται τις κύκλου τομεὺς ὥσπερ ὁ $AB\Gamma[\Delta]$ ἔχων τὴν μὲν AB πλευρὰν ἴσην τῇ πλευρᾷ τοῦ κώνου, τὴν δὲ $B\Gamma$ περιφέρειαν ἴσην τῇ περιφερείᾳ τῆς βάσεως τοῦ κώνου. ἐὰν οὖν πάλιν δοθῇ ἡ μὲν διάμετρος τῆς βάσεως τοῦ κώνου μονάδων ιδ, ἡ δὲ πλευρὰ μονάδων ι, ἔσται ἡ μὲν $B\Gamma$ περιφέρεια μονάδων μδ, ἡ δὲ AB μονάδων ι. δέδεικται δὲ Ἀρχιμήδει ἐν τῇ τοῦ κύκλου μετρήσει, ὅτι πᾶς τομεὺς ἥμισύς ἐστι τοῦ περιεχομένου ὑπό τε τῆς τοῦ τομέως περιφερείας καὶ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ κύκλου, οὗ ἔστιν ὁ τομεύς· τὸ δὲ ὑπὸ τῶν AB $B\Gamma$ ἐστὶ μονάδων υπ· τὸ ἄρα ἐμβαδὸν τοῦ τομέως ἔσται μονάδων σκ.

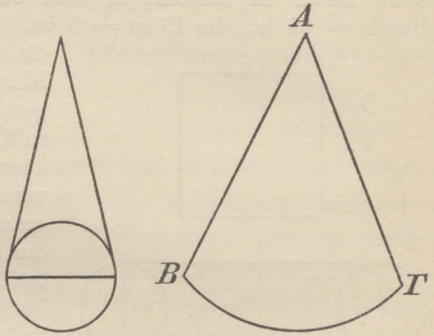


Fig. 41 a u. b.

λη. Τὴν δὲ ἐπιφάνειαν τῆς σφαίρας ὁ αὐτὸς ἐμέτρησεν Ἀρχιμήδης ἐν τῷ περὶ σφαίρας καὶ κυλίνδρου (I c. 23 t. I p. 136 Heib.) ἀποδείξας τετραπλασίονα οὖσαν τοῦ μεγίστου κύκλου τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ·

Kreisausschnitt, z. B. $AB\Gamma$, von dem die Seite AB gleich der Seite des Kegels, die Peripherie $B\Gamma$ gleich der Peripherie der Basis des Kegels ist. Wenn nun wiederum der Durchmesser der Basis des Kegels = 14, die Seite = 10 gegeben ist, so wird die Peripherie $B\Gamma = 44$, $AB = 10$ sein. Archimedes hat aber in der Kreismessung nachgewiesen, daſs jeder Kreisausschnitt die Hälfte ist des Produkts aus der Peripherie des Kreisausschnitts und dem Radius des Kreises, dem der Kreisausschnitt angehört. Nun ist $AB \times B\Gamma = 440$. Der Inhalt des Kreisausschnitts wird also = 220 sein.

XXXVIII. Die Oberfläche der Kugel maſs ebenfalls Archimedes in der Schrift über Kugel und Cylinder, indem er nachwies, daſs sie viermal so groſs sei als einer der gröſsten Kreise der Kugel. So daſs, wenn der Durchmesser der Kugel = 14 ist, es gilt einen Kreis zu finden, der viermal so groſs ist als der Kreis, dessen Durchmesser = 14 ist. Wenn aber ein Kreis viermal so groſs ist als ein anderer, so ist der Durchmesser des einen zweimal so groſs als der Durchmesser des anderen, da sich ja die Kreise zu einander verhalten wie die Quadrate ihrer Durchmesser.

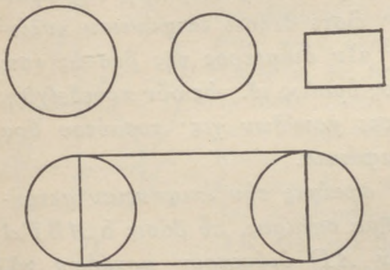


Fig. 42 a—d.

$$2 \times 14 = 28.$$

Der Inhalt aber eines Kreises, dessen Durchmesser 28 beträgt, ist, wie wir lernten, = 616. Daher wird auch die Oberfläche der Kugel = 616 sein. Oder auch auf

---

2 ὡς sq., quae ad figuram spectant, vix Heronis sunt 5 ἠπλωμένην: correxi 7 $AB\Gamma\Delta$: correxi

ὥστε ἐὰν δοθῇ ἡ διάμετρος τῆς σφαίρας μονάδων ιδ, δεῖ εὑρεῖν κύκλον τετραπλασίονα τοῦ κύκλου, οὗ ἡ διάμετρός ἐστι μονάδων ιδ. εἰ δὲ ὁ κύκλος τοῦ κύκλου ἐστὶ τετραπλάσιος, ἡ ἄρα διάμετρος τῆς διαμέτρου ἐστὶ διπλασία, ἐπείπερ οἱ κύκλοι πρὸς ἀλλήλους εἰσὶν, ὡς τὰ ἀπὸ τῶν διαμέτρων τῶν κύκλων τετράγωνα πρὸς ἄλληλα. τὰ ιδ δίς· γίγνεται κη. τὸ fol. 86^{v} δὲ ἐμβαδὸν τοῦ κύκλου, οὗ ἡ διάμετρος κη, | ἔστιν, ὡς ἐμάθομεν, μονάδων χις. ὥστε καὶ ἡ τῆς σφαίρας ἐπιφάνεια ἔσται μονάδων χις. ἢ καὶ ἄλλως· ἀπέδειξεν Ἀρχιμήδης, ὅτι ἡ ἐπιφάνεια τῆς σφαίρας ἴση ἐστὶν ἐπιφανείᾳ κυλίνδρου χωρὶς τῶν βάσεων, οὗ ἡ μὲν διάμετρος τῆς βάσεως ἴση ἐστὶ τῇ διαμέτρῳ τῆς σφαίρας, τὸ δὲ ὕψος ἴσον· ὥστε δεήσει ἐπιφάνειαν κυλίνδρου μετρῆσαι, οὗ ἡ μὲν διάμετρος τῆς βάσεώς ἐστι μονάδων ιδ, τὸ δὲ ὕψος ὁμοίως ιδ. ὡς οὖν προεδείχθη, ἡ ἐπιφάνεια αὐτοῦ ἐστι μονάδων χις· τοσούτου ἄρα καὶ ἡ τῆς σφαίρας ἐπιφάνεια.

λθ. Τμήματος δὲ σφαίρας τὴν ἐπιφάνειαν μετρήσομεν οὕτως. ἔστω τμῆμα σφαίρας, οὗ βάσις ὁ $AB\Gamma\Delta$ κύκλος ἔχων τὴν μὲν $A\Gamma$ διάμετρον μονάδων κδ, τὴν δὲ EZ κάθετον μονάδων ε. ἐπεὶ οὖν ἡ $A\Gamma$ ἐστὶ μονάδων $K\Delta$, ἡ ἄρα AZ ἐστὶ μονάδων ιβ. ἡ δὲ ZE μονάδων ε· ἡ ἄρα AE ἐστὶ μονάδων ιγ διὰ τὸ ὀρθὴν εἶναι τὴν πρὸς τῷ Z γωνίαν. ἀπέδειξεν δὲ ὁ αὐτὸς Ἀρχιμήδης ἐν τῷ περὶ σφαίρας καὶ κυλίνδρου (I c. 42 sq. t. I p. 176 Heib.) ὅτι παντὸς τμήματος σφαίρας ἡ ἐπιφάνεια ἴση ἐστὶ κύκλῳ, ⟨οὗ⟩ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ ἐκ τοῦ πόλου τῆς βάσεως τοῦ τμήματος· ἡ δὲ AE ἐκ τοῦ πόλου ἐστὶ τοῦ $AB\Gamma\Delta$ κύκλου· καὶ ἔστι μονάδων ιγ. ἡ ἄρα διάμετρος τοῦ

andere Weise. Archimedes wies nach, daſs die Oberfläche der Kugel gleich der Oberfläche eines Cylinders ohne seine Basen ist, in dem der Durchmesser der Basis gleich dem Durchmesser der Kugel und die Höhe die gleiche ist. Man wird daher die Oberfläche eines Cylinders messen müssen, in dem der Durchmesser der Basis = 14 und die Höhe gleichfalls = 14 ist. Wie nun früher gezeigt wurde, ist seine Oberfläche = 616. So groſs wird also auch die Oberfläche der Kugel sein.

XXXIX. Die Oberfläche eines Kugelabschnitts werden wir folgendermaſsen messen. Es sei ein Kugelabschnitt, dessen Basis der Kreis $AB\Gamma\Delta$ sei, dessen Durchmesser $A\Gamma = 24$, dessen Kathete $EZ = 5$ sei. Da nun $A\Gamma = 24$, so ist $AZ = 12$; aber $ZE = 5$, also $AE = 13$, weil der Winkel bei Z ein rechter ist. Nun wies aber ebenderselbe Archimedes in der Schrift über Kugel und Cylinder nach, daſs die Oberfläche jedes Kugelabschnitts gleich ist einem Kreise, dessen Radius gleich ist der Geraden, die von dem Pole der Basis des Abschnittes ausgeht. Nun ist AE die von dem Pole des Kreises $AB\Gamma\Delta$ ausgehende Gerade und ist = 13. Der Durchmesser des genannten Kreises ist also = 26. Der Inhalt desselben wird also, wie vorher bemerkt, $= 531\frac{1}{7}$ sein; so groſs ist also auch die Oberfläche des Kugelabschnitts.

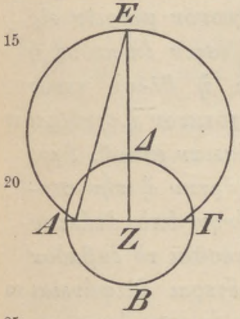


Fig. 43.

Alle Formen bestimmter Oberflächen nun sind, wie wir glauben, damit ausreichend vermessen; es ist aber, meine ich, nötig, auſserdem zu besprechen, wie die unbestimmten Oberflächen zu messen sind. Wenn nun eine Oberfläche eben ist, jedoch die sie einschlieſsende Linie

---

28 ⟨οὗ⟩ add. m. 2

εἰρημένου κύκλου ἐστὶ μονάδων κς. τὸ ἄρα ἐμβαδὸν, ὡς προείρηται, ἔσται μονάδων φλα ζ′. τοσούτου ἄρα καὶ ἡ τοῦ τμήματος τῆς σφαίρας ἐπιφάνεια.

Ὅσα μὲν οὖν ἦν σχήματα τεταγμένων ἐπιφανειῶν, αὐτάρκως νομίζομεν μεμετρῆσθαι, ἀναγκαῖον δὲ ὡς fol. 87r οἶμαι πρὸς τὰς | ἀτάκτους εἰπεῖν ἐπιφανείας, ὡς δέον αὐτὰς μετρεῖσθαι. εἰ μὲν οὖν ἐπιφάνεια ἐπίπεδός ἐστιν, ἡ δὲ περιέχουσα αὐτὴν γραμμὴ ἄτακτος ὑπάρχει, δεήσει ἐπ᾽ αὐτῆς τῆς γραμμῆς λαβεῖν τινὰ συνεχῆ σημεῖα, ὥστε τὰς ἐπιζευγνυούσας αὐτὰ κατὰ τὸ ἑξῆς εὐθείας γραμμὰς μὴ κατὰ πολὺ ἀπᾴδειν τῆς περιεχούσης τὸ σχῆμα γραμμῆς, καὶ οὕτως ὡς πολύγωνον μετρεῖν εἰς τρίγωνα καταδιαιροῦντα. εἰ δὲ οὔκ ἐστιν ἐπίπεδος ἡ ἐπιφάνεια, ἀλλ᾽ ὥσπερ ἀνδριάντος ἢ ἄλλου τινὸς τοιούτου, δεῖ λαβόντα χάρτην ὅτι λεπτότατον ἢ σινδόνα περιτείνειν κατὰ μέρος ἐπὶ τὴν ἐπιφάνειαν αὐτοῦ, ἄχρι ἂν περιειληθῇ, εἶτα ἐκτείναντα τὸν χάρτην ἢ τὴν σινδόνα εἰς ἐπίπεδον μετρεῖν περιεχομένην ὑπὸ ἀτάκτου γραμμῆς, ὡς προείρηται, καὶ ἀποφαίνεσθαι τὸ ἐμβαδὸν τῆς ἐπιφανείας. εἰ δέ τινές εἰσιν ἕτεραι ἐπιφάνειαι ἢ σχήματα ἐπιφανειῶν, μετρηθήσεται ἐκ τῶν προειρημένων· καὶ γὰρ αὐτάρκως νομίζομεν τὰς ἐκ δυεῖν διαστάσεων ἐπιφανείας μεμετρηκέναι.

---

9 f. ἐπὶ ταύτης 23 subscriptum: Ἥρωνος Ἀλεξανδρέως ἐπιπέδων μέτρησις εὐτυχῶς.

unbestimmt ist, so wird man auf dieser Linie einige hinter einander folgende Punkte nehmen müssen, so daſs die geraden Linien, die dieselben der Reihe nach verbinden, nicht bedeutend abweichen von der die Figur begrenzenden Linie, und wird sie dann wie ein Vieleck durch Teilung in Dreiecke messen müssen. Wenn die Oberfläche jedoch nicht eben ist, sondern wie die einer Statue oder eines anderen derartigen Gegenstandes, so muſs man möglichst dünnen Papyrus oder Leinwand nehmen und stückweise auf dessen Oberfläche auflegen, bis sie rings umwickelt ist, dann muſs man den Papyrus oder die Leinwand wieder zu einer glatten Fläche auseinanderbreiten und sie messen als eine von einer unbestimmten Linie umgrenzte Figur, wie vorher gesagt ist, und so groſs den Inhalt der Oberfläche angeben. Wenn aber irgend welche anderen Oberflächen oder Figuren von Oberflächen vorhanden sind, so werden sie auf Grund der im Vorstehenden angegebenen Methoden ausgemessen werden. Denn wir glauben hinreichend die Oberflächen mit 2 Dimensionen ausgemessen zu haben.

ΗΡΩΝΟΣ ΜΕΤΡΙΚΩΝ Β

ΠΡΟΟΙΜΙΟΝ

fol. 87^{v} | *Μετὰ τὴν τῶν ἐπιφανειῶν μέτρησιν εὐθυγράμμων τε καὶ μὴ κατὰ τὸ ἀκόλουθον ἐπὶ τὰ στερεὰ σώματα χωρητέον, ὧν καὶ τὰς ἐπιφανείας ἐν τῷ πρὸ τούτου βιβλίῳ ἐμετρήσαμεν ἐπιπέδους τε καὶ σφαιρικάς, ἔτι τε κωνικὰς καὶ κυλινδρικάς, πρὸς δὲ τούτοις ἀτάκτους, ὧν τὰς ἐπινοίας ὥσπερ παραδόξους οὔσας τινὲς εἰς Ἀρχιμήδην ἀναφέρουσιν κατὰ διαδοχὴν ἱστοροῦντες. εἴτε δὲ Ἀρχιμήδους εἴτε ἄλλου τινός, ἀναγκαῖον καὶ ταύτας προ⟨σ⟩υπογράψαι, ὅπως κατὰ μηδὲν ἐνδεὴς ἡ πραγματεία τυγχάνῃ τοῖς βουλομένοις αὐτὰ μεταχειρίζεσθαι.*

Στερεὸν εὐθύγραμμον ὀρθογώνιον μετρῆσαι δοθείσης ἑκάστης αὐτοῦ πλευρᾶς, μήκους τε καὶ πλάτους καὶ βάθους ἢ πάχους· οὐδὲν γὰρ διοίσει [εἰ] ἢ κοῖλον ὑπάρχον μετρεῖσθαί τι σῶμα ἢ ναστόν. βάθος μὲν γὰρ καλεῖται ἐπὶ τῶν κοίλων σωμάτων, πάχος δὲ ἐπὶ τῶν ναστῶν. ἔστω δὲ τὸ μὲν μῆκος μονάδων κ, τὸ δὲ πλάτος μονάδων ιβ, τὸ δὲ πάχος μονάδων π. ἐὰν δὴ δι' ἀλλήλων τοὺς ἀριθμοὺς πολλαπλασιάσωμεν, γίγνονται μονάδες ͵ατ. τοσούτων δὲ καὶ τὸ στερεὸν

---

1 titulum supplevi 11 *προυπογράψαι*: correxi 16 [*εἰ*]: del. m. 1 19 sq. numeri corrupti

VERMESSUNGSLEHRE VON HERON VON ALEXANDRIA.

ZWEITES BUCH.

KÖRPERVERMESSUNG.

Vorrede

Nach der Messung der geradlinigen und nicht geradlinigen Oberflächen haben wir uns der Reihenfolge nach den festen Körpern zuzuwenden, deren Oberflächen wir in dem vorhergehenden Buche ausmaſsen, die ebenen sowohl als die kugelförmigen, ferner aber auch die kegelförmigen und cylinderförmigen, auſserdem aber die irrationalen. Die Erfindung der dazu nötigen Methoden führen manche, die in der Geschichtsforschung das Prinzip der Succession zu Grunde legen, da dieselben überraschend sind, auf Archimedes zurück. Sie mögen nun aber von Archimedes oder irgend einem anderen stammen, jedenfalls ist es nötig, auch diese noch zu beschreiben, damit das Handbuch für die, die sich mit diesen Dingen beschäftigen, in keinem Punkte lückenhaft sei.

Einen geradkantigen rechtwinkligen Körper zu messen, wenn jede Seite desselben gegeben ist, die Länge und die Breite und die Tiefe oder Dicke. Denn es macht keinen Unterschied, ob ein Körper, der gemessen wird, hohl ist oder voll; man spricht nämlich von Tiefe bei den hohlen, von Dicke bei den vollen Körpern. Es sei die Länge = 20, die Breite = 12, die Dicke = 80. Wenn wir nun diese Zahlen mit einander multiplizieren, so ergiebt es 19 200. So groſs wird der Körper sein.

ἔσται μονάδων. τούτου δ' ἡ ἀπόδειξις φανερά. ἐὰν
γὰρ τὰς τρεῖς διαστάσεις ἐπινοήσωμεν διῃρημένας εἰς
μοναδιαῖα διαστήματα καὶ διὰ τῶν τομῶν ἐπίπεδα
ἐκβάλωμεν παράλληλα τοῖς περιέχουσι τὸ στερεὸν ἐπι-
πέδοις, ἔσται ὥσπερ καταπεπρισμένον τὸ στερεὸν εἰς
μοναδιαῖα στερεά, ὧν τὸ πλῆθος ἔσται ὁ εἰρημένος
ἀριθμός. καὶ καθόλου δὲ πᾶν στερεὸν σχῆμα πάχος
ἔχον οἱονδηποτοῦν ⟨καὶ μῆκος οἱονδηποτοῦν⟩, τὸ δὲ
ὕψος πρὸς ὀρθὰς τῇ βάσει μετρεῖται τῆς βάσεως
αὐτοῦ μετρηθείσης καὶ ἐπὶ τὸ ὕψος πολλαπλασιασθεί-
σης. οἷον· ἔστω τοῦ στερεοῦ βάσις ἔλλειψις, ἀπὸ δὲ
τοῦ κέντρου τῆς ἐλλείψεως πρὸς ὀρθὰς ἐπινοείσθω τις
εὐθεῖα τῷ τῆς ἐλλείψεως ἐπιπέδῳ ὕψος ἔχουσα δοθέν.
τὸ δὲ τῆς ἐλλείψεως σχῆμα φερέσθω κατὰ τῆς εἰρη-
fol. 88^{r} |μένης εὐθείας οὕτως, ὥστε τὸ μὲν κέντρον κατ' αὐτῆς
φέρεσθαι, τὸ δὲ τῆς ἐλλείψεως ἐπίπεδον ἀεὶ παράλλη-
λον ὑπάρχειν τῇ ἐξ ἀρχῆς θέσει. ἔσται δή τι σχῆμα
ὡσπερεὶ κύλινδρος βάσιν ἔχον τὴν εἰρημένην ἔλλειψιν.
τοῦ δὴ τοιούτου σχήματος τὸ ὕψος πρὸς ὀρθὰς καλῶ
τῇ βάσει· ὃ δὴ μετρεῖται τῷ προειρημένῳ τρόπῳ. κἂν
ἡ βάσις δὲ ἕτερον ἔχῃ σχῆμα, τὸ δὲ ὕψος πρὸς ὀρθὰς
τῇ βάσει, ὡς εἴρηται, ὁμοίως μετρηθήσεται· ὥστε καὶ
κύλινδρος ὡσαύτως μετρεῖται. κἂν μὴ ᾖ δὲ τὸ ὕψος
τοῦ στερεοῦ πρὸς ὀρθὰς τῇ βάσει, ἀλλὰ κεκλιμένον
ᾖ, τὸ δὲ στερεὸν τοιοῦτον, ὥστε τεμνόμενον ἐπιπέδῳ
παραλλήλῳ τῇ βάσει ποιεῖν τομὰς ἴσας τῇ βάσει, δο-
θεῖσα δὲ ᾖ ἡ ἀπὸ τῆς κορυφῆς αὐτοῦ κάθετος ἀγομένη
ἐπὶ τὴν βάσιν, τὸ στερεὸν ὡσαύτως λαμβάνεται. δεῖ
γὰρ λαβόντα τὸ ἐμβαδὸν τῆς βάσεως αὐτοῦ πολλαπλα-
σιάσαι ἐπὶ τὴν εἰρημένην κάθετον καὶ ἀποφαίνεσθαι
τοσοῦτον τὸ στερεόν· τὸ δὲ εἰρημένον ⟨.....⟩ ἐπι-

Der Beweis hierfür liegt auf der Hand. Wenn wir uns nämlich die drei Ausdehnungen in Abstände von je einer Einheit zerlegt denken und durch die Schnittpunkte Ebenen legen, die den den Körper begrenzenden Flächen parallel sind, so wird der Körper gleichsam in Körper von je 1 Einheit zersägt sein, deren Anzahl gleich der angegebenen Zahl sein wird. Und allgemein wird jeder Körper, dessen Dicke beliebig und dessen Höhenkante im rechten Winkel zur Basis steht, so gemessen, daſs man seine Basis ausmiſst und mit der Höhenkante multipliziert. Beispielsweise sei die Basis des Körpers eine Ellipse, man denke sich aber von dem Mittelpunkte der Ellipse eine Gerade im rechten Winkel zu der Ebene der Ellipse, welche eine gegebene Länge habe. Nun bewege sich die Ellipsenfigur in der Richtung der genannten Geraden in der Weise, daſs ihr Mittelpunkt an ihr hinabgleitet, die Ebene der Ellipse aber ihrer anfänglichen Lage stets parallel bleibt. Es wird so eine cylinderartige Figur entstehen, die die genannte Ellipse zur Basis hat. Von einer solchen Figur sage ich, ihre Axe stehe im rechten Winkel zur Basis, und sie wird auf die vorherangegebene Art und Weise gemessen. Auch wenn die Basis eine andere Gestalt hat, die Axe aber im rechten Winkel zur Basis steht, wird sie ähnlich gemessen werden, daher wird auch ein Cylinder ebenso gemessen. Aber auch wenn die Axe des Körpers nicht im rechten Winkel zur Basis steht, sondern geneigt ist, der Körper jedoch so beschaffen ist, daſs er durch Schnitte mit einer der Basis parallelen Ebene Schnittflächen, die der Basis gleich sind, liefert, und wenn die Höhe von seiner Spitze auf die Basis gegeben ist, wird der Körper auf dieselbe Weise bestimmt. Man muſs nämlich den Inhalt seiner Basis bestimmen, ihn mit der genannten Höhe multiplizieren und so groſs den Körper angeben. Der Satz, daſs er durch Schnitte

---

8 inserui 14 *κατὰ τὰς:* correxi 18 *ἔχον:* *ο* ex *ω* fec. m. 1 27 *δὲ ἥ ἥ:* correxi 31 hiatum indicavi; f. ⟨*ὅτι τὸ στερεὸν τεμνόμενον*⟩

πέδῳ παραλλήλῳ τῇ βάσει ποιεῖ τομὰς τῇ βάσει ἴσας, γίγνεται οὕτως. ἐὰν ἐπὶ τῆς βάσεως αὐτοῦ εὐθεῖά τις ἐπισταθῇ ἤτοι ὀρθὴ ἢ κεκλιμένη πρὸς τὴν βάσιν καὶ μενούσης αὐτῆς ἡ τοῦ στερεοῦ βάσις φέρηται κατὰ τῆς εἰρημένης εὐθείας, ὥστε τὸ μὲν πρὸς τῇ βάσει σημεῖον κατὰ τῆς εὐθείας φέρεσθαι, τὴν δὲ βάσιν ἀεὶ φερομένην παράλληλον ἑαυτῇ διαμένειν, τὸ τοιοῦτον σχῆμα τεμνόμενον ἐπιπέδῳ παραλλήλῳ τῇ βάσει ποιήσει τομὰς τοσαύτας τῇ βάσει ἴσας, ἐπειδήπερ τῆς βάσεως ἡ φορὰ κατὰ παράλληλον αὐτῇ θέσιν ἐφέρετο.

α. Ἔστω δὴ κῶνον μετρῆσαι, οὗ ἡ μὲν διάμετρος τῆς βάσεως ἔστω μονάδων ι, τὸ δὲ ὕψος η. ὕψος δὲ τοῦ κώνου καλῶ τὴν ἀπὸ τῆς κορυφῆς ἐπὶ τὴν βάσιν κάθετον ἀγομένην, ἐάν τε ὀρθὸς ὁ κῶνος ὑπάρχῃ ἐάν fol. 83v τε σκαληνός. νενο|ήσθω δὴ κύλινδρος ὀρθὸς ἀπὸ τῆς αὐτῆς βάσεως τῷ κώνῳ ὕψος ἔχων τὸ αὐτὸ τῷ κώνῳ. τούτου δὴ τοῦ κυλίνδρου τὸ στερεὸν ἔσται δοθέν. ἥ τε γὰρ διάμετρος αὐτοῦ τῆς βάσεως δοθεῖσά ἐστιν καὶ τὸ ὕψος δοδέν. καὶ ἔστιν, ὡς ἐμάθομεν, μονάδων χκη $\overset{\zeta'}{\delta}$. ἀλλ' ἐπεὶ πᾶς κῶνος κυλίνδρου τρίτον μέρος ἐστὶ τοῦ τὴν αὐτὴν βάσιν ἔχοντος αὐτῷ καὶ ὕψος ἴσον, ἔσται τὸ στερεὸν τοῦ κώνου μονάδων σθ $\overset{\kappa\alpha'}{\iota\alpha}$. ὁμοίως οὖν καὶ πυραμίδος πάσης τὸ στερεὸν ληψόμεθα δοθείσης τῆς βάσεως αὐτῆς καὶ τῆς ἀπὸ τῆς κορυφῆς καθέτου ἀγομένης ἐπὶ τὸ τῆς βάσεως ἐπίπεδον, ἐπειδήπερ πᾶσα πυραμὶς τρίτον μέρος ἐστὶ τοῦ στερεοῦ τοῦ τὴν αὐτὴν βάσιν ἔχοντος αὐτῇ καὶ ὕψος ἴσον.

---

9 post ἴσας duae litterae erasae   16—17 ἀπὸ τῆς ὀρθῆς βάσεως: correxi

mit einer der Basis parallelen Ebene Schnittflächen, die der Basis gleich sind, liefert, ergiebt sich folgendermaſsen. Wird auf seiner Basis eine Gerade entweder senkrecht oder geneigt zur Basis errichtet, und während diese in ihrer Lage bleibt, die Basis in der Richtung der genannten Geraden so bewegt, daſs der Punkt an der Basis sich an der Geraden entlang bewegt, die Basis aber während der ganzen Bewegung ihrer ursprünglichen Lage parallel bleibt, so wird ein derartiger Körper bei Schnitten mit einer der Basis parallelen Ebene ebensoviel der Basis gleiche Schnittflächen liefern, da die Bewegung der Basis in einer ihr selbst parallelen Lage erfolgte.

I. Es sei ein Kegel zu messen, bei dem der Durchmesser der Basis = 10 sein soll, die Höhe = 8. Höhe des Kegels nenne ich die Senkrechte von der Spitze auf die Basis, mag der Kegel nun grade oder schief sein. Man denke sich nun einen geraden Cylinder auf derselben Basis wie der Kegel, der dieselbe Höhe habe wie der Kegel. Der Körperinhalt dieses Cylinders wird gegeben sein. Denn der Durchmesser seiner Basis ist gegeben und seine Höhe gegeben. Und er ist, wie wir lernten, $= 628\frac{4}{7}$. Da aber jeder Kegel der dritte Teil eines Cylinders ist, der mit ihm dieselbe Basis und gleiche Höhe hat, so wird der Körperinhalt des Kegels $= 209\frac{11}{21}$. In ähnlicher Weise werden wir nun auch den Körperinhalt jeder Pyramide bestimmen, wenn ihre Basis und die Senkrechte von ihrer Spitze auf die Fläche der Basis gegeben ist, da ja jede Pyramide der dritte Teil eines Prismas ist, das mit ihr dieselbe Basis und gleiche Höhe hat.

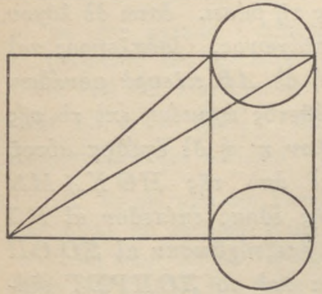


Fig. 44.

β. Ἔστω δὴ κύλινδρον σκαληνὸν μετρῆσαι, οὗ ἡ μὲν διάμετρος τῆς βάσεως μονάδων ι, τὸ δὲ ὕψος μονάδων η. ὕψος δὲ καλῶ τὴν ἀπὸ τῆς ἐφέδρας αὐτοῦ κάθετον ἀγομένην ἐπὶ τὸ τῆς ἕδρας ἐπίπεδον. νενοήσθω δὴ πάλιν κύλινδρος ὀρθὸς ἀπὸ τῆς αὐτῆς βάσεως τῷ προειρημένῳ κυλίνδρῳ ὕψος ἔχων τὸ αὐτό· ἐπεὶ οὖν οἱ ἰσοϋψεῖς κῶνοι καὶ κύλινδροι πρὸς ἀλλήλους εἰσὶν ὡς αἱ βάσεις, οἱ δὲ εἰρημένοι κύλινδροι ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσεώς εἰσιν καὶ ὑπὸ τὸ αὐτὸ ὕψος, ἴσος ἄρα ἐστὶν ὁ ὀρθὸς κύλινδρος τῷ σκαληνῷ. τοῦ δὲ ὀρθοῦ τὸ στερεόν ἐστιν δοθέν· τό τε γὰρ ὕψος αὐτοῦ δοθέν ἐστιν καὶ ἡ διάμετρος τῆς βάσεως· καὶ ἔστι μονάδων χκη $\overset{\zeta'}{\delta}$. καὶ τοῦ σκαληνοῦ ἄρα τὸ στερεὸν τοσούτου ἔσται.

fol. 89^{r} γ. | Ἔστω δὴ στερεὸν παραλληλεπίπεδον μετρῆσαι τὸ ὕψος ἔχον μὴ πρὸς ὀρθὰς τῇ βάσει. ἔστω δὲ λόγου ἕνεκεν ἡ μὲν βάσις αὐτοῦ ἑξάγωνος, ⟨ἰσόπλευρος καὶ ἰσογώνιος⟩ ἡ ΑΒΓΔΕΖ, ἡ δὲ ΑΒ πλευρὰ μονάδων ι, ἡ δὲ ἀπὸ τῆς ἐφέδρας κάθετος ἀγομένη ἐπὶ τὸ τῆς ἕδρας ἐπίπεδον ἔστω μονάδων η· ἡ δὲ ἐφέδρα αὐτοῦ ἔσται ἡ ΗΘΚΛΜΝ. καὶ ἀπὸ τῆς ΗΘΚΛΜΝ κάθετοι ἤχθωσαν ἐπὶ τὸ τῆς ἕδρας ἐπίπεδον αἱ ΗΞ ΘΟ ΚΠ ΛΡ ΜΣ ΝΤ. καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΞΟ ΟΠ ΠΡ ΡΣ ΣΤ ΤΞ· ἔσται ἄρα καὶ τὸ ΞΟΠΡΣΤ ἑξάγωνον ἰσόπλευρον καὶ ἰσογώνιον. ἐπεὶ οὖν τὰ ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσεως ὄντα στερεὰ παραλληλεπίπεδα καὶ ὑπὸ τὸ αὐτὸ ὕψος ἴσα ἀλλήλοις ἐστὶν, ἴσον ἄρα τὸ ΑΒΓΔΕΖΗΘΚΛΜΝ στερεὸν τῷ ΞΟΠΡΣΤΗΘΚΛΜΝ στερεῷ. δοθὲν δὲ τὸ ΞΟΠΡΣΤΗΘΚΛΜΝ.

17—18 supplevi

II. Es sei nun ein schiefer Cylinder zu messen, von dem der Durchmesser der Basis = 10, die Höhe = 8 sei. Höhe nenne ich die Senkrechte, die von seiner oberen Fläche auf die Ebene der unteren Fläche gefällt wird. Man denke sich nun wieder einen geraden Cylinder auf derselben Basis mit dem oben genannten Cylinder, der dieselbe Höhe habe. Da nun Kegel und Cylinder von gleicher Höhe sich zu einander verhalten wie ihre Basen, die genannten Cylinder aber auf derselben Basis und unter derselben Höhe stehen, so ist der gerade Cylinder gleich dem schiefen. Der Körperinhalt des geraden ist aber gegeben, denn seine Höhe und der Durchmesser seiner Basis ist gegeben, und zwar ist er = $628\frac{4}{7}$. Mithin wird so groſs auch der Körperinhalt des schiefen Cylinders sein.

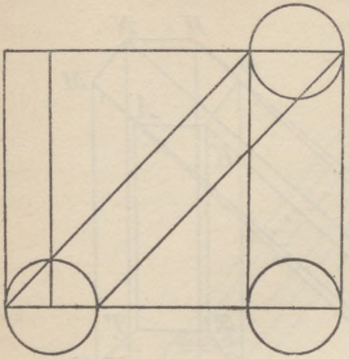


Fig. 45.

III. Es sei nun ein Parallelepipedon zu messen, dessen Axe nicht im rechten Winkel zur Basis steht. Beispielsweise sei seine sechseckige gleichseitige und gleichwinklige Basis $AB\Gamma\Delta EZ$, die Seite $AB = 10$, und die Senkrechte von der oberen Fläche auf die Ebene der unteren Fläche sei = 8. Seine obere Fläche sei $H\Theta K\Lambda MN$ und man fälle von $H\Theta K\Lambda MN$ auf die Ebene der unteren Fläche die Höhen $H\Xi$, ΘO, $K\Pi$, ΛP, $M\Sigma$, NT und ziehe die Verbindungslinien ΞO, $O\Pi$, ΠP, $P\Sigma$, ΣT, $T\Xi$. Es wird also auch $\Xi O\Pi P\Sigma T$ ein gleichseitiges und gleichwinkliges Sechseck sein. Da nun die Parallelepipeda, die auf derselben Basis und unter derselben Höhe stehen, einander δοθὲν ἄρα καὶ τὸ *ΑΒΓΔΕΖΗΚΛΜΝ*. ὥστε δεήσει λαβόντα τὸ ἐμβαδὸν τοῦ *ΑΒΓΔΕΖ* ἑξαγώνου πολλαπλασιάσαι ἐπὶ τὴν εἰρημένην κάθετον, τουτέστι τὰς

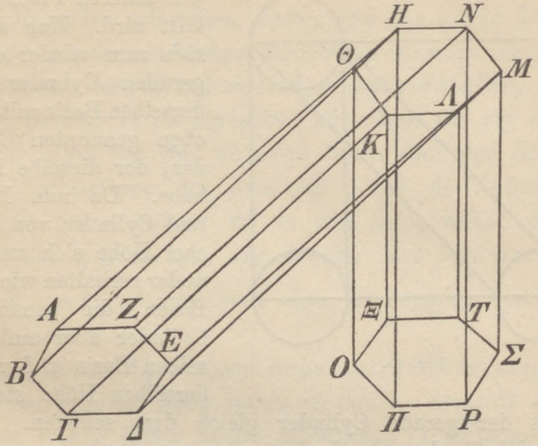


Fig. 46a.

η μονάδας, καὶ τοσούτου τὸ στερεὸν ἀποφήνασθαι. καὶ οἷαν δ' ἂν ἔχῃ βάσιν τὸ στερεὸν, ὡσαύτως μετρεῖται.

fol. 89^v δ. | Ἔστω πρίσμα, οὗ βάσις μέν ἐστι τὸ *ΑΒΓΔ* παραλληλόγραμμον, κορυφὴ δὲ ἡ *ΕΖ* εὐθεῖα. καὶ ἔστω ἡ μὲν *ΑΒ* μονάδων ι, ἡ δὲ *ΒΓ* μονάδων η, ἡ δὲ ἀπὸ τῆς *ΕΖ* κορυφῆς κάθετος ἀγομένη ἐπὶ τὸ *ΑΒΓΔ* ἐπίπεδον ἔστω μονάδων ε· εὑρεῖν τὸ στερεὸν τοῦ πρίσματος. συμπεπληρώσθω τὸ *ΑΒΓΔΕΖΗΘ* στερεὸν παραλληλεπίπεδον· τὸ ἄρα *ΑΒΓΔΕΖΗΘ* στερεὸν παραλληλεπίπεδον διπλάσιόν ἐστι τοῦ *ΑΒΓΔΕΖ*[*Η*] πρίσματος. δοθὲν δὲ τὸ στερεὸν παραλληλεπίπεδον·

---

gleich sind, so wird der Körper *ΑΒΓΔΕΖΗΘΚΛΜΝ* = dem Körper *ΞΟΠΡΣΤΗΘΚΛΜΝ* sein. Nun ist aber *ΞΟΠΡΣΤΗΘΚΛΜΝ* gegeben, also ist auch *ΑΒΓΔΕΖΗΘΚΛΜΝ* gegeben. Man wird daher den

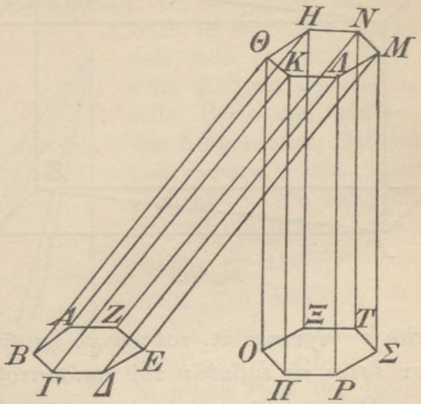


Fig. 46b (Rekonstruktion).

Inhalt des Sechsecks *ΑΒΓΔΕΖ* bestimmen und mit der genannten Senkrechten, d. h. 8, multiplizieren müssen und so groſs seinen Körperinhalt angeben müssen. Und welche Basis der Körper auch haben mag, er wird stets in derselben Weise gemessen.

IV. Es sei ein Prisma, dessen Basis das Parallelogramm *ΑΒΓΔ*, dessen Spitze die Gerade *ΕΖ* ist. Und es sei *ΑΒ* = 10, *ΒΓ* = 8. Die Höhe aber von der Spitze *ΕΖ* auf die Fläche *ΑΒΓΔ* sei = 5. Zu finden den Körperinhalt des Prismas. Man ergänze das Parallelepipedon *ΑΒΓΔΕΖΗΘ*. Es ist also das Parallelepipedon *ΑΒΓΔΕΖΗΘ* doppelt so groſs als das Prisma *ΑΒΓΔΕΖ*. Das Parallelepipedon aber ist gegeben, also ist auch das Prisma gegeben. Man wird daher 8 mit 10 multiplizieren und das Produkt mit der Kathete multiplizieren müssen, δοθὲν ἄρα καὶ τὸ πρίσμα. ὥστε δεήσει τὰ η ἐπὶ τὰ ι πολλαπλασιάσαι καὶ τὰ γενόμενα ἐπὶ τὴν κάθετον,

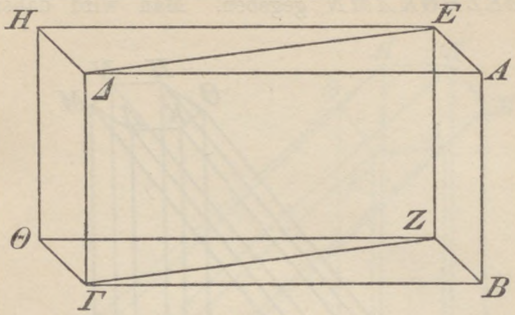


Fig. 47.

τουτέστι τὸν ε· γίγνεται υ. τούτων τὸ ἥμισυ γίγνεται σ. τοσούτου ἔσται τὸ ἐμβαδὸν τοῦ πρίσματος.

ε. Ἔστω δὴ πυραμίδα μετρῆσαι βάσιν ἔχουσαν οἵαν δήποτε οὖν. ἔστω δὲ ὑποδείγματος ἕνεκεν πεντάγωνον ἰσόπλευρον ⟨καὶ ἰσογώνιον⟩, οὗ ἑκάστη πλευρὰ ἔστω μονάδων ι, ἡ δὲ ἀπὸ τῆς κορυφῆς κάθετος ἀγομένη[ς] ἐπὶ τὸ τῆς βάσεως ἐπίπεδον μονάδων η. ἐπεὶ οὖν πᾶσα πυραμὶς τρίτον μέρος ἐδείχθη τοῦ στερεοῦ τοῦ τὴν αὐτὴν βάσιν ἔχοντος αὐτῇ καὶ ὕψος ἴσον, τὸ δὲ στερεὸν τὸ ἔχον βάσιν πεντάγωνον ἰσόπλευρον καὶ ἰσογώνιον, οὗ ἑκάστη πλευρὰ μονάδων ι καὶ ὕψος η, γίγνεται, ὡς ἐμάθομεν, μονάδων ͵ατλγ γ´· ὥστε τούτων τὸ γ´ γίγνεται μονάδων υμδ γ´ θ´· τοσούτου ἔσται τὸ τῆς πυραμίδος στερεόν. ὥστε καθόλου δεῖ λαβόντα τὸ ἐμβαδὸν τῆς βάσεως τῆς πυραμίδος, οἵα τις ἂν ⟨ᾖ⟩, πολλαπλασιάσαι ἐπὶ τὴν ἀπὸ τῆς κορυφῆς αὐτῆς κάθεfol. 90r τον | ἀγομένην, τουτέστιν ἐπὶ τὸ ὕψος, καὶ τῶν γενο-

---

d. h. 80 >< 5 = 400. Davon ist die Hälfte 200. So groſs wird der Inhalt des Prismas sein.

V. Es sei eine Pyramide mit einer Basis von beliebiger Form zu messen. Beispielsweise sei sie ein gleichseitiges und gleichwinkliges Fünfeck, von dem jede Seite = 10 sei, und die Kathete von der Spitze auf die Ebene der Basis sei = 8. Da nun gezeigt ward, daſs jede Pyramide der dritte Teil eines Körpers ist, der mit ihr dieselbe Basis und gleiche Höhe hat, der Körper aber, der zur Basis ein gleichseitiges und gleichwinkliges Fünfeck hat, von dem jede Seite = 10 ist und die Höhe 8, wie wir gelernt haben, $= 1333\frac{1}{3}$ ist, so daſs der dritte Teil desselben $= 444\frac{1}{3} + \frac{1}{9}$ ist, so wird so groſs der Körperinhalt der Pyramide sein. Man muſs daher in jedem Falle den Inhalt der Basis der Pyramide, welche Gestalt dieselbe auch immer haben mag, nehmen und mit der Senkrechten von der Spitze derselben, d. h. mit ihrer Höhe, multiplizieren und, nachdem man den dritten Teil des Produktes genommen hat, so groſs den Inhalt der Pyramide angeben.

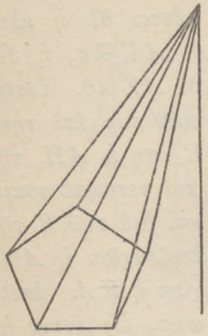


Fig. 48.

VI. Es sei ein Pyramidenstumpf zu messen, der eine dreieckige Basis hat, es wird also auch seine Spitze (obere Grundfläche) dreieckig und der Basis ähnlich sein. Es soll nun seine Basis das Dreieck $AB\Gamma$, seine Spitze das Dreieck ΔEZ, das $AB\Gamma$ ähnlich ist, sein. Es sei $AB = 18$, $B\Gamma = 24$, $A\Gamma = 36$, $\Delta E = 12$. Daher wird $EZ = 16$, $\Delta Z = 24$. Es sei aber die Senkrechte von dem Dreieck ΔEZ auf die Basis = 10. Es sei $AH = \Delta E$ und $\Gamma\Theta = EZ$, und man ziehe die Verbindungslinie $H\Theta$ und

---

7 supplevi ὅτι ἑκάστῃ: correxi 8 ἀγομένης: correxi
17 ⟨ᾖ⟩ addidi

μένων τὸ τρίτον λαβόντα ἀποφαίνεσθαι τὸ τῆς πυραμίδος στερεόν.

ς. Ἔστω δὴ πυραμίδα κόλουρον μετρῆσαι τρίγωνον ἔχουσαν βάσιν· ἔσται δὴ καὶ ἡ κορυφὴ αὐτῆς τρίγωνος ὁμοία τῇ βάσει. ἔστω οὖν ἡ μὲν βάσις αὐτῆς τὸ ΑΒΓ τρίγωνον [ὅμοιον τῷ ΑΒΓ], ἡ δὲ κορυφὴ τὸ ΔΕΖ τρίγωνον ὅμοιον τῷ ΑΒΓ. ἔστω δὲ ἡ μὲν ΑΒ μονάδων ιη, ἡ δὲ ΒΓ κδ, ἡ δὲ ΑΓ λς, ἡ δὲ ΔΕ ιμ· ὥστε ἔσται ἡ μὲν ΕΖ ις, ἡ δὲ ΔΖ κδ. ἔστω δὴ καὶ ἡ ἀπὸ τοῦ ΔΕΖ τριγώνου κάθετος ἐπὶ τὴν βάσιν μονάδων ι. κείσθω τῇ μὲν ΔΕ ἴση ἡ ΑΗ, τῇ δὲ ΕΖ ἡ ΓΘ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΗΘ, καὶ τετμήσθωσαν δίχα αἱ ΒΘ ΒΗ τοῖς Κ, Λ σημείοις, καὶ διὰ τοῦ Κ τῇ ΒΓ παράλληλος ἤχθω ἡ ΚΜ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΛΝ καὶ ἐκβεβλήσθω ἐπὶ τὸ Ξ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΚΛ. ἐπεὶ οὖν ὅμοιά ἐστι τὰ ΑΒΓ ΔΕΖ τρίγωνα, ὡς ἔστιν ἡ ΑΒ πρὸς ΔΕ, τουτεστι πρὸς ΑΗ, οὕτως ἡ ΒΓ πρὸς ΕΖ, τουτέστι πρὸς ΓΘ. παράλληλος ἄρα ἡ ΑΓ τῇ ΗΘ. καὶ ἐπεὶ ἴσαι εἰσὶν αἱ ΗΚ ΚΒ καὶ παράλληλοι αἱ ΚΝΜ ΒΘ, ἴση ἄρα καὶ ἡ ΝΗ τῇ ΝΘ. ἀλλὰ καὶ ἡ ΒΛ τῇ ΛΘ. παράλληλος ἄρα ἡ ΛΝΞ τῇ ΑΒ. ἀλλὰ καὶ ἡ ΚΛ τῇ ΗΘ, τουτέστι τῇ ΑΓ. παραλληλόγραμμα ἄρα ἐστὶν τὰ ΑΚΛΞ ΚΛΓΜ καὶ ἴσα ἐστίν· ἐπί τε γὰρ τῆς αὐτῆς βάσεώς εἰσιν καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ τὸ ΗΚΛΝ τῷ ΝΚΛΘ ἴσον ἐστί. λοιπὸν τὸ ΑΗΝΞ παραλληλόγραμμον [τῶ] τῷ ΝΘΓΜ παραλληλογράμμῳ ἐστὶν ἴσον. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ μὲν ΑΗ, τουτέστιν ἡ ΝΞ,
fol. 90ᵛ *τῇ ΔΕ, ἡ δὲ ΓΘ, τουτέστιν ἡ ΜΝ, τῇ ΕΖ | καὶ ἴσας γωνίας περιέχουσιν, ἴση ἄρα ἐστὶν καὶ ἡ ΞΜ τῇ ΔΖ. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΚΛ ἑκατέρᾳ τῶν ΑΞ ΜΓ, ἴση*

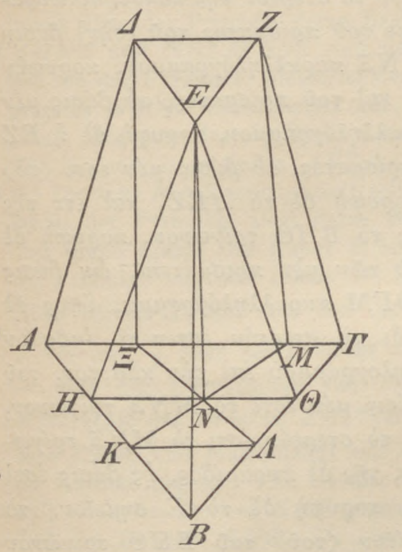


Fig. 49.

teile die Linien $B\Theta$ und BH in der Mitte durch die Punkte K und Λ, und ziehe durch K zu $B\Gamma$ die Parallele KM, ziehe die Verbindungslinie ΛN und verlängere sie bis Ξ, und ziehe die Verbindungslinie $K\Lambda$. Da nun die Dreiecke $AB\Gamma$ und ΔEZ ähnlich sind, so ist $AB : \Delta E = AB : AH = B\Gamma : EZ = B\Gamma : \Gamma\Theta$. Also ist $A\Gamma$ parallel zu $H\Theta$. Und da $HK = KB$ ist und KNM parallel zu $B\Theta$ ist, so ist $NH = N\Theta$. Es ist aber auch $B\Lambda = \Lambda\Theta$. Also ist $\Lambda N\Xi$ parallel AB, aber auch $K\Lambda$ zu $H\Theta$, d. h. zu $A\Gamma$. Also sind $AK\Lambda\Xi$ und $K\Lambda\Gamma M$ Parallelogramme und sind inhaltsgleich; denn sie stehen auf derselben Basis und zwischen denselben Parallelen. Aus denselben Gründen ist auch $HK\Lambda N = NK\Lambda\Theta$. Mithin ist Parallelogramm $AHN\Xi =$ Parallelogramm $N\Theta\Gamma M$. Und da $AH = N\Xi = \Delta E$ und $\Gamma\Theta = MN = EZ$ und sie gleiche Winkel einschlieſsen, so ist auch $\Xi M = \Delta Z$. Und da $K\Lambda = A\Xi = M\Gamma$, so ist auch $A\Xi = M\Gamma$. Also $A\Gamma + M\Xi = A\Gamma + \Delta Z = 2\,\Gamma\Xi$. Auf der anderen Seite, da $KB = KH$, so ist $BA + HA = AB + \Delta E = 2\,AK = 2\,\Xi\Lambda$. Aus denselben Gründen ist auch $B\Gamma + EZ = 2\,\Lambda\Gamma$. Da nun

---

6 delevi 21 *ΑΛ*: correxi 22—23 *παραλληλογράμμῳ*: corr. m. 1 27 *τῷ τῶν ΘΓΜ*: correxi

ἄρα καὶ ἡ ΑΞ τῇ ΜΓ. συναμφοτέρου ⟨ἄρα⟩ τῆς ΑΓ ΜΞ, τουτέστι συναμφοτέρου ⟨τῆς⟩ ΑΓ ΔΖ ἡμίσειά ἐστιν ἡ ΓΞ. πάλιν ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΚΒ τῇ ΚΗ, συναμφοτέρου ἄρα τῆς ΒΑ ΗΑ, τουτέστι συναμφοτέρου τῆς ΑΒ ΔΕ, ἡμίσειά ἐστιν ἡ ΑΚ, τουτέστιν ἡ ΞΛ. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ συναμφοτέρου τῆς ΒΓ ΕΖ ἡμίσειά ἐστιν ἡ ΛΓ. ἐπεὶ οὖν τὸ στερεὸν τῆς κολούρου πυραμίδος σύγκειται ἔκ τε τοῦ πρίσματος τοῦ [τὴν] βάσιν μὲν ἔχοντος τὸ ΑΗΝΞ παραλληλόγραμμον, κορυφὴν δὲ τὴν ΔΕ εὐθεῖαν, καὶ τοῦ πρίσματος, οὗ βάσις μέν ἐστι τὸ ΜΝΘΓ παραλληλόγραμμον, κορυφὴ δὲ ἡ ΕΖ εὐθεῖα, καὶ ἑτέρου πρίσματος, οὗ βάσις μέν ἐστι ⟨τὸ⟩ ΜΝΞ τρίγωνον, κορυφὴ δὲ τὸ ΔΕΖ, καὶ ἔτι τῆς πυραμίδος, ἧς βάσις τὸ ΒΗΘ τρίγωνον, κορυφὴ δὲ τὸ Ε σημεῖον· ἀλλὰ τῶν μὲν πρισμάτων, ὧν βάσις ἐστὶ τὰ ΑΗΝΞ ΝΘΓΜ παραλληλόγραμμα, ὕψος δὲ τὸ αὐτὸ τῇ πυραμίδι τὸ στερεόν ἐστιν τὸ ἐμβαδὸν τοῦ ΝΜΘΓ παραλληλογράμμου ἐπὶ τὴν κάθετον, τοῦ δὲ πρίσματος, οὗ βάσις μέν ἐστι τὸ ΜΝΞ τρίγωνον, κορυφὴ δὲ τὸ ΔΕΖ, τὸ στερεόν ἐστι τὸ ΜΝΞ τρίγωνον ἐπὶ τὴν κάθετον, τῆς δὲ πυραμίδος, ἧς βάσις ἐστὶ τὸ ΒΗΘ τρίγωνον, κορυφὴ δὲ τὸ Ε σημεῖον, τὸ στερεόν ἐστι τὸ τρίτον ⟨τοῦ⟩ τοῦ ΒΗΘ τριγώνου ἐμβαδοῦ ἐπὶ τὴν κάθετον, τὸ δὲ τρίτον τοῦ ΒΗΘ τριγώνου ἓν καὶ τρίτον ἐστὶ τοῦ ΛΝΘ ⟨διὰ τὸ⟩ ἴσα εἶναι ⟨. . . .⟩, τὸ δὲ τρίτον τοῦ ΛΝΘ τριγώνου τὸ δωδέκατόν ἐστι τοῦ ΒΗΘ τριγώνου· ὥστε τῆς κολούρου πυραμίδος τὸ στερεόν ἐστι τὸ ἐμβαδὸν τοῦ ΞΛΓ τριγώνου προσλαβὸν τὸ ιβʹ μέρος τοῦ ΒΗΘ τριγώνου καὶ πολλαπλασιασθὲν ἐπὶ τὴν κάθετον. καὶ ἔστιν ἡ κάθετος δοθεῖσα. δεῖξαι ἄρα δεῖ, ὅτι δοθέν ἐστι καὶ τὸ ΞΛΓ

der Körperinhalt des Pyramidenstumpfs sich zusammensetzt aus dem Prisma, das zur Basis das Parallelogramm ΑΗΝΞ hat und zur Spitze die Gerade ΔΕ, und aus dem Prisma, dessen Basis das Parallelogramm ΜΝΘΓ und dessen Spitze die Gerade ΕΖ ist und einem anderen Prisma, dessen Basis das Dreieck ΜΝΞ und dessen Spitze ΔΕΖ ist, und weiter der Pyramide, deren Basis das Dreieck ΒΗΘ und deren Spitze der Punkt Ε ist, der Körperinhalt aber der Prismen, deren Basis die Parallelogramme ΑΗΝΞ und ΝΘΓΜ sind und deren Höhe dieselbe ist wie die der Pyramide, gleich ist dem Inhalt des Parallelogramms ΝΜΘΓ multipliziert mit der Höhe, der Körperinhalt dagegen des Prismas, dessen Basis das Dreieck ΜΝΞ und dessen Spitze ΔΕΖ ist, gleich ist dem Inhalt des Dreiecks ΜΝΞ multipliziert mit der Höhe, der Körperinhalt der Pyramide aber, deren Basis das Dreieck ΒΗΘ und deren Spitze der Punkt Ε ist, gleich einem Drittel des Produkts aus dem Inhalt des Dreiecks ΒΗΘ und der Höhe ist, ein Drittel aber des Dreiecks $B H \Theta = 1\frac{1}{3}$ von ΛΝΘ ist, $\frac{1}{3}$ aber des Dreiecks $\Lambda N \Theta = \frac{1}{12} B H \Theta$ ist — so daſs der Körperinhalt des Pyramidenstumpfs gleich dem Inhalt des Dreiecks ΞΛΓ vermehrt um $\frac{1}{12}$ des Dreiecks ΒΗΘ, und multipliziert mit der Höhe ist. Nun ist die Kathete gegeben. Es ist also die Aufgabe, zu zeigen, daſs auch das Dreieck ΞΛΓ gegeben ist und der zwölfte Teil des Dreiecks ΒΗΘ. Da nun $AB + \Delta\langle E\rangle$ gegeben ist und nachgewiesen ward, daſs ΞΛ die Hälfte davon ist, so ist auch ΞΛ gegeben. Aus denselben Gründen ist auch ΛΓ und ΓΞ gegeben. Daher ist das Dreieck ΞΛΓ gegeben. Auf der anderen Seite, da ΒΑ und ΑΗ gegeben sind, ist auch ΒΗ gegeben. Aus denselben Gründen auch ΒΘ. Wiederum, da ΑΓ und ΜΞ gegeben

---

1 supplevi 2 ⟨τῆς⟩ addidi 8 [τὴν] delevi 12 ⟨τὸ⟩ addidi 13 ΔΕΞ: corr. Nath 20 inter Ε et Ζ una littera erasa 23 ⟨τοῦ⟩ addidi 25 τὸ ΛΝΘ: corr. m. 2 ⟨διὰ τὸ⟩ add. m. 2

τρίγωνον καὶ ⟨τὸ ιβ′⟩ τοῦ ΒΗΘ· ἐπεὶ οὖν δοθεῖσά ἐστι συναμφότερος ἡ ΑΒ Δ⟨Ε κ⟩αὶ ἐδείχθη αὐτῆς fol. 91$^{\mathrm{r}}$ *ἡμίσεια ἡ ΞΛ, δοθεῖσα ἄρα καὶ ἡ ΞΛ. διὰ τὰ αὐτὰ | δὴ καὶ ἑκατέρα τῶν ΛΓ ΓΞ ἐστὶ δοθεῖσα· ὥστε δοθέν ἐστι τὸ ΞΛΓ τρίγωνον. πάλιν ἐπεὶ δοθεῖσά ἐστιν ἑκατέρα τῶν ΒΑ ΑΗ, δοθεῖσα ἄρα καὶ ἡ ΒΗ. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἡ ΒΘ. πάλιν ἐπεὶ δοθεῖσα ἑκατέρα τῶν ΑΓ ΜΞ, καὶ λοιπὴ ἄρα συναμφότερος ἡ ΑΞ ΜΓ δοθεῖσα, τουτέστιν ἡ ΗΘ. δοθὲν ἄρα καὶ τὸ ΗΘΒ τρίγωνον· ὥστε καὶ τὸ ιβ′ αὐτοῦ δοθέν. συντεθήσεται δὲ οὕτως. σύνθες τὰ ιη καὶ τὰ ιβ· καὶ τῶν γενομένων τὸ ἥμισυ γίγνεται ιε· καὶ τὰ κδ καὶ ις· ὧν ἥμισυ γίγνεται κ. καὶ λς καὶ κδ· ὧν ἥμισυ γίγνεται λ. καὶ μέτρησον τρίγωνον, οὗ πλευραὶ ιε, κ, λ· γίγνεται, ὡς ἐμάθομεν, ἔγγιστα ρλα δ′. καὶ ἄφελε ἀπὸ τῶν ιη τὰ ιβ· λοιπὰ ς. καὶ ἀπὸ τῶν κδ τὰ ις· λοιπὰ η. καὶ ἀπὸ τῶν λς τὰ κδ· λοιπὰ ιβ. καὶ μέτρησον τρίγων⟨ον⟩, οὗ πλευραὶ ς, η, ιβ· ἔσται ὁμοίως, ὡς ἐμάθομεν, κα ἔγγιστα· τούτων τὸ ιβ′· γίγνεται α∟δ′. πρόσθες ταῖς ρλα δ′· γίγνονται ρλγ. ταῦτα ἐπὶ τὴν κάθετον, καὶ τοσούτου ἔσται τὸ στερεὸν τῆς ΑΒΓΔΕΖ κολούρου πυραμίδος.*

ζ. Στερεὸν μετρῆσαι περιεχόμενον ὑπὸ ἐπιπέδων τριγώνους ἔχον βάσεις. ἔστω τὸ εἰρημένον στερεόν, οὗ βάσις μὲν τὸ ΑΒΓ τρίγωνον, κορυφὴ δὲ τὸ ΔΕΖ, παράλληλον ⟨δὲ⟩ τῷ ΑΒΓ τὸ[υ] ΔΕΖ. ἐπίπεδα δὲ ἔστω τὰ ΑΒΔΕ ΒΓ⟨ΕΖ Α⟩ΓΔΖ. καὶ δοθεῖσα ⟨...⟩ ἑκάστη fol. 91$^{\mathrm{v}}$ *τῶν Α ⟨...⟩ Α ΔΕ ΕΖ ΖΔ καὶ ἔτι ἡ ἀ|πὸ τοῦ ΔΕΖ*

sind, so ist auch $A\Xi + M\Gamma$ gegeben, d. h. $H\Theta$. Mithin ist Dreieck $H\Theta B$ gegeben, daher auch $\frac{1}{12}$ desselben. Berechnet wird es folgendermaſsen.

$$\frac{18+12}{2} = 15$$
$$\frac{24+16}{2} = 20$$
$$\frac{36+24}{2} = 30$$

Nun muſs ein Dreieck, dessen Seiten $= 15$, 20 und 30 sind, berechnet werden. Es ist, wie wir lernten, annähernd $= 131\frac{1}{4}$. Ferner

$$18 - 12 = 6$$
$$24 - 16 = 8$$
$$36 - 24 = 12.$$

Und miſs ein Dreieck, dessen Seiten $= 6, 8, 12$ sind. Es wird ebenso, wie wir lernten, annähernd $= 21$ sein. Hiervon $\frac{1}{12} = 1\frac{1}{2} + \frac{1}{4}$. Addiere dies zu $131\frac{1}{4}$; es ergiebt 133. Dies multipliziere mit der Höhe, und so groſs wird der Körperinhalt des Pyramidenstumpfs $AB\Gamma\Delta EZ$ sein.

VII. Es sei ein Körper zu messen, der von Flächen umschlossen wird und dreieckige Basen hat. Es sei der gegebene Körper, dessen Basis das Dreieck $AB\Gamma$, dessen Spitze ΔEZ, es sei aber ΔEZ parallel $AB\Gamma$; und die Flächen seien $AB\Delta E$, $B\Gamma EZ$, $A\Gamma\Delta Z$. Und es sei gegeben jede der Linien ΔE, EZ, $Z\Delta$ und auſserdem die Höhe von der Ebene ΔEZ auf die Ebene des Dreiecks $AB\Gamma$. Da nämlich $B\Gamma$ parallel EZ ist und $B\Gamma$ gröſser, so werden BE und ΓZ in ihren Verlängerungen zusammentreffen. Sie sollen in H zusammentreffen. Ich behaupte nun, daſs auch $A\Delta$ verlängert mit ihnen in H zusammentreffen wird. Daſs nun jede der beiden Linien BE und ΓZ mit $A\Delta$ zusammentrifft, ist klar, weil AB gröſser als ΔE, $A\Gamma$ aber gröſser als ΔZ ist. Ich be-

---

1 tres litterae foramine evanidae; supplevi 19 *αεδ′*: correxi 24 *τρίγων*$\overset{\text{o}}{\text{ῶν}}$: correxi 26 ⟨*δὲ*⟩ add. et *τοῦ* in *τὸ* mut. m. 2 27 tres, dein quinque litt. evanidae; supplevi 28 *τῶν Α*, dein tres litterae evanidae f. *Α[Β, ΒΓ, Γ]Α*

ἐπιπέδου κάθετος ἀγομένη ἐπὶ τὸ τοῦ ΑΒΓ τριγώνου ἐπίπεδον. ἐπεὶ γὰρ παράλληλός ἐστιν ἡ ΑΓ τῇ ΕΖ καὶ μείζων ἡ ΒΓ, αἱ ἄρα ΒΕ ΓΖ ἐκβαλλόμεναι συμπεσοῦνται. συμπιπτέτωσαν κατὰ τὸ Η. λέγω δὴ ὅτι καὶ ἡ ΑΔ ἐκβαλ⟨λ⟩ομένη συμπεσεῖται κατὰ τὸ Η. ὅτι μὲν οὖν ἑκατέρα τῶν ΒΕ ΓΖ συμπίπτει τῇ ΑΔ, φανερὸν διὰ τὸ εἶναι τὴν μὲν ΑΒ μείζονα τῆς ΔΕ, τὴν δὲ ΑΓ τῆς ΔΖ. λέγω ὅτι κατὰ τὸ Η. ἐπεὶ γὰρ ΑΔΗ σημεῖα ἔν τε τῷ διὰ τῶν ΑΒ ΔΕ ἐστὶν ἐπιπέδῳ καὶ ἐν τῷ διὰ τῶν ΑΓ ΔΖ, εὐθεῖα ἄρα ἐστὶν ἡ ΑΔΗ. ἤχθω δὴ ἀπὸ τοῦ Η κάθετος ἐπὶ τὸ ΑΒΓ ἐπίπεδον καὶ ἐμβαλλέτω κατὰ τὸ Θ, τῷ δὲ ΔΕΖ κατὰ τὸ Κ· καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΓΘ⟨ΖΚ⟩. παράλληλος ἄρα ἐστὶν ἡ ΓΘ τῇ ΖΚ· ἀλλὰ καὶ ἡ ΒΓ τῇ ΕΖ. ἔσται ἄρα ὡς ἡ ΒΓ πρὸς ΕΖ, οὕτως ἡ ΓΗ πρὸς ΗΖ, τουτέστιν ἡ ΘΗ πρὸς ΗΚ. λόγος δὲ τῆς ΒΓ πρὸς ΕΖ δοθείς· δοθεῖσα γὰρ ἑκατέρα. λόγος ἄρα καὶ τῆς ΗΘ πρὸς ΗΚ δοθείς. ὥστε καὶ τῆς ΘΚ πρὸς ΚΗ. καὶ ἔστι δοθεῖσα ἡ ΘΚ· ἡ γὰρ ἀπὸ τοῦ ΔΕΖ ἐπιπέδου κάθετος ἐπὶ τὸ τοῦ ΑΒΓ τριγώνου ἐπίπεδον δοθεῖσά ἐστιν· δοθεῖσα ἄρα καὶ ἡ ΚΗ. ὥστε καὶ ἡ ΗΘ δοθεῖσά ἐστιν. ἐπεὶ οὖν πυραμίδος, ἧς βάσις μέν ἐστι τὸ ΑΒΓ τρίγωνον, κορυφὴ δὲ τὸ Η σημεῖον, δέδοται ἥ τε βάσις καὶ ἡ ἀπὸ τῆς κορυφῆς ἐπὶ τὴν βάσιν κάθετος ἡ ΗΘ, δοθὲν ἄρα τὸ τῆς πυραμίδος στερεόν. κατὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ τὸ τῆς πυραμίδος στερεόν, ἧς βάσις μέν ἐστι τὸ ΔΕΖ τρίγωνον, κορυφὴ δὲ τὸ Η σημεῖον, δοθέν ἐστι. λοιπὸν ἄρα τὸ ΑΒΓΔΕΖ στερεὸν δοθέν ἐστι. συντεθήσεται δὴ οὕτως. δεῖ τὴν

---

4 τῷ Η: correxi 5 ἐκβαλομένη: correxi 12 τὸ δὲ: correxi 13 ΓΘ⟨ΖΚ⟩: explevi intercapedinem

haupte, daſs es in H geschieht. Da nämlich die Punkte A, Δ, H sowohl in der Ebene, die durch AB und ΔE geht, als auch in der Ebene, die durch AΓ und ΔZ geht, liegen, so ist AΔH eine Gerade. Man fälle nun von H eine Senkrechte auf die Ebene ABΓ und sie treffe diese in dem Punkte Θ, dagegen die Ebene ΔEZ in K. Nun ziehe man die Verbindungslinien ΓΘ und ⟨ZK⟩. Also ist ΓΘ parallel zu ZK, aber auch BΓ parallel EZ. Es

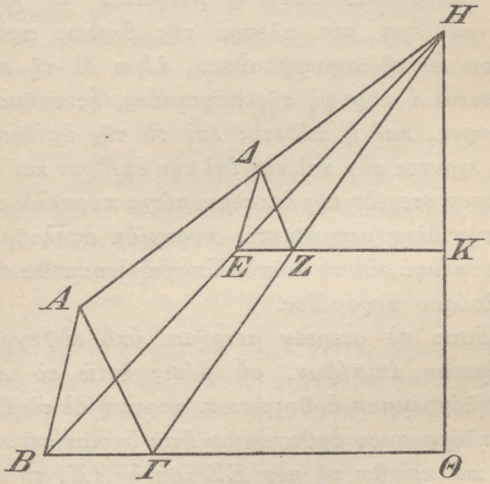


Fig. 50.

wird also BΓ : EZ = ΓH : HZ = ΘH : HK sein. Nun ist aber das Verhältnis von BΓ : EZ gegeben, denn jede von beiden Linien ist gegeben. Also ist auch das Verhältnis von HΘ : HK gegeben, daher auch das von ΘK : KH. Nun ist ΘK gegeben, denn es ist die Senkrechte von der Ebene ΔEZ auf die Ebene des Dreiecks ABΓ gegeben. Also ist auch KH gegeben, daher auch HΘ. Da nun von einer Pyramide, deren Basis das Dreieck ABΓ und deren Spitze der Punkt H ist, sowohl die

ΘΚ ποιῆσαι ὡς τὴν ΒΓ πρὸς ΕΖ προστεθείσης τῆς ΚΗ τὴν ΘΗ πρὸς ΗΚ. καὶ εὑρόντα ἑκατέραν τῶν καθέτων τῶν ΗΘ ΗΚ καθ' ἑαυτὰς μετρῆσαι ἑκατέραν πυραμίδα, ἧς τε βάσις τὸ ΑΒΓ τρίγων⟨ον⟩ καὶ ἧς βάσις τὸ ΔΕΖ, κορυφὴ δὲ τὸ Η σημεῖον, καὶ τὴν ὑπεροχὴν αὐτῶν ἀποφαίνεσθαι ἴσην εἶναι τῷ ζητουμένῳ στερεῷ. | καὶ καθόλου δὲ πᾶσα πυραμὶς κόλουρος βάσιν fol. 92ʳ ἔχουσα οἱανδήποτε ὡσαύτως μετρεῖται· ἐκ γὰρ τοῦ λόγου, οὗ ἔχει μία πλευρὰ τῆς βάσεως πρὸς τὴν ὁμόλογον ἐν τῇ κορυφῇ οὖσαν, λέγω δὲ τῇ ἐφέδρᾳ, εὑρεθήσεται ἡ κορυφὴ τῆς πυραμίδος, ἧς τμῆμά ἐστιν ἡ κόλουρος, καὶ ἡ κάθετος ἐπὶ τὸ τῆς ἐφέδρας ἐπίπεδον. ἔχοντες οὖν καὶ τὴν ἐπὶ τὴν ἐφέδραν καὶ τὸ λοιπὸν ἕξομεν στερεὸν τῆς ἀποτεμνομένης πυραμίδος· ὥστε πάλιν τὴν ὅλην μετρήσαντες πυραμίδα ἀφελοῦμεν τὴν ἀποτεμνομένην καὶ τὸ λοιπὸν ἀποφα[ι]νούμεθα στερεὸν τῆς κολούρου πυραμίδος.

η. Ἔστω δὲ στερεὸν μετρῆσαι ὑπὸ εὐθυγράμμων περιεχόμενον ἐπιπέδων, οὗ βάσις ἔστω τὸ ΑΒΓΔ παραλληλόγραμμον ὀρθογώνιον, κορυφὴ δὲ τὸ ΕΖΗΘ παραλληλόγραμμον ὀρθογώνιον ἤτοι ὅμοιον τῷ ΑΒΓΔ ἢ μή. καὶ κείσθω τῇ μὲν ΕΖ ἴση ἡ ΑΚ, τῇ δὲ ΖΘ ἡ ΒΛ. καὶ τετμήσθωσαν αἱ ΒΚ ΓΛ δίχα τοῖς Φ, Χ καὶ παράλληλοι ἤχθωσαν αἱ ΚΥ, ΦΜ, ΛΝ, ΧΤ. καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΖΚ ΗΡ ΛΗ ΗΝ ΘΝ. τὸ δὴ εἰρημένον στερεὸν ἔσται κατατετμημένον εἷς τε στερεὸν παραλληλεπίπεδον, οὗ βάσις μὲν τὸ ΑΡ παραλληλόγραμμον ὀρθογώνιον, κορυφὴ δὲ τὸ ΕΗ, καὶ πρίσμα, οὗ βάσις μὲν τὸ ΚΛ παραλληλόγραμμον ὀρθογώνιον,

---

4 supplevi litt. evanidas 16 ἀποφαινούμεθα: correxi 21 οὖν post ἤτοι ins. m. 2 25 ΗΝ: Ν in ras. m. 2 28 ΕΝ: corr. m. 2

Basis als auch die Höhe $H\Theta$ von der Spitze auf die Basis gegeben sind, so ist der Körperinhalt der Pyramide gegeben. In derselben Weise ist auch der Inhalt der Pyramide gegeben, deren Basis das Dreieck ΔEZ und deren Spitze der Punkt H ist. Also ist der Körper $AB\Gamma\Delta EZ$ gegeben. Berechnet wird er folgendermaſsen. Man muſs, indem man zu ΘK hinzufügt KH, die Proportion aufstellen, daſs $B\Gamma : EZ = \Theta H : HK$ ist. Und wenn man jede der beiden Senkrechten $H\Theta$ und HK für sich gefunden hat, dann jede der beiden Pyramiden messen, sowohl diejenige, deren Basis das Dreieck $AB\Gamma$ ist, als auch diejenige, deren Basis das Dreieck ΔEZ ist, und deren gemeinschaftliche Spitze der Punkt H ist, und ihre Differenz als den gesuchten Körper angeben.

Es wird aber auch ganz allgemein jeder Pyramidenstumpf, der eine wie immer gestaltete Basis hat, in derselben Weise gemessen. Denn aus dem Verhältnis, das eine Seite der Basis zu der entsprechenden an der Spitze, d. h. in der oberen Fläche hat, wird die Spitze der Pyramide gefunden werden, von der der Pyramidenstumpf ein Abschnitt ist, und die Höhe auf die Ebene der oberen Fläche. Wenn wir nun auch die Höhe auf die obere Fläche haben, so werden wir auch den Körperinhalt der Pyramide, die abgeschnitten wird, haben. Daher werden wir wieder die ganze Pyramide messen und die abgeschnittene davon abziehen und den Rest als Körperinhalt des Pyramidenstumpfs angeben.

VIII. Es sei ein von gradlinigen Flächen umgebener Körper zu messen, dessen Basis das Rechteck $AB\Gamma\Delta$ sein soll und dessen Spitze das Rechteck $EZH\Theta$, das $AB\Gamma\Delta$ entweder ähnlich sein soll oder nicht. Und es sei $AK = EZ$, $B\Lambda = ZH$, und die Linien BK und $\Gamma\Lambda$ sollen durch die Punkte Φ und X halbiert werden, und man ziehe die Parallelen $K\Upsilon$, ΦM, ΛN, XT und die Verbindungslinien ZK, HP, ΛH, HN, ΘN. Es wird also der genannte Körper zerlegt sein in ein Parallelepipedon, dessen Basis das Rechteck AP und dessen Spitze EH ist, und in ein Prisma, dessen Basis das Rechteck $K\Lambda$ und dessen Spitze fol. 92$^{\text{v}}$ *κορυφὴ δὲ ἡ ΖΗ εὐθεῖα, καὶ | ἕτερον πρίσμα, οὗ βάσις μὲν τὸ ΝΥ παραλληλόγραμμον ὀρθογώνιον, κορυφὴ δε ἡ ΗΘ εὐθεῖα, καὶ πυραμίδα, ἧς ἡ βάσις μὲν τὸ ΡΓ παραλληλόγραμμον ὀρθογώνιον, κορυφὴ δὲ τὸ Η σημεῖον. ἀλλὰ τὸ μὲν πρίσμα, οὗ βάσις τὸ ΚΛ παραλληλόγραμμον ὀρθογώνιον, ἴσον ἐστὶ στερεῷ παραλληλεπιπέδῳ, οὗ βάσις τὸ ΚΠ παραλληλόγραμμον ὀρθογώνιον καὶ ὕψος τὸ αὐτὸ τῷ στερεῷ, τὸ δὲ πρίσμα, οὗ βάσις τὸ ΝΥ παραλληλόγραμμον ὀρθογώνιον, ἴσον ἐστὶ στερεῷ παραλληλεπιπέδῳ, οὗ βάσις μὲν τὸ παραλληλόγραμμον ⟨ὀρθογώνιον⟩, ὕψος δὲ τὸ αὐτὸ, ἡ δὲ πυραμὶς, ἧς βάσις τὸ ΡΓ παραλληλόγραμμον, ἴση ἐστὶ στερεῷ παραλληλεπιπέδῳ, οὗ βάσις μὲν ἓν καὶ τὸ τρίτον τοῦ ΡΞ παραλληλογράμμου, ὕψος δὲ τὸ αὐτό· ὥστε τὸ ἐξ ἀρχῆς στερεὸν ἴσον εἶναι στερεῷ παραλληλεπιπέδῳ, οὗ βάσις τὸ ΑΞ παραλληλόγραμμον καὶ τὸ τρίτον τοῦ ΡΞ παραλληλογράμμου, ὕψος δὲ τὸ αὐτὸ τῷ ἐξ ἀρχῆς στερεῷ· καὶ ἔστι δοθὲν τὸ ΑΞ παραλληλόγραμμον καὶ τὸ τρίτον τοῦ ΡΞ· ἐπεὶ γὰρ ἑκατέρα τῶν ΒΑ ΑΚ δοθεῖσά ἐστιν καὶ ἔστιν αὐτῶν ἡμίσεια ἡ ΑΦ, δοθεῖσα ἄρα ἡ ΑΦ. κατὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἡ ΒΧ, τουτέστιν ἡ ΦΞ· δοθὲν ἄρα τὸ ΑΞ παραλληλόγραμμον. πάλιν ἐπεὶ δοθεῖσα ἡ ΒΚ, δοθεῖσα ἄρα καὶ ἡ ΚΦ, τουτέστιν ἡ ΡΠ. κατὰ τὰ αὐτὰ καὶ ἡ ΠΞ. δοθὲν ἄρα καὶ τὸ ΞΡ παραλληλόγραμμον. ὥστε καὶ τὸ τρίτον αὐτοῦ δοθέν ἐστιν. ἔστι δὲ καὶ τὸ ὕψος τοῦ στερεοῦ δοθέν· δοθὲν ἄρα καὶ τὸ ἐξ ἀρχῆς στερεόν. συντεθήσεται δὴ οὕτως ἀκολούθως τῇ ἀναλύσει. ἔστω γὰρ ἡ μὲν ΑΒ μονάδων κ, ἡ δὲ ΒΓ μονάδων ιβ, ἡ δὲ ΕΖ μονάδων*

---

11 supplevi 12 *ἴσον*: correxi 13 sq. *τὸ ΡΞ παραλληλόγραμμον*: correxi

---

die Gerade *ZH* ist, sowie in ein anderes Prisma, dessen Basis das Rechteck *NΥ* und dessen Spitze die Gerade *HΘ* ist, und eine Pyramide, deren Basis das Rechteck *PΓ* und deren Spitze der Punkt *H* ist. Nun ist aber das Prisma, dessen Basis das Rechteck *KΛ* ist, gleich einem Parallelepipedon, dessen Basis das Rechteck *KΠ* und dessen Höhe dieselbe wie die des Körpers ist, das

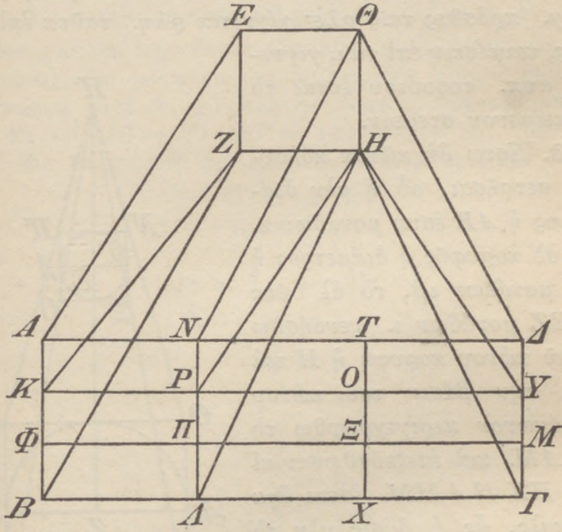


Fig. 51.

Prisma aber, dessen Basis das Rechteck *NΥ* ist, ist gleich einem Parallelepipedon, dessen Basis das Rechteck *NO* und dessen Höhe dieselbe ist; die Pyramide aber, deren Basis das Rechteck *PΓ*, ist gleich einem Parallelepipedon, dessen Basis $1\frac{1}{3}$ des Rechtecks *PΞ* ist und dessen Höhe dieselbe ist. Daher ist der anfängliche Körper gleich einem Parallelepipedon, dessen Basis das Rechteck $A\Xi + \frac{1}{3}$

ιϛ, ἡ δὲ ZH μονάδων γ, ἡ δὲ κάθετος τοῦ στερεοῦ, τουτέστι τὸ ὕψος, μονάδων ι. σύνθες κ καὶ ιϛ· ὧν ἥμισυ γίγνεται ιη. καὶ ιβ καὶ γ· ὧν ἥμισυ γίγνεται ζ∟. ταῦτα ἐπὶ τὰ ιη· γίγνεται ρλε. καὶ ἀπὸ τῶν κ ἄφελε τὰς ιϛ· λοιπὰ δ. ὧν ἥμισυ γίγνεται β. καὶ ἀπὸ fol. 93r τῶν ιβ τὰς γ· καὶ τῶν λοιπῶν τὸ ἥμισυ γίγνεται| δ∟. ταῦτα ἐπὶ τὰ β· γίγνεται θ. τούτων τὸ γʹ· γίγνεται γ. πρόσθες ταῖς ρλε· γίγνεται ρλη. ταῦτα ἐπὶ τὸ ὕψος, τουτέστιν ἐπὶ τὰ ι, γίγνεται ͵ατπ. τοσούτου ἔσται τὸ προκείμενον στερεόν.

θ. Ἔστω δὴ κῶνον κόλουρον μετρῆσαι, οὗ ἡ μὲν διάμετρος ἡ AB ἔστω μονάδων κ, τῆς δὲ κορυφῆς ἡ διάμετρος ἡ $\Gamma\Delta$ μονάδων ιβ, τὸ δὲ ὕψος τὸ EZ μονάδων ι. νενοήσθω ἡ τοῦ κώνου κορυφὴ ἡ H καὶ περὶ τὴν βάσιν τοῦ κώνου τετράγωνον περιγεγράφθω τὸ $\Theta K\Lambda M$. καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ $H\Theta$ HK $H\Lambda$ HM. ἔσται ἄρα πυραμὶς, ἧς ἡ βάσις μὲν τὸ $\Theta K\Lambda M$ τετράγωνον, κορυφὴ δὲ τὸ H. ἐὰν οὖν αὕτη τμηθῇ ⟨ἐπιπέδῳ⟩ παραλλήλῳ τῇ ἐφέδρᾳ, ποιήσει τομὴν τὸ $N\Xi O\Pi$ τετράγωνον. ὃν δὴ λόγον ἔχει τὸ $\Theta\Lambda$ τετράγωνον πρὸς τὸν περὶ [τὴν] διάμετρον τὴν AB κύκλον, τοῦτον

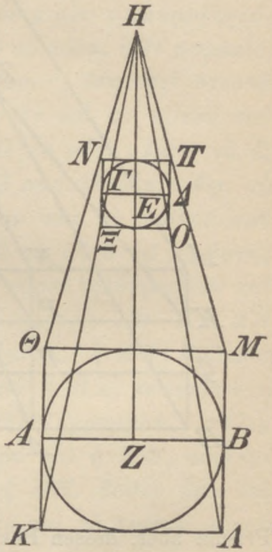


Fig. 52.

---

26 inserui 29 περὶ τὴν: correxi

des Rechtecks $P\Xi$ ist und dessen Höhe dieselbe ist wie die des anfänglichen Körpers. Nun ist Parallelogramm $A\Xi$ gegeben und auch $\frac{1}{3}$ von $P\Xi$. Denn da jede der beiden Linien BA und AK gegeben ist und die Hälfte davon $A\Phi$ ist, so ist $A\Phi$ gegeben. In derselben Weise auch BX, d. h. $\Phi\Xi$. Also ist das Parallelogramm $A\Xi$ gegeben. Auf der andern Seite, da BK gegeben ist, so ist auch $K\Phi$, d. h. $P\Pi$ gegeben; in derselben Weise auch $\Pi\Xi$. Also ist auch das Parallelogramm ΞP gegeben, so daſs auch $\frac{1}{3}$ desselben gegeben ist. Es ist aber auch die Höhe des Körpers gegeben; also ist auch der anfängliche Körper gegeben. Berechnet wird er, der Analyse gemäſs, folgendermaſsen.

Es sei $AB = 20$, $B\Gamma = 12$, $EZ = 16$, $ZH = 3$ und die Senkrechte des Körpers, d. h. seine Höhe $= 10$.

$$\frac{20+16}{2} = 18$$
$$\frac{12+3}{2} = 7\tfrac{1}{2}$$
$$18 \times 7\tfrac{1}{2} = 135$$
$$20 - 16 = 4$$
$$\frac{4}{2} = 2$$
$$\frac{12-3}{2} = 4\tfrac{1}{2}$$
$$2 \times 4\tfrac{1}{2} = 9$$
$$\frac{9}{3} = 3$$
$$135 + 3 = 138$$
$$130 \times 10 = 1380.$$

So groſs wird der vorliegende Körper sein.

IX. Es sei ein abgestumpfter Kegel zu messen, dessen Durchmesser $AB = 20$ sei, der Durchmesser der Spitze $\Gamma\Delta = 12$ und die Höhe $EZ = 10$. Man denke sich die Spitze des Kegels H und beschreibe um die Basis des Kegels das Viereck $\Theta K\Lambda M$ und ziehe die Verbindungslinien $H\Theta$, HK, $H\Lambda$ und HM. Es wird also eine Pyramide vorhanden sein, deren Basis das Viereck $\Theta K\Lambda M$ und deren τὸν λόγον ἔχει ἡ πυραμὶς, ἧς βάσις μὲν τὸ ΘΚΛΜ παραλληλόγραμμον, κορυφὴ δὲ τὸ Η σημεῖον, πρὸς τὸν κῶνον, οὗ βάσις μὲν ὁ περὶ διάμετρον τὴν ΑΒ κύκλος, κορυφὴ δὲ τὸ Η σημεῖον, ἐπειδήπερ καὶ τὸ στερεὸν παραλληλεπίπεδον, οὗ βάσις τὸ ΘΛ παραλληλόγραμμον, ὕψος δὲ τὸ [πρὸς τὸ] ⟨Ζ⟩Η, πρὸς τὸν κύλινδρον, οὗ βάσις ὁ περὶ διάμετρον τὴν ΑΒ κύκλος, ὕψος δὲ τὸ αὐτό, τὸν αὐτὸν λόγον ἔχει. διὰ τὰ αὐτὰ fol. 93^{v} δὴ καὶ ἡ πυραμὶς, ἧς βάσις μέν ἐστι τὸ ΝΞΟΠ τε|τράγωνον, κορυφὴ δὲ τὸ Η σημεῖον, τὸν αὐτὸν λόγον ἔχει πρὸς τὸν κῶνον, οὗ βάσις μὲν ὁ περὶ διάμετρον τὴν ΓΔ κύκλος, κορυφὴ δὲ τὸ Η σημεῖον. καὶ λοιπὸν ἄρα τὸ στερεὸν, οὗ βάσις μέν ἐστι τὸ ΘΛ, κορυφὴ δὲ τὸ ΝΟ, πρὸς τὸν κόλουρον κῶνον τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον. δοθὲν δὲ τὸ ΘΛΝΟ στερεὸν, ὡς δέδεικται· δοθεὶς ἄρα καὶ ὁ κόλουρος κῶνος. συντεθήσεται δὴ ἀκολούθως τῇ ἀναλύσει οὕτως. σύνθες κ καὶ ιβ· ὧν τὸ ἥμισυ γίγνεται ις. ἐφ᾽ ἑαυτὰ σνς, ἐπεί ἐστι τετράγωνος. καὶ ἀπὸ τῶν κ τὰ ιβ· ⟨λοιπὰ η.⟩ ὧν ἥμισυ γίγνεται δ. ἐφ᾽ ἑαυτὰ ις· τούτων τὸ γʹ· γίγνεται εγʹ. πρόσθες σνς· γίγνεται σξα γʹ· τούτων τὸ $\overset{\iota\delta'}{\iota\alpha}$· γίγνεται σε γʹ. ταῦτα ἐπὶ τὸ ὕψος, τουτέστιν ἐπὶ τὰ ι· γίγνεται ͵βνγ γʹ. τοσούτου ἔσται τὸ στερεὸν τοῦ κολούρου κώνου.

ι. Ἔστι δὲ καὶ ἄλλως τὸν κόλουρον κῶνον μετρῆσαι προδηλοτέρᾳ μὲν ἀποδείξει χρησάμενον, τῇ δὲ περὶ τοὺς ἀριθμοὺς λήψει οὐκ εὐχερεστέρᾳ τῆς προγεγραμμένης. ἔστιν κῶνος κόλουρος, οὗ κέντρα τῶν βάσεων τὰ Α, Β, ἄξων δὲ ὁ ΑΒ. καὶ δοθεὶς ἔστω ὅ τε

---

6 correxi et supplevi 18 post ις inseruit ⟨ταῦτα⟩ m. 2 f. τετράγωνον 19 supplevit m. 2

Spitze Η sein wird. Wenn diese nun durch eine der Grundfläche parallele Ebene geschnitten wird, so wird sie als Schnittfläche des Vierecks ΝΞΟΠ ergeben. Es verhält sich also wie Viereck ΘΛ zu dem Kreise mit dem Durchmesser ΑΒ, so die Pyramide, deren Basis das Parallelogramm ΘΚΛΜ und deren Spitze der Punkt Η ist, zu dem Kegel, dessen Basis der Kreis mit dem Durchmesser ΑΒ und dessen Spitze der Punkt Η ist, da ja auch das Parallelepipedon, dessen Basis das Parallelogramm ΘΛ und dessen Höhe ⟨ΖΗ⟩ ist, zu dem Cylinder, dessen Basis der Kreis mit dem Durchmesser ΑΒ und dessen Höhe dieselbe ist, dasselbe Verhältnis hat. Aus denselben Gründen verhält sich ebenso auch die Pyramide, deren Basis das Viereck ΝΞΟΠ und deren Spitze der Punkt Η ist, zu dem Kegel, dessen Basis der Kreis mit dem Durchmesser ΓΔ und dessen Spitze der Punkt Η ist. Folglich hat auch der Körper, dessen Basis das Viereck ΘΛ und dessen Spitze das Viereck ΝΟ ist, zu dem abgestumpften Kegel dasselbe Verhältnis. Nun ist, wie gezeigt ist, der Körper ΘΛΝΟ gegeben; also ist auch der abgestumpfte Kegel gegeben. Berechnet wird er, der Analyse entsprechend, folgendermaſsen.

$$\frac{20+12}{2} = 16$$

$$16^2 = 256 \text{ (da es ein Quadrat ist)}$$

$$\frac{20-12}{2} = 4$$

$$4^2 = 16$$

$$\frac{16}{3} = 5\,\frac{1}{3}$$

$$256 + 5\,\frac{1}{3} = 261\,\frac{1}{3}$$

$$261\,\frac{1}{3} \times \frac{11}{14} = 205\,\frac{1}{3}$$

$$205\,\frac{1}{3} \times 10 = 2053\,\frac{1}{3}\,.$$

So groſs wird der Inhalt des abgestumpften Kegels sein.

---

1) Heron rechnet nämlich zunächst mit den den Grundkreisen umbeschriebenen Quadraten.

ἄξων καὶ αἱ διάμετροι τῶν βάσεων. λέγω ὅτι καὶ τὸ στερεὸν τοῦ κολούρου κώνου δοθέν ἐστιν. νενοήσθω γὰρ ἡ τοῦ κώνου κορυφὴ τὸ Γ· ἐπ' εὐθείας ἄρα ἐστὶ τοῖς Α, Β· καὶ ἐκβεβλήσθω διὰ τῆς ΑΒ ἐπίπεδον καὶ ποιείτω τομὴν ἐν μὲν τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ κολούρου fol. 94r κώνου τὸ ΓΔΕ τρίγωνον, | ἐν δὲ ταῖς βάσεσιν τὰς ΔΕ ΖΗ διαμέτρους. λόγος ἄρα τῆς ΔΕ πρὸς ΖΗ δοθείς. ὥστε καὶ τῆς ΔΓ πρὸς ΓΖ, τουτέστι τῆς ΒΓ πρὸς ΓΑ· καὶ διελόντι τῆς ΒΑ πρὸς ΑΓ. καὶ ἔστι δοθεῖσα ἡ ΑΒ· δοθεῖσα ἄρα καὶ ἡ ΑΓ· ὥστε καὶ ὅλη ἡ ΒΓ δοθεῖσά ἐστιν, τουτέστιν ὁ ἄξων τοῦ ὅλου κώνου. δοθεῖσα δὲ καὶ ἡ ΔΕ διάμετρος τῆς βάσεως. δέδοται ἄρα καὶ ὁ κῶνος, οὗ βάσις μὲν ὁ περὶ τὸ Β κέντρον κύκλος, κορυφὴ δὲ τὸ Γ σημεῖον. διὰ ταὐτὰ δὴ καὶ ὁ κῶνος, οὗ βάσις μὲν ὁ περὶ τὸ Α κέντρον κύκλος· κορυφὴ δὲ τὸ Γ σημεῖον, δοθείς ἐστι· καὶ λοιπὸς ἄρα ὁ κόλουρος κῶνος δοθείς ἐστι. δεήσει ἄρα ποιῆσαι ὡς τὴν ΔΕ διάμετρον πρὸς τὴν ΖΗ, προστεθείσης τῇ ΑΒ τῆς ΑΓ τὴν ΒΓ πρὸς ΓΑ· καὶ διελόντι ὡς ἡ τῶν ΔΕ ΖΗ ὑπεροχὴ πρὸς τὴν ΖΗ, ἡ ΒΑ πρὸς τὴν ΑΓ. δοθεῖσα δὲ ἡ ΒΑ· δοθεῖσα ἄρα καὶ ἡ ΑΓ. καὶ μετρῆσαι τὸν κῶνον, οὗ βάσις μὲν ὁ περὶ τὸ Β κέντρον κύκλος, κορυφὴ δὲ τὸ Γ σημεῖον, καὶ ἀπὸ τούτου ἀφελεῖν τὸν κῶνον, οὗ βάσις μὲν ὁ περὶ τὸ Α κέντρον κύκλος, κορυφὴ δὲ τὸ Γ σημεῖον. καὶ λοιπὸν ἀποφαίνεσθαι τὸ στερεὸν τοῦ κολούρου κώνου.

ια. Σφαίρας δοθείσης τῆς διαμέτρου μονάδων ι εὑρεῖν τὸ στερεόν. Ἀρχιμήδης ἐν τῷ περὶ σφαίρας καὶ κυλίνδρου (I c. 34 corroll. vol. I p. 146 Heib.)

---

16 τὸ τρίτον σημεῖον: suprascr. Γ m. 1 19 ΒΑ: corr. Nath

X. Man kann aber den abgestumpften Kegel auch anders messen, wobei der Beweis zwar leichter verständlich, die Zahlenrechnung jedoch nicht leichter ist als die vorstehend beschriebene. Es sei ein abgestumpfter Kegel, dessen Basismittelpunkte Α und Β und dessen Achse ΑΒ sei, und es seien gegeben die Axe und die Durchmesser der Basen. Ich behaupte, daſs auch der Körperinhalt des abgestumpften Kegels gegeben ist. Man stelle sich nämlich die Spitze des Kegels in Γ vor; dieses liegt also mit Α und Β auf derselben Geraden. Nun lege man durch ΑΒ eine Ebene. Sie soll als Schnitt auf der Oberfläche des abgestumpften Kegels das Dreieck ΓΔΕ ergeben, in den Basen aber die Durchmesser ΔΕ und ΖΗ. Es ist also $\Delta E : ZH$ gegeben, also auch $\Delta\Gamma : \Gamma Z$, d. h. $B\Gamma : \Gamma A$; und mithin auch $BA : A\Gamma$. Nun ist ΑΒ gegeben, also auch ΑΓ, so daſs auch ganz ΒΓ gegeben ist, d. h. die Axe des ganzen Kegels. Gegeben ist aber auch der Basisdurchmesser ΔΕ: also ist der Kegel gegeben, dessen Basis der Kreis um den Mittelpunkt Β und dessen Spitze Γ ist. Aus denselben Gründen ist nun auch der Kegel, dessen Basis der Kreis um Α, und dessen Spitze der Punkt Γ ist, gegeben und es ist mithin auch der abgestumpfte Kegel gegeben. Man wird also, nachdem man zu ΒΑ zugesetzt hat ΑΓ, die Proportion aufstellen müssen $\Delta E : ZH = B\Gamma : \Gamma A$ und $\Delta E - ZH : ZH = BA : A\Gamma$. Nun ist ΒΑ gegeben; also ist auch ΑΓ gegeben. Und nun muſs man den Kegel messen, dessen Basis der Kreis um den Mittelpunkt Β und dessen Spitze der Punkt Γ ist, und von diesem abziehen den Kegel, dessen Basis der Kreis um den Mittel-

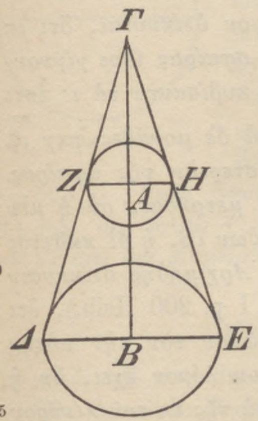


Fig. 53.

δείκνυσιν, ὅτι ὁ κύλινδρος ὁ βάσιν μὲν ἔχων ἴσην τῷ μεγίστῳ κύκλῳ τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ, ὕψος δὲ ἴσον τῇ διαμέτρῳ τῆς σφαίρας ἡμιόλιός ἐστι τῆς σφαίρας. fol. 94$^{\text{v}}$ ὥστε κατὰ | τοῦτον τὸν λόγον δεήσει τὰ ι ἐφ᾽ ἑαυτὰ ποιήσαντα λαβεῖν τῶν γενομένων τὸ $\overset{\iota\delta'}{\iota\alpha}$ καὶ ταῦτα ἐπὶ τὸ ὕψος τοῦ κυλίνδρου πολλαπλασιάσαντα, τουτέστιν ἐπὶ τὸν ι, τῶν γενομένων λαβεῖν τὸ δίμοιρον, καὶ ἀποφήνασθαι τὸ τῆς σφαίρας στερεόν· εἰσὶ δὲ μονάδες φκγ $\overset{\kappa\alpha'}{\iota\zeta}$. κατὰ δὲ τὸν αὐτὸν λόγον δείκνυται, ὅτι ια κύβοι οἱ ἀπὸ τῆς διαμέτρου τῆς σφαίρας ἴσοι γίγνονται κα σφαίρα⟨ις⟩. ὥστε δεήσει κυβίσαντα τὰ ι· ἔστι δὲ ͵α· τούτων λαβεῖν τὰ $\overset{\kappa\alpha'}{\iota\alpha}$. εἰσὶ δὲ μονάδες φκγ $\overset{\kappa\alpha'}{\iota\zeta}$. καὶ τοσούτου ἀποφαίνεσθαι τὸ στερεὸν τῆς σφαίρας.

ιβ. Ἔστω δὴ τμῆμα σφαίρας μετρῆσαι, οὗ ἡ μὲν διάμετρος τῆς βάσεως ἔστω μονάδων ιβ, ἡ δὲ κάθετος μονάδων β. πάλιν οὖν ὁ αὐτὸς Ἀρχιμήδης δείκνυσιν (de sph. et cyl. II, 2 coroll. vol. I p. 200 Heib.), ὅτι πᾶν τμῆμα σφαίρας πρὸς τὸν κῶνον τὸν τὴν αὐτὴν βάσιν ἔχοντα αὐτῷ καὶ ὕψος ἴσον λόγον ἔχει, ὃν ἡ τοῦ λοιποῦ τμήματος κάθετος μετὰ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας πρὸς τὴν αὐτὴν κάθετον. ἔστω οὖν τμῆμα τὸ εἰρημένον τῆς σφαίρας τὸ κατὰ τὸ $AB\Gamma$ τοῦ κύκλου, οὗ κάθετος ἡ $B\Delta$. καὶ ἔστω τὸ κέντρον τῆς σφαίρας τὸ Z. ὡς ἄρα τὸ τμῆμα τῆς σφαίρας πρὸς τὸν εἰρημένον κῶνον, οὕτω συναμφότερος ἡ $\Delta E\ EZ$ πρὸς τὴν ΔE καὶ ἐπεὶ δοθεῖσά ἐστιν ἡ $A\Gamma$, δοθεῖσα ἄρα καὶ ἡ $A\Delta$· δοθὲν ἄρα καὶ τὸ ἀπὸ $A\Delta$, τουτέστι τὸ ὑπὸ $B\Delta\ \Delta E$. καὶ ἔστι δοθεῖσα ἡ $B\Delta$· δοθεῖσα ἄρα καὶ ἡ ΔE· καὶ ὅλη ἄρα ἡ BE δοθεῖσά ἐστιν. ὥστε καὶ ἡ EZ. καὶ συναμφότερος ἄρα ἡ $\Delta E\ EZ$ δοθεῖσά ἐστιν.

punkt A und dessen Spitze der Punkt Γ ist, und so groſs den Körperinhalt des abgestumpften Kegels angeben.

XI. Wenn der Durchmesser einer Kugel $= 10$ gegeben ist, ihren Körperinhalt zu finden. Archimedes in der Schrift über Kugel und Cylinder zeigt, daſs der Cylinder, der eine Basis hat, die gleich einem gröſsten Kreise der Kugel ist, und eine Höhe gleich dem Durchmesser der Kugel, $1\frac{1}{2}$ mal so groſs als die Kugel ist. Daher wird man nach diesem Satz 10^2 mit $\frac{11}{14}$ multiplizieren, dies mit der Höhe des Cylinders, d. h. 10, multiplizieren und von dem Produkt $\frac{2}{3}$ nehmen müssen, und so groſs den Körperinhalt der Kugel angeben müssen. Er ist $= 523\frac{17}{21}$. Nach demselben Satze wird bewiesen, daſs 11 mal die dritte Potenz des Durchmessers der Kugel $= 21$ mal der Kugelinhalt ist. Also

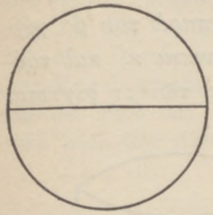


Fig. 54.

$$10^3 = 1000$$

$$1000 \times \frac{11}{21} = 523\frac{17}{21}.$$

So groſs hat man den Inhalt der Kugel anzugeben.

XII. Es sei ein Kugelsegment zu messen, dessen Basisdurchmesser $= 12$, dessen Höhe $= 2$ ist. Wiederum zeigt derselbe Archimedes, daſs jedes Kugelsegment zu dem Kegel, der mit ihm die gleiche Basis und gleiche Höhe hat, dasselbe Verhältnis hat, wie die Höhe des übrig bleibenden Segments vermehrt um den Radius zu eben dieser Höhe.[1] Es sei nun das genannte Kugelsegment

---

[1] D. h. zur Höhe des übrig bleibenden Segments.

---

1 *ἴσον*: correxi 3 *ημιονος*: sed *λι* suprascr. m. 1 5 *τω* $\overset{\iota\delta}{\iota\alpha}$: *τὸ ἑνδεκάκις ιδ* m. 2 11 *σφαίρα*: correxi 12 *δὲ* $\overset{\pi}{\alpha}$: correxi

ἀλλὰ καὶ ἡ ΔE δοθεῖσ⟨ά ἐστιν⟩. λόγος ἄρα καὶ τοῦ fol. 95^{r} κώνου, οὗ βάσις μέν ἐστιν ὁ περὶ διά|μετρον τὴν $A\Gamma$ κύκλος, ὕψος δὲ ἡ $B\Delta$, πρὸς τὸ τμῆμα τῆς σφαίρας ἐστὶν δοθείς· καὶ ἔστι δοθεὶς ὁ κῶνος· δοθὲν ἄρα καὶ τὸ τμῆμα τῆς σφαίρας. δεήσει δὲ κατὰ τὴν αὐτὴν ἀνάλυσιν λαβεῖν τῶν ιβ τὸ ἥμισυ καὶ ἐφ' ἑαυτὸ ποιῆσαι· ἔστι δὲ λς· καὶ ταῦτα παραβαλεῖν παρὰ τὸν β· γίγνεται ιη. καὶ προσθεῖναι τὰ β· γίγνεται κ. καὶ τούτων τὸ ἥμισυ γίγνεται ι· ταῦτα μετὰ τῶν ιη γίγνεται

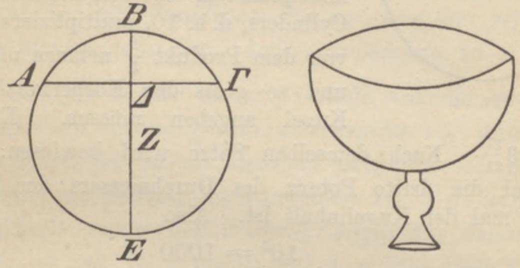


Fig. 55.

κη· καὶ τὴν κάθετον δὶς ποιῆσαι, τουτέστι τὰ β· γίγνεται δ. ἐφ' ἑαυτὰ γίγνεται ις· ταῦτα ἐπὶ τὰ κη· γίγνεται υμη· τούτων τὸ $\overset{\iota\delta'}{\langle\iota\alpha\rangle}$· ⟨γίγνεται⟩ τνη· ⟨τούτων⟩ τὸ γ'· γίγνεται ριζ γ'. τοσοῦτον ἔσται τὸ στερεὸν τοῦ τμήματος. καὶ λουτῆρα δὲ ἀκολούθως μετρήσομεν τῇ τοῦ τμήματος μετρήσει· ἔστι γὰρ δύο τμημάτων ὑπεροχή. ἀπὸ τοῦ μείζονος οὖν ἀφελόντες τὸ ἔλασσον ἀποφα[ι]νούμεθα τὸ τοῦ λουτῆρος στερεόν. καὶ κόγχην δὲ ὁμοίως μετρήσομεν ὡς ἡμισφαιρίου ἢ τμήματος ἥμισυ

---

1 explevi; ἀλλὰ — δοθεὶς del. m. 2 3 κύκλον: corr. m. 2 5 f. ταύτην τὴν 7 παραλαβεῖν et τῶν: corr. m. 2 12 ἑνδεκάκις ιδ in ras. m. 2 τῶ γ': corr. et suppl. m. 2

---

das durch $AB\Gamma$ bestimmte, dessen Höhe $B\Delta$ ist; und der Mittelpunkt der Kugel sei Z. Also verhält sich das Kugelsegment zu dem erwähnten Kegel wie $\Delta E + EZ : \Delta E$. Und da $A\Gamma$ gegeben ist, so ist auch $A\Delta$ gegeben, also auch $A\Delta^2$, d. h. $B\Delta \times \Delta E$. Nun ist $B\Delta$ gegeben, also auch ΔE; mithin ist ganz BE gegeben. Daher auch EZ, also ist auch $\Delta E + EZ$ gegeben. Es ist aber auch ΔE gegeben. Also ist das Verhältnis des Kegels, dessen Basis der Kreis mit dem Durchmesser $A\Gamma$ und dessen Höhe $B\Delta$ ist, zu dem Kugelsegment gegeben. Nun ist der Kegel gegeben; also ist auch das Kugelsegment gegeben. Die Rechnung wird nach der Analyse folgende sein:

$\left(\frac{12}{2}\right)^2 = 36$

$36 : 2 = 18$

$18 + 2 = 20$

$\frac{20}{2} = 10$

$18 + 10 = 28$

$2 \times 2 = 4$

$4^2 = 16$ 1)

$16 \times 28 = 448$

$448 \times 14 = 352$

$352 : 3 = 117\frac{1}{3}$.

So groſs wird der Körperinhalt des Segments sein.

Auch ein Badeschaff werden wir der Messung des Segments entsprechend messen; denn es ist die Differenz zweier Segmente. Wenn wir nun von dem gröſseren das kleinere abgezogen haben, so werden wir den Körperinhalt des Badeschaffs angeben können. Auch eine Muschel werden wir ähnlich messen, als die Hälfte einer Halb-

---

1) Verständlicher wäre $2^2 = 4$
$4 \times 4 = 16$.

ὑπάρχουσαν. αἱ γὰρ ἐν αὐτῇ ξύσται ἐν ἀδιαφόρῳ παραλαμβάνονται εἰς τὰς μετρήσεις.

ιγ. Τῶν κωνικῶν καὶ κυλινδρικῶν καὶ σφαιρικῶν σχημάτων μεμετρημένων, ἐὰν δέῃ καὶ καμάρας ἐχούσας τὰ προειρημένα σχήματα μετρεῖν ἢ θόλους, ἀκολούθως τῇ ἐπὶ τοῦ λουτῆρος μετρήσει ποιήσομεν· τῆς γὰρ ἐντὸς ἐπιφανείας κοίλης οὔσης, τουτέστι κενῆς, πάλιν fol. 95ᵛ ἔσται ἑκάστη αὐτῶν | δύο ὁμοίων τμημάτων ὑπεροχή. ἔστω δὲ σπεῖραν μετρῆσαι πρότερον ἐκθέμενον τὴν γένεσιν αὐτῆς. ἔστω γάρ τις ἐν ἐπιπέδῳ εὐθεῖα ἡ AB καὶ δύο τυχόντα ἐπ' αὐτῆς σημεῖα. εἰλήφθω ὁ $B\Gamma\Delta E$ ⟨κύκλος⟩ ὀρθὸς ὢν πρὸς τὸ ὑποκείμενον ἐπίπεδον, ἐν ᾧ ἐστιν ἡ AB εὐθεῖα, καὶ μένοντος τοῦ A σημείου περιφερέσθω κατὰ τὸ ἐπίπεδον ἡ AB, ἄχρι οὗ εἰς τὸ αὐτὸ ἀποκατασταθῇ συμπεριφερομένου καὶ τοῦ $B\Gamma\Delta E$ κύκλου ὀρθοῦ διαμένοντος πρὸς τὸ ὑποκείμενον ἐπίπεδον. ἀπογεννήσει ἄρα τινὰ ἐπιφάνειαν ἡ $B\Gamma\Delta E$ περιφέρεια, ἣν δὴ σπειρικὴν καλοῦσιν· κἂν μὴ ᾖ δὲ ὅλος ὁ κύκλος, ἀλλὰ τμῆμα αὐτοῦ, πάλιν ἀπογεννήσει τὸ τοῦ κύκλου τμῆμα σπειρικῆς ἐπιφανείας τμῆμα, καθάπερ εἰσὶ καὶ αἱ ταῖς κίοσιν ὑποκείμεναι σπεῖραι· τριῶν γὰρ οὐσῶν ἐπιφανειῶν ἐν τῷ καλουμένῳ ἀναγραφεῖ, ὃν δή τινες καὶ ἐμβολέα καλοῦσιν, δύο μὲν κοίλων τῶν ἄκρων, μιᾶς δὲ μέσης καὶ κυρτῆς, ἅμα περιφερόμεναι αἱ τρεῖς ἀπογεννῶσι τὸ εἶδος τῆς τοῖς κίοσιν ὑποκειμένης σπείρας. δέον οὖν ἔστω τὴν ἀπογεννηθεῖσαν σπεῖραν ὑπὸ τοῦ $B\Gamma\Delta E$ κύκλου μετρῆσαι. δεδόσθω ἡ μὲν AB μονάδων κ, ἡ δὲ $B\Gamma$ διάμετρος μονάδων ιβ. εἰλήφθω τὸ κέντρον τοῦ κύκλου τὸ Z,

---

12 supplevi 22 diversus ἀναγραφεύς a Philone Byz. mech. synt. IV p. 52, 43 sq. memoratus 25 περιφερομένων: correxi

kugel oder eines Segments. Denn die Rillen an derselben werden als für die Messung unwesentlich behandelt.

XIII. Nachdem nun die kegelförmigen, cylindrischen und kugelförmigen Gebilde gemessen sind, werden wir, wenn es gilt Gewölbe oder Kuppeln von der angegebenen Gestalt zu messen, es dem Meſsverfahren beim Badeschaff entsprechend machen. Denn da die innere Oberfläche derselben hohl, d. h. leer ist, so wird wiederum jede von ihnen die Differenz zweier ähnlicher Segmente sein. Es sei nun eine Speira zu messen, nachdem vorher ihre Entstehung auseinandergesetzt ist.

Es sei in einer Ebene eine Gerade AB und auf ihr 2 beliebige Punkte. Nun nehme man den Kreis $B\Gamma\Delta E$, der rechtwinklig stehe zu der vorausgesetzten Ebene, in der die Gerade AB liegt, und während Punkt A festgelegt bleibt, drehe sich die Gerade AB in der Ebene, bis sie in ihre ursprüngliche Lage zurückkehrt, wobei sich der Kreis $B\Gamma\Delta E$, zu der vorausgesetzten Ebene rechtwinklig verbleibend, mitdrehen soll. Es wird also die Peripherie $B\Gamma\Delta E$ eine Oberfläche erzeugen, welche man „speirisch“ nennt. Wenn es aber nicht ein vollständiger Kreis ist, sondern ein Kreisabschnitt, so wird wieder der Kreisabschnitt den Abschnitt einer speirischen Oberfläche erzeugen, wie es auch die Speiren, die als

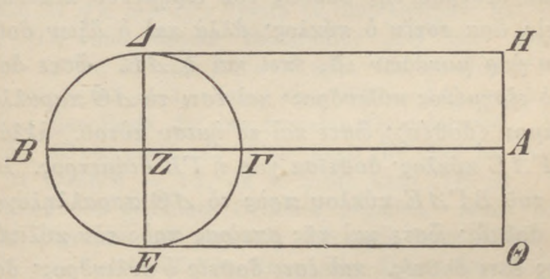


Fig. 56.

καὶ ἀπὸ τῶν Α, Ζ τῷ ὑποκειμένῳ ἐπιπέδῳ πρὸς ὀρθὰς ἤχθωσαν αἱ ΔΖΕ ΑΗΘ. καὶ διὰ τῶν Δ, Ε τῇ ΑΒ παράλληλοι ἤχθωσαν αἱ ΔΗ ΕΘ. δέδεικται δὲ Διονυσοδώρῳ ἐν τῷ περὶ τῆς σπείρας ἐπιγραφομένῳ, ὅτι ὃν λόγον ἔχει ὁ ΒΓΔΕ κύκλος πρὸς τὸ ἥμισυ τοῦ ΔΕΗΘ παραλληλογράμμου, τοῦτον ἔχει καὶ ἡ γεννηθεῖσα σπεῖρα ὑπὸ τοῦ ΒΓΔΕ κύκλου πρὸς τὸν κύλινδρον, οὗ ἄξων μέν ἐστιν ὁ ΗΘ, ἡ δὲ ἐκ τοῦ κέντρου τῆς βάσεως ἡ ΕΘ. ἐπεὶ οὖν ἡ ΒΓ μονάδων ιβ ἐστίν, ἡ ἄρα ΖΓ fol. 96r ἔσται | μονάδων ϛ. ἔστι δὲ καὶ ἡ ΑΓ μονάδων η· ἔσται ἄρα ἡ ΑΖ μονάδων ιδ, τουτέστιν ἡ ΕΘ, ἥτις ἐστὶν ἐκ τοῦ κέντρου τῆς βάσεως τοῦ εἰρημένου κυλίνδρου· δοθεὶς ἄρα ἐστὶν ὁ κύκλος· ἀλλὰ καὶ ὁ ἄξων δοθείς· ἔστιν γὰρ μονάδων ιβ, ἐπεὶ καὶ ἡ ΔΕ. ὥστε δοθεὶς καὶ ὁ εἰρημένος κύλινδρος· καὶ ἔστι τὸ ΔΘ παραλληλόγραμμον ⟨δοθέν⟩· ὥστε καὶ τὸ ἥμισυ αὐτοῦ. ἀλλὰ καὶ ὁ ΒΓΔΕ κύκλος· δοθεῖσα γὰρ ἡ ΓΒ διάμετρος. λόγος ἄρα τοῦ ΒΓΔΕ κύκλου πρὸς τὸ ΔΘ παραλληλόγραμμον δοθείς· ὥστε καὶ τῆς σπείρας πρὸς τὸν κύλινδρον λόγος ἔστι δοθείς. καὶ ἔστι δοθείς ὁ κύλινδρος· δοθὲν ἄρα καὶ τὸ στερεὸν τῆς σπείρας. συντεθήσεται δὴ ἀκολούθως τῇ ἀναλύσει οὕτως. ἄφελε ἀπὸ τῶν κ τὰ ⟨ι⟩β· λοιπὰ η. καὶ πρόσθες τὰ κ· γίγνεται κη· καὶ μέτρησον κύλινδρον, οὗ ἡ μὲν διάμετρος τῆς βάσεώς ἐστι μονάδων κη, τὸ δὲ ὕψος ιβ· καὶ γίγνεται τὸ στερεὸν αὐτοῦ ͵ζτϙβ. καὶ μέτρησον κύκλον, οὗ διάμετρός ἐστι μονάδων ιβ· γίγνεται τὸ ἐμβαδὸν αὐτοῦ, καθὼς ἐμάθομεν, ριγ ζ′· καὶ λαβὲ τῶν κη τὸ ἥμισυ· γίγνεται ιδ. ἐπὶ τὸ ἥμισυ τῶν ιβ· γίγνεται πδ·

---

13 κύλινδρος: corr. Heiberg 16 supplevi

Säulenbasen dienen, sind. Denn da 3 Oberflächen an dem sog. ἀναγραφεύς sind, den manche auch ἐμβολεύς nennen, 2 äuſsere concave, und eine mittlere convexe, die sich gleichzeitig drehen, so erzeugen die drei die Gestalt der Speira, wie sie die Säulenunterlagen haben. Es sei nun die von dem Kreis ΒΓΔΕ erzeugte Speira zu messen. Gegeben sei ΑΒ = 20, der Durchmesser ΒΓ = 12. Man nehme den Mittelpunkt des Kreises Ζ und ziehe von Α und Ζ im rechten Winkel zu der vorausgesetzten Ebene die Geraden ΔΖΕ und ΑΗΘ, und durch Δ und Ε zu ΑΒ die Parallelen ΔΗ und ΕΘ. Nun ist von Dionysodoros in der Schrift über die Speira nachgewiesen, daſs dasselbe Verhältnis, das der Kreis ΒΓΔΕ zu der Hälfte des Parallelogramms ΔΕΗΘ hat, auch die von dem Kreise ΒΓΔΕ erzeugte Speira zu dem Cylinder hat, dessen Axe ΗΘ und dessen Basisradius ΕΘ ist. Da nun ΒΓ = 12 ist, so wird ΖΓ = 6 sein. Es ist aber ΑΓ = 8, also wird ΑΖ = 14 sein, also ΕΘ = 14, welches der Radius der Basis des bezeichneten Cylinders ist. Mithin ist der Kreis gegeben. Aber auch die Axe ist gegeben; sie ist nämlich = 12, da so groſs auch ΔΕ ist. Daher ist auch der genannte Cylinder gegeben. Auch ist das Parallelogramm ΔΘ gegeben, also auch seine Hälfte; aber auch der Kreis ΒΓΔΕ, denn sein Durchmesser ΓΒ ist gegeben. Also ist das Verhältnis des Kreises ΒΓΔΕ zu dem Parallelogramm ΔΘ gegeben; mithin ist auch das Verhältnis der Speira zu dem Cylinder gegeben. Nun ist der Cylinder gegeben; also ist auch der Körperinhalt der Speira gegeben. Berechnet wird er, der Analyse entsprechend, folgendermaſsen

$$20 - 12 = 8$$
$$20 + 8 = 28.$$

Miſs einen Cylinder, dessen Basisdurchmesser = 28 und dessen Höhe = 12 ist; sein Körperinhalt ist 7392. Miſs einen Kreis, dessen Durchmesser = 12 ist; sein Inhalt ist, wie wir lernten, = $113\frac{1}{7}$.

καὶ πολλαπλασιάσας τὰ [$\overset{o}{\mu}$] ,ζτϙβ ἐπὶ τὰ ριγ ζ΄· καὶ τὰ γενόμενα παράβαλε παρὰ τὸν πδ· γίγνεται ,θϡνϛ $\overset{\zeta'}{\delta}$. τοσούτου ἔσται τὸ στερεὸν τῆς σπείρας. δυνατὸν δέ ἐστι καὶ ἄλλως μετρῆσαι. ἐπεὶ γὰρ ἡ *AZ* ἐστὶ μονάδων ιδ, καὶ ἔστιν ἐκ τοῦ κέντρου, ἡ ἄρα διάμετρός ἐστι μονάδων κη· ὥστε ἡ περιφέρεια τοῦ κύκλου γίγνεται μονάδων πη· ἁπλωθεῖσα ἄρα ἡ σπεῖρα καὶ γενομένη ὡς κύλινδρος ἕξει τὸ μῆκος μονάδων πη· καὶ ἔστιν ἡ διάμετρος τῆς βάσεως τοῦ κυλίνδρου, τουτέστιν ἡ *ΒΓ*, μονάδων ιβ· ὥστε τὸ στερεὸν τοῦ κυλίνδρου, ὡς ἐμάθομεν, ἔσται μονάδων ,ζτϙβ. πάλιν ,θϡνϛ $\overset{\zeta'}{\delta}$.

fol. 96^{v} ιδ. | Ἔστω κυλίνδρου τμῆμα μετρῆσαι τετμημένου διὰ τοῦ κέντρου μιᾶς τῶν βάσεων· καὶ ἔστω ἡ μὲν διάμετρος τῆς βάσεως ἡ *ΑΒ* μονάδων ζ, τὸ δὲ ὕψος τοῦ τμήματος μονάδων κ· ἀποδέδειχεν Ἀρχιμήδης ἐν τῷ ἐφοδικῷ, ὅτι τὸ τοιοῦτον τμῆμα ἕκτον μέρος ἐστὶ τοῦ στερεοῦ παραλληλεπιπέδου τοῦ βάσιν μὲν ἔχοντος τὸ περιγραφόμενον περὶ τὴν βάσιν τοῦ κυλίνδρου τετράγωνον, ὕψος δὲ τὸ αὐτὸ τῷ τμήματι. δοθὲν δὲ τὸ στερεὸν παραλληλεπίπεδον· δοθὲν ἄρα καὶ τὸ τμῆμα τοῦ κυλίνδρου· ὅθεν δεήσει τὰ ζ ἐφ' ἑαυτὰ ποιήσαντα πολλαπλασιάσαι ἐπὶ τὸ ὕψος, τουτέστιν ἐπὶ τὰ κ· γίγνεται ϡπ· καὶ τούτων τὸ ἕκτον γίγνεται ρξγ γ΄. τοσούτου ἔσται τὸ τμῆμα τοῦ κυλίνδρου.

ιε. Ὁ δ' αὐτὸς Ἀρχιμήδης ἐν τῷ αὐτῷ βιβλίῳ δείκνυσιν, ὅτι ἐὰν εἰς κύβον δύο κύλινδροι διωσθῶσιν τὰς βάσεις ἔχοντες ἐφαπτομένας τῶν πλευρῶν τοῦ κύβου, τὸ κοινὸν τμῆμα τῶν κυλίνδρων δίμοιρον ἔσται

---

1 delevi; f. πολλαπλασίασον 2 ,θϡϙϛ δ΄ ϛ΄: correxi 8 ὡς supra lin. add. m. 1 11 ,ζϡϙβ: correxi. ,θϡνϛ δ΄: correxi

$$\frac{28}{2} = 14$$

$$14 \times \frac{12}{2} = 84$$

$$\left(7392 \times 113\tfrac{1}{7}\right) : 84 = 9956\tfrac{4}{7}\cdot$$

So groſs wird der Inhalt der Speira sein.

Man kann sie aber auch anders messen. Da nämlich $AZ = 14$ und ein Radius ist, so wird der Durchmesser $= 28$ sein. Die Peripherie des Kreises ergiebt sich daher $= 88$. Wenn also die Speira aufgerollt und gleichsam ein Cylinder wird, so wird sie die Länge 88 haben. Nun ist der Durchmesser der Basis des Cylinders, d. h. $B\Gamma, = 12$. Daher wird der Körperinhalt des Cylinders, wie wir lernten, $= 7392$ sein. Wiederum ergiebt sich $9956\frac{4}{7}\cdot$

XIV. Es sei ein Abschnitt eines Cylinders zu messen, der durch den Mittelpunkt einer der Basen geschnitten wird (ein sog. Cylinderhuf); und es sei der Durchmesser der Basis, $AB, = 7$, die Höhe des Abschnittes $= 20$. Archimedes hat in dem *ἐφοδικόν* nachgewiesen, daſs ein solcher Abschnitt der sechste Teil des Parallelepipedons ist, das zur Basis das der Basis des Cylinders umgeschriebene Viereck und dieselbe Höhe wie der Abschnitt hat. Nun ist das Parallelepipedon gegeben; also ist auch der Abschnitt des Cylinders gegeben. Also:

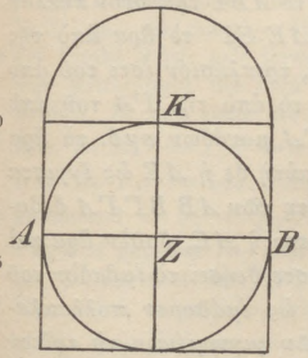


Fig. 57.

$$7^2 \times 20 = 980$$

$$\frac{980}{6} = 163\tfrac{1}{3}.$$

So groſs wird der Abschnitt des Cylinders sein.

fol. 97ʳ τοῦ κύβου. τοῦτο δὲ εὔχρηστον | τυγχάνει πρὸς τὰς οὕτως κατασκευαζομένας καμάρας, αἳ γίγνονται ἐπὶ πλεῖστον ἔν τε ταῖς κρήναις καὶ βαλανείοις, ὅταν αἱ εἴσοδοι ἢ τὰ φῶτα ἐκ τῶν τεσσάρων μερῶν ὑπάρχῃ· καὶ ὅπου ξύλοις οὐκ εὔϑετοι στεγάζεσϑαι τοὺς τόπους.

Ἀκόλουϑον δέ ἐστι καὶ τὰς τῶν πέντε σχημάτων τῶν Πλάτωνος καλουμένων, λέγω δὴ κύβου τε καὶ πυραμίδος καὶ ὀκταέδρου, ἔτι δὲ καὶ δωδεκαέδρου καὶ εἰκοσαέδρου, τὰς μετρήσεις προσεντάξαι. ὁ μὲν οὖν κύβος φανερὰν τὴν μέτρησιν ἔχει· δεῖ γὰρ κυβίσαι τὰς διδομένας τῆς πλευρᾶς αὐτοῦ μονάδας καὶ ἀποφαίνεσϑαι αὐτοῦ τὸ στερεόν.

ιϛ. Ἔστω δὲ πυραμίδα μετρῆσαι, ἧς βάσις μέν ἐστι τὸ ΑΒΓ ⟨ἰσόπλευρον⟩ τρίγωνον, κορυφὴ δὲ τὸ Δ σημεῖον. ἧς ἑκάστη[ς] πλευρὰ[ς] ἔστω μονάδων ιβ. εἰλήφϑω τὸ κέντρον τοῦ περὶ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον κύκλου τὸ Ε· καὶ ἐπεξεύχϑωσαν αἱ ΔΕ ΕΓ· τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς ΒΓ, τουτέστι τὸ ἀπὸ τοῦ ΓΔ, τριπλάσιόν ἐστι τοῦ ἀπὸ τῆς ΓΕ· ἡμιόλιον ἄρα ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΓΔ τοῦ ἀπὸ τῆς ΔΕ· καὶ ἔστι τὸ ἀπὸ ΓΔ μονάδων ρμδ. τὸ ἄρα ἀπὸ ΔΕ ἔσται μονάδων ϙϛ· αὐτὴ δε ἡ ΔΕ ὡς ἔγγιστα μονάδων ϑ∟γ'· ἐπεὶ οὖν ἑκάστη τῶν ΑΒ ΒΓ ΓΑ δέδοται, ⟨δέδοται⟩ δὲ καὶ ἡ κάϑετος ἡ ΔΕ, δοϑὲν ἄρα καὶ τὸ στερεὸν τῆς πυραμίδος. ὥστε δεήσει τὸ ἐμβαδὸν τοῦ ΑΒΓ ἰσοπλεύρου τριγώνου ὡς ἐμάϑομεν πολλαπλασιάσαι ἐπὶ τὰς ϑ∟γ'· καὶ τῶν γιγνομένων τὸ τρίτον λαβόντα ἀποφαίνεσϑαι τὸ τῆς πυραμίδος στερεόν.

fol. 97ᵛ ιζ. | Ἔστω δὲ ὀκτάεδρον μετρῆσαι, οὗ ἑκάστη πλευρά ἐστι μονάδων ζ. ἔστω τὸ εἰρημένον ὀκτάεδρον, οὗ

---

3 ἔνται ταῖς: correxi 5 f. εὐϑετεῖ 6 τὰς f. delendum
23 ⟨δέδοται⟩ addidi; πρὸς add. m. 2

XV. Derselbe Archimedes weist in demselben Buche nach, daſs, wenn in einen Würfel zwei sich durchdringende Cylinder eingesetzt werden, deren Basen die Seiten des Würfels berühren, der gemeinsame Abschnitt der Cylinder gleich $\frac{2}{3}$ des Würfels sein wird. Dieser Satz ist verwendbar für die in dieser Weise gebauten Gewölbe, welche meist an Quellen und Bädern vorkommen, wenn die Eingänge oder Fenster auf allen vier Seiten sind, und wo es nicht angängig ist, daſs die Orte mit Balken gedeckt werden.

Das Nächste ist, daſs wir auch die Meſsmethoden der sogenannten 5 Körper des Platon, ich meine des Würfels, der Pyramide und des Oktaeders, weiter aber auch des Dodekaeders und Ikosaeders einfügen. Wie nun der Würfel zu messen ist, ist klar. Man muſs nämlich die gegebenen Maſseinheiten seiner Seite in die dritte Potenz erheben und so groſs seinen Körperinhalt angeben.

XVI. Es sei aber nun eine Pyramide zu messen, deren Basis das gleichseitige Dreieck $AB\Gamma$ und deren Spitze der Punkt Δ ist; jede ihrer Seiten sei $= 12$. Man nehme den Mittelpunkt des dem Dreieck $AB\Gamma$ umbeschriebenen Kreises, E, und ziehe die Verbindungslinien ΔE und $E\Gamma$. Also ist $B\Gamma^2 = \Gamma\Delta^2 = 3\,\Gamma E^2$. Also ist $\Gamma\Delta^2 = 1\frac{1}{2}\,\Delta E^2$. Nun ist $\Gamma\Delta^2 = 144$. Also $\Delta E^2 = 96$; und ΔE selbst annähernd $= 9\frac{1}{2} + \frac{1}{3}$. Da nun jede der Geraden AB, ΓB, ΓA gegeben ist, aber auch die Kathete ΔE gegeben ist, so ist auch der Körperinhalt der Pyramide gegeben. Man wird daher den Inhalt des gleichseitigen Dreiecks $AB\Gamma$ multiplizieren müssen mit $9\frac{1}{2} + \frac{1}{3}$ und, nachdem man von dem Produkt den dritten Teil genommen hat, so groſs den Körperinhalt der Pyramide angeben müssen.

XVII. Es sei ein Oktaeder zu messen, von dem jede Seite $= 7$. Es sei das bezeichnete Oktaeder dasjenige, dessen Winkel an den Punkten A, B, Γ, Δ, E, Z liegen sollen. Dieses setzt sich zusammen aus zwei Pyramiden, γωνίαι ἔστωσαν αἱ πρὸς τοῖς $AB\Gamma\Delta EZ$ σημείοις· τοῦτο δὲ σύγκειται ἐκ δύο πυραμίδων, ὧν βάσις κοινὴ τὸ $AB\Gamma\Delta$ τετράγωνον, κορυφαὶ δὲ τὰ E, Z σημεῖα· ἑκατέρας ἄρα αὐτῶν τριπλάσιόν ἐστι τὸ στερεὸν παραλληλεπίπεδον, οὗ βάσις μέν ἐστι τὸ $AB\Gamma\Delta$, ὕψος δὲ τὸ ἥμισυ τῆς EZ· ὥστε ὅλου τοῦ ὀκταέδρου τριπλάσιόν ἐστι τὸ στερεὸν παραλληλεπίπεδον, οὗ βάσις μὲν τὸ $AB\Gamma\Delta$ τετράγωνον, ὕψος δὲ ἡ EZ διάμετρος. ἐπεὶ οὖν ἐστι τὸ ἀπὸ τῆς EA μονάδων μϑ, τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς EZ ἔσται ϙη· ἡ ἄρα EZ ὡς ἔγγιστα ἔσται μονάδων ι. ἐπεὶ οὖν ἡ AB ἐστὶ μονάδων ζ, τὸ ἄρα $AB\Gamma\Delta$ τετράγωνον ἔσται μονάδων μϑ· καὶ ἔστιν ἡ EZ ὕψος τοῦ στερεοῦ· τὸ ἄρα στερεὸν παραλληλεπίπεδον ἔσται μονάδων υϙ· καὶ ἔστι τριπλάσιον τοῦ ὀκταέδρου· τὸ ἄρα ὀκτάεδρον ἔσται ρξγ γ´· τοσούτου ἔσται τὸ στερεόν.

ιη. Ἔστω εἰκοσάεδρον ⟨μετρῆσαι⟩, οὗ ἑκάστη τῶν πλευρῶν ἔστω μονάδων ι. ἐπεὶ οὖν τὸ εἰκοσάεδρον ὑπὸ εἴκοσι τριγώνων ἰσοπλεύρων περιέχεται, νενοήσθωσαν ἀπὸ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας ἐπιζευγμέναι fol. 98r ⟨εὐθεῖαι⟩ ἐπὶ τὰς τῶν τριγώνων γωνίας· ἔ|σονται ἄρα εἴκοσι πυραμίδες ἴσαι βάσεις μὲν ἔχουσαι τὰ τοῦ εἰκοσαέδρου τρίγωνα, κορυφὰς δὲ τὸ κέντρον τῆς σφαίρας· καὶ μία αὐτῶν ⟨νε⟩νοήσθω, ἧς βάσις μέν ἐστι τὸ $AB\Gamma$ τρίγωνον, κορυφὴ δὲ τὸ Δ σημεῖον, καὶ εἰλήφθω τὸ κέντρον τοῦ περὶ τὸ $AB\Gamma$ τρίγωνον κύκλου τὸ E. καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΔE· ἐπεὶ οὖν ἡ τοῦ εἰκοσαέδρου πλευρὰ πρὸς τὴν ἀπὸ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας κάθετον ἀγομένην ἐπὶ ἓν τῶν τοῦ εἰκοσαέδρου τριγώνων λόγον ἔχει, ⟨ὃν⟩ τὰ ρκζ πρὸς τὰ ϙγ, καὶ ἔστιν ἡ τοῦ εἰκοσαέδρου πλευρὰ μονάδων υ, ἔσται ἄρα ἡ

deren gemeinschaftliche Basis das Quadrat $AB\Gamma\Delta$, und deren Spitzen die Punkte E und Z sind. Also ist dreimal so groſs als jede dieser beiden das Parallelepipedon, dessen Basis $AB\Gamma\Delta$ und dessen Höhe $\frac{EZ}{2}$ ist. Daher ist dreimal so groſs als das ganze Oktaeder das Parallelepipedon, dessen Basis das Quadrat $AB\Gamma\Delta$ und dessen Höhe der Durchmesser EZ ist. Da nun $EA^2 = 49$ ist, so wird $EZ^2 = 98$ sein. Also wird EZ annähernd $= 10$ sein. Da nun $AB = 7$, so wird das Quadrat $AB\Gamma\Delta = 49$ sein. Nun ist EZ die Höhe des Körpers; das Parallelepipedon wird also $= 490$ sein. Nun ist es dreimal so groſs als das Oktaeder; das Oktaeder wird also $= 163\frac{1}{3}$ sein. So groſs wird sein Körperinhalt sein.

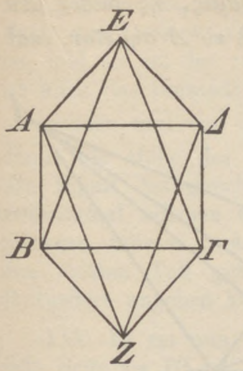


Fig. 58.

XVIII. Es sei ein Ikosaeder zu messen, von dem jede Seite $= 10$ sei. Da nun das Ikosaeder von 20 gleichseitigen Dreiecken umschlossen wird, denke man sich Verbindungslinien vom Mittelpunkt der Kugel zu den Dreieckswinkeln gezogen; es werden also 20 gleiche Pyramiden entstehen, die zu Basen die Dreiecksflächen des Isokaeders und zur Spitze den Mittelpunkt der Kugel haben. Nun denke man sich eine derselben, deren Basis das Dreieck $AB\Gamma$ und deren Spitze der Punkt Δ ist. Und man bestimme den Mittelpunkt des dem Dreieck $AB\Gamma$ umgeschriebenen Kreises, und ziehe die Verbindungslinie ΔE. Da nun die Seite des Ikosaeders zu der Höhe vom Mittelpunkt der Kugel auf eine der Dreiecksflächen des Ikosaeders $= 127 : 93$ ist und die Seite des Ikosa-

---

3 κορυφὴ: correxi 6 τὸ πρὸς τῶν EZ: sustuli errorem ex compendiorum similitudine ortum 17 supplevi 24 correxi 30 supplevi

ΔΕ κάθετος μονάδων ζ καὶ $\overset{ρκζ'}{μα}$. ἐπεὶ οὖν τοῦ ΑΒΓ τριγώνου ἑκάστη πλευρὰ δοθεῖσά ἐστιν καὶ ἡ ΔΕ δὲ κάθετος, δοθεῖσα ἄρα καὶ ἡ πυραμὶς, ἧς βάσις μέν ἐστι τὸ ΑΒΓ τρίγωνον, κορυφὴ δὲ τὸ Δ σημεῖον. καὶ ἔστιν εἰκοστὸν μέρος τοῦ εἰκοσαέδρου· δοθὲν ἄρα ἐστὶ καὶ τὸ εἰκοσάεδρον. δεήσει ἄρα τὰ ι ἐπὶ τὰ ϙγ ποιῆσαι καὶ τῶν γενομένων λαβεῖν τὸ ρκζ' καὶ ἔχειν τὴν τῆς πυραμίδος κάθετον· καὶ λαβόντα τὸ ἐμβαδὸν τοῦ ΑΒΓ τριγώνου ἰσοπλεύρου καὶ εἰκοσάκι ποιήσαντα πολλαπλασιάσαι ἐπὶ τὴν εἰρημένην κάθετον· καὶ τῶν γενομένων τὸ τρίτον λαβόντα ἀποφαίνεσθαι τὸ τοῦ εἰκοσαέδρου στερεόν.

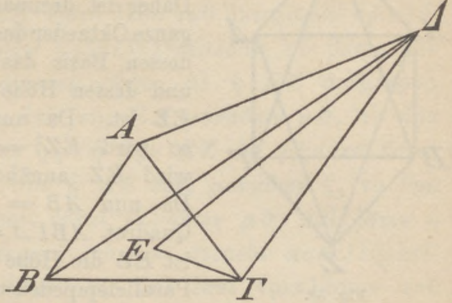


Fig. 59.

ιθ. Ἔστω δὴ δωδεκάεδρον μετρῆσαι, οὗ ἑκάστη πλευρά ἐστι μονάδων ι. πάλιν οὖν, ἐὰν ἀπὸ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας νοήσωμεν ἐπιζευγμένας εὐθείας ἐπὶ τὰς τοῦ πενταγώνου γωνίας, ἔσονται ιβ πυραμίδες fol. 98^{v} πενταγώ|νους βάσεις ἔχουσαι, κορυφὰς δὲ τὸ κέντρον τῆς σφαίρας· λόγον δὲ ἔχει ἡ τοῦ πενταγώνου πλευρὰ πρὸς τὴν ἀπὸ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας κάθετον ἀγομένην ἐπὶ ἓν τῶν πενταγώνων, ὃν τὰ η πρὸς τὰ θ· καὶ ἔστιν ἡ τοῦ πενταγώνου πλευρὰ μονάδων ι· ἡ ἄρα

---

1 ρκζ μα: correxi 28 ὧν: correxi

eders = 10 ist, so wird die Höhe $ΔE = 7 + \frac{41}{127}$. Da nun jede Seite des Dreiecks ΑΒΓ und auch die Höhe ΔΕ gegeben ist, so ist auch die Pyramide gegeben, deren Basis das Dreieck ΑΒΓ und deren Spitze der Punkt Δ ist, und sie ist der zwanzigste Teil des Ikosaeders. Also ist auch das Ikosaeder gegeben. Man wird also 10 × 93 ausrechnen und von dem Produkt $\frac{1}{127}$ nehmen müssen und damit die Höhe der Pyramide haben. Dann wird man den Inhalt des gleichseitigen Dreiecks ΑΒΓ bestimmen, zwanzigmal nehmen und mit der genannten Höhe multiplizieren müssen, und nachdem man von dem Produkt den dritten Teil genommen hat, den Körperinhalt des Ikosaeders angeben können.

XIX. Es sei nun ein Dodekaeder zu messen, von dem jede Seite = 10 ist. Wenn wir nun wieder vom Mittelpunkt der Kugel Verbindungslinien zu den Winkeln der Fünfecke gezogen denken, so werden 12 Pyramiden entstehen, die fünfeckige Basen haben und zur Spitze den Mittelpunkt der Kugel. Es verhält sich aber die Seite des Fünfecks zu der Höhe vom Mittelpunkt der Kugel auf eines der Fünfecke = 8 : 9. Nun ist die Seite des Fünfecks = 10. Die genannte Höhe wird also $= 11\frac{1}{4}$ sein. Wenn wir nun wiederum den Inhalt des Fünfecks bestimmen und mit der Kathete multiplizieren und dann von dem Produkt $\frac{1}{3}$ nehmen, so werden wir den Körperinhalt einer Pyramide haben. Nehmen wir diesen zwölfmal, so werden wir den Körperinhalt des Dodekaeders erhalten.

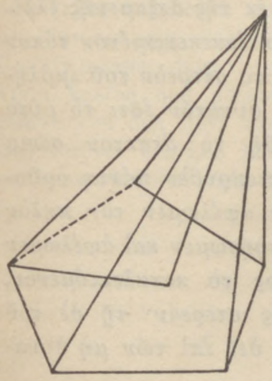


Fig. 60.

εἰρημένη κάθετος ἔσται μονάδων ια δ΄. πάλιν οὖν τὸ ἐμβαδὸν τοῦ πενταγώνου λαβόντες καὶ πολλαπλασιάσαντες ἐπὶ τὴν κάθετον καὶ τῶν γενομένων τὸ τρίτον λαβόντες ἕξομεν μιᾶς πυραμίδος τὸ στερεόν· ὃ δωδεκάκι ποιήσαντες ἕξομεν τὸ τοῦ δωδεκαέδρου στερεόν.

κ. Τῶν δὴ ἐν τάξει στερεῶν σωμάτων μετρηθέντων εὔλογον ὑπολαμβάνομεν καὶ τὰ ἄτακτα, οἷον ῥιζώδη ἢ πετρώδη, παριστορῆσαι τῇ μετρήσει, ὡς ἔνιοι ἱστοροῦσι τὸν Ἀρχιμήδη ἐπινενοηκέναι πρὸς τὰ τοιαῦτα μέθοδον. εἰ μὲν γὰρ εὐμετάφορον εἴη τὸ μέλλον μετρεῖσθαι, δεήσει δεξαμενὴ⟨ν⟩ πάντη ὀρθογωνίαν ποιήσαντα δυναμένην δέξασθαι, ὃ βουλόμεθα μετρηθῆναι, πληρῶσαι ὕδατος καὶ ἐμβαλεῖν τὸ ἄτακτον σῶμα. δῆλον δὴ οὖν, ὅτι ὑπερχυθήσεται τὸ ὕδωρ καὶ τοσοῦτόν γε, ὅσος ἐστὶν ὁ τοῦ ἐμβληθέντος σώματος εἰς τὸ ὕδωρ ὄγκος, ἐξαρθέντος τοῦ σώματος πάλιν ἐκ τῆς δεξαμενῆς ἐλλιπὲς ἔσται. μετρήσαντες οὖν τὸν ἐκκεκενωμένον τόπον fol. 99r ἀποφανούμεθα τοσούτου | εἶναι τὸ στερεὸν τοῦ ἐμβληθέντος σώματος. ἢ καὶ ἄλλως δυνατόν ἐστι τὸ αὐτὸ μετρῆσαι· ἐὰν γὰρ προσπλασθῇ τὸ ἄτακτον σῶμα κηρῷ ἢ πηλῷ, ὥστε γενέσθαι ἀποκρυβὲν πάντη ὀρθογώνιον, καὶ τοῦτο μετρήσαντες ἀφέλωμεν τὸν πηλὸν καὶ ὀρθογώνιον πλάσαντες ἐκμετρήσωμεν καὶ ἀφέλωμεν ἀπὸ τοῦ πρότερον μετρηθέντος τὸ καταλειπόμενον, ἀποφανούμεθα τὸ τοῦ σώματος στερεόν· τῇ δὲ τοῦ περιπλάσματος μεθόδῳ χρῆσθαι δεῖ ἐπὶ τῶν μὴ δυναμένων μετατίθεσθαι σωμάτων.

---

1 ιδ δ΄: correxi 11 δεξαμένη: correxi 15 οἷον: correxi σώματος ex ὕδατος fec. m. 1 17 ἐλλιπὴς: correxi 20 f. περιπλασθῇ 22 ἀφέλομεν: correxi 27 Ἥρωνος Ἀλεξανδρέως μέτρησις στερεῶν subscripsit m. 1

XX. Nachdem die bestimmten Körper gemessen sind. halten wir für angemessen auch die unbestimmten, wie z. B. Wurzeln oder Felsstücke, in der Vermessungskunde beiläufig zu erwähnen, da einige berichten, daſs Archimedes für derartige eine Methode ausgedacht habe. Wenn nämlich der zu messende Körper leicht transportabel sein sollte, so wird man eine durchgängig rechtwinklige Wanne, die das, was wir gemessen zu haben wünschen, aufzunehmen vermag, herrichten und mit Wasser füllen und den unbestimmten Körper hineinwerfen müssen. Es ist nun klar, daſs das Wasser überflieſsen wird und zwar wird soviel davon, als das Volumen des in das Wasser geworfenen Körpers beträgt, fehlen, wenn der Körper wieder aus der Wanne herausgenommen wird. Messen wir nun den leer gewordenen Raum, so werden wir den Körperinhalt des hineingeworfenen Körpers so groſs anzugeben haben. Oder man kann dieselbe Messung auch auf andere Weise vornehmen. Denn wenn der unbestimmte Körper mit Wachs oder Lehm bestrichen wird, sodaſs er, wenn er eingehüllt ist, durchgängig rechtwinklig ist und wir ihn in dieser Gestalt messen, dann den Lehm abnehmen, in rechtwinklige Form kneten und ausmessen, und dann von dem zuerst gemessenen den Rest abziehen, so werden wir den Inhalt des Körpers angeben können. Diese Einhüllungsmethode muſs man bei den nicht transportabeln Körpern anwenden.

ΗΡΩΝΟΣ ΜΕΤΡΙΚΩΝ Γ

ΠΡΟΟΙΜΙΟΝ

fol. 99^{v} | Οὐ πολὺ ἀπᾴδειν νομίζομεν τὰς τῶν χωρίων διαιρέσεις τῶν γιγνομένων ἐν τοῖς χωρίοις μετρήσεων· καὶ γὰρ τὸ ἀπονεῖμαι χωρίον τοῖς ἴσοις ἴσον καὶ τὸ πλέον τοῖς ἀξίοις κατὰ τὴν ἀναλογίαν πάνυ εὔχρηστον καὶ ἀναγκαῖον θεωρεῖται. ἤδη γοῦν καὶ ἡ σύμπασα γῆ διῄρηται κατ' ἀξίαν ὑπ' αὐτῆς τῆς φύσεως· νέμεται γὰρ κατ' αὐτὴν ἔθνη μέγιστα μεγάλην λελογχότα χώραν, ἔνια δὲ καὶ ὀλίγην μικρὰ καθ' αὑτὰ ὑπάρχοντα· οὐχ ἧττον δὲ καὶ κατὰ μίαν αἱ πόλεις κατ' ἀξίαν διῄρηνται· τοῖς μὲν ἡγεμόσι καὶ τοῖς ἄλλοις τοῖς ἄρχειν δυναμένοις μείζω καὶ κατὰ ἀναλογίαν, τοῖς δὲ μηδὲν τοιοῦτο δυναμένοις δρᾶν μικροὶ κατελείφθησαν τόποι, κῶμαί τε τοῖς μικροψυχοτέροις καὶ ἐποίκια καὶ ὅσα τοιαῦτά ἐστιν· ἀλλὰ τὰ μὲν παχυμερεστέραν πως καὶ ἀργοτέραν εἴληφε τὴν ἀναλογίαν· εἰ δέ τις βούλοιτο κατὰ τὸν δοθέντα λόγον διαιρεῖν τὰ χωρία, ὥστε μηδὲ ὡς εἰπεῖν κέγχρον μίαν τῆς ἀναλογίας ὑπερβάλλειν ἢ ἐλλείπειν τοῦ δοθέντος λόγου, μόνης προσδεήσεται γεωμετρίας· ἐν ᾗ ἐφαρμογὴ μὲν ἴση, τῇ δὲ ἀναλογίᾳ δικαιοσύνη, ἡ δὲ περὶ

---

1 titulum supplevi 5 χωρίων: correxi 12 f. μὲν ⟨γὰρ⟩
13 καὶ f. delendum 17 παχυμερέστερον: correxi

VERMESSUNGSLEHRE VON HERON VON ALEXANDRIA.

DRITTES BUCH.

TEILUNG VON FLÄCHEN UND KÖRPERN.

Die Teilungen von Raumgebilden unterscheiden sich nach unserem Dafürhalten nicht erheblich von den Messungen, die an den Raumgebilden vorgenommen werden. Vorrede Denn das Geschäft, den Gleichberechtigten die gleiche Fläche Landes zuzuweisen und denen, die es wert sind, im Verhältnis mehr, wird als ein sehr nützliches und notwendiges angesehen. Ist doch auch die gesamte Erde schon von der Natur selbst nach Verdienst eingeteilt worden. Denn es wohnen auf ihr sehr groſse Völker, denen ein groſses Stück Land zugefallen ist; manchen dagegen nur ein kleines, weil sie an sich nur klein sind. Ebenso sind auch die einzelnen Staatsgebiete nach Verdienst geteilt: den leitenden Männern und den übrigen, die zu regieren vermögen, wurden gröſsere Stücke und zwar nach Verhältnis zu Teil; denen dagegen, die nichts der Art zu leisten vermochten, wurden nur kleine Plätze übrig gelassen und den Schwächeren Dörfer und einzelne Gehöfte und was es sonst von dieser Art giebt. Aber dies ist gewissermaſsen nur im Groben und mühelos in ein Verhältnis gebracht. Wenn dagegen jemand Raumgebilde nach einem gegebenen Verhältnis so teilen möchte, daſs sozusagen auch nicht eine Kleinigkeit des Verhältnisses überschieſst über das gegebene Verhältnis oder dahinter zurückbleibt, so wird er dazu der Geometrie bedürfen, in der gleichmäſsige Anwendbarkeit vorhanden ist τούτων ἀπόδειξις ἀναμφισβήτητος, ὅπερ τῶν ἄλλων τεχνῶν ἢ ἐπιστημῶν οὐδεμία ὑπισχνεῖται.

α. Χωρίον τρίγωνον διελεῖν εἰς τρίγωνα χωρία ἐν τῷ δοθέντι λόγῳ τὴν αὐτὴν ἔχοντα κορυφήν. ἔστω τὸ δοθὲν τρίγωνον τὸ ΑΒΓ ἔχον τὴν μὲν ΑΒ μονάδων ιγ, τὴν δὲ ΒΓ μονάδων ιδ, τὴν δὲ ΑΓ μονάδων ιε· καὶ δέον ἔστω διελεῖν αὐτὸ εἰς δύο χωρία τρίγωνα λόγον ἔχοντα πρὸς ἄλληλα, ὃν ε πρὸς γ, κορυφὴν δὲ τὸ Α. γεγονέτω καὶ ἔστω ἡ διαιροῦσα εὐθεῖα ἡ ΑΔ· λόγος ἄρα τοῦ ΑΒΔ τριγώνου πρὸς τὸ ΑΔΓ τρίγωνον, ⟨ὃν⟩ ε πρὸς γ· καὶ συνθέντι λόγος ἄρα τοῦ ΑΒΓ τριγώνου πρὸς τὸ ΑΔΓ τρίγωνον, ὃν η πρὸς γ. καὶ ἔστιν fol. 100ʳ | ἡ ΒΓ μονάδων ιδ· ἡ ἄρα ΓΔ ἔσται μονάδων ε δ΄. λοιπὴ ἄρα ἡ ΒΔ μονάδων η∟δ΄. κἂν ἐπιζεύξωμεν τὴν ΑΔ, ἔσται γεγονὸς τὸ προκείμενον· τὸ μὲν γὰρ τοῦ ΑΒΔ τριγώνου ἐμβαδὸν εὑρήσομεν μονάδων νβ∟, τὸ δὲ τοῦ ΑΔΓ τριγώνου μονάδων λα∟. ἔχει δὲ τὰ νβ∟ πρὸς τὰ λα∟ λόγον, ὃν ἔχει τὰ ε πρὸς τὰ γ.

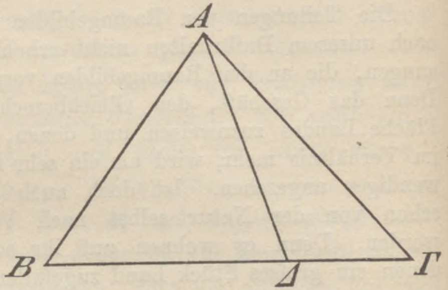


Fig. 61.

β. Τὸ δοθὲν τρίγωνον εἰς τὸν δοθέντα λόγον διελεῖν εὐθείᾳ τινὶ παραλλήλῳ τῇ βάσει. ἔστω τρίγωνον τὸ ΑΒΓ ἔχον τὴν μὲν ΑΒ μονάδων ιγ, τὴν δὲ ΒΓ μονάδων ιδ, τὴν δὲ ΑΓ μονάδων ιε. καὶ

---

und durch die Durchführung eines Verhältnisses Gerechtigkeit geschaffen wird, der Beweis aber über diese Dinge unbestreitbar ist, was von den übrigen Künsten oder Fertigkeiten keine in Aussicht stellen kann.

I. Eine dreieckige Fläche in gegebenem Verhältnis in dreieckige Flächen zu zerlegen, welche dieselbe Spitze haben. Es sei $AB\Gamma$ das gegebene Dreieck und $AB = 13$, $B\Gamma = 14$, $A\Gamma = 15$. Die Aufgabe sei, es in zwei dreieckige Flächen zu zerlegen, die sich zu einander wie 5 : 3 verhalten und die Spitze A haben. Es sei geschehen und die teilende Gerade sei $A\Delta$. Also ist Dreieck $\Lambda B\Delta$: Dreieck $A\Delta\Gamma = 5:3$. Also Dreieck $AB\Gamma$: Dreieck $A\Delta\Gamma = 8:3$. Nun ist $B\Gamma = 14$; also wird $\Gamma\Delta = 5\frac{1}{4}$ sein; also $B\Delta = 8\frac{1}{2} + \frac{1}{4}$, und wenn wir die Verbindungsline $A\Delta$ ziehen, so wird die Aufgabe gelöst. Denn als Inhalt des Dreiecks $AB\Delta$ werden wir $52\frac{1}{2}$, als Inhalt des Dreiecks $A\Delta\Gamma$ aber $31\frac{1}{2}$ erhalten. Es ist aber $52\frac{1}{2} : 31\frac{1}{2} = 5 : 3$.

II. Ein gegebenes Dreieck in einem gegebenen Verhältnis durch eine der Basis parallele Gerade zu teilen. Das Dreieck sei $AB\Gamma$, in dem

$AB = 13$,
$B\Gamma = 14$,
$A\Gamma = 15$,

und die Aufgabe sei, es so zu teilen, daſs das Dreieck an der Spitze 3 mal so groſs ist als das übrigbleibende Trapez. Die teilende Gerade sei ΔE. Also ist Dreieck $A\Delta E$ dreimal so groſs als das Trapez $\Delta E\Gamma B$. Also

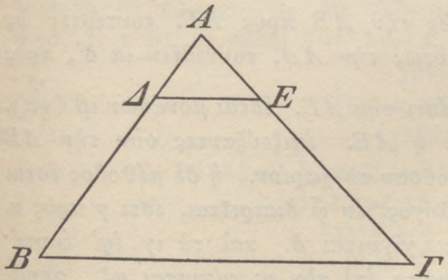


Fig. 62a.

---

7 δέον ἐστι: corr. m. 2   8 ὁ μὲν ε: corr. m. 2   15 ⟨ὃν⟩ inserui

δέον ἔστω αὐτὸ διελεῖν, ὥστε τὸ πρὸς τῇ κορυφῇ τρίγωνον τριπλάσιον εἶναι τοῦ λοιποῦ τραπεζίου. ἔστω ἡ διαιροῦσα εὐθεῖα ἡ ΔΕ· τριπλάσιον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΔΕ τρίγωνον τοῦ ΔΕΓΒ τραπεζίου· τὸ ἄρα ΑΒΓ τρίγωνον [ὂν] πρὸς τὸ ΑΔΕ τρίγωνον λόγον ἔχει, ὃν δ πρὸς γ. ὡς δὲ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον πρὸς τὸ ΑΔΕ τρίγωνον, οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς ΒΑ τετράγωνον [ὂν] πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΔΑ διὰ τὸ ὅμοια εἶναι τὰ τρίγωνα. καὶ ἔστι τὸ ἀπὸ τῆς ΒΑ τετράγωνον μονάδων ρξ⟨θ· τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς ΑΔ τετράγωνον μονάδων ρκ⟩ϛ∟δ′· αὐτὴ ἄρα ἡ ΑΔ ἔσται ὡς ἔγγιστα μονάδων ια δ′. ὥστε ἐὰν ἀπολάβωμεν τὴν ΑΔ μονάδων ια δ′ καὶ παράλληλον ἀγάγωμεν τὴν ΔΕ, ἔσται τὸ προκείμενον. ἵνα δὲ μὴ παράλληλον ἄγωμεν, ἐπειδήπερ ἐν τοῖς χωρίοις δύσεργον ὑπάρχει τὸ τοιοῦτον διὰ τὴν τῶν τόπων ἀνωμαλίαν, ἀποληψόμεθα καὶ τὴν ΑΕ μονάδων ὅσων ἂν ᾖ. ἔστιν δὲ, ἐὰν ποιήσωμεν ὡς τὴν ΑΒ πρὸς ΑΓ, τουτέστιν ὡς τὰ ιγ πρὸς ιε, οὕτως τὴν ΑΔ, τουτέστιν ια δ′, πρὸς ἄλλην τινά· τουτέστι τὴν ΑΕ. ἔσται μονάδων ιβ ⟨$\overset{\nu\beta'}{\nu\alpha}$⟩. fol. 100^{v} | τοσούτου ἔσται ἡ ΑΕ. ἐπιζεύξαντες οὖν τὴν ΔΕ ἕξομεν τὴν διαιροῦσαν τὸ χωρίον. ἡ δὲ μέθοδος ἔσται τοιαύτη· ἐπεὶ ὁ λόγος, ἐν ᾧ διαιρεῖται, ἔστι γ πρὸς α, σύνθες γ καὶ α· γίγνεται δ. καὶ τὰ ιγ ἐφ' ἑαυτά· γίγνεται ρξθ. ταῦτα ἐπὶ τὸν γ· γίγνεται φζ. παράβαλε παρὰ τὸν δ· γίγνεται ρκϛ∟δ′. τούτων πλευρὰ γίγνεται ὡς ἔγγιστα ια δ′. ταῦτα ἐπὶ τὸν ιε· γίγνεται ρξη∟δ′. ταῦτα παράβαλε παρὰ τὸν ιγ· γίγνεται ιβ καὶ $\overset{\nu\beta'}{\nu\alpha}$. τοσούτου ἀπόλαβε τὴν ΑΕ καὶ ἐπίζευξον τὴν ΔΕ.

Dreieck $AB\Gamma$: Dreieck $A\Delta E = 4:3$. Nun ist aber Dreieck $AB\Gamma$: Dreieck $A\Delta E = BA^2 : \Delta A^2$, weil die Dreiecke ähnlich sind. Und BA^2 ist $= 169$, also $A\Delta^2 = 126\frac{1}{2} + \frac{1}{4}$. Also wird $A\Delta$ selbst annähernd $= 11\frac{1}{4}$ sein. Wenn wir daher $A\Delta = 11\frac{1}{4}$ abtragen und die Parallele ΔE ziehen, so wird die Aufgabe gelöst sein. Um aber keine Parallele ziehen zu müssen, da dies im Terrain wegen der Ungleichmäſsigkeit des Bodens schwierig ist, so werden wir auch AE so groſs, als es ist, abtragen. Es ergiebt sich aber, wenn wir folgende Berechnung machen: $AB : A\Gamma = 13:15 = A\Delta : x = 11\frac{1}{4} : AE$. $AE = 12\frac{51}{52}$. So groſs wird AE sein. Ziehen wir nun die Verbindungslinie ΔE, so werden wir die Teilungslinie haben. Die Methode ist folgende: da das Verhältnis, in dem geteilt wird, $3:1$ ist, so nimm $3 + 1 = 4$

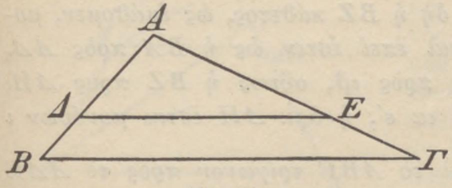


Fig. 62 b.

$$\begin{aligned}
13^2 &= 169\\
169 \times 3 &= 507\\
\tfrac{507}{4} &= 126\tfrac{1}{2} + \tfrac{1}{4}\\
\sqrt{126\tfrac{1}{2} + \tfrac{1}{4}} \text{ annähernd} &= 11\tfrac{1}{4}\\
11\tfrac{1}{4} \times 15 &= 168\tfrac{1}{2} + \tfrac{1}{4}\\
\frac{168\frac{1}{2} + \frac{1}{4}}{13} &= 12\tfrac{51}{52}.
\end{aligned}$$

So groſs trage AE ab und ziehe die Verbindungslinie ΔE.

---

1 εἷς τε τὸ: corr. m. 2   5 [ὂν] delevi   8 [ὂν] delevi   10 ρξϛ∟δ′: lacunam explevi; ϑ supra scr. m. 2   13 αι δ′: correxi   18 πρὸς ΑΓ: ΒΓ suprascr. m. 2 perperam   19 ιε: ιδ suprascr. m. 2 perperam   20 ΔΕ: correxi   ιβ νβ′: correxi   27 ἐπὶ τῶν: correxi   29 $\overset{\delta\iota\beta}{\nu\alpha}$: correxi   29—30 ἐπίζευξον τὴν ΑΕ: correxi

γ. Ἔστω δὴ τὸ δοϑὲν τρίγωνον τὸ ΑΒΓ ἔχον τὴν μὲν ΑΒ μονάδων ιγ, τὴν δὲ ΒΓ μονάδων ιδ, τὴν δὲ ΓΑ μονάδων ιε. καὶ ἀπειλήφϑω ἡ ΑΔ, εἰ τύχοι, μονάδων ιβ. καὶ δέον ἔστω ἀπὸ τοῦ Δ διαγαγεῖν τὴν ΔΕ διαιροῦσαν τὸ ΑΒΓ τρίγωνον ἐν λόγῳ τῷ δοϑέντι. ἔστω δὴ ὁ λόγος, ὃν ἔχει τὰ ε πρὸς τὰ β. ἤχϑωσαν ἀπὸ τῶν Β, Δ ἐπὶ τὴν ΑΓ κάϑετον αἱ ΒΖ ΔΗ. ἔσται δὴ ἡ ΒΖ κάϑετος, ὡς ἐμάϑομεν, μονάδων ια ε΄. καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς ἡ ΒΑ πρὸς ΑΔ, τουτέστιν ὡς ιγ πρὸς ιβ, οὕτως ἡ ΒΖ πρὸς ΔΗ, καὶ ἔστιν ἡ ΒΖ ια ε΄, ἡ ἄρα ΔΗ ἔσται μονάδων ι καὶ $\overset{\xi\varepsilon'}{\kappa\beta}$. καὶ ἐπεὶ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον πρὸς τὸ ΑΔΕ λόγον ἔχει, ὃν ε πρὸς γ, καὶ ἔστι τὸ ΑΒΓ τρίγωνον μονάδων πδ, τὸ ἄρα ΑΔΕ τρίγωνον ἔσται μονάδων ν καὶ $\overset{\varepsilon'}{\beta}$. τοῦ δὲ ΑΔΕ τριγώνου διπλάσιόν ἐστι τὸ ὑπὸ τῶν ΑΕ ΔΗ· τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν ΑΕ ΔΗ ἔσται μονάδων ρ καὶ $\overset{\varepsilon'}{\delta}$. καὶ ἔστιν ἡ ΔΗ μονάδων ι καὶ $\overset{\xi\varepsilon'}{\kappa\beta}$· ἡ ἄρα ΑΕ ἔσται μονάδων ϑ∟δ΄. κἂν ἐπιζεύξωμεν τὴν ΔΕ, ἔσται τὸ προκείμενον. ἔστι δὲ ἡ μέϑοδος τοιαύτη· ἐπεὶ ἡ ΒΖ κάϑετός ἐστιν, ια ε΄ ἐπὶ τὰ ιβ· fol. 101ʳ | καὶ τὰ γενόμενα μέρισον εἰς τὸν ι⟨γ· γίνο⟩νται μονάδες ι καὶ $\overset{\xi\varepsilon'}{\kappa\beta}$. καὶ ἐπεὶ λόγος, ἐν ᾧ διαιρεῖται, ὁ τῶν γ ⟨πρὸς⟩ τὰ β, σύνϑες γ καὶ β· γίγνεται ε· καὶ πολλαπλασίασον τὸν γ ἐπὶ τὸ ἐμβαδὸν τοῦ τριγώνου, τουτέστιν ἐπὶ τὰ πδ· γίγνεται σνβ. ταῦτα μέρισον εἰς τὸν ε· γίγνεται νβ ε΄. ταῦτα δίς· γίγνεται ρ καὶ $\overset{\varepsilon'}{\delta}$. μέρισον ταῦτα παρὰ τὸν ι καὶ $\overset{\xi\varepsilon'}{\kappa\beta}$· γίγνονται μονάδες

III. Das gegebene Dreieck sei $AB\Gamma$, in dem $AB = 13$, $B\Gamma = 14$, $\Gamma A = 15$ seien. Es werde $A\Delta$ beispielsweise $= 12$ abgetragen und die Aufgabe sei, von Δ die Gerade ΔE zu konstruieren, die das Dreieck $AB\Gamma$ in einem gegebenen Verhältnis teilt. Das Verhältnis sei $3:2$. Man ziehe von den Punkten B und Δ auf $A\Gamma$ die Senkrechten BZ und ΔH. Es wird nun die Höhe BZ, wie wir lernten, $= 11\frac{1}{5}$ sein. Und da $BA : A\Delta = 13:12 = BZ:\Delta H$ ist und $BZ = 11\frac{1}{5}$ ist, so wird $\Delta H = 10\frac{22}{65}$ sein. Und da Dreieck $AB\Gamma$: Dreieck $A\Delta E = 5:3$ und Dreieck $AB\Gamma = 84$ ist, so wird Dreieck $A\Delta E = 50\frac{2}{5}$ sein. Es ist aber $2 \times$ Dreieck $A\Delta E = AE \times \Delta H$; also $AE \times \Delta H = 100\frac{4}{5}$. Nun ist $\Delta H = 10\frac{22}{65}$; also wird $AE = 9\frac{1}{2} + \frac{1}{4}$ sein. Und wenn wir die Verbindungslinie ΔE ziehen, so wird die Aufgabe gelöst sein. Die Methode ist folgende:

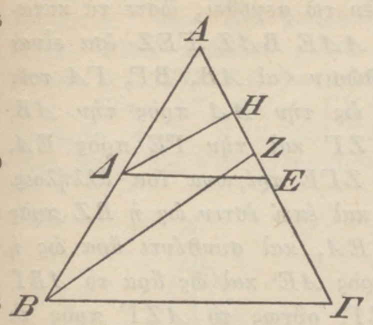


Fig. 63.

$$\frac{11\frac{1}{5} \times 12}{13} = 10\frac{22}{.65}.$$

Und, da das Verhältnis, in dem geteilt wird, 3 : 2 ist:

$$3 + 2 = 5$$
$$3 \times 84 = 252$$
$$\frac{252}{5} = 50\frac{2}{5}$$
$$2 \times 50\frac{2}{5} = 100\frac{4}{5}$$
$$100\frac{4}{5} : 10\frac{22}{56} = 9\frac{1}{2} + \frac{1}{4}.$$

---

21 post ι 5 litterae evanidae: supplevi 23 post γ 4 litterae evanidae: supplevi

ϑ∟δ′. τοσούτου ἀπολαβὼν τὴν ΑΕ ἐπίζευξον τὴν ΔΕ· καὶ ἔσται τὸ προκείμενον.

δ. Τριγώνου δοϑέντος τοῦ ΑΒΓ ἀφελεῖν ἀπ' αὐτοῦ τρίγωνον τὸ ΔΕΖ δοϑὲν τῷ μεγέϑει, ὥστε τὰ καταλειπόμενα τρίγωνα τὰ ΑΔΕ ΒΔΖ ΓΕΖ ἴσα εἶναι ἀλλήλοις. ἐὰν δὴ τμηϑῶσιν ⟨αἱ ΑΒ, ΒΓ, ΓΑ τοῖς Δ, Ζ, Ε⟩, ὥστε εἶναι ὡς τὴν ΑΔ πρὸς τὴν ΔΒ, οὕτως τὴν ΒΖ πρὸς ΖΓ καὶ τὴν ΓΕ πρὸς ΕΑ, ἔσται τὰ ΑΔΕ ΒΔΖ ΖΓΕ τρίγωνα ἴσα ἀλλήλοις. ἐπεζεύχϑω οὖν ἡ ΑΖ· καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς ἡ ΒΖ πρὸς ΖΓ, ἡ ΓΕ πρὸς τὴν ΕΑ, καὶ συνϑέντι ἄρα ὡς ἡ ΒΓ πρὸς ΓΖ, ἡ ΓΑ πρὸς ΑΕ· καὶ ὡς ἄρα τὸ ΑΒΓ τρίγωνον πρὸς τὸ ΑΖΓ, οὕτως τὸ ΑΖΓ πρὸς τὸ ΑΖΕ· καὶ ἀναστρέψαντι ὡς τὸ ΑΒΓ τρίγωνον πρὸς τὸ ΑΒΖ, οὕτω τὸ ΑΖΓ πρὸς τὸ ΕΓΖ, ὅ ἐστι δοϑέν. δοϑὲν δὲ καὶ τὸ ΑΒΓ· δοϑὲν ἄρα τὸ ἐμβαδὸν τοῦ ΑΒΓ ἐπὶ τὸ ἐμβαδὸν τοῦ ΖΕΓ, ὅ ἐστι δοϑέν. καὶ ἴσον ἐστὶ τῷ ἐμβαδῷ τοῦ ΑΒΖ τριγώνου ἐπὶ τὸ ἐμβαδὸν τοῦ ΑΖΓ· δοϑὲν ἄρα καὶ τὸ ἐμβαδὸν τοῦ ΑΒΖ ἐπὶ τὸ ἐμβαδὸν τοῦ ΑΖΓ· ἀλλὰ τοῦ μὲν ἐμβαδοῦ τοῦ ΑΒΖ καϑέτου ἀχϑείσης τῆς ΑΗ διπλάσιόν ἐστι τὸ ὑπὸ ΕΒ ΑΗ, τοῦ δὲ ἐμβαδοῦ τοῦ ΑΖΓ
fol. 101ᵛ δι|πλάσιόν ἐστι τὸ ὑπὸ ΖΓ ΑΗ· δοϑὲν ἄρα τὸ ὑπὸ ΖΒ ΑΗ ἐπὶ τὸ ὑπὸ ΑΗ ΖΓ, τουτέστι τὸ ἀπὸ ΑΗ ἐπὶ τὸ ὑπὸ ΒΖΓ· καὶ ἔστι δοϑεῖσα ἡ [Χ]ΒΓ· δοϑὲν ἄρα τὸ Ζ· λόγος ἄρα τῆς ΒΓ πρὸς τὴν ΓΖ ⟨δοϑείς⟩· ὥστε καὶ τῆς ΓΑ πρὸς ΑΕ. καὶ ἔστι δοϑεῖσα ἡ ΓΑ· δοϑὲν ἄρα καὶ τὸ Ε. κατὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ τὸ Δ δοϑέν ἐστι· ϑέσει ἄρα αἱ ΔΕ ΕΖ ΖΔ. συντεϑήσεται δὴ ἀκολούϑως τῇ ἀναλύσει οὕτως· ἔστω γὰρ ἡ μὲν ΑΒ μονάδων ιγ, ἡ δὲ ΒΓ μονάδων ιδ, ἡ δὲ

So groſs trage AE ab und ziehe die Verbindungslinie ΔE, und die Aufgabe wird gelöst sein.

IV. Wenn das Dreieck $AB\Gamma$ gegeben ist, von ihm Dreieck ΔEZ, das seiner Gröſse nach gegeben ist, so abzuteilen, daſs die übrigbleibenden Dreiecke $A\Delta E$, $B\Delta Z$, ΓZE einander gleich sind. Werden nun die Seiten AB, $B\Gamma$, ΓA durch Δ, E, Z geteilt, so daſs $A\Delta : \Delta B = BZ : Z\Gamma = \Gamma E : EA$ ist, so werden die Dreiecke $A\Delta E$, $B\Delta Z$ und $Z\Gamma E$ einander gleich sein. Man ziehe die Verbindungslinie AZ. Da nun $BZ : Z\Gamma = \Gamma E : EA$ ist, so ist auch $B\Gamma : \Gamma Z = \Gamma A : AE$ und Dreieck $AB\Gamma : AZ\Gamma = AZ\Gamma : AZE$ und Dreieck $AB\Gamma : ABZ = AZ\Gamma : E\Gamma Z$, welches letztere gegeben ist. Aber auch $AB\Gamma$ ist gegeben. Also ist auch $AB\Gamma \times ZE\Gamma$ gegeben, und dies ist gleich $ABZ \times AZ\Gamma$. Also ist auch $ABZ \times AZ\Gamma$ gegeben. Es ist aber, da AH als Höhe gezeichnet ist, $ABZ = \frac{1}{2} ZB \times AH$ und $AZ\Gamma = \frac{1}{2} Z\Gamma \times AH$. Also ist auch $ZB \times AH \times AH \times Z\Gamma$ d. h. $AH^2 \times ZB \times Z\Gamma$ gegeben. Nun ist $B\Gamma$ gegeben, also ist Z gegeben. Mithin $B\Gamma : \Gamma Z = \Gamma A : AE$. Nun ist ΓA gegeben, also ist auch E gegeben. Demgemäſs ist auch Δ seiner Lage nach gegeben. Mithin sind ΔE, EZ und $Z\Delta$ gegeben. Berechnet wird es, der Analyse entsprechend, folgendermaſsen. Es sei $AB = 13$, $B\Gamma = 14$,

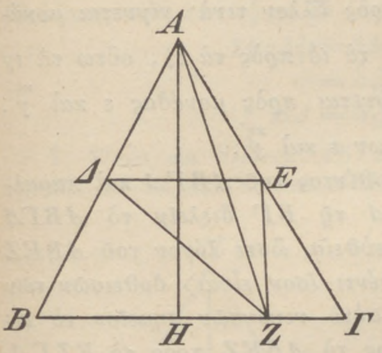


Fig. 64.

---

4 δοϑέντων: ν del. m. 2 6—7 τμηϑῶσιν Α ὥστε: lacunam explevi 25 ΒΖΓ: alterum Ζ suprascr. m. 2 ἡ ⋇ ΒΓ (sic) 26 supplevi 29 post ϑέσει suprascr. m. 2 δέδονται 31 ια: correxit Nath

ΓΑ μονάδων ιε. ἔστω δὲ καὶ τὸ ΔΕΖ τρίγωνον μονάδων πδ. λοιπὰ ἄρα τὰ ΑΔΕ ΔΒΖ ΕΖΓ τρίγωνα ἔσται ἀνὰ μονάδων κ. πολλαπλασίασον τὰ πδ ἐπὶ τὰ κ· γίνεται ͵αχπ· ταῦτα τετράκι· γίγνεται ͵ϛψκ. καὶ ἐπεὶ ἡ ΑΗ κάθετός ἐστι μονάδων ιβ· ἐφ' ἑαυτὰ γίγνεται ρμδ· μέρισον τὰ ͵ϛψκ παρὰ τὸν ρμδ· γίγνεται μϛ· καὶ ἔστιν ἡ ΒΓ μονάδων ιδ· ἔσται ἄρα καὶ ἡ μὲν ΒΖ ὡς ἔγγιστα μονάδων η καὶ ἡ ΖΓ μονάδων ε∟. καὶ ποίησον ὡς τὰ ιδ πρὸς [τὸ] τὰ ε∟, οὕτω τὰ ιε πρὸς ἄλλον τινά· γίγνεται μονάδων ε $\overset{\kappa\eta'}{\kappa\varepsilon}$. πάλιν ὡς τὰ ιδ πρὸς τὰ ε∟, οὕτω τὰ ιγ πρὸς ἄλλον τινά· γίγνεται πρὸς μονάδας ε καὶ $\overset{\kappa\eta'}{\gamma}$. γίγνεται ἡ ΒΔ μονάδων ε καὶ $\overset{\kappa\eta'}{\gamma}$.

ε. Τετραπλεύρου δοθέντος τοῦ ΑΒΓΔ καὶ παραλλήλου οὔσης τῆς ΑΔ τῇ ΒΓ διελεῖν τὸ ΑΒΓΔ τετράπλευρον τῇ ΕΖ εὐθείᾳ, ὥστε λόγον τοῦ ΑΒΕΖ πρὸς τὸ ΕΖΓΔ ⟨δοθέντι ἴσον εἶναι⟩ δοθεισῶν τῶν ΕΖ ΓΔ καὶ εἰς τὸ αὐτὸ νευουσῶν σημεῖον τὸ Η· διὰ δὴ τοῦτο ἔσται ὡς τὸ ΑΒΕΖ πρὸς τὸ ΕΖΓΔ, οὕτως ἡ ΒΖ πρὸς τὴν ΖΓ. ὥστε λόγος καὶ τῆς ΒΖ πρὸς ΖΓ δοθείς· καὶ ἔστι δοθεῖσα ἡ ΒΓ· δοθὲν ἄρα fol. 102r τὸ Ζ· κατὰ τὰ αὐτὰ | δὴ καὶ τὸ Ε· θέσει ἄρα ἡ ΕΖ. συντεθήσεται δὴ ἀκολούθως τῇ ἀναλύσει οὕτως· ἔστω δοθεὶς λόγος, ὃν ἔχει τὰ β πρὸς τὰ γ· καὶ ἔστω ἡ μὲν ΒΓ μονάδων κε, ἡ δὲ ΑΓ μονάδων κ, αἱ δὲ ΑΒ ΓΔ οἱαιδηποτοῦν. σύνθες τὰ β καὶ τὰ γ· γίγνε-

---

2 $\overset{o}{\mu}$ κδ: correxi 3 possis etiam μονάδας 9 [τὸ] del. m. 2 16 post λόγον add. εἶναι et post ΕΖΓΔ add. δοθέντα m. 2; f. ⟨θέσει⟩ δοθεισῶν 17 post τῶν unam litteram del. m. 2 (?) 22 τὸ ΕΖ: corr. m. 2 24 ὁ λόγος: sed ὁ del. m. 1

$\Gamma A = 15$ und Dreieck $\Delta E Z$ sei $= 24$. Die übrigbleibenden Dreiecke $A\Delta E$, $\Delta B Z$, $E Z \Gamma$ werden also jedes $= 20$ sein.

$$84 \times 20 = 1680$$

$$1680 \times 4 = 6720.$$

Die Höhe AH ist $= 12$.

$$12^2 = 144$$

$$\frac{6720}{144} = 46.$$

Nun ist $B\Gamma = 14$. Es wird also BZ annähernd $= 8$ und $Z\Gamma$ annähernd $= 5\frac{1}{2}$ sein. Nun stelle man folgende Gleichung auf: $14 : 5\frac{1}{2} = 15 : x = 15 : 5\frac{25}{28}$, ferner

$$14 : 5\frac{1}{2} = 13 : x$$

$$x = 5\frac{3}{28}$$

$$B\Delta = 5\frac{3}{28}.$$

V. Wenn ein Viereck $AB\Gamma\Delta$ gegeben ist und $A\Delta$ parallel $B\Gamma$ ist, das Viereck $AB\Gamma\Delta$ durch die Gerade EZ so zu teilen, daſs das Verhältnis von $ABEZ : EZ\Gamma\Delta$ das der gegebenen Geraden EZ und $\Gamma\Delta$ ist, die nach dem Punkt H zusammenlaufen. Es wird daher $ABEZ : EZ\Gamma\Delta = BZ : Z\Gamma$ sein, daher auch $BZ : Z\Gamma$ gegeben sein. Nun ist $B\Gamma$ gegeben. Also ist Z gegeben; aus denselben Gründen auch E; also ist EZ gegeben. Berechnet wird es, der Analyse entsprechend, folgendermaſsen. Das gegebene Verhältnis sei $2 : 3$, und es sei $B\Gamma = 25$, $A\Delta = 20$, AB und $\Gamma\Delta$ aber beliebig groſs.

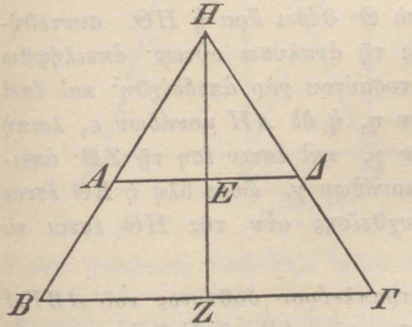


Fig. 65.

ται ε· καὶ τὰ κε ἐπὶ τὸν β· γίγνεται ν· ταῦτα παράβαλε παρὰ τὸν ε· γίγνεται ι· τοσούτων ἀπειλήφθω μονάδων ἡ ΒΖ. πάλιν τὰ κ ἐπὶ τὰ β· γίγνεται μ· ταῦτα παράβαλε παρὰ τὸν ε· γίγνεται η. τοσούτων ἀπόλαβε τὴν ΑΕ. καὶ ἐὰν ἐπιζευχθῇ ἡ ΕΖ, ποιήσει τὸ προκείμενον.

ς. Τῶν αὐτῶν ὑποκειμένων ἀπειλήφθω ἡ ΑΗ μονάδων ε καὶ ἐπιτετάχθω ἀπὸ τοῦ Η διαγαγεῖν τὴν ΗΘ διαιροῦσαν τὸ τετράπλευρον ἐν λόγῳ τῷ δοθέντι. διήχθω οὖν, ὡς ἐμάθομεν, ἡ ΕΖ διαιροῦσα τὸ χωρίον ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ καὶ ἐπεξεύχθωσαν αἱ ΗΖ ΕΘ· ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΒ ⟨ΕΖ⟩ τῷ ΑΒΘΗ· ὥστε καὶ λοιπὸν τὸ ΕΖΗ τρίγωνον τῷ ΗΘΖ τριγώνῳ ἴσον ἐστίν· παράλληλος ἄρα ἐστὶν ἡ ΗΖ τῇ ΕΘ· ἀλλὰ καὶ ἡ ΗΕ τῇ ΖΘ· ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ΗΕ τῇ ΖΘ· δοθεῖσα δὲ ἡ ΗΕ· δοθεῖσα ἄρα καὶ ἡ ΖΘ· καὶ ἔστι δοθὲν τὸ Ζ· δοθὲν ἄρα καὶ τὸ Θ· θέσει ἄρα ἡ ΗΘ. συντεθήσεται δὴ ἀκολούθως τῇ ἀναλύσει οὕτως· ἀπειλήφθω ἡ ΒΖ μονάδων ι· τοσούτου γὰρ ἀπεδείχθη· καὶ ἐπεὶ ἡ ΑΕ ἐστὶ μονάδων η, ἡ δὲ ΑΗ μονάδων ε, λοιπὴ ἄρα ἡ ΗΕ μονάδων γ. καὶ ἔστιν ἴση τῇ ΖΘ· ἀπειλήφθω οὖν ἡ ΖΘ μονάδων γ. ὥστε ὅλη ἡ ΒΘ ἔσται μονάδων ιγ· ἐπιζευχθείσης οὖν τῆς ΗΘ ἔσται τὸ προκείμενον.

fol. 102ᵛ ζ. | Πάλιν δὲ τετραπλεύρου δοθέντος τοῦ ΑΒΓΔ καὶ παραλλήλου οὔσης τῆς ΑΒ τῇ ΓΔ ἀγαγεῖν αὐταῖς παράλληλον τὴν ΕΖ διαιροῦσαν τὸ τετράπλευρον ἐν λόγῳ τῷ δοθέντι. γεγονέτω καὶ ἐκβεβλήσθωσαν αἱ

---

3 ἡ ΒΓ: correxit m. 2   12 ΑΒ τῷ: supplevi   24 ἑξῆς ἡ καταγραφή in mg. inf. m. 1   26 ΑΕ: corr. m. 2

$$2 + 3 = 5$$
$$25 \times 2 = 50$$
$$\tfrac{50}{5} = 10.$$

So groſs trage man *BZ* ab.

$$20 \times 2 = 40$$
$$\tfrac{40}{5} = 8.$$

So groſs trage man *AE* ab. Wenn nun die Verbindungslinie *EZ* gezogen wird, so wird sie die Aufgabe lösen.

VI. Wenn dieselben Voraussetzungen gemacht sind, trage man *AH* = 5 ab, und es werde die Aufgabe gestellt, von *H* aus die Linie *HΘ* zu ziehen, die das Viereck in dem gegebenen Verhältnis teilen soll. Man ziehe nun, wie wir gelernt haben, die Linie *EZ*, die die Figur in demselben Verhältnis teilt, und die Verbindungslinien *HZ* und *EΘ*. Also ist *ABEZ* = *ABΘH*, daher ist auch das übrigbleibende Dreieck *EZH* = Dreieck *HΘZ*. Mithin ist *HZ* parallel *EΘ*, aber auch *HE* parallel *ZΘ*; also ist *HE* = *ZΘ*. Nun ist *HE* gegeben, also auch *ZΘ*. Nun ist *Z* gegeben, also auch *Θ*; mithin seiner Lage nach *HΘ*. Berechnet wird es, der Analyse entsprechend,

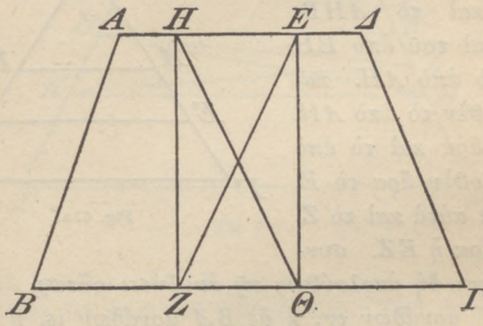


Fig. 66.

ΓΑ ΔΒ ἐπὶ τὸ Η. ἐπεὶ οὖν λόγος ἐστὶν τοῦ ΑΕΒΖ πρὸς τὸ ΕΓΖΔ, λόγος ἄρα ἐστὶν καὶ τοῦ ΑΒΓΔ πρὸς τὸ ΑΕΖΒ. καὶ ἔστιν τὸ ΑΓΒΔ δοθέν· δοθὲν ἄρα καὶ τὸ ΑΕΖΒ. καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς ἡ ΓΔ πρὸς τὴν ΑΒ, ἡ ΓΗ πρὸς τὴν ΗΑ, λόγος δὲ τῆς ΓΔ πρὸς τὴν ΒΑ, λόγος ἄρα καὶ τῆς ΓΗ πρὸς τὴν ΗΑ· καὶ διελόντι τῆς ΓΑ πρὸς ΑΗ. καὶ δοθεῖσα ἡ ΓΑ· δοθεῖσα ἄρα καὶ ἡ ΑΗ· κατὰ τὰ αὐτὰ καὶ ἡ ΒΗ· δοθὲν ἄρα τὸ ΑΗΒ τρίγωνον. ἀλλὰ καὶ τὸ ΑΕΖΒ τετράπλευρον δοθέν ἐστιν. καὶ ὅλον ἄρα τὸ ΕΗΖ τρίγωνον δοθέν ἐστιν. ἀλλὰ καὶ τὸ ΑΗΒ· ὥστε καὶ τοῦ ἀπὸ ΕΗ πρὸς τὸ ἀπὸ ΑΗ. καὶ ἔστι δοθὲν τὸ ἀπὸ ΑΗ. δοθὲν ἄρα καὶ τὸ ἀπὸ ΕΗ· δοθὲν ἄρα τὸ Ε. κατὰ τὰ αὐτὰ καὶ τὸ Ζ. θέσει ἄρα ἡ ΕΖ. συντεθήσεται δὴ ἀκολούθως τῇ ἀναλύσει οὕτως. ἔστω ἡ μὲν ΑΓ μονάδων ιγ, ἡ δὲ ΒΔ μονάδων ιε, ἡ δὲ ΑΒ μονάδων ς, ἡ δὲ ΓΔ μονάδων κ. τὸ ἄρα ἐμβαδὸν τοῦ ΑΒΓΔ, ὡς ἐπάνω ἐμάθομεν, ἔσται μονάδων ρνς. ἔστω δὲ ὁ δοθεὶς λόγος, ὃν ἔχει τὰ γ πρὸς τὰ ε· σύνθες οὖν γ καὶ ε· γίγνεται η. καὶ τὰ ρνς ἐπὶ τὰ γ· γίγνεται υξη. ταῦτα μέρισον εἰς τὸν η. γίγνεται νη∠. τοσούτου ἔσται τὸ ΑΕΒΖ. καὶ ἄφελε ἀπὸ τῶν κ τὰ ς· λοιπὰ ιδ. καὶ τὰ ιγ ἐπὶ τὰ ς· γίγνεται οη.

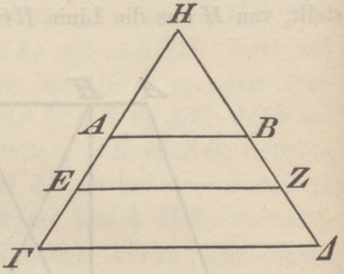


Fig. 67 a.

---

6 τῆς ΓΔ: correxi   8 ἡ ΑΗ: corr. m. 2   25 ἔστω: ω ex αι fec. m. 1   29 τὰ η ἐπί: correxi

folgendermaſsen. Man trage $BZ = 10$ ab, denn als so groſs wird es nachgewiesen. Und da $AE = 8$, $AH = 5$, ist, so ist $HE = 3$. Nun ist $HE = Z\Theta$. Man trage nun $Z\Theta = 3$ ab. Ganz $B\Theta$ wird daher $= 13$ sein. Zieht man nunmehr die Verbindungslinie $H\Theta$, so wird die Aufgabe gelöst sein.

VII. Wenn wiederum ein Vierseit $AB\Gamma\Delta$ gegeben und AB parallel $\Gamma\Delta$ ist, zu diesen eine Parallele EZ zu ziehen, die das Vierseit in einem gegebenen Verhältnis teilt. Es sei geschehen und ΓA und ΔB seien bis H verlängert. Da nun das Verhältnis $AEBZ : E\Gamma Z\Delta$ gegeben ist, so ist auch $AB\Gamma\Delta : AEZB$ gegeben. Nun ist $A\Gamma B\Delta$ gegeben; also ist auch $AEZB$ gegeben. Und da $\Gamma\Delta : AB = \Gamma H : HA$ ist, $\Gamma\Delta : BA$ aber in einem gegebenen Verhältnis steht, so ist auch das Verhältnis $\Gamma H : HA$ und $\Gamma A : AH$ gegeben. Nun ist ΓA gegeben, also ist auch AH gegeben. Aus denselben Gründen auch BH; also ist das Dreieck AHB gegeben. Aber auch das Vierseit $AEZB$ ist gegeben, mithin ist auch das ganze Dreieck EHZ gegeben. Aber auch AHB; daher auch $EH^2 : AH^2$. Nun ist AH^2 gegeben; also ist auch EH^2 gegeben; mithin ist E und aus denselben Gründen Z gegeben. Also der Lage nach auch EZ. Berechnet wird es, der Analyse entsprechend, folgendermaſsen. Es sei $A\Gamma = 13$, $B\Delta = 15$,

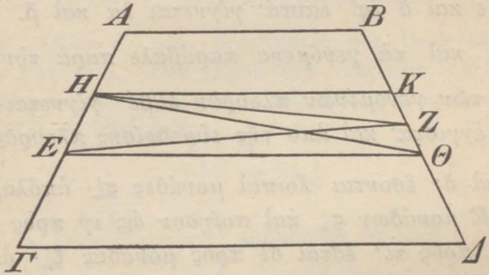


Fig. 67 b.

fol. 103$^{\mathrm{r}}$ παράβαλε παρὰ τὸν ιδ· | γίγνεται ε καὶ $\overset{\zeta'}{\delta}$. ἔσται ἡ *ΑΗ* μονάδων ε καὶ $\overset{\zeta'}{\delta}$. πάλιν τὰς ιε ἐπὶ τὸν ϛ· γίγνεται ϙ. παράβαλε παρὰ τὸν ιδ· γίγνεται ϛ ⟨$\overset{\zeta'}{\gamma}$⟩. καὶ ἔσται ἡ *ΒΗ* μονάδων ϛ καὶ $\overset{\zeta'}{\gamma}$. ἀλλὰ καὶ ἡ *ΑΒ* μονάδων ϛ· τὸ ἄρα ἐμβαδὸν τοῦ *ΑΗΒ* τριγώνου ἔσται μονάδων ιε καὶ $\overset{\zeta'}{\gamma}$. τοῦ δὲ *ΑΕΖΒ* τραπεζίου τὸ ἐμβαδὸν νη∟· ὅλου ἄρα τοῦ *ΕΖΗ* τριγώνου τὸ ἐμβαδὸν ἔσται μονάδων ογ $\overset{\iota\delta'}{\iota\gamma}$. καὶ πολλαπλασίασον μονάδας ε καὶ $\overset{\zeta'}{\delta}$ ἐφ' ἑαυτά· γίγνεται λα καὶ $\overset{\mu\vartheta'}{\beta}$. ἐπὶ τὰ ογ $\overset{\iota\delta'}{\iota\gamma}$, καὶ τὰ γενόμενα παράβαλε παρὰ τὸν ιε καὶ $\overset{\zeta'}{\gamma}$, καὶ τῶν γενομένων πλευρὰν λαβέ· γίγνεται ιβ καὶ ιδ' ὡς ἔγγιστα· καὶ ἀπὸ τῆς εὑρεθείσης πλευρᾶς ἄφελε τὰ ε καὶ $\overset{\zeta'}{\delta}$· ἔσονται λοιπαὶ μονάδες ϛ∟· ἀπόλαβε οὖν τὴν *ΑΕ* μονάδων ϛ∟ καὶ ποίησον ὡς ιγ πρὸς ιε, οὕτως ϛ∟ πρὸς τί· ἔσται δὲ πρὸς μονάδας ζ∟· ἀπόλαβε τὴν *ΒΖ* μονάδων ζ∟· ἐπιζευχθεῖσα ἡ *ΕΖ* ποιήσει τὸ προκείμενον.

η. Τῶν αὐτῶν ὑποκειμένων ἀπειλήφθω ἡ *ΑΗ* μονάδων β· καὶ δέον ἔστω διαγαγεῖν τὴν *ΗΘ* ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ διαιροῦσαν τὸ τετράπλευρον. διήχθωσαν οὖν αἱ *ΗΘ*, *ΕΖ* τῷ αὐτῷ λόγῳ διαιροῦσαι τὸ τετράπλευρον, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ *ΗΖ*, *ΕΘ*· ἔσται δὴ ὁμοίως ἴσον τὸ *ΑΗΒΘ* τῷ *ΑΕΖΒ*. ὥστε καὶ τὸ *ΗΕΖ* τρίγωνον

---

3 supplevi 4 ἡ *ΑΗ*: correxi 8 et 10 οδϒι´δ´: correxi dubitanter; f. $\overset{o}{\mu}$ τεσσαρεσκαιδεκάτου δεουσῶν οδ 9 $\overset{o}{\mu}$ κ καὶ δ: correxi λα καὶ $\overset{\mu\varepsilon'}{\beta}$: correxi 11—12 ιβ καὶ γ´: correxi 15 πρὸς $\overset{o}{\mu}$ ζι: sed ζ ex ι fec. m. 1

$AB = 6$, $\Gamma\Delta = 20$. Der Inhalt von $AB\Gamma\Delta$ wird also, wie wir oben lernten, $= 156$ sein. Das gegebene Verhältnis sei $= 3:5$.

$$3 + 5 = 8$$
$$156 \times 3 = 468$$
$468 : 8 = 58\frac{1}{2}$. So groſs wird $AEBZ$ sein.
$$20 - 6 = 14$$
$$13 \times 6 = 78$$
$\frac{78}{14} = 5\frac{4}{7}$. AH wird $= 5\frac{4}{7}$ sein.
$$15 \times 6 = 90$$
$\frac{90}{14} = 6\frac{3}{7}$. BH wird $= 6\frac{3}{7}$ sein.

Nun ist $AB = 6$; also der Inhalt des Dreiecks AHB wird $= 15\frac{3}{7}$ sein. Der Inhalt des Trapezes $AEZB$ nun ist $= 58\frac{1}{2}$. Also wird der Inhalt des vollständigen Dreiecks $EZH = 73\frac{13}{14}$ sein.

$$(5\tfrac{4}{7})^2 = 31\tfrac{2}{49}$$

$$\sqrt{\frac{31\frac{2}{49} \times 73\frac{13}{14}}{15\frac{3}{7}}} \text{ annähernd } = 12\tfrac{1}{14}$$

$$12\tfrac{1}{14} - 5\tfrac{4}{7} = 6\tfrac{1}{2}.$$

Trage nun $AE = 6\frac{1}{2}$ ab und stelle die Gleichung auf: $13 : 15 = 6\frac{1}{2} : x = 6\frac{1}{2} : 7\frac{1}{2}$. Trage nun $BZ = 7\frac{1}{2}$ ab. Wird jetzt die Verbindungslinie EZ gezogen, so wird sie die Aufgabe lösen.

VIII. Unter denselben Voraussetzungen trage man $AH = 2$ ab, und es sei die Aufgabe, die Gerade $H\Theta$ zu ziehen, die das Viereck in demselben Verhältnis teilt. Es seien $H\Theta$ und EZ gezogen, die das Viereck in demselben Verhältnis teilen, und es seien die Verbindungslinien HZ und $E\Theta$ gezogen. Es wird daher $AHB\Theta = AEZB$ sein, daher ist auch Dreieck $HEZ = H\Theta Z$. Also ist HZ parallel $E\Theta$. Man ziehe nun auch zu AB die Parallele HK. Also ist Dreieck HKZ ähnlich $EZ\Theta$.

ἴσον ἐστὶν τῷ ΗΘΖ τριγώνῳ. παράλληλος ἄρα ἡ ΗΖ τῇ ΕΘ. ἤχθω δὴ καὶ τῇ ΑΒ παράλληλος ἡ ΗΚ. ὅμοιον ἄρα ἐστὶ τὸ ΗΚΖ τρίγωνον τῷ ΕΖΘ. ὡς ἄρα ἡ ΕΖ πρὸς τὴν ΗΚ, οὕτως ἡ ΖΘ πρὸς ΖΚ. καὶ ἔστι δοθεῖσα ἡ ΖΚ. δοθεῖσα ἄρα καὶ ἡ ΖΘ. fol. 103ᵛ δοθὲν | ἄρα τὸ Θ· ἀλλὰ καὶ τὸ Η· θέσει ἄρα ἡ ΗΘ.

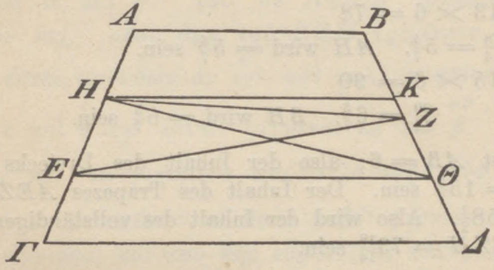


Fig. 68.

συντεθήσεται δὲ ἀκολούθως τῇ ἀναλύσει οὕτως. ποίησον ὡς τὰ ιγ πρὸς τὰ ιε, οὕτως τὰ β πρὸς τί· γίγνεται β καὶ $\overset{\iota\gamma'}{\delta}$. ὅλη δὲ ἡ ΒΖ ἦν ζ∟· λοιπὴ ἄρα ἡ ΚΖ ἔσται μονάδων ε καὶ $\overset{\kappa\varsigma'}{\varepsilon}$. ἡ δὲ ΑΗ ε καὶ $\overset{\zeta'}{\delta}$· καὶ ὁμοίως σύνθες τὰς ς∟ καὶ μονάδας ε καὶ $\overset{\zeta'}{\delta}$· γίγνεται ιβ ιδ'. ταῦτα πολλαπλασίασον ἐπὶ μονάδας ε καὶ $\overset{\kappa\varsigma'}{\varepsilon}$· καὶ τὰ γενόμενα μέρισον εἰς μονάδας ε καὶ $\overset{\zeta'}{\delta}$· γίγνονται μονάδες η δ'. τοσοῦτον ἀπόλαβε τὴν ΖΘ. καὶ ἐπιζευχθεῖσα ἡ ΗΘ ποιήσει τὸ προκείμενον.

θ. Κύκλου δοθέντος, οὗ διάμετρος ἡ ΑΒ, γράψαι ἕτερον περὶ τὸ αὐτὸ κέντρον αὐτῷ, οὗ διάμετρος ἡ ΓΔ, διαιροῦντα τὸν ἐξ ἀρχῆς κύκλον ἐν λόγῳ τῷ δο-

---

Mithin $EZ : HK = Z\Theta : ZK$. Nun ist ZK gegeben, also auch $Z\Theta$; also ist Θ gegeben, aber auch H; also ist seiner Lage nach $H\Theta$ gegeben. Berechnet wird es, der Analyse entsprechend, folgendermaſsen.

$$13 : 15 = 2 : x$$
$$x = 2\tfrac{4}{13}.$$

Nun war die ganze Strecke $BZ = 7\frac{1}{2}$, also wird $KZ = 5\frac{5}{26}$. Es ist aber $AH = 5\frac{4}{7}$.

$$\text{Ebenso } 6\tfrac{1}{2} + 5\tfrac{4}{7} = 12\tfrac{1}{14}$$

$$\frac{12\frac{1}{14} \times 5\frac{5}{26}}{7\frac{4}{7}} = 8\tfrac{1}{4} \text{ (genau } 8\tfrac{58}{212}\text{)}$$

So groſs trage $Z\Theta$ ab. Wird nun die Verbindungslinie $H\Theta$ gezogen, so wird sie die Aufgabe lösen.

IX. Wenn ein Kreis, dessen Durchmesser AB ist, gegeben ist, einen anderen um denselben Mittelpunkt mit ihm zu beschreiben, dessen Durchmesser $\Gamma\Delta$ sein soll, der den anfänglich gegebenen Kreis in einem gegebenen Verhältnis teilt. Da nun das Verhältnis des concentrischen Kreisringes $AB\Gamma\Delta$ zu dem Kreis mit dem Durchmesser $\Gamma\Delta$ gegeben, so ist auch das Verhältnis der Kreise mit den Durchmessern AB und $\Gamma\Delta$ gegeben. Es verhalten sich aber die Quadrate der Durchmesser zu einander

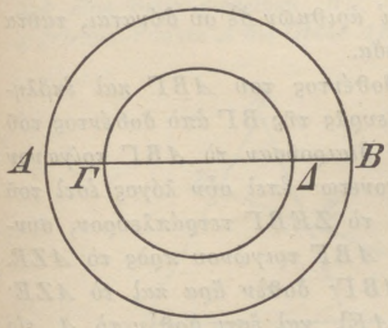


Fig. 69.

---

4 πρὸς ΘΚ: correxi   10 ΑΗ ζ καὶ: correxi   11 ηβ ιδ: correxi

θέντι. ἐπεὶ οὖν λόγος ἐστὶν τῆς *ΑΒ ΓΔ* ἴτυος πρὸς τὸν περὶ διάμετρον τὴν *ΓΔ* κύκλον δοθείς, λόγος ἄρα καὶ τοῦ περὶ διάμετρον τὴν *ΑΒ ΓΔ* κύκλου δοθείς. ὡς δὲ οἱ κύκλοι πρὸς ἀλλήλους, οὕτω τὰ ἀπὸ τῶν διαμέτρων τετράγωνα· λόγος ἄρα καὶ τοῦ ἀπὸ *ΑΒ* πρὸς τὸ ἀπὸ *ΓΔ* δοθείς· καὶ ἔστι δοθὲν τὸ ἀπὸ *ΑΒ*· δοθὲν ἄρα καὶ τὸ ἀπὸ *ΓΔ*. συντεθήσεται δὴ οὕτως· ἔστω ἡ μὲν *ΑΒ* διάμετρος μονάδων κ, ὁ δὲ δοθεὶς λόγος, ὃν ἔχει τὰ γ πρὸς τὰ ε. σύνθες τὰ γ καὶ τὰ ε· γίγνεται η· καὶ τὰ κ ἐφ᾽ ἑαυτά· γίγνεται υ· ἐπὶ τὸν ε· γίγνεται ͵β. ταῦτα μέρισον παρὰ τὸν η· γίγνεται σν· τούτων πλευρὰν λαβὲ ὡς ἔγγιστα· γίγνεται ιε $\overset{\langle ις' \rangle}{ιγ}$. τοσούτου ἔσται ἡ *ΓΔ* διάμετρος.

fol. 104$^{\mathrm{r}}$ ι. | Ὅσα μὲν οὖν τῶν ἐπιπέδων δυνατὸν ἦν ἀριθμοῖς διαιρεῖσθαι, προγέγραπται· ὅσα δὲ διαιρεῖσθαι μὲν ἀναγκαῖόν ἐστι, δι᾽ ἀριθμῶν δὲ οὐ δύναται, ταῦτα γεωμετρικῶς ἐκθησόμεθα.

Ἔστω τριγώνου δοθέντος τοῦ *ΑΒΓ* καὶ ἐκβληθείσης αὐτοῦ μιᾶς πλευρᾶς τῆς *ΒΓ* ἀπὸ δοθέντος τοῦ *Δ* διαγαγεῖν τὴν *ΔΕ* διαιροῦσαν τὸ *ΑΒΓ* τρίγωνον ἐν λόγῳ δοθέντι. γεγονέτω· ἐπεὶ οὖν λόγος ἐστὶ τοῦ *ΑΕΖ* τριγώνου πρὸς τὸ *ΖΕΒΓ* τετράπλευρον, συνθέντι λόγος ἄρα τοῦ *ΑΒΓ* τριγώνου πρὸς τὸ *ΑΖΕ*. καὶ ἔστι δοθὲν τὸ *ΑΒΓ*· δοθὲν ἄρα καὶ τὸ *ΑΖΕ*· [δοθὲν ἄρα καὶ τὸ *ΖΑΕ*]. καὶ ἔστι δοθὲν τὸ *Δ*. εἰς δύο ἄρα θέσεις τὰς *ΑΒ*, *ΑΓ* πεπερασμένας κατὰ τὸ αὐτὸ τὸ *Α* ἀπὸ δοθέντος τοῦ *Δ* διῆκταί τις εὐθεῖα

---

2 τὸν *ΓΔ*: correxi 3 κύκλον: correxi 10 τὸ $\overline{νε}$: correxi 12 ιε ιγ′: correxi 13 ἑξῆς ἡ καταγραφή in mg. inf. m. 1 25 del. m. 2 26 θέσεις: θέσει δεδομένας m. 2 *ΑΒ*, *ΑΕ*: corr. Nath.

wie die Kreise. Also ist auch $AB^2 : \Gamma\Delta^2$ gegeben. Nun ist AB^2 gegeben, also ist auch $\Gamma\Delta^2$ gegeben. Berechnet wird es folgendermaſsen. Es sei der Durchmesser $AB = 20$, das gegebene Verhältnis $= \frac{3}{5}$.

$$3 + 5 = 8$$

$$20^2 = 400$$

$$400 \times 5 = 2000$$

$$\frac{2000}{8} = 250.$$

$$\sqrt{250} \text{ annähernd } = 15\tfrac{13}{16}.$$

So groſs wird der Durchmesser $\Gamma\Delta$ sein.

X. Alle Flächen nun, die durch Zahlenrechnung geteilt werden konnten, sind im Vorstehenden angeführt. Diejenigen aber, die zwar geteilt werden müssen, durch Zahlenrechnung aber nicht geteilt werden können, diese werden wir auf geometrische Methode behandeln.

Die Aufgabe sei, wenn ein Dreieck $AB\Gamma$ gegeben und eine Seite desselben, $B\Gamma$, verlängert ist, von dem gegebenen Punkte Δ die Grade ΔE zu konstruieren, welche das Dreieck $AB\Gamma$ in einem gegebenen Verhältnis teilen soll. Es sei geschehen. Da nun das Verhältnis des Dreiecks AEZ zum Viereck $ZEB\Gamma$ bekannt ist, so ist auch das Verhältnis des Dreiecks $AB\Gamma$ zu Dreieck AZE be-

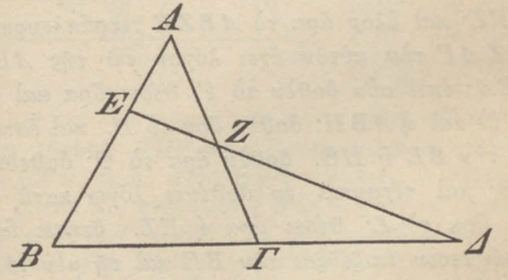


Fig. 70.

χωρίον ἀποτέμνουσα δοθέν· δοθέντα ἄρα τὰ Ε, Ζ σημεῖα. τοῦτο δὲ ἐν τῷ β′ τῆς τοῦ χωρίου ἀποτομῆς δέδεικται. δέδεικται ἄρα τὸ προκείμενον. κἂν τὸ Δ σημεῖον μὴ ᾖ ἐπὶ τῆς ΒΓ, ἀλλ' ὡς ἔτυχεν, οὐδὲν διοίσει.

ια. Τετραπλεύρου δοθέντος τοῦ ΑΒΓΔ καὶ τμηθείσης τῆς ΑΔ κατὰ τὸ Ε διαγαγεῖν τὴν ΕΖ τέμνουσαν τὸ ΑΒΓΔ τετράπλευρον ἐν τῷ τῆς ΑΕ πρὸς τὴν ΔΕ λόγῳ. γεγονέτω· καὶ ⟨ἤχθω⟩ τῇ μὲν ΑΔ παράλληλος ἡ ΓΗ, τῇ δὲ ΕΒ ἐπιζευχθείσῃ παράλληλος ἡ ΗΘ· καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΓΕ ΕΘ ΕΗ. ἐπεὶ ἴσον ἐστὶ τὸ ΒΗΕ τρίγωνον τῷ ΕΒΘ, κοινὸν προσκείσθω τὸ ΑΒΕ. fol. 104^{v} τὸ | ἄρα ΑΗΕ τρίγωνον ἴσον ἐστὶ τῷ ΑΒΘΕ τετραπλεύρῳ· ὡς ἄρα τὸ ΑΗΕ τρίγωνον, τουτέστιν ὡς ἡ ΑΕ πρὸς τὴν ΕΔ, οὕτως τὸ ΑΒΘΕ τετράπλευρον πρὸς τὸ ΕΓΔ τρίγωνον. τετμήσθω δὴ καὶ ἡ ΓΘ κατὰ τὸ Ζ, ὥστε εἶναι ὡς τὴν ΑΕ πρὸς τὴν ΕΔ, τὴν ΘΖ πρὸς ΖΓ, τουτέστι τὸ ΕΘΖ τρίγωνον πρὸς τὸ ΕΓΖ· καὶ ὅλον ἄρα τὸ ΑΒΖΕ τετράπλευρον πρὸς τὸ ΕΖΔΓ τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον τῷ τῆς ΑΕ πρὸς τὴν ΕΔ· ἐπεὶ οὖν δοθὲν τὸ Γ, θέσει ἄρα καὶ ἡ ΓΗ. θέσει δὲ καὶ ἡ ΑΒΗ· δοθὲν ἄρα τὸ Η. καὶ ἔστι παρὰ θέσει τὴν ΒΕ ἡ ΗΘ. δοθὲν ἄρα τὸ Θ· δοθεῖσα ἄρα ἡ ΓΘ· καὶ τέτμηται ἐν δοθέντι λόγῳ κατὰ τὸ Ζ· δοθὲν ἄρα τὸ Ζ· θέσει ἄρα ἡ ΕΖ. δεήσει ἄρα εἰς τὴν σύνθεσιν ἐπιζεῦξαι τὴν ΒΕ καὶ τῇ μὲν ΔΕ παράλληλον ἀγαγεῖν τὴν ΓΗ, τῇ δὲ ΒΕ τὴν ΗΘ, καὶ τεμεῖν τὴν ΘΓ κατὰ τὸ Ζ, ὥστε εἶναι ὡς τὴν ΑΕ

---

3 δέδεικται: ab Apollonio Pergaeo 4 ΒΕ: correxi 8 τηῖσ: correxi 9 supplevi 12 τὸ ΕΒΘ: correxi 22—23 παραθέσει: correxi dubitanter 27 τῆι ΔΕ ΒΕ: correxi

kannt. Nun ist ΑΒΓ gegeben, also ist auch ΑΖΕ gegeben. Nun ist Δ gegeben. Es ist also nach 2 ihrer Lage nach bestimmten Graden ΑΒ und ΑΓ, die in demselben Punkt Α begrenzt sind, von dem gegebenen Punkte Δ aus eine Gerade konstruiert, die eine gegebene Figur abschneidet. Also sind die Punkte Ε und Ζ gegeben. Dies ist in dem zweiten Buche des „Raumschnitts“ gezeigt. Also ist der verlangte Beweis geliefert. Und wenn der Punkt Δ nicht auf ΒΕ, sondern beliebig liegt, so wird dies keinen Unterschied machen.

XI. Wenn ein Viereck ΑΒΓΔ gegeben und ΑΔ in Ε geschnitten ist, die Gerade ΕΖ zu konstruieren, die das Vierseit ΑΒΓΔ in dem Verhältnis von $AE : \Delta E$ teilen soll. Es sei geschehen, und man ziehe zu ΑΔ die Parallele ΓΗ und zu der Verbindungslinie ΕΒ die Parallele ΗΘ, und ziehe die Verbindungslinien ΓΕ, ΕΘ und ΕΗ. Da Dreieck $BHE = EB\Theta$, so werde zu beiden ΑΒΕ addiert. Mithin ist Dreieck $AHE =$ Viereck ΑΒΘΕ. Also ist $AHE : E\Gamma\Delta$, d. h. $AE : E\Delta =$ Vierseit $AB\Theta E :$ Dreieck ΕΓΔ. Es soll nun auch ΓΘ in Ζ geschnitten werden, so daſs $AE : E\Delta = \Theta Z : Z\Gamma =$ Dreieck $E\Theta Z : E\Gamma Z$. Also verhält sich auch das vollständige Viereck $ABZE : EZ\Delta\Gamma = AE : E\Delta$. Da nun Γ gegeben ist, so ist seiner Lage nach auch ΓΗ gegeben; ebenso auch ΑΒΗ. Also ist Η gegeben. Nun ist der Lage nach parallel zu ΒΕ die Grade ΗΘ. Also ist Θ gegeben; mithin ist ΓΘ gegeben. Nun ist dies in Ζ nach einem gegebenen Verhältnis geschnitten. Also ist Ζ gegeben, also seiner Lage

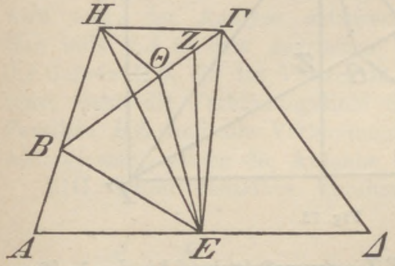


Fig. 71.

πρὸς ΕΔ, οὕτω τὴν ΘΖ πρὸς ΖΓ. καὶ ἐπιζευχθεῖσα ἡ ΕΖ ποιήσει τὸ προκείμενον.

ιβ. Τῶν αὐτῶν ὑποκειμένων δεδόσθω τι τυχὸν σημεῖον τὸ Ε καὶ δέον ἔστω διαγαγεῖν τὴν ΕΖ διαιροῦσαν τὸ τετράπλευρον ἐν λόγῳ τῷ δοθέντι. γεγονέτω· καὶ διῃρήσθω ἡ ΑΔ ἐν τῷ δοθέντι λόγῳ κατὰ τὸ Η· καὶ διήχθω ἡ ΘΕ τῷ αὐτῷ λόγῳ τέμνουσα τὸ τετράπλευρον. δοθέντα ἄρα τὰ Η, Θ. δοθὲν δὲ καὶ τὸ Ε· θέσει | ἄρα ἡ ΕΖ. συντεθήσεται δὴ ἀκολούθως τῇ ἀναλύσει οὕτως· διῃρήσθω ἡ ΑΔ ἐν τῷ δοθέντι λόγῳ κατὰ τὸ Η, καὶ διήχθω ἡ ΗΘ τέμνουσα τὸ τετράπλευρον ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ· καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΕΘ καὶ ταύτῃ παράλληλος ἡ ΗΖ· καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΖΕ. ἔσται δὴ αὕτη ἡ ποιοῦσα τὸ πρόβλημα.

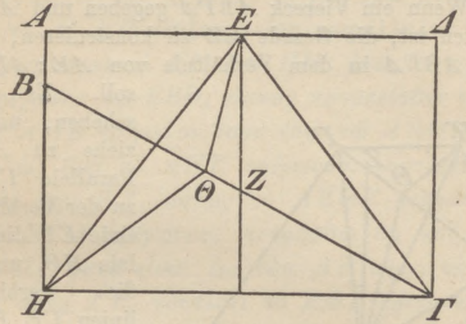


Fig. 72.

fol. 105^{r}

ιγ. Τῶν αὐτῶν ὑποκειμένων τὸ διδόμενον σημεῖον ἐπὶ μηδεμιᾶς ἔστω πλευρᾶς τοῦ τετραπλεύρου. καὶ ἔστω τὸ μὲν δοθὲν τετράπλευρον τὸ ΑΒΓΔ, τὸ δὲ δοθὲν σημεῖον τὸ Ε· καὶ ἔστω διαγαγεῖν τὴν ΕΖ

---

8 τὸ ΗΘ: correxi   14 ἔστω: correxi

nach EZ. Man wird daher behufs Konstruktion die Verbindungslinie BE und zu ΔE die Parallele ΓH, zu BE die Parallele HΘ ziehen müssen und ΘΓ in Z so schneiden müssen, daſs $\Theta Z : Z\Gamma = AE : E\Delta$ ist. Wird nun die Verbindungslinie EZ gezogen, so wird sie die Aufgabe lösen.

XII. Unter denselben Voraussetzungen sei irgend ein beliebiger Punkt E gegeben und die Aufgabe sei, die Gerade EZ zu konstruieren, die das Viereck in einem gegebenen Verhältnis teilt. Es sei geschehen, und AΔ sei in dem gegebenen Verhältnis in H geteilt, und es sei die Gerade ΘH gezogen, die das Viereck in demselben Verhältnis teilt. Also sind H und Θ gegeben, es ist aber auch E gegeben, also seiner Lage nach EZ. Konstruiert wird nun, der Analyse entsprechend, folgendermaſsen. Man teile AΔ in dem gegebenen Verhältnis in H, ziehe die Gerade HΘ, die das Viereck in demselben Verhältnisse teile, ziehe die Verbindungslinie EΘ und zu dieser die Parallele HZ und die Verbindungslinie ZE. Diese also wird es sein, welche die Aufgabe löst.

XIII. Unter denselben Voraussetzungen soll der gegebene Punkt auf keiner Seite des Vierecks liegen. Und es sei ABΓΔ das gegebene Viereck, und E der gegebene

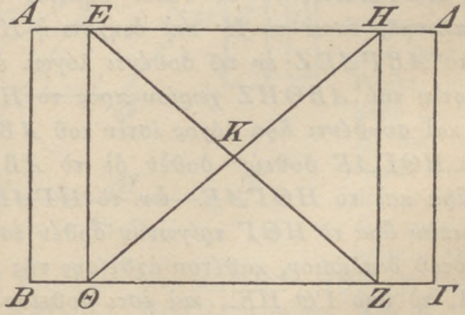


Fig. 73.

ποιοῦσαν λόγον τοῦ $ABZH$ πρὸς τὸ $ZH\Gamma\Delta$ δοθέντα· καὶ ἀνάπαλιν καὶ συνθέντι λόγος ἄρα τοῦ $AB\Gamma\Delta$ πρὸς τὸ $ABZH$ δοθείς. δοθὲν δὲ τὸ $AB\Gamma\Delta$ τετράπλευρον· δοθὲν ἄρα καὶ τὸ $ABZH$. καὶ εἰ μὲν παράλληλός ἐστιν ἡ $A\Delta$ τῇ $B\Gamma$, ἔσται τὸ $ABZH$ ἴσον τῷ ὑπὸ συναμφοτέρου τῆς AH BZ καὶ τῆς ἡμισείας τῆς ἀπὸ τοῦ A καθέτου ἀγομένης ἐπὶ τὴν $B\Gamma$. καὶ ἔστι δοθεῖσα ἡ κάθετος· δοθεῖσα ἄρα καὶ συναμφότερος ἡ AB ZH· θέσει ἄρα ἡ ZE. τοῦτο γὰρ ἑξῆς. εἰ δὲ μή εἰσι παράλληλοι, συμπιπτέτωσαν κατὰ τὸ Θ· δοθὲν ἄρα τὸ $ABZH$ τετράπλευρον. καὶ ὅλον ἄρα
fol. 105$^{\mathrm{v}}$ τὸ $HZ\Theta$ τρίγωνον δοθέν ἐστιν. καὶ ἔστι δοθεῖσα ἡ | Θ γωνία· δοθὲν ἄρα τὸ ὑπὸ ΘHZ· ἀπῆκται ἄρα εἰς τὴν τοῦ χωρίου ἀποτομήν· θέσει ἄρα ἡ EZ.

ιδ. Ἑξῆς δὲ δείξομεν, ὡς δεῖ πολυπλεύρου εὐθυγράμμου δοθέντος καὶ σημείου ἐπὶ μιᾶς αὐτοῦ πλευρᾶς διαγαγεῖν ἀπὸ τοῦ σημείου εὐθεῖαν διαιροῦσαν τὸ χωρίον ἐν τῷ δοθέντι λόγῳ· ἔστω τὸ δοθὲν χωρίον τὸ $AB\Gamma\Delta EZ$, τὸ δὲ δοθὲν σημεῖον ἐπὶ μιᾶς αὐτοῦ πλευρᾶς ἔστω τὸ H· καὶ διήχθω ἡ $H\Theta$ διαιροῦσα τὸ $AB\Gamma\Delta EZ$ ἐν τῷ δοθέντι λόγῳ· ἐπεὶ οὖν λόγος ἐστὶν τοῦ $AB\Theta HZ$ χωρίου πρὸς τὸ $H\Theta\Gamma\Delta E$ δοθείς, καὶ συνθέντι ἄρα λόγος ἐστὶν τοῦ $AB\Gamma\Delta EZ$ πρὸς τὸ $H\Theta\Gamma\Delta E$ δοθείς· δοθὲν δὲ τὸ $AB\Gamma\Delta EZ$. δοθὲν ἄρα καὶ τὸ $H\Theta\Gamma\Delta E$. ὧν τὸ $H\Gamma\Delta E$ δοθέν ἐστι· λοιπὸν ἄρα τὸ $H\Theta\Gamma$ τρίγωνον δοθέν ἐστιν. καὶ ἔστιν αὐτοῦ διπλάσιον, καθέτου ἀχθείσης τῆς HK ἐπὶ τὴν ΓB, τὸ ὑπὸ $\Gamma\Theta$ HK. καὶ ἔστι δοθεῖσα ἡ HK· δοθεῖσα ἄρα καὶ ἡ $\Gamma\Theta$. δοθὲν ἄρα τὸ Θ· θέσει ἄρα

---

1 δοθείς: corr. Nath

Punkt. Nun sei die Aufgabe, die Gerade EZ zu konstruieren, die das Verhältnis von $ABZH : ZH\Gamma\Delta$ zu einem gegebenen macht. Also ist $AB\Gamma\Delta : ABZH$ gegeben. Nun ist $AB\Gamma\Delta$ gegeben, also ist auch $ABZH$ gegeben. Und wenn $A\Delta$ parallel $B\Gamma$ ist, so wird $ABZH = (AH + BZ)$ multipliziert mit der Hälfte der Höhe von A auf $B\Gamma$ sein. Nun ist die Höhe gegeben. Also ist auch $AH + BZ$ gegeben. Mithin auch seiner Lage nach ZE. Denn davon im Folgenden.

Sind sie aber nicht parallel, so sollen sie in Θ zusammentreffen. Gegeben ist also das Viereck $ABZH$, also ist auch das vollständige Dreieck $HZ\Theta$ gegeben. Nun ist der Winkel bei Θ gegeben, also ist auch ΘHZ gegeben.[1] Das Problem ist also auf den Raumschnitt zurückgeführt. Es ist also EZ seiner Lage nach gegeben.

XIV. Im Folgenden werden wir zeigen, wie man, wenn ein gradliniges Vieleck und ein Punkt auf einer der Seiten desselben gegeben ist, von dem Punkt aus eine Gerade konstruieren muſs, die die Figur in einem gegebenen Verhältnis teilt. Die gegebene Figur sei $AB\Gamma\Delta EZ$ und der gegebene Punkt auf einer Seite derselben sei H; und es sei die Grade $H\Theta$ gezogen, die $AB\Gamma\Delta EZ$ in dem gegebenen Verhältnis teilt. Da nun das Verhältnis von $AB\Theta HZ : H\Theta\Gamma\Delta E$ gegeben ist, so auch $AB\Gamma\Delta EZ : H\Theta\Gamma\Delta E$ gegeben. Nun ist $AB\Gamma\Delta EZ$ gegeben; also ist auch $H\Theta\Gamma\Delta E$ gegeben. Hiervon ist

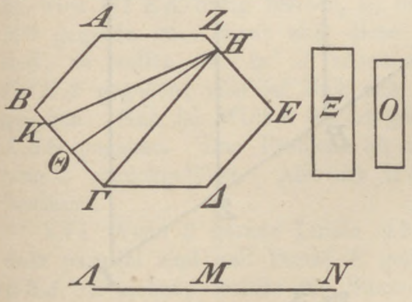


Fig. 74.

---

[1] D. h. der Gestalt, nicht nur dem Inhalt nach.

ἡ ΘΗ. συντεθήσεται δὴ ἀκολούθως τῇ ἀναλύσει οὕτως· ἔστω δοθεὶς λόγος τῆς ΛΜ πρὸς τὴν ΜΝ· καὶ πεποιήσθω ὡς ἡ ΛΜ πρὸς ΜΝ, οὕτως τὸ ΑΒΓΔΕΖ πρὸς ἄλλο τι χωρίον τὸ Ξ· καὶ ἀπὸ τοῦ Ξ ἀφῃρήσθω ἴσον τῷ ΗΓΔΕ· καὶ ἔστω λοιπὸν τὸ Ο. καὶ κάθετος ἐπὶ τὴν ΒΓ ἤχθω ἡ ΗΚ· καὶ παραβεβλήσθω τὸ Ο παρὰ τὴν ΗΚ· καὶ ποιείτω πλάτος τὴν ἡμίσειαν τῆς ΓΘ· καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΗΘ· ἔσται δὴ ἡ ΗΘ ποιοῦσα τὸ πρόβλημα.

fol. 106^r ιε. | Τῶν αὐτῶν ὑποκειμένων ἔστω τὸ δοθὲν σημεῖον ἐπὶ μηδεμιᾶς πλευρᾶς, καὶ ἔστω τὸ Η· καὶ διήχθω ἡ ΗΘ, ὥστε ἐν δοθέντι λόγῳ διαιρεῖν τὸ χωρίον·

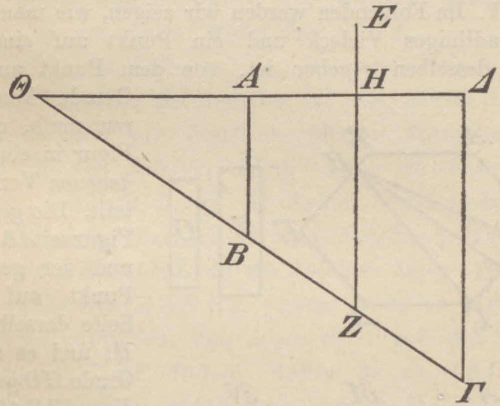


Fig. 75.

δοθὲν ἄρα ἔσται τὸ ΚΘΓΔΕ. καὶ εἰ μὲν παράλληλός ἐστι ἡ ΒΓ τῇ ΕΖ, ἐπεζεύχθω ἡ ΓΕ· ἔσται λοιπὸν τὸ ΘΓΕΚ· ὥστε θέσει ἐστὶν ἡ ΗΘ. εἰ δὲ οὐκ εἰσι παράλληλοι, συμπιπτέτωσαν κατὰ τὸ Λ· δοθὲν ἄρα τὸ ΓΔΕΛ· καὶ ὅλον ἄρα τὸ ΘΚΛ τρίγωνον δοθέν

ΗΓΔΕ gegeben; mithin ist auch Dreieck ΗΘΓ gegeben. Und wenn die Höhe ΗΚ auf ΓΒ gefällt wird, so ist $H\Theta\Gamma = \frac{1}{2}\Gamma\Theta HK$. Nun ist ΗΚ gegeben, also auch ΓΘ. Mithin ist Θ gegeben, also seiner Lage nach auch ΘΗ. Berechnet wird es, der Analyse entsprechend, folgendermaſsen. Es sei gegeben das Verhältnis von ΛΜ zu ΜΝ. Nun mache man wie ΛΜ : ΜΝ, so ΑΒΓΔΕΖ zu einer anderen Figur Ξ. Und nehme von Ξ eben so viel fort als ΗΓΔΕ beträgt. Es bleibe übrig Ο. Nun fälle man auf ΒΓ die Höhe ΗΚ und dividiere Ο durch ΗΚ. Nun mache man die Hälfte von ΓΘ gleich der Breite von Ο und ziehe die Verbindungslinie ΗΘ. Nun wird ΗΘ die Gerade sein, die die Aufgabe löst.

XV. Wenn dieselben Voraussetzungen gemacht sind, soll der gegebene Punkt auf keiner Seite liegen und Η heiſsen, und es soll die Gerade ΗΘ so gezogen werden, daſs sie die Figur in einem gegebenen Verhältnis teilt. Es wird also ΚΘΓΔΕ gegeben sein. Wenn nun ΒΓ parallel ΕΖ ist, so ziehe man die Verbindungslinie ΓΕ. Es wird ΘΓΕΚ übrig bleiben, so daſs seiner Lage nach ΗΘ gegeben ist. Wenn aber diese Linien nicht parallel sind, so sollen sie in Λ zusammentreffen. Also ist ΓΔΕΛ gegeben, also ist auch das ganze Dreieck ΘΚΛ gegeben. Nun ist Winkel bei Λ gegeben; also ist auch ΚΛΘ gegeben. Das Problem ist also auf den Raumschnitt zurückgeführt. Also ist ΗΘ seiner Lage nach bestimmt.

XVI. Wenn 2 gerade Linien ΑΒ und ΓΔ ihrer Lage nach parallel sind und Punkt Ε gegeben ist, die Gerade ΕΒΔ zu ziehen, welche die Summe von ΑΒ und ΓΔ zu einer gegebenen Strecke macht. Es sei geschehen, und es sei ΔΖ = ΑΒ, also ist ΓΔΖ gegeben, mithin Z. Man ziehe die Verbindungslinie ΑΖ; also ist ΑΖ seiner Lage nach gegeben, nun ist diese Linie in Η halbiert, denn ΑΒ = ΔΖ. Also ist Η gegeben; aber auch Ε, also seiner

---

7 Η ex alia litt. fec. m. 2

ἐστιν. καὶ ἔστι δοθεῖσα ἡ [Η]Δ γωνία· δοθὲν ἄρα τὸ ὑπὸ ΚΔΘ· ἀπῆκται ἄρα πρὸς τὴν τοῦ χωρίου ἀποτομήν· θέσει ἄρα ἡ ΗΘ.

ις. Δύο θέσει παραλλήλων οὐσῶν τῶν ΑΒ, ΓΔ καὶ δοθέντος τοῦ Ε διαγαγεῖν τὴν ΕΒΔ ποιοῦσαν συναμφότερον τὴν ΑΒ, ΓΔ δοθεῖσαν. γεγονέτω· καὶ τῇ ΑΒ ἴση ἡ ΔΖ. δοθεῖσα ἄρα ἡ ΓΔΖ· δοθὲν ἄρα τὸ Ζ. ἐπεξεύχθω ἡ ΑΖ· θέσει ἄρα ἡ ΑΖ. καὶ δίχα τέτμηται κατὰ τὸ Η· ἴσαι γάρ εἰσιν αἱ ΑΒ, ΔΖ· δοθὲν ἄρα τὸ Η. ἀλλὰ καὶ τὸ Ε· θέσει ἄρα ἡ ΕΗ. δεήσει ἄρα εἰς τὴν σύνθεσιν θεῖναι τῇ δοθείσῃ ἴσην τὴν ΓΖ καὶ ἐπιζεῦξαι τὴν ΑΖ καὶ δίχα τεμεῖν κατὰ τὸ Η, καὶ ἐπιζεύξαντα τὴν ΕΗ ἐκβαλεῖν ἐφ' ἑκάτερα· καὶ ἔσται ἡ ποιοῦσα τὸ πρόβλημα.

fol. 106^{v} ιζ. | Σφαίρας δοθείσης καὶ λόγου τεμεῖν τὴν ἐπιφάνειαν τῆς σφαίρας ἐπιπέδῳ τινί, ὥστε τὰς ἐπι⟨φανείας⟩ τῶν τμημάτων πρὸς ἀλλήλας λόγον ἔχειν τὸν αὐτὸν τῷ δοθέντι. ἔστω γὰρ ὁ δοθεὶς λόγος ⟨ὁ⟩ τῆς Α πρὸς τὴν Β. καὶ ἐκκείσθω ὁ μέγιστος κύκλος τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ, οὗ διάμετρος ἡ ΓΔ. καὶ τετμήσθω ἡ ΓΔ κατὰ τὸ Ε, ὥστε εἶναι ὡς τὴν Α πρὸς τὴν Β, οὕτως τὴν ΓΕ πρὸς τὴν ΕΔ. καὶ ἀπὸ τοῦ Ε τῇ ΓΔ πρὸς ὀρθὰς ἤχθω ἡ ΕΖ. καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΖΓ, ΖΔ· καὶ εἰλήφθω τὶ τυχὸν σημεῖον ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας τῆς σφαίρας τὸ Θ· καὶ πόλῳ τῷ Ε, διαστήματι δὲ ἴσῳ τῷ ΓΖ κύκλος γεγράφθω ὁ ΚΛ ἐν τῇ ἐπιφανείᾳ τῆς σφαίρας. ἔσται δὴ τὰ ἀπειλημμένα τμήματα ἐν τῇ σφαίρᾳ ὑπὸ τοῦ ΚΛ κύκλου τὰς ἐπιφανείας ἔχοντα λόγον ἐχούσας πρὸς ἀλλήλας τὸν αὐτὸν τῷ τῆς

---

1 ἡ ΗΛ: correxi 14 ἑξῆς ἡ καταγραφή in mg. inf.
16—17 τὰς ἐπὶ τῶν: correxi 18 ⟨ὁ⟩ addidi

Lage nach EH. Man wird also behufs Konstruktion $\Gamma Z =$ der gegebenen Geraden machen, die Verbindungslinie AZ ziehen und in H halbieren müssen, dann die Verbindungslinie EH ziehen und nach beiden Richtungen verlängern müssen. Und sie wird es sein, die die Aufgabe löst.

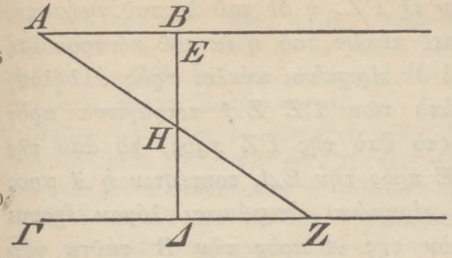


Fig. 76.

XVII. Wenn eine Kugel und ein Verhältnis gegeben sind, die Oberfläche der Kugel durch eine Ebene so zu schneiden, daſs die Oberflächen der Segmente zu einander in dem gegebenen Verhältnis stehen. Das gegebene Verhältnis sei das von A zu B, und es liege einer der gröſsten Kreise der Kugel vor, dessen Durchmesser $\Gamma\Delta$ sei. $\Gamma\Delta$ werde in E so geteilt, daſs $\Gamma E : E\Delta = A : B$ sei. Nun errichte man auf $\Gamma\Delta$ in E die Senkrechte EZ und ziehe die Verbindungslinien $Z\Gamma$ und $Z\Delta$. Nun nehme man einen beliebigen Punkt Θ auf der Oberfläche der Kugel und beschreibe mit E als Pol und einem Abstande, der ΓZ gleich

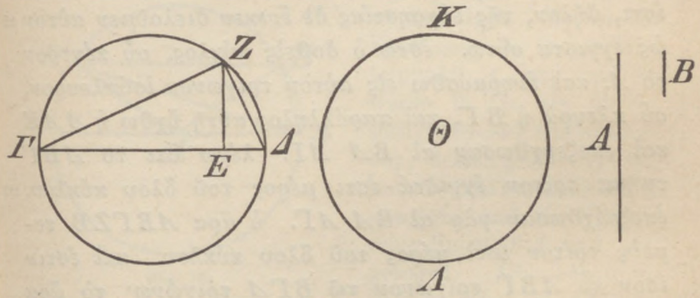


Fig. 77.

Α πρὸς τὴν Β· ἡ μὲν γὰρ πρὸς τῷ Θ πόλῳ ἐπιφάνεια τοῦ τμήματος ἴση ἐστὶ κύκλῳ, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶν τῇ ΓΖ, ἡ δὲ τοῦ λοιποῦ τμήματος ἐπιφάνεια ἴση ἐστὶ κύκλῳ, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶν τῇ ΔΖ. οἱ δὲ εἰρημένοι κύκλοι πρὸς ἀλλήλους εἰσὶν, ὡς τὰ ἀπὸ τῶν ΓΖ ΖΔ τετράγωνα πρὸς ἄλληλα· ὡς δὲ ⟨τὸ ἀπὸ τῆς ΓΖ πρὸς⟩ τὸ ἀπὸ τῆς ΔΖ, οὕτως ἡ ΓΕ πρὸς τὴν ΕΔ, τουτέστιν ἡ Α πρὸς τὴν Β. αἱ ἄρα εἰρημέναι ἐπιφάνειαι λόγον ἔχουσι πρὸς ἀλλήλας τὸν τῆς Α πρὸς τὴν Β· ταῦτα γὰρ ἐν τῷ β′ περὶ σφαίρας Ἀρχιμήδει δέδεικται (c. 3 t. I p. 207 Heib.).

fol. 107^{r} *ιη. | Τὸν δοθέντα κύκλον διελεῖν εἰς τρία ἴσα δυσὶν εὐθείαις. τὸ μὲν οὖν πρόβλημα ὅτι οὐ ῥητόν ἐστι, δῆλον, τῆς εὐχρηστίας δὲ ἕνεκεν διελοῦμεν αὐτὸν ὡς ἔγγιστα οὕτω. ἔστω ὁ δοθεὶς κύκλος, οὗ κέντρον τὸ Α, καὶ ἐνηρμόσθω εἰς αὐτὸν τρίγωνον ἰσόπλευρον, οὗ πλευρὰ ἡ ΒΓ, καὶ παράλληλος αὐτῇ ἤχθω ἡ ΔΑΕ καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΒΔ ΔΓ. λέγω ὅτι τὸ ΔΒΓ τμῆμα τρίτον ἔγγιστά ἐστι μέρος τοῦ ὅλου κύκλου. ἐπεζεύχθωσαν γὰρ αἱ ΒΑ ΑΓ. ὁ ἄρα ΑΒΓΖΒ τομεὺς τρίτον ἐστὶ μέρος τοῦ ὅλου κύκλου. καὶ ἔστιν ἴσον τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τῷ ΒΓΔ τριγώνῳ· τὸ ἄρα ΒΔ[Ζ]ΓΖ σχῆμα τρίτον μέρος ἐστὶ τοῦ ὅλου κύκλου, ᾧ δὴ μεῖ⟨ζ⟩όν ἐστιν αὐτοῦ τὸ ΔΒΓ τμῆμα ἀνεπαισθήτου ὄντος ὡς πρὸς τὸν ὅλον κύκλον. ὁμοίως δὲ καὶ ἑτέραν πλευρὰν ἰσοπλεύρου τριγώνου ἐγγράψαντες ἀφελοῦμεν ἕτερον τρίτον μέρος· ὥστε καὶ τὸ*

---

6 *ΖΗ*: correxi 7 inserui 16 *τῷ Α*: correxi 21—22 *τόμους*: corr. m. 2 24 *ΒΔΖΓΖ*: correxi 25 *μεῖον*: correxi

sei, einen Kreis ΚΛ auf der Oberfläche der Kugel. Es werden nun die in der Kugel von dem Kreise ΚΛ abgeschnittenen Segmente Oberflächen haben, die sich zu einander verhalten wie Α : Β. Denn die Oberfläche des Segments bei dem Pole Θ ist gleich einem Kreise, dessen Radius = ΓΖ ist, die Oberfläche des übrigbleibenden Segments, dessen Radius = ΔΖ ist Die genannten Kreise verhalten sich aber zu einander wie $\Gamma Z^2 : Z\Delta^2$. Es verhält sich aber $\Gamma Z^2 : \Delta Z^2 = \Gamma E : E\Delta = A : B$; also haben die genannten Oberflächen zu einander das Verhältnis von Α zu Β. Denn dies ist von Archimedes in dem 2. Buch über die Kugel nachgewiesen.

XVIII. Einen gegebenen Kreis durch 2 Gerade in drei gleiche Teile zu zerlegen. Daſs das Problem nicht rationell ist, ist klar; des praktischen Gebrauchs wegen werden wir aber eine annähernde Zerlegung folgendermaſsen bewerkstelligen. Es sei ein Kreis gegeben, dessen Mittelpunkt Α ist, und es werde in ihn ein gleichseitiges Dreieck einbeschrieben, dessen Seite ΒΓ sei, und dazu die Parallele ΔΑΕ gezogen, und die Verbindungslinien ΒΔ und ΔΓ gezogen. Ich behaupte, daſs das Segment ΔΒΓ annähernd der dritte Teil des ganzen Kreises ist. Man ziehe nämlich die Verbindungslinien ΒΑ und ΑΓ. Es ist also der Kreissektor ΑΒΓΖΒ der dritte Teil des ganzen Kreises. Nun ist Dreieck ΑΒΓ = ΒΓΔ. Die Figur ΒΔΓΖ ist also der dritte Teil des ganzen Kreises, da das Stück, um das das Segment ΑΒΓ gröſser ist als sie, im Verhältnis zu dem ganzen Kreise nicht in Betracht kommt. In gleicher Weise werden wir auch eine andere Seite eines gleichseitigen Dreiecks in den Kreis eintragen und ein zweites Drittel

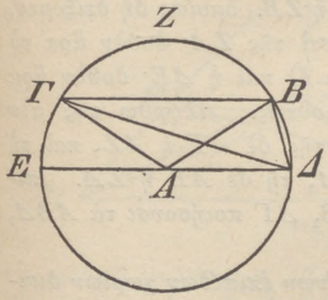


Fig. 78.

καταλ⟨ε⟩ιπόμενον τρίτον μέρος ἔσται [μέρος] τοῦ ὅλου κύκλου.

⟨ιθ.⟩ Τριγώνου δοθέντος τοῦ ΑΒΓ λαβεῖν τι σημεῖον τὸ Δ, ὥστε ἐπιζευχθεισῶν εὐθειῶν τῶν ΔΑ fol. 107v ΔΒ | ΔΓ τὰ ΑΒΔ ΔΒΓ ΓΑΔ τρίγωνα ἴσα εἶναι. γεγονέτω· καὶ τῇ ΒΓ παράλληλος ἤχθω ἡ ΔΕ καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΕΓ· τὸ ἄρα ΑΒΓ τρίγωνον τρίτον μέρος ἐστὶ τοῦ ΑΒΓ. καὶ ἔστιν ἴσον τῷ ΕΒΓ· τριπλάσιον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τοῦ ΕΒΓ τριγώνου. ὥστε καὶ ἡ ΑΒ τῆς ΒΕ ἐστὶ τριπλῆ. καὶ ἔστι δοθεῖσα ἡ ΑΒ· δοθεῖσα ἄρα καὶ ἡ ΒΕ· καὶ δοθὲν τὸ Β· δοθὲν ἄρα καὶ τὸ Ε· καὶ παρὰ τὴν ΒΓ [καὶ] ἡ ΕΔ· θέσει ἄρα ἡ ΕΔ. πάλιν δὲ τῇ ΑΒ παράλληλος ἤχθω ἡ ΔΖ καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΖΒ. ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι καὶ ἡ ΓΑ τριπλασία ἐστὶ τῆς ΖΑ· δοθὲν ἄρα τὸ Ζ· θέσει ἄρα ἡ ΖΔ· θέσει δὲ καὶ ἡ ΔΕ· δοθὲν ἄρα τὸ Δ. συντεθήσεται δὴ οὕτως. εἰλήφθω τῆς μὲν ΑΒ τρίτον μέρος ἡ ΒΕ, τῆς δὲ ΑΓ ἡ ΑΖ, καὶ τῇ μὲν ΒΓ παράλληλος ἡ ΕΔ, τῇ δὲ ΑΒ ἡ ΖΔ. ἐπιζευχθεῖσαι οὖν αἱ ΔΑ, ΔΒ, ΔΓ ποιήσουσι τὰ ΑΒΔ, ΔΒΓ, ΓΔΑ τρίγωνα ἴσα.

Αἱ μὲν οὖν τῶν εἰρημένων ἐπιπέδων χωρίων διαιρέσεις αὐτάρκως εἴρηνται, ἑξῆς δὲ ἐπὶ τὰ στερεὰ χωρήσομεν. ὅσα μὲν οὖν ἰσοπαχῆ τυγχάνει στερεά, οἷον κύλινδροι καὶ παραλληλεπίπεδα καὶ ὅσα ἁπλῶς τὰς βάσεις ταῖς κορυφαῖς τὰς αὐτὰς ἔχει, εὐκόπως διαιρεῖται εἰς τοὺς δοθέντας λόγους. ὃν γὰρ ἔχει λόγον τὸ μῆκος, τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον καὶ τὸ στερεόν. τῶν

---

1 *καταλιπόμενον*: correxi *μέρος* delevi 3 numerum capitis addidi 3—4 *τὸ σημεῖον*: correxi 8 *τὸ ΕΒΓ*: corr. m. 2 12 [*καὶ*] del. m. 2

davon abteilen. Daher wird dann auch der Rest ein ganzes Drittel des ganzen Kreises sein.

XIX. Wenn ein Dreieck $AB\Gamma$ gegeben ist, einen Punkt Δ so zu bestimmen, daſs wenn die Verbindungslinien ΔA, ΔB und $\Delta\Gamma$ gezogen werden, die Dreiecke $AB\Gamma$, $\Delta B\Gamma$, $\Gamma A\Delta$ einander gleich sind. Es sei geschehen, und man ziehe zu $B\Gamma$ die Parallele ΔE, und die Verbindungslinie $E\Gamma$. Also ist Dreieck $\Delta B\Gamma = \frac{1}{3}\,AB\Gamma$ und dieses ist $= EB\Gamma$. Also ist $AB\Gamma = 3\,EB\Gamma$. Daher ist auch $AB = 3\,BE$. Nun ist AB gegeben, also auch BE, und B gegeben, also auch E und parallel $B\Gamma$ ist $E\Delta$; also ist seiner Lage nach $E\Delta$ gegeben. Wiederum ziehe man zu AB die Parallele ΔZ und die Verbindungslinie ZB. Wir werden also in ähnlicher Weise nachweisen, daſs $\Gamma A = 3\,Z A$ ist. Also ist Z gegeben, mithin seiner Lage nach $Z\Delta$, aber es ist auch seiner Lage nach ΔE gegeben. Also ist Δ gegeben. Konstruiert wird es folgendermaſsen. Man nehme den dritten Teil von $AB = BE$ und den dritten Teil von $A\Gamma = AZ$ und ziehe zu $B\Gamma$ die Parallele $E\Delta$, zu AB die Parallele $Z\Delta$. Zieht man nun die Verbindungslinien ΔA, ΔB und $\Delta\Gamma$, so werden sie die gleichen Dreiecke $AB\Delta$, $\Delta B\Gamma$ und $\Gamma\Delta A$ bilden.

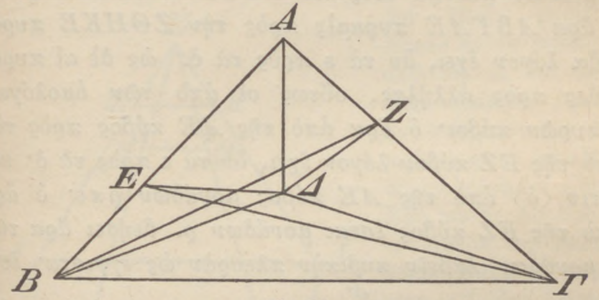


Fig. 79.

Die Teilungsmethoden nun der genannten ebenen Figuren sind ausreichend behandelt. Im folgenden werden fol. 108^{r} δὲ μειούρων αἱ διαιρέσεις οὐχ οὕτως, οἷον πυραμίδων | καὶ κώνων καὶ τῶν τοιούτων· διὸ περὶ αὐτῶν γράψομεν.

κ. Ἔστω γὰρ πυραμὶς βάσιν μὲν ἔχουσα οἱανδηποτοῦν τὴν $ΑΒΓΔ$, κορυφὴν δὲ τὸ $Ε$ σημεῖον· καὶ δεδόσθω αὐτῆς μία πλευρὰ ἡ $ΑΕ$ μονάδων ε. καὶ δέον ἔστω τεμεῖν αὐτὴν ἐπιπέδῳ παραλλήλῳ τῇ βάσει, ὥστε τὴν ἀποτεμνομένην πρὸς τῇ κορυφῇ πυραμίδα τοῦ καταλειπομένου στερεοῦ εἶναι, εἰ τύχοι, τετραπλῆν. τεμνέσθω καὶ ποιείτω τομὴν τὸ $ΖΗΘΚ$. ⟨ἡ ἄρα $ΑΖ$⟩ πλευρά ἐστι τοῦ $ΑΒΓΔ$ $ΖΗΘΚ$ στερεοῦ· ἡ ἄρα $ΑΒΓΔΕ$ πυραμὶς πρὸς τὴν $ΖΘΗΚΕ$ πυραμίδα λόγον ἔχει, ὃν τὰ ε πρὸς τὰ δ. ὡς δὲ αἱ πυραμίδες πρὸς ἀλλήλας, οὕτως οἱ ἀπὸ τῶν ὁμολόγων πλευρῶν κύβοι· ὁ ἄρα ἀπὸ τῆς $ΑΕ$ κύβος πρὸς τὸν ἀπὸ τῆς $ΕΖ$ κύβον λόγον ἔχει, ὃν τὰ ε πρὸς τὰ δ· καὶ ἔστιν ⟨ὁ⟩ ἀπὸ τῆς $ΑΕ$ κύβος μονάδων ρκε· ὁ ἄρα ἀπὸ τῆς $ΕΖ$ κύβος ἔσται μονάδων ρ. δεήσει ἄρα τῶν ρ μονάδων λαβεῖν κυβικὴν πλευρὰν ὡς ἔγγιστα· ἔστι δὲ μονάδων δ καὶ $\overset{\iota\delta'}{\vartheta}$, ὡς ἑξῆς δείξομεν. ὥστε ἐὰν ἀπολημφθῇ ἡ $ΕΖ$ μονάδων δ καὶ $\overset{\iota\delta'}{\vartheta}$ καὶ διὰ τοῦ $Ζ$ σημείου τμηθῇ ἡ πυραμὶς ἐπιπέδῳ παραλλήλῳ τῇ βάσει, ἔσται τὸ προκείμενον. συντεθήσεται δὲ οὕτως· κύβισον τὰ ε· γίγνεται ρκε. καὶ ἐπεὶ λόγος ἐστίν, ἐν ᾧ διαιρεῖται ἡ πυραμὶς, ὃν δ πρὸς α, σύνθες δ καὶ ἕν· γίγνεται ε. καὶ τὰ ρκε ἐπὶ τὸν δ· γίγνεται φ. παράβαλε παρὰ τὸν ε· γίγνεται ρ· καὶ τού-

---

1 μειούρων αἱ διαιρέσεις litteris paene evanidis 10—11 supplevi 17 ⟨ὁ⟩ addidi

wir uns den Körpern zuwenden. Alle Körper nun von gleichmäſsiger Dicke wie Cylinder und Parallelepipeda und alle, in denen schlechthin die unteren Abschluſsflächen gleich den oberen sind, werden leicht nach gegebenen Verhältnissen zerlegt. Denn die Körper verhalten sich wie die Höhen. Mit der Teilung von Körpern, die sich verjüngen, z. B. Pyramiden, Kegeln und ähnlichen, verhält es sich dagegen anders, daher werden wir über sie handeln.

XX. Es sei eine Pyramide, die eine Basis $ΑΒΓΔ$ von beliebiger Form hat und zur Spitze den Punkt E. Es sei gegeben eine Seite derselben $AE = 5$ und die Aufgabe sei, sie mit einer der Basis parallelen Ebene so zu schneiden, daſs die an der Spitze abgeschnittene Pyramide beispielsweise viermal so groſs sei als der übrigbleibende Körper. Man mache den Schnitt, er ergebe die Schnittfläche $ΖΗΘΚ$, so daſs also $ΑΖ$ eine Seite des Körpers $ΑΒΓΔΖΗΘΚ$ ist. Also verhält sich die Pyramide $ΑΒΓΔΕ$ zu der Pyramide $ΖΘΗΚΕ$ $= 5 : 4$. Es verhalten sich aber die dritten Potenzen entsprechender Seiten wie die Pyramiden zu einander. Also ist $AE^3 : EZ^3 = 5 : 4$. Nun ist $AE^3 = 125$; also $EZ^3 = 100$. Man wird daher $\sqrt[3]{100}$ annähernd bestimmen müssen; sie ist $= 4\frac{9}{14}$, wie wir im folgenden zeigen werden. Wenn daher $EZ = 4\frac{9}{14}$ abgetragen und im Punkte Z die

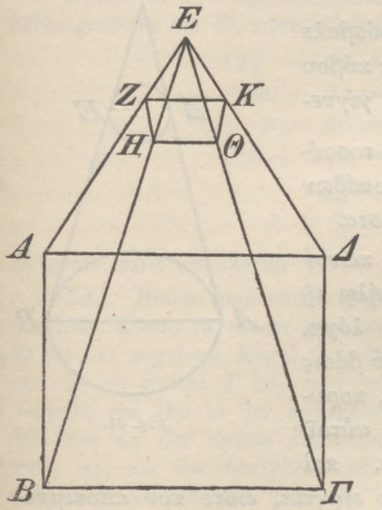


Fig. 80.

των κυβικὴν πλευράν· γίγνεται δ καὶ $\overset{\iota\delta'}{\vartheta}$. τοσούτου ἔσται ἡ *EZ*.

Ὡς δὲ δεῖ λαβεῖν τῶν ρ μονάδων κυβικὴν πλευρὰν, νῦν ἐροῦμεν.

Λαβὲ τὸν ἔγγιστα κύβον τοῦ ρ τόν τε ὑπερβάλλοντα καὶ τὸν ἐλλείποντα· ἔστι δὲ ὁ ρκε καὶ ὁ ξδ. καὶ ὅσα μὲν ὑπερβάλλει, μονάδες κε, ὅσα δὲ ἐλλείπει, fol. 108$^{\mathrm{v}}$ μονάδες λς. | καὶ ποίησον τὰ ε ἐπὶ τὰ λς· γίγνεται ρπ· καὶ τὰ ρ· γίγνεται σπ. ⟨καὶ παράβαλε τὰ ρπ παρὰ τὰ σπ·⟩ γίγνεται $\overset{\iota\delta'}{\vartheta}$. πρόσβαλε τῇ [κατὰ] τοῦ ἐλάσσονος κύβου πλευρᾷ, τουτέστι τῷ δ· γίγνεται μονάδες δ καὶ $\overset{\iota\delta'}{\vartheta}$. τοσούτων ἔσται ἡ τῶν ρ μονάδων κυβικὴ πλευρὰ ὡς ἔγγιστα.

κα. Τὸν δοθέντα κῶνον διελεῖν ἐπιπέδῳ παραλλήλῳ τῇ βάσει ἐν τῷ δοθέντι λόγῳ. ἔστω ὁ δοθεὶς κῶνος, οὗ βάσις μέν ἐστιν ὁ *AB* κύκλος, κορυφὴ δὲ τὸ *Γ*. καὶ ἔστω αὐτοῦ ἡ πλευρὰ μονάδων ε. καὶ ἐπιτετάχθω διελεῖν, ὡς εἴρηται, ὥστε τὸν ἀποτεμνόμενον πρὸς τῇ κορυφῇ κῶνον τετραπλασίονα εἶναι τοῦ καταλειπομένου κολούρου κώνου. ἀκολούθως οὖν τοῖς ἐπὶ τῆς πυραμίδος εἰρημένοις ἕξει ὁ ἀπὸ τῆς *AΓ* κύβος πρὸς τὸν ἀπὸ τῆς *ΓΔ* κύβον λόγον, ὃν ἔχει τὰ ε πρὸς τὰ δ· ὁ ἄρα ἀπὸ τῆς *ΓΔ* κύβος ἔσται μονά-

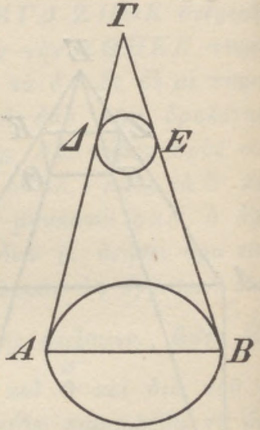


Fig. 81.

Pyramide durch eine der Basis parallele Ebene geschnitten wird, so wird die Aufgabe gelöst sein. Berechnet wird es folgendermaſsen. $5^3 = 125$. Und da das Verhältnis, in dem geteilt wird, $= 4 : 1$ ist:

$$4 + 1 = 5$$
$$125 \times 4 = 500$$
$$500 : 5 = 100$$
$$\sqrt[3]{100} = 4\tfrac{9}{14}.$$

So groſs wird *EZ* sein.

Wie man $\sqrt[3]{100}$ zu bestimmen hat, werden wir nunmehr angeben.

Nimm die 100 nächstkommende Kubikzahl, sowohl die nächstgröſsere als die nächstkleinere. Es sind 125 und 64.

$$125 - 100 = 25$$
$$100 - 64 = 36$$
$$5 \times 36 = 180$$
$$180 + 100 = 280$$
$$\tfrac{180}{280} = \tfrac{9}{14}$$
$$4 + \tfrac{9}{14} = 4\tfrac{9}{14}.$$

So groſs wird annähernd $\sqrt[3]{100}$ sein.

XXI. Einen gegebenen Kegel durch eine der Basis parallele Ebene in einem gegebenen Verhältnis zu teilen. Es sei der gegebene Kegel der, dessen Basis der Kreis *AB* und dessen Spitze *Γ* ist, und seine Seite sei $= 5$. Die Aufgabe sei, ihn in der angegebenen Weise zu teilen, so daſs der an der Spitze abgeschnittene Kegel viermal so groſs ist, als der übrigbleibende Kegelstumpf. Es wird sich nun, entsprechend dem bei der Pyramide Bemerkten, $A\Gamma^3 : \Gamma\Delta^3 = 5 : 4$ verhalten. Also wird $\Gamma\Delta^3 = 100$, mithin $\Gamma\Delta = 4\tfrac{9}{14}$ sein. Man trage nun *ΓΔ* so groſs ab und

---

3 sq. cf. M. Curtze Zeitschrift f. Math. u. Physik, hist.-litt. Abt. 1897 p. 118 sq. 3 τὸν ρ: correxi 10–11 καὶ παραβεβλήσθω ταῦτα παρὰ τὰ ρπ man. 2 in mg. perperam; supplevi 12 [κατὰ] delevi 13 τὸ δ: correxi

δων ρ· αὐτὴ ἄρα ἡ ΓΔ ἔσται μονάδων δ καὶ $\overset{\iota\delta'}{\vartheta}$ ἔγγιστα. ἀπειλήφθω οὖν ἡ ΓΔ τοσούτων. καὶ διὰ τοῦ Δ ἐπίπεδον ἐκβεβλήσθω παράλληλον τῇ βάσει καὶ ποιείτω τομὴν τὸν ΔΕ κύκλον, ὃς ποιήσει τὸ προκείμενον.

fol. 109r κβ. | Ἔ⟨στ⟩ω δὴ [ὁ] δοθεὶς ⟨κόλουρος⟩ κῶνος, ὃν δεῖ διελεῖν ἐν τῷ δοθέντι λόγῳ. ἔστω βάσις μὲν ὁ ΑΒ κύκλος, κορυφὴ δὲ ὁ ΔΕ. καὶ ἐπιτετάχθω διελεῖν αὐτὸν ἐπιπέδῳ παραλλήλῳ τῇ βάσει, ὥστε τὸ πρὸς τῇ ⟨κορυφῇ⟩ τμῆμα τετραπλάσιον εἶναι τοῦ καταλειπομένου· δεδόσθω δ' ἡ μὲν τοῦ ΑΒ κύκλου διάμετρος μονάδων κη, ἡ δὲ τοῦ ΔΕ μονάδων κα, τὸ δὲ ὕψος μονάδων ιβ· καὶ διῃρήσθω, ὡς εἴρηται, τῷ ΖΗ κύκλῳ, ὥστε τὸν ΔΕΖΗ κῶνον κόλουρον τετραπλασίονα εἶναι τοῦ ΖΗΑΒ κολούρου κώνου· ὁ ἄρα ΑΒΔΕ κωνοκόλουρος πρὸς τὸν ΔΕΖΗ λόγον ἔχει, ὃν ε πρὸς δ. καὶ ἔστιν ὁ ΑΒΔΕ κωνοκόλουρος δοθείς· αἱ γὰρ διάμετροι τῶν βάσεων αὐτοῦ δοθεῖσαί εἰσιν καὶ ἔτι τὸ ὕψος δοθέν· δοθεὶς ἄρα καὶ ὁ ΔΕΖΗ κωνοκόλουρος. ἤχθω δὴ κάθετος ἡ ΔΘ καὶ προσηυξήσθω ὁ κῶνος. καὶ ἔστω αὐτοῦ κορυφὴ τὸ Γ, ἄξων δὲ ὁ ΓΔ. ἐπεὶ ἡ ΔΕ ἔστι δοθεῖσα, δοθεῖσα ἄρα καὶ ἡ ΔΛ, τουτέστιν ἡ ΚΘ. ἀλλὰ καὶ ἡ ΔΚ δοθεῖσά ἐστιν· καὶ λοιπὴ ἄρα ἡ ΑΘ δοθεῖσά ἐστιν· λόγος ἄρα τῆς ΚΔ πρὸς ΑΘ δοθείς· ὥστε καὶ τῆς ΓΚ πρὸς ΔΘ· καὶ ἔστι δοθεῖσα ἡ ΔΘ· δοθεῖσα ἄρα ἡ ΓΚ· ὧν ἡ ΚΛ δοθεῖσά ἐστιν· ἴση γάρ ἐστι τῇ ΔΘ. καὶ λοιπὴ ἄρα ἡ ΓΔ δοθεῖσά ἐστιν· δοθεὶς ἄρα ἐστὶν ὁ ΓΔΕ κῶνος κ[αὶ ἡ] ΖΗ· καὶ ἔτι ὁ ΓΒΑ· λόγος ἄρα fol. 109v τῶν ΓΑΒ, ΔΕΓ κώνων πρὸς τὸν ΓΗΖ κῶνον. | ὡς δὲ οἱ κῶνοι πρὸς ἀλλήλους, οὕτω καὶ ο⟨ἱ ἀπὸ τῶ⟩ν

---

lege durch Δ eine der Basis parallele Ebene. Diese gebe als Schnittfläche den Kreis ΔE, der die Aufgabe lösen wird.

XXII. Es sei ein Kegelstumpf gegeben, den man in einem gegebenen Verhältnis teilen soll. Seine Basis sei der Kreis AB, seine obere Abschluſsfläche der Kreis ΔE und die Aufgabe sei, ihn durch eine der Basis parallele Ebene so zu teilen, daſs der Abschnitt an der oberen Abschluſsfläche viermal so groſs ist als der übrig bleibende. Es sei nun der Durchmesser des Kreises $AB = 28$, der Durchmesser des Kreises $ΔE = 21$ und die Höhe $= 12$ gegeben. Geteilt sei, wie gesagt, durch den Kreis ZH, so daſs der Kegelstumpf ΔEZH viermal so groſs ist als der Kegelstumpf ZHAB. Es verhält sich also Kegelstumpf $ABΔE : ΔEZH = 5 : 4$. Nun ist der Kegelstumpf ABΔE gegeben; denn die Durchmesser seiner Basen sind gegeben und auſserdem seine Höhe. Also ist auch der Kegelstumpf ΔEZH gegeben, Man ziehe nun die Senkrechte ΔΘ und vervollständige den Kegel; seine Spitze sei Γ, seine Axe ΓΛ. Da ΔE gegeben ist, ist auch ΔΛ1), d. h. KΘ gegeben. Aber auch ΔK ist gegeben, mithin ist AΘ gegeben. Also ist $KΔ : AΘ$ gegeben, daher auch $ΓK : ΔΘ$. Nun ist ΔΘ gegeben, also ist ΓK gegeben. Nun ist KΛ gegeben, denn sie ist $= ΔΘ$. Also ist ΓΛ gegeben. Mithin ist der Kegel ΓΔE und ZH gegeben und auſserdem der Kegel ΓAB, mithin das Verhältnis der Kegel $ΓAB + ΔEΓ$ zu dem Kegel ΓHZ. Es verhalten sich aber $ΓΛ^3 + ΓK^3 : ΓM^3$ wie die Kegel zu einander. Nun ist aber $ΓΛ^3 + ΓK^3$ gegeben, also ist auch $ΓM^3$ gegeben. Also ist ΓM gegeben, daher auch ΛM; also ist $KΛ : ΛM$, d. h. $AΔ : AZ$

---

1) Man sollte erwarten „ΔΘ d. h. KΛ", was jedoch auch schwer verständlich wäre, da ΔΘ als Höhe gegeben ist.

---

6 supplevi [ὁ] delevi supplevi 9—10 προς τι τμῆμα: correxi et supplevi 11 δὴ correxi 13 δι$\overset{\iota}{\eta}$ρ$\overset{\eta}{\varepsilon}$ίσθω m. 1 17—18 δοθεῖσαι: distinxi 23 AK: correxi; sequuntur mendosa 25 KA: correxi 29 supplevi 31 supplevi

ΓΚΛ κύβοι πρὸς τὸν ἀπὸ τοῦ ΓΜ κύβον. δ⟨οϑέντες⟩ δὲ οἱ ἀπὸ τῶν ΚΓΛ κύβοι· δοϑεὶς ἄρα καὶ ὁ ἀπὸ τῆς ΓΜ κύβος· δοϑεῖσ⟨α⟩ ἄρα ἡ ΓΜ· ὥστε καὶ ἡ ΛΜ· λόγος ἄρα τῆς ΚΛ πρὸς τὴν ΛΜ, τουτέστι τῆς ΑΔ πρὸς ΑΖ δοϑείς· καὶ ἔστι δοϑεῖσα ἡ ΑΔ, ἐπεὶ καὶ ἑκατέρα τῶν ΔΘ ΘΑ· δοϑεῖσα ἄρα καὶ ἡ ΑΖ· δοϑὲν ἄρα τὸ Ζ· ὥστε καὶ ἡ ⟨δι'⟩ αὐτοῦ τομή, τουτέστιν ὁ ΖΗ κύκλος. συντεϑήσεται δὲ ἀκολούϑως τῇ ἀναλύσει οὕτως· λαβὲ τὸ στερεὸν τοῦ κολουροκώνου, ὡς ἐμάϑομεν. γίνεται ⟨,εχϙη⟩. ταῦτα ἐπὶ τὸν δ· γίγνεται $\overset{\beta}{\mu}$ *,βψϙβ. παράβαλε παρὰ τὸν ε· γίγνεται ,δφνη* $\overset{\langle\varepsilon'\rangle}{\beta}$*· τοσούτου ἔσται τὸ ἐμβαδὸν τοῦ ΔΕΖΗ κολουροκώνου. καὶ ἀπὸ τῶν κη ἄφελε κα· λοιπὰ ζ· τούτων τὸ ἥμισυ· γίγνεται γ∟· καὶ τῶν κη τὸ ἥμισυ· γίγνεται ιδ· καὶ ποίησον ὡς τὰ γ∟ πρὸς τὰ ιδ, οὕτως τὸ ὕψος, τουτέστι τὰ ιβ, πρὸς ἄλλον τινά· ἔστι δὲ πρὸς μη. ἄφελε τὰ ιβ· λοιπὰ λς· ἔσται ὁ ἄξων τοῦ ΓΔΕ κώνου μονάδων λς. καὶ ἔστιν ἡ ΔΕ διάμετρος μονάδων κα· τὸ ἄρα στερεὸν τοῦ κώνου, ὡς ἐμάϑομεν, ἔσται ,δρνη· πρόσϑες ταῦτα ἑκατέρῳ τῷ τε ,εχϙη καὶ τῷ ,δφνη* $\overset{\varepsilon'}{\beta}$*· γίγνεται ,ϑωνς· καὶ τὰ ,δρνη· γίγνεται* $\overset{\alpha}{\mu}$ *,διδ· ⟨σύνϑες τὰ ,δφνη* $\overset{\varepsilon'}{\beta}$ *καὶ τὰ ,δρνη· γίγνεται* $\overset{\alpha}{\mu}$ *,διδ⟩. καὶ κύβισον τὸν μη· καὶ ἔτι τὸν λς· καὶ σύνϑες τοὺς β κύβους· γίνονται* $\overset{\alpha}{\mu}$ *,ξσμη. ποίησον οὖν ὡς τὰ*

1—2 supplevi 3 *δοϑείς*: correxi 5 *ΔΖ*: correxi 6 *ΔΘ ΘΔ*: correxi 7 *ΔΖ*: correxi supplevi 10 explevi intercapedinem 12 *,δφνηβ'*: correxi 13 *κβ*, sed *β* in *η* mutavit m. 1 19 *κδ*: correxi 21 *,δφνε*: correxi 22 supplevi 23 *μδ*: correxi

gegeben. Nun ist *ΑΔ* gegeben, da *ΔΘ* und *ΘΑ* gegeben sind. Also ist auch *ΑΖ* gegeben, mithin *Ζ*. Also ist auch der Schnitt durch *Ζ*, d. h. der Kreis *ΖΗ* gegeben. Berechnet wird es, der Analyse entsprechend, folgendermaſsen. Bestimme den Körperinhalt des Kegelstumpfs, wie wir es lernten; er ist = 5698.

$$4 \times 5698 = 22792$$
$$\frac{22\,792}{5} = 4558\tfrac{2}{5}.$$

So groſs wird der Inhalt des Kegelstumpfs *ΔΕΖΗ* sein,

$$28 - 21 = 7$$
$$\frac{7}{2} = 3\tfrac{1}{2}$$
$$\frac{28}{2} = 14$$
$$\frac{3\frac{1}{2}}{14} = \frac{12}{x}$$
$$x = 48$$
$$48 - 12 = 36.$$

Die Axe des Kegels *ΓΔΕ* wird = 36 sein. Nun ist der Durchmesser *ΔΕ* = 21; der Körperinhalt des Kegels wird daher, wie wir lernten, = 4158 sein. Addiere dies sowohl zu 5698 als auch zu 4158. Es ergiebt 9856. Dazu 4158, ergiebt 14014.

$$4558\tfrac{2}{5} + 4158 = 8716\tfrac{2}{5}$$
$$48^3 + 36^3 = 17248$$

Nun ist

$$\frac{14014}{8716\frac{2}{5}} = \frac{17248}{x}$$
$$x = 97050$$
$$\sqrt{97050} \text{ annähernd} = 46$$
$$46 - 36 = 10$$
$$12^2 = 144$$
$$(3\tfrac{1}{2})^2 = 12\tfrac{1}{4}$$
$$144 + 12\tfrac{1}{4} = 156\tfrac{1}{4}$$
$$\sqrt{156\tfrac{1}{4}} = 12\tfrac{1}{2}.$$

Die Seite *ΑΔ* des Kegelstumpfs wird = $12\frac{1}{2}$ sein.

$\overset{\alpha}{\mu}$ ͵διδ πρὸς τὸ [ἀπὸ] ͵ηψις $\overset{\varepsilon'}{\beta}$, οὕτως $\overset{\alpha}{\mu}$ ͵ζσμη πρός τι· ἔστι δὲ πρὸς $\overset{\vartheta}{\mu}$ ͵ζν. τούτων λαβὲ κυβικὴν πλευρὰν ὡς ἔγγιστα· γίγνονται μς. ἄφελε τὰς λς· λοιπαὶ μονάδες ι· καὶ τὰ ιβ τοῦ ὕψους ἐφ' ἑαυτά· γίνεται ρμδ· καὶ τὰ γ∟ ἐφ' ἑαυτά· γίγνεται ιβ δ΄. σύνθες· γίγνονται ρνς δ΄· ὧν πλευρὰ γίγνεται ιβ∟· ἡ τοῦ κωνο[υ]κολούρου πλευρὰ ἡ *ΔΑ* ιβ∟· καὶ ποίησον ὡς τὰ ιβ τοῦ fol. 110^{r} ὕψους πρὸς τὰ ι, οὕτως τὰ ιβ∟ πρὸς τί· | ἔστι δὲ πρὸς ι $\overset{\iota\beta'}{\varepsilon}$. καὶ διὰ τοῦ Ζ σημείου τετμήσθω ὁ κῶνος, ὡς εἴρηται. καὶ ἔσται τὸ προκείμενον.

κγ. Τὴν δοθεῖσαν σφαῖραν ἐπιπέδῳ τεμεῖν, ὥστε τὰ τμήματα τῆς σφαίρας πρὸς ἄλληλα λόγον ἔχειν τὸν ἐπιταχθέντα. ἔστω δὴ ὁ δοθεὶς λόγος τῆς *Α* πρὸς τὴν *Β*· καὶ ἐκκείσθω κύκλος ἐν ἐπιπέδῳ εἷς τῶν μεγίστων τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ, οὗ κέντρον μὲν τὸ *Γ*, διάμετρος δὲ ἡ *ΔΕ*· καὶ τῇ *ΓΕ* ἴση κείσθω ἡ *ΕΖ* καὶ τετμήσθω κατὰ τὸ *Η*, ὥστε εἶναι ὡς τὴν *ΖΗ* πρὸς τὴν *ΗΕ*, τὴν *Α* πρὸς τὴν *Β*· ἡ δὲ *ΔΕ* τετμήσθω κατὰ τὸ *Θ*, ὥστε εἶναι ὡς τὴν *ΕΖ* πρὸς *ΖΗ*, οὕτως τὸ ἀπὸ *ΕΔ* πρὸς τὸ ἀπὸ *ΔΘ*· καὶ τῇ *ΔΕ* πρὸς ὀρθὰς ἡ *ΘΚΛ*· καὶ ἐπεζεύχθω ἡ *ΚΔ*· καὶ εἰλήφθω τυχὸν σημεῖον ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας, τῆς σφαίρας καὶ πόλῳ τῷ *Μ*, διαστήματι ⟨δὲ⟩ [τῷ] ἴσῳ τῇ *ΚΔ* κύκλος γεγράφθω ἐν τῇ ἐπιφανείᾳ τῆς σφαίρας ὁ *ΝΞ*. λέγω ὅτι τὰ ἀπολαμβανόμενα τμήματα ὑπὸ τοῦ γραφέντος κύκλου πρὸς ἄλληλα λόγον ἔχει, ὃν ἡ *Α* πρὸς τὴν *Β*. τοῦτο γὰρ fol. 110v ὁμοίως | Ἀρχιμήδει δέδεικται ἐν τῷ β΄ περὶ σφαίρας (c. 4 t. 1 p. 210 Heib.).

---

1 [ἀπὸ] delevi $\overset{\varepsilon}{\mu}$: correxi 2 $\overset{o}{\mu}$ ͵ζν: correxi 6—7 *κώνου κολούρου*: correxi 8—9 πρὸς ι΄γ΄ ι΄β΄: correxi 23 [τῷ] delevi, ⟨δὲ⟩ addidi

---

Nun ist

$$\frac{12}{10} = \frac{12\frac{1}{2}}{x}$$

$$x = 10\tfrac{5}{12}$$

Nun schneide man durch den Punkt *Z* den Kegel, wie angegeben, und die Aufgabe wird gelöst sein.

XXIII. Eine gegebene Kugel durch eine Ebene so zu schneiden, daſs die Kugelsegmente ein gegebenes Verhältnis haben. Das gegebene Verhältnis sei das von *A* zu *B* und es sei ein gröſster Kreis der Kugel in einer Ebene gegeben, dessen Mittelpunkt *Γ* und dessen Durchmesser *ΔE* sein soll. Nun werde $EZ = ΓE$ gemacht und in *H* so geschnitten, daſs $ZH : HE = A : B$. Und *ΔE* werde in *Θ* so geschnitten, daſs $EZ : ZH = EΔ^2 : ΔΘ^2$. Man ziehe dann im rechten Winkel zu *ΔE* die Linie *ΘKΛ*, und die Verbindungslinie *KΔ*, nehme einen beliebigen Punkt auf der Oberfläche der Kugel und beschreibe mit *M* als Pol und einem Abstand, der gleich *KΔ* sei, auf der Oberfläche der Kugel den Kreis *NΞ*. Ich behaupte, daſs die von dem beschriebenen Kreise getrennten Kugelsegmente sich wie *A* : *B* zu einander verhalten. Denn dies hat Archimedes ebenfalls in seinem 2. Buche über die Kugel nachgewiesen.

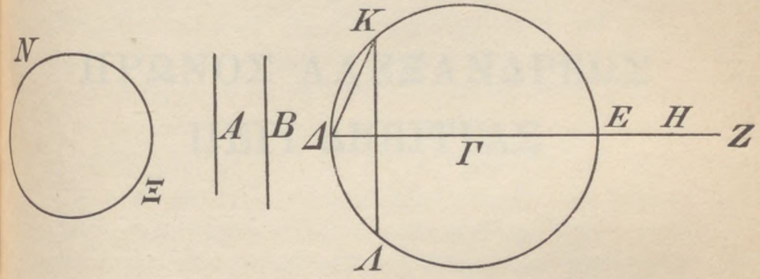


Fig. 82.

ΗΡΩΝΟΣ ΑΛΕΞΑΝΔΡΕΩΣ
ΠΕΡΙ ΔΙΟΠΤΡΑΣ

ΗΡΩΝΟΣ ΑΛΕΞΑΝΔΡΕΩΣ
ΠΕΡΙ ΔΙΟΠΤΡΑΣ

cod. Paris. suppl. gr. 607 fol. 62^r pag. 174 Vi

α. Τῆς διοπτρικῆς πραγματείας πολλὰς καὶ ἀναγκαίας παρεχομένης χρείας καὶ πολλῶν περὶ αὐτῆς λελεχότων ἀναγκαῖον εἶναι νομίζω τά τε ὑπὸ τῶν πρὸ ἐμοῦ παραλειφθέντα καὶ, ὡς προείρηται, χρείαν παρέχοντα γραφῆς ἀξιῶσαι, τὰ δὲ δυσχερῶς εἰρημένα εἰς εὐχέρειαν μεταγαγεῖν, τὰ δὲ ψευδῶς εἰρημένα εἰς διόρθωσιν προάξαι. οὐχ ἡγοῦμαι δὲ ἀναγκαῖον εἶναι τά τε ἡμαρτημένως καὶ δυσχερῶς ἐκτεθειμένα ἢ καὶ διημαρτημένα ὑπὸ τῶν πρὸ ἡμῶν νῦν εἰς μέσον φέρειν· ἐξέσται γὰρ τοῖς βουλομένοις ἐντυγχάνουσιν κρίνειν τὴν διαφοράν. ἔτι δὲ καὶ ὅσοι ἀναγραφὴν πεποίηνται περὶ τῆς πραγματείας, οὐ [διὰ] μιᾷ ἢ τῇ αὐτῇ διόπτρᾳ κέχρηνται πρὸς τὴν ἐνέργειαν, πολλαῖς δὲ καὶ διαφόροις, καὶ ὀλίγας δι᾽ αὐτῶν προτάσεις ἐπιτελέσαντες. ἡμεῖς μὲν οὖν καὶ τοῦτο αὐτὸ πεφιλοτιμήμεθα, ὥστε διὰ τῆς αὐτῆς τὰς προκειμένας ἡμῖν προτάσεις ἐνεργεῖσθαι. οὐ μὴν ἀλλὰ καὶ ἂν ἑτέρας τις ἐπινοήσῃ, οὐκ ἀμοιρήσει ἡ κατασκευασθεῖσα ὑφ᾽ ἡμῶν διόπτρα, ὥστε καὶ ταύτας ἐνεργεῖν.

1—2 Tituli folio resecto exiguae supersunt reliquiae: Ἥρωνος περὶ διόπτρας   5 λελεχότων: cf. Galenus XVI 249, 4 K.

ÜBER EINE DIOPTRA
VON HERON VON ALEXANDRIA.

I. Da die Lehre von der Dioptra viele und unentbehrliche praktische Anwendungen bietet und Viele über sie gehandelt haben, so halte ich für nötig, das von meinen Vorgängern Übergangene, das, wie gesagt, eine praktische Anwendung gestattet, der Darstellung zu würdigen, das schwierig Dargestellte in eine leichtfaſsliche Form zu bringen und das falsch Dargestellte zu verbessern. Ich glaube jedoch nicht, daſs es nötig ist, das von meinen Vorgängern in fehlerhafter und schwerverständlicher Form Vorgetragene oder auch sachlich Verfehlte hier zu behandeln. Denn wem daran liegt, der kann sich durch eigene Lektüre ein Urteil über den Unterschied bilden. Ferner haben auch diejenigen, welche über den Gegenstand geschrieben haben, sich zur Ausführung der Operationen nicht eines und desselben Instrumentes, sondern vieler und immer wieder verschiedener bedient, und doch haben sie vermittelst derselben nur wenige Aufgaben gelöst. Wir nun haben gerade auf diesen Punkt besonderen Wert gelegt, so daſs durch ein und dasselbe Instrument die uns vorliegenden Aufgaben gelöst werden. Jedoch wird auch, wenn sich jemand noch andere Aufgaben ausdenkt, die von uns konstruierte Dioptra dabei nicht versagen, so daſs sie auch diese auszuführen vermag.

---

10 ἡμαρτημένα καὶ: correxi   14—15 διὰ μιᾶς ἢ τῆς αὐτῆς διόπτρας: correxi dittographia sublata   19 ἑτέραν: corr. R. Schoene

p. 176 β. Ὅτι δὲ πολλὰς παρέχεται τῷ βίῳ χρείας ἡ πραγματεία, δι’ ὀλίγων ἐστὶν ἐμφανίσαι. πρός τε γὰρ ὑδάτων ἀγωγὰς καὶ τειχῶν κατασκευὰς καὶ λιμένων καὶ παντὸς οἰκοδομήματος εὔχρηστος τυγχάνει, πολλὰ δὲ ὤνησεν καὶ τὴν περὶ τὰ οὐράνια θεωρίαν, ἀναμετροῦσα τά [τε] μεταξὺ τῶν ἀστέρων διαστήματα, καὶ τὰ περὶ μεγεθῶν καὶ ἀποστημάτων καὶ ἐκλείψεων ἡλίου καὶ σελήνης· πρός τε τὴν τῶν γεωγραφουμένων πραγματείαν, νήσους τε καὶ πελάγη καὶ καθόλου πᾶν διάστημα ἐξ ἀποστήματος ⟨. . . .⟩. πολλάκις γὰρ ἐμποδὼν ἵσταταί τι εἶργον ἡμᾶς τῆς προθέσεως, ἤτοι διὰ πολεμίων προκατάληψιν ἢ διὰ τὸ ἀπρόσιτον καὶ ἄβατον εἶναι τὸν τόπον παρεπομένου τινὸς ἰδιώματος φυσικοῦ ἢ ῥεύματος ὀξέα ὑποσύροντος. πολλοὶ γοῦν πολιορκεῖν ἐπιχειροῦντες κλίμακας ἢ μηχανήματα κατασκευασάμενοι ἐλάσσονα ὧν χρὴ καὶ προσα⟨γα⟩γόμενοι τοῖς τείχεσιν ὑποχειρίους ἑαυτοὺς παρέσχον τοῖς ἀντιπάλοις παραλογισθέντες τῇ ἀναμετρήσει τῶν τειχῶν διὰ τὸ ἀπείρους εἶναι τῆς διοπτρικῆς πραγματείας. αἰεὶ γὰρ ἐκτὸς ὄντας βέλους ἀναμετρεῖν δεῖ τὰ προειρημένα
fol. 62v δια|στήματα.

Πρότερον οὖν ἐκθέμενοι τὴν τῆς διόπτρας κατασκευὴν ἑξῆς καὶ τὰς χρείας προστάξομεν.

γ. Ἡ τοίνυν τῆς εἰρημένης διόπτρας κατασκευή
p. 178 ἐστιν τοιαύτη. παγεὺς γίνεται καθάπερ στυλίσκος, ἔχων ἐκ τοῦ ἄνω μέρους τόρμον στρογγύλον· περὶ δὲ τὸν τόρμον τυμπάνιον περιτίθεται χάλκεον περὶ τὸ αὐτὸ κέντρον τῷ τόρμῳ. περιτίθεται δὲ καὶ χοινικὶς χαλκῆ περὶ τὸν τόρμον εὐλύτως δυναμένη περὶ αὐτὸ⟨ν⟩ π⟨ο⟩λεῖσθαι, ἔχουσα ἐκ μὲν τοῦ κάτω μέρους τυμπάνιον ὠδοντωμένον συμφυὲς αὐτῇ, ἔλασσον τοῦ προει-

II. Daſs diese Disciplin dem praktischen Leben vielfachen Nutzen gewährt, kann man mit wenigen Worten zeigen. Denn sowohl für die Anlage von Wasserleitungen als auch für den Bau von Mauern und Häfen und jeder Art von Gebäuden ist sie nützlich, und auch der Himmelskunde hat sie durch Ausmessung der Abstände zwischen den Sternen vielfachen Nutzen gebracht, sowie auch den Untersuchungen über die Gröſse, die Abstände und die Verfinsterungen von Sonne und Mond; ferner ist sie für die Geographie nützlich gewesen, indem sie Inseln und Meere und allgemein jede Entfernung aus Abstand messen lehrte. Denn oft steht ein Hindernis im Wege, das uns an der Ausführung unserer Absicht hindert, weil entweder Feinde die Örtlichkeit vorher besetzt haben, oder weil das Terrain unzugänglich und unwegsam ist, wenn es irgend eine physische Eigentümlichkeit hat, oder ein reiſsender Strom im Wege ist (?). Beispielsweise haben Viele bei Einleitung einer Belagerung Leitern oder Belagerungstürme in kleineren Dimensionen als nötig war konstruiert und sich dann, wenn sie diese an die Mauern heranführten, dem Gegner ausgeliefert, da sie sich aus Unkenntnis der Handhabung der Dioptra in der Messung der Mauerhöhen getäuscht hatten. Denn diese Gröſsen muſs man stets auſser Schuſsweite messen. Wir werden nun zuerst die Konstruktion der Dioptra auseinandersetzen und sodann auch eine Übersicht der Fälle ihrer praktischen Verwendung beifügen.

III. Die Konstruktion dieser Dioptra ist folgende. Es wird ein Ständer in Form einer kleinen Säule angefertigt, der oben einen runden Zapfen hat. Um den Zapfen wird eine kleine Bronzescheibe herumgelegt, die mit dem Zapfen denselben Mittelpunkt hat. Ferner wird um den Zapfen ein Bronzecylinder herumgelegt, der sich bequem darum zu drehen vermag; er hat an seinem unteren Teile ein

---

6 [τε] delevi 10 hiatu ⟨ἀναμετροῦσα⟩ sim. haustum 16 προσαγόμενοι: correxi. f. χρῆν 17 ἑαυτοῖς: corr. Vi 26 ἀνωτέρου τόρμον: corr. R. Schoene 29—30 αὐτὸ πλεῖσθαι: correxi; εἰλεῖσθαι Vi 31 et p. 194 l. 8 οδοντωμενον: corr. Vi

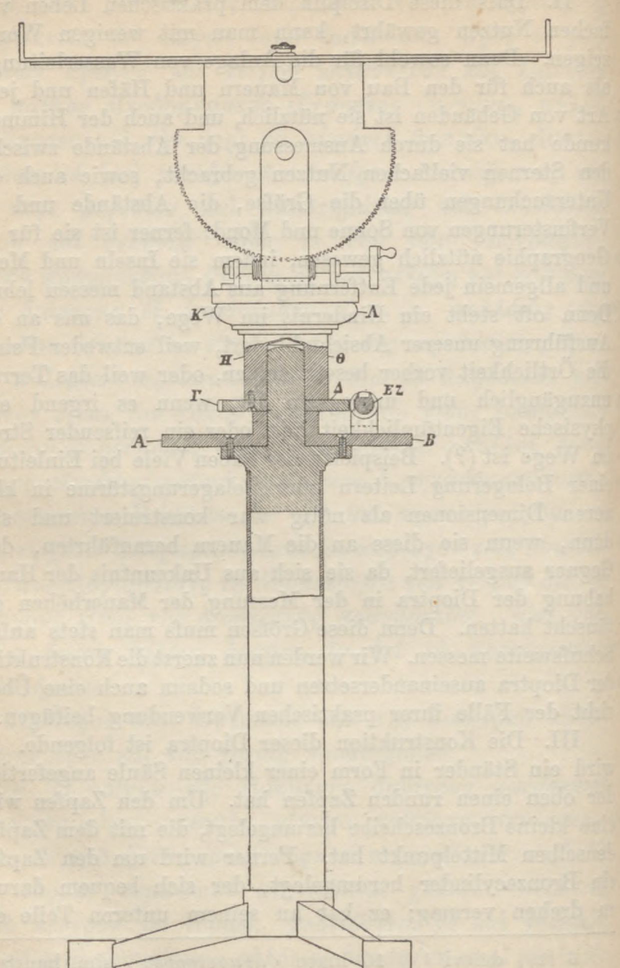


Fig. 83a. Dioptra (Durchschnitt).

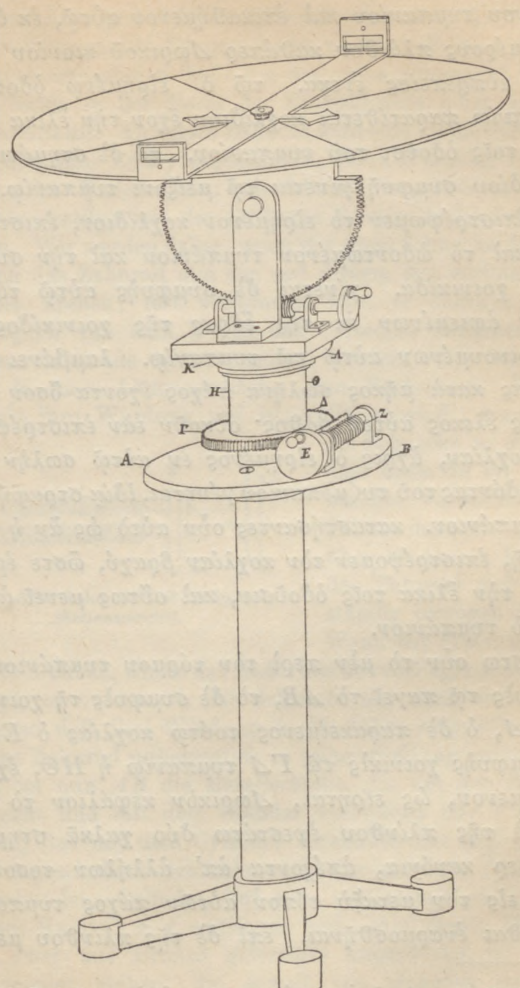


Fig. 83b. Dioptra (Seitenansicht).

ρημένου τυμπανίου καὶ ἐπικαθήμενον αὐτῷ, ἐκ δὲ τοῦ ἄνω μέρους πλίνθον καθάπερ Δωρικοῦ κιονίου κεφάλιον εὐπρεπείας ἕνεκα. τῷ δ' εἰρημένῳ ὀδοντωτῷ τυμπανίῳ παρατίθεται κοχλίδιον ἔχον τὴν ἕλικα ἁρμοστὴν τοῖς ὀδοῦσι τοῦ τυμπανίου. τὰ δὲ στημάτια τοῦ κοχλιδίου συμφυῆ γίνεται τῷ μείζονι τυμπανίῳ. ἐὰν ἄρα ἐπιστρέφωμεν τὸ εἰρημένον κοχλίδιον, ἐπιστρέψομεν καὶ τὸ ὠδοντωμένον τυμπάνιον καὶ τὴν συμφυῆ αὐτῷ χοινικίδα. γίνεται δὲ συμφυὴς αὐτῷ τόρμων τριῶν ἀφιεμένων ἐκ τῆς ἕδρας τῆς χοινικίδος καὶ συγκοινουμένων αὐτῷ τῷ τυμπανίῳ. λαμβάνει δὲ ὁ κοχλίας κατὰ μῆκος σωλῆνα πάχος ἔχοντα ὅσον ἐστὶν τὸ τῆς ἕλικος αὐτοῦ βάθος· οὐκοῦν ἐὰν ἐπιστρέψωμεν τὸν κοχλίαν, ἄχρις ὁ εἰρημένος ἐν αὐτῷ σωλὴν κατὰ τοὺς ὀδόντας τοῦ τυ⟨μ⟩πανίου γένηται, ἰδίᾳ στραφήσεται τὸ τυμπάνιον. καταστήσαντες οὖν αὐτὸ ὡς ἂν ἡ χρεία ἀπαιτῇ, ἐπιστρέψομεν τὸν κοχλίαν βραχύ, ὥστε ἐμπλακῆναι τὴν ἕλικα τοῖς ὀδοῦσιν, καὶ οὕτως μενεῖ ἀκίνητον τὸ τυμπάνιον.

p. 180 *Ἔστω οὖν τὸ μὲν περὶ τὸν τόρμον τυμπάνιον καὶ συμφυὲς τῷ παγεῖ τὸ AB, τὸ δὲ συμφυὲς τῇ χοινικίδι τὸ $\Gamma\Delta$, ὁ δὲ παρακείμενος τούτῳ κοχλίας ὁ EZ, ἡ δὲ συμφυὴς χοινικὶς τῷ $\Gamma\Delta$ τυμπανίῳ ἡ $H\Theta$, ἔχουσα ἐπικείμενον, ὡς εἴρηται, Δωρικὸν κεφάλιον τὸ $K\Lambda$. ἐπὶ δὲ τῆς πλίνθου ἐφεστάτω δύο χαλκᾶ στημάτια καθάπερ κανόνια, ἀπέχοντα ἀπ' ἀλλήλων τοσοῦτον, ὥστε εἰς τὸν μεταξὺ τόπον αὐτῶν πάχος τυμπανίου δύνασθαι ἐναρμοσθῆναι. ἐπὶ δὲ τῆς πλίνθου μεταξὺ*

---

2 *κιωνίου* 4—5 *ἁρμοστὴν*: *η* ex *ει* fecit. m. 1 7—8 *επιστρεψωμεν* 15 *τυπανιου γένηται ἢ διαστραφήσεται*: correxi 17 *επιστρεψωμεν*

mit ihm fest verbundenes Zahnrad, das noch kleiner ist als die vorgenannte Bronzescheibe und auf dieser aufliegt, und an seinem oberen Teile um des guten Aussehens willen eine Plinthe in der Form des Kapitellchens einer kleinen dorischen Säule. An dieses Zahnrad wird eine kleine Schnecke (Schraube ohne Ende) angeschoben, deren Windung zu den Zähnen des Rades paſst; die kleinen Lagerböcke dieser Schraube werden mit der gröſseren Bronzescheibe fest verbunden. Wir werden daher, wenn wir diese Schnecke drehen, zugleich das Zahnrad und den mit diesem fest verbundenen Cylinder drehen; fest verbunden wird er dadurch, daſs drei Zapfen von dem Boden des Cylinders ausgehen und mit dem Zahnrade selbst vernietet werden. Die Schnecke erhält in ihrer Längenrichtung eine Vertiefung, die so breit als ihre Windung tief ist. Mithin wird, wenn wir die Schnecke so drehen, daſs diese an ihr angebrachte Vertiefung den Zähnen des Rades gegenüber zu stehen kommt, das Zahnrad sich selbständig bewegen lassen. Wenn wir dieses nun so eingestellt haben, wie es das Bedürfnis des vorliegenden Falles verlangt, so werden wir die Schraube nur noch ein wenig drehen, so daſs ihre Windung in die Zähne eingreift, dann wird das Zahnrad unbeweglich in seiner Stellung verbleiben.

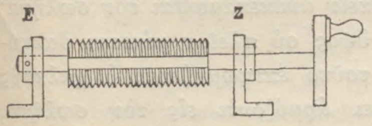


Fig. 83 c. Schnecke mit Gräbchen (Seitenansicht).

Es sei nun AB die Metallscheibe, die um den Zapfen herumgeht und mit dem Ständer verbunden ist; $\Gamma\Delta$ das Zahnrad, das mit dem Cylinder verbunden ist; EZ die an dieses angeschobene Schnecke, $H\Theta$ der mit dem Zahnrade $\Gamma\Delta$ verbundene Cylinder, auf dem, wie gesagt, ein kleines dorisches Kapitell $K\Lambda$ aufliegen soll. Auf dessen Plinthe sollen zwei aus Bronze gefertigte Lagerböcke in Form von Linealen stehen, die soweit von einander entfernt sein müssen, daſs sich in den freien Raum zwischen ihnen die Dicke eines Zahnrades einpassen läſst, und auf der

p. 182 *τῶν κανονίων κοχλίας ἔστω στρεφόμενος, οὗ τὰ* fol. 63ʳ *στη⟨μάτια . . . .⟩ | ἁρμοστὰ τῷ εἰρημένῳ τόρμῳ· οἱ δὲ μακροὶ καὶ οἱ ὄντες τῷ τόρμῳ παρυπεραίρουσιν εἰς τὸ ἄνω μέρος ὅσον δακτύλους δ. ἐν δὲ τῇ μεταξὺ τῶν ὑπεροχῶν χώρᾳ ἐναρμόζεται κανὼν πλάγιος, μῆκος μὲν ἔχων ὡς πήχεις τέσσαρας, πλάτος δὲ καὶ πάχος ὥστε ἁρμόζειν εἰς τὴν εἰρημένην χώραν· καὶ διατεμνέσθω ὑπ' αὐτῆς κατὰ μῆκος.*

p. 184 *δ. Ἐν δὲ τῇ ἄνω ἐπιφανείᾳ τοῦ κανόνος σωλὴν ἐγκέκοπται ἤτοι στρογγύλος ἢ τετράγωνος, τῷ μήκει τηλικοῦτος, ὥστε δέξασθαι σωλῆνα χαλκοῦν μῆκος ἔχοντα ἔλασσον τοῦ κανόνος ὡς δακτύλους δώδεκα. τῷ δὲ χαλκῷ σωλῆνι πρόσκεινται ἕτεροι σωλῆνες ὀρθοὶ ἐκ τῶν ἄκρων, ὥστε δοκεῖν ἀνακεκάμφθαι τὸν σωλῆνα· τῆς δ' ἀνακαμπῆς τὸ ὕψος οὐ πλεῖον γίνεται δακτύλων δύο. εἶτα μετὰ τοῦτο ἐπιπωμάζεται ὁ χαλκοῦς* p. 186 *σωλὴν κανόνι ἐπιμήκει ἁρμόζοντι εἰς τὸν σωλῆνα, ὥστε συνέχειν τόν τε χαλκοῦν σωλῆνα καὶ εὐπρεπεστέραν τὴν ὄψιν παρέχειν. ἐν δὲ ταῖς εἰρημέναις ἀνακαμπαῖς τοῦ σωλῆνος ἐναρμόζεται ἐν ἑκατέρᾳ ὑάλινον κυλίνδριον πάχος μὲν ἔχον ἁρμοστὸν τῷ σωλῆνι, ὕψος δὲ ὡς δακτύλων δώδεκα· εἶτα περιστεγνοῦται εἰς τὰς ἀνακαμπὰς τὰ ὑάλινα κυλίνδρια κηρῷ ἢ ἄλλῳ τινὶ στεγνώματι, πρὸς τὸ ὕδατος ἐμβληθέντος δι' ἑνὸς τῶν κυλινδρίων μηδαμόθεν διαρρεῖν.*

Περίκειται δὲ τῷ πλαγίῳ κανόνι πηγμάτια δύο κατὰ τοὺς τόπους, ἐν οἷς ἐστιν τὰ ὑάλινα κυλίνδρια, ὥστε δι' αὐτῶν διελθόντα τὰ ὑάλινα συνέχεσθαι. ἐν

Plinthe soll sich zwischen den beiden groſsen Pfosten eine Schnecke drehen, deren kleine Lagerböcke ⟨in die Plinthe eingelassen sein müssen. . . . .⟩ an den genannten Zapfen passend. Die beiden langen und dem Zapfen parallel laufenden Pfosten ragen nach oben etwa 4 Daktylen über ihn hinaus. In das Lager zwischen den überragenden Teilen wird ein Lineal quer eingesetzt, das 4 Ellen lang und so breit und dick ist, daſs es in dieses Lager hineinpaſst, und zwar soll es von diesem seiner Länge nach in zwei gleiche Hälften geteilt werden.

IV. In die obere Fläche des Visierlineals ist eine Vertiefung von halbrundem oder quadratischem Querschnitt eingeschnitten, die so lang ist, daſs sie eine Bronzeröhre, die um etwa 12 Daktylen kürzer ist als das Visierlineal, aufzunehmen vermag. An die Bronzeröhre schlieſsen sich an ihren Enden zwei andere, senkrecht stehende Röhren an, so daſs es aussieht, als sei die groſse Röhre nach oben aufgebogen. Die Höhe dieser aufgebogenen Stücke bemiſst man auf nicht mehr als 2 Daktylen. Hierauf wird die Bronzeröhre mit einem langen Lineal, das auf die Vertiefung paſst, oben dergestalt zugedeckt, daſs dieses sowohl die Bronzeröhre festhält als auch das Aussehen des Apparats wohlgefälliger macht. In die genannten Aufbiegungen der Röhre wird je ein kleiner Glascylinder eingepaſst, der eine zu der Röhre passende Dicke und eine Höhe von etwa 12 Daktylen hat. Sodann werden die Glascylinder in die Aufbiegungen mit Wachs oder einem andern Bindemittel hineingekittet, damit, wenn durch einen der Cylinder Wasser eingegossen wird, es nirgends durchlaufen kann.

Das querliegende Lineal wird an den Stellen, wo sich die Glascylinder befinden, von zwei kleinen Gehäusen umgeben, so daſs die Glasgefäſse durch diese hindurchgehen und

---

2 post *στη* hiat disputatio, desunt 4 folia, cf. proleg. p. XIV; f. *στη⟨μάτια συμφυῆ γίνεται τῇ πλίνθῳ . . . . . .⟩* 3 *μακροὶ καὶ οἱ ὄντες*: f. *καὶ* <u>*οι*</u> (i. e. *παράλληλοι*) *ὄντες* (sc. *κανόνες*) 7 *διατεμνέσθω*: *ν* supra lin. supplevit m. 1 20 *εκατέρω*: correxi 21 *ὑέλινον*: correxi hic et 23. 27. 28. p. 200, 3 coll. p. 200, 9

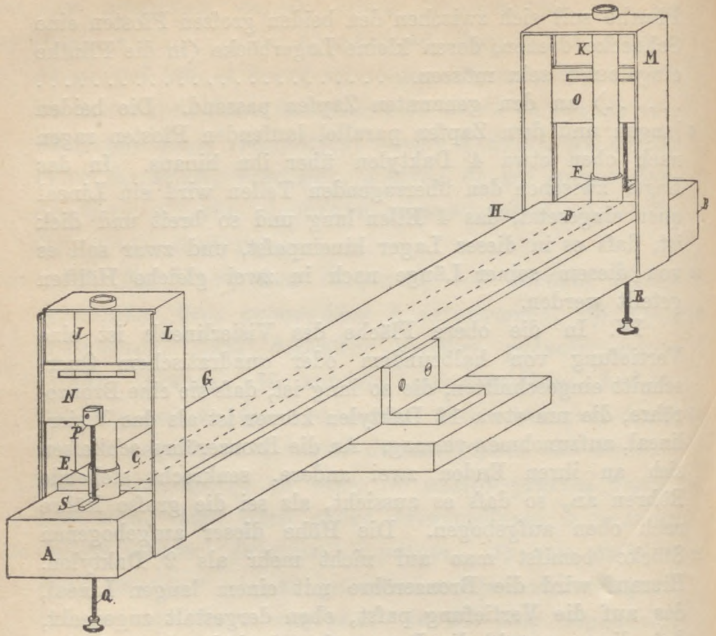


Fig. 84a. Nivellierlineal (Seitenansicht).

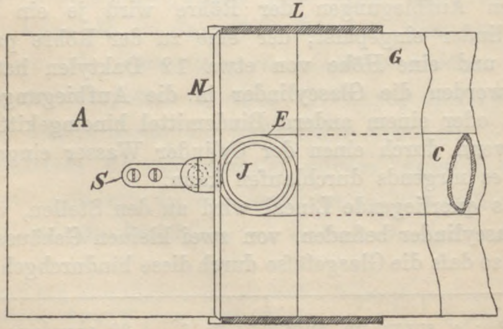


Fig. 84b. Nivellierlineal (Grundriſs).

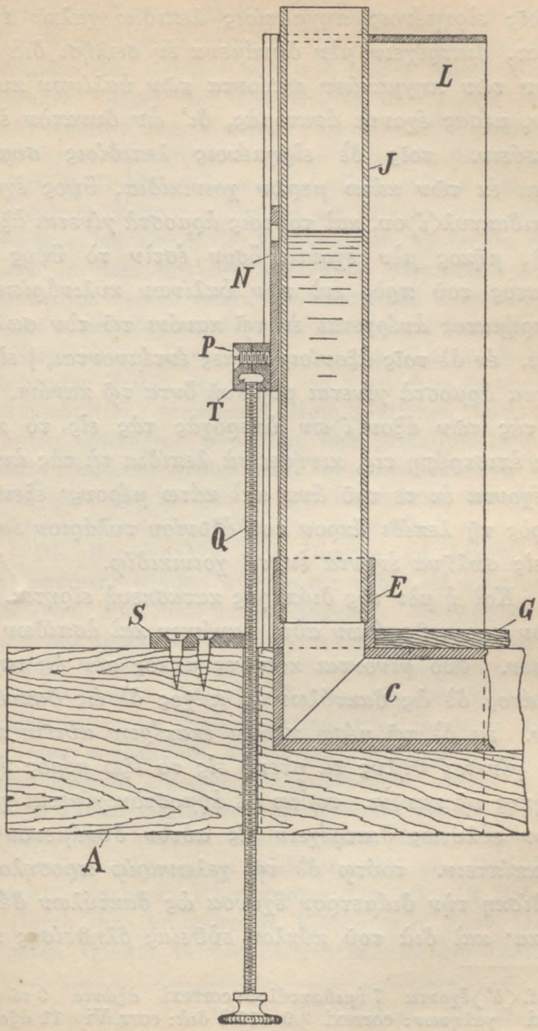


Fig. 84c. Nivellierlineal (Durchschnitt).

δὲ τοῖς εἰρημένοις πηγματίοις λεπίδια χαλκᾶ ἐναρμόζεται, διατρέχειν μὲν δυνάμενα ἐν σωλῆσι διὰ τῶν τοίχων τῶν πηγματίων ψαύοντα τῶν ὑαλίνων κυλινδρίων, μέσας ἔχοντα ἀνατομάς, δι’ ὧν δυνατὸν ἔσται διοπτεύειν. τοῖς δὲ εἰρημένοις λεπιδίοις συμφυῆ γίνεται ἐκ τῶν κάτω μερῶν χοινικίδια, ὕψος ἔχοντα ὡς ἡμιδακτυλ⟨ί⟩ου, καὶ τούτοις ἁρμοστὰ γίνεται ἀξόνια χαλκᾶ, μῆκος μὲν ἔχοντα ὅσον ἐστὶν τὸ ὕψος τοῦ πήγματος τοῦ πρὸς ἑνὶ τῶν ὑαλίνων κυλινδρίων, ἃ διὰ τρήματος ἀνέρχεται ἐν τῷ κανόνι τῷ τὸν σωλῆνα fol. 63^{v} ἔχοντι. ἐν δὲ τοῖς ἀξονίοις ἕλικες ἐντέμνονται, | εἰς ἃς τυλάρια ἁρμοστὰ γίνεται συμφυῆ ὄντα τῷ κανόνι. ἐὰν ἄρα τὰς τῶν ἀξον⟨ί⟩ων ὑπεροχὰς τὰς εἰς τὸ κάτω μέρος ἐπιστρέφῃ τις, κινήσει τὰ λεπίδια τὰ τὰς ἀνατομὰς ἔχοντα ἔκ τε τοῦ ἄνω καὶ κάτω μέρους· ἕξει γὰρ τὸ πρὸς τῇ λεπίδι ἄκρον τοῦ ἀξονίου τυλάριον ἐμβαῖνον εἰς σωλῆνα ἐνόντα ἐν τῷ χοινικιδίῳ.

p. 188 ε. Καὶ ἡ μὲν τῆς διόπτρας κατασκευὴ εἴρηται, τὴν δὲ τῶν παρατιθεμένων αὐτῇ κανόνων καὶ ἀσπίδων νῦν ἐροῦμεν. δύο γίνονται κανόνες μῆκος μὲν ὡς πηχῶν ι, πλάτος δὲ ὡς δακτύλων ε, πάχος δὲ ὡς δακτύλων τριῶν. ἐν δὲ τῷ μέσῳ πλάτει ἑκατέρων αὐτῶν πελεκῖνος γίνεται θῆλυς τὰ στενὰ εἰς τὸ ἔξω μέρος ἔχων, ἰσομήκης τῷ κανόνι. τούτῳ δὲ ἁρμοστὸν γίνεται χελωνάριον εὐλύτως διατρέχειν εἰς αὐτὸν δυνάμενον καὶ μὴ ἐκπίπτειν. τούτῳ δὲ τῷ χελωναρίῳ προσηλοῦται ἀσπιδίσκη τὴν διάμετρον ἔχουσα ὡς δακτύλων δέκα ἢ δώδεκα· καὶ διὰ τοῦ κύκλου εὐθείας βληθείσης πρὸς

4f. ⟨δ’⟩ἔχοντα 7 ἡμιδακτύλου: correxi ἀξώνια 9 τῷ πρὸς: correxi γαληνων: correxi 9—10 ὃ διὰ: corr. Vi 11 ἀξωνιοις ἐντεμονται 13 ἀξώνων 16 ἀξωνίου 18—19 εἴρηται. τῶν

darin festgehalten werden. In diese Gehäuse werden Metallplättchen hineinverpaſst, welche in Führungen an den Wänden der Gehäuse auf und nieder laufen können; sie berühren dabei die Glascylinder und haben in der Mitte Ausschnitte zum Visieren. An diesen Metallplättchen sind an ihrem unteren Ende kleine Cylinder, die die Höhe von etwa $^{1}/_{2}$ Daktylos haben, befestigt und in diese paſst man drehbare Stifte aus Bronze ein, die so lang sind als das Gehäuse bei einem der Glascylinder; sie gehen durch ein Loch in dem mit der Vertiefung versehenen Lineal. In die Stifte werden Schraubenwindungen eingeschnitten, in welche kleine Zapfen, die mit dem Lineal festverbunden sind, eingreifen. Dreht man nun an den nach unten überstehenden Teilen der Stifte, so wird man dadurch die mit Ausschnitten versehenen Metallplättchen nach oben und unten bewegen. Denn das dem Metallplättchen benachbarte Ende des Stiftes wird mit einem kleinen Wulst versehen sein, der in eine an der Innenfläche des kleinen Cylinders angebrachte Vertiefung eingreift.

V. Die Konstruktion der Dioptra ist hiermit dargelegt; nunmehr werden wir die der neben ihr gebrauchten Schiebelatten und Zielscheiben angeben. Es werden zwei (parallelepipedische) Latten hergestellt, die eine Länge von etwa 10 Ellen, eine Breite von etwa 5 Daktylen und eine Dicke von etwa 3 Daktylen haben. In der Mitte einer Breitseite jeder der beiden Latten wird in deren ganzer Länge eine sogenannte weibliche Nuth von schwalbenschwanzförmigem Durchschnitt angebracht, deren engerer Teil nach auſsen liegt. In diese wird ein kleiner Schlitten eingepaſst, der bequem darin laufen kann, ohne doch herauszufallen. An diesen Schlitten wird eine Zielscheibe angenagelt, die einen Durchmesser von 10—12 Daktylen hat. Durch ihre kreisförmige Fläche wird eine Gerade im rechten Winkel zu der Längenrichtung der Latte ge-

---

δὲ παρατιθεμένων: corr. Vi 19 ἀσπίδων: ἀσπιδίσκων Vi 20 μήκους: correxi 22f. ἑκατέρου 24 τοῦτο ὀρθὰς τῷ μήκει τοῦ κανόνος τὸ μὲν τῶν ἡμικυκλίων λευκῷ χρίεται χρώματι, τὸ δ' ἕτερον μέλανι. ἐκ δὲ τοῦ χελωναρίου σπάρτος ἐκδεθεῖσα διὰ τροχίλου εἰς τὸ ἄνω τοῦ κανόνος κειμένου ἀποδίδοται εἰς τὸ ἕτερον τοῦ κανόνος μέρος, ὅπου οὐκ ἔστιν ἡ ἀσπιδίσκη. ἐὰν ἄρα τις τὸν κανόνα ὀρθὸν ἐάσῃ ἐπὶ τοῦ ἐδάφους, καὶ ἐπισπάσηται ἐκ τῶν ὄπισθεν μερῶν τὴν σπάρτον, μετεωρίσει τὴν ἀσπιδίσκην· ἐὰν δὲ ἀφῇ, κατενεχθήσεται εἰς τὸ κάτω μέρος τῷ ἰδίῳ βάρει· ἕξει γὰρ ἐκ τῶν ὄπισθεν μερῶν ἡ ἀσπιδίσκη μολιβοῦν πλάτυσμα προσηλωμένον, ὥστε αὐτομάτως

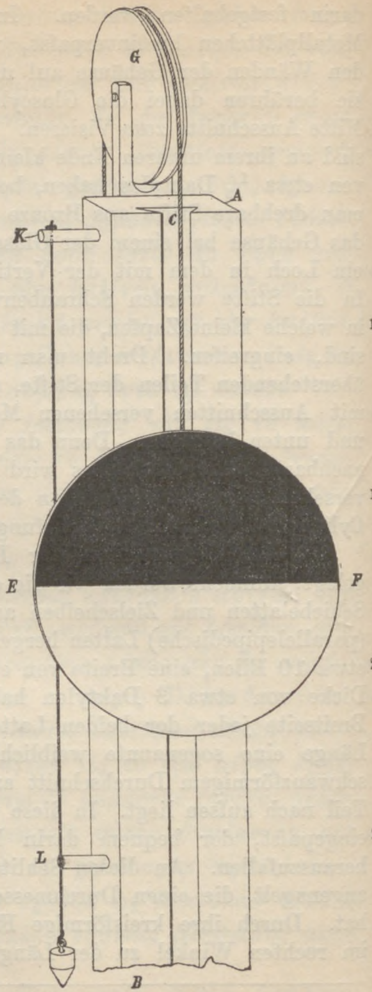


Fig. 85a.
Schiebelatte (Vorderansicht).

---

8 τροχήλου 15 ἐάσῃ: f. στήσῃ 19 μετεωρίσῃ 24—25 ὄπισθε

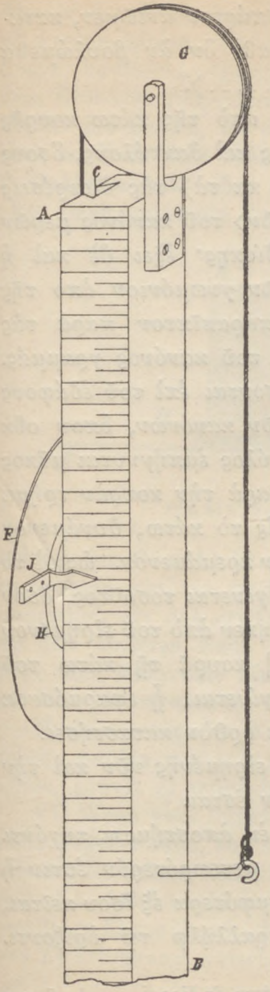


Fig. 85b.
Schiebelatte (Seitenansicht).

legt und dann der eine der beiden Halbkreise mit weiſser, der andere mit schwarzer Farbe angestrichen. An dem Schlitten wird eine Schnur befestigt und über ein am oberen Ende der Latte sitzendes Rad nach der anderen Seite der Latte, wo die Zielscheibe nicht sitzt, geführt. Wenn man nun die Latte senkrecht auf den Boden aufsetzt und von der Hinterseite aus die Schnur anzieht, so wird man die Zielscheibe nach oben bewegen; läſst man dagegen die Schnur nach, so wird die Scheibe durch ihr eigenes Gewicht nach unten gleiten. Die Zielscheibe wird nämlich an ihrer Rückseite eine aufgenagelte Bleiplatte tragen, so daſs sie von selbst hinabgleitet. Wenn wir zu dem Ende die Schnur nachlassen, so wird die Zielscheibe an jeder gewünschten Stelle der Latte festgestellt werden können.

Die Latte wird weiter von ihrer unteren Spitze an sorgfältig in so viel Ellen, Palaesten und Daktylen eingeteilt, als ihre Länge faſst, und an den Teilpunkten werden die Linien der Lattenteile rechts von der Zielscheibe eingegraben. Die Zielscheibe soll aber auch an ihrer Rückseite einen Zeiger haben, καταφέρεσθαι· πρὸς ὃ ἐὰν τὴν σπάρτον ἀνιῶμεν, κατασταθήσεται καὶ ἡ ἀσπιδίσκη καθ' ὃν ἂν βουλώμεθα τοῦ κανόνος τόπον χαλωμένης⟨.....⟩.

Διῃρήσθω δὲ καὶ ὁ κανὼν ἀπὸ τῆς κάτω κουρᾶς ἀκριβῶς εἰς πήχεις καὶ παλαιστὰς καὶ δακτύλους, ὅσους fol. 64^{r} ἐὰν ἐπιδέχηται | τὸ μῆκος· καὶ κα⟨τὰ⟩ τὰς διαιρέσεις αἱ γραμμαὶ ἐγκεχαράχθωσαν ⟨τῶν⟩ τοῦ κανόνος μερῶν [τῶν] ἐπὶ τὰ δεξιὰ τῆς ἀσπιδίσκης· ἕξει δὲ καὶ ἡ ἀσπιδίσκη ἐκ τῶν ὄπισθεν μερῶν γνωμόνιον ἀπὸ τῆς εἰρημένης ἐν αὐτῇ διαμέτρου παραπῖπτον παρὰ τὰς εἰρημένας ἐν τῷ πλαγίῳ μέρει τοῦ κανόνος γραμμάς.

p. 190 Οἱ δὲ κανόνες ὀρθοὶ σταθήσονται ἐπὶ τοῦ ἐδάφους ἀκριβῶς οὕτως· ἐκ πλαγίων τῶν κανόνων, ὅπου οὔκ εἰσιν αἱ τῶν μερῶν γραμμαί, τύλος ἐμπήγνυται μῆκος ἔχων ὡς δακτύλους τρεῖς, οὗ παρὰ τὴν κουρὰν τρῆμα γίνεται ἀπὸ τῶν ἄνω μερῶν εἰς τὸ κάτω, δυνάμενον σπάρτον δέξασθαι βάρος ἔχουσαν κρεμάμενον. ὡς δὲ τὸ κάτω μέρος [σ]τύλος ἐγκείμενος γίνεται τοσοῦτος, ὅσον καὶ τὸ εἰρημένον τρύπημα ἀφέστηκεν ἀπὸ τοῦ εἰρημένου κανόνος. ἐν δὲ τῇ [εἰρημένῃ] κουρᾷ τῇ κάτω τοῦ τύλου μέση καὶ ὀρθὴ γραμμὴ γίνεται, ᾗ ἐφαρμόσασα ἡ εἰρημένη σπάρτος τὸν κανόνα ὀρθὸν καταστήσει.

Τῆς οὖν κατασκευῆς πάσης εἰρημένης νῦν καὶ τὴν χρῆσιν ἐκθησόμεθα, ὡς δυνατὸν ἔσται.

p. 194 ϛ. Δύο σημείων δοθέντων ἐν ἀποστήματι τυχόντι ἐπισκέψασθαι, ὁπότερον αὐτῶν μετεωρότερόν ἐστιν ἢ ταπεινότερον, καὶ πόσῳ, ἢ καὶ ἀμφότερα ἐξ ἴσου κεῖται, τουτέστιν ἐν ἑνὶ ἐπιπέδῳ παραλλήλῳ τῷ ὁρίζοντι.

---

3 χαλωμένης: χαλωμένη Vi; hiatum indicavi 6—7 καὶ κατὰσ διαιρέσεις: corr. Vi 8 [τῶν] transposui; ἐκ τοῦ καν. Vi 9 ὄπισθε 13 πλαγίων τε: correxi 16 f. τὰ κάτω

der, in der Höhe jenes Durchmessers angebracht, die bezeichneten Linien, die sich auf der Flanke der Latte befinden, bestreicht. Genau senkrecht werden die Latten auf dem Erdboden folgendermaſsen aufgestellt. Auf derjenigen Flanke der Latten, wo die Teilungslinien nicht angebracht sind, wird ein Stift befestigt, der eine Länge von ungefähr 3 Daktylen hat. An seinem äuſseren Ende wird von oben nach unten ein Loch gebohrt, das eine Schnur, an welcher ein Gewicht hängt, aufzunehmen vermag. Weiter nach unten wird ein zweiter Stift angebracht, der so weit vorspringt, als das erwähnte Loch von der Latte absteht. An dem äuſseren Ende des unteren Pflockes wird in der Mitte eine senkrechte Linie angebracht. Spielt die Schnur auf diese ein, so wird sie dadurch die Latte senkrecht stellen.

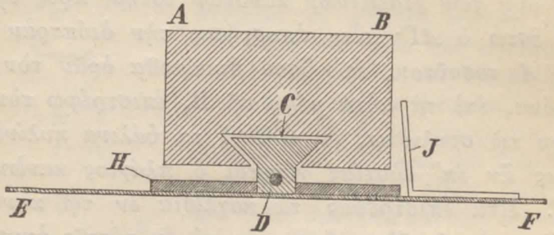


Fig. 85c. Schiebelatte (Querschnitt).

Nachdem wir die Konstruktion vollständig dargelegt haben, werden wir nun auch die Anwendung des Instruments, soweit es möglich sein wird, auseinandersetzen.

VI. Wenn zwei Punkte in beliebigem Abstande von einander gegeben sind, zu untersuchen, welcher von beiden der höhere oder tiefere, und wie groſs die Höhendifferenz ist, oder auch ob sie beide in gleicher Höhe, d. h. in einer dem Horizonte parallelen Ebene liegen. Ferner wollen wir auch noch die in dem Zwischenraum zwischen den bei den Punkten gegebenen

---

18 στύλος: corr. Vi τοσοῦτον 20 [εἰρημένῃ] delevi; f. κουρᾷ τῇ τοῦ κάτω τύλου 26 ὁπώτερον 27 exspectaveris ἢ ⟨εἰ⟩ καὶ

οὐ μὴν ἀλλὰ καὶ τοὺς δοθέντας τόπους ἐν τῷ μεταξὺ διαστήματι τῶν σημείων ἐπισκεψώμεθα, πῶς ἔχουσι πρὸς ἀλλήλους καὶ τὰ ἐξ ἀρχῆς δοθέντα σημεῖα. ἔστωσαν οἱ δοθέντες τόποι, τουτέστι τὰ σημεῖα, τὰ *Α*, *Β*. δεῖ δὲ ἐπισκέψασθαι, ὁπότερον αὐτῶν μετεωρότερόν ἐστιν ἢ ταπεινότερον· καὶ τὸ μὲν *Β* σημεῖον ἔστω ⟨τόπος⟩, ἐν [αὐτ]ῷ τὸ ὕδωρ ἐστίν, τὸ δὲ *Α*, εἰς ὃν μέλλει φέρεσθαι. ἕνα οὖν τῶν εἰρημένων κανόνων ἵστημι πρὸς τῷ *Α*, καὶ ἔστω ὁ *ΑΓ*· εἶτα ἀποστήσας τὴν διόπτραν ἀπὸ τοῦ *Α* τοσοῦτον, ἐφ' ὅσον δυνάμεθα ὁρᾶν τὸν *ΑΓ* κανόνα, ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη τῷ *Β*, ἐπιστρέφω τὸν ἐπ' ἄκρῳ τῷ στυλίσκῳ, ἐν ᾧ ἐστι τὰ ὑάλινα κυλίνδρια, ἄχρις ἂν ἐπ' εὐθείας γένηται ὁ πλάγιος κανὼν τῷ *ΑΓ*. εἶτα ἐπιστρέψας τὰ κοχλίδια ἐν τῷ κανόνι | fol. 64v ἀνάγω τὰς λεπίδας, ἄχρις ἂν αἱ ἐν αὐταῖς ἀνατομαὶ γένωνται κατὰ τὰς ἐν τοῖς ὑαλίνοις γραμμάς, ἃς ποιεῖ ἡ τοῦ ὕδατος ἐν αὐτοῖς ἐπιφάνεια· καὶ κατασταθέντων οὕτως τῶν λεπιδίων διὰ τῶν ἐν αὐτοῖς ἀνατομῶν διοπτεύω θεωρῶν τὸν *ΑΓ* κανόνα, τῆς ἀσπιδίσκης p. 196 μετεωριζομένης ἢ ταπεινουμένης, ἄχρις ἂν φανῇ ἡ μέση τοῦ λευκοῦ καὶ μέλανος χρώματος γραμμή. καὶ μενούσης τῆς διόπτρας ἀκινήτου μεταβὰς ἐκ τοῦ ἑτέρου μέρους διοπτεύω διὰ τῶν ἀνατομῶν, ἀποστήσας ἀπὸ τῆς διόπτρας τὸν ἕτερον κανόνα τοσοῦτον ὥστε βλέπεσθαι· καὶ πάλιν χαλωμένης τῆς ἑτέρας ἀσπιδίσκης θεωρῶ τὴν ἐν αὐτῇ μέσην τῶν χρωμάτων γραμμήν. ἔστω οὖν ὁ δεύτερος κανὼν ὁ *ΔΕ*, διόπτρα δὲ ἡ *Ζ*,

---

6 ⟨τόπος⟩ R. Schoene dubitanter 6—7 ἐν αὐτῷ: corr. Vi 7 εἰς ὃν: εἰς ὃ Vi 11 τοῦ Β: correxi 11—12 τὸν ἐπ' ἄκρῳ τῷ στυλίσκῳ: sc. κανόνα 12 ὑέλινα: correxi, cf. adn. p. 196, 21 18 αὐταῖς: correxi 27 ἡ Ζ̄ ʿ τὰ δὲ (sic): correxi

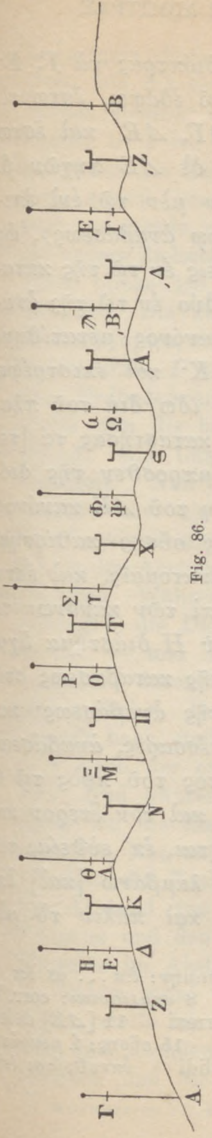


Fig. 86.

Orte darauf untersuchen, wie sie sich zu einander und zu den ursprünglich gegebenen Punkten verhalten.

Die gegebenen Orte, d. h. die Punkte, seien *Α* und *Β*. Die Aufgabe ist, zu untersuchen, welcher von beiden höher oder tiefer liegt. Nun sei *Β* der Punkt, an welchem das Wasser ist, *Α* der Punkt, nach welchem es geleitet werden soll. Ich stelle nun eine der erwähnten Schiebelatten bei *Α* auf; sie sei *ΑΓ*. Dann stelle ich die Dioptra in der Richtung auf *Β* zu soweit von *Α* entfernt auf, als man die Schiebelatte *ΑΓ* noch zu sehen vermag, und drehe das oben auf dem Ständer liegende Visierlineal, an dem sich die Glascylinder befinden, so lange, bis das querliegende[1] Lineal in einer auf *ΑΓ* zulaufenden Graden liegt. Sodann hebe ich durch Drehung der in das Lineal eingelassenen Schrauben die Metallplättchen so lange, bis die daran angebrachten Ausschnitte in Höhe der innerhalb der Glasgefäſse erscheinenden Linien zu stehen kommen, die die Oberfläche des in ihnen befindlichen Wassers markiert. Sind die Metallplättchen auf diese Weise eingestellt, so visiere ich durch die darin befindlichen Einschnitte, indem ich die Schiebelatte *ΑΓ* ins

---

[1] Die technische Bedeutung des Wortes *πλάγιος* ist unsicher.

τὰ δὲ εἰλημμένα σημεῖα διὰ τῆς διόπτρας τὰ *Γ*, *Ε*· καθ' ὃ δὲ ἐπίκειται ὁ *ΔΕ* κανὼν τῷ ἐδάφει, ἔστω τὸ *Δ*. ἐμέτρησα οὖν ἑκατέραν τῶν *ΑΓ*, *ΔΕ*· καὶ ἔστω ἡ μὲν *ΑΓ* ηὑρημένη πηχῶν ϛ, ἡ δὲ *ΔΕ* πηχῶν β. ἀπεγραψάμην οὖν δύο στίχους, ἐν μὲν τῷ ἑνὶ ἐπιγράψας καταβάσεως, ⟨ἐν δὲ τῷ ἑτέρῳ ἀναβάσεως⟩, ὡς ὑπογέγραπται· καὶ τοὺς μὲν ἓξ πήχεις ἐν τῷ τῆς καταβάσεως στίχῳ σημειοῦμαι, τοὺς δὲ δύο ἐν τῷ τῆς ἀναβάσεως. καὶ μένοντος τοῦ *ΔΕ* κανόνος μετατίθημι τὴν διόπτραν· καὶ ἔστω πρὸς τῷ *Κ*· καὶ ἐπιστρέφω τὸν [*ΔΕ*] κανόνα, ἄχρις ἂν πάλιν ἴδω διὰ τοῦ πλαγίου κανόνος τὸν *ΔΕ* κανόνα. καὶ καταστήσας τά [τε] λεπίδια τίθημι τὸν *ΑΓ* κανόνα ἔμπροσθεν τῆς διόπτρας, τουτέστιν ἐπὶ τὰ ἕτερα μέρη τοῦ *ΔΕ* κανόνος. καὶ πάλιν ἀκινήτου τῆς διόπτρας οὔσης καθίστημι τὴν ἀσπιδίσκην ἐπ' εὐθείας ταῖς ἀνατομαῖς, καὶ ἔστω τὰ πρὸς ταῖς ἀσπιδίσκαις σημεῖα ἐπὶ τῶν κανόνων τὰ *Η*, *Θ*. πάλιν οὖν τὸ μὲν ἀπὸ τοῦ *Η* διάστημα ἄχρι τοῦ ἐδάφους σημειοῦμαι εἰς τὸν τῆς καταβάσεως στίχον, τὸ δὲ ἀπὸ τοῦ *Θ* εἰς τὸν τῆς ἀναβάσεως· καὶ ἔστωσαν μὲν καταβάσεως πήχεις τέσσαρες, ἀναβάσεως δὲ πήχεις δύο. καὶ πάλιν μένοντος τοῦ πρὸς τῷ *Θ* κανόνος μετατίθημι τὴν διόπτραν καὶ τὸν ἕτερον p. 198 κανόνα ⟨καὶ⟩ καταστήσας, ὡς προείρηται, ἐπ' εὐθείας τάς τε ἀσπιδίσκας καὶ τὰς ἀνατομὰς λαμβάνω [καὶ] ἐπὶ fol. 65r τῶν κανόνων σημεῖα τὰ *Λ*, *Μ*. | καὶ πάλιν τὸ μὲν

---

4 *ηυραμένη*: corr. Vi 5 *ἀπεγραψαμην*: *ἀπ* ... ex *ἐπ* ... fec. videtur man. 1 6 supplevit Vi 8 *σημειουται*: corr. Vi 9 *μένοντας*: corr. Vi 10 *πρὸς τὸ*: correxi 11 [*ΔΕ*] delevi *ἴδω καὶ τοῦ*: correxi 12 [*τε*] delevi 15 *οὔσης*: f. *μενούσης* 22 *πρὸς τὸ*: correxi 24 ⟨*καὶ*⟩ addidi *ἐπευθείασι* (sic) 25 [*καὶ*] delevi

Auge fasse, deren Zielscheibe so lange gehoben oder gesenkt wird, bis die Grenzlinie der weiſsen und der schwarzen Farben sichtbar wird. Indem nun die Dioptra unverrückt bleibt, trete ich auf die andere Seite und visiere von da aus durch die Ausschnitte, nachdem ich die andere Schiebelatte soweit von der Dioptra entfernt aufgestellt habe, daſs sie gerade noch sichtbar ist. Und indem nun wieder die andere Zielscheibe in Bewegung gesetzt (und verschoben) wird, blicke ich nach der Grenzlinie der Farbenflächen auf ihr. Die zweite Schiebelatte nun soll *ΔΕ* sein und Z die Dioptra, die Punkte aber, die mit der Dioptra einvisiert sind, *Γ* und *E*, und wo die Schiebelatte *ΔΕ* auf dem Erdboden aufsteht, da soll der Punkt *Δ* sein. Ich messe nun die beiden Geraden *ΑΓ* und *ΔΕ*, und es sei für *ΑΓ* eine Länge von 6 Ellen, für *ΔΕ* von 2 Ellen ermittelt. Nun lege ich mir zwei Kolumnen an, und schreibe über die erste „Abstieg“, über die zweite „Aufstieg“, wie es unten gemacht ist. Und die 6 Ellen notiere ich in der Abstiegkolumne, die 2 dagegen in der Aufstiegkolumne. Während nun die Schiebelatte *ΔΕ* stehen bleibt, setze ich die Dioptra um — und zwar soll sie bei *K* stehen — und drehe das Visierlineal so lange, bis ich wiederum durch das querliegende Lineal die Schiebelatte *ΔΕ* erblicke. Und nachdem ich die Metallplättchen eingestellt habe, stelle ich die Schiebelatte *ΑΓ* vor die Dioptra, d. h. nach der entgegengesetzten Seite als die Latte *ΔΕ*, auf. Und während die Dioptra wieder unverrückt bleibt, stelle ich die Zielscheibe auf eine Gerade mit den Ausschnitten ein; und es seien die Lattenpunkte an den Zielscheiben die Punkte *H* und *Θ*. Ich notiere nun wieder den Abstand von *H* bis zum Erdboden in der Abstiegkolumne und den Abstand von *Θ* in der Aufstiegkolumne. Es seien im Abstieg 4 Ellen, im Aufstieg 2 Ellen.

Indem nun wieder die Schiebelatte bei *Θ* stehen bleibt, stelle ich die Dioptra und die andere Schiebelatte um, und nachdem ich, wie vorher beschrieben, die Zielscheiben und die Ausschnitte auf eine Gerade eingestellt πρὸς τῷ Λ μέτρον καταβάσεως ἔσται, τὸ δὲ πρὸς τῷ Μ ἀναβάσεως· ἔστω οὖν καταβάσεως πῆχυς εἷς, ἀναβάσεως δὲ πήχεις τρεῖς. πάλιν οὖν μένοντος τοῦ πρὸς τῷ Μ κανόνος μετακείσθω ἥ τε διόπτρα καὶ ὁ ἕτερος κανών. ἡ δὲ διὰ τῆς διόπτρας ἔστω εὐθεῖα ἡ ΞΟ, καὶ πρὸς μὲν τῷ Ξ καταβάσεως ἔστωσαν πήχεις τέσσαρες, πρὸς δὲ τῷ Ο ἀναβάσεως πήχεις δύο. εἶθ' ἑξῆς τὰ αὐτὰ γινέσθω, ἄχρις ἂν ἐπὶ τὸ Β παραγενώμεθα· καὶ ἔστω διόπτρα μὲν ἡ Τ, ἡ δὲ διὰ τῶν ἀνατομῶν εὐθεῖα ἡ ΡΣ· καὶ καταβάσεως μὲν πήχεις ε, ἀναβάσεως δὲ πήχεις τρεῖς. εἶτα διόπτρα μὲν ἡ Χ, εὐθεῖα δὲ ἡ ΥΦ· καὶ καταβάσεως πῆχυς εἷς, ἀναβάσεως δὲ πήχεις τρεῖς. εἶτα διόπτρα μὲν ἡ ϛ, εὐθεῖα δὲ ἡ ΨΩ· καὶ καταβάσεως πήχεις δύο, ἀναβάσεως δὲ πήχεις τρεῖς. πάλιν διόπτρα μὲν ἡ ͵Α, εὐθεῖα δὲ ἡ ϙϡ· καὶ καταβάσεως μὲν πήχεις ε, ἀναβάσεως ⟨δὲ⟩ πήχεις γ. εἶτα διόπτρα μὲν ἔστω ἡ ͵Δ, εὐθεῖα δὲ ἡ

καταβάσεως	ἀναβάσεως
ϛ	β
δ	β
α	γ
δ	β
ε	γ
α	γ
β	γ
ε	γ
β	α
γ	α
λγ	κγ

habe, bestimme ich auf den Latten die Punkte Λ und M. Wiederum wird das Maſs bei Λ zum Abstieg, das bei M zum Aufstieg gehören. Es seien im Abstieg 1 Elle, im Aufstieg 3 Ellen.

Während nun wieder die Latte bei M stehen bleibt, sollen die Dioptra und die andere Latte umgesetzt werden. Die durch die Dioptra gehende Gerade soll ΞO sein und sich bei Ξ im Abstieg 4 Ellen, bei O im Aufstieg 2 Ellen ergeben. Sodann soll der Reihe nach immer wieder dasselbe geschehen, bis wir bei B angekommen sind. Und zwar seien T die Dioptra, PΣ die durch die Ausschnitte gehende Gerade, und im Abstieg 5 Ellen, im Aufstieg 3 Ellen. Dann seien X die Dioptra, und ΥΦ die Gerade, und im Abstieg 1 Elle, im Aufstieg 3 Ellen. Sodann seien ϛ die Dioptra, ΨΩ die Gerade, und im Abstieg 2 Ellen, im Aufstieg 3 Ellen. Wiederum seien ͵A die Dioptra, ϙϡ die Gerade, und im Abstieg 2 Ellen, im Aufstieg 3 Ellen. Sodann seien ͵Δ die Dioptra, ͵B ͵Γ die Gerade, und im Abstieg 2 Ellen, im Aufstieg 1 Elle. Und wiederum ͵Z die Dioptra, ͵EB die Gerade, und im Abstieg 3 Ellen, im Aufstieg 1 Elle. Die letzte Schiebelatte aber soll bei der Oberfläche des Wassers selbst aufgestellt sein.

Abstieg	Aufstieg
6	2
4	2
1	3
4	2
5	3
1	3
2	3
5	3
2	1
3	1
33	23

---

6 τὸ ξ: corr. Vi 12 πῆχυς μια: corr. Vi 16—17 μὲν πήχεις ϱ: corr. et ⟨δὲ⟩ add. Vi 18—29 laterculum supplevi

͵Β͵Γ. καὶ καταβάσεως μὲν πήχεις β, ἀναβάσεως δὲ πῆχυς εἷς. καὶ πάλιν διόπτρα μὲν ἡ ͵Ζ, εὐϑεῖα δὲ ἡ ͵ΕΒ· καὶ καταβάσεως μὲν πήχεις τρεῖς, ἀναβάσεως δὲ πῆχυς α. ὁ δὲ τελευταῖος κανὼν κείσϑω πρὸς αὐτῇ τῇ τοῦ ὕδατος ἐπιφανείᾳ.

Τῶν οὖν ἀριϑμῶν σεσημειωμένων ἐν τοῖς εἰρημένοις στίχοις συντίϑημι πάντας τοὺς τῆς καταβάσεως ἀριϑμούς· εἰσὶ δὲ λγ· ὁμοίως καὶ τοὺς τῆς ἀναβάσεως· εἰσὶ δὲ κγ· ὥστε ὑπεροχὴ πήχεις ι. ἐπεὶ οὖν ὁ τῆς p. 200 *καταβάσεως ἀριϑμός, τουτέστιν ὁ ἐπὶ τὰ μέρη τοῦ τόπου, εἰς ὃν ϑέλομεν ἄγειν τὸ ὕδωρ, μείζων ἐστὶν, κατενεχϑήσεται τὸ ὑγρόν· καὶ ἔσται μετεωρότερον τοῦ πρὸς τῷ Α πήχεις δέκα. εἰ δ' ἴσοι γεγόνασιν ἀριϑμοί, ἰσοϋψῆ ὑπῆρχε τὰ Α, Β σημεῖα, τουτέστιν ἐν ἑνὶ ἐπιπέδῳ παραλλήλῳ τῷ ὁρίζοντι· καὶ οὕτως δὲ δυνατὸν κατάγεσϑαι τὸ ὕδωρ. εἰ δ' ἐλάττων ἦν ὁ τῆς καταβάσεως ἀριϑμός, ἀδύνατον αὐτοματίσαι τὸ ὕδωρ· ἀντλήματος ἄρα προσδεόμεϑα. ἡ δ' ἄντλησις γίνεται, εἰ μὲν πολὺ ταπεινότερος ἦν ὁ τόπος, διὰ πολυκαδίας ἢ τῆς καλουμένης ἁλύσεως· εἰ δ' ὀλίγον, ἤτοι διὰ κοχλιῶν ἢ διὰ τῶν παραλλήλων τυμπανίων.* fol. 65$^{\text{v}}$ *καὶ τοὺς μέσους δὲ τόπους, δι' ὧν | ἀνεκρίναμεν ἄγειν τὸ ὕδωρ, ἐπισκεψόμεϑα, πῶς πρὸς ἀλλήλους τε καὶ τοὺς ἐξ ἀρχῆς τόπους ἔχουσι διὰ τῆς αὐτῆς μεϑόδου, ὑπολαβόντες τοὺς εἰρημένους μέσους τόπους εἶναι τοὺς ἐξ ἀρχῆς δοϑέντας· κατ' οὐδὲν γὰρ διοίσει. δεῖ δὲ καὶ ἐκλογισάμενον πᾶν τὸ μῆκος ἐπισκέψασϑαι ἐν τῷ σταδίῳ, πόσον κλίμα γενήσεται τοῦ παντὸς κλίματος· καὶ οὕτως εἰς τοὺς μέσους τόπους σημεῖα καὶ ὅρους*

---

3 ἡ ͵ες (sic): correxi 10—11 *τοῦ πόϑου ἐν ᾧ*: *τοῦ τόπου εἰς ὃν* Vi 11 *ϑέλωμεν* *μειζον* 14 *ϊσουψη* (sic) *τὸ* $\overline{AB}$

Nachdem nun die Zahlen in den genannten Kolumnen notiert sind, addiere ich sämtliche Zahlen des Abstiegs: ihre Summe ist 33; ebenso auch die des Aufstiegs: ihre Summe ist 23; so daſs sich ein Überschuſs von 10 ergiebt. Da nun die Summe des Abstiegs, d. h. die der Höhenzahlen nach dem Orte zu, nach dem wir das Wasser führen wollen, gröſser ist, so wird das Wasser Gefäll haben und zwar wird es (bei *B*) um 10 Ellen höher stehen als bei *A*. Sind aber gleiche Summen herausgekommen, so waren *A* und *B* gleich hohe Punkte, d. h. sie lagen in derselben dem Horizonte parallelen Ebene. Auch in diesem Fall aber ist es möglich das Wasser hinzuleiten. Wenn aber die Summe des Abstiegs kleiner war, dann ist es unmöglich, daſs das Wasser von selbst flieſst; wir bedürfen daher in diesem Falle einer Schöpfvorrichtung. Das Schöpfen geschieht, falls der Ort sehr viel tiefer lag, vermittelst eines Systems von Eimern oder der sogenannten Kette; lag er nur wenig tiefer, entweder vermittelst Schrauben oder durch die parallelen Räder.

Auch die Punkte in der Mitte, durch die wir das Wasser durchzuleiten projektiert haben, werden wir vermittelst derselben Methode darauf untersuchen, wie sie sich zu einander und zu den ursprünglich gegebenen Örtern verhalten, indem wir annehmen, die genannten Punkte in der Mitte seien die ursprünglich gegebenen; denn dies wird durchaus keinen Unterschied machen. Man muſs aber noch, nachdem man die ganze Länge ausgerechnet hat, untersuchen, welche Quote des gesamten Gefälls an jedem Punkte erreicht sein muſs, und daraufhin an den Stellen in der Mitte Zeichen und Grenzsteine mit Inschriften aufschütten oder aufbauen, damit die Arbeiter sich in keinem Punkte irren können.

σημεῖον: corr. Vi 16 *ἔλαττον* 18 *ἐγίνετο*: correxi. de organis ad hauriendam aquam inventis Vitruvius exponit X, 9 sq. 27 *ἐν* ex *αν* fec. m. 1 27—28 *ἐν τῷ σταδίῳ*: non extricavi 28 *κλίματος* corruptum: f. *ῥεύματος* [καὶ] ἐπιγραφὰς ἔχοντας συγχωννύειν ἢ προσανοικοδομεῖν πρὸς τὸ τοὺς ἐργαζομένους ἐν μηδενὶ πλανᾶσθαι. ἀχθήσεται δὲ τὸ ὑγρὸν οὐ διὰ τῆς αὐτῆς ὁδοῦ, δι᾽ ἧς καὶ τὸ κλίμα ἐπέγνωμεν, ἀλλὰ δι᾽ ἑτέρας εὐθετούσης πρὸς τὸ ὑδραγώγιον. πολλάκις γὰρ ἐμποδὼν ἵσταταί τι, ἢ ὄρος σκληρότερον ἢ μετεωρότερον ἢ χαῦνοι τόποι ἢ θειώδεις ἢ τοιοῦτοί τινες τόποι βλάπτοντες τὸ ὕδωρ. p. 202 τοιούτοις ὅταν περιτύχωμεν, ἐκνεύσομεν, ὥστε κατὰ μηδὲν βλάπτεσθαι τὴν τοῦ ὕδατος ἀγωγήν. ἕνεκα δὲ καὶ τοῦ μὴ μακροτέραν ὁδὸν φερόμενον τὸ ὕδωρ εἰς μείζονα δαπάνην ἐκπίπτειν δείξομεν ἑξῆς, ὡς δυνατὸν ἔσται τὴν ἐπὶ τὰ δύο σημεῖα ἐπιζευγνυμένην εὐθεῖαν εὑρίσκειν· αὕτη γὰρ ἐλαχίστη ἐστὶν πασῶν τῶν τὰ αὐτὰ πέρατα ἐχουσῶν γραμμῶν (Archimed. de sph. et cyl. I post. 1 t. I p. 8, 23 Heib.). εἶτα ὅταν ἐν ταύτῃ τῇ ὁρισθείσῃ ἐμπέσῃ ⟨τι⟩ τῶν εἰρημένων ἀτόπων, τότε ἐκεῖνο ἐκνεύσομεν.

ζ. Ἀπὸ τοῦ δοθέντος σημείου ἐπὶ τὸ δοθὲν σημεῖον, p. 204 ἀθεώρητον ὑπάρχον, εὐθεῖαν ἐπιζεῦξαι διὰ διόπτρας, ἡλίκον ἂν ᾖ τὸ μεταξὺ τῶν σημείων διάστημα. ἔστω γὰρ δοθέντα δύο σημεῖα τὰ A, B, καὶ κατεσκευάσθω ἡ διόπτρα ἡ δυναμένη ἐπίπεδα πρὸς ὀρθὰς ἀλλήλοις διοπτεύειν, καὶ κείσθω πρὸς τῷ A· καὶ εἰλήφθω διὰ τῆς διόπτρας ἐν τῷ ἐπιπέδῳ εὐθεῖα ἡ $A\Gamma$, ἡλίκην ἂν βουλώμεθα τῷ μεγέθει. καὶ μετακείσθω ἡ διόπτρα ⟨πρὸς τῷ Γ, καὶ τῇ $A\Gamma$ πρὸς ὀρθὰς ἤχθω ἡ $\Gamma\Delta$, ἡλίκη ἂν ᾖ τῷ μεγέθει. καὶ ὁμοίως μετακείσθω ἡ διόπτρα⟩ fol. 66^{r} πρὸς τῷ Δ, καὶ τῇ $\Gamma\Delta$ πρὸς ὀρθὰς | ἡ ΔE, ἡλίκη ἂν ᾖ τῷ μεγέθει. καὶ πάλιν μετακείσθω ἡ

Das Wasser wird jedoch nicht denselben Weg entlang geleitet werden, auf dem wir die Neigung ermittelt haben, sondern auf einem andern, der zur Wasserleitung geeignet ist. Denn oft steht irgend etwas im Wege, ein Berg, der entweder aus recht hartem Stein besteht oder recht hoch ist, oder Stellen, die locker oder schwefelhaltig sind oder irgend eine ähnliche Eigenschaft haben und das Wasser verderben. Wenn wir auf solche treffen, so werden wir vor ihnen ausbiegen, so daſs die Wasserleitung durch nichts beeinträchtigt wird.

Damit nun aber das Wasser, wenn es einen längeren Weg flieſst, nicht allzu groſse Verluste erleidet, so wollen wir im folgenden zeigen, wie es möglich sein wird die Gerade, welche die beiden Punkte verbindet, zu finden. Denn diese ist die kürzeste von allen Linien, die dieselben Endpunkte haben. Wenn dann auf diese von uns bestimmte Linie eines der angegebenen Hindernisse fällt, so werden wir diesem ausbiegen.

VII. Von einem gegebenen Punkt auf einen anderen, nicht sichtbaren Punkt, bei beliebigem Abstand der beiden Punkte vermittels der Dioptra eine Gerade zu ziehen.

Es seien 2 Punkte A und B gegeben und es sei diejenige Dioptra, welche Ebenen im rechten Winkel durchzuvisieren vermag, hergerichtet, und sie stehe bei A. Nun sei mittels der Dioptra in der Ebene die Gerade $A\Gamma$ von beliebiger Gröſse bestimmt. Und die Dioptra werde nach Γ umgestellt und zu $A\Gamma$ die Senkrechte $\Gamma\Delta$ von beliebiger Gröſse gezogen. Ebenso werde die Dioptra nach Δ umgestellt und zu $\Gamma\Delta$ die Senkrechte ΔE von beliebiger Gröſse gezogen. Wiederum werde die Dioptra nach E umgestellt und die Senkrechte EZ gefällt und in ähnlicher Weise ein beliebiger Punkt Z bestimmt, und zu ZE die Senkrechte ZH gezogen und ein beliebiger

---

1 [καὶ] del. Vi 3 αὐτῆς οὐδὲ δι᾽ ἧς: corr. Vi 7 θειοειδεις: corr. Vi τόποι f. delendum 8 τοιούτους: correxi εκνεύσωμεν 16 ⟨τι⟩ add. Vi ἀτόπων: f. ἀπόρων 21 κατασκευάσθω: corr. Vi 23 πρὸς το A: corr. Vi 26—27 supplevit Vi, nisi quod εἴη pro ᾖ posuit 29 εἴ ἧι: sed ει delevit iam man. 1

διόπτρα πρὸς τῷ Ε, καὶ πρὸς ὀρθὰς ἡ ΕΖ· καὶ ὁμοίως τυχὸν εἰλήφθω τὸ Ζ. καὶ τῇ ΖΕ πρὸς ὀρθὰς ἡ ΖΗ, καὶ τυχὸν τὸ Η· καὶ τῇ ΖΗ πρὸς ὀρθὰς ἡ ΗΘ, καὶ τυχὸν τὸ Θ· καὶ τῇ ΗΘ πρὸς ὀρθὰς ἡ ΘΚ, καὶ τυχὸν τὸ Κ· καὶ τῇ ΘΚ πρὸς ὀρθὰς ἡ ΚΛ· καὶ τοῦτο γινέσθω, ἄχρις ἂν ὀφθῇ τὸ Β σημεῖον. γεγονέτω, καὶ παραγέ[γενή]σθω ἡ διόπτρα ἐπὶ τῆς ΚΛ, ἕως οὗ διὰ τῆς ἑτέρας ἐ⟨ν⟩ αὐτῇ εὐθείας φανῇ τὸ Β. πεφηνέτω οὔσης τῆς διόπτρας κατὰ τὸ Λ. ἅμα δὴ διοπτεύοντες γράψομεν ἐν χάρτῃ ἢ δέλτῳ τό τε σχῆμα τοῦ διοπτρισμοῦ, τουτέστιν τὰς κλάσεις τῶν εὐθειῶν, καὶ ἔτι τὰ μεγέθη ἑκάστης αὐτῶν ἐπιγράψομεν. ἔστω οὖν ἡ μὲν ΑΓ πηχῶν εὑρημένη λόγου χάριν κ· ἡ δὲ ΓΔ πηχῶν κβ· ἡ δὲ ΔΕ πηχῶν ις· ἡ δὲ ΕΖ πηχῶν λ· ἡ δὲ ΖΗ πηχῶν ιδ· ἡ δὲ ΗΘ πηχῶν ιβ· ἡ δὲ ΘΚ πηχῶν ξ· ἡ δὲ ΚΛ πηχῶν η· ἡ δὲ ΛΒ πηχῶν ν. τούτων δὲ οὕτως ἐχόντων νενοήσθω τῇ ΑΓ πρὸς p. 206 *ὀρθὰς ἠγμένη ἡ ΑΜ καὶ ἐκβεβλημέναι αἱ ΛΒ, ΚΘ, ΖΗ, ΕΔ ἐπὶ τὰ ⟨Μ⟩, Ν, Ξ, Ο· αἱ δὲ ΕΖ, ΗΘ, ΓΔ ἐπὶ τὰ Π, Ρ, Σ. ἔσται ἄρα διὰ τοὺς ἐπικειμένους ἀριθμοὺς ἡ μὲν ΑΟ πηχῶν κβ, ἐπεὶ καὶ ἡ ΓΔ· ἡ δὲ ΟΞ λ, ἐκεὶ καὶ ἡ ΕΖ· ἡ δὲ ΞΝ ιβ, ἐπεὶ καὶ ἡ ΗΘ· ἡ δὲ ΜΝ η, ἐπεὶ καὶ ἡ ΚΛ· ὥστε ὅλη ἡ ΑΜ ἔσται πηχῶν οβ. πάλιν δὲ ἔσται ἡ μὲν ΜΣ πηχῶν κ, ἐπεὶ καὶ ἡ ΑΓ· ἡ δὲ ΠΣ πηχῶν ις, ἐπεὶ καὶ ἡ ΔΕ· ἡ δὲ ΠΡ πηχῶν ιδ, ἐπεὶ καὶ ἡ ΖΗ. λοιπὴ ἄρα ἡ ΡΣ ἔσται πηχῶν β· ὅλη ἄρα ἡ ΡΜ ἔσται πηχῶν κβ. πάλιν δὲ ἔσται ἡ ΡΛ πηχῶν ξ, ἐπεὶ καὶ ἡ ΚΘ· ὧν*

---

7 *παραγεγενήσθω*: correxi 8 *ἑτέρας ἑαυτῇ*: correxi
16 *ἡ δὲ* $\overline{\mathit{ΔΕ}}$: corr. Vi 22 ante *πάλιν* verba *ἐπεὶ καὶ ἡ ΗΘ* delevit m. 1

Punkt *H* genommen, und zu *ZH* die Senkrechte *HΘ* gezogen und ein beliebiger Punkt *Θ* genommen, und zu *HΘ* die Senkrechte *ΘK* gezogen und ein beliebiger Punkt *K* genommen, und zu *ΘK* die Senkrechte *KΛ* gezogen. Und dies werde so lange fortgesetzt, bis der Punkt *B* sichtbar wird. Es sei geschehen, und die Dioptra werde

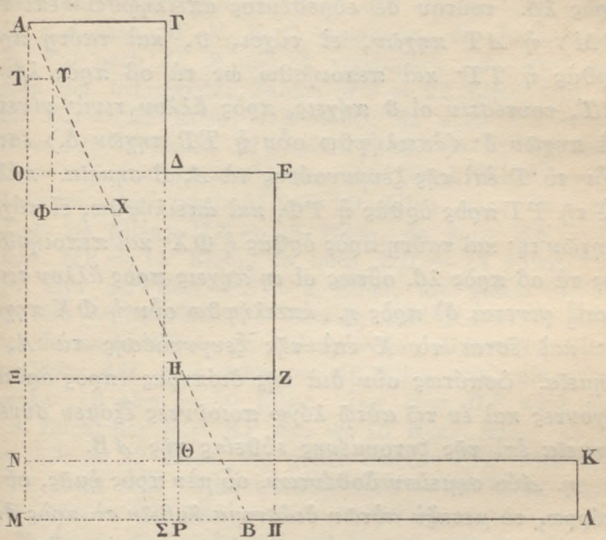


Fig. 87.

auf der Linie *KΛ* hingetragen, bis durch die andere der auf ihr befindlichen Geraden[1]) der Punkt *B* gesehen wird. Wir nehmen an, er sei gesehen worden, und zwar in dem Augenblick, wo die Dioptra bei *Λ* steht.

Während des Visiergeschäfts nun werden wir auf ein Papier oder Täfelchen die Gestalt der Visieraufgabe d. h.

---

1) Gemeint ist eine der zwei aufeinander senkrecht stehenden Linien, welche in die groſse obere Kreisplatte des Instrumentes eingegraben sind (Fig. 83b).

ἡ ΠΡ πηχῶν ιδ· λοιπὴ ἄρα ἡ ΛΠ πηχῶν μς· ὅλη δὲ ἡ ΛΒ πηχῶν ν· λοιπὴ οὖν ἡ ΠΒ πηχῶν δ· λοιπὴ ἄρα ἡ ΒΡ πηχῶν ι. ἀλλὰ ἡ ΡΜ πηχῶν κβ· ὅλη ἄρα ἡ ΜΒ ἔσται πηχῶν λβ. ἀλλὰ καὶ ἡ ΑΜ πηχῶν οβ· λόγος ἄρα τῆς ΑΜ ⟨πρὸς τὴν ΜΒ⟩, ὃν ἔχει τὰ οβ πρὸς λβ. τούτου δὲ εὑρεθέντος ἀπειλήφθω ⟨ἐπὶ τῆς ΑΜ⟩ ἡ ΑΤ πηχῶν, εἰ τύχοι, θ, καὶ ταύτῃ πρὸς ὀρθὰς ἡ ΤΥ· καὶ πεποιήσθω ὡς τὰ οβ πρὸς λβ, ἡ ΑΤ, τουτέστιν οἱ θ πήχεις, πρὸς ἄλλον τινά· γίνεται δὲ πηχῶν δ· ⟨ἀπειλήφθω οὖν ἡ ΤΥ πηχῶν δ.⟩ ἔσται οὖν τὸ Υ ἐπὶ τῆς ζευγνυούσης τὰ Α, Β σημεῖα. πάλιν δὲ τῇ ΥΤ πρὸς ὀρθὰς ἡ ΥΦ, καὶ ἀπειλήφθω, εἰ τύχοι, πηχῶν ιη· καὶ ταύτῃ πρὸς ὀρθὰς ἡ ΦΧ· καὶ πεποιήσθω| fol. 66$^{\mathrm{v}}$ ὡς τὰ οβ πρὸς λβ, οὕτως οἱ ιη πήχεις πρὸς ἄλλον τινά· [καὶ] γίνεται δὲ πρὸς η. ἀπειλήφθω οὖν ἡ ΦΧ πηχῶν η· καὶ ἔσται τὸ Χ ἐπὶ τῆς ζευγνυούσης τὰ Α, Β σημεῖα. ὡσαύτως οὖν διὰ τῆς διόπτρας ⟨πρὸς ὀρθὰς⟩ ἄγοντες καὶ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ ποιοῦντες ἕξομεν συνεχῆ σημεῖα ἐπὶ τῆς ζητουμένης εὐθείας τῆς ΑΒ.

p. 208 η. Δύο σημείων δοθέντων, οὗ μὲν πρὸς ἡμᾶς, οὗ δὲ πόρρω, τὸ μεταξὺ αὐτῶν διάστημα λαβεῖν τὸ πρὸς διαβήτην, μὴ προσεγγίσαντα τῷ πόρρω σημείῳ. ἔστω τὰ δοθέντα δύο σημεῖα τὰ Α, Β· καὶ τὸ μὲν Α πρὸς ἡμᾶς, τὸ δὲ Β πόρρω κείσθω· ἡ δὲ διόπτρα ἡ τὸ ἡμικύκλιον ἔχουσα πρὸς τῷ Α· καὶ ἐπεστράφθω ὁ κανὼν ὁ ἐπὶ τῷ τυμπάνῳ, ἄχρις ἂν φανῇ τὸ Β. εἶτα ἀντιπεριστὰς ἐπὶ τὸ ἕτερον μέρος τοῦ κανόνος ἀνανεύω τὸ ἡμικύκλιον,

---

5 et 6 suppl. Vi 6—7 supplevi 7 η τύχοι 10 add. R. Schoene 13 πήχεις ιη: correxi 14 προς ἄλλον ταν ς καὶ: τινά Vi, καὶ delevi 17 supplevi 21 πρὸς διαβήτην: cf. Buecheler *Litteraturzeitung* 1874, 609; Hero Spiritalia p. 146, 4 Schmidt 26 τυμπανῳ: τυμπανίῳ Vi perperam

---

die Brechungen der Geraden aufzeichnen und weiter noch die Gröſse jeder derselben dazubemerken. Es sei nun beispielsweise $A\Gamma = 20$ Ellen gefunden, $\Gamma\Delta = 22$, $\Delta E = 16$, $EZ = 30$, $ZH = 14$, $H\Theta = 12$, $\Theta K = 60$, $K\Lambda = 8$, $\Lambda B = 50$.

Unter diesen Umständen denke man zu $A\Gamma$ die Senkrechte AM gezogen und die Linien ΛB, $K\Theta$, ZH, $E\Delta$ nach M, N, Ξ, O verlängert, die Linien EZ, $H\Theta$, $\Gamma\Delta$ nach Π, P und Σ verlängert. Es wird also wegen der beigesetzten Zahlen $AO = 22$ Ellen sein, da auch $\Gamma\Delta = 22$ Ellen; $O\Xi = 30$, da auch $EZ = 30$; $\Xi N = 12$, da auch $H\Theta = 12$; $MN = 8$, da auch $K\Lambda = 8$. Die ganze Strecke AM wird daher $= 72$. Wiederum aber wird $M\Sigma = 20$ Ellen sein, da auch $A\Gamma = 20$ Ellen; $\Pi\Sigma = 16$ Ellen, da auch $\Delta E = 16$ Ellen; $\Pi P = 14$ Ellen, da auch $ZH = 14$ Ellen. Es wird also der Rest $P\Sigma = 2$ Ellen, die ganze Strecke PM also $= 22$ Ellen. Wiederum wird $P\Lambda = 60$ Ellen sein, da auch $K\Theta = 66$ Ellen, wovon $\Pi P = 14$ Ellen. Der Rest $\Lambda\Pi$ wird daher $= 46$ Ellen sein, die ganze Strecke ΛB also $= 50$ Ellen. Der Rest ΠB wird nun $= 4$ Ellen, der Rest BP also $= 10$ Ellen sein. Es ist aber $PM = 22$ Ellen, die ganze Strecke MB wird also $= 32$ Ellen sein. Nun ist aber $AM = 72$ Ellen. Also $AM : MB = 72 : 32$.

Nachdem dies gefunden, werde auf AM die Strecke AT beispielsweise $= 9$ Ellen abgetragen und im rechten Winkel dazu $T\Upsilon$ gezogen. Und es sei

$$72 : 32 = AT : x = 9 : x$$
$$x = 4$$

Υ wird nun auf der die Punkte A und B verbindenden Geraden liegen. Wiederum ziehe man im rechten Winkel zu ΥT die Geraden $\Upsilon\Phi$ und trage beispielsweise 18 Ellen ab und ziehe dazu im rechten Winkel ΦX. Dann ist

$$72 : 32 = 18 : x$$
$$x = 8.$$

τῶν ἄλλων ἀκινήτων μενόντων, καὶ λαμβάνω σημεῖον ἐν τοῖς πρὸς ἡμᾶς μέρεσι τὸ Γ ἐπ' εὐθείας τοῖς Α, Β κείμενον. εἶτα τῇ ΒΓ ἀπὸ τοῦ Α πρὸς ὀρθὰς ἄγω διὰ τῆς διόπτρας τὴν ΑΔ, καὶ ἑτέραν ἀπὸ τοῦ Γ διὰ τῆς διόπτρας τὴν ΓΕ, καὶ ἔλαβον ἐπ' αὐτῆς τυχὸν τὸ Ε· καὶ μεταθεὶς τὴν διόπτραν πρὸς τὸ Ε κατέστησα τὸν κανόνα, ὥστε δι' αὐτοῦ φανῆναι τὸ Β σημεῖον, καὶ ἕτερον ἐπὶ τῆς ΑΔ τὸ Δ ἐπ' εὐθείας τοῖς Β, Ε. γίνεται δὴ τρίγωνον τὸ ΒΓΕ παράλληλον ἔχον τὴν ΑΔ τῇ ΓΕ· ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΓΕ πρὸς ΑΔ, οὕτως ἡ

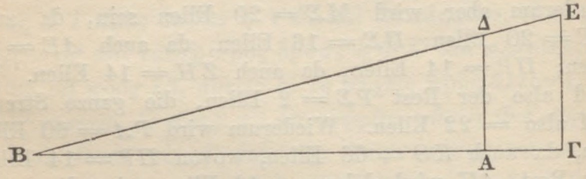


Fig. 88.

ΓΒ πρὸς ΒΑ· ἐχ[έτ]ω δὲ τὸν τῆς ΓΕ πρὸς ΑΔ λόγον ἐπιγνῶναι ἑκατέραν αὐτῶν μετρήσας πρὸς διαβήτην, ὡς προδέδεικται. ἔστω οὖν, εἰ τύχοι, εὑρημένη πενταπλῆ ἡ ΓΕ τῆς ΑΔ· ἔσται ἄρα ἡ ΒΓ τῆς ΒΑ πενταπλῆ· ἡ ἄρα ΓΑ τῆς ΑΒ τετραπλῆ. ἔχω δὲ μετρῆσαι τὴν ΑΓ πρὸς διαβήτην· ὥστε δυνατὸν εὑρεθῆναι καὶ τὴν ΑΒ πρὸς διαβήτην, ἡλίκη ἐστίν.

p. 210 *θ. Ποταμοῦ πλάτος τὸ ἐλάχιστον λαβεῖν, πρὸς τῇ μιᾷ ὄχθῃ ὄντας. ἔστωσαν αἱ τοῦ ποταμοῦ ὄχθαι αἱ*

---

2 *τῆς ΑΒ*: correxi 6 *πρὸς τῷ*: correxi 11 *ἐχέτω*: correxi 13—14 *εἰ τύχηι ευραμενη*: corr. Vi 18 *τι* (ex *τη* rasura factum) *ἐλάχιστον λαβεῖν καὶ τη*: correxi; *πλάτος τῇ διόπτρᾳ λαβεῖν* Vi compendio deceptus 19 *οντος*: corr. Vi

Nun trage man $\Phi X = 8$ ab, und der Punkt X wird auf der die Punkte A und B verbindenden Geraden liegen. Indem wir nun in derselben Weise vermittelst der Dioptra Senkrechte ziehen und in dasselbe Verhältnis bringen, werden wir eine Reihe von Punkten, die auf der gesuchten Geraden AB liegen, erhalten.

VIII. Wenn zwei Punkte, der eine bei unserm Standort, der andere in der Ferne, gegeben sind, ihren Abstand in horizontaler Ebene zu finden, ohne sich dem Punkte in der Ferne zu nähern.

Es seien A und B die gegebenen Punkte, und zwar liege A bei unserm Standort, B in der Ferne, die Dioptra aber mit dem Halbkreise bei A. Man drehe nun das Visierlineal auf der groſsen Kreisschreibe so lange, bis B sichtbar wird. Ich trete sodann nach dem anderen Teile des Visierlineals herum, drehe den Halbkreis, während die übrigen Teile des Instrumentes unbeweglich bleiben, und bestimme nach unserer Seite zu den Punkt Γ, der mit AB auf einer und derselben Geraden liegt. Dann ziehe ich zu $B\Gamma$ von A aus vermittelst der Dioptra die Gerade $A\Delta$ und von Γ aus vermittelst der Dioptra eine andere Gerade ΓE und nehme auf ihr einen beliebigen Punkt E. Ich setze darauf die Dioptra nach E um und stelle das Visierlineal so, daſs der Punkt B durch dasselbe sichtbar ist, und nehme auf $A\Delta$ einen andern Punkt Δ an, der auf der Geraden BE liegt. Es entsteht also ein Dreieck $B\Gamma E$, in welchem $A\Delta$ parallel ΓE ist. Er verhält sich also: $\Gamma E : A\Delta = \Gamma B : B\Delta$. Ich kann nun aber das Verhältnis $\Gamma E : A\Delta$ ermitteln, wenn ich jede der beiden Geraden in horizontaler Ebene, wie vorher gezeigt ist, messe. Es sei nun beispielsweise gefunden, daſs $\Gamma E = 5\ A\Delta$ ist. Also wird $B\Gamma = 5\ BA$ sein, also $\Gamma A = 4\ AB$. Ich vermag aber $A\Gamma$ in horizontaler Ebene zu messen. Es ist daher möglich, auch die Gröſse von AB in horizontaler Ebene zu ermitteln.

IX. Die geringste Breite eines Flusses zu ermitteln, wenn man sich auf dem einen Ufer desselben befindet.

fol. 67r *ΑΒ, ΓΔ.* στήσας οὖν τὴν διόπτραν πρὸς | τῇ *ΓΔ* ὄχθῃ, ὡς ἐπὶ τὸ *Ε*, ἐπέστρεψα τὸν κανόνα, ἄχρις ἂν φανῇ δι᾽ αὐτοῦ σημεῖον ἐπὶ τῆς *ΓΔ* ὄχθης τὸ *Δ*. καὶ τῇ *ΕΔ* διὰ τῆς διόπτρας πρὸς ὀρθὰς ἤγαγον τὴν *ΕΖ* ἐπιστρέψας τὸν κανόνα. εἶτα ἐγκλίνω τὸ ἡμικύκλιον, ἄχρις ἄν ἐπὶ τῆς *ΑΒ* ὄχθης φανῇ τι σημεῖον διὰ τοῦ κανόνος. πεφηνέτω τὸ *Ζ*· ἔσται δὴ τὸ ἐλάχιστον πλάτος τοῦ ποταμοῦ τὸ *ΕΖ*· ἡ γὰρ *ΕΖ* ὡσανεὶ κάθε- p. 212 τός ἐστιν ἐπ᾽ ἀμφοτέρας τὰς ὄχθας, εἴπερ παραλλήλους αὐτὰς ἐννοοίμεθα. ὡς οὖν ἐμάθομεν ἐπάνω, εἰλήφθω τὸ ἀπὸ τοῦ *Ε* διάστημα ἐπὶ τὸ *Ζ* τὸ πρὸς διαβήτην, ὃ καὶ ἀποφανούμεθα ἐλάχιστον εἶναι τοῦ ποταμοῦ πλάτος.

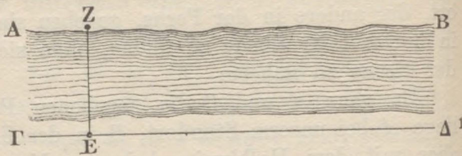


Fig. 89.

p. 214 ι. Δύο δοθέντων σημείων πόρρω δρωμένων εὑρεῖν τὸ μεταξὺ διάστημα αὐτῶν τὸ πρὸς διαβήτην καὶ ἔτι τὴν θέσιν. ἔστω τὰ δοθέντα δύο σημεῖα τὰ *Α, Β*· καὶ καθεστάσθω ἡ διόπτρα ἐν τοῖς πρὸς ἡμᾶς μέρεσιν p. 216 πρὸς τῷ *Γ* καὶ ἐπεστράφθω ὁ κανὼν, ἄχρις ἂν δι᾽ αὐτοῦ φανῇ τὸ *Α* σημεῖον· εὐθεῖα ἄρα ἐστὶν ἡ διὰ τοῦ κανόνος ἡ *ΑΓ*. ταύτῃ πρὸς ὀρθὰς ἤγαγον διὰ τῆς διόπτρας τὴν *ΓΔ*, καὶ παράγω ἐπ᾽ αὐτῆς τὴν διόπτραν, ἄχρις ἂν διὰ ⟨τῆς πρὸς ὀρθὰς θέσεως⟩ τοῦ κανόνος φανῇ τὸ *Β* σημεῖον. τετυχέτω οὖν ἡ διόπτρα πρὸς

---

2 ἐπὶ τὸ: f. ἐπὶ τοῦ 4 τῆς *ΕΔ*: corr. Vi 8 τὸ σημεῖον: correxi 15 f. ἐννοούμεθα 17 ἐλάχιστον: ζητούμενον Vi 23 τὸ *Γ*: correxi 27 hiatum explevi

Die Ufer des Flusses seien *AB* und *ΓΔ*. Ich stelle nun die Dioptra auf dem Ufer *ΓΔ*, beispielsweise in *E*, auf und drehe das Visierlineal so lange, bis durch dasselbe ein Punkt *Δ* auf dem Ufer *ΓΔ* sichtbar wird. Sodann ziehe ich vermittelst der Dioptra im rechten Winkel zu *EΔ* die Gerade *EZ*, nachdem ich das Visierlineal (um 90°) gedreht habe. Ich neige sodann den Halbkreis, bis auf dem Ufer *AB* irgend ein Punkt durch das Visierlineal hindurch sichtbar wird. Es erscheine Z. Die geringste Breite des Flusses wird daher = *EZ* sein, denn *EZ* ist sozusagen eine Senkrechte auf beiden Uferlinien, wenn wir sie uns als parallel vorstellen. Es werde nun, wie wir es oben gelernt haben, der Abstand von *E* nach Z in horizontaler Ebene bestimmt, den wir dann auch als die geringste Breite des Flusses angeben werden.

X. Wenn zwei in der Ferne sichtbare Punkte gegeben sind, den Zwischenraum zwischen ihnen in horizontaler Ebene und ferner noch ihre Lage zu finden.

Die beiden gegebenen Punkte seien *A* und *B*, und die Dioptra werde bei unserem Standorte bei *Γ* aufgestellt, und ihr Visierlineal so lange gedreht, bis der Punkt *A* durch dasselbe sichtbar wird. Die durch das Visierlineal gehende Linie *AΓ* ist also eine Gerade. Zu dieser ziehe ich vermittelst der Dioptra im rechten Winkel die Gerade *ΓΔ* und führe auf ihr die Dioptra hin, bis durch Drehung des Lineals um einen rechten Winkel der Punkt *B* sicht-

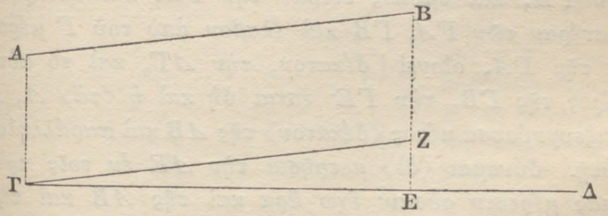


Fig. 90 a.

τὸ *Ε*· ἡ ἄρα *ΒΕ* τῇ *ΓΔ* πρὸς ὀρθάς ἐστιν· παράλληλος ἄρα ἐστὶν ἡ *ΑΓ* τῇ *ΒΕ*. μετρῶ οὖν τὸ ἀπὸ τοῦ *Γ* διάστημα ἐπὶ τὸ *Α*, ὡς ἐμάθομεν ἐπάνω, καὶ πάλιν τὸ ἀπὸ τοῦ *Ε* ἐπὶ τὸ *Β*. καὶ εἰ μὲν ἴσον ἐστὶν τὸ *ΓΑ* διάστημα τῷ *ΒΕ*, ἀποφανοῦμαι καὶ τὸ *ΓΕ* διάστημα ἴσον τῷ *ΑΒ*· δυνάμεθα δὲ τὸ *ΓΕ* μετρῆσαι, ἐν γὰρ τοῖς πρὸς ἡμᾶς ἐστι μέρεσι. μὴ ἔστω δὲ ἴσον, ἀλλ' ἔστω ἔλασσον τὸ *ΒΕ* διάστημα τοῦ *ΓΑ*, εἰ τύχοι, πήχεσι κ· ἀπέλαβον οὖν ἀπὸ τοῦ *Ε* ἐπὶ τῆς *ΒΕ* ἐν τοῖς πρὸς ἡμᾶς πήχεις κ τὴν *ΕΖ*. ἔσται δὴ ἴση ἡ *ΑΓ* τῇ *ΒΖ* τῷ μεγέθει· ἔστιν δὲ καὶ πάραλληλος αὐτῇ· ὥστε καὶ ἡ *ΑΒ* τῇ *ΓΖ* ἴση τέ ἐστι καὶ παράλληλος. δυνάμεθα δὲ μετρῆσαι τὴν *ΓΖ*, ὥστε καὶ τὴν *ΑΒ*· καὶ φανερόν, ὅτι καὶ τὴν θέσιν, τὴν γὰρ παράλληλον αὐτῆς, εὕραμεν.

Δυνατὸν δέ ἐστι καὶ ἄλλως λαβεῖν τὸ μεταξὺ τῶν Α, Β διάστημα. ἔστησα τὴν διόπτραν ἐφ' οὗ βούλομαι σημείου· ἔστω δὴ τοῦ *Γ*. καὶ ἔλαβον διὰ τῆς διόπτρας τὴν *ΓΑ*, καὶ ὁμοίως ἑτέραν τὴν *ΓΒ*, καὶ ἐμέτρησα ἑκατέραν τῶν *ΓΑ*, *ΓΒ* καὶ ἔλαβον ἀπὸ τοῦ *Γ* μέρος
fol. 67^{v} τι τῆς *ΓΑ*, οἱονεὶ | δέκατον, τὴν *ΔΓ*, καὶ τὸ αὐτὸ μέρος τῆς *ΓΒ*, τὴν *ΓΕ*· ἔσται δὴ καὶ ἡ ⟨τὰ⟩ *Δ*, *Ε* ἐπιζευγνύουσα μέρος ⟨δέκατον⟩ τῆς *ΑΒ* καὶ παράλληλος αὐτῇ. δύναμαι ⟨δὲ⟩ μετρῆσαι τὴν *ΔΕ* ἐν τοῖς πρὸς ἡμᾶς μέρεσιν οὖσαν· ἔχω ἄρα καὶ τῆς *ΑΒ* καὶ τὴν θέσιν καὶ τὸ μέγεθος.

Δυνατὸν δέ ἐστιν καὶ ἄλλως τὸ ΑΒ διάστημα λαβεῖν.

---

9 τοῖς *ΒΕ*: corr. Vi 10 f. ἡμᾶς ⟨μέρεσι⟩ 13 τη *ΓΔ*: corr. Vi 14 f. θέσιν ⟨ἔχομεν⟩ 14 f. αὐτῇ 15 εὕραμεν: εὕρομεν Vi 18 δι' ἀν: sed ν del. m. 1 22 τῆς *ΓΕ* την *ΓΕ*: corr. Vi suppl. Vi 23 supplevi 24 supplevi

bar wird. Die Dioptra befinde sich gerade bei *E*, also bildet *BE* mit *ΓΔ* einen rechten Winkel; also ist *AΓ* parallel *BE*. Ich messe nun den Abstand von *Γ* bis *A*, wie wir es oben gelernt haben, und wiederum den Abstand von *E* bis *B*. Wenn nun der Abstand *ΓA* gleich dem Abstand *BE* ist, so werde ich auch *ΓA* für gleich groſs mit *AB* erklären. Wir können aber *ΓE* messen, denn es liegt nach unsrer Seite zu. Der Abstand sei jedoch nicht gleich, sondern der Abstand *BE* sei beispielsweise um 20 Ellen kleiner als *ΓA*. Ich trage nun von *E* aus auf der Geraden *BE* auf unserer Seite 20 Ellen = *EZ* ab. Es wird daher die Gerade *AΓ* an Gröſse gleich *BZ* sein; sie ist ihr aber auch parallel. Daher wird auch *AB* gleich und parallel *ΓZ* sein. Wir vermögen aber *ΓZ*, daher auch *AB*, zu messen, und es ist klar, daſs wir auch ihre Lage kennen, denn wir fanden ja eine Parallele dazu.

Es ist aber möglich, den Abstand der Punkte *A* und *B* auch noch auf andere Weise zu finden.

Ich stelle die Dioptra, auf welchem Punkt ich will, — es sei *Γ* — auf. Nun ziehe ich vermittelst der Dioptra die Gerade *ΓA* und in ähnlicher Weise die Gerade *ΓB* und messe jede der beiden Linien *ΓA* und *ΓB*. Sodann bestimme ich von *Γ* aus einen gewissen Teil, beispielsweise den zehnten, von *ΓA*, nämlich *ΔΓ*, und denselben Teil von *ΓB*, nämlich *ΓE*. Es wird also auch die die Punkte *Δ* und *E* verbindende Gerade der zehnte Teil von *AB* und dieser Linie parallel sein. Ich vermag nun *ΔE* zu messen, da es auf unserer Seite liegt. Ich habe also auch von *AB* sowohl die Lage als auch die Gröſse.

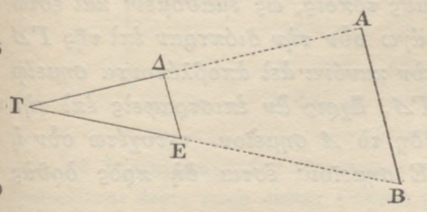


Fig. 90b.

p. 218 ἔστησα τὴν διόπτραν πρὸς τῷ Γ καὶ ἔλαβον τῆς ΑΓ μέρος ⟨τι⟩, τὴν δὴ ΓΔ, ἐπ' εὐθείας τῇ ΑΓ καὶ ὁμοίως τῆς ΒΓ τὸ αὐτὸ μέρος τὴν ΓΕ, ἐπ' εὐθείας τῇ ΒΓ.

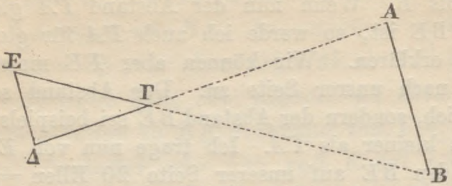


Fig. 90 c.

ἔσται δὴ καὶ ἡ ΕΔ τὸ αὐτὸ μέρος τῆς ΑΒ καὶ παράλληλος αὐτῇ. δυνατὸν δὲ μετρῆσαι τὴν ΔΕ· ὥστε εὕρηται τῆς ΑΒ ἡ θέσις καὶ τὸ μέγεθος.

ια. Τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ πρὸς ὀρθὰς ἀγαγεῖν ἀπὸ τοῦ πέρατος αὐτῆς, μὴ προσεγγίσαντα μήτε τῇ εὐθείᾳ μήτε τῷ πέρατι. ἔστω ἡ μὲν δοθεῖσα εὐθεῖα ἡ ἐπὶ τὰ Α, Β σημεῖα ἐπιζευγνυμένη· ἀφ' οὗ δὲ δεῖ τὴν πρὸς ὀρθὰς p. 220 ἀγομένην εὑρεῖν, ἔστω τὸ Α. εὑρήσθω ἡ θέσις τῆς ΑΒ ἐν τοῖς πρὸς ἡμᾶς τόποις, ὡς ἐμάθομεν· καὶ ἔστω ἡ ΓΔ εὐθεῖα. παράγω οὖν τὴν διόπτραν ἐπὶ τῆς ΓΔ εὐθείας διατηρῶν τὸν κανόνα ἀεὶ ἀποβλέποντα σημείῳ τινὶ τῶν ἐπὶ τῆς ΓΔ, ἄχρις ἂν ἐπιστραφεὶς ἐπὶ τὴν πρὸς ὀρθὰς θέσιν ἴδῃ τὸ Α σημεῖον. τετυχέτω οὖν ἡ διόπτρα πρὸς τὸ Ε σημεῖον· ἔσται δὴ πρὸς ὀρθὰς εἶναι τὴν ΑΕ.

ιβ. Σημείου ὁρωμένου εὑρεῖν τὴν ἀπ' αὐτοῦ κάθετον ἀγομένην ἐπὶ τὸ δι' ἡμῶν ἐκβαλλόμενον ἐπίπεδον

---

1 post μέρος spatium 2 litterarum 1—2 τὴν δὲ ΓΔ ἐπ' εὐθείας: correxi 7 f. ⟨ἄλλην⟩ πρὸς 13 ἡ ΓΑ: corr. Vi 13—14 τὴν ΓΔ εὐθεῖαν: correxi 16 ειδη: corr. Vi 17 προς τω: corr. Vi

Es ist möglich, den Abstand ΑΒ noch auf eine andere Art und Weise zu bestimmen.

Ich stelle die Dioptra bei Γ auf und bestimme einen beliebigen Teil von ΑΓ, nämlich ΓΔ, auf einer und derselben Geraden mit ΑΓ, und in ähnlicher Weise denselben Teil von ΒΓ, nämlich ΓΕ, auf einer und derselben Geraden mit ΒΓ. Also wird auch die Gerade ΕΔ ebenderselbe Teil von ΑΒ und ihr parallel sein. Nun ist es möglich ΔΕ zu messen, so daſs die Lage und die Gröſse von ΑΒ gefunden ist.

XI. Zu einer gegebenen Geraden von ihrem Endpunkte aus eine andere im rechten Winkel zu ziehen, ohne daſs man sich der Geraden und dem Endpunkte nähert.

Die gegebene Gerade sei die Verbindungslinie der Punkte Α und Β. Der Punkt aber, von dem aus man die im rechten Winkel geführte Gerade finden soll, sei Α.

Es sei die Lage von ΑΒ in dem in unserer Nähe liegenden Terrain in der Weise gefunden, wie wir es gelernt haben, und zwar sei es die Gerade ΓΔ. Ich führe nun die Dioptra auf der Geraden ΓΔ hin, indem ich das Visierlineal stets nach einem Punkte auf ΓΔ blicken lasse, bis dasselbe, wenn es in die zur Anfangsstellung rechtwinklige Lage gedreht wird, nach dem Punkte Α sieht. Die Dioptra sei dann gerade bei Ε angekommen. Dann wird also die Forderung erfüllt sein, daſs ΑΕ einen rechten Winkel (mit ΑΒ) bildet.

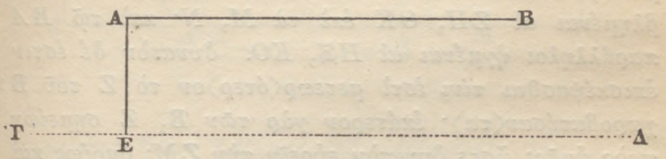


Fig. 91.

XII. Wenn ein Punkt sichtbar ist, die Senkrechte zu finden, welche von ihm aus auf die durch uns gelegte παράλληλον τῷ ὁρίζοντι, μὴ προσεγγίσαντα τῷ ὁρωμένῳ σημείῳ. ἔστω τὸ δοθὲν σημεῖον μετέωρον τὸ Α, τὸ δὲ δι᾽ ἡμῶν ἐπίπεδον διὰ τοῦ Β. κείσθω οὖν ἡ διόπτρα πρὸς τῷ Β· καὶ στυλίσκος μὲν νοείσθω ὁ ΒΓ, ὁ δὲ κινούμενος κανὼν δι᾽ οὗ διοπτεύομεν ὁ ΔΓΕ. καὶ κινείσθω, ἄχρις ἂν φανῇ δι᾽ αὐτοῦ τὸ Α· καὶ μένοντος αὐτοῦ ἀκινήτου, μεταξὺ τῆς διόπτρας καὶ τοῦ Α σημείου ἕτεροι δύο κανόνες ἐγκείσθωσαν οἱ ΖΗ, ΘΚ ὀρθοί, ἀνισοϋψεῖς, ὧν ὁ μὲν μείζων ἔστω ἐπὶ τὰ πρὸς τὸ Α μέρη. τὸ δὲ ἔδαφος νοείσθω κατὰ τῆς ΒΖΘΛ γραμμῆς ὡς ἔτυχεν ὑπάρχον· τὸ δὲ δι᾽ ἡμῶν ἐκβαλλόμενον ἐπίπεδον παράλληλον τῷ ὁρίζοντι νοείσθω τὸ κατὰ τῆς ΒΛ εὐθείας. παραγέσθωσαν οὖν fol. 68^{r} οἱ ΖΗ, ΘΚ κανόνες, ἄχρις ἂν ἐ|π᾽ εὐθείας φανῶσι p. 222 τῷ Α σημείῳ, μένοντος ἀκινήτου τοῦ ΔΓΕ κανόνος. τεθεωρήσθω οὖν ἐπὶ μὲν τοῦ ΖΗ κανόνος τὸ Η σημεῖον, ἐπὶ δὲ τοῦ ΘΚ τὸ Κ. καὶ νενοήσθωσαν ἐκβεβλημέναι αἱ ΖΗ, ΘΚ ἐπὶ τὰ Μ, Ν· καὶ τῷ ΒΛ παράλληλοι ἠγμέναι αἱ ΗΞ, ΚΟ. δυνατὸν δέ ἐστιν ἐπισκέψασθαι τίνι ἐστὶ μετεωρ⟨ότερ⟩ον τὸ Ζ τοῦ Β χωροβατήσαν⟨τα⟩· ἑκάτερον γὰρ τῶν Β, Ζ σημείων πρὸς ἡμᾶς· ὥστε δυνατὸν εὑρεῖν τὴν ΖΜ· ὁμοίως καὶ τὴν ΝΘ. ἔχω δὲ καὶ ἑκατέραν τῶν ΗΖ, ΚΘ, ὥστε φανερόν ἐστιν τῶν ΗΜ, ΚΝ, ἡλίκη ἐστὶν ⟨ἑκατέρα⟩, ὥστε καὶ ἡ ὑπεροχὴ αὐτῶν ἡ ΚΞ ἡλίκη ἐστίν. ἐπιστάμεθα δὲ καὶ ἡλίκη ἐστὶν ἡ ΗΞ· τὸ γὰρ μεταξὺ τῶν

---

8 f. ἐκκείσθωσαν R. Schoene 10 πρὸς τῷ: correxi 11 ΒΖΟΛ: corr. Vi ὑπάρχων: corr. Vi 15 σημεῖον: corr. Vi 16 τεθεωρείσθω: corr. Vi 17 νενοησθωσαί (sic): correxi 18—19 καὶ τὸ ΒΛ παράλληλον: correxi 19 αἱ ΝΞ ΚΘ: corr. Vi 20 μετεωρον: corr. Vi 21 χωροβατησαν: corr. Vi 22 τῇ ΖΜ: corr. Vi 23 τῇ ΝΘ: corr. Vi 24 supplevi 26 ἡ ΝΞ: corr. Vi

horizontale Ebene gefällt wird, ohne sich dem sichtbaren Punkte genähert zu haben.

Der gegebene hohe Punkt sei *Α*, die durch uns gelegte Ebene die Ebene durch *Β*. Nun sei die Dioptra bei *Β* aufgestellt und zwar werde *ΒΓ* als der Ständer, *ΔΓΕ* dagegen als das bewegliche Lineal gedacht, durch welches wir hindurchvisieren, und dieses werde so lange in seiner Lage verändert, bis *Α* durch dasselbe sichtbar wird. Während nun das Lineal unbeweglich in seiner Stellung verbleibt, sollen zwischen der Dioptra und dem Punkte *Α* zwei andere senkrechte Richtlatten, von ungleicher Höhe *ΖΗ* und *ΘΚ*, aufgestellt werden, von denen die gröſsere nach der Seite von *Α* zu steht. Den Boden aber denke man sich an der Linie *ΒΖΘΛ* entlang beliebig gestaltet; die durch uns gelegte horizontale Ebene dagegen denke man sich an der Geraden *ΒΛ* entlang. Nun sollen die beiden Richtlatten *ΖΗ* und *ΘΚ* so lange hin und hergetragen werden, bis sie mit dem Punkte *Α* auf einer und derselben Geraden erscheinen, während das Visierlineal *ΔΓΕ* unbewegt in seiner Stellung verbleibt.

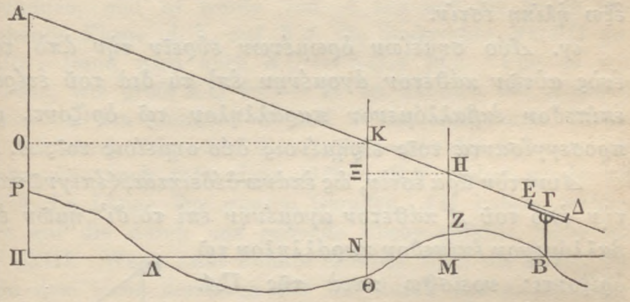


Fig. 92.

Es sei nun auf der Richtlatte *ΖΗ* der Punkt *Η*, auf der Richtlatte *ΘΚ* der Punkt *Κ* einvisiert worden, und man denke sich die Geraden *ΖΗ* und *ΘΚ* bis *Μ* und *Ν*

Ζ, Θ διάστημά ἐστιν τὸ πρὸς διαβήτην· ὥστε ἕξω τίνα λόγον ἔχει ἡ ΗΞ πρὸς τὴν ΞΚ. ἔστω οὖν εἰ τύχοι εὑρημένη ἡ ΗΞ τῆς ΞΚ πενταπλῆ. καὶ ἀπὸ τοῦ Α ἐπὶ τὸ δι' ἡμῶν ἐπίπεδον, τουτέστιν ἐπὶ τὴν ΒΔ, κάθετος ἤχθω ἡ ΑΟΡΠ· ὥστ' ἔσται καὶ ἡ ΚΟ πενταπλῆ τῆς ΟΑ. καὶ ἐπεὶ ἴσμεν ἡλίκη ἐστὶν ἡ ΚΟ — τὸ γὰρ μεταξὺ τῶν Θ, Ρ, διάστημά ἐστιν τὸ πρὸς διαβήτην —, ἕξω ἄρα καὶ τὴν ΑΟ ἡλίκη ἐστίν. ἔχω δὲ καὶ τὴν ΟΠ, ἴση γάρ ἐστι τῇ ΚΝ· ὥστε καὶ ὅλην τὴν ΑΠ, κάθετον οὖσαν ἐπὶ τὸ δι' ἡμῶν ἐπίπεδον, ἕξω ἡλίκη ἐστίν.

p. 224 ιγ. Δύο σημείων δρωμένων εὑρεῖν τὴν ἀπὸ τοῦ ἑνὸς αὐτῶν κάθετον ἀγομένην ἐπὶ τὸ διὰ τοῦ ἑτέρου ἐπίπεδον ἐκβαλλόμενον παράλληλον τῷ ὁρίζοντι μὴ προσεγγίσαντα τοῖς εἰρημένοις δύο σημείοις τοῖς Α, Β.

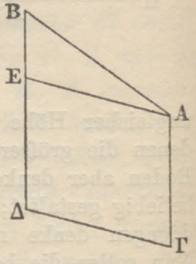


Fig. 93 a.

Δυνατὸν ἄρα ἐστὶν, ὡς ἐπάνω δέδεικται, ⟨ἐπιγνῶναι⟩ τὴν ἀπὸ τοῦ Α κάθετον ἀγομένην ἐπὶ τὸ δι' ἡμῶν ἐκβαλλόμενον ἐπίπεδον παράλληλον τῷ ὁρίζοντι· νοείσθω κατὰ τῆς ΓΑ. ὁμοίως δὴ πεπορίσθω καὶ ἡ ἀπὸ τοῦ Β κάθετος ἐπὶ τὸ δι' ἡμῶν ἐκβαλλόμενον ἐπίπεδον παράλληλον τῷ ὁρίζοντι· καὶ ἔστω ἡ ΒΔ. καὶ διὰ τοῦ Α τῇ ΓΔ παράλληλος νοείσθω ἡ ΑΕ, καὶ τεμνέτω τὴν ΒΔ κατὰ τὸ Ε· ἡ ἄρα ζητουμένη κάθετός ἐστιν ἡ ΒΕ. καὶ ἔστιν φανερὸν ὅτι δυνατόν ἐστιν εὑρεῖν δύο δρωμένων σημείων τὴν ἐπιζευγνύουσαν
fol. 68ᵛ αὐτὰ εὐθεῖαν | ἡλίκη ἐστίν, ἐπειδήπερ δοθεῖσά ἐστιν

---

2 ἡ ΝΞ: corr. Vi 3 ἡ ΝΞ 14 ἐκβαλλομένην: corr. Vi 16 ⟨ἐπιγνῶναι⟩ inserui; ⟨γνῶναι⟩ Vi 19 τῆς ΓΔ: corr. Vi

verlängert und zu *BΔ* die Parallelen *HΞ* und *KO* gezogen. Nun ist es möglich durch Nivellieren zu untersuchen, um wieviel Z höher liegt als *B*. Denn jeder der beiden Punkte *B* und *Z* liegt nach unserer Seite zu; daher ist es möglich *ZM* zu finden, und ebenso *NΘ*. Ich habe aber auch jede der beiden Geraden *HZ* und *KΘ*, so daſs es klar ist, wie groſs jede der beiden Geraden *HM* und *KN* ist und deshalb auch, wie groſs ihre Differenz *KΞ* ist. Wir wissen nun aber, wie groſs *HΞ* ist; denn es ist der Abstand zwischen den Punkten Z und Θ in horizontaler Ebene. Ich werde daher das Verhältnis $H\Xi : \Xi K$ haben. Es sei nun beispielsweise $H\Xi = 5\,\Xi K$ gefunden, und es werde von *A* aus auf die durch uns gehende Ebene, d. h. auf *BΔ*, die Senkrechte *AOPΠ* gefällt. Dann wird auch $KO = 5\,OA$ sein. Und da wir wissen, wie groſs *KO* ist — es ist nämlich der Abstand zwischen den Punkten Θ und *P* in horizontaler Ebene — so werde ich auch die Gröſse von *AO* haben. Ich habe aber auch *OΠ*, dann $O\Pi = KN$; daher werde ich auch die Länge der ganzen Geraden *AΠ* haben, welche die auf die durch uns gehende Ebene gefällte Höhe ist.

XIII. Wenn zwei Punkte sichtbar sind, die Höhe, die von dem einen derselben auf die durch den anderen gelegte horizontale Ebene gefällt wird, zu finden, ohne sich den genannten beiden Punkten, *A* und *B*, zu nähern.

Man kann, wie oben gezeigt ist, die Höhe finden, die von *A* auf die durch uns gelegte horizontale Ebene gefällt wird. Man denke sie sich in der Richtung *ΓA*. In gleicher Weise werde auch die Höhe von *B* auf die durch uns gelegte horizontale Ebene gefunden. Es sei *BΔ*. Nun denke man durch *A* zu *ΓΔ* die Parallele *AE* gezogen, und sie schneide *BΔ* in *E*. Die gesuchte Höhe ist also *BE*.

Nun ist klar, daſs es möglich ist, wenn zwei Punkte sichtbar sind, die Gröſse der sie verbindenden Geraden zu

---

23 post BΔ verba: κατὰ τὸ Ε | ἡ ἄρα ζητουμένη κάθετος del. m. 1 26—27 ἔστιν ἡ ΑΕ: corr. Vi

ἥ τε ἀπὸ τοῦ ἑτέρου αὐτῶν κάθετος ἀγομένη ἐπὶ τὸ διὰ τοῦ ἑτέρου ἐπίπεδον ἐκβαλλόμενον παράλληλον τῷ ὁρίζοντι, καὶ ἔτι τὸ μεταξὺ αὐτῶν διάστημα τὸ πρὸς διαβήτην δοθέν ἐστι, τὰ δ' εἰρημένα διαστήματα πρὸς p. 226 *ὀρθάς ἐστιν ἀλλήλοις· ὥστε καὶ ⟨ἡ⟩ ὑποτείνουσα τὴν ὀρθήν, ἥτις ἐπὶ τὰ δοθέντα σημεῖα ἐπιζευγνυμένη, δοθεῖσά ἐστιν.*

Δύο δοθέντων σημείων εὑρεῖν τὴν θέσιν τῆς ἐπιζευγνυούσης αὐτὰ εὐθείας, μὴ προσεγγίσαντα τοῖς σημείοις.

ἔστω τὰ δοθέντα σημεῖα τὰ Α, Β· δυνατὸν ἄρα ἐστὶ [τὴν] τοῦ διὰ τῶν Α, Β ἐκβαλλομένου ἐπιπέδου ὀρθοῦ πρὸς τὸν ὁρίζοντα τὴν θέσιν εὑρεῖν, ὡς ἐμάθομεν ἐν τοῖς ἔμπροσθεν· τουτέστιν καθέτου ἀχθείσης ⟨ἀφ' ἑκατέρου τῶν σημείων Α, Β⟩ ἐπὶ τὸ παρὰ τὸν ὁρίζοντα ἐπίπεδον, δοθεισῶν τῶν ΑΓ, ΒΔ, τὴν θέσιν τῆς ΓΔ εὑρεῖν. ηὑρήσθω καὶ ἔστω ἡ ΗΖ, καὶ διὰ τοῦ Α τῇ ΓΔ παράλληλος ἡ ΑΕ ἔστω, ⟨ἣ⟩ καὶ τῇ ΗΖ παράλληλός ἐστι, καὶ ⟨δοθεῖσα⟩ ἔσται λοιπὴ ἑκατέρα τῶν ΑΕ, ΒΕ, ὡς προδέδεικται. εἰλήφθω δὴ ἐπὶ τῆς ΗΖ δύο τυχόντα σημεῖα τὰ Η, Ζ, καὶ ἀπὸ τοῦ Ζ ἀνεστάτω τις ὀρθὴ πρὸς τὸν ὁρίζοντα ἡ ΖΘ κανόνος παρατεθέντος ἢ ἑτέρου τινός. παράλληλος ἄρα ἐστὶ τῇ ΔΒ· καὶ πεποιήσθω ὡς ἡ ΑΕ πρὸς ΕΒ, ἡ ΗΖ πρὸς ΖΘ· ἐπιζευχθεῖσα ἡ ΗΘ παράλληλος ἔσται τῇ ΑΒ· τοῦτο γὰρ φανερὸν διά τε τὰς παραλλήλους

---

1 *υ ετέρου* litterae paene evanidae 2 *παραλληλω*: corr. Vi 5 supplevi 5—6 *τὴν ἀρχὴν ὀρθὴν*, sed *ἀρχὴν* del. m. 1 12 [*τὴν*] delevi 15 addidi 16 *τῶν ΑΓ ΓΔ* 17 *ηυρείσθω*: correxi; *κυρείσθω* Vi 18 *τῇ ΑΗ ἔστω* 18—19 *καὶ τῇ ΕΖ*: correxi et supplevi 20 *ΑΗ ΗΒ ὡς* 21 *τῆς ΕΖ* 21—22 *τὰ ΕΖ καὶ ἀτοῦ Ζ* (sic) 24 *ἄρα ἐπι*: correxi *τῇ ΑΒ*

finden, da ja sowohl die Höhe von einem derselben auf die durch den andern gehende horizontale Ebene als auch der Abstand beider Punkte in horizontaler Ebene bestimmt ist und die genannten Abstandslinien rechtwinklig zu einander stehen. Daher ist auch die Hypotenuse (des rechtwinkligen Dreiecks), welche die Verbindungslinie der gegebenen Punkte ist, bestimmt.

Wenn zwei Punkte gegeben sind, die Lage der sie verbindenden Geraden zu bestimmen, ohne sich den Punkten genähert zu haben.

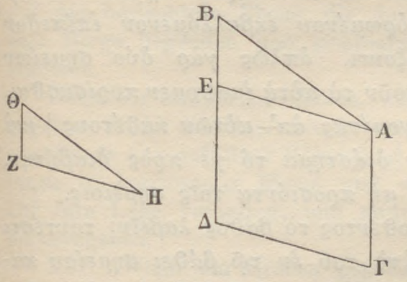


Fig. 93 b.

Die gegebenen Punkte seien *Α* und *Β*. Es ist also möglich die Lage der Ebene, die senkrecht zum Horizonte durch *Α* und *Β* gelegt wird, in der Weise, wie wir es im Vorhergehenden lernten, zu finden, d. h. wenn eine Höhe von jedem der beiden Punkte *Α* und *Β* auf die horizontale Ebene gefällt ist, falls *ΑΓ* und *ΒΔ* gegeben sind, dann die Lage von *ΓΔ* zu finden. Sie sei gefunden und sei *ΗΖ*, und durch *Α* gehe als Parallele zu *ΓΔ* die Gerade *ΑΕ*, welche auch parallel zu *ΗΖ* ist. Es wird daher jede der beiden Geraden *ΑΕ* und *ΒΕ* bestimmt sein. Man nehme nun auf der Geraden *ΗΖ* zwei beliebige Punkte *Η* und *Ζ*, und von *Ζ* aus werde eine Senkrechte gegen den Horizont, *ΖΘ*, aufgerichtet, indem eine Richtlatte oder irgend etwas anderes hingestellt wird. Diese ist also parallel zu *ΔΒ*. Nun mache man, wie sich *ΑΕ* zu *ΕΒ* verhält, so *ΗΖ : ΖΘ*. Zieht man die

---

24—25 *ὡς ἡ ΑΒ προς ΗΒ, ἡ ΕΖ πρὸς ΗΘΖΘ*, sed *ΗΘ* del. m. 1 25 *ἡ ΕΘ παράλληλος* καὶ τὰς ἀναλογίας· πεπόρισται ἄρα ἡ θέσις τῆς AB ἐν τοῖς πρὸς ἡμᾶς μέρεσιν.

Ἐκ δὴ τῶν προδεδιδαγμένων φανερόν, ὅτι δυνατόν ἐστιν, ὄρους ὑπάρχοντος, εὑρεῖν τὴν ἀπὸ τῆς κορυφῆς αὐτοῦ κάθετον ἀγομένην ἐπὶ τὸ δι' ἡμῶν ἐκβαλλόμενον ἐπίπεδον παράλληλον τῷ ὁρίζοντι, μὴ προσεγγίσαντα τῷ ὄρει, καὶ τὴν ἀφ' οἱουδηποτοῦν σημείου κειμένου ἐν τῷ ὄρει καὶ ὁρωμένου [τὴν] ἀγομένην κάθετον εὑρεῖν· ἐπειδήπερ ἐμάθομεν τὴν ἀπὸ παντὸς σημείου ὁρωμένου κάθετον πορίσασθαι, καὶ ὁμοίως δυνατὸν ἦν ⟨τὴν⟩ ἀπὸ παντὸς ⟨σημείου⟩ ὁρωμένου ἐν τῷ ὄρει κάθετον ἀγομένην ἐπὶ τὸ δι' ἑτέρου σημείου ἐν τῷ p. 228 ὄρει κειμένου καὶ ὁρωμένου ἐκβαλλόμενον ἐπίπεδον παράλληλον τῷ ὁρίζοντι. ἁπλῶς γὰρ δύο σημείων δοθέντων οἱωνδηποτοῦν τὰ αὐτὰ ἐμάθομεν πορίσασθαι, fol. 69^{r} τουτέστιν τάς τε ἀγομένας ἀπ' αὐτῶν καθέτους | καὶ ⟨τὸ⟩ μεταξὺ αὐτῶν διάστημα τό γε πρὸς διαβήτην, καὶ ὡς ἔχει θέσεως, μὴ προσιόντα τοῖς σημείοις.

ιδ. Ὀρύγματος δοθέντος τὸ βάθος λαβεῖν· τουτέστι ⟨τὸ μέγεθος⟩ τῆς ἀπὸ τοῦ ἐν τῷ βάθει σημείου καθέτου ἀγομένης ἐπὶ τὸ δι' ἡμῶν ἐκβαλλόμενον ἐπίπεδον παράλληλον τῷ ὁρίζοντι, ἢ καὶ [ἔτι] ἐπὶ τὸ δι' ἑτέρου σημείου ἐκβαλλόμενον ἐπίπεδον παράλληλον τῷ ὁρίζοντι.

ἔστω τὸ δοθὲν ὄρυγμα τὸ $ΑΒΓΔ$· τὸ δ' ἐν τῷ βάθει αὐτοῦ σημεῖον τὸ B. κείσθω δὴ ἡ διόπτρα πρὸς τῷ $Δ$, ἢ πρὸς ἄλλῳ τινὶ σημείῳ· ἔστω δὴ πρὸς τῷ E, καὶ ἔστω EZ· ὁ δὲ ἐν αὐτῇ κανών, δι' οὗ διοπτεύομεν, ὁ $HΘ$· ἐγκλινέσθω οὖν, ἕως οὗ φανῇ δι' αὐτοῦ

---

3 ἐκ δεῖ: corr. Vi προδεδιδαγμένων: f. προδεδειγμένων 5 ἐπὶ τῷ: corr. Vi 8 [τὴν] delevi 11 ⟨τὴν⟩ addidi σημείου add. Vi post ὄρει Vi inserebat ⟨εὑρεῖν⟩ f. recte

Verbindungslinie $HΘ$, so wird sie zu AB parallel sein. Denn dies ist der Parallelen und der Proportionen wegen klar. Es ist damit also die Lage von AB in dem Terrain in unserer Nähe gefunden.

Aus dem im Vorstehenden Gelehrten ist klar, daſs es möglich ist, wenn ein Berg vorhanden ist, die Höhe, die von der Spitze desselben auf die durch uns gelegte horizontale Ebene gefällt wird, zu finden, ohne sich dem Berge zu nähern, und überhaupt die Höhe, die von irgend einem Punkte, der auf dem Berge liegt und sichtbar ist, gefällt wird, zu finden, da wir ja lernten, die Höhe, die von jedem beliebigen Punkte aus gefällt wird, zu bestimmen und es in gleicher Weise möglich war, die Höhe, die von jedem beliebigen, auf dem Berge sichtbaren Punkte auf die horizontale Ebene, die durch einen anderen auf dem Berge liegenden und sichtbaren Punkt geht, zu bestimmen.

Denn wir lernten ja einfach, wenn 2 beliebige Punkte gegeben sind, dieselben Stücke zu bestimmen, d. h. die von ihnen aus gefällten Höhen und den Abstand zwischen ihnen in horizontaler Ebene und wie sie sich in Bezug auf ihre Lage verhalten, und zwar ohne an die Punkte heranzugehen.

XIV. Wenn ein Graben gegeben ist, seine Tiefe zu bestimmen, d. h. die Länge der Senkrechten, die von dem Punkt in der Tiefe auf die durch uns gelegte horizontale Ebene oder auch auf die durch einen anderen Punkt gelegte horizontale Ebene gezogen wird.

Der gegebene Graben sei $ΑΒΓΔ$, der Punkt in der Tiefe desselben B. Die Dioptra sei bei $Δ$ oder bei irgend einem anderen Punkte aufgestellt; es sei beispielsweise bei E und sie sei EZ, ihr Visierlineal aber, durch das wir hindurchsehen, $HΘ$. Dieses werde so lange geneigt,

---

15 οἱονδηποτοῦν 17 ⟨τὸ⟩ addidi τό τε: correxi 20 supplevi; ⟨μέγεθος⟩ Vi 21—22 ἐπίπεδον ἴσον τῷ: correxi 22 [ἔτι] delevi ἐπὶ τῶ: correxi 24 τῶ δ' ἐν 25 σημεῖον τὸ $Δ$: corr. Vi 26 πρὸς τὸ $Δ$ 26—27 πρὸς τὸ E

τὸ *Β* σημεῖον. ἡ δὲ ⟨τοῦ⟩ ἐδάφους ἐπιφάνεια νοείσθω κατὰ τῆς *ΔΕΚΛΜ* γραμμῆς· τὸ δὲ δι' ἡμῶν ἐπίπεδον ἐκπῖπτον νοείσθω κατὰ τῆς *ΑΔΣΟ* εὐθείας. ἐπὶ δὲ τοῦ ἐδάφους ἐφεστ⟨άτ⟩ωσαν δύο κανόνες, οἱ *ΚΝ*, *ΜΞ* p. 230 ὀρθοί, ἐπ' εὐθείας τῷ *ΗΘ* κανόνι· καὶ τεθεωρήσθω ἐπὶ μὲν τοῦ *ΚΝ* κανόνος σημεῖον τὸ *Ν*, ἐπὶ δὲ τοῦ *ΞΜ* τὸ *Ξ*. καὶ δέον ἔστω τὴν ἀπὸ τοῦ *Β* κάθετον ἀγομένην ἐπὶ τὸ διὰ τοῦ *Δ* ἐκβαλλόμενον ἐπίπεδον παράλληλον τῷ ὁρίζοντι ⟨πορίσασθαι⟩, τουτέστιν τὴν ἐπὶ ⟨τὴν⟩ *ΑΔΟ* γραμμὴν ἀγομένην κάθετον· ἡ δὲ ἀπὸ τοῦ *Β* κάθετος ἡ *ΒΑ* ἐστίν, ἣν δεῖ πορίσασθαι. νενοήσθω οὖν καὶ τὸ διὰ τοῦ *Β* ἐπίπεδον παράλληλον τῷ ὁρίζοντι τὸ κατὰ τὸ *ΒΠ* γινόμενον καὶ νενοήσθω ἐκβεβλημένος ὁ *ΞΜ* κανὼν ἐπὶ τὸ *Π*, καὶ ὁ *ΝΚ* ἐπὶ τὸ *Σ*, παὶ διὰ τοῦ *Ν* τῇ *ΔΟ* παράλληλος ἤχθω ἡ *ΝΡ*. ἡ ἄρα *ΝΡ* τὸ μεταξὺ τῶν *Κ*, *Μ* σημείων ἐστὶ διάστημα τὸ πρὸς διαβήτην· δυνατὸν ἄρα ἐστὶν αὐτὸ πορίσασθαι, ἐπεὶ καὶ τὰς *ΚΣ*, *ΜΟ*. ἡ δὲ *ΞΡ* ὑπεροχή ἐστι τῶν *ΞΡΟ*, *ΝΣ*· δυνατὸν ἄρα καὶ ταύτην πορίσασθαι, ἐπεὶ τὰς *ΚΣ*, *ΜΟ* δυνατόν ἐστι πορίσασθαι, ὥσπερ ἐποιήσαμεν ὅτε τὴν ἀπὸ παντὸς σημείου κάθετον ἀγομένην διὰ τῶν δύο κανόνων ἐπορισάμεθα. ἔστω οὖν εὑρημένη, εἰ τύχοι, τετραπλῆ ἡ *ΝΡ* τῆς *ΡΞ*· ἔσται ἄρα καὶ ἡ *ΒΠ* τετραπλῆ τῆς *ΞΠ*. δυνατὸν δέ ἐστι πορίσασθαι τὴν *ΒΠ*, τουτέστι τὴν *ΑΟ*· τὸ γὰρ ἀπὸ τοῦ *Ο* ἐπὶ τὸ *Α* διάστημά ἐστιν τὸ πρὸς διαβήτην τὸ *ΑΟ*, τουτέστιν τὸ *ΒΠ*· ὥστε δυνατόν ἐστι πορίσασθαι καὶ τὴν *ΞΠ*· ἔστιν γὰρ τέταρτον μέρος τῆς

---

1 ⟨τοῦ⟩ addidi 4 *ἐφέστωσαν*: correxi *οἱ ΚΗΜΖ* 5 *τεθεωρεισθω* 6 *μὲν τοῦ ΚΗ* 8 *ἐπὶ τοῦ διὰ* 9 et 10 addidi 19 *τῶν* $\overline{PO}$ $\overline{N\Sigma}$ 23 *εἰ τυχη* 27 *τὸ ΑΟ*: f. *τῶν Α, Μ* R. Schoene

---

bis durch dasselbe der Punkt *B* sichtbar wird. Die Oberfläche des Bodens denke man sich an der Linie *ΔΕΚΛΜ* entlang, die durch uns gelegte (horizontale) Ebene denke man sich an der Linie *ΑΔΣΟ* entlang. Auf dem Erdboden sollen nun 2 Richtlatten, *KN* und *MΞ* in der Verlängerung der durch das Visierlineal laufenden Geraden *ΗΘ* senkrecht aufgestellt sein. Und es sei auf der Richtlatte *KN* der Punkt *N* einvisiert, auf der Richtlatte *ΞM* der Punkt *Ξ*. Die Aufgabe sei, die Senkrechte von *B* auf die durch *Δ* gelegte horizontale Ebene, d. h. die Senkrechte auf die Linie *ΑΔΟ* zu bestimmen. Die von *B* aus gezogene Senkrechte ist aber *BA*, welche es zu bestimmen gilt. Man denke sich nun auch die horizontale Ebene durch *B*, welche durch *BΠ* geht, und die Richtlatte *ΞM* bis *Π*, die Richtlatte *NK* bis *Σ* verlängert, und durch *N* werde

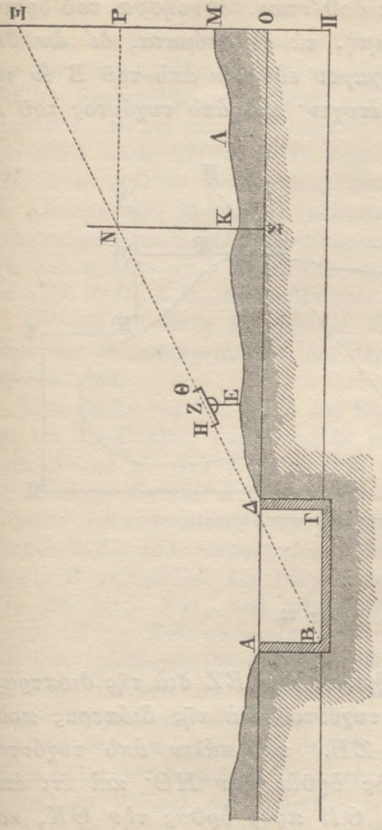


Fig. 94.

$B\Pi$. ἔχομεν δὲ καὶ τὴν ΞO ἡλίκη ἐστίν· ὥστε καὶ τὴν $O\Pi$ ἕξομεν, τουτέστιν τὴν AB κάθετον.

fol. 69v p. 232 *| ιε. Ὄρος διορύξαι ἐπ᾽ εὐθείας τῶν στομάτων τοῦ ὀρύγματος ἐν τῷ ὄρει δοθέντων. νενοήσθω τοῦ ὄρους ἕδρα ἡ $AB\Gamma\Delta$ γραμμή, τὰ δὲ στόματα, δι᾽ ὧν δεῖ ὀρύξαι, τὰ B, Δ. ἤγαγον εὐθεῖαν ἀπὸ τοῦ B ἐν τῷ ἐδάφει τὴν BE, ὡς ἔτυχεν· καὶ ἀπὸ τυχόντος τοῦ E*

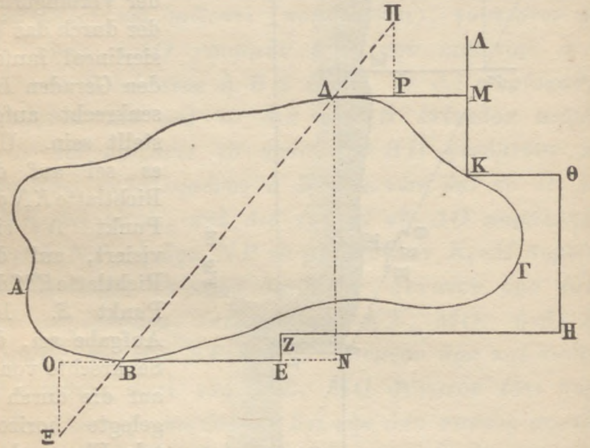


Fig. 95.

τῇ BE πρὸς ὀρθὰς ἤγαγον τὴν EZ διὰ τῆς διόπτρας· καὶ ἔτι ἀπὸ τοῦ Z τυχόντος διὰ τῆς διόπτρας πρὸς ὀρθὰς ἤγαγον τὴν ZH. καὶ πάλιν ἀπὸ τυχόντος τοῦ H, τῇ ZH πρὸς ὀρθὰς τὴν $H\Theta$· καὶ ἔτι ἀπὸ τυχόντος τοῦ Θ, τῇ ΘH πρὸς ὀρθὰς τὴν ΘK, καὶ τῇ ΘK πρὸς ὀρθὰς τὴν $K\Lambda$. καὶ παραφέρω τὴν διόπτραν ἐπὶ τῆς $K\Lambda$ ⟨εὐθείας διατηρῶν τὸν κανόνα ἀεὶ ἀποβλέποντα σημείῳ τινὶ τῶν ἐπὶ τῆς $K\Lambda$,⟩ ἄχρις

zu ΔO die Parallele NP gezogen. Es ist also NP der Abstand der Punkte K und M in horizontaler Ebene. Es ist also möglich ihn zu bestimmen, da man auch $K\Sigma$ und MO bestimmen kann. ΞP ist aber die Differenz von ΞPO und $N\Sigma$; es ist also möglich auch diese zu bestimmen, da es möglich ist $K\Sigma$ und MO zu bestimmen, wie wir thaten, als wir die von jedem beliebigen Punkte gefällte Senkrechte vermittelst der zwei Richtlatten bestimmten. Es sei nun beispielsweise $NP = 4 P\Xi$ gefunden; also wird auch $B\Pi = 4\,\Xi\Pi$ sein. Nun ist es möglich $B\Pi$, d. h. ΛO zu bestimmen; denn ΛO, d. h. $B\Pi$ ist der Abstand von M und Λ in horizontaler Ebene. Daher ist es möglich auch $\Xi\Pi$ zu bestimmen; denn es ist $= \frac{1}{4} B\Pi$. Wir haben aber auch die Gröſse von ΞO. Daher werden wir auch $O\Pi$, d. h. die Senkrechte AB haben.

XV. Einen Berg in gerader Linie zu durchstechen, wenn die Mündungspunkte des Grabens an dem Berge gegeben sind.

Man denke sich als Basis des Berges die Linie $AB\Gamma\Delta$, und als die Punkte, durch welche man den Graben führen muſs, B und Δ. Ich ziehe von B aus auf dem Erdboden die beliebige Gerade BE und von dem beliebigen Punkte E ziehe ich vermittelst der Dioptra zu BE im rechten Winkel EZ, und weiter ziehe ich von dem beliebigen Punkte Z vermittelst der Dioptra im rechten Winkel (zu EZ) die Linie ZH, und wiederum von dem beliebigen Punkte H zu ZH im rechten Winkel $H\Theta$, und weiter von dem beliebigen Punkte Θ zu ΘH im rechten Winkel ΘK, und zu ΘK im rechten Winkel $K\Lambda$. Nun führe ich die Dioptra auf der Linie $K\Lambda$, indem ich das Visierlineal immer auf einen der Punkte der Geraden $K\Lambda$ gerichtet halte, so lange hin, bis durch Einstellung des Lineals im rechten Winkel der Punkt Δ sichtbar wird. Er sei sichtbar geworden, sobald die Dioptra bei M steht. Es

---

5 τὸ δὲ στόμα   11 πρὸς ορθὰς ÷ την (sic)   14 supplevi coll. p. 226, 14

ἂν διὰ τῆς πρὸς ὀρθὰς θέσεως τοῦ κανόνος φανῇ τὸ Δ σημεῖον. πεφηνέτω ⟨οὔσης τῆς διόπτρας κατὰ τὸ Μ⟩· ἔσται δὴ ἡ ΜΔ καὶ ἐπὶ τὴν ΚΛ κάθετος. καὶ νενοήσθω ἐκβεβλημένη ἡ ΕΒ ἐπὶ τὸ Ν, καὶ ἐπ᾿ αὐτὴν κάθετος ἡ ΔΝ. δυνατὸν δή ἐστιν ἐκ τῶν ΕΖ, ΗΘ, ΚΛ ἐπιλογίσασθαι ἡλίκη ἐστὶν ἡ ΔΝ, ὥσπερ ἐποιοῦμεν, p. 234 ὅτε τὴν ἀπὸ παντὸς σημείου ἐπὶ ἕτερον ἀθεώρητον ἐπεξευγνύομεν εὐθεῖαν· ὁμοίως δὲ καὶ τὴν ΒΝ ἐκ τῶν ΒΕ, ΖΗ, ΘΚ, ΛΔ. εὑρήσθω οὖν, εἰ τύχοι, πενταπλῆ ἡ ΒΝ τῆς ΔΝ· καὶ ἐπιζευχθεῖσα ἡ ΒΔ νενοήσθω ἐκβεβλημένη ἐπὶ τὸ Ξ, καὶ ἐπὶ τὴν ΒΕ κάθετος ἤχθω ἡ ΞΟ· ὁμοίως δὲ καὶ ἡ ΒΔ νενοήσθω ἐκβεβλημένη ἐπὶ τὸ Π, καὶ κάθετος ἐπὶ τὴν ΔΜ ἡ ΠΡ· ἔσται δὴ ὁμοίως πενταπλῆ ἡ μὲν ΒΟ τῆς ΟΞ, ἡ δὲ ΔΡ τῆς ΡΠ. λαβόντες οὖν ἐπὶ τῆς ΒΕ σημεῖον τυχὸν τὸ Ο, καὶ πρὸς ὀρθὰς ἀγαγόντες τὴν ΟΞ τῇ ΒΟ, πέμπτον μέρος θήσομεν τὴν ΟΞ τῆς ΒΟ. καὶ ἔσται ἡ ΒΞ νεύουσα ἐπὶ τὸ Β· ὁμοίως δὴ πάλιν τῆς ΔΡ πέμπτον μέρος θέντες τὴν ΠΡ, ἕξομεν τὴν ΔΠ νεύουσαν ἐπὶ τὸ Δ. διορύξομεν οὖν ἀπὸ μὲν τοῦ Β ποιοῦντες τὸ ὄρυγμα ἐπ᾿ εὐθείας τῆς ΒΞ, ἀπὸ δὲ τοῦ Δ ἐπ᾿ εὐθείας τῆς ΔΠ. γίνεται δὲ λοιπὸν τὸ ὄρυγμα κανόνος παρατιθεμένου ἐπὶ τῆς εὑρημένης εὐθείας τῆς ΞΒ, ἤτοι ἐπὶ τῆς ΠΔ, ἢ καὶ ἐπ᾿ ἀμφότερα τὰ μέρη. γινομένου τοῦ ὀρύγματος οὕτως ὑπαντήσουσιν ἀλλήλοις οἱ ἐργαζόμενοι.

fol. 70^r ιζ. Φρεατίας ὑπονόμῳ εἰς ὄρος διορύξαι | κατὰ p. 236 κάθετον οὔσας τῷ ὑπονόμῳ. ἔστω τὰ ὑπονόμου πέρατα τὰ Α, Β· καὶ εἰλήφθωσαν, ἐπ᾿ εὐθείας τῇ ΑΒ, αἱ ΓΑ, ΒΔ, ὡς ἐμάθομεν. ἔστησα οὖν δύο κανόνας ὀρθοὺς πρὸς τοῖς Α, Γ τοὺς ΓΕ, ΑΖ καὶ τὴν διόπτραν

wird daher ΜΔ eine Senkrechte auf ΚΛ sein. Nun denke man sich ΕΒ bis Ν und auf sie die Senkrechte ΔΝ gefällt. Es ist daher möglich aus ΕΖ, ΗΘ und ΚΛ die Gröſse von ΔΝ zu bestimmen, wie wir thaten, als wir von jedem beliebigen Punkt auf einen anderen, nicht sichtbaren Punkt die Verbindungslinie zogen. Gleichermaſsen kann man auch ΒΝ aus ΒΕ, ΖΗ, ΘΚ und ΛΔ berechnen. Es sei nun beispielsweise $BN = 5\,\Delta N$ gefunden und man denke sich die Verbindungslinie ΒΔ bis Ξ verlängert und es werde auf ΒΕ die Senkrechte ΞΟ gefällt. Gleichermaſsen denke man sich ΒΔ bis Π verlängert und die Senkrechte auf ΔΛ, nämlich ΠΡ, gefällt. Es wird daher ebenso $BO = 5\,O\Xi$ und $\Delta P = 5\,P\Pi$ sein. Wir nehmen nun auf ΒΕ den beliebigen Punkt Ο an und ziehen ΟΞ im rechten Winkel zu ΒΟ, sodann machen wir $O\Xi = \frac{1}{5}BO$, dann wird ΒΞ nach Β zu geneigt sein. Wenn wir nun in gleicher Weise $\Pi P = \frac{1}{5}\Delta P$ machen, werden wir in gleicher Weise ΔΠ nach Δ geneigt haben. Wir werden nun den Durchstich so machen, daſs wir von Β aus den Graben auf der (Verlängerung der) Geraden ΒΞ, von Δ aus auf der (Verlängerung der) Geraden ΔΠ führen. Weiter wird der Graben hergestellt, indem eine Richtlatte auf die gefundenen Geraden ΞΒ oder auf ΠΔ oder auch nach beiden Seiten hin aufgestellt wird. Wird der Graben auf diese Weise hergestellt, so werden sich die Arbeiter treffen.

XVI. Schachte für einen unterirdischen Kanal in einen Berg zu graben, die zum Kanal senkrecht laufen sollen.

Die Endpunkte eines Kanals seien Α und Β und man bestimme ΓΑ und ΒΔ auf einer und derselben Geraden mit ΑΒ so wie wir es lernten. Ich stelle nun 2 senkrechte Richtlatten, nämlich ΓΕ und ΑΖ, bei den Punkten Α und Γ und die Dioptra bei dem Berge auf, nach-

---

3 ἐπὶ τὴν ΚΛ: τῆς Vi 4 ἐπὶ τὸ ΚΗ 6 ΚΜ ἡ ΔΗ 8 ἐπιζευγνύομεν 9 ΛΜ: corr. Vi 12 δὴ 13 τὴν ΔΜ 16 τῇ ΟΞ τὴν ΒΟ 17 θήσωμεν 19—20 ἐπὶ τὸ Β 28 οὖσα 30—31 κανόνας ἐν τοῖς ὀρθοῖς, sed ἐν τοὶς del. m. 1 et ὀρθοῖς in ὀρθοὺς mutavit

πρὸς τῷ ὄρει ἀποστήσας σύμμετρον διάστημα, ὥστε διὰ τοῦ ἐν τῇ διόπτρᾳ κανόνος ἅμα φανῆναι τοὺς ΓΕ, ΑΖ κανόνας. ἔστω οὖν ἡ μὲν διόπτρα ἡ ΗΘ, ὁ δὲ ἐν αὐτῇ κανὼν ὁ ΚΛ· καὶ μένοντος τοῦ ΚΛ κανόνος ἀκινήτου μετατίθημι ἕνα τῶν ΓΕ, ΑΖ κανόνων, ὡς ἐπὶ τὸ Μ σημεῖον, ἔμπροσθεν τῆς διόπτρας, ὡς τὸν ΜΝ, περιφέρων αὐτὸν ὀρθόν, ἄχρις ἂν διὰ τοῦ ΚΛ κανόνος φανῇ ὁ ΜΝ κανών. καὶ ἔσται τὸ Μ σημεῖον κατὰ κάθετον κείμενον τῷ ὑπονόμῳ. πάλιν δὴ μετατεθείσης τῆς διόπτρας ἔμπροσθεν τοῦ ΜΝ κανόνος ἐπὶ τὸ Ξ περιφέρω, ἄχρις ἂν διὰ τοῦ ἐν τῇ διόπτρᾳ κανόνος ἅμα φανῶσιν οἱ ΑΖ, ΜΝ κανόνες· καὶ πάλιν μένοντος τοῦ ἐν τῇ διόπτρᾳ κανόνος ἀκινήτου μεταφέρω τὸν ΑΖ κανόνα ἔμπροσθεν τῆς διόπτρας ὀρθὸν ὡς ἐπὶ τὸ Ο σημεῖον περιφέρων αὐτόν, ἕως οὗ διὰ τοῦ ἐν τῇ διόπτρᾳ κανόνος φανῇ ὁ ΟΠ p. 238 κανών· καὶ ἔσται ὁμοίως τὸ Ο κατὰ κάθετον τῷ ὑπονόμῳ. ὡσαύτως δὲ καὶ ἕτερα πλείονα λαμβάνων σημεῖα γράψω ἐν τῷ ὄρει γραμμήν, ἥτις πᾶσα κατὰ κάθετον ἔσται τῷ ὑπονόμῳ. κἂν βουλώμεθα δὲ καὶ ἐκ τῶν Β, Δ μερῶν τὰ αὐτὰ ποιεῖν, οὐδὲν διοίσει. ἐπὶ τῆς ληφθείσης οὖν ἐν τῷ ὄρει γραμμῆς διαστήματα λαμβάνοντες, ἡλίκα ἄν βουλώμεθα, καὶ κατὰ κάθετον ὀρύσσοντες τὰς φρεατίας ἐπιτευξόμεθα τοῦ ὑπονόμου. χρὴ δὲ νοεῖν καὶ ταύτην τὴν δεῖξιν, ὡς τοῦ ὑπονόμου ἐπὶ μιᾶς εὐθείας ὄντος.

| ιζ. Λιμένα περιγράψαι πρὸς τὸ δοθὲν κύκλου τμῆμα, τῶν περάτων αὐτοῦ δοθέντων.

---

5 τῶν ΓΑ ΑΖ 6 τὸ Ζ σημεῖον 12 οἱ ΑΖ ΜΗ
16—17 ὁ ΘΠ κανὼν 18 λαμβάνω 21—22 λειφθησης
23 ἡνίκα: correxi 28 τμῆμα ex σχῆμα fec. m. 1

dem ich sie ein entsprechendes Stück abgerückt habe, so daſs durch das an der Dioptra befindliche Visierlineal die Richtlatten *ΓΕ* und *ΑΖ* gleichzeitig sichtbar sind. Es sei nun *ΗΘ* die Dioptra und *ΚΛ* das an ihr befindliche Visierlineal. Während nun das Visierlineal *ΚΛ* unbeweglich in seiner Stellung verbleibt, stelle ich eine der beiden Richtlatten *ΓΕ* und *ΑΖ* beispielsweise nach dem Punkt *M* vorwärts der Dioptra um, etwa als *MN*, indem ich ihn in senkrechter Stellung hin- und hertrage, bis durch das Visierlineal *ΚΛ* die Richtlatte *NM* sichtbar wird. Dann wird der Punkt *M* senkrecht über dem Kanal liegen. Nachdem die Dioptra nun wieder vorwärts der Richtlatte *MN* nach *Ξ* umgesetzt ist, trage ich sie so lange hin und her, bis durch das an der Dioptra befindliche Visierlineal die beiden Richtlatten *AZ* und *MN* zugleich sichtbar werden. Und während das an der Dioptra befindliche Visierlineal wiederum unbeweglich in seiner Stellung verbleibt, trage ich die Richtlatte *AZ* in vertikaler Stellung etwa nach Punkt *O* vorwärts der Dioptra hin, indem ich

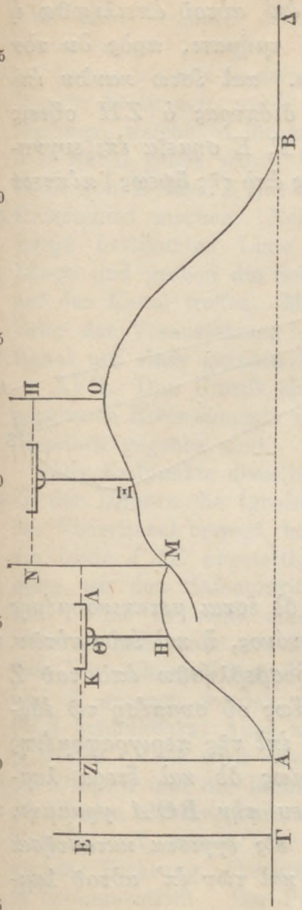


Fig. 96.

ἔστω τὰ πέρατα αὐτοῦ τὰ *Α*, *Β* καὶ καθεστάσθω ⟨τὸ⟩ ἐν τῇ διόπτρᾳ τύμπανον, περὶ ὃ ὁ κανὼν κινεῖται, παράλληλον τῷ ὁρίζοντι· καὶ ἀπ' αὐτοῦ ἀπειλήφθω ἡ *ΓΔΕ* ὁμοία τῷ τοῦ κύκλου τμήματι, πρὸς ὃν τὸν λιμένα βουλόμεθα περιγράψαι. καὶ ἔστω κανὼν ἐπὶ τὰ ἕτερα μέρη ἔγγιστα τῆς διόπτρας ὁ *ΖΗ* οὕτως ὥστε τὰς ἀπὸ τοῦ *Ζ* ἐπὶ τὰ *Γ*, *Ε* σημεῖα ἐπιζευγνυμένας καὶ ἐκβαλλομένας ἀκτῖνας ἀπὸ τῆς ὄψεως | p. 244 fol. 70^{v} πίπτειν

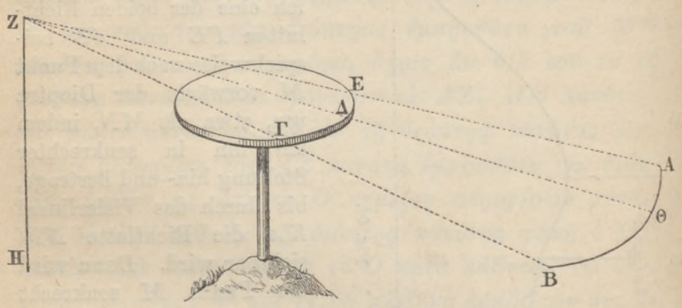


Fig. 97.

ἐπὶ τὰ *Α*, *Β* σημεῖα. τοῦτο δὲ ἔσται μετακινουμένης τῆς διόπτρας καὶ τοῦ *ΖΗ* κανόνος, ἢ καὶ ἑνὸς αὐτῶν. καὶ οὕτως κατασταθέντων προσβεβλήσθω ἀπὸ τοῦ *Ζ* ἀκτὶς πρὸς τὴν *ΓΔ* εὐθεῖαν, ἕως οὗ συμπέσῃ τῷ ἐδάφει κατὰ τὸ *Θ*· ἔσται δὴ τὸ *Θ* ἐπὶ τῆς περιγραφομένης ἐν τῷ λιμένι γραμμῆς. ὁμοίως δὲ καὶ ἕτερα λαμβάνοντες τῷ *Θ* περιγράψομεν τὴν *ΒΘΑ* γραμμήν. δεήσει δὲ καὶ τὸ ἔδαφος ὡς εἰς ἔγγιστα καταστῆσαι παράλληλον τῷ ὁρίζοντι, ἵνα καὶ τῶν ἐπ' αὐτοῦ λαμ-

---

1 καθεστάσθω ἐν: supplevi 4 ὃν: exspectatur ὃ 5 ἔστω: f. ἑστάτω 6 ὁ ΖΕ 10 τοῦ ΖΕ κανόνος

sie so lange hin und her trage, bis durch das an der Dioptra befindliche Lineal die Richtlatte *ΟΠ* sichtbar wird. Nnn wird ebenfalls der Punkt *Ο* senkrecht über dem Kanal liegen.

Indem ich nun in derselben Weise noch mehrere andere Punkte bestimme, werde ich auf dem Berge eine Linie zeichnen, welche in ihrem ganzen Verlauf senkrecht über dem Kanal gehen wird. Und wenn wir dasselbe von der Seite von *Β* und *Δ* aus thun wollen, so wird es keinen Unterschied machen. Nehmen wir nun auf der auf dem Berge bestimmten Linie Zwischenräume von beliebiger Länge und graben die Schachte senkrecht, so werden wir auf den Kanal treffen. Man muſs übrigens diesen Beweis unter der Voraussetzung auffassen, daſs der unterirdische Kanal auf einer geraden Linie verläuft.

XVII. Den Umriſs eines Hafens nach Maſsgabe eines gegebenen Kreissegments zu zeichnen, wenn die Endpunkte desselben gegeben sind.

Die Endpunkte desselben seien *Α* und *Β*. Es sei nun an der Dioptra die (groſse) Kreisscheibe, um welche sich das Visierlineal bewegt, horizontal gestellt und von dieser die Linie *ΓΔΕ* abgeteilt, die dem Segment, nach welchem wir den Hafenumriſs zeichnen wollen, ähnlich sein soll. Und es stehe eine Richtlatte nach der anderen Seite zu ganz nahe der Dioptra, nämlich *ΖΗ*, dergestalt, daſs Verbindungslinien, die von Z nach den Punkten *Γ* und *Ε* gezogen werden und Sehstrahlen, die von dem (dort befindlichen) Auge ausgehen, auf die Punkte *Α* und *Β* treffen. Dies wird erreicht werden dadurch, daſs man die Dioptra und die Richtlatte *ΖΗ*, oder auch nur eines der beiden Stücke, herumbewegt. Nachdem sie so aufgestellt sind, werde von Z ein Sehstrahl nach *ΓΔ* in gerader Richtung entsandt, bis er mit dem Erdboden in *Θ* zusammentrifft. Der Punkt *Θ* wird also auf der Umriſslinie des Hafens liegen. Indem wir nun in derselben Weise wie *Θ* auch andere Punkte bestimmen, werden wir die Umriſslinie *ΒΘΑ* zeichnen. Es wird übrigens nötig *βανομένων σημείων ἡ περιγραφομένη γραμμὴ [ἣ] ἐν ἐπιπέδῳ ᾖ παραλλήλῳ τῷ ὁρίζοντι. ὅτι δὲ ἡ ΒΘΑ γραμμὴ κύκλου περιφέρειά ἐστι καὶ ὁμοία τῇ ΓΔΕ, φανερόν· κῶνος γὰρ γίνεται, οὗ βάσις μὲν ὁ ΓΔΕ κύκλος, κορυφὴ δὲ τὸ Ζ σημεῖον, πλευραὶ δὲ αὐτοῦ αἱ ἀπὸ τοῦ Ζ σημείου προσπίπτουσαι πρὸς τὴν ΓΔΕ περιφέρειαν. καὶ τέμνεται ἐπιπέδῳ παραλλήλῳ τῇ βάσει, τῷ ἐν ᾧ ἐστι τὰ Α, Β σημεῖα, καὶ πλευραὶ αὐτοῦ εἰσὶν αἱ ΖΓΒ, ΖΕΑ· ἡ ἄρα ΒΘΑ γραμμὴ κύκλου γίνεται περιφέρεια καὶ ὁμοία τῇ ΓΔΕ. ὁμοίως δέ ἐὰν βουλώμεθα τὴν περιγραφομένην μὴ εἶναι κύκλου περιφέρειαν, ἀλλὰ ἐλλείψεως, ἢ καὶ ὅλην ἔλλειψιν ἢ καὶ παραβολὴν ἢ ὑπερβολὴν ἢ ἄλλην τινὰ γραμμήν, ποιήσομεν ὁμοίαν αὐτῇ ἐκ σανίδος· καὶ ἐφαρμόσαντες ἐπὶ τὸ ΓΔ τύμπανον, ὥστε συμφυὲς αὐτῷ γενέσθαι, ὑπερέχειν ⟨δὲ⟩ εἰς τὸ ἐκτὸς τοῦ τυμπάνου τὴν ἐκ τῆς σανίδος περιτμηθεῖσαν γραμμήν, τὰ αὐτὰ ποιήσομεν τοῖς ἐπὶ τῆς ΓΔΕ περιφερείας εἰρημένοις. οὕτως οὖν πάσῃ τῇ δοθείσῃ γραμμῇ ὁμοίαν περιγράψομεν. ἐὰν δὲ βουλώμεθα τὴν περιγραφομένην γραμμὴν μὴ ἐν τῷ ἐδάφει γράφεσθαι παραλλήλῳ τῷ ὁρίζοντι, ἀλλ' ἐν* p. 246 *ἑτέρῳ ἐπιπέδῳ, καταστήσομεν τὸ τύμπανον παράλληλον τῷ ἐπιπέδῳ, ἐν ᾧ μέλλει γράφεσθαι ἡ γραμμή, καὶ τὰ αὐτὰ ποιήσομεν· πάλιν γὰρ γίνεται κῶνος ἐπιπέδῳ τεμνόμενος τῷ ἐν ᾧ ἐστὶν ἡ γραμμὴ παράλληλος τῇ βάσει. ὁμοίως καὶ γέφυραν περιγράψομεν. τὸ δὲ τύμπανον τὸ ΓΔΖ καταστήσομεν καὶ παράλληλον τῷ*

---

1 [ἣ] delevi 2 *παράλληλος*: correxi 8 *τῇ ἐν ῶ* 9—10 *γραμμὴ ὃ γίνεται* 14 *ποιήσω μεν ἐφαρμώσαντες* 17 *ποιήσωμεν* 20 *βουλομεθα* 22 *καταστησωμεν* 24 *ποιησωμεν* 25 f. *παραλλήλῳ* 26 *περι γραφομεν*

sein, den Erdboden so weit als möglich horizontal zu machen, damit auch die Umriſslinie, die durch die auf ihm bestimmten Punkte bestimmt wird, in einer horizontalen Ebene liegt.

Daſs die Linie *ΒΘΑ* ein Stück einer Kreisperipherie und *ΓΔΕ* ähnlich ist, ist offenbar. Denn es entsteht ein Kegel, dessen Basis der Kreis *ΓΔΕ* und dessen Spitze der Punkt Z ist; seine Seiten sind die Geraden, die von dem Punkte Z aus nach dem Peripherieabschnitt *ΓΔΕ* laufenden Linien. Und er wird von einer seiner Basis parallelen Ebene, derjenigen nämlich, in der die Punkte *A* und *B* liegen, geschnitten und seine Seiten sind *ΖΓΒ* und *ΖΕΑ*. Die Linie *ΒΘΑ* wird also ein Stück einer Kreisperipherie und *ΓΔΕ* ähnlich.

Ebenso aber werden wir, wenn wir wünschen, daſs die Umriſslinie nicht eine Kreisperipherie, sondern die Peripherie eine Ellipse, oder auch eine ganze Ellipse, oder auch eine Parabel oder Hyperbel oder irgend eine andere Linie sei, eine ihr ähnliche aus einem Brett herstellen, und nachdem wir es so auf die Kreisscheibe *ΓΔ* aufgelegt haben, daſs es mit ihr fest verbunden wird und die aus dem Brett geschnittene Linie über die Kreisscheibe hervorragt, werden wir genau dasselbe thun, was bei der Peripherie *ΓΔΕ* beschrieben worden. Auf diese Weise nun werden wir einer jeden (beliebigen) gegebenen Linie ähnliche Umriſslinien bestimmen können.

Wünschen wir jedoch, daſs die Umriſslinie nicht auf der horizontalen Erdbodenoberfläche gezeichnet wird, sondern auf einer anderen Ebene, so werden wir die Kreisscheibe parallel zu der Ebene stellen, in welcher die Linie gezeichnet werden soll, und dieselben Operationen vornehmen. Denn es entsteht wieder ein Kegel, der durch eine Ebene — diejenige in welcher die zur Basis parallele Linie liegt — geschnitten wird. In ähnlicher Weise werden wir auch die Umriſslinie einer Brücke zeichnen.

Die Kreisscheibe *ΓΔΕ* werden wir auf folgende Weise zu der gegebenen Ebene parallel stellen. Die gegebene δοθέντι ἐπιπέδῳ οὕτως. ἔστω γὰρ τὸ δοθὲν ἐπίπεδον τὸ ΚΛΜΝ καὶ ἐν αὐτῷ δύο εὐθεῖαι ἔστωσαν αἱ ΚΛ, ΜΝ καὶ εὑρήσθω ἡ θέσις τῆς ΚΛ ἐν τοῖς πρὸς ἡμᾶς μέρεσιν, καὶ ἔστω ἡ ΞΟ. ὁμοίως δὲ καὶ ἡ θέσις τῆς

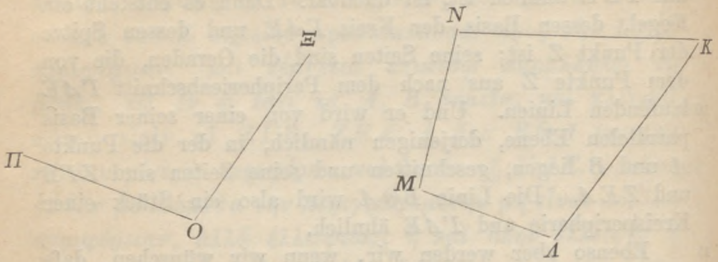


Fig. 98.

ΛΜ εὑρήσθω, καὶ ἔστω ἡ ΟΠ. τὸ ἄρα ΚΛΜΝ ἐπί-
fol. 71$^{\text{r}}$ πεδον παράλληλόν ἐστιν τῷ διὰ τῶν ΞΟ, ΟΠ. | ἐγκλίνας οὖν τὸ τύμπανον, ὥστε ἐν τῷ ἐπιπέδῳ αὐτοῦ γενέσθαι τὰς ΞΟ, ΟΠ, ἔξω καθεσταμένον παράλληλον τῷ ΚΛΜΝ ἐπιπέδῳ.

p. 248 ιη. Ἔδαφος κυρτῶσαι, ὥστε σφαιρικὴν ἔχειν ἐπιφάνειαν πρὸς τὸ δοθὲν τμῆμα. ἔστω ὁ δοθεὶς τόπος ὁ ΑΒΓΔ, μέσον δὲ αὐτοῦ σημεῖον τὸ Ε. διὰ δὲ τοῦ Ε σημείου διήχθωσαν εὐθεῖαι διὰ τῆς διόπτρας οὖσαι ἐν τῷ ἐδάφει, ὁσαιδηποτοῦν, αἱ ΑΓ, ΒΔ, ΖΗ, ΚΘ, ἐφ᾽ ὧν πάσσαλοι ἐγκεκρούσθωσαν ὀρθοί. ὡς δ᾽ ἂν ἐπὶ μιᾶς ὑποδείξομεν, οὕτως καὶ ἐπὶ τῶν λοιπῶν νοείσθω εὐθειῶν. πεπασσαλοκοπήσθω οὖν ἡ ΒΔ τοῖς ΛΜ,

---

5 ΚΜΛΝ 6 ἐστιν τῶ διατῶι διατων (sic) 9 τὸ ΚΛΜΝ 14 $\overline{\text{ΖΗ}}$, $\overline{\text{ΗΘ}}$ 15 δ᾽ ἂν corruptum videtur 16 ἐπι μιᾶς επι|μιᾶς

Ebene sei ΚΛΜΝ und in ihr seien zwei Gerade ΚΛ und ΜΝ. Nun sei die Lage von ΚΛ in der Gegend unseres Standortes bestimmt, und zwar sei sie ΞΟ. In ähnlicher Weise soll nun auch die Lage von ΛΜ gefunden sein, und zwar sei sie ΟΠ. Die Ebene ΚΛΜΝ ist also der durch die Linien ΞΟ und ΟΠ bestimmten parallel. Ich neige nun die Kreisscheibe so, daſs die Linien ΞΟ und ΟΠ in ihrer Ebene zu liegen kommen und werde sie dadurch der Ebene ΚΛΜΝ parallel gestellt haben.

XVIII. Ein Bodenstück so zu wölben, daſs es nach Maſsgabe eines gegebenen Kreisabschnittes eine kugelige Oberfläche hat.

Der gegebene Boden sei ΑΒΓΔ, sein Mittelpunkt Ε. Durch den Punkt Ε ziehe man vermittelst der Dioptra beliebig viele gerade Linien auf dem Erdboden, ΑΓ, ΒΔ,

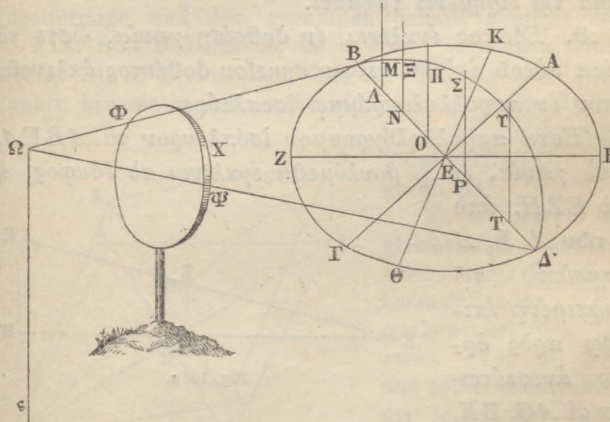


Fig. 99.

ΖΗ und ΚΘ; auf denen Pflöcke senkrecht eingerammt werden sollen. Wie wir nun für eine Gerade den Beweis liefern werden, so soll er auch für die übrigen gedacht werden. Die Linie ΒΔ werde mit den Pflöcken ΛΜ, ΝΞ, ΟΠ, ΡΣ, ΤΥ πασσάλοις· τὸ δὲ τῆς διόπτρας τύμπανον ἔστω τὸ ΦΧΨ, ὅμοιον τῷ τῆς κυρτώσεως τμήματι· καὶ πάλιν καθεστάτω ὀρθῶς πρὸς τὸν ὁρίζοντα, ὥστε κανόνος ὁμοίως παρατεθέντος τοῦ Ως, τὰς ἀπὸ τοῦ Ω ἐπὶ τὰ Φ, Ψ ἐπιζευγνυμένας ἀκτῖνας καὶ ἐκβαλλομένας νεύειν ἐπὶ Β, Δ σημεῖα. εἶτα διὰ τοῦ Ω πάλιν καὶ τῆς ΦΧΨ περιφερείας τεθεωρήσθω ἐπὶ τῶν πασσάλων σημεῖα τὰ Μ, Ξ, Π, Σ, Υ· ταῦτα δὲ ἔσται ἐπὶ τοῦ τμήματος τῆς κυρτώσεως. καὶ ἐπὶ τῶν p. 250 λοιπῶν δὲ εὐθειῶν ἡ αὐτὴ πασσαλοκοπία καὶ διοπτρ⟨εί⟩α γεγενήσθω, καὶ ληφθέντων ἐν τοῖς πασσάλοις σημείων ἐγχωννύσθω ὁ τόπος ἄχρι τῶν ληφθέντων σημείων καὶ ἔσται ἡ κύρτωσις τοῦ τόπου σφαιρικὴ ὁμοία τῷ εἰρημένῳ τμήματι.

ιθ. Ἔδαφος ἐγκλῖναι ἐν δοθείσῃ γωνίᾳ, ὥστε τὸ κλίμα αὐτοῦ ἐφ' ἓν νεύειν σημεῖον δοθέντος ἀκλινοῦς τόπου ἐν παραλληλογράμμῳ ἰσοπλεύρῳ.

Ἔστω παραλληλόγραμμον ἰσόπλευρον τὸ ΑΒΓΔ, ἡ δὲ γωνία, ἐν ᾗ βουλόμεθα ἐγκλῖναι τὸ ἔδαφος, ἡ ὑπὸ ΕΖΗ. ἀπὸ δὲ τῶν Α, Β, Δ ⟨σημείων⟩ τῷ ὑποκειμένῳ ἐπιπέδῳ πρὸς ὀρθὰς ἀνεστάτωσαν αἱ ΑΘ, ΒΚ, ΔΛ· τὸ δὲ Γ σημεῖον ἔστω, ὅπου βουλόμεθα τὴν κλίσιν νεύειν. καὶ τῇ ΑΓ ἴση κείσθω ἡ ΖΗ, τῇ δὲ

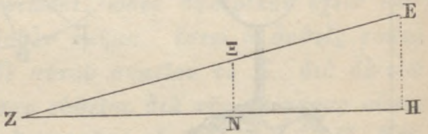


Fig. 100a.

---

3 ὀρθῶ 4 ΩΤ 5 ἀπὸ τοῦ β (ω sic, non ∞) ἐπὶ τὰ $\overline{\varphi\chi\psi}$, sed χ del. m. 1 7 τεθεωρείσθω 10 δὲ 10—11 καὶ διόπτρα: correxi 12 εγχωνύσθω 19 βουλωμεθα 27 ΑΛ f. ὅποι

ΝΞ, ΟΠ, ΡΣ, ΤΥ besetzt, und ΦΧΨ sei die Kreisscheibe der Dioptra, welche dem Abschnitt der Wölbung ähnlich ist. Sie soll wieder senkrecht zum Horizont aufgestellt werden, so daſs wenn in ähnlicher Weise (wie bei dem vorhergehenden Probleme) eine Richtlatte Ως daneben aufgepflanzt wird, die von Ω nach Φ und Ψ laufenden und drüber hinaus verlängerten Strahlen nach den Punkten Β und Δ hingehen. Sodann sollen wiederum durch Ω und den Peripherieabschnitt ΦΧΨ hindurch auf den Pflöcken die Punkte Μ, Ξ, Π, Σ, Υ anvisiert werden; diese werden dann auf dem Wölbungsabschnitt liegen. Auch auf den übrigen Geraden soll dasselbe Verfahren mit den Pflöcken und der Dioptra angewandt werden, und nachdem so auf den Pflöcken Punkte genommen sind, soll das Terrain bis zu diesen Punkten aufgeschüttet werden. Die Krümmung des Terrains wird dann eine kugelförmige und dem genannten Schnitt ähnliche sein.

XIX. Eine Bodenfläche, die in einem gegebenen Winkel geneigt ist, so herzustellen, daſs die Neigung nach einem Punkte hin stattfindet, wenn ein nicht geneigtes Terrain in einem gleichseitigen Parallelogramm gegeben ist.

Es sei ΑΒΓΔ das gleichseitige Parallelogramm und ΕΖΗ der herzustellende Neigungswinkel des Terrains. Von Α, Β, Δ aus sollen senkrecht zu der gegebenen Ebene die Geraden ΑΘ, ΒΚ, ΔΛ errichtet werden, der Punkt Γ sei der, nach dem die Neigung hingehen soll. Nun werde ΖΗ = ΑΓ gemacht und rechtwinklig zu ΖΗ die Gerade ΕΗ gezogen; ferner werde ΑΘ = ΕΗ gemacht und

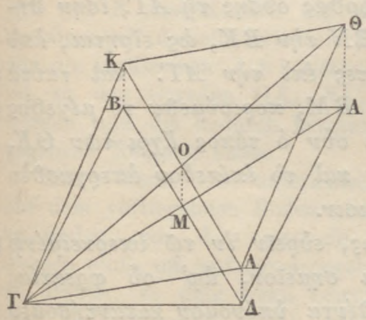


Fig. 100b.

ΖΗ πρὸς ὀρθὰς ἤχθω ἡ ΕΗ· τῇ δὲ ΕΗ ἴση κείσθω ἡ ΛΘ· καὶ τῇ ΑΓ προσευρήσθω ἡ ΛΘ, ἐν τῷ τῆς ΖΗ πρὸς ΗΕ λόγῳ καθέτου οὔσης τῆς ΕΗ. ἐὰν δὴ fol. 71^{v} νοήσωμεν ἐπιζευγνυμένην | τὴν ΘΓ, ἔσται ἡ ὑπὸ ΘΓΛ γωνία κλίσις. ἔστω δὲ ἡ ἀπὸ τοῦ Β ἐπὶ τὴν ΑΓ κάθετος ἡ ΒΜ· καὶ τῇ ΓΜ ἴση κείσθω ἡ ΖΝ, τῇ δὲ ΗΕ παράλληλος ἤχθω ἡ ΝΞ, τῇ δὲ ΝΞ ἴση κείσθω ἑκα- p. 252 τέρα τῶν ΒΚ, ΔΛ· καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΘΚ, ΚΓ, ΓΛ, ΛΘ. ἔσται δὴ τὸ ΘΚ̀Γ⟨Λ⟩ ἐπίπεδον κεκλιμένον πρὸς τὸ Α⟨Β⟩ΓΔ ἐν τῇ ὑπὸ ΘΓΛ γωνίᾳ, τουτέστι τῇ ὑπὸ ΕΖΗ. ἐὰν γὰρ νοήσωμεν τῇ ΛΘ παράλληλον γινομένην τὴν ΜΟ, καὶ ἐπιζεύξωμεν τὴν ΟΚ πίπτουσαν ἐπὶ τὸ Λ, ἡ μὲν ΜΟ ἴση ⟨ἔσται⟩ τῇ ΝΞ. ἡ δὲ ΚΟ ἴση ⟨καὶ⟩ παράλληλος τῇ ΒΜ, πρὸς ὀρθὰς δὲ τῇ ΘΓ· ὥστε κέκλιται, ὡς εἴρηται, τὸ ἐπίπεδον. ἐὰν δὲ ὁ τόπος ὁ δοθεὶς ἐν τυχόντι ᾖ τετραπλεύρῳ, ὥστε τὰς διαγωνίους αὐτοῦ μὴ πρὸς ὀρθὰς ἀλλήλαις ⟨εἶναι⟩, τῆς ΒΜ πρὸς ὀρθὰς οὔσης τῇ ΑΓ, ἴσην θήσομεν τὴν ΞΝ, τῇ δὲ ΞΝ τὴν ΒΚ, ὡς εἴρηται, ἀπὸ τοῦ Β κάθετον ἀγαγόντες ἐπὶ τὴν ΑΓ. καὶ ταὐτὰ ποιήσαντες τοῖς ἐπὶ τῆς ΒΜ,ποριούμεθα τὸ μέγεθος τῆς ΔΛ. ἐγχωσθήσεται οὖν ὁ τόπος ἄχρι τῶν ΘΚ, ΚΓ, ΓΛ, ΛΘ εὐθειῶν· καὶ τὸ ἐπίπεδον ἀπεργασθὲν ἕξει τὴν εἰρημένην ἔγκλισιν.

fol. 71^{v} | κ. Ὑπονόμου ὄντος, εὑρεῖν ἐν τῷ ὑπερκειμένῳ ἐδάφει τόπον, τουτέστι σημεῖον, ἀφ᾽ οὗ φρεατίας γενηθείσης ἐπὶ τὸν δοθέντα ὑπόνομον καταντήσομεν

---

4 ΟΓ 8 επεζέ$\overset{\chi}{\upsilon}$θωσαν (sic) 9 ΓΔ 12 ἴσον γινομένην ἐ|πιζευξομεν 13 ΜΟ ιση ιση τῇ 18 ⟨εἶναι⟩ addidi τῇ ΒΜ οὔση 20 ταῦτα: correxi 25 ὑποκειμένῳ: correxi

zu ΑΓ werde ΛΘ hinzugefunden im Verhältnis ΖΗ : ΗΕ, wobei ΕΗ eine Kathete ist. Denken wir uns nun die Verbindungslinie ΘΓ gezogen, so wird der Winkel ΘΓΛ die Neigung darstellen. Es sei nun ΒΜ die Senkrechte von Β auf ΑΓ und ΖΝ werde gleich ΓΜ gemacht, ferner zu ΗΕ die Parallele ΝΞ gezogen. Nun sollen ΒΚ und ΔΛ beide gleich ΝΞ gemacht werden. Und man ziehe die Verbindungslinien ΘΚ, ΚΓ, ΓΛ, ΛΘ. Es wird also die Ebene ΘΚΓ gegen ΑΒΓΔ in dem Winkel ΘΓΛ, d. h. ΕΖΗ geneigt sein. Denn wenn wir uns zu ΛΘ die Parallele ΜΟ gezogen denken und die Verbindungslinie ΟΚ ziehen, die nach dem Punkte Λ geht, so wird ΜΟ = ΝΞ sein, ΚΟ gleich und parallel ΒΜ sein und im rechten Winkel zu ΘΓ laufen. Die Ebene ist also in der angegebenen Weise geneigt.

Wenn aber die gegebene Stelle in einem beliebigen Viereck liegt, so daſs dessen Diagonalen nicht senkrecht aufeinander stehen, so werden wir in der Gröſse von ΒΜ, das im rechten Winkel zu ΑΓ steht, ΞΝ abtragen, in der Gröſse von ΞΝ aber ΒΚ, wie gesagt worden ist, nachdem wir von Β eine Kathete auf ΑΓ gezogen haben. Und nachdem wir dasselbe wie mit ΒΜ gethan haben, werden wir die Gröſse von ΔΛ bestimmen. Die Stelle wird nun bis zu den Geraden ΘΚ, ΚΓ, ΓΛ, ΛΘ aufgeschüttet werden und die dadurch hergestellte Ebene wird die angegebene Neigung haben.

XX. Wenn ein unterirdischer Kanal gegeben ist, auf dem vorliegenden Boden einen Ort, d. h. einen Punkt zu finden, von dem aus ein Brunnenschacht gegraben werden muſs, um auf einen gegebenen unterirdischen Punkt zu treffen, so daſs wenn beispielsweise ein Einsturz in dem unterirdischen Kanal erfolgt ist, man durch den Brunnen das Material zur Ausräumung des Kanals und zur Wiederherstellung desselben transportieren kann.

Der gegebene unterirdische Kanal sei ΑΒΓΔΕ und ΗΘ und ΚΛ Schachte, die zu ihm hinführen; der ge-

τόπον, ὥστε εἰ τύχοι πτώματος ἐν τῷ ὑπονόμῳ γενη-
p. 240 θέντος διὰ τῆς φρεατίας ἀναφέρεσθαι τὴν ὕλην τὴν πρὸς τὴν κάθαρσιν τοῦ ὑπονόμου καὶ τὴν πρὸς τὴν ἐπισκευήν. ἔστω ὁ δοθεὶς ὑπόνομος ὁ ΑΒΓΔΕ· φρεατίαι δὲ φέρουσαι εἰς αὐτὸν αἱ ΗΘ, ΚΛ· τὸ δὲ σημεῖον τὸ δοθὲν ἐν τῷ ὑπονόμῳ, ἐφ' ὃ δεῖ τὴν φρεατίαν ἐλθεῖν, τὸ Μ. κεχαλάσθωσαν σπάρτοι διὰ τῶν ΗΘ, ΚΛ φρεατιῶν βάρη ἔχουσαι, αἱ ΝΞ, ΟΠ· καὶ κατασταθεισῶν αὐτῶν ἀκινήτων διὰ μὲν τῶν Ο, Ν σημείων εὐθεῖά τις εἰλήφθω ἐν τῷ ἐπάνω ἐδάφει ἡ ΟΝΡ· διὰ δὲ τῶν Π, Ξ, ἐν τῷ ὑπονόμῳ, ἡ ΠΞΣ, προσπίπτουσα ἑνὶ τῶν τοῦ ὑπονόμου τοίχων κατὰ τὸ Σ· καὶ τῇ ΠΣ ἴση ⟨κείσθω⟩ ἡ ΟΡ. καὶ λαβὼν σχοινίον εὖ ἐκτεταμένον καὶ προβεβασανισμένον, ὥστε μηκέτι ἐπεκτείνεσθαι ἢ συστέλλεσθαι, τὴν μὲν ἀρχὴν αὐτοῦ |
fol. 72ʳ τίθημι πρὸς τῷ Σ. λαβὼν δέ τι σημεῖον ἐπὶ τοῦ ΑΒΓ τοίχου τὸ Τ, ἐπεκτείνω τί σχοινίον ἐπὶ τὸ Τ, καὶ ὁμοίως ἐπὶ τὸ Π, καὶ σημειωσάμενος τὰ μήκη τῶν ΤΣ, ΤΠ ἐφαρμόζω αὐτὰ ἐν τῷ ἐπάνω ἐδάφει, ὥστε γενέσθαι τρίγωνον τὸ ΡΥΟ, τὴν μὲν ΡΥ ἴσην ἔχον τῇ ΤΣ, τὴν δὲ ΥΟ τῇ ΤΠ. εἶτα πάλιν λαβὼν ἕτερον σημεῖον τὸ Χ ἐπεξέτεινα τὸ σχοινίον, ὥστε ποιῆσαι τὸ ΤΣΧ τρίγωνον· καὶ πάλιν τοῦτο ἐν τῷ ἐπάνω ἐδάφει ἐφαρμόζω, ὥστε γενέσθαι τὸ ΡΥΦ, τὴν μὲν ΡΦ ἴσην ἔχον τῇ ΧΣ, τὴν δὲ ΥΦ τῇ ΤΧ. εἶτα πάλιν ἐπὶ τῆς ΣΧ ἕτερον τρίγωνον συστησάμενος τὸ αὐτὸ συνίσταμαι καὶ ἐπὶ τῆς ΦΡ, ἄχρις ἂν συνεγγίσω τῷ Μ σημείῳ. καὶ ἵνα μὴ ποικιλογραφῶμεν, ἐπιχθεῖσα τῷ

---

4 ὑπο νόμον 4—5 φρεατία δε φέρουσα εἰς αὐτὸν ἡ 8 φρεατίας 13 supplevi 16 τῶ Ο 17 τί: f. τὸ 18—19 τῶν ΠΣ 21 τῇ ΠΣ 23 τὸ ΤΡΧ 28 ἐπιχθεισα: f. ἐπιδειχθεῖσα

gebene Punkt in dem Kanal, zu dem der (neu zu grabende) Schacht hingehen soll, sei M. Man lasse in den Schachten $H\Theta$ und $K\Lambda$ Fäden mit Gewichten, $N\Xi$ und $O\Pi$ hinab. Und nachdem diese zur Ruhe gekommen sind, bestimme man durch die Punkte O und N auf der oberen Erdbodenfläche eine Gerade ONP, sowie durch die Punkte

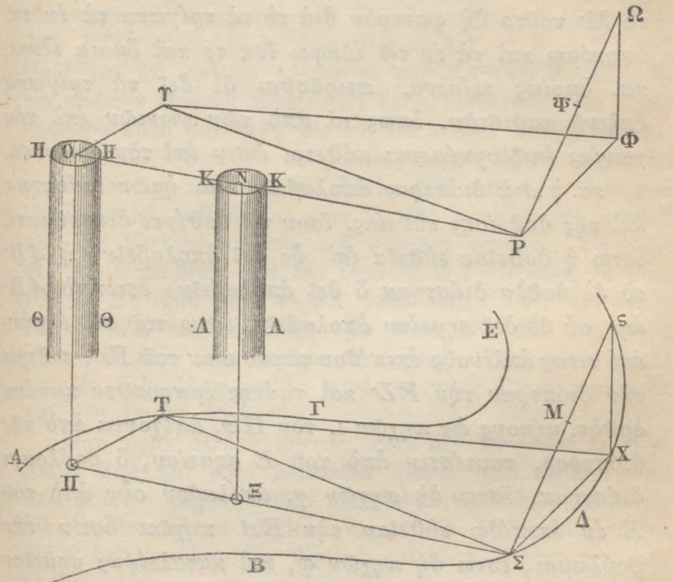


Fig. 101.

Π und Ξ in dem Kanal die Gerade $\Pi\Xi\Sigma$, welche eine der Wände der unterirdischen Kanals in Σ trifft. Und es werde $OP = \Pi\Sigma$ gemacht. Ich nehme nun ein Meſsband, das gehörig ausgereckt und vorher ausprobiert ist, so daſs es sich nicht mehr ausdehnt oder zusammenzieht, und lege das eine Ende desselben an den Punkt Σ. Ich nehme nun irgend einen Punkt T auf der Wand $AB\Gamma$

σχοινίῳ ἡ ΣM ἐπὶ τὸ ϛ ἐκβεβλήσθω, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ϛX· καὶ ἐπὶ τῆς ΦP τρίγωνον ἔστω $\Phi\Psi P$, ἴσην ἔχον τὴν μὲν $P\Psi$ τῇ Σϛ, τὴν δὲ $\Phi\Psi$ τῇ ϛX· καὶ τῇ $M\Sigma$ ἴση κείσθω ἡ $P\Omega$· ἔσται δὴ τὸ Ω σημεῖον κατὰ κάθετον κείμενον τῷ M σημείῳ. φρεατίας ἄρα ὀρυχθείσης 242 ἀπὸ τοῦ Ω, ὀρθὴ ἔσται ἡ ὀρυγὴ πίπτουσα ἐπὶ τὸ M· τοῦτο δὴ φανερὸν διὰ τὸ τὰ τρίγωνα τὰ ἐν τῷ ὑπονόμῳ καὶ τὰ ἐν τῷ ἐδάφει ἴσα τε καὶ ὅμοια εἶναι, καὶ ὁμοίως κείμενα. πειρᾶσθαι δὲ δεῖ τὰ τρίγωνα ἀκλινῆ καθιστᾶν, ὅπως αἱ ἀπὸ τῶν γωνιῶν ἐπὶ τὰς γωνίας ἐπιζευγνύμεναι κάθετοι ὦσιν ἐπὶ τὸν ὁρίζοντα.

fol. 72$^{\mathrm{r}}$ p. 254 κα. | Διὰ διόπτρας ἀπολαβεῖν ἀπὸ ἡμῶν διάστημα ἐπὶ τῆς δοθείσης εὐθείας, ἴσον τῷ δοθέντι διαστήματι. ἔστω ἡ δοθεῖσα εὐθεῖα ἐφ’ ἧς δεῖ ἀπολαβεῖν ⟨ἡ AB· τὸ δὲ δοθὲν διάστημα ὃ δεῖ ἀπολαβεῖν⟩ ἔστω τὸ AB· ἀφ’ οὗ δὲ δεῖ σημείου ἀπολαβεῖν, ἔστω τοῦ A. ἐλθὼν ἐπί τινος ἀκλινοῦς ἐπιπέδου τόπου οἷον τοῦ $\Gamma\Delta$, τίθημι τὴν διόπτραν τὴν EZ· καὶ ταύτης ἔμπροσθεν κανόνα ὀρθὸν, μήκους ὡς πηχῶν ι, τὸν $H\Theta$, ἀπέχοντα ἀπὸ τῆς διόπτρας, τουτέστιν ἀπὸ τοῦ E σημείου, ὃ βούλομαι διάστημα, ἔστω δὴ πηχῶν γ. ἀπέλαβον οὖν ἀπὸ τοῦ E ἐν ἐπιπέδῳ εὐθεῖαν τὴν $E\Delta$ πηχῶν ὅσων ἐὰν βούλωμαι, ἔστω δὴ πηχῶν φ, καὶ καταλείψας σημεῖον πρὸς τῷ Δ, ἐγκλίνω τὸν ἐν τῇ διόπτρᾳ κανόνα, ἄχρις ἂν φανῇ δι’ αὐτοῦ τὸ Δ σημεῖον. καὶ μένοντος αὐτοῦ fol. 72$^{\mathrm{v}}$ ἀκινήτου, ἀντιπεριστὰς ἔλαβον | δι’ αὐτοῦ σημεῖον ἐπὶ τοῦ $H\Theta$ κανόνος τὸ M, καὶ ἐπέγραψα πηχῶν φ. εἶτα πάλιν ἀπολαβὼν ἑτέρους πήχεις ὅσους ἂν βούλωμαι ἐπὶ τῆς $E\Delta$, οἷον εἰ τύχοι πήχεις ῡ ἐπὶ τῆς EN, καὶ

---

2 τρίγωνον ἐν τῷ $\Phi\Psi P$ 3 τῇ δὲ $\Phi\Psi$ τὴν ϛX 4 ἡ PB τὸ B 6 τοῦ B 10 γονιῶν 14 supplevi 23 κατα-

an und spanne dann das Meſsband nach T und ebenso nach Π hin. Und nachdem ich die Längen von $T\Sigma$ und $T\Pi$ notiert habe, übertrage ich dieselben auf die obere Erdbodenfläche, so daſs das Dreieck $P\Upsilon O$ entsteht, in dem $P\Upsilon = T\Sigma$, $\Upsilon O = T\Pi$ ist. Ich nehme darauf wieder einen anderen Punkt X und spanne das Meſsband aus, so daſs ich das Dreieck $T\Sigma X$ entstehen lasse. Und dieses übertrage ich wiederum auf die obere Erdbodenfläche, so daſs $P\Upsilon\Phi$ entsteht, in dem $P\Phi = X\Sigma$, $\Upsilon\Phi = TX$ ist. Nachdem ich sodann wiederum auf ΣX (als Grundlinie) ein anderes Dreieck konstruiert habe, konstruiere ich ebendasselbe auch auf ΦP, bis ich mich dem Punkte M genähert habe. Und — um weitschweifige Erörterungen zu vermeiden — nachdem die Linie ΣM mit dem Meſsband bestimmt ist, soll sie bis zum Punkte ϛ verlängert werden und die Verbindungslinie ϛX gezogen werden. Und auf ΦP als Grundlinie soll das Dreieck $\Phi\Upsilon P$ stehen, in dem $P\Psi = \Sigma$ϛ und $\Phi\Psi =$ ϛX sein soll. Und es werde $P\Omega = M\Sigma$ angenommen. Es wird also der Punkt Ω senkrecht über dem Punkte M liegen. Wenn also von Ω aus ein Schacht gegraben wird, so wird dieser senkrecht auf den Punkt M treffen.

Dies geht daraus hervor, daſs die Dreiecke in dem Kanal und auf dem Erdboden gleich und ähnlich sind und ähnlich liegen. Man muſs aber versuchen die Dreiecke horizontal zu stellen, damit die Verbindungslinien der Scheitelpunkte der Winkel auf dem Horizonte senkrecht stehen.

XXI. Vermittelst der Dioptra von uns aus auf einer gegebenen Geraden eine Strecke abzutragen, die einer gegebenen Strecke gleich ist.

Die gegebene Gerade, auf der abgetragen werden soll, sei AB; die gegebene Strecke, welche abgetragen werden

---

λήψας 24 τῷ Δ: Λ Vi perperam 25 τὸ Δ: Λ Vi perperam 27 τοῦ $N\Theta$ 28 βουλομαι 29 εἰ τυχη του $EN\Upsilon$ ἐπὶ καταλείψας πρὸς τῷ *Ν* σημεῖον, ὡσαύτως ἔλαβον ἀντιπεριστὰς ἐπὶ τοῦ *ΗΘ* κανόνος ἕτερον σημεῖον τὸ *Ξ*, p. 256 πρὸς ὃ ἐπέγραψα πήχεις υ. καὶ οὕτως λαμβάνων ἃ βούλομαι μέτρα ἕξω ἐν τῷ *ΗΘ* κανόνι τὰς ἐπιγραφάς. στήσας οὖν καὶ τὴν διόπτραν ἐπὶ τοῦ *Α* καὶ ἀποστήσας τὸν τὰς ἐπιγραφὰς ἔχοντα κανόνα ἀπὸ τοῦ *Α* πήχεις γ, ὅσους καὶ ὅτε τὰς ἐπιγραφὰς λαμβάνων ἀπέστησα, ἐνέκλινα τὸν ἐπὶ τῇ διόπτρᾳ κανόνα, ἄχρις ἂν δι' αὐτοῦ φανῇ ἡ ἐπιγραφὴ τοῦ μέλλοντος ἀπολαμβάνεσθαι μέτρου· εἶτα ἀντιπεριστὰς ἔλαβον ἐπὶ τῆς *ΑΒ* εὐθείας διὰ τοῦ κανόνος σημεῖον τὸ *Β*· καὶ ἔσται ἀπειλημμένον τὸ *ΑΒ* διάστημα τοῦ δοθέντος τόπου. ἔστω οὖν διόπτρα μὲν ἡ *ΑΟ*, ὁ δὲ ἐν αὐτῇ κανών, δι' οὗ διοπτεύομεν, ὁ *ΠΡ*, ὁ δὲ τὰς ἐπιγραφὰς ἔχων κανὼν ὁ *ΣΤ*.

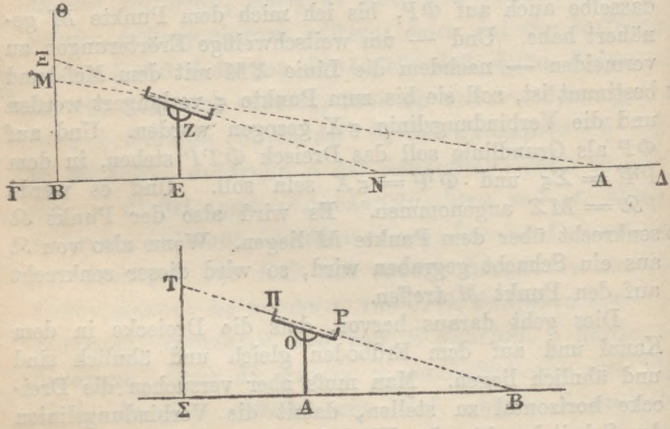


Fig. 102.

soll, sei die Strecke *AB*; der Punkt, von dem aus abgetragen werden soll, sei *A*. Man gehe nach einer nicht geneigten ebenen Stelle, beispielsweise *ΓΔ*, und stelle die Dioptra *EZ* auf, und vor ihr eine senkrecht stehende Richtlatte von ungefähr 10 Ellen Länge, *HΘ*, die von der Dioptra, d. h. von dem Punkte *E*, ein beliebiges Stück abstehen soll; es sei = 3 Ellen. Ich trage nun von *E* aus in der Ebene eine Strecke *EΔ* von beliebig vielen Ellen ab: sie sei = 500 Ellen. Und nachdem ich bei *Δ* ein Zeichen hinterlassen habe, neige ich das Dioptralineal, bis durch dasselbe der Punkt *Δ* sichtbar wird. Während es nun unbeweglich in seiner Stellung verbleibt, trete ich nach seiner anderen Seite herum und bestimme durch dasselbe auf der Richtlatte *HΘ* den Punkt *M* und schreibe dazu „500 Ellen". Ich trage dann wiederum eine beliebige Anzahl von Ellen auf der Geraden *EΔ* ab, beispielsweise *EN* = 400 Ellen, und nachdem ich bei *N* ein Zeichen hinterlassen habe, bestimme ich ebenso, nachdem ich nach der anderen Seite des Instruments herumgetreten bin, auf der Richtlatte *HΘ* einen anderen Punkt *Ξ*, bei dem ich „400 Ellen" dazu schreibe. Und indem ich weiter in dieser Weise beliebige Maſse annehme, werde ich auf der Richtlatte *HΘ* die zugehörigen Aufschriften erhalten.

Ich stelle nun die Dioptra auch bei *A* auf und stelle die Richtlatte mit den Aufschriften 3 Ellen davon entfernt auf, nämlich ebensoweit, wie damals, als ich sie, um die Aufschriften zu erhalten, aufstellte, und neige das Diopterlineal, bis durch dasselbe die Aufschrift des abzutragenden Maſses sichtbar wird. Sodann trete ich nach der anderen Seite herum und bestimme auf der Geraden *AB* durch das Visierlineal den Punkt *B*. Dann wird von dem gegebenen Ort die Strecke *AB* abgetragen sein. Es sei nun *AO* die Dioptra, das Visierlineal an derselben *ΠP*, die Richtlatte mit den Aufschriften *ΣT*.

---

2 τοῦ *ΝΘ*   10 τοπομετρον, sed τοπο del. m. 1   13 ἡ *ΑΒ*

p. 258 *κβ.* Διὰ διόπτρας ἀπολαβεῖν διάστημα, ἀπὸ ἑτέρου δοθέντος σημείου ἐπί τινος εὐθείας παραλλήλου τῇ δοθείσῃ ἴσον τῷ δοθέντι διαστήματι, μὴ προσελθόντα τῷ σημείῳ μηδ' ἔχοντα τὴν εἰρημένην εὐθεῖαν, ἐφ' ἧς δεῖ ἀπολαβεῖν. ἔστω δοθὲν σημεῖον τὸ Α· καὶ κείσθω πρὸς τῷ Β ἡ διόπτρα· καὶ εὑρήσθω ἡ ΑΒ εὐθεῖα ἡλίκη ἐστὶν, ὡς ἐμάθομεν· καὶ ἀπειλήφθω αὐτῆς ἡ ΒΓ, μέρος ὃ βουλόμεθα. ἡ δὲ ΓΔ ἤχθω παράλληλος ᾗ βουλόμεθα εὐθείᾳ, μέρος οὖσα τοῦ δοθέντος διαστήματος, ὃ μέρος ἐστὶν καὶ ἡ ΒΓ τῆς ΒΑ. καὶ διὰ τῆς διόπτρας ἡ ΒΔ εὐθεῖα προεκβεβλήσθω, καὶ ἀπ' αὐτῆς ἀπειλήφθω ἡ ΒΕ, τοσαυταπλασία οὖσα τῆς ΒΔ, ὁσαπλασία καὶ ἡ ΑΒ τῆς ΒΓ. ἔσται οὖν ἡ ΑΕ τοῦ τε δοθέντος μέτρου καὶ παράλληλος τῇ ΔΓ· τοῦτο γὰρ φανερόν ἐστι διὰ τὸ εἶναι ὡς τὴν ΑΒ πρὸς τὴν ΓΒ, τήν τε ΕΒ πρὸς ΔΒ καὶ τὴν ΑΕ πρὸς ΓΔ.

p. 260 *κγ.* Τὸ δοθὲν χωρίον μετρῆσαι διὰ διόπτρας. ἔστω τὸ δοθὲν χωρίον περιεχόμενον ὑπὸ γραμμῆς ἀτάκτου τῆς ΑΒΓΔΕΖΗΘ. ἐπεὶ οὖν ἐμάθομεν διὰ τῆς κατασκευασθείσης διόπτρας διάγειν πάσῃ τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ ⟨ἑτέραν⟩ πρὸς ὀρθάς, ἔλαβόν τι σημεῖον ἐπὶ τῆς περιεχούσης τὸ χωρίον γραμμῆς τὸ Β, καὶ ἤγαγον εὐθεῖαν τυχοῦσαν διὰ τῆς διόπτρας τὴν ΒΗ, καὶ ταύτῃ πρὸς ὀρθὰς τὴν ΒΓ, ⟨καὶ ταύτῃ⟩ ἑτέραν πρὸς ὀρθὰς τὴν ΓΖ, καὶ ὁμοίως τῇ ΓΖ πρὸς ὀρθὰς τὴν ΖΘ. καὶ ἔλαβον ἐπὶ τῶν ἀχθεισῶν εὐθειῶν συνεχῆ σημεῖα, ἐπὶ μὲν τῆς ΒΗ τὰ Κ, Λ,

---

11 *διὰ τῆς ΒΔ εὐθείας τῇ διόπτρα*: corr. Vi   *προσεκβεβλήσθω*: corr. Vi   13 *ἔστω*: corr. Vi   16 *τὴν ΓΔ*: corr. Vi   23 et 26 supplevi

XXII. Vermittelst der Dioptra von einem anderen gegebenen Punkte auf einer der gegebenen parallelen Geraden aus eine Strecke abzutragen, die einer gegebenen Strecke gleich sein soll, ohne daſs man sich dem Punkte nähert und ohne daſs man die genannte Gerade, auf der man abtragen soll, hat.

Der gegebene Punkt sei *Α*, und bei *Β* sei die Dioptra aufgestellt, und die Gröſse von *ΑΒ* sei so, wie wir es gelernt haben, gefunden. Nun werde darauf *ΒΓ*, als ein beliebiger Teil davon, abgetragen, und *ΓΔ* als Parallele zu der Geraden, welche wir zu bestimmen wünschen, gezogen, welche der ebensovielte Teil der gegebenen Strecke sein soll, als *ΒΓ* von *ΒΑ* ist. Dann soll vermittelst der Dioptra die Gerade *ΒΔ* noch weiter verlängert werden und auf ihr *ΒΕ* abgetragen werden als eine Strecke, die soviel mal so groſs als *ΒΔ* sein soll, als *ΑΒ* gröſser als *ΒΓ* ist. Es wird nun *ΑΕ* von dem gegebenen Maſse und parallel zu *ΔΓ* sein. Dies ist nämlich klar, weil *ΑΒ* : *ΓΒ* = *ΕΒ* : *ΔΒ* = *ΑΕ* : *ΓΔ*.

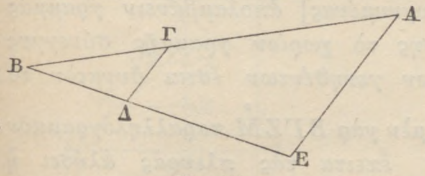


Fig. 103.

XXIII. Ein gegebenes Flächenstück vermittelst der Dioptra auszumessen.

Das gegebene Flächenstück sei von der unregelmäſsigen Linie *ΑΒΓΔΕΖΗΘ* umschlossen. Da wir nun lernten, vermittelst der dazu hergerichteten Dioptra auf jede gegebene Gerade eine andere im rechten Winkel dazu zu ziehen, so nehme ich einen Punkt auf der das Flächenstück umschlieſsenden Linie, *Β*, und ziehe vermittelst der Dioptra die beliebige Gerade *ΒΗ* und im rechten Winkel hierzu *ΒΓ*; eine andere Gerade im rechten Winkel hierzu *ΓΖ*, und gleichermaſsen zu *ΓΖ* im rechten Winkel *ΖΘ*. Nun nehme ich auf den gezogenen Geraden eine Reihe auf einander

M, N, Ξ, O· ἐπὶ δὲ τῆς BΓ τὰ Π, P· ἐπὶ δὲ τῆς ΓZ τὰ Σ, T, Υ, Φ, X, Ψ, Ω· ἐπὶ δὲ τῆς ZΘ τὰ ϛ, ϙ. καὶ ἀπὸ τῶν ληφθέντων σημείων ταῖς εὐθείαις, ἐφ' ὧν ἐστὶ τὰ σημεῖα, πρὸς ὀρθὰς ἤγαγον τὰς Kϡ, ΛA, M͵A, N͵B, Ξ͵Γ, O͵Δ, Π͵E, P͵ϛ ⟨Σ͵Z⟩, T͵H, Υ͵Θ, ΦΔ, X$\overset{\alpha}{M}$, Ψ$\overset{\beta}{M}$, ΩE, ϛ$\overset{\gamma}{M}$, p. 262 ϙ$\overset{\delta}{M}$ οὕτως ὥστε [τὰς ἐπὶ] τὰ πέρατα τῶν ἀχθεισῶν πρὸς ὀρθὰς [ἐπιζευγνυμένας] ἀπολαμβάνειν γραμμὰς ἀπὸ τῆς περιεχούσης τὸ χωρίον γραμμῆς σύνεγγυς εὐθείας· καὶ τούτων γενηθέντων ἔσται δυνατὸν τὸ χωρίον μετρεῖν. τὸ μὲν γὰρ BΓZ$\overset{\varepsilon}{M}$ παραλληλόγραμμον ὀρθογώνιόν ἐστιν· ἔπειτα τὰς πλευρὰς ἁλύσει ἢ σχοινίῳ βεβασανισμένῳ, τουτέστιν μήτ' ἐκτείνεσθαι μήτε συστέλλεσθαι δυναμένῳ, μετρήσαντες ἕξομεν τὸ ἐμβαδὸν τοῦ παραλληλογράμμου. τὰ δ' ἐκτὸς τούτου τρίγωνα ὀρθογώνια καὶ τραπέζια ὁμοίως μετρήσομεν, ἔχοντες τὰς πλευρὰς αὐτῶν· ἔσται γὰρ τρίγωνα μὲν ὀρθογώνια τὰ BKϡ, BΠ͵E, ΓP͵ϛ, ΓΣ͵Z, ZΩE, Zϛ$\overset{\gamma}{M}$, ΘH$\overset{\varepsilon}{M}$· τὰ δὲ λοιπὰ τραπέζια ὀρθογώνια. τὰ μὲν οὖν τρίγωνα μετρεῖται τῶν περὶ τὴν ὀρθὴν γωνίαν πολλαπλασιαζομένων ἐπ' ἄλληλα· καὶ τοῦ γενομένου τὸ ἥμισυ. τὰ δὲ τραπέζια· συναμφοτέρων τῶν παραλλήλων τὸ ἥμισυ ἐπὶ τὴν ἐπ' αὐτὰς κάθετον οὖσαν, οἷον τῶν Kϡ, ΛA τὸ ἥμισυ ἐπὶ τὴν KΛ· καὶ τῶν λοιπῶν δὲ ὁμοίως. ἔσται ἄρα μεμετρημένον ὅλον τὸ

---

6 supplevit Vi   Φ͵Δ   Ψ$\overset{\varepsilon}{M}$ 7 et 8 corr. R. Schoene.   18 τὰ BKT: corr. Vi   18—19 Zωε Zϛ$\overset{\varepsilon}{\mu}$ ΘH$\overset{\varepsilon}{\mu}$ 23 ἐπ' αὐτῆς: correxi   25 ἀναμεμετρημένον: corr. Vi

---

folgender Punkte an, nämlich auf BH die Punkte K, Λ, M, N, Ξ, O; auf BΓ die Punkte Π und P; auf ΓZ die Punkte Σ, T, Υ, Φ, X, Ψ, Ω; auf ZΘ die Punkte ϛ und ϙ. Und von den angenommenen Punkten ziehe ich im rechten Winkel zu den Geraden, auf denen die Punkte liegen, die Linien Kϡ, ΛA, M͵A, N͵B, Ξ͵Γ, O͵Δ, Π͵E,

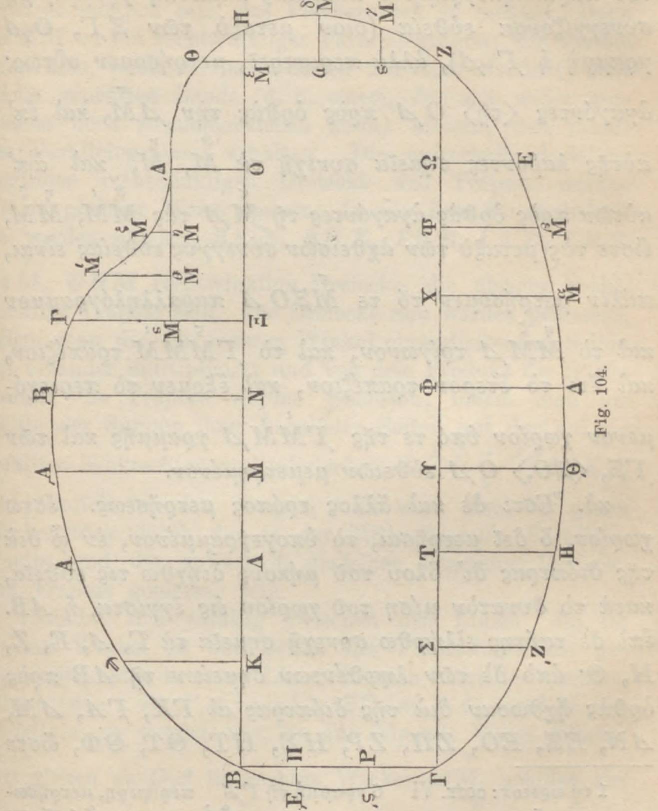


Fig. 104.

χωρίον διά τε τοῦ μέσου παραλληλογράμμου καὶ τῶν ἐκτὸς αὐτοῦ τριγώνων καὶ τραπεζίων. ἐὰν δὲ τύχῃ ποτὲ μεταξὺ αὐτῶν τῶν ἀχθεισῶν πρὸς ὀρθὰς ταῖς τοῦ παραλληλογράμμου πλευραῖς καμπύλη γραμμὴ μὴ συνεγγίζουσα εὐθείᾳ (οἷον μεταξὺ τῶν Ξ͵Γ, Ο͵Δ γραμμὴ ἡ ͵Γ ͵Δ), ἀλλὰ περιφερεῖ, μετρήσομεν οὕτως· ἀγαγόντες ⟨τῇ⟩ Ο͵Δ πρὸς ὀρθὰς τὴν ͵Δ$\overset{ϛ}{M}$, καὶ ἐπ' fol. 73v αὐτῆς λαβόντες σημεῖα συνεχῆ τὰ $\overset{\vartheta}{M}$, $\overset{\eta}{M}$, καὶ ἀ|π' αὐτῶν πρὸς ὀρθὰς ἀγαγόντες τῇ $\overset{ϛ}{M}$͵Δ τὰς $\overset{\vartheta}{M}\overset{\iota}{M}$, $\overset{\eta}{M}\overset{\zeta}{M}$, ὥστε τὰς μεταξὺ τῶν ἀχθεισῶν σύνεγγυς εὐθείας εἶναι, p. 264 πάλιν μετρήσομεν τό τε $\overset{ϛ}{M}$ΞΟ͵Δ παραλληλόγραμμον καὶ τὸ $\overset{\eta}{M}\overset{\zeta}{M}$͵Δ τρίγωνον, καὶ τὸ ͵Γ$\overset{ϛ}{M}\overset{\vartheta}{M}\overset{\iota}{M}$ τραπέζιον, καὶ ἔτι τὸ ἕτερον τραπέζιον, καὶ ἕξομεν τὸ περιεχόμενον χωρίον ὑπό τε τῆς ͵Γ$\overset{\iota}{M}\overset{\zeta}{M}$͵Δ γραμμῆς καὶ τῶν ͵ΓΞ, ⟨ΞΟ,⟩ Ο͵Δ εὐθειῶν μεμετρημένον.

κδ. Ἔστι δὲ καὶ ἄλλος τρόπος μετρήσεως. ἔστω χωρίον, ὃ δεῖ μετρῆσαι, τὸ ὑπογεγραμμένον, ἐν ᾧ διὰ τῆς διόπτρας δι' ὅλου τοῦ μήκους διήχθω τις εὐθεῖα, p. 266 κατὰ τὸ δυνατὸν μέση τοῦ χωρίου ὡς ἔγγιστα, ἡ ΑΒ. ἐπὶ δὲ ταύτης εἰλήφθω συνεχῆ σημεῖα τὰ Γ, Δ, Ε, Ζ, Η, Θ· ἀπὸ δὲ τῶν ληφθέντων σημείων τῇ ΑΒ πρὸς ὀρθὰς ἤχθωσαν διὰ τῆς διόπτρας αἱ ΓΚ, ΓΛ, ΔΜ, ΔΝ, ΕΞ, ΕΟ, ΖΠ, ΖΡ, ΗΣ, ΗΤ, ΘΥ, ΘΦ, ὥστε

---

1 το ωρειον: corr. Vi 6 γραμμὴ τῇ Γ͵Δ περιφερη, μετρησωμεν 7 Δ$\overset{ϛ}{\mu}$, sed ϛ in rasura m. 1 8 $\overset{\vartheta}{\mu}\overset{\lambda}{\mu}$ 9 fin. $\overset{\vartheta}{\mu}\overset{\varepsilon}{\mu}\overset{\tau}{\mu}\overline{\mu Z}$ ωστε 11 μετρήσωμεν 12 $\overset{\iota}{\mu}\overset{\zeta}{\mu}$͵Δ τρίγωνον τὸ ͵Γ$\overset{\iota}{\mu}\overset{\vartheta}{\mu}\overset{\varepsilon}{\mu}$ τραπέζιον 14 Γ$\overset{\varepsilon}{\mu}\overset{\zeta}{\mu}$͵Δ γραμμῆς 22 ΔΜ ΔΗ: corr. Vi 23 ΖΠ ΗΡ ΗΣ

Ρ͵ϛ, Σ͵Ζ, Τ͵Η, Υ͵Θ, Φ͵Δ, Χ$\overset{\alpha}{M}$, Ψ$\overset{\beta}{M}$, ΩΕ, ϛ$\overset{\gamma}{M}$, ϙ$\overset{\delta}{M}$ dergestalt, daſs die Endpunkte dieser Senkrechten von der das Flächenstück umschlieſsenden Linie Stücke, die nahezu gerade sind, abschneiden. Nachdem dies geschehen, wird es möglich sein, das Flächenstück zu messen. Denn ΒΓΖΜ ist ein rechtwinkliges Parallelogramm; wir werden dann also, wenn wir seine Seiten mit einer Meſskette oder einem geprüften Bande (d. h. einem, das sich weder ausdehnen noch zusammenziehen kann) messen, den Inhalt des Parallelogramms erhalten. Die auſserhalb desselben liegenden rechtwinkligen Dreiecke und Trapeze werden wir in gleicher Weise messen, da wir ihre Seiten haben. Es werden nämlich ΒΚϡ, ΒΠ͵Ε, ΓΡ͵Σ, ΓΣ͵Ζ, ΖΩΕ, Ζϛ$\overset{\gamma}{M}$, ΘΗ$\overset{\varepsilon}{M}$ rechtwinklige Dreiecke, die übrigen rechtwinklige Trapeze sein. Die Dreiecke nun werden gemessen, indem man die den rechten Winkel einschlieſsenden Seiten mit einander multipliziert und von dem Produkt die Hälfte nimmt; die Trapeze werden gemessen, indem man die Hälfte der Summe ihrer parallelen Seiten mit der auf sie gefällten Senkrechten multipliziert; z. B. $\frac{Kϡ + \Lambda A}{2} \times K\Lambda$, und ähnlich bei den übrigen. Es wird also das ganze Flächenstück durch das in der Mitte liegende Parallelogramm und die auſserhalb desselben liegenden Dreiecke und Trapeze gemessen sein.

Befindet sich zufällig zwischen den Linien, die im rechten Winkel zu den Seiten des Parallelogramms gezogen sind, eine krumme Linie, die sich nicht der Geraden nähert (wie z. B. ͵Γ͵Δ zwischen ΞΓ und ΟΔ), sondern der Kreislinie, so werden wir sie auf folgende Weise messen. Wir ziehen zu Ο͵Δ im rechten Winkel ͵Δ$\overset{ϛ}{M}$, nehmen auf dieser Linie aufeinander folgende Punkte $\overset{\vartheta}{M}$ und $\overset{\eta}{M}$ an und ziehen von ihnen aus im rechten Winkel zu $\overset{ϛ}{M}$Δ die Geraden $\overset{\vartheta}{M}\overset{\iota}{M}$ und $\overset{\eta}{M}\overset{\zeta}{M}$, so daſs die Linienstücke, die πάλιν τὰς μεταξὺ γραμμὰς σύνεγγυς εὐθείας εἶναι. πάλιν οὖν διῄρηται τὸ χωρίον εἰς τρίγωνα τὰ *ΑΓΚ*, *ΑΓΛ*, *ΒΘΦ*, *ΒΘΥ*, καὶ τὰ λοιπὰ τραπέζια. δυνατὸν οὖν διά τε τῶν εἰρημένων τριγώνων καὶ διὰ [τε] τῶν τραπεζίων τὸ χωρίον μετρηθῆναι. ἐὰν δὲ πάλιν ἐμπέσῃ τις μεταξὺ περιφερὴς γραμμή, διελοῦμεν τὸ πρὸς αὐτῇ τραπέζιον ὡσαύτως τῷ ἐπάνω, καὶ οὕτως

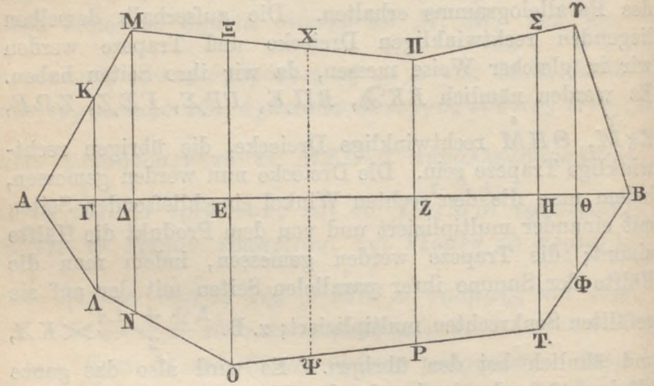


Fig. 105.

μετρήσομεν. αὕτη δ' ἡ μέτρησις εὔχρηστός ἐστιν, ὅταν δέῃ καὶ διελεῖν τὸ χωρίον εἰς τὰ δοθέντα μέρη. δέον γὰρ ἔστω διελεῖν αὐτὸ εἰς ἴσα μέρη ἑπτὰ διὰ παραλλήλων εὐθειῶν. ἐμέτρησα οὖν τὸ χωρίον, καὶ ἔλαβον τοῦ γενομένου τὸ ἕβδομον μέρος, ὥστε ἑκάστῳ μέρει τοσοῦτον ἀπονέμειν· ἐμέτρησα οὖν τὸ *ΚΑΛ* χωρίον, καὶ εἰ μὲν ἴσον ἐστὶν τῷ ἑβδόμῳ μέρει, ἔχομεν τὸ *ΚΑΛ* χωρίον· εἰ δὲ μή, προστίθημι τῷ τοῦ *ΚΑΛ*

---

4 διά τε τῶν τραπεζίων: correxi 6 περιφερὶς 7 ὡσαυτὸς 8 μετρησωμεν 13 f. ἀπονέμειν ⟨δεῖ⟩ 15 προστίθημι τὸ τοῦ

zwischen den gezogenen Geraden liegen, annähernd Gerade sind; sodann messen wir wiederum das Parallelogramm $\overset{\varsigma}{M}\Xi O{}_{,}\Delta$ und das Dreieck $\overset{\eta}{M}\overset{\zeta}{M}{}_{,}\Delta$ und das Trapez ${}_{,}\Gamma\overset{\varsigma}{M}\overset{\vartheta}{M}\overset{\iota}{M}$, und ferner noch das andere Trapez, und werden so das Flächenstück gemessen haben, welches von der Linie ${}_{,}\Gamma\overset{\iota}{M}\overset{\zeta}{M}{}_{,}\Delta$ und den Geraden ${}_{,}\Gamma\Xi$, ΞO, $O{}_{,}\Delta$ umschlossen wird.

XXIV. Es giebt auch noch eine andere Art der Ausmessung.

Das zu messende Flächenstück sei das unten gezeichnete. Durch dieses lege man nach seiner ganzen Länge vermittelst der Dioptra eine Gerade, die nach Möglichkeit annähernd in der Mitte des Flächenstücks laufen soll, *AB*.

Auf dieser nehme man eine Reihe aufeinander folgender Punkte *Γ*, *Δ*, *E*, *Z*, *H*, *Θ* an und von den angenommenen Punkten im rechten Winkel zu *AB* vermittelst der Dioptra die Geraden *ΓK*, *ΓΛ*, *ΔM*, *ΔN*, *EΞ*, *EO*, *ZΠ*, *ZP*, *HΣ*, *HT*, *ΘΥ*, *ΘΦ* gezogen werden, so daſs wiederum die dazwischen liegenden Linienstücke nahezu gerade sind. Wiederum ist nun das Flächenstück in die Dreiecke *AΓK*, *AΓΛ*, *BΘΦ*, *BΘΥ* und die noch übrig bleibenden Trapeze zerlegt. Dann kann man durch die bezeichneten Dreiecke und durch die Trapeze das Flächenstück messen. Findet sich darunter wieder irgend eine gekrümmte Linie, so werden wir das daran liegende Trapez in derselben Weise wie oben zerlegen und es so messen.

Diese Art der Ausmessung ist in dem Fall praktisch, wenn das Flächenstück auch in eine gegebene Anzahl von Teilen zerlegt werden soll. Es sei nämlich die Aufgabe, es durch parallele Gerade in 7 gleiche Teile zu zerlegen. Ich messe das ganze Flächenstück aus und nehme von dem Resultat den siebenten Teil, so daſs ich ebensoviel für jeden Teil zu vergeben habe. Nun messe ich das Flächenstück *KAΛ*. Wenn es gleich einem solchen siebenten Teile ist, so haben wir das Flächenstück *KAΛ* (von der τὸ τοῦ *ΚΛΜΝ* ἐμβαδόν· καὶ εἰ μὲν ἴσον εὑρεϑείη τῷ ⟨ἑβδόμῳ⟩ μέρει, ἔσται ἡ *ΜΝ* ἀφορίζουσα τὸ ἓν τῶν μερῶν. εἰ δὲ μεῖον εὑρεϑείη, δεήσει πάλιν προσϑεῖναι καὶ τὸ τοῦ *ΜΝΞΟ* ἐμβαδόν, ἄχρις ἂν ἴσον γένηται τῷ ἑβδόμῳ μέρει ἢ ὑπερβάλῃ. ὑπερβεβληκέτω οὖν προστεϑέντος τοῦ *ΞΟΠΡ*. δεήσει ἄρα ἀπὸ τοῦ *ΞΟΠΡ* ἀφελεῖν χωρίον ἴσον τῷ ὑπερβάλλοντι, οἷον fol. 74^{r} τὸ *ΠΡΧΨ* |. ὥστε δεήσει ἐπίστασϑαι, ἀπὸ τοῦ δοϑέντος τραπεζίου ὡς δεῖ ἀφελεῖν τραπέζιον ἴσον τῷ δοϑέντι· τοῦτο δὲ ἑξῆς δείξομεν. οὐκοῦν ἔσται τὸ *ΧΑΨ* χωρίον ἓν τῶν μερῶν. πάλιν οὖν τῷ *ΠΧΨΡ* προσέϑηκα τὸ *ΠΡΣΤ*· καὶ εἰ μὲν ἴσον εἴη αὐτὸ τὸ ἐμβαδὸν ⟨τῷ p. 268 ἑβδόμῳ⟩ μέρει, ἔσται ἡ *ΣΤ* ἀφορίζουσα τὸ δεύτερον μέρος· εἰ δὲ ὑπερβάλοι, πάλιν δεήσει ἀφελεῖν τὸ ὑπερβάλλον ἀπὸ τοῦ *ΠΡΣΤ* τραπεζίου. καὶ οὕτως νοείσϑω ἐπὶ τῶν λοιπῶν μερῶν.

κε. Ὅρων χωρίου ἀφανῶν γενομένων, καταλειπομένων δὲ δύο ἢ τριῶν καὶ τοῦ μιμήματος ὑπάρχοντος, πορίσασϑαι τοὺς λοιποὺς ὅρους. τοῦ δὲ καϑολικωτέρου ἕνεκα σκολιωτέραν μέτρησιν καὶ μίμημα ἐκϑησόμεϑα. ἔστω τὸ δοϑὲν χωρίον, τουτέστιν τὸ μίμημα, τὸ *ΑΒΓΔΕΖΗΘ*, περιεχόμενον ὑπὸ τῶν σύνεγγυς εὐϑειῶν τῶν *ΑΒ*, *ΒΓ*, *ΓΔ*, *ΔΕ*, *ΕΖ*, *ΖΗ*, *ΗΘ*, *ΘΑ*. καὶ ἤχϑω τῇ *ΒΓ* πρὸς ὀρϑὰς ἡ *ΒΚ*, καὶ ἐπ' αὐτὴν ⟨κάϑετος ἡ *ΚΑ*· τῇ δὲ *ΑΘ* πρὸς ὀρϑὰς ἡ *ΘΛ*, καὶ ἐπ' αὐτὴν⟩ κάϑετος ἡ *ΗΛ*· τῇ δὲ *ΗΖ* πρὸς ὀρϑὰς ἡ *ΖΜ*, καὶ ἐπ' αὐτὴν κάϑετος ἡ *ΜΕ*· πάλιν δὲ τῇ *ΒΓ* πρὸς ὀρϑὰς ἡ *ΓΝ*, καὶ ἐπ' αὐτὴν κάϑετος ἡ *ΔΝ*. δυνατὸν

---

2 suppl. Vi 4 f. *ΜΝΟΞ* 11 τὸ *ΠΨΡ* προσεϑηκα τω 12—13 ἐμβαδὸν μέρος: corr. Vi; f. αὐτοῦ 14 ὑπερβαλλη:

erforderlichen Gröſse); wo nicht, so setze ich zum Inhalt von *ΚΑΛ* noch den Inhalt von *ΚΛΜΝ* hinzu. Und wenn es sich dann als dem siebenten Teil gleich herausstellt, so wird *ΜΝ* die Gerade sein, die eins der Teilstücke begrenzt. Ergiebt es sich als kleiner, so wird man wiederum noch den Inhalt von *ΜΝΞΟ* zusetzen müssen, bis es gleich dem siebenten Teile oder gröſser wird. Es sei gröſser geworden, nachdem *ΞΟΠΡ* zugesetzt worden ist. Dann wird man von *ΞΟΠΡ* ein Flächenstück, das gleich dem Überschuſs ist, abschneiden müssen, beispielsweise *ΠΡΧΨ*. Man wird daher das Verfahren kennen müssen, wie man von einem gegebenen Trapez ein einem anderen gegebenen Trapez inhaltsgleiches Trapez abschneidet; dies werden wir im Folgenden zeigen. Es wird nun also das Flächenstück *ΧΑΨ* eines der Teilstücke sein. Ich setze nun wieder zu *ΠΧΨΡ* das Stück *ΠΡΣΤ* hinzu. Wenn alsdann der Inhalt des Ganzen ein gleiches Teilstück ergiebt, so wird *ΣΤ* die Linie sein, welche das zweite Teilstück begrenzt. Ist es gröſser, so wird man wiederum das überschüssige Stück von dem Trapez *ΠΡΣΤ* abschneiden müssen. Und ebenso denke man sich das Verfahren bei den übrigen Teilen.

XXV. Wenn die Grenzsteine eines Flächenstücks verschwunden sind und nur zwei oder drei derselben noch übrig sind und ein Handriſs vorhanden ist, die übrigen Grenzsteine zu bestimmen.

Um die Methode allgemeiner anwendbar zu machen, werden wir eine ziemlich unbequeme Vermessungsaufgabe und einen ziemlich unbequemen Plan vorlegen.

Das gegebene Flächenstück d. h. der Plan, sei *ΑΒΓΔΕΖΗΘ*, das von den annähernd geraden Linien *ΑΒ*, *ΒΓ*, *ΓΑ*, *ΔΕ*, *ΕΖ*, *ΖΗ*, *ΗΘ*, *ΘΑ* umschlossen wird. Nun soll zu *ΒΓ* im rechten Winkel die Linie *ΒΚ*

---

corr. Vi 20 σχολιωτεραν: σχολαιοτέραν Vi 21 ὡς τὸ δοϑὲν: correxi sublato errore ex compendio nato 28 ἐπ' αὐτὴν· corr. Vi ἄρα ἐστὶ τὰ ΑΒΚ, ΗΘΛ, ΕΖΜ, ΓΔΝ τρίγωνα μετρῆσαι, τὰ δὲ καταλειπόμενα παραλληλόγραμμα τεμόντα μετρῆσαι, ἐκβάλλοντα τὰς πρὸς ὀρθὰς εὐθείας,

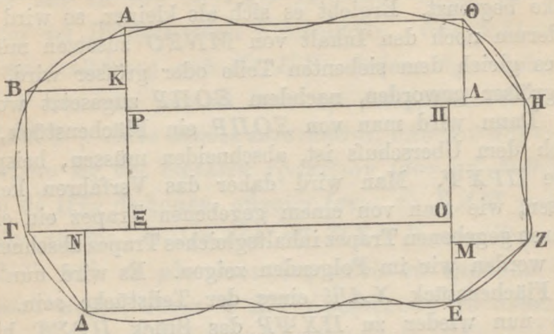


Fig. 106.

ὥστ' εἶναι παραλληλόγραμμα τὰ ΒΞ, ΝΕ, ΗΜ, ΘΡ, p. 270 ΞΠ. δεδόσθω οὖν τὸ μίμημα, οἷον εἴρηται, ἐκ τριγώνων καὶ παραλληλογράμμων ⟨. . .⟩ περιεχόμενον· μόνοι δὲ φαινέσθωσαν οἱ Θ, Β, Γ ὅροι. καὶ ἐκβεβλήσθω ἡ ΒΚ ἐπὶ τὸ Γ· καὶ εἰλήφθω ἡ διὰ τῶν Β, Θ σημείων εὐθεῖα διὰ τῆς διόπτρας τῇ θέσει καὶ τῷ μεγέθει· καὶ ἀπειλήφθω αὐτῆς δοθὲν ⟨μέρος⟩ ἡ ΒΤ, ἐπὶ δὲ τὴν ΒΓ κάθετος ⟨ἤχθω ἡ ΘΣ, καὶ⟩ ἡ ΤΥ. ἔσται ἄρα καὶ ἡ ΤΥ τὸ αὐτὸ μέρος τῆς ΘΣ, ὃ μέρος ἐστὶν ἡ ΒΥ τῆς ΒΣ, ⟨καὶ ἡ ΒΤ τῆς ΒΘ⟩. ἔχομεν δὲ ἑκατέραν τῶν ΒΣ, ΣΘ, ἐκ τοῦ μιμήματος· ὥστε ἕξομεν καὶ ἑκατέραν τῶν ΒΥ, ΥΤ. λαβόντες οὖν σχοινίον

2—3 τεμόντα μετρῆσαι: πέντε ὄντα μετρησόμεθα Vi 4—5 ΝΕ ΠΜ ΘΡ ΞΝ: corr. Vi 6 f. ⟨συγκείμενον καὶ ὑπὸ γραμμῶν σύνεγγυς εὐθειῶν⟩ R. Schoene 7 οἱ ΘΒΓ ὅροι: [Γ] Vi 7—8 ἡ ΘΚ ἐπὶ τὸ Σ 10 δοθὲν vix sanum 11 τὴν ΒΕ 14 τῶ ΒΣ ΣΘ

gezogen werden und auf ihr ΚΛ senkrecht stehen, zu ΑΘ im rechten Winkel die Linie ΘΛ gezogen werden und auf ihr ΗΛ senkrecht stehen; zu ΗΖ im rechten Winkel die Linie ΖΜ gezogen werden und auf ihr ΜΕ senkrecht stehen; wiederum soll zu ΒΓ im rechten Winkel ΓΝ gezogen werden und auf ihr ΔΝ senkrecht stehen. Es ist also möglich die Dreiecke ΑΒΚ, ΗΘΛ, ΕΖΜ, ΓΔΝ zu messen und die übrig bleibenden Parallelogramme nach ihrer Zerlegung zu messen, indem man die im rechten Winkel gezogenen Geraden verlängert, so daſs ΒΞ, ΝΕ, ΗΜ, ΘΡ, ΞΠ Parallelogramme sind.

Es sei nun der Plan von der angegebenen Art gegeben, der aus Dreiecken und Parallelogrammen bestehen soll. Und nur die Grenzsteine Θ, Β und Γ sollen (im Terrain) noch sichtbar sein. Nun werde ΒΚ bis Γ verlängert und vermittelst der Dioptra die durch die Punkte Β und Θ gehende Gerade ihrer Lage und ihrer Gröſse nach bestimmt. Und es werde von ihr ein Stück, ΒΤ, abgeschnitten und auf ΒΓ die Senkrechten ΘΣ und ΤΥ gefällt. Also wird auch ΤΥ der ebensovielte Teil von ΘΣ sein als ΒΥ von ΒΣ ist und ΒΤ von ΒΘ. Wir haben nun jede der beiden Geraden ΒΣ und ΣΘ aus dem Plan Wir werden daher auch jede der beiden Geraden ΒΥ und ΥΤ haben. Wir nehmen nun ein Meſsband, das sich nicht ausdehnt, von der Gröſse von ΒΥΤ, nämlich ΦΨ, und tragen auf ihm den Teil ΦΧ = ΒΥ ab, das der ebensovielte Teil von ΒΣ sein soll als ΤΥ von ΘΣ

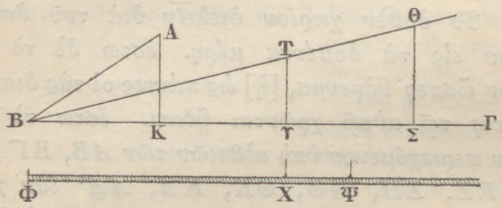


Fig. 107.

μὴ ἐκτείνεσθαι δυνάμενον, ἴσον τῇ *ΒΥΤ*, τὸ *ΦΨ*, ἐπ᾿ αὐτοῦ μέρος ἀποληψόμεθα τὴν *ΦΧ* ⟨ἴσον τῇ *ΒΥ*, τὸ αὐτὸ μέρος τῆς *ΒΣ*⟩ ὃ μέρος ἐστὶν ⟨ἡ *ΤΥ* τῆς *ΘΣ*⟩ καὶ ἡ *ΒΤ* τῆς *ΒΘ*. τὰ δὲ πέρατα τοῦ σχοινίου τὰ *Φ*, *Ψ* θήσομεν πρὸς τὴν *ΒΤ*, ὥστε τὸ μὲν *Φ* πρὸς τῷ *Β* εἶναι, τὸ δὲ *Ψ* πρὸς τῷ *Τ*· καὶ λαβόμενοι τὸ *Χ* σημεῖον ἐκτενοῦμεν τὸ σχοινίον, καὶ πάντως τὸ *Χ* τὴν
fol. 74$^{\text{v}}$ αὐτὴν θέσιν ἕξει τῷ *Υ*|. ἐπιζεύξαντες οὖν τὴν *ΒΥ* ἤτοι σπάρτῳ ἢ διόπτρᾳ ἐπ᾿ αὐτῆς θήσομεν τὸ μέτρον τῆς *ΒΚ*, ὃ ὑπάρχει ἐκ τοῦ μιμήματος, καὶ ἕξομεν τὸ *Κ* σημεῖον. εἶτα τῇ *ΒΚ* πρὸς ὀρθὰς ἀγαγόντες τὴν *ΚΑ* καὶ θέντες ἐπ᾿ αὐτῆς τὸ μέτρον τῆς *ΚΑ* ἕξομεν πεπορισμένον τὸ *Α* σημεῖον. καὶ τὰ λοιπὰ δὲ ποριούμεθα ἀκολουθοῦντες ταῖς ἐν τῷ μιμήματι πρὸς ὀρθὰς εὐθείαις, καὶ τοῖς ἐπ᾿ αὐταῖς μέτροις.

p. 276 κζ. Τὸ δοθὲν χωρίον διελεῖν διὰ τοῦ δοθέντος σημείου εἰς τὰ δοθέντα μέρη. ἔστω δὲ τὸ δοθὲν σημεῖον ὥσπερ ὕδρευμα, [ἢ] ὡς πάντες οἱ τὰς διαιρέσεις λαβόντες τῷ αὐτῷ χρῶνται ὕδατι. ἔστω τὸ δοθὲν χωρίον περιεχόμενον ὑπὸ εὐθειῶν τῶν *ΑΒ*, *ΒΓ* ⟨*ΓΔ*⟩, *ΔΕ*, *ΕΖ*, *ΖΗ*, *ΗΘ*, *ΘΚ*, *ΚΛ*, *ΛΑ*· ἐὰν γὰρ μὴ ὦσιν αἱ τὸ χωρίον περιέχουσαι εὐθεῖαι, ἀλλ᾿ ἄτακτός τις γραμμή, ληψόμεθα ἐπ᾿ αὐτῆς ⟨συνεχῆ⟩ σημεῖα, ὥστε τὰς μεταξὺ αὐτῶν σύνεγγυς εὐθείας εἶναι. τὸ δὲ δοθὲν σημεῖον ἔστω τὸ *Μ*, καὶ δέον ἔστω διελεῖν εἰς ἑπτὰ ἴσα μέρη τὸ χωρίον διὰ τοῦ *Μ* σημείου. ἤχθω ἐπὶ τὴν *ΑΒ* κάθετος ἡ *ΜΝ* διὰ τῆς διόπτρας,

---

2 suppl. Vi   5–6 πρὸς τὸ *Β*   6 τοῦ *Χ*   7 ἐκτείνομεν   8 τὸ *Υ*   9 θησωμεν   10 τῆς *ΒΚΘ* ὑπάρχει: corr. Vi   14 ἐπαυτὰσ: correxi   18 [ἢ] delevi dubitanter   23 ⟨συνεχῆ⟩ addidi   27 ἐπὶ τῆς *ΑΒ*

ist und *ΒΤ* von *ΒΘ*. Die Endpunkte des Meſsbandes *ΦΨ* legen wir an *ΒΤ* so an, daſs *Φ* bei *Β* ist und *Ψ* bei *Γ*. Und nachdem wir den Punkt *Χ* bestimmt haben, werden wir das Meſsband ausspannen, und unter allen Umständen wird *Χ* dieselbe Lage mit *Υ* haben. Wir ziehen nun die Verbindungslinie *ΒΥ* und werden mit einem Strick oder vermittelst der Dioptra auf ihr das Maſs von *ΒΚ* abtragen, das aus dem Plane ersichtlich ist, und so den Punkt *Κ* erhalten. Sodann ziehen wir im rechten Winkel zu *ΒΚ* die Gerade *ΚΑ*, und wenn wir auf ihr das Maſs von *ΚΑ* abtragen, so werden wir den Punkt *Α* bestimmt haben. Auch die übrigen Punkte aber werden wir dadurch bestimmen, daſs wir den auf dem Plan verzeichneten Senkrechten und den bei ihnen angemerkten Maſsen uns anschlieſsen.

XXVI. Ein gegebenes Grundstück mit Linien, die von einem gegebenen Punkte auslaufen, in gegebene Teile zu zerlegen. Der gegebene Punkt sei beispielsweise ein Brunnen, weil dann alle, die Teilstücke erhalten haben, dasselbe Wasser gebrauchen können.

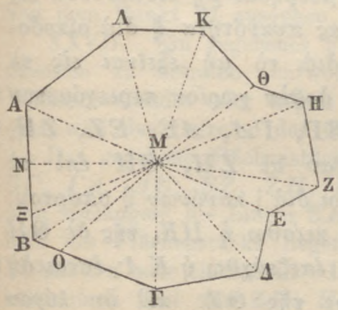


Fig. 108.

Das gegebene Flächenstück sei umschlossen von den Geraden *ΑΒ*, *ΒΓ*, *ΓΔ*, *ΔΕ*, *ΕΖ*, *ΖΗ*, *ΗΘ*, *ΘΚ*, *ΚΛ*, *ΛΑ*. Denn wenn die das Flächenstück umschlieſsenden Linien nicht Gerade sein sollten, sondern eine unregelmäſsige Linie, so werden wir auf dieser eine Reihe von Punkten in der Weise annehmen, daſs die dazwischenliegenden Linienstücke annähernd Gerade sind. Der gegebene Punkt sei *Μ* und es sei die Aufgabe, das Grundstück von dem Punkte *Μ* aus in 7 gleiche Teile zu zerlegen. Es werde auf *ΑΒ* ὥστ᾽ ἐὰν νοήσωμεν ἐπιζευχθείσας τὰς MA, MB, δυνατὸν ἔσται μετρεῖν τὸ $AM\langle B\rangle$ τρίγωνον. τὸ γὰρ ὑπὸ τῶν AB, MN διπλάσιόν ἐστιν τοῦ ABM τριγώνου. p. 278 δυνατὸν δέ ἐστι μετρῆσαι, ὡς προγέγραπται, καὶ ὅλον τὸ χωρίον. εἰ μὲν οὖν τὸ ABM τρίγωνον ἕβδομον μέρος ἐστὶν τοῦ ὅλου χωρίου, ἔσται τὸ ABM τρίγωνον ἓν τῶν μερῶν· εἰ δὲ μεῖζον, ἀφελεῖν δεῖ ἀπ᾽ αὐτοῦ, διαγαγόντα τὴν $M\Xi$, καὶ ποιεῖν τὸ $AM\Xi$ τρίγωνον ἴσον τῷ ἑβδόμῳ μέρει τοῦ ὅλου χωρίου· ⟨εἰ⟩ δὲ μεῖόν ἐστι τὸ ABM τρίγωνον τοῦ ἑβδόμου, δεήσει ἀπὸ τοῦ $B\Gamma M$ τριγώνου ἀφελεῖν τὸ BMO τρίγωνον, ὃ, μετὰ τοῦ $AM\langle B\rangle$ τριγώνου, ἕβδομον ἔσται μέρος τοῦ ὅλου χωρίου· ὡς δεῖ δὲ ἀφελεῖν τρίγωνον ἢ προσθεῖναι, ἑξῆς δείξομεν. οὕτως οὖν καὶ ἐπὶ τῶν λοιπῶν τριγώνων ἐπιλογιζόμενοι διεξελοῦμεν τὸ χωρίον εἰς τὰ δοθέντα μέρη ἀπὸ τοῦ M σημείου.

κζ. Τὸ δοθὲν χωρίον μετρῆσαι μὴ εἰσελθόντα εἰς τὸ χωρίον, ἤτοι διὰ φυτείας πυκνότητα ἢ διὰ οἰκοδομημάτων ἐμποδισμὸν ἢ διὰ τὸ μὴ ἐξεῖναι εἰς τὸ χωρίον εἰσιέναι. ἔστω τὸ δοθὲν χωρίον περιεχόμενον ὑπὸ εὐθειῶν τῶν AB, $B\Gamma$, $\Gamma\Delta$, ΔE, EZ, ZH, $H\Theta$, ΘA. ἐκβεβλήσθωσαν αἱ ZH, ΘH ἐπὶ τὰ fol. 75ʳ ἐκτὸς τοῦ χωρίου μέρη, ἤτοι διὰ | κανόνων ἢ σπάρτου· καὶ τῆς μὲν ZH μέρος τι κείσθω ἡ HK, τῆς δὲ ΘH p. 280 τὸ αὐτὸ μέρος ἡ $H\Lambda$· καὶ ἐπεξεύχθω ἡ $K\Lambda$· ἔσται δὴ καὶ ἡ $K\Lambda$ τὸ αὐτὸ μέρος τῆς ΘZ. καὶ ὃν λόγον ἔχει τὸ ἀπὸ τῆς ZH πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς HK, τὸν αὐτὸν λόγον ἔχει καὶ τὸ $ZH\Theta$ τρίγωνον πρὸς τὸ $HK\Lambda$ τρίγωνον, διὰ τὸ παράλληλον γίνεσθαι τὴν ΘZ τῇ

---

7 μείζων 8 τὴν μεταξὺ: corr. Vi 18 φυτίας 25 ἐπιζεύχθω 27 πρὸς τῶ 29f. γενέσθαι

vermittelst der Dioptra die Senkrechte MN gefällt, so daſs, wenn wir die Verbindungslinien MA und MB gezogen denken, es möglich wird, das Dreieck AMB zu messen. Denn $AB \times MN = 2 \times$ Dreieck ABM. Man kann aber in der vorbeschriebenen Weise auch das ganze Grundstück messen.

Wenn nun das Dreieck ABM gleich einem Siebentel des ganzen Grundstücks ist, so wird das Dreieck ABM eins der Teilstücke sein. Wenn es gröſser ist, so muſs man etwas davon wegnehmen, indem man die Linie $M\Xi$ zieht, und muſs das Dreieck $AM\Xi$ gleich einem Siebentel des ganzen Grundstücks machen. Ist dagegen das Dreieck ABM kleiner als ein Siebentel, so wird man von dem Dreieck $B\Gamma M$ das Dreieck BMO fortnehmen müssen, das zusammen mit Dreieck AMB, ein Siebentel des ganzen Grundstücks ausmachen wird. Wie man aber ein Dreieck zuzusetzen oder fortzunehmen hat, werden wir im folgenden zeigen. Indem wir nun auch bei den übrigen Dreiecken dieselbe Rechnung anstellen, werden wir das Grundstück vollständig in die geforderten Teilstücke mit Linien, die von dem Punkt M ausgehen, zerlegen.

XXVII. Ein gegebenes Flächenstück zu teilen, ohne dasselbe zu betreten, entweder wegen Dichtigkeit des Pflanzenbestandes oder wegen Behinderung durch Gebäude oder weil das Betreten des Grundstückes verboten ist.

Das gegebene Flächenstück soll von den Geraden AB, $B\Gamma$, $\Gamma\Delta$, ΔE, EZ, ZH, $H\Theta$, ΘA umschlossen sein. Man verlängere die Linien ZH und ΘH nach den auſserhalb des Flächenstücks liegenden Teilen hin vermittelst Richtlatten oder eines Seils. Und es soll HK gleich einem bestimmten Teil von ZH, $H\Lambda$ gleich dem ebensovielten Teil von ΘH gemacht werden.

Nun ziehe man die Verbindungslinie $K\Lambda$; also wird auch $K\Lambda$ der ebensovielte Teil von ΘZ sein. Also $ZH^2 : HK^2 =$ Dreieck $ZH\Theta$: Dreieck $HK\Lambda$, weil ΘZ parallel zu $K\Lambda$ geworden ist. So wird beispielsweise, wenn $ZH = 5HK$ ist, das Dreieck $ZH\Theta = 25 \times$ Drei-

$K\Lambda$· οἷον, εἰ τύχοι, εἰ πενταπλασία ἐστὶν ἡ ZH τῆς HK, ἔσται τὸ $ZH\Theta$ τρίγωνον πεντεκαιεικοσαπλάσιον τοῦ $HK\Lambda$ τριγώνου. δυνατὸν δὲ μετρῆσαι τὸ $HK\Lambda$ τρίγωνον, ἐπειδήπερ ἔχω τὰς πλευρὰς αὐτοῦ· τοῦτο γὰρ ἑξῆς δείξομεν· δυνατὸν οὖν καὶ τοῦ $ZH\Theta$ τριγώνου τὸ ἐμβαδὸν πορισθῆναι. ἐὰν οὖν νοήσωμεν ἐπιζευχθείσας τὰς ΘZ, ΘE, $\Theta\Delta$, $\Theta\Gamma$, ΘB, καὶ εὕρωμεν ἑκάστου τῶν ΘEZ, $\Theta E\Delta$, $\Theta\Delta\Gamma$, $\Theta\Gamma B$, ΘBA τριγώνων τὸ ἐμβαδὸν, ἔστιν καὶ ὅλου τοῦ χωρίου ⟨τὸ ἐμβαδὸν⟩ πεπορισμένον. ἐκβεβλήσθω ἡ HZ ἐπὶ τὸ M, καὶ κείσθω τῇ HK ἴση ἡ ZM· καὶ ἐπὶ τῆς ZM σχοινίῳ κεκλάσθωσαν αἱ ZN, NM, ὥστ' ἴσην εἶναι τὴν μὲν ZN τῇ $K\Lambda$, τὴν δὲ NM τῇ $H\Lambda$· ἔσται δὴ ⟨ἡ ZM τῇ HZ⟩ καὶ ἡ NZ τῇ $Z\Theta$ ἐπ' εὐθείας. ἐκβεβλήσθω δὴ καὶ ἡ EZ ἐπὶ τὸ Ξ· καὶ τῆς μὲν EZ μέρος ἔστω ἡ $Z\Xi$, τῆς δὲ ΘZ τὸ αὐτὸ μέρος ἡ ZO· καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΞO· ἔσται δὴ καὶ ἡ ΞO τὸ αὐτὸ μέρος τῆς ΘE καὶ παράλληλος αὐτῇ. καὶ ἔστι ὡς τὸ ἀπὸ EZ πρὸς τὸ ἀπὸ $Z\Xi$ τὸ $E\Theta Z$ τρίγωνον πρὸς τὸ ΞZO τρίγωνον· δυνάμεθα δὲ πορίσασθαι τὸ ΞZO, ἐπειδήπερ ἑκάστην τῶν πλευρῶν αὐτοῦ δυνατόν ἐστιν μετρῆσαι· ὥστε καὶ τὸ $E\Theta Z$ τρίγωνον πορίσασθαι δυνατόν ἐστιν. ὁμοίως δὴ καὶ ἑκάστου τῶν λοιπῶν τριγώνων τὸ ἐμβαδὸν ποριούμεθα· ὥστε καὶ τοῦ ὅλου χωρίου δυνατόν ἐστιν τὸ ἐμβαδὸν πορίσασθαι.

p. 282 κη. Τὰ δὲ ὑπερτεθέντα νῦν δείξομεν. τραπεζίου δοθέντος τοῦ $AB\Gamma\Delta$, παράλληλον ἔχοντος τῇ $A\Delta$ τὴν $B\Gamma$, καὶ ἔτι ἑκατέραν αὐτῶν καὶ τὴν [μὲν] ἐπ'

---

8 εὕρομεν τὸν ΘEZ 10 supplevi 12 αἱ ZH NM 13 supplevi 15 ἐπὶ τὸ Ξ, sed Ξ ex Z fec. m. 1 18 καὶ ἔτι: correxi πρὸς τῶ 19 τριγωνω 28 [μὲν] delevi

eck $HK\Lambda$ sein. Es ist nun möglich, das Dreieck $HK\Lambda$ zu messen, da ich ja seine drei Seiten habe — dies werden wir nämlich im folgenden zeigen —; also ist es auch möglich, daſs der Inhalt des Dreiecks $ZH\Theta$ bestimmt wird. Denken wir nun die Verbindungslinien ΘZ, ΘE, $\Theta\Delta$, $\Theta\Gamma$, ΘB gezogen und finden den Inhalt eines jeden der Dreiecke ΘEZ, $\Theta E\Delta$, $\Theta\Delta\Gamma$, $\Theta\Gamma B$, ΘBA, so ist auch der Inhalt des ganzen Flächenstücks bestimmt.

Es werde HZ bis M verlängert, und $ZM = HK$ gemacht. Und auf ZM sollen vermittelst eines Meſsbandes die Geraden ZN und NM so im Winkel abgehen, daſs $ZN = K\Lambda$ und $NM = H\Lambda$ ist. Es wird also NZ auf einer und derselben Geraden mit $Z\Theta$ liegen. Nun werde auch EZ bis zum Punkte Ξ verlängert, und es sei $Z\Xi$ ein bestimmter Teil von EZ, und ZO der ebensovielte Teil von ΘZ. Man ziehe die Verbindungslinie ΞO. Es wird also auch ΞO der ebensovielte Teil von ΘE sein und zu dieser Linie parallel. Ferner ist $EZ^2 : Z\Xi^2 =$ Dreieck $E\Theta Z$: Dreieck ΞZO. Wir können aber ΞZO bestimmen, da es ja möglich ist, jede seiner Seiten zu messen; daher ist es auch möglich, das Dreieck $E\Theta Z$ zu bestimmen.

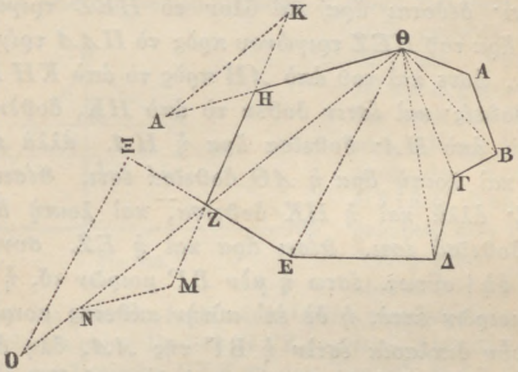


Fig. 109.

αὐτὰς κάθετον δοθεῖσαν, ἀγαγεῖν παράλληλον τῇ ΑΔ,
ὡς τὴν ΕΖ, ἀπολαμβάνουσαν τὸ ΑΔΕΖ τραπέζιον
δοθὲν τῷ μεγέθει. γεγονέτω δὴ καὶ ἐκβεβλήσθωσαν
αἱ ΒΑ, ΓΔ ἐπὶ τὸ Η· καὶ κάθετος ἡ ΗΘ. ἐπεὶ
οὖν ἑκατέρα τῶν ΑΔ, ΒΓ δοθεῖσά ἐστι τῷ μεγέθει,
λόγος ἄρα τῆς ΒΓ πρὸς ΑΔ δοθείς, ὥστε καὶ τῆς
ΘΗ πρὸς ΗΚ, καὶ τῆς ΘΚ ἄρα πρὸς ΚΗ· καί ἐστι
δοθεῖσα ἡ ΘΚ, δοθεῖσα ἄρα καὶ ἡ ΚΗ. ἀλλὰ καὶ ἡ
ΑΔ δοθεῖσα. δέδοται οὖν καὶ τὸ ΑΔΗ τρίγωνον τῷ
μεγέθει· δέδοται ἄρα καὶ ὅλον τὸ ΗΕΖ τρίγωνον·
λόγος ἄρα τοῦ ΗΕΖ τριγώνου πρὸς τὸ ΗΑΔ τρίγωνον
δοθείς, ὥστε καὶ τοῦ ἀπὸ ΛΗ πρὸς τὸ ἀπὸ ΚΗ λόγος
ἐστὶ δοθείς· καὶ ἔστιν δοθὲν τὸ ἀπὸ ΗΚ, δοθὲν ἄρα
καὶ τὸ ἀπὸ ΗΛ· δοθεῖσα ἄρα ἡ ΗΛ. ἀλλὰ καὶ ἡ
ΗΘ, καὶ λοιπὴ ἄρα ἡ ΛΘ δοθεῖσά ἐστι. θέσει ἄρα
ἡ ΕΖ· ἀλλὰ καὶ ἡ ΗΚ δοθεῖσα, καὶ λοιπὴ ἄρα ἡ
ΚΛ δοθεῖσά ἐστι. θέσει ἄρα καὶ ἡ ΕΖ. συντεθή-
fol. 75^{v} σεται δὴ | οὕτως. ἔστω ἡ μὲν ΒΓ μοιρῶν ιδ, ἡ ⟨δὲ⟩
ΑΔ μοιρῶν ἑπτά, ἡ δὲ ἐπ' αὐτὴν κάθετος μοιρῶν ϛ.
p. 284 ἐπεὶ οὖν διπλασία ἐστὶν ἡ ΒΓ τῆς ΑΔ, ὅλη ἄρα ἡ
ΗΘ τῆς ΗΚ ἐστὶ διπλασίων· καὶ ἔστιν ἡ ΚΘ μοιρῶν
ϛ· ἔσται ἄρα καὶ ⟨ἡ⟩ λοιπὴ μοιρῶν ϛ· ἀλλὰ καὶ ἡ ΑΔ
μοιρῶν ζ· τὸ ἄρα ΑΔΗ τρίγωνον ἔσται μοιρῶν κα.
δέον οὖν ἔστω τὸ ἀφαιρούμενον τραπέζιον ποιεῖν μοι-
ρῶν ιθ· ὅλον ἄρα τὸ ΗΕΖ τρίγωνον ἔσται μοιρῶν υ·
καὶ ἐπεὶ ἡ ΗΚ μοιρῶν ἐστὶν ϛ, τὸ ἄρα ἀπ' αὐτῆς
μοιρῶν ἐστὶ λϛ. πολλαπλασιάζω οὖν τὰ λϛ ἐπὶ τὰ

---

12 πρὸς τῶ   15 ἡ ΛΗ δοθεισα   θεσις, tum una littera erasa est   17 καὶ ἡ ΕΒ   19 επαυτ.σ (post τ una litt. evanuit)   20—21 ἄρα ἡ ΠΟ   27 μοιρῶν εστι λϙ (in ultima litt. aliquid correctum est)

In ähnlicher Weise werden wir auch den Inhalt jedes der übrigen Dreiecke bestimmen; daher ist es möglich, auch den Inhalt des ganzen Flächenstücks zu bestimmen.

XXVIII. Nunmehr werden wir die aufgeschobenen Beweise geben. Wenn ein Trapez ΑΒΓΔ gegeben ist, in dem ΒΓ parallel ΑΔ ist und diese beiden Seiten sowie die auf sie gefällte Senkrechte gegeben ist, eine Parallele zu ΑΔ, beispielsweise ΕΖ, zu ziehen, welche das Trapez ΑΔΕΖ von gegebener Gröſse abschneiden soll.

Es sei geschehen; und man verlängere die Linien ΒΑ und ΓΔ bis zum Punkte Η, und ziehe die Kathete ΗΘ. Da nun jede der beiden Geraden ΑΔ und ΒΓ ihrer Gröſse nach gegeben ist, so ist das Verhältnis $B\Gamma : A\Delta$ gegeben, daher auch das Verhältnis $\Theta H : KH$, also auch das Verhältnis $\Theta K : KH$. Nun ist ΘΚ gegeben, also ist auch ΚΗ gegeben. Es ist aber auch ΑΔ gegeben; also ist das Dreieck ΑΔΗ seiner Gröſse nach gegeben; mithin ist auch das ganze Dreieck ΗΕΖ gegeben. Also ist das Verhältnis des Dreiecks ΗΕΖ zu dem Dreieck ΗΑΔ gegeben, daher ist auch das Verhältnis $\Lambda H^2 : KH^2$ gegeben. Nun ist HK^2 gegeben, also auch $H\Lambda^2$ gegeben. Also ist ΗΛ gegeben; aber auch ΗΘ; folglich auch ΛΘ als Differenz; daher seiner Lage nach ΕΖ. Aber auch ΗΚ ist gegeben; folglich ist als Differenz ΚΛ gegeben; mithin seiner Lage nach ΕΖ.

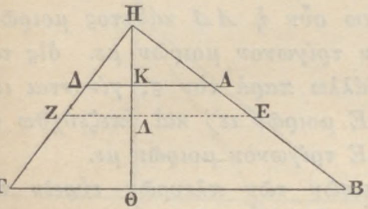


Fig. 110.

Berechnet wird es nun folgendermaſsen. Es sei $B\Gamma = 14$, $A\Delta = 7$, die darauf gefällte Senkrechte $= 6$. Da nun $B\Gamma = 2 A\Delta$, so ist $H\Theta = 2 HK$. Nun ist $K\Theta = 6$, aber $A\Delta = 7$. Das Dreieck ΑΔΗ wird daher $= 21$ sein. Die Aufgabe sei nun, das weggenommene Trapez $= 19$ zu machen. Das ganze Dreieck ΗΕΖ wird also $= 40$ sein. Da nun $HK = 6$, so ist $HK^2 = 36$.

υ· γίνεται ͵αυμ· καὶ παραβάλλω παρὰ τὸν κα, γίνεται ξη ∟ ιδ'· καὶ τούτων πλευρὰ τετραγωνικὴ γίνεται ὡς ἔγγιστα η καὶ $\overset{\zeta'}{\beta}$· ἔσται οὖν ἡ *ΗΛ* μοιρῶν η καὶ $\overset{\zeta'}{\beta}$, ὧν ἡ *ΗΚ* μοιρῶν ϛ· λοιπὴ ἄρα ἡ *ΚΛ* μοιρῶν β καὶ $\overset{\zeta'}{\beta}$· ὥστ' ἐὰν ἀπὸ τῆς καθέτου ἀφέλω μοίρας δύο καὶ $\overset{\zeta'}{\beta}$, καὶ παράλληλον ἀγάγω, ἔσται τὸ ἀφαιρούμενον τραπέζιον μοιρῶν ιθ.

κθ. Τριγώνου ὄντος τοῦ *ΑΒΓ*, καὶ καθέτου τῆς *ΑΔ* διαγαγεῖν τὴν *ΑΕ* ἀπολαμβάνουσαν τὸ *ΑΒΕ* τρίγωνον δοθέν. γεγονέτω. δοθὲν οὖν καὶ τὸ ὑπὸ *ΑΒΕ*· δοθὲν ἄρα τὸ *Ε*. ἔστω οὖν ἡ *ΑΔ* κάθετος μοιρῶν p 286 ϛ· τὸ δὲ ἀφαιρούμενον τρίγωνον μοιρῶν με. δὶς τὰ με γίνονται ϙ. παραβάλλω παρὰ τὸν ϛ, γίνονται ιε. ⟨ἀπειλήφθω οὖν ἡ *ΒΕ* μοιρῶν ιε⟩ καὶ ἐπεζεύχθω ἡ *ΑΕ*. ἔσται δὴ τὸ *ΑΒΕ* τρίγωνον μοιρῶν με.

λ. Τριγώνου δοθεισῶν τῶν πλευρῶν εὑρεῖν τὸ ἐμβαδόν. δυνατὸν μὲν οὖν ἐστὶν ἀγαγόντα μίαν κάθετον καὶ πορισάμενον αὐτῆς τὸ μέγεθος εὑρεῖν τοῦ τριγώνου τὸ ἐμβαδόν· δέον δὲ ἔστω χωρὶς τῆς καθέτου τὸ ἐμβαδὸν πορίσασθαι. ἔστω τὸ δοθὲν τρίγωνον τὸ *ΑΒΓ*, καὶ ἔστω ἑκάστη τῶν πλευρῶν δοθεῖσα· εὑρεῖν τὸ ἐμβαδόν. ἐγγεγράφθω δὲ εἰς τὸ τρίγωνον κύκλος ὁ *ΔΕΖ*, οὗ κέντρον ἔστω τὸ *Η*· καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ *ΗΑ*, *ΗΒ*, *ΗΓ*, *ΗΔ*, *ΗΕ*, *ΗΖ*. τὸ μὲν ἄρα ὑπὸ *ΒΓ*, *ΗΕ* διπλάσιόν ἐστι τοῦ *ΒΗΓ* τριγώνου, τὸ δὲ ὑπὸ *ΑΒ*, *ΗΔ* τοῦ *ΑΗΒ*, τὸ δὲ ὑπὸ *ΑΓ*, *ΗΖ* τοῦ *ΑΓΗ*. τὸ οὖν ὑπὸ τῆς περιμέτρου τοῦ *ΑΒΓ* τριγώνου καὶ

---

3 η καὶ $\overset{\xi}{B}$ (sic) η καὶ η $\overset{\xi}{B}$ (sic) 8 ὄντος: f. δοθέντος 13 τῶν ϛ 14 supplevi 16 cf. Heronis Rationes dimetiendi I cap. 8 p. 20 18 αὐτῆς: σ ex ν fec. m. 1 19 δεδόσθω δὲ: correxi

---

$$36 \times 40 = 1440$$
$$1440 : 21 = 68\tfrac{1}{2} + \tfrac{1}{14}$$
$$\sqrt{68\tfrac{1}{2} + \tfrac{1}{14}} = \text{annähernd } 8\tfrac{2}{7}.$$

Also wird $H\Lambda = 8\frac{2}{7}$ sein, wovon $HK = 6$ ist. Also ist die Differenz $K\Lambda = 2\frac{2}{7}$. Wenn ich daher von der Senkrechten $2\frac{2}{7}$ abziehe und eine Parallele ziehe, so wird das abgeschnittene Trapez $= 19$ sein.

XXIX. Wenn *ΑΒΓ* ein Dreieck und *ΑΔ* seine Höhe ist, die Gerade *ΑΕ* zu ziehen, welche das seiner Gröſse nach gegebene Dreieck *ΑΒΕ* abschneidet.

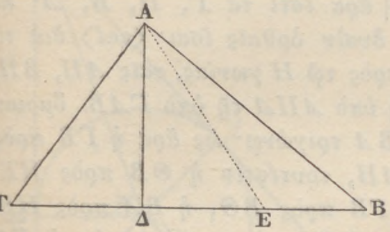


Fig. 111.

Es sei geschehen; also ist auch der Inhalt des Dreiecks *ΑΒΕ* gegeben; also ist Punkt *Ε* gegeben. Es sei nun die Höhe $A\Delta = 6$, das wegzunehmende Dreieck $= 45$.

$$45 \times 2 = 90$$
$$90 : 6 = 15.$$

Man trage nun $BE = 15$ ab und ziehe die Verbindungslinie *ΑΕ*; dann wird Dreieck $ABE = 45$ sein.

XXX. Wenn die Seiten eines Dreiecks gegeben sind seinen Inhalt zu finden.

Es ist nun möglich, wenn man eine Höhe gefällt und ihre Gröſse bestimmt hat, den Inhalt des Dreiecks zu finden. Die Aufgabe sei jedoch, ohne Zuhilfenahme der Höhe den Inhalt des Dreiecks zu bestimmen.

Das gegebene Dreieck sei *ΑΒΓ* und es sei jede seiner Seiten gegeben. Zu finden seinen Inhalt. Es werde in das Dreieck der Kreis *ΔΕΖ* einbeschrieben, dessen Mittelpunkt *Η* sein soll, und die Verbindungslinien *ΗΑ*, *ΗΒ*, *ΗΓ*, *ΗΔ*, *ΗΕ*, *ΗΖ* gezogen. Also ist $B\Gamma \times HE = 2 \times$ Dreieck *ΒΗΓ*, $AB \times H\Delta = 2 \times$ Dreieck *ΑΗΒ* und

τῆς ΗΕ, τουτέστι τῆς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ ΔΖΕ
p. 288 κύκλου, διπλάσιόν ἐστι τοῦ ΑΒΓ τριγώνου. ἐκβεβλήσθω
ἡ ΓΒ, καὶ τῇ ΑΔ ἴση κείσθω ἡ ΒΘ· ἡ ἄρα
ΘΓ ἡμίσει' ἐστὶ τῆς περιμέτρου· τὸ ἄρα ὑπὸ ΘΓ, ΕΗ,
ἴσον ἐστὶ τῷ τοῦ ΑΒΓ τριγώνου ἐμβαδῷ· ἀλλὰ τὸ
ὑπὸ ΘΓ, ΕΗ, πλευρά ἐστι τοῦ ἀπὸ ΘΓ ἐπὶ τὸ ἀπὸ
τοῦ ΕΗ· τοῦ ἄρα ἀπὸ ΘΓ ἐπὶ τὸ ἀπὸ ΕΗ ἡ πλευρὰ
ἔσται τὸ τοῦ τριγώνου ἐμβαδόν. ἤχθω τῇ ΗΓ πρὸς
ὀρθὰς ἡ ΗΛ, τῇ δὲ ΒΓ ἡ ΒΛ· καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΓΛ.
ἐπεὶ οὖν ὀρθή ἐστιν ἑκατέρα τῶν ὑπὸ ΓΗΛ, ⟨ΓΒΛ,
fol. 76r γωνιῶν⟩, ἐν κύκλῳ | ἄρα ἐστὶ τὰ Γ, Η, Β, Λ· αἱ
ἄρα ὑπὸ ΓΗ, ΓΛ, δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι· ⟨καί⟩ διὰ τὸ
δίχα τέμνεσθαι τὰς πρὸς τῷ Η γωνίας, ταῖς ΑΗ, ΒΗ,
ΓΗ, ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΑΗΔ τῇ ὑπὸ ΓΛΒ. ὅμοιον
ἄρα τὸ ΑΗΔ τῷ ΓΒΛ τριγώνῳ· ὡς ἄρα ἡ ΓΒ πρὸς
ΒΛ, ἡ ΑΔ πρὸς ΔΗ, τουτέστιν ἡ ΘΒ πρὸς ΗΕ·
καὶ ἐναλλάξ, ὡς ἡ ΓΒ πρὸς ΒΘ, ἡ ΒΛ πρὸς ΗΕ,
τουτέστιν ἡ ΒΚ πρὸς ΚΕ· καὶ συνθέντι, ὡς ἡ ΓΘ
πρὸς ΘΒ, οὕτως ἡ ΒΕ πρὸς ΕΚ. ὥστε καὶ ὡς τὸ
ἀπὸ ΓΘ πρὸς τὸ ὑπὸ ΓΘ, ⟨Θ⟩Β, οὕτως τὸ ὑπὸ ΒΕ,
⟨Ε⟩Γ, πρὸς τὸ ὑπὸ ΓΕ, ⟨Ε⟩Κ, τουτέστι πρὸς τὸ ἀπὸ
ΗΕ· ὥστε τὸ ἀπὸ ΓΘ ἐπὶ τὸ ἀπὸ ΕΗ, οὗ πλευρὰ
ἦν τὸ τρίγωνον, ἴσον ἔσται τῷ ὑπὸ ΓΘ, ⟨Θ⟩Β, ἐπὶ
τὸ ὑπὸ ΓΕ, ⟨Ε⟩Β. καὶ ἔσται δοθεῖσα ἑκάστη τῶν
ΓΘ, ΘΒ, ΒΕ, ΕΓ· ἡ μὲν γὰρ ΓΘ ἡμίσειά ἐστι τῆς
περιμέτρου· ἡ δὲ ΘΒ ὑπεροχή, ᾗ ὑπερέχει ἡ ἡμίσεια

---

5 εμβαδον 8 εσται τω τῇ ΝΓ 9 ἡ ΓΔ 12 ὑπὸ: ὑ evanuit 13 πρὸς τὸ 15—16 πρὸς ΑΒΛ sed Α del. m. 1 17 πρὸς ΝΕ 19 πρὸς ΗΚ ὥστε 20 πρὸς τὸ ὑπὸ ΓΘΒ 20—21 τὸ ὑπὸ ΒΕΓ 21 τῶ ὑπὸ ΓΕΚ πρὸς τῶ 23 τὸ ὑπὸ ΓΘΒ ἐπεὶ 26 ὑπεροχὴν ὑπερέχει

$A\Gamma \times HZ = 2 \times A\Gamma H$. Mithin ist das Produkt aus dem Umfang des Dreiecks $AB\Gamma$ und der Strecke HE, d. h. dem Radius des Kreises ΔZE, $= 2 \times$ Dreieck $AB\Gamma$. Es werde ΓB verlängert und $B\Theta = A\Delta$ gemacht. Dann ist $\Theta\Gamma$ gleich der Hälfte des Umfangs. Also $\Theta\Gamma \times EH$ $=$ Dreieck $AB\Gamma$. Aber $\Theta\Gamma \times EH = \sqrt{\Theta\Gamma^2 \times EH^2}$; also ist $\sqrt{\Theta\Gamma^2 \times EH^2} =$ dem Inhalt des Dreiecks. Man ziehe $H\Lambda$ im rechten Winkel zu $H\Gamma$, $B\Lambda$ im rechten Winkel zu $B\Gamma$, und verbinde die Punkte Γ und Λ durch eine Gerade. Da nun jeder der beiden Winkel $\Gamma H\Lambda$ und $\Gamma B\Lambda$ ein rechter ist, so liegen Γ, H, B, Λ auf einem Kreise. Also ist die Summe der Winkel ΓHB und $\Gamma\Lambda B = 2$ Rechten und weil die Winkel bei H durch die Geraden AH, BH, ΓH halbiert werden, so ist Winkel $AH\Delta = \Gamma\Lambda B$. Also ist das Dreieck $AH\Delta$ dem Dreieck $\Gamma B\Lambda$ ähnlich.

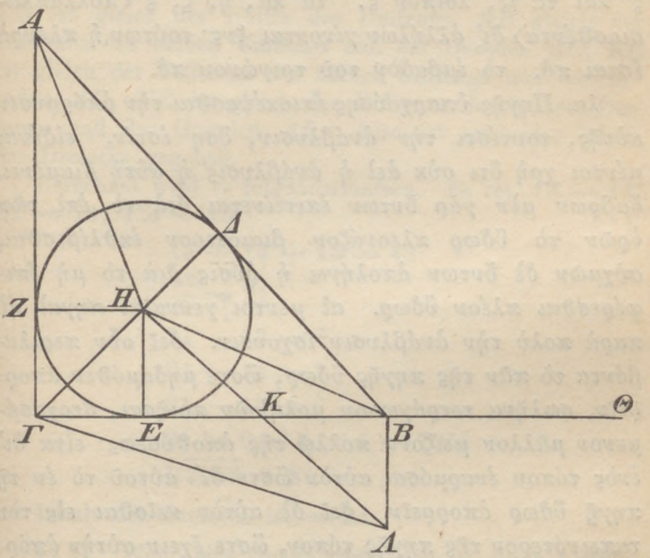


Fig. 112.

τῆς περιμέτρου τῆς ΒΓ· ⟨ἡ δὲ ΒΕ, ᾗ ὑπερέχει ἡ ἡμίσεια τῆς περιμέτρου τῆς ΑΓ⟩, ἡ δὲ ΓΕ, ᾗ ὑπερέχει ἡ ἡμίσεια τῆς περιμέτρου τῆς ΑΒ· δοθὲν ἄρα καὶ τὸ ἐμβαδὸν ⟨τοῦ⟩ τριγώνου. συντεθήσεται δὴ οὕτως· ἔστω ἡ μὲν ΑΒ μοιρῶν ιγ, ἡ δὲ ΒΓ μοιρῶν ιδ, ἡ δὲ ΓΑ μοιρῶν ιε. σύνθες τὰς τρεῖς, γίνονται μβ· τούτων τὸ ἥμισυ κα. ἄφελε τὰ ιγ, λοιπὸν η· καὶ τὰ ιδ, λοιπὸν ζ· καὶ τὰ ιε, λοιπὸν ς. τὰ κα, η, ζ, ς p. 290 ⟨πολλαπλασιασθέντα⟩ δι' ἀλλήλων γίνονται ͵ζνς· τούτων ἡ πλευρὰ ἔσται πδ. τὸ ἐμβαδὸν τοῦ τριγώνου πδ.

p. 294 λα. Πηγῆς ὑπαρχούσης ἐπισκέψασθαι τὴν ἀπόρρυσιν αὐτῆς, τουτέστι τὴν ἀνάβλυσιν, ὅση ἐστίν. εἰδέναι μέντοι χρὴ ὅτι οὐκ ἀεὶ ἡ ἀνάβλυσις ἡ αὐτὴ διαμένει. ὄμβρων μὲν γὰρ ὄντων ἐπιτείνεται διὰ τὸ ἐπὶ τῶν ὀρῶν τὸ ὕδωρ πλεονάζον βιαιότερον ἐκθλίβεσθαι, αὐχμῶν δὲ ὄντων ἀπολήγει ἡ ῥύσις διὰ τὸ μὴ ἐπιφέρεσθαι πλέον ὕδωρ. αἱ μέντοι γενναῖαι πηγαὶ οὐ παρὰ πολὺ τὴν ἀνάβλυσιν ἴσχουσιν. δεῖ οὖν περιλαβόντα τὸ πᾶν τῆς πηγῆς ὕδωρ, ὥστε μηδαμόθεν ἀπορρεῖν, σωλῆνα τετράγωνον μολιβοῦν ποιῆσαι, στοχασάμενον μᾶλλον μείζονα πολλῷ τῆς ἀποθύσεως· εἶτα δι' ἑνὸς τόπου ἐναρμόσαι αὐτὸν ὥστε δι' αὐτοῦ τὸ ἐν τῇ πηγῇ ὕδωρ ἀπορρεῖν. δεῖ δὲ αὐτὸν κεῖσθαι εἰς τὸν ταπεινότερον τῆς πηγῆς τόπον, ὥστε ἔχειν αὐτὴν ἀπόρρυσιν· τὸν δὲ ταπεινότερον ἐπιγνωσόμεθα τῆς πηγῆς

---

6 συνθέντας τὰς: correxi 9 ͵ΖΗς 10 ΗΔ το 14—15 ἐπιτίθεται διατίθεται δια τὸ επὶ τῶν ὡρῶν: correxi coll. Anonymo Byz. p. 390, 1 Vi 15 πλεονάζειν βιαιότερον ἐκθλιβόμενον: correxi coll. anonymo Byz. p. 390, 2 Vinc. Similes corruptelae apud Philonem. Mech. Synt. l. V p. 80, 14 a C. Graux et apud Dionysium de imitatione p. 20, 21 ab H. Usenero sublatae sunt 17 γένναι αἱ 20 μολιβον 24 αὐτὸν: correxi

Mithin: $\Gamma B : B\Delta = A\Delta : \Delta H = \Theta B : HE$ und
$\Gamma B : B\Theta = B\Delta : HE = BK : KE$ und
$\Gamma\Theta : \Theta B = BE : EK$. Daher auch $\Gamma\Theta^2 : \Gamma\Theta \times \Theta B = BE \times E\Gamma : \Gamma E \times EK = BE \times E\Gamma : HE^2$.

Daher wird das Produkt aus dem Quadrat von $\Gamma\Theta$ und dem Quadrat von EH, aus dem die Wurzel gleich dem Dreieck war, gleich $\Gamma\Theta \times \Theta B \times \Gamma E \times EB$ sein. Und jede der Geraden $\Gamma\Theta$, ΘB, BE und $E\Gamma$ wird gegeben sein. Denn $\Gamma\Theta$ ist gleich der Hälfte des Umfangs, ΘB gleich der Differenz des halben Umfangs und der Geraden $B\Gamma$; BE ist gleich der Differenz des halben Umfangs und der Geraden $A\Gamma$; ΓE ist gleich der Differenz des halben Umfangs und der Geraden AB. Also ist auch der Inhalt des Dreiecks gegeben.

Berechnet wird es folgendermaſsen. Es sei $AB = 13$, $B\Gamma = 14$, $\Gamma A = 15$.

$$13 + 14 + 15 = 42$$
$$\frac{42}{2} = 21$$
$$21 - 13 = 8$$
$$21 - 14 = 7$$
$$21 - 15 = 6$$
$$21 \times 8 \times 7 \times 6 = 7056$$
$$\sqrt{7056} = 84.$$

der Inhalt des Dreiecks ist $= 84$.

XXXI. Wenn eine Quelle vorhanden ist, ihren Abfluſs, d. h. die Menge des Wassers, das sie aufsprudeln läſst, zu untersuchen.

Man muſs jedoch wissen, daſs der Ausfluſs sich nicht stets gleich bleibt. Denn wenn Regenzeit ist, so wird er stärker, weil dann das Wasser auf den Bergen in gröſseren Mengen vorhanden ist und mit stärkerer Gewalt aus dem Boden herausgepreſst wird; herrscht dagegen Trockenheit, so hört der Abfluſs auf, weil nicht mehr Wasser zuströmt.

τόπον διὰ τῆς διόπτρας. ἀπολήψεται οὖν τὸ ἀπορρέον διὰ τοῦ σωλῆνος ὕδωρ ἐν τῷ περιστομίῳ τοῦ σωλῆνος· οἷον ἀπολαμβάνει[ν] δακτύλους β· ἐχέτω δὲ καὶ τὸ πλάτος τοῦ περιστομίου τοῦ σωλῆνος δακτύλους ϛ· ἑξάκις δύο γίνονται ιβ· ⟨ἀποφανούμεθα δὴ τὴν ἀνάβλυσιν τῆς πηγῆς δακτύλων ιβ⟩. εἰδέναι δὲ χρὴ fol. 76^{v} ὅτι οὐκ ἔστιν αὔ|ταρκες πρὸς τὸ ἐπιγνῶναι, πόσον χορηγεῖ ὕδωρ ἡ πηγή, [ἢ] τὸ εὑρεῖν τὸν ὄγκον τοῦ ῥεύματος, ὃν λέγομεν εἶναι δακτύλων ιβ, ἀλλὰ καὶ τὸ p. 296 τάχος αὐτοῦ· ταχυτέρας μὲν γὰρ οὔσης τῆς ῥύσεως πλέον ἐπιχορηγεῖ τὸ ὕδωρ, βραδυτέρας δὲ μεῖον. διὸ δεῖ ὑπὸ τὴν τῆς πηγῆς ῥύσιν ὀρύξαντα τάφρον τηρῆσαι ἐξ ἡλιακοῦ ὡροσκοπίου, ἐν τινὶ ὥρᾳ πόσον ἀπορρεῖ ὕδωρ ἐν τῇ τάφρῳ, καὶ οὕτως στοχάσασθαι τὸ ἐπιχορηγούμενον ὕδωρ ἐν τῇ ἡμέρᾳ πόσον ἐστὶν, ὥστ' οὐδὲ ἀναγκαῖόν ἐστι τὸν ὄγκον τῆς ῥύσεως τηρεῖν· διὰ γὰρ τοῦ χρόνου δήλη ἐστὶν ἡ χορηγία. [ἀποφανούμεθα δὴ τὴν ἀνάβλυσιν τῆς πηγῆς δακτύλων ιβ].

λβ. Ἐπεὶ οὖν διὰ τῆς κατασκευασθείσης ἡμῖν διόπτρας τὰς ἐπὶ γῆς χρείας πρὸς τὰς διοπτρικὰς ἐπαγγελίας ἀπεδείξαμεν, εὔχρηστον δέ ἐστιν εἰς πολλὰ καὶ πρὸς τὰ οὐράνια πρὸς τὸ τὰς τῶν ἀπλανῶν ἀστέρων ἢ παὶ τῶν πλανητῶν ἀποστάσεις εἰδέναι, ἀποδείξομεν διὰ τῆς διόπτρας ὡς δεῖ καὶ τὰ ⟨τούτων⟩ ἀποστήματα λαμβάνειν. ἐν γὰρ τῷ ὑπὸ γαστέρα τοῦ τυμπάνου τοῦ ἐν τῇ διόπτρᾳ κύκλον γράψομεν περὶ τὸ αὐτὸ κέντρον

---

3 ἀπολαμβάνειν: correxi 4 τὸ περιστόμιον 8 πηγὴ ἢ τὸ εὑρεὶν 9—10 τὸ πάχος 11 f. ἐπιχορηγεῖται ὕδωρ 11—12 διο δη 17—18 δὲ τὴν 18 δακτύλων δεδεκα (sic); haec transposui in vs. 5. 19 διὰ deleverim 24 ⟨τούτων⟩ addidi 26 τω αυτω κεντρω, sed ex τῶ αὐτω fec. τὸ αὐτὸ man. 1

Die guten Quellen reduzieren jedoch ihren Abfluſs nur um ein Geringes. Man muſs nun die ganze Wasserfläche der Quelle einfassen, so daſs nirgends etwas abflieſsen kann und dann eine Bleiröhre von quadratischem Querschnitt herstellen, indem man darauf sieht, daſs dieselbe um ein Bedeutendes gröſser ist als der regelmäſsige Abfluſs verlangt. Sodann muſs man diese an einer Stelle so einsetzen (in die Umfassungsmauer), daſs das Quellwasser durch dieselbe abflieſst. Diese Stelle muſs nach der Stelle zu liegen, die niedriger als die Quelle liegt, so daſs sie Abfluſs hat. Die Stelle aber, welche tiefer als die Quelle liegt, werden wir vermittelst der Dioptra ermitteln. Das durch die Röhre abflieſsende Wasser wird nun an der Öffnung der Röhre einen gewissen Raum einnehmen. Beispielsweise nimmt es 2 Daktylen (in der Höhe) ein, die Breite aber der Öffnung der Röhre soll 6 Daktylen betragen. $6 \times 2 = 12$; wir werden daher den Abfluſs der Quelle auf 12 Daktylen angeben. Man muſs jedoch wissen, daſs es, um zu erkennen, wie viel Wasser die Quelle liefert, nicht genügt, die Ausdehnung des Abfluſsstroms zu kennen, welche nach unserer Behauptung 12 Daktylen beträgt, sondern man auch seine Geschwindigkeit kennen muſs. Denn ist der Abfluſs ein geschwinderer, so liefert die Quelle mehr, ist er ein langsamerer, so liefert sie weniger Wasser.

Man muſs daher unterhalb des Quellabflusses ein Reservoir graben und mit einer Sonnenuhr beobachten, welches Quantum Wassers in einer bestimmten Zeit abflieſst und so annähernd bestimmen, wie groſs die Quantität des an einem Tage gelieferten Wassers ist. Es ist daher (bei dieser Methode) gar nicht einmal nötig, die Gröſse des Abfluſsstromes zu beobachten, denn die Leistungsfähigkeit wird durch die Zeit klar.

XXXII. Da wir nun vermittelst der von uns konstruierten Dioptra die Verwendung des Instrumentes auf der Erdoberfläche bei dioptrischen Problemen nachgewiesen haben, dieselbe jedoch nach vielen Richtungen auch für τῷ τυμπάνῳ, ὃν γράψει τὸ τοῦ μοιρογνωμονίου ἄκρον τοῦ ἐν τῷ κανόνι· καὶ τοῦτον διελοῦμεν εἰς μοίρας τξ. ὅταν οὖν βουλώμεθα δύο ἀστέρων τὸ μεταξὺ διάστημα ἐπισκέψασθαι, ὅσων μοιρῶν ὑπάρχει, ἐάν τε τῶν πλανητῶν εἴησάν τινες ἢ καὶ τῶν ἀπλανῶν ἢ καὶ ὁ μὲν ἕτερος αὐτῶν εἴη τῶν ἀπλανῶν, ὁ δὲ ἕτερος τῶν πλανητῶν, ἀφελόντες τὸν κανόνα, δι' οὗ διοπτεύομεν, p. 298 ἀπὸ τοῦ τυμπάνου ἐγκλίνομεν αὐτὸ τὸ τύμπανον, ἄχρις ἂν διὰ τοῦ ἐπιπέδου αὐτοῦ φανῶσιν οἱ εἰρημένοι ἀστέρες ἅμα ἀμφότεροι. εἶτ' ἐντιθεὶς τὸν κανόνα ὡς εἴθισται, τῶν ἄλλων ἀκινήτων, ἐπιστρέψω αὐτὸν, ἄχρις ἂν εἷς τῶν ἀστέρων φανῇ· καὶ παρασημηνάμενος τὴν μοῖραν, καθ' ἣν ἓν τῶν μοιρογνωμονίων ὑπάρχει [τὸ μέρος αὐτῆς], ἐπιστρέφω τὸν κανόνα, ἄχρις οὗ καὶ ὁ ἕτερος ἀστὴρ δι' αὐτοῦ φανῇ. εἶτα ὁμοίως παρασημηνάμενος τὴν μοῖραν, καθ' ἣν τὸ αὐτὸ μοιρογνωμόνιον ὑπάρχει, ἐπιγνώσομαι τὸ πλῆθος τῶν μοιρῶν τὸ μεταξὺ τῶν ληφθέντων δύο σημείων· καὶ τοσαύτας ἀποφανοῦμαι τοὺς ἀστέρας ἀπέχειν ἀπ' ἀλλήλων μοίρας.

λγ. Ἐπεὶ οὖν τινὲς χρῶνται τῷ καλουμένῳ ἀστεfol. 77^{r} ρίσκῳ πρὸς ὀλίγας | παντελῶς διοπτρικὰς χρείας, εὔλογον ἡγούμεθα τὰ περὶ αὐτὸν συμβαίνοντα μηνῦσαι τοῖς πειρωμένοις χρήσασθαι αὐτῷ, ὅπως μὴ παρὰ τὴν ἄγνοιαν ἁμαρτάνοντες λανθάνωσιν. τοὺς μὲν οὖν κεχρημένους οἶμαι ⟨πε⟩πειρᾶσθαι τῆς δυσχρηστίας αὐτοῦ, ὅτι αἱ σπάρται, ἐξ ὧν τὰ βάρη κρέμανται, οὐ

---

1 μυρογνωμονίου 5 πλανητων εἰ τινες 5—6 ὁ μὲν ἀστέρος 11 f. ἀκινήτων ⟨μενόντων⟩ 13—14 [τὸ μέρος αὐτῆς] delevi 18—19 ἀποφαινουμαι 20—21 ἀστερίσκος est *stella* gromaticorum, de qua dixit Rudorffius Gromatische Institutionen p. 337 22 περὶ αὐτῶν: correxi 25 πειρᾶσθαι: correxi 26 αὐτῶν: correxi βέρη: corr. Vi

---

die Himmelskunde brauchbar ist, um die Abstände der Fixsterne oder der Planeten von einander zu ermitteln, so werden wir nachweisen, wie man vermittelst der Dioptra auch deren Abstände bestimmen kann.

Wir werden nämlich auf der Oberfläche (?) der groſsen Kreisscheibe an der Dioptra einen Kreis um denselben Mittelpunkt mit der Kreisscheibe beschreiben und zwar so groſs, als ihn die Spitze des an dem Visierlineal befestigten Zeigers angiebt. Diesen Kreis werden wir in 360 Grade teilen. Wollen wir nun untersuchen, wie viel Grade der Abstand zweier Sterne von einander beträgt, seien es nun Planeten oder Fixsterne oder sei der eine ein Fixstern, der andere ein Planet, so nehmen wir das Diopterlineal, durch das wir zu visieren pflegen, von der Kreisscheibe ab und neigen die Kreisscheibe selbst so lange, bis in ihrer Ebene die genannten Sterne beide zugleich sichtbar werden. Ich setze sodann das Visierlineal in der üblichen Weise wieder ein und drehe es, während die übrigen Teile unbeweglich in ihrer Stellung verbleiben, so lange, bis einer der Sterne durch dasselbe sichtbar wird. Nun notiere ich mir den Grad, an welchem einer der beiden Zeiger steht, und drehe das Visierlineal so lange, bis der andere Stern durch dasselbe sichtbar wird. Ich notiere sodann in derselben Weise den Grad, an welchem ebenderselbe Zeiger nunmehr steht, und werde so die Anzahl der zwischen den beiden bestimmten Punkten liegenden Grade kennen lernen, und werde behaupten können, daſs die Sterne so viele Grade von einander abstehen.

XXXIII. Da nun manche den sogenannten „Stern“ zu einer freilich ganz geringen Zahl dioptrischer Anwendungen gebrauchen, so halten wir für angemessen für diejenigen, welche dieses Instrument zu gebrauchen versuchen wollen, die Folgen seiner Verwendung darzulegen, damit sie nicht, ohne es selbst zu merken, infolge ihrer Unkenntnis Fehler begehen. Diejenigen nun, welche das Instrument schon angewendet haben, haben, denke ich, die schlechte Ver-

p. 300 ταχέως ἠρεμοῦσιν, ἀλλὰ χρόνον τινὰ διαμένουσι κινούμεναι, καὶ μάλιστα ὅταν σφοδρὸς ἄνεμος πνέῃ. διὸ πειρῶνταί τινες, παραβοηθεῖν βουλόμενοι ταύτῃ τῇ δυσχρηστίᾳ, ξυλίνας σύριγγας κοίλας ποιοῦντες, ἐμβαλεῖν τὰ βάρη εἰς ταύτας, ὥστε μὴ ὑπὸ τοῦ ἀνέμου τύπτεσθαι. παρατρίψεως οὖν γινομένης τῶν βαρῶν πρὸς τὰς σύριγγας οὐκ ἀκριβῶς αἱ σπάρτοι ὀρθαὶ διαμένουσιν πρὸς τὸν ὁρίζοντα· ἔτι δὲ καὶ ἐὰν ἐπιτύχωσιν, ὥστε τὰς σπάρτας ἠρεμεῖν καὶ ὀρθὰς διαμένειν πρὸς τὸν ὁρίζοντα, οὐ πάντως τὰ διὰ τῶν σπάρτων ἐπίπεδα πρὸς ὀρθὰς γίνεται ἀλλήλοις· τούτου δὲ μὴ γινομένου, οὐδ᾽ αὐτοῖς κατὰ τρόπον ἀκολουθεῖ τι τῶν εν ω ερουμενων· τοῦτο γὰρ δείξομεν. ἔστω⟨σαν⟩ γὰρ ἐν ἐπιπέδῳ δύο εὐθεῖαι αἱ ΑΒ, ΓΔ, μὴ πρὸς ὀρθὰς ἀλλήλας τέμνουσαι· ἀμβλεῖα δὲ ἔστω ἡ ὑπὸ ΑΕΔ γωνία· καὶ ἀπὸ τοῦ Ε τῷ διὰ τῶν ΑΒ, ΓΔ ἐπιπέδῳ πρὸς ὀρθὰς ἀνεστάτω ἡ ΕΖ· καὶ πρὸς ἑκατέραν ἄρα τῶν ΑΕ, ΕΓ, ὀρθή ἐστιν. ἡ δὲ ὑπὸ τῶν ΑΕ, ⟨Ε⟩Γ, γωνία ἡ κλίσις ἐστίν, ἐν ᾗ κέκλιται τὸ διὰ τῶν ΕΑΖ πρὸς τὸ διὰ τῶν ΓΕΖ, καὶ ἔστιν ὀξεῖα· τὰ ⟨οὖν⟩ εἰρημένα ἐπίπεδα οὔκ ἐστιν ὀρθὰ πρὸς ἄλληλα. ἀπειλήφθωσαν οὖν δύο ἴσαι εὐθεῖαι αἱ ΑΕ, ΕΔ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΑΔ· καὶ ἐπ᾽ αὐτὴν κάθετος ἤχθω ἡ ⟨Ε⟩Η· ἴση ἄρα καὶ ἡ ΑΗ τῇ ΗΔ· καὶ ἑκατέρα αὐτῶν μείζων ἐστὶ τῆς ΗΕ· δυνατὸν ἄρα ἐστὶ προσβαλεῖν ἀπὸ τοῦ Η ἴσην τῇ ΑΗ τὴν ΗΖ. προσεκβεβλήσθωσαν καὶ ἐπεζεύχθωσαν ἐπὶ τὰ Κ, Λ, καὶ τῇ ΑΖ

---

1 χρονον ην ἀναμένουσαι: correxi; χρ. ἀναμένουσι Vi 4 δυσχριστία 13 ἐν ῷ ερουμένων: non extricavi; ἐρευνωμένων Vi 20 πρὸς τῶ 24 μείζων ex μείζον fec. m. 1 25 προσλα-

wendbarkeit desselben erprobt, insofern die Fäden, an denen die Gewichte hängen, nicht schnell zur Ruhe kommen, sondern eine gewisse Zeit in Bewegung bleiben, und zwar hauptsächlich, wenn starker Wind weht. Daher versuchen manche in dem Wunsche, diesem Übelstande abzuhelfen, hölzerne Hohlcylinder herzustellen und die Gewichte in diese hineinhangen zu lassen, so daſs sie nicht vom Winde getroffen werden. Wenn nun dabei eine Reibung zwischen den Gewichten und den Cylindern entsteht, so bleiben die Fäden nicht in einer zum Horizonte genau senkrechten Stellung. Aber selbst wenn es ihnen gelingt, so daſs die Fäden zur Ruhe kommen und in einer zum Horizont senkrechten Stellung bleiben, stehen doch nicht in jedem Fall die durch die Fäden gelegten Ebenen aufeinander senkrecht. Ist dies aber nicht der Fall, so folgt ihnen auch nichts von ⟨..........⟩ in der richtigen Weise. Dies werden wir nämlich nachweisen.

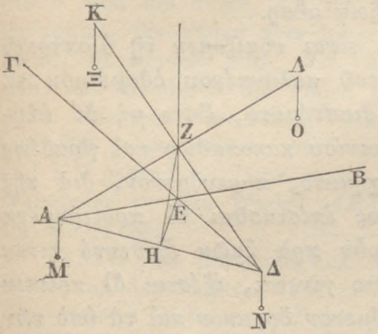


Fig. 113.

Es seien in einer Ebene zwei Gerade, *ΑΒ* und *ΓΔ*, welche einander nicht in rechten Winkeln schneiden, und *ΑΕΔ* sei ein stumpfer Winkel. Und im Punkte *Ε* werde im rechten Winkel zu der durch *ΑΒ* und *ΓΔ* gehenden Ebene eine Gerade *ΕΖ* errichtet; sie ist also auch zu jeder der beiden Geraden *ΑΕ* und *ΕΓ* senkrecht. Der Winkel *ΑΕΓ* aber ist die Neigung der Ebene *ΕΑΖ* zu der Ebene *ΓΕΖ*, und ist ein spitzer Winkel. Nun stehen die genannten Ebenen nicht senk-

---

βεῖν: correxi 26 τῇ ΑΗ τὴν ΕΖ: correxi f. ἐπεζεύχθωσαν ⟨αἱ ΑΖ, ΔΖ⟩ καὶ προσεκβεβλήσθωσαν ἐπὶ ἴση ἑκατέρα τῶν KZ, $Z\Lambda$. διὰ δὲ τῶν A, Δ, K, Λ τῇ EZ παράλληλοι ἤχθωσαν αἱ AM, ΔN, $K\Xi$, ΛO· ἡ δὲ EZ ὀρθή ἐστι πρὸς τὸ διὰ τῶν AB, $\Gamma\Delta$ ἐπίπεδον· καὶ ἑκάστη ἄρα τῶν AM, ΔN, $K\Xi$, ΛO ὀρθή ἐστι πρὸς τὸ διὰ τῶν $AB\Gamma\Delta$ ἐπίπεδον. καὶ ἐπεὶ αἱ τρεῖς αἱ AH, $H\Delta$, HZ ἴσαι εἰσί, πρὸς ὀρθὰς ἄρα p. 302 ἐστὶν ἡ $A\Lambda$ τῇ ΔK. ἐὰν ἄρα ὑποστησώμεθα τὰς τοῦ ἀστερίσκου ῥάβδους εἶναι τὰς $A\Lambda$, ΔK, τὸ δὲ διὰ τῶν AB, $\Gamma\Delta$ ἐπίπεδον τὸ παρὰ τὸν ὁρίζοντα, τὰς δὲ κρεμαμένας σπάρτους εἶναι ἐκ τῶν A, Λ, Δ, K, ἔσονται αἱ σπάρτοι αἱ AM, ΔN, $K\Xi$, ΛO. καὶ οὐκ εἰσὶ τὰ διὰ τῶν σπάρτων ἐπίπεδα ὀρθὰ καὶ πρὸς ἄλληλα, λέγω δὴ ⟨τὸ⟩ διὰ τῶν AM, ΛO πρὸς τὸ διὰ τῶν fol. 77ᵛ ΔN, $K\Xi$· δέδεικται γὰρ | κεκλιμένα πρὸς ἄλληλα ἐν τῇ ὑπὸ $AE\Gamma$ γωνίᾳ ὀξείᾳ οὔσῃ.

p. 306 λδ. Ἀκόλουθον δὲ εἶναι νομίζομεν τῇ διοπτρικῇ πραγματείᾳ καὶ διὰ τοῦ καλουμένου ὁδομέτρου τὰ ἐπὶ τῆς γῆς μετρεῖν διαστήματα, ὥστε μὴ δι’ ἁλύσεως μετροῦντα ἢ σχοινίου κακοπαθῶς καὶ βραδέως ἐκμετρεῖν, ἀλλ’ ἐπ’ ὀχήματος πορευόμενον, διὰ τῆς τῶν τροχῶν ἐκκυλίσεως ἐπίστασθαι τὰ προειρημένα διαστήματα. οἱ μὲν οὖν πρὸ ἡμῶν ἐξέθεντό τινας μεθόδους, δι’ ὧν τοῦτο γίνεται, ἐξέσται δὲ κρίνειν τό τε ὑπὸ ἡμῶν γραφόμενον ὄργανον καὶ τὰ ὑπὸ τῶν προτέρων. γεγονέτω οὖν πῆγμα, καθάπερ κιβώτιον, ἐν ᾧ πᾶσα ἔσται ἡ μέλλουσα λέγεσθαι κατασκευή· ἐν δὲ τῷ πυθμένι τοῦ κιβωταρίου ⟨. . . .⟩ τὸ $AB\Gamma\Delta$

---

2 $AM\,\Delta H$ 7 ἀποστησώμεθα: corr. Vi 8 $\overset{\beta}{\text{ρα}}$δους (sic) 11 $AM\,\Delta H$: corr. Vi 12 f [καὶ] 14 $\Delta H\,K\Xi$: corr. Vi 17 πραγματία 25 κηβώτιον 27 post κιβωταρίου unum aut complures versiculos hiatu absumptos excidisse Venturius statuit; f. τῷ $AB\Gamma\Delta$ ⟨. . .⟩

---

recht aufeinander. Man trage nun zwei gleiche Strecken AE und $E\Delta$ ab und ziehe die Verbindungslinie $A\Delta$, und fälle auf sie die Höhe EH. Also ist $AH = H\Delta$. Nun ist jede von diesen beiden Linien gröſser als HE. Es ist also möglich, von dem Punkte H aus $HZ = AH$ zu konstruieren. Man ziehe nun die Verbindungslinien AZ, ΔZ und verlängere sie bis K und Λ; und es soll jede der beiden Geraden KZ und $Z\Lambda = AZ$ sein. Ferner sollen durch die Punkte A, Δ, K und Λ Parallele zu EZ gezogen werden, AM, ΔN, $K\Xi$, ΛO. Es ist aber EZ eine Senkrechte zu der durch AB und $\Gamma\Delta$ gehenden Ebene. Also ist auch jede der Linien AM, ΔN, $K\Xi$ und ΛO senkrecht zu der durch AB und $\Gamma\Delta$ gehenden Ebene. Und da die drei Linien AH, $H\Delta$ und HZ einander gleich sind, so ist $A\Lambda$ senkrecht zu ΔK. Wenn wir uns also vorstellen, $A\Lambda$ und ΔK seien die Stäbe des Sterns und die durch AB und $\Gamma\Delta$ gehende Ebene sei horizontal, die Fäden aber hingen von A, Λ, Δ und K herab, so werden AM, ΔN, $K\Xi$ und ΛO die Fäden sein; und die durch die Fäden gehenden Ebenen stehen nicht aufeinander senkrecht, ich meine die durch AM und ΛO gehende Ebene im Verhältnis zu der durch ΔN und $K\Xi$ gehenden. Denn es ist gezeigt worden, daſs sie zueinander in dem Winkel $AE\Gamma$ geneigt sind, welcher ein spitzer ist.

XXXIV. Es erscheint uns als eine Ergänzung zur Lehre von der Dioptra, auch vermittelst des sogenannten Wegemessers Distanzen auf der Erde zu messen, so daſs man die Operation nicht vermittelst einer Kette oder eines Bandes schlecht und langsam vornimmt, sondern bei der Fahrt auf einem Wagen vermittelst der Umdrehung der Räder die vorgenannten Distanzen bestimmt. Unsre Vorgänger nun setzten einige Methoden auseinander, nach denen dies gemacht wird; man wird sich daher über das Instrument, welches von uns hier beschrieben wird, ebenso wie über die von früheren Technikern beschriebenen ein Urteil bilden können.

p. 308 χάλκεον, συμφυῆ ἔχον τὰ εἰρημένα σκυτάλια· δι᾽ ὧν ἀνατομὴ γεγονέτω ἐν τῷ πυθμένι τοῦ κιβωταρίου, δι᾽ ἧς περόνη συμφυὴς γενηθεῖσα τῇ χοινικίδι ἑνὸς τῶν τοῦ ὀχήματος τροχῶν, κατὰ μίαν στροφὴν παρεμβαίνουσα εἰς τὴν ἀνατομὴν τὴν ἐν τῷ τοῦ κιβωταρίου πυθμένι, παράξει ἓν τῶν σκυταλίων, ὥστε τὸ ἑξῆς σκυτάλιον τὴν αὐτὴν πάλιν θέσιν ἔχειν τῷ πρότερον, καὶ τοῦτο ἐπ᾽ ἄπειρον. συμβήσεται οὖν τοῦ τροχοῦ ὀκτὼ στροφὰς ποιησαμένου τὸ σκυταλωτὸν τύμπανον μίαν ἀποκατάστασιν εἰληφέναι. τῷ οὖν εἰρημένῳ σκυταλωτῷ τυμπάνῳ συμφυὴς ἔστω κοχλίας, ἀπὸ τοῦ κέντρου πρὸς ὀρθὰς αὐτᾷ πεπηγώς, τὸ δὲ ἕτερον ἄκρον ἔχων ἐν διαπήγματι πεπηγότι εἰς τοὺς τοῦ κιβωταρίου τοίχους. τῷ δὲ εἰρημένῳ κοχλίᾳ παρακείσθω τύμπανον ὠδοντωμένον, τοὺς ὀδόντας ἁρμοστοὺς ἔχον τῇ ἕλικι τοῦ κοχλίου, δηλονότι πρὸς ὀρθὰς τῷ πυθμένι κείμενον, καὶ ἔχον ὁμοίως συμφυῆ ἄξονα, οὗ τὰ ἄκρα πολείσθω εἰς τοὺς τοῦ κιβωταρίου τοίχους. ἐκ δὲ τοῦ ἑνὸς μέρους ὁ ἄξων πάλιν ἐγγεγλυμμένην ἐχέτω ἕλικα, ὥστε εἶναι αὐτὸν κοχλίαν. καὶ πάλιν τούτῳ τῷ κοχλίᾳ παρακείσθω ὀδοντωτὸν τυμπάνιον, δηλονότι παράλληλον τῷ πυθμένι κείμενον, ἔχον συμφυῆ ἄξονα· οὗ τὸ μὲν ἕτερον ⟨ἄκρον⟩ πολείσθω ἐν τῷ τοῦ κιβωταρίου fol. 78^{r} πυθμένι, τὸ δὲ λοιπὸν ἐν δι|ατοναίῳ πεπηγότι ἐν τοῖς τοῦ κιβωταρίου τοίχοις· καὶ οὗτος οὖν ὁ ἄξων ἐκ τοῦ ἑνὸς μέρους ἐχέτω ἕλικα πάλιν ἁρμόζουσαν εἰς ἑτέρου

---

1 τὰ εἰρημένα: τινα ἱδρυμένα Vi perperam; exspectamus σκυτάλια ὀκτώ· καὶ ἀνατομὴ 7 τὸ πρότερον 9 τι σκυταλωτὸν 10—11 τὸ οὖν εἰρημενον σκυταλίω τῶ τυμπανω: corr. Vi 11—12 ἀπὸ τοῦ καυτου: correxi; ἄκρον Vi 15 ὀδοντωμένον 17 ἄξωνα 18 ἀπολειπέσθω: corr. Vi 20 εἶναι τὸν 22 ἀξωνα 25 οὗτως ὢν: corr. R. Schoene.

Es werde ein Gehäuse in Form eines kleinen Kastens hergestellt, in welchem die ganze, nachher zu beschreibende Konstruktion ihren Platz haben soll. Auf dem Boden des Kästchens liege ⟨..........⟩ die Bronzescheibe *ΑΒΓΔ*, mit welcher die genannten 8 kleinen Stäbe fest verbunden sein sollen. Es werde ferner auf dem Boden des Gehäuses ein Ausschnitt angebracht, durch den ein an der Nabe eines der Wagenräder befestigter Stift, bei jeder Drehung in den am Boden des Gehäuses angebrachten Einschnitt eintretend, einen der Stäbe fortstoſsen wird, so daſs dann wieder der folgende Stab dieselbe Lage wie der vorhergehende hat, und so ins Unendliche. Hat nun das Wagenrad 8 Umdrehungen gemacht, so wird das mit den Stäben versehene Rad eine ganze Umdrehung gemacht haben. Mit diesem mit Stäben versehenen Rade sei eine Schraube ohne Ende fest verbunden, die von oben her senkrecht darauf befestigt sei und ihre andere Spitze in

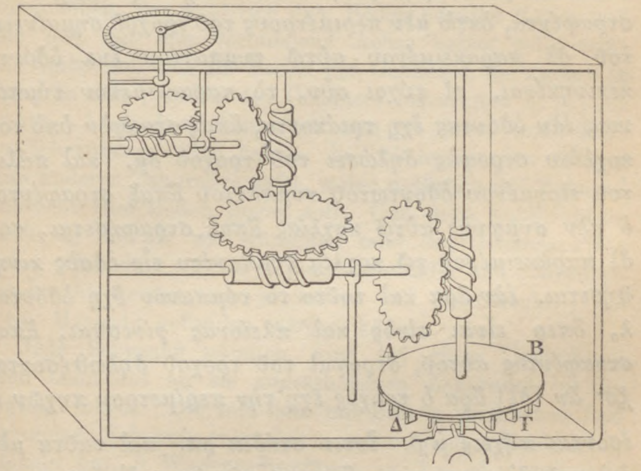


Fig. 114.

τυμπάνου ὀδόντας, δηλονότι τοῦ τυμπάνου ὀρθοῦ πρὸς τὸν πυθμένα κειμένου. καὶ τοῦτο γινέσθω ἐφ' ὅσον ἂν βουλώμεθα ἢ ὁ τόπος ὁ τοῦ κιβωταρίου χώραν p. 310 ἔχῃ· ὅσῳ γὰρ πλείονα γίνεται τά τε τύμπανα καὶ οἱ κοχλίαι, τοσούτῳ καὶ ἡ ὁδὸς ἐπὶ πλεῖον μετρουμένη εὑρεθήσεται. ἕκαστος γὰρ κοχλίας ἅπαξ στραφεὶς τοῦ παρακειμένου αὐτῷ τυμπανίου ἕνα ὀδόντα κινήσει· ὥστε τὸν μὲν συμφυῆ τῷ σκυταλωτῷ τυμπανίῳ ἅπαξ στραφέντα, ὀκτὼ μὲν περιμέτρους τοῦ τροχοῦ σημαίνειν, τοῦ δὲ παρακειμένου αὐτῷ τυμπανίου ἕνα ὀδόντα κεκινηκέναι. εἰ τύχοι οὖν, τὸ παρακείμενον τύμπανον, ἐὰν ὀδόντας ἔχῃ τριάκοντα, ἅπαξ στραφὲν ὑπὸ τοῦ κοχλίου στροφὰς δηλώσει τοῦ τροχοῦ σμ. καὶ πάλιν τοῦ εἰρημένου ὀδοντωτοῦ τυμπανίου ἅπαξ στραφέντος ὁ μὲν συμφυὴς αὐτῷ κοχλίας ἅπαξ στραφήσεται, τοῦ δὲ παρακειμένου τῷ κοχλίᾳ τυμπανίου εἷς ὀδοὺς κινηθήσεται. ἐὰν ἄρα καὶ τοῦτο τὸ τύμπανον ἔχῃ ὀδόντας λ, ὅπερ εἶναι εἰκὸς καὶ πλείονας γίνεσθαι, ἅπαξ στραφέντος αὐτοῦ, στροφαὶ τοῦ τροχοῦ δηλωθήσονται ͵ζσ· ἂν [δὲ] ἄρα ὁ τροχὸς ἔχῃ τὴν περίμετρον πηχῶν ι, ἔσονται πήχεις $\overset{\zeta}{\mu}$ ͵β. ἔστιν στάδια ρπ. καὶ ταῦτα μὲν ἐπὶ τοῦ β' τυμπανίου εὕρηται· πλειόνων δὲ ὄντων καὶ τῶν ὀδόντων κατὰ τὸ πλῆθος αὐξομένων πολλοστὸ⟨ν⟩ τῆς ὁδοῦ μέγεθος ⟨εὑρεθ⟩ήσεται μετρούμενον. δεῖ δὲ τοιαύτῃ χρήσασθαι κατασκευῇ, ὥστε μὴ πολλῷ πλείονα ὁδὸν δύνασθαι σημαίνειν τὸ ὄργανον ⟨ἢ⟩ τὴν ἐν μιᾷ

---

4 ἔχει 5 τοσοῦτο 8 σκυταλιω τω τυμπανιω 15—16 τοῦ δὲ τοῦ: sed alterum τοῦ del. m. 1 18 f. οὗσπερ ἐστιν εἰκὸς κτλ. 20 πσ: corr. Vi [δὲ] delevi 21 *MB* εστιν σταδια 22 εἵρηται: correxi 23 αὐξομένων ποδος τὸ: correxi 24 ήσεται (sic): correxi 26 ⟨ἢ⟩ add. Vi

einem Querbalken, der in die Seitenwände des Gehäuses eingelassen ist. An die genannte Schraube ohne Ende sei ein Zahnrad angeschoben, dessen Zähne zur Windung der Schraube passen, das natürlich rechtwinklig zum Boden steht und gleichfalls eine fest damit verbundene Achse hat, deren Enden in den Wänden des Gehäuses endigen sollen. An dem einen Teile soll in diese Achse wieder ein Gewinde eingeschnitten sein, so daſs sie eine Schraube ohne Ende ist. An diese Schraube wiederum sei ein Zahnrad angeschoben, das natürlich dem Boden parallel liegen und eine fest mit ihm verbundene Achse haben soll; seine eine Spitze soll sich im Boden des Gehäuses, die andere in einem in den Wänden des Gehäuses befestigten ⟨. . . . . .⟩ drehen. Auch diese Achse soll nun an ihrem einen Teile ein Schraubengewinde haben, das wieder zu den Zähnen eines anderen Zahnrades paſst, wobei natürlich das Zahnrad senkrecht zum Boden liegen soll. Und diese Konstruktion werde so oft als wir wünschen oder das Gehäuse Platz bietet, wiederholt. Denn je mehr Zahnräder und Schrauben angebracht werden, um so weiter sind die Strecken, die durch Messung gefunden werden können.

Jede Schraube nämlich wird bei einer Umdrehung einen Zahn des an sie angeschobenen Zahnrades in Bewegung setzen. Die mit dem mit Stäben versehenen Rad verbundene Schraube zeigt daher, wenn sie eine Umdrehung gemacht hat, 8 Wagenradumfänge an, hat aber von dem an sie angeschobenen Zahnrad erst einen Zahn bewegt. Beispielsweise nun wird dieses Zahnrad, wenn es dreiſsig Zähne hat, nach einer Umdrehung vermittelst der Schraube 240 Wagenradumdrehungen anzeigen. Und wiederum wird, wenn das genannte Zahnrad sich einmal gedreht hat, auch die damit verbundene Schraube sich einmal drehen, von dem an die Schraube angeschobenen Zahnrad dagegen wird sich nur ein Zahn bewegen. Falls also auch dieses Zahnrad 30 Zähne hat (— natürlich können ihrer auch noch mehr daran angebracht werden —) so werden durch eine Umdrehung desselben 7200 Wagenradumdrehungen an-ἡμέρᾳ δυναμένην ἐξανύεσϑαι ὑπὸ τοῦ ὀχήματος· δυνατὸν γὰρ καϑ' ἑκάστην ἡμέραν ἐκμετροῦντα τὴν τῆς ἡμέρας ὁδὸν εἰς τὴν ἑξῆς πάλιν ἀρχὴν ποιεῖσϑαι τῆς ἑξῆς ὁδοῦ. ἀλλ' ἐπεὶ ἡ ἑκάστου κοχλίου στροφὴ οὐκ ἀκριβῶς οὐδὲ μεμετρημένως τοὺς παρακειμένους ὀδόντας στρέφει, ἡμεῖς τῇ πείρᾳ ἐπιστρέφομεν τὸν πρῶτον κοχλίαν, ἕως οὗ τὸ παρακείμενον αὐτῷ ὀδοντωτὸν p. 312 τύμπανον μίαν ἀποκατάστασιν λάβῃ, μετροῦντες ὁσάκις fol. 78$^\text{v}$ αὐτὸς ἐπιστρέφεται. καί, εἰ τύχοι, εἰληφέτω | στροφὰς κ, ἐν ᾧ τὸ παρακείμενον αὐτῷ τύμπανυν μίαν ἀποκατάστασιν λαμβάνει· τοῦτο δὲ εἶχεν ὀδόντας λ· αἱ ἄρα κ στροφαὶ τοῦ σκυταλωτοῦ τυμπάνου λ ὀδόντας ἐκίνησαν τοῦ παρακειμένου τῷ κοχλίᾳ τυμπάνου· αἱ δὲ κ στροφαὶ σκυτάλια ἐπιστρέφουσιν ρξ· τοσαῦται δὲ καὶ τοῦ τροχοῦ εἰσὶ στροφαί· γίνονται ἄρα πήχεις ͵αχ. εἰ δὲ οἱ λ ὀδόντες μηνύουσιν πήχεις ͵αχ, ὁ ἄρα α ὀδοὺς τοῦ εἰρημένου τυμπανίου σημαίνει τῆς ὁδοῦ πήχεις νγ γ′. ὅταν ἄρα ἀρξάμενον τὸ ὀδοντωτὸν κινεῖσϑαι τύμπανον εὑρεϑῇ κεκινημένον ὀδόντας ιε, σημαίνει ὁδὸν πηχῶν ω, τουτέστι στάδια δύο. ἐπιγράψομεν οὖν ἐν μέσῳ τῷ εἰρημένῳ ὀδοντωτῷ τυμπάνῳ πήχεις νγ γ′· τὰ δὲ αὐτὰ ἐπιλογισάμενοι καὶ ἐπὶ τῶν λοιπῶν ὀδοντωτῶν τυμπανίων ἐπιγράψομεν τοὺς ἀριϑμούς· ὥστε ἑκάστου αὐτῶν παραχϑέντων τινῶν ὀδόντων ἐπιγνῶναι τὴν ἐξανυσϑεῖσαν ὁδόν. ἵνα δὲ μή, ὅταν βουλώμεϑα ἐπισκέψασϑαι τὸ μῆκος τῆς ὁδοῦ, ἀνοίγοντες τὸ κιβωτάριον ἐπισκοπῶμεν τοὺς ἑκάστου τυμπάνου ὀδόντας, δείξομεν ὡς δυνατὸν διὰ τῆς ἑκάστου κιβωταρίου

---

9 ἐπιτύχοι 11 λαμβάνει 12 ἐκείνης ἂν 17 $\overline{N\Gamma}$ E γε sed γε del. m. 1 18 τὸν οδοντωτὸν 20—21 τοῦ εἰρημένου 21 $\overline{N\Gamma}$ E 22 ἐπὶ τῶν λοιοδόντων

gezeigt werden. Hat also das Wagenrad einen Umfang von 10 Ellen, so werden das 72000 Ellen, d. h. 180 Stadien sein. Und dies ist bei dem zweiten Zahnrade gefunden; sind deren dagegen mehr und wächst die Anzahl der Zähne, so wird ein vielmal so groſser Weg gemessen werden. Man muſs dabei eine Konstruktion von der Art anwenden, daſs der Apparat einen nicht viel gröſseren Weg anzuzeigen imstande ist, als an einem Tage von dem Wagen zurückgelegt werden kann. Denn man hat ja die Möglichkeit, indem man täglich die zurückgelegte Tageswegstrecke ausrechnet, am folgenden Tage mit der folgenden Wegestrecke wieder von vorn anzufangen.

Aber da die Umdrehung einer jeden Schraube die angeschobenen Radzähne nicht mathematisch genau bewegt, so drehen wir beim Ausprobieren die erste Schraube, bis das daran geschobene Zahnrad eine vollständige Umdrehung gemacht hat, und messen, wie vielmal die Schraube selbst sich dreht. Beispielsweise mag sie 20 Umdrehungen gemacht haben in der Zeit, in der das angeschobene Zahnrad eine vollständige Umdrehung macht; dieses aber hatte 30 Zähne. Die 20 Umdrehungen also des mit den speichenförmigen Stäben versehenen Rads setzten 30 Zähne des an die Schraube angeschobenen Zahnrads in Bewegung. Die 20 Umdrehungen drehen ferner 160 speichenförmige Stäbe; ebenso groſs aber ist die Zahl der Wagenradumdrehungen. Es sind also im ganzen 1600 Ellen. Wenn aber die 30 Zähne 1600 Ellen anzeigen, so zeigt 1 Zahn des genannten Zahnrads $53\frac{1}{3}$ Ellen des Weges an. Wenn also das Zahnrad anfängt sich zu bewegen und man findet, daſs es sich um 15 Zähne weiterbewegt hat, so zeigt das einen Weg von 800 Ellen, d. h. 2 Stadien an. Wir werden nun mitten auf das genannte Zahnrad die Aufschrift: „$53\frac{1}{3}$ Ellen“ setzen; dasselbe rechnen wir auch bei den übrigen Zahnrädern aus und schreiben die Zahlen darauf, so daſs wir, wenn von jedem eine Anzahl von Zähnen fortbewegt worden ist, den zurückgelegten Weg kennen werden.

ἐπιφανείας, γνωμονίων τινῶν περιαγομένων, εὑρίσκειν τὸ τῆς ὁδοῦ μῆκος. τὰ μὲν γὰρ εἰρημένα ὠδοντωμένα τυμπάνια κείσεται μὴ ψαύοντα τῶν πλευρῶν τοῦ κιβωταρίου, οἱ δὲ ἄξονες αὐτῶν εἰς τὸ ἐκτὸς μέρος ὑπερεχέτωσαν τῶν τοίχων· αἱ δ' ὑπεροχαὶ τετράγωνοι ἔστωσαν, ὡς ἂν προσειληφυῖαι μοιρογνωμόνια ἐν τετραγώνοις τρήμασιν· ὥστε στρεφομένου τοῦ τυμπάνου σὺν τῷ ἄξονι συστρέφεσθαι καὶ τὸ μοιρογνωμόνιον· οὗ δὴ περιαγόμενον τὸ ἄκρον κύκλον γράψει ἐν τῇ ἑτέρᾳ πλευρᾷ τοῦ αὐτοῦ τοίχου, ὃν διελοῦμεν εἰς τὸ αὐτὸ πλῆθος τῶν ὀδόντων τοῦ ἐντὸς τυμπανίου. p. 314 τὸ δὲ μοιρογνωμόνιον μεγέθει ἔστω τηλικοῦτο, ὥστε μείζονα γράφειν κύκλον, πρὸς τὸ τὴν διαίρεσιν τῶν ὀδόντων ἐν μείζοσι διαστήμασιν εἶναι· ἕξει δὲ ὁ γραφόμενος κύκλος τὴν αὐτὴν ἐπιγραφὴν τῷ ἐντὸς τυμπάνῳ· καὶ οὕτως διὰ τῆς ἐκτὸς ἐπιφανείας ἐπιθεωρήσομεν τὸ μῆκος τῆς ἀνυσθείσης ὁδοῦ. ἐὰν δὲ μὴ ᾖ δυνατὸν πάντα τὰ τυμπάνια μὴ ψαύειν τῶν τοίχων τοῦ κιβωταρίου, διὰ τὸ ἐμποδίζεσθαι ὑπὸ ἀλλήλων, ἢ fol. 79^{r} διὰ τοὺς παρακειμένους κοχλίας, ἢ δι' | ἕτερόν τι, ἀπο⟨σ⟩τήσομεν ἕκαστον αὐτῶν τοσοῦτον, ὥστε μηδὲν ἐμποδὼν εἶναι.

Ἐπεὶ οὖν τῶν ὀδοντωτῶν τυμπάνων ἃ μὲν παράλληλα τῷ πυθμένι ἐστὶν, ἃ δ' ὀρθά, καὶ τῶν γραφομένων ἄρα κύκλων ὑπὸ τῶν μοιρογνωμονίων οἳ μὲν ἐν τοῖς ὀρθοῖς τοίχοις ἔσονται τοῦ κιβωταρίου, οἳ δ' ἐν τῷ ἐπιπώματι. δεήσει ἄρα διὰ τοῦτο, ἕνα τῶν

---

2 ὀδοντωμένα 4 ἀξωνες 6 μυρογνωμονια 7 σχήμασιν: correxi 8 ἄξωνι 9 ὃ δὴ γράψοι 12—13 ὥστε μίαν γράφειν 15 τὸ ἔντος 16—17 ἐπιθεωρήσωμεν 21 ἀποτήσωμεν: correxi 23 ὀδόντων τῶν 25 μοιρογνωμονίων: sed ι del. m. 1 26—27 ὀδοντω ενι πωματι: correxi

Damit wir aber nicht, wenn wir die Länge des Weges bestimmen wollen, das Kästchen öffnen und die Zähne jedes einzelnen Zahnrades untersuchen müssen, so werden wir zeigen, wie es angängig ist dadurch, daſs auf der Auſsenseite jedes Kästchens sich Zeiger im Kreise bewegen, die Länge des zurückgelegten Weges zu finden. Die genannten Zahnräder werden nämlich so liegen, daſs sie die Seiten des Kästchens nicht berühren; die Achsen derselben jedoch sollen nach auſsen über die Wände hinausstehen; ihre Vorsprünge sollen von quadratischem Querschnitt sein, dergestalt daſs sie mit Zeigern mit quadratischen Durchbohrungen versehen werden. Wird daher das Zahnrad gedreht, so dreht sich mit seiner Achse zugleich auch der Zeiger, dessen Spitze bei ihrer Umdrehung auf der andern Seite ebenderselben Wand einen Kreis beschreiben wird, welchen wir in ebensoviele Geraden teilen werden, als die Zähne des innen befindlichen Zahnrades betragen. Der Zeiger soll übrigens so groſs sein, daſs er einen gröſseren Kreis beschreibt, damit die Teilung der Zähne in gröſseren Zwischenräumen erfolgt. Der Kreis, der so gezeichnet wird, soll dieselbe Aufschrift tragen, wie das Zahnrad im Inneren. Auf diese Weise werden wir durch eine an der Auſsenseite befindliche Vorrichtung die Länge des zurückgelegten Weges kontrollieren. Ist es aber nicht möglich, daſs alle Zahnräder die Wände des Kästchens nicht berühren, entweder weil sie sich gegenseitig hindern würden oder wegen der an sie angeschobenen Schrauben, oder aus irgend einem andern Grunde, so werden wir jedes einzelne von ihnen so weit abstellen, daſs kein Hindernis vorhanden ist. Da nun von den Zahnrädern die einen dem Boden parallel, die andern senkrecht dazu stehen, so werden auch von den durch die Zeiger beschriebenen Kreisen einige auf den senkrecht stehenden Wänden des Kästchens liegen, und einige auf dem Deckel. Es wird also aus diesem Grunde eine der senkrecht stehenden Wände, die keine Kreise tragen, als Deckel eingerichtet werden müssen, damit der anscheinende Deckel eine Wand sein kann.

ὀρθῶν τοίχων τῶν μὴ ἐχόντων τοὺς κύκλους πῶμα γενέσθαι, ἵνα τὸ ὡσανεὶ πῶμα τοῖχος ᾖ.

fol. 79^r p. 320 λε. | Ὅσοι μὲν οὖν τόποι βαδίζεσθαι δύνανται, τούτων τὰ μήκη ἢ διὰ τῆς κατασκευασθείσης διόπτρας ἢ τοῦ ῥηθέντος ὁδομέτρου εὑρίσκεται· ἐπεὶ δὲ εὔχρηστον ὑπάρχει καὶ τὴν μεταξὺ δύο κλιμάτων ὁδὸν ἡλίκη ἐστὶν ἐπίστασθαι, ἐμπιπτόντων εἰς αὐτὴν νήσων τε καὶ πελαγῶν καί, εἰ τύχοι, ἀβάτων τινῶν τόπων, ἀναγκαῖόν ἐστι καὶ πρὸς τοῦτο μέθοδόν τινα ὑπάρχειν, ὅπως παντελῶς εἴη ἡμῖν ἡ ἐκδεδομένη πραγματεία. δέον δὲ ἔστω, εἰ τύχοι, τὴν μεταξὺ Ἀλεξανδρείας καὶ Ῥώμης ὁδὸν ἐκμετρῆσαι τὴν ἐπ᾽ εὐθείας, τήν γε ἐπὶ κύκλου περιφερείας μεγίστου τοῦ ἐν τῇ γῇ, προσομολογουμένου τοῦ ὅτι περίμετρος τῆς γῆς σταδίων ἐστὶ $\overset{\kappa\varepsilon}{\mu}$ καὶ ἔτι ,β, ὡς ὁ μάλιστα τῶν ἄλλων ἀκριβέστερον πεπραγματευμένος Ἐρατοσθένης δείκνυσιν ἐν ⟨τῷ⟩ ἐπιγραφομένῳ περὶ τῆς ἀναμετρήσεως τῆς γῆς. τετηρήσθω οὖν ἔν τε Ἀλεξανδρείᾳ καὶ Ῥώμῃ ⟨ἡ⟩ αὐτὴ ἔκλειψις τῆς σελήνης· εἰ μὲν γὰρ ἐν ταῖς ἀναγραφείσαις εὑρίσκεται, ταύτῃ χρησόμεθα· εἰ δὲ οὔ, δυνατὸν ἔσται ἡμᾶς αὐτοὺς | fol. 79^v p. 322 τηρήσαντας εἰπεῖν διὰ τὸ τὰς τῆς σελήνης ἐκλείψεις διὰ πενταμήνων καὶ ἑξαμήνων γίνεσθαι. ἔστω οὖν εὑρημένη ἐν τοῖς εἰρημένοις κλίμασιν αὕτη ⟨ἡ⟩ ἔκλειψις, ἐν Ἀλεξανδρείᾳ μὲν νυκτὸς ὥρας ε, ἐν Ῥώμῃ δὲ ἡ αὐτὴ νυκτὸς ὥρας γ, δηλονότι τῇ αὐτῇ νυκτί. ἔστω δὲ καὶ ἡ νύξ, τουτέστιν ὁ ἡμερήσιος κύκλος, καθ᾽ οὗ φέρεται ὁ ἥλιος ἐν τῇ εἰρημένῃ νυκτί, ἀπέχων ἀπὸ ἰσημερίας ἐαρινῆς, ὡς ἐπὶ τροπὰς χειμερινάς, ἡμέρας

---

4 τῷ μήκει 9 μέθον: corr. Vi; f. παντελὴς 10 δεδόσθω δὲ: correxi 12 γην τε την επὶ 13 τούτου ὅτι Vi 14 ἔστι

XXXV.[1]) Die Länge aller zu Fuſs zugänglichen Terrainstrecken wird entweder vermittelst der von uns konstruierten Dioptra oder vermittelst des genannten Wegemessers gefunden. Da es jedoch von Nutzen ist, auch die Gröſse des Weges zwischen zwei geographischen Orten zu bestimmen, wenn Inseln und Meere und vielleicht unwegsame Terrainstrecken auf denselben fallen, so ist es nötig, daſs auch hierfür eine Methode da ist, damit der Gegenstand von uns vollständig behandelt sei. Die Aufgabe sei beispielsweise, den Weg zwischen Alexandria und Rom auf gerader Linie oder genauer auf der Peripherie eines der gröſsten Kreise der Erde zu messen, wofür vorausgesetzt wird, daſs der Umfang der Erde 252000 Stadien beträgt, wie der vor andern durch Genauigkeit auf diesem Gebiete ausgezeichnete Eratosthenes in der Schrift zeigt, die den Titel: „Über die Messung der Erde" trägt.

Man beobachte nun in Alexandria und Rom dieselbe Mondfinsternis. (Findet sie sich in den Listen, so bedienen wir uns ihrer; wo nicht, so ist es angängig, daſs wir sie selbst beobachten und die nötige Angabe machen, weil die Mondfinsternisse alle 5—6 Monate einzutreten pflegen.) Diese Finsternis sei in den bezeichneten Gegenden beobachtet in Alexandria nachts um die fünfte Stunde, in Rom ebendieselbe nachts um die dritte Stunde, natürlich in derselben Nacht. Die Distanz der Nacht, d. h. die Distanz des Tageskreises, auf welchem sich die Sonne

---

1) Für dieses schwierige und stark verderbte Kapitel, zu dessen Verständnis noch vieles fehlt, konnte eine genügende Figur nicht gegeben werden; auch die Übersetzung bedarf besonderer Nachsicht.

με καὶ ἔτι ,Β 16 supplevi 17 τῆς γῆς ὅτε τηρήσθω: correxi ἐν τῇ: correxi 18 ῥώμμης αυτη 23 εὑρημένην 23—24 ἐκλειψίς τε ἐν 24—25 δὲ ἐν αυτης νυκτος ωρας τρεῖς 26 δὴ

δέκα· καὶ καταγεγράφθω ἡμισφαίριον τὸ διὰ τῶν τροπικῶν, εἰ μὲν ἐν Ἀλεξανδρείᾳ ἐσμέν, πρὸς τὸ ἐν Ἀλεξανδρείᾳ, εἰ δὲ ἐν Ῥώμῃ, πρὸς τὸ ἐν Ῥώμῃ κλίμα. ἔστω δὴ ἡμᾶς εἶναι ἐν Ἀλεξανδρείᾳ· καὶ ἐγκείσθω κοῖλον ἡμισφαιρίόν τι[η] διὰ τῶν τροπικῶν καταγράφειν πρὸς τὸ ἐν Ἀλεξανδρείᾳ κλίμα. καὶ ἔστω αὐτοῦ ὁ περὶ τὸ χεῖλος κύκλος ὁ ΑΒΓΔ· μεσημβρινὸς δὲ ἐν αὐτῷ ἔστω ὁ ΒΕΖΗ⟨Δ⟩· ἰσημερινὸς δὲ ὁ ΑΗΓ· πόλος δὲ τῶν παραλλήλων ὁ Ε· τοῦ δὲ περὶ τὸ χεῖλος τοῦ ἡμισφαιρίου πόλος ὁ Ζ. καὶ ἐντετάχθω ὁμοταγὴς τῷ κύκλῳ τῷ καθ' ὃν φέρεται ἐν τῇ εἰρημένῃ νυκτὶ ὁ ἥλιος ὥρας πέμπτης, τότε μὲν ἀπέχων ἀπὸ ἰσημερίας ἐαρινῆς καὶ ἐπὶ τροπὰς χειμερινὰς ἡμέρας ι, καὶ ἔστω ὁ ΘΚΛ· καὶ διῃρήσθω ἡ ΘΚΔ περιφέρεια εἰς τὰς ιβ· καὶ ἔστω τούτων ἡ πέμπτη ἡ ΘΜ, ἐπειδήπερ πέμπτης ὥρας ἡ ἔκλειψις ἐτηρήθη ἐν Ἀλεξανδρείᾳ· ἔσται ἄρα τὸ Μ ὁμοταγὲς τῷ πρὸς ὃ ἦν ὁ ἥλιος τῆς ἐκλείψεως γενομένης. καὶ γεγράφθω δὲ καὶ τὸ διὰ Ῥώμης ἀνάλημμα, ἐν ᾧ ἐγγεγράφθω καὶ ὁ ἡμερήσιος κύκλος ὁ ὁμοταγὴς τῷ ΘΚΛ. καὶ ὁρίζοντος μὲν διάμετρος ἡ ΝΞ· γνώμων ⟨δὲ⟩ ὁ ΟΠ· ἡ δὲ τοῦ ἡμερησίου διά-
p. 324 *μετρος ἡ ΡΣ· δίορον δὲ ἡ ΤΥ. καὶ οἵων ἐστὶν ἡ ΥΦΣ περιφέρεια ἡμερησίων ὡρῶν ς, τοιούτων ὡρῶν ἡ ΥΦ γ, ἐπειδήπερ ἡ τήρησις ἐν Ῥώμῃ γεγένηται ὥρας γ καὶ τῇ ΥΦ περιφερείᾳ ὁμοία κείσθω ἡ ΜΧ. τὸ ἄρα Χ σημεῖον πρὸς τῷ ὁρίζοντι τῷ διὰ Ῥώμης. ἔστω δὲ καὶ ἄξων ἐν τῷ ἀναλήμματι ὁ ΨΩ, καὶ τῇ ΥΦΣ περιφερείᾳ ὁμοία κείσθω ἡ ΧΚς· ἔσται δὴ τὸ*

---

4 δὲ 5 κοινὸν τι η δς τῶν 10 πολος ὁ $\overline{OZ}$ (sic) ὁμοταγεὶς 11 καθω 12 τὸ μὲν ἀπέχειν 14 διειρησθω 15 τοιοῦτον ἡ ΕΗ$\overline{\Theta}\overline{M}$: correxi 17 πρὸς ο μη ἥλιος 20 καὶ ο

während dieser Nacht befindet, von der Frühlingstaggleiche betrage nach der Wintersonnenwende hin 10 Tage. Nun zeichne man eine durch die Wendekreise gehende Halbkugel, wenn wir in Alexandria sind, nach dem Ort von Alexandria, wenn wir in Rom sind, nach dem Ort von Rom.

Es werde der Fall genommen, daſs wir in Alexandria sind, und die Aufgabe sei, eine konkave Halbkugel durch die Wendekreise nach dem Ort von Alexandria zu zeichnen. Der begrenzende Kreis sei *ΑΒΓΔ*, der Meridian *ΒΕΖΗ*, der Äquator *ΑΗΓ*, der Pol der Parallelkreise sei *Ε*, der Pol des die Halbkugel begrenzenden Kreises Z. Nun werde die Stelle bezeichnet, welche die Sonne um die fünfte Stunde einnimmt auf dem Kreise, auf welchem sie sich in dieser Nacht bewegt: wobei sie sich 10 Tage von der Frühjahrsnachtgleiche nach der Wintersonnenwende zu entfernt befindet. Dieser Kreis sei *ΘΚΛ*, sein Umfang werde in 12 Teile zerlegt, und von diesen sei der fünfte *ΘΜ*, da um die fünfte Stunde die Finsternis in Alexandria beobachtet wurde. Also wird *Μ* der Punkt sein, der demjenigen entspricht, an dem sich die Sonne bei Eintritt der Finsternis befand.

Es werde nun auch das Analemma von Rom gezeichnet, in welches auch der Tageskreis eingetragen werden soll, welcher *ΘΚΛ* entspricht. Der Durchmesser des Horizontes sei *ΝΞ*, der Gnomon *ΟΠ*, der Durchmesser des Tageskreises *ΡΣ*, die Scheidelinie von Tag und Nacht *ΤΥ*. Nun ist *ΥΦ* = 3 Tagesstunden derselben Art, deren 6 auf den Peripherieabschnitt *ΥΦΣ* kommen, da die Beobachtung in Rom um die dritte Stunde erfolgt ist. Nun werde *ΜΧ* der Peripherie *ΥΦ* ähnlich angenommen; der Punkt *Χ* wird also auf dem Horizont von Rom liegen. Es sei aber auch *ΨΩ* eine Achse in dem Analemma und *Χς* werde der Peripherie *ΥΦΣ* ähnlich angesetzt. Da

---

οριζοντος 21 γνωμ ο ΘΠ ἡ δὲ ἡ: sed alterum ἡ del. m. 1 22—23 περιφερεια τη Ηω ς τοιουτων ωη 25—26 ἡ $\overline{MX\Gamma}$ ο ἄρα $\overline{X}$ 27 καὶ ἡ ϛ ἐπὶ τοῦ μεσημβρινοῦ τοῦ διὰ Ῥώμης· ἀλλὰ καὶ τὸ E πόλος τῶν παραλλήλων· γεγράφθω διὰ τῶν E, ϛ μέγιστος κύκλος ὁ Eϛ· τοῦτο δὴ ἔσται ὁ εἰρημένος διὰ Ῥώμης μεσημβρινός. καὶ τῇ ΞΩ περιφερείᾳ ὁμοία κείσθω ἡ ⟨͵A͵B,⟩ ἀπὸ δὲ τοῦ ϛ͵A τετραγώνου κείσθω ἡ͵A͵BZ· τὸ ἄρα ͵B σημεῖον ἔσται τοῦ διὰ Ῥώμης ὁρίζοντος πόλος, ἀλλὰ καὶ τὸ Z τοῦ δι' Ἀλεξανδρείας. γεγράφθω οὖν διὰ τῶν ͵B, Z, μεγίστου κύκλου περιφέρεια ἡ ͵BZ, καὶ ἐξητάσθω πόσων γίνεται μοιρῶν πρὸς τὸν ABΓΔ κύκλον· εὑρήσθω, εἰ τύχοι, μοιρῶν fol. 80r | κ. ἔσται οὖν ἡ ἀπολαμβανομένη ἐν τῇ γῇ μεταξὺ Ῥώμης καὶ Ἀλεξανδρείας μοιρῶν κ, οἵων ἐσ⟨τὶν⟩ καὶ ὁ μέγας κύκλος μοιρῶν τξ. ἔχει δὲ ἡ μία μοῖρα τῶν ἐν τῇ γῇ σταδίους ψ, εἴ γε ὅλη ⟨ἡ⟩ περίμετρός ἐστι $\overset{\kappa\varepsilon}{\mu}$ καὶ ͵β. αἱ ἄρα κ μοῖραι γίνονται εἰς $\overset{\alpha}{\mu}$ ͵δ. τοσούτους δὴ σταδίους ἀποφανούμεθα καὶ τὸ τῆς εἰρημένης ὁδοῦ μῆκος. ἐὰν δὲ τὸ ͵A σημεῖον ὑπερπίπτῃ τοῦ ⟨........⟩ τῆς ὑπερπιπτούσης περιφερείας ἣν θήσομεν τὴν Γ, καὶ ἔσται τὸ B τε διάμετρον τῷ ὑπερπίπτοντι σημείῳ. πάλιν οὖν τετραγώνου θέντες τὴν ΣB ἕξομεν τὸ B σημεῖον.

p. 330 λζ. Τῇ δοθείσῃ δυνάμει τὸ δοθὲν βάρος κινῆσαι διὰ τυμπάνων ὀδοντωτῶν παραθέσεως. κατεσκευάσθω πῆγμα καθάπερ γλωσσόκομον· εἰς τοὺς μακροὺς καὶ παραλλήλους τοίχους διακείσθωσαν ἄξονες παράλληλοι ἑαυτοῖς, ἐν διαστήμασι κείμενοι ὥστε τὰ συμφυῆ αὐτοῖς

1—2 τὸ E πόλος Γ τῶν 2 γεγράφθω δὴ τῶν Bϛ 3 κυκλος ο ΥEϛ 5 ΘΣ, ἀπο δὲ τοῦ ΣA 5—6 κείσθω ἡ AB το 8 τῶν $\overline{BZ}$ 9 ἡ $\overline{BZ}$ 11 ἔσται οὖν folio lacerato paene evanida 12 οιωνες καὶ: correxi 14 add. Vi $\overline{KE}$ καὶ $\overline{B}$

nun ϛ auf dem durch Rom gehenden Meridian liegt, E aber der Pol der Parallelkreise ist, so werde durch die Punkte E, ϛ ein gröſster Kreis Eϛ konstruiert. Dies wird der genannte Meridian durch Rom sein. Nun werde ͵A͵B der Peripherie ΞΩ ähnlich gemacht, und auf ϛ͵A das Viereck H͵A͵BZ errichtet. Folglich wird der Punkt ͵B der Pol des Horizonts von Rom sein, Z derjenige des Horizonts von Alexandria. Nun werde durch ͵B und Z die Peripherie eines gröſsten Kreises, ͵BZ, gelegt und darauf geprüft, wie viel Teile sie im Verhältnis zu dem Kreise ABΓΔ enthält. Nehmen wir an, sie werde auf 20 Teile bestimmt. Es wird also die auf der Erde zwischen Rom und Alexandria liegende Strecke 20 solcher Teile betragen, von denen der gröſste Kreis 360 enthält. Ein solcher Teil auf der Erde beträgt nun 700 Stadien, sofern der Gesamtumfang 252 000 Stadien beträgt. Die 20 Teile belaufen sich daher auf 14 000. Auf soviel Stadien werden wir daher die Länge der angegebenen Strecke angeben. ⟨......⟩

XXXVII. Mit einer gegebenen Kraft eine gegebene Last vermittelst Nebeneinanderstellung von Zahnrädern in Bewegung zu setzen.

Es werde ein Gehäuse in Form eines Kastens angefertigt. In seine parallelen Langseiten sollen querliegende Achsen eingelassen sein, die einander parallel in Abständen dergestalt liegen, daſs die mit ihnen verbundenen Zahnräder nebeneinander liegen und ineinander greifen, so wie wir angeben werden. Der genannte Kasten sei ABΓΔ, in dem die Achse EZ wie angegeben quer liegen und sich leicht drehen soll. Mit diesem sei das Zahnrad HΘ fest

---

15 $\overset{\alpha}{\mu}$ οδιους ουτους δὴ: correxi 16 ἀποφαινούμεθα 17 τὸ $\overline{A}$ σημεῖον 19 τὸ $\overline{B}$ τε διάμετρον 20 τὴν ΣB 22 cf. Mechanica I 1 p. 2 Nix; ibid. p. 257 Schmidt; Pappus p. 1060 Hultsch 23 παραθέσεων: corr. Schmidt κατασκευάσθω 24 f. ⟨οὐ⟩ εἰς

ὀδοντωτὰ τύμπανα παρακεῖσθαι καὶ συμπεπλέχθαι ἀλλήλοις, καθὰ μέλλομεν δηλοῦν. ἔστω τὸ εἰρημένον γλωσσόκομον τὸ *ΑΒΓΔ*, ἐν ᾧ ἄξων ἔστω διακείμενος, ὡς εἴρηται, καὶ δυνάμενος εὐλύτως στρέφεσθαι, ὁ *ΕΖ*. τούτῳ δὲ συμφυὲς ἔστω τύμπανον ὠδοντωμένον τὸ *ΗΘ* ἔχον τὴν διάμετρον, εἰ τύχοι, πενταπλασίονα ⟨τῆς⟩ τοῦ *ΕΖ* ἄξονος διαμέτρου. καὶ ἵνα ἐπὶ παραδείγματος τὴν κατασκευὴν ποιησώμεθα, ἔστω τὸ μὲν ἀγόμενον βάρος ταλάντων χιλίων, ἡ δὲ κινοῦσα δύναμις ἔστω ταλάντων ε, τουτέστιν ὁ κινῶν ἄνθρωπος ἢ παιδάριον, ὥστε δύνασθαι καθ' ἑαυτὸν ἄνευ μηχανῆς ἕλκειν τάλαντα ε. οὐκοῦν ἐὰν τὰ ἐκ τοῦ φορτίου ἐκδεδεμένα ὅπλα διά τινος ⟨ὀπῆς οὔσης⟩ ἐν τῷ *ΑΒ* τοίχῳ ἐπειληθῇ περὶ τὸν *ΕΖ* ἄξονα ⟨.....⟩ κατειλούμενα τὰ
fol. 80ᵛ ἐκ τοῦ φορτίου ὅπλα | κινήσει τὸ βάρος· ἵνα δὲ κινηθῇ τὸ *ΗΘ* τύμπανον, ⟨δεῖ δυνά⟩μει ὑπάρχειν πλέον ταλάν-
p. 332 των διακοσίων, διὰ τὸ τὴν διάμετρον τοῦ τυμπάνου τῆς διαμέτρου τοῦ ἄξονος, ὡς ὑπεθέμεθα, πενταπλῆν ⟨εἶναι⟩· ταῦτα γὰρ ἀπεδείχθη ἐν ταῖς τῶν ε δυνάμεων ἀποδείξεσιν. ἀλλ' ⟨.....⟩ ἔχομεν τί τὴν δύναμιν ταλάντων διακοσίων, ἀλλὰ πέντε. γεγονέτω οὖν ἕτερος ἄξων ⟨παβάλληλος⟩ διακείμενος τῷ *ΕΖ*, ὁ *ΚΛ*, ἔχων συμφυὲς τύμπανον ὠδοντωμένον τὸ *ΜΝ*. ὀδοντῶδες δὲ καὶ τὸ

---

5 τοῦτο ὀδοντωμένον 7 suppl. Vi 8 ποιησομεθα 11 ὥστε δύνασθαι: δυνάσθω Pappus 12 εικειν corr. Vi 13 ἐνδεδεμένα: correxi ⟨ὀπῆς⟩ add. Hultsch ad Pappum p. 1062, 13 14 ἐπιληθη τὸ ΕΖ ἄξωνα hiatu haec fere hausta: ⟨ἐπιστρεφομένου τοῦ ΗΘ τυμπάνου⟩ 14—15 τὰ ἐκ τοῦ φορτίου επλακων | εν τισι το βάρος: correxi; ἐφεῖλκεν ἄν τι Vi 16 τὸ ΠΘ τυμπανον ⟨.......⟩ | μει ὑπάρχειν septem litteris madore absumptis; supplevi dubitanter 18 ἀξωνος 20 post ἀλλ hoc signum ⊢ et spatium 22 litterarum; f. ἀλλ' ⟨οὐκ⟩ ἔχομεν [τι] τὴν 21 γεγονέτω ὁ ἕτερος: correxi (ο̣ = οὖν) 22 supplevi ἔχον συμφυῆ 23 ὀδοντωμενον

verbunden, dessen Durchmesser beispielsweise gleich 5 Achsendurchmessern sei. Und um die Konstruktion an einem Beispiel zu veranschaulichen, so sei die Last = 1000 Talenten, die bewegende Kraft sei = 5 Talenten, d. h. der die Bewegung ausführende Mensch oder Sklave sei so stark, daſs er für sich ohne Maschine 5 Talente zu bewegen vermag. Wenn nun die an die Last festgebundenen Seile durch eine Öffnung in der Wand *AB* geleitet und um die Achse *EZ* gewickelt werden, so werden, ⟨wenn sich das Rad *HΘ* dreht,⟩ die an der Last befestigten Seile beim Aufwickeln die Last bewegen. Damit nun aber das Zahnrad *HΘ* bewegt wird, muſs an Kraft mehr als 200 Talente vorhanden sein, weil der Durchmesser des Zahnrades, wie wir voraussetzten, gleich 5 Achsendurchmessern ist. Der Beweis hierfür ward unter den Beweisen der 5 Kräfte geliefert. Da wir nun aber keine Kraft von 200 Talenten, sondern nur eine von 5 Talenten haben, so werde parallel zu *EZ* und querliegend noch eine andere Achse, *KΛ* angebracht, mit der das Zahnrad *MN* fest verbunden sei. Aber auch das Rad *HΘ* ist mit Zähnen versehen, so daſs es in die Auszahnungen des Rades *MN* eingreift. Mit ebenderselben Achse *KΛ* sei auch noch das Zahnrad *ΞΟ*

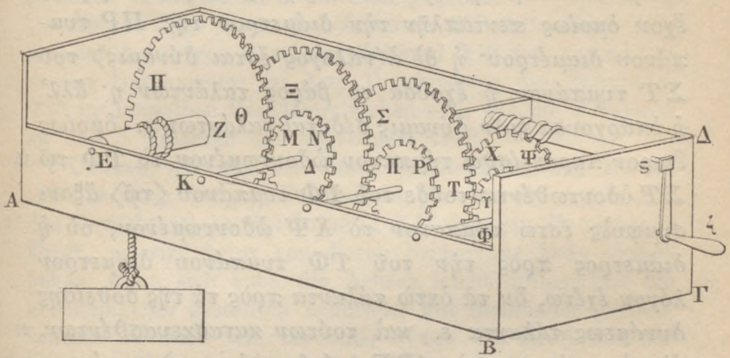


Fig. 115.

*ΗΘ τύμπανον, ὥστε ἐναρμόζειν ταῖς ὀδοντώσεσι τοῦ ΜΝ τυμπάνου. τῷ δὲ αὐτῷ ἄξονι τῷ ΚΛ συμφυὲς τύμπανον τὸ Ξ⟨Ο⟩, ἔχον ὁμοίως τὴν διάμετρον πενταπλασίονα τῆς τοῦ ΜΝ τυμπάνου διαμέτρου. διὰ δὴ τοῦτο δεήσει τὸν βουλόμενον κινεῖν διὰ τοῦ ΞΟ τυμπάνου τὸ βάρος ἔχειν δύναμιν ταλάντων μ, ἐπειδήπερ τῶν σ ταλάντων τὸ πέμπτον ἐστὶ τάλαντα μ. πάλιν οὖν παρακείσθω ⟨τῷ ΞΟ τυμπάνῳ ὠδοντωμένῳ⟩ τύμπανον ὀδοντωθὲν ἕτερον ⟨τὸ ΠΡ, καὶ ἔστω τῷ⟩ τυμπάνῳ ὠδοντωμένῳ τῷ ΠΡ συμφυὲς ἕτερον συμφυὲς ἔχον ὁμοίως πενταπλῆν τὴν διάμετρον τῆς ΠΡ τυμπάνου διαμέτρου· ἡ δὲ ἀ⟨νάλογος ἔσται δύναμις⟩ τοῦ ΣΤ τυμπάνου ἡ ἔχουσα τὸ βάρος ταλάντων η· ἀλλ' ἡ ὑπάρχουσα ἡμῖν δύναμις δέδοται ταλάντων ε. ὁμοίως ἕτερον παρακείσθω τύμπανον ὠδοντωμένον τὸ ΥΦ τῷ ΣΤ ὀδοντωθέντι· τοῦδε τοῦ ΥΦ τυμπάνου ⟨τῷ⟩ ἄξονι συμφυὲς ἔστω τύμπανον τὸ ΧΨ ὠδοντωμένον, οὗ ἡ διάμετρος πρὸς τὴν τοῦ ΥΦ τυμπάνου διάμετρον λόγον ἐχέτω, ὃν τὰ ὀκτὼ τάλαντα πρὸς τὰ τῆς δοθείσης δυνάμεως τάλαντα ε. καὶ τούτων κατασκευασθέντων, ἐὰν ἐπινοήσωμεν τὸ ΑΒΓΔ ⟨γλωσσόκομον⟩ μετέωρον κείμενον, καὶ ἐκ μὲν τοῦ ΕΖ ἄξονος τὸ βάρος ἐξάψωμεν, ἐκ δὲ τοῦ ΧΨ τυμπάνου τὴν ἕλκουσαν δύναμιν, οὐδο-
p. 334 πότερον αὐτῶν κατενεχθήσεται, εὐλύτως στρεφομένων τῶν ἀξόνων, καὶ τῆς τῶν τυμπάνων παραθέσεως καλῶς ἁρμο⟨ζού⟩σης, ἀλλ' ὥσπερ ζυγοῦ τινὸς ἰσορροπήσει ἡ δύναμις τῷ βάρει. ἐὰν δὲ ἑνὶ αὐτῶν προσθῶμεν ὀλίγον ἕτερον βάρος, καταρρέψει καὶ ἐνεχθήσεται ἐφ' ὃ προσετέθη βάρος, ὥστε ἐὰν ἓν τῶν ε ταλάντων*

fest verbunden, dessen Durchmesser gleichfalls 5mal so groſs sein soll als der Durchmesser des Zahnrades *MN*. Man wird daher, wenn man die Last vermittelst des Zahnrades *ΞO* bewegen will, eine Kraft von 40 Talenten haben müssen, da ein Fünftel von 200 Talenten gleich 40 Talenten ist. Neben dem Zahnrad *ΞO* liege nun wiederum ein anderes Zahnrad *ΠP*, und mit dem Zahnrade *ΠP* sei ein anderes *ΣT* fest verbunden, dessen Durchmesser gleichfalls 5mal so groſs als der Durchmesser des Zahnrades *ΠP* sein soll. Die entsprechende Kraft für das Zahnrad *ΣT* wird = 8 Talenten sein; aber die uns zur Verfügung stehende Kraft ist zu 5 Talenten gegeben.

Ebenso liege neben dem Zahnrade *ΣT* ein anderes *ΥΦ*; mit der Achse von *Υ* sei das Zahnrad *XΨ* fest verbunden, dessen Durchmesser zu dem Durchmesser des Zahnrades *ΥΦ* in demselben Verhältnis stehen soll, wie die 8 Talente zu den 5 Talenten der gegebenen Kraft.

Denken wir uns bei dieser Konstruktion den Kasten *ΑΒΓΔ* hoch aufgestellt und binden an die Achse *EZ* das Gewicht an, an das Zahnrad *XΨ* dagegen die ziehende Kraft, so wird keins von diesen beiden zur Erde niedergehen, wenn sich auch die Achsen leicht drehen und die nebeneinander gestellten Zahnräder gut ineinander greifen, sondern es wird wie bei einer Wage die Kraft mit der Last im Gleichgewichte sein. Wenn wir aber zu einem von beiden noch eine geringe andere Last zusetzen, so wird diejenige Seite niederziehen und hinuntersinken, zu der eine Last zugesetzt ward. Daher wird, wenn zu einem der 5 Talente, die als Kraft vorhanden sind, beispielsweise noch das Gewicht einer Mine zugesetzt wird,

---

7—8 *πάλιοῦν* 10—11 *ὀδοντωμένον τὸ ΠΡ συμφυη ἕτερον συμφυὲς ἔχον* 12 *ἡ δε αˡ÷* in fine versus; in versu sequenti spatium 14 litterarum 12—13 *τοῦ ΕΤ* 15—16 *ὀδοντωθεντος οἱ δε τοῦ ΥΦ τὸ ΣΤ ὀδοντωθὲν δὲ τοῦ ΥΦ* 16 *ἀξωνι* 17 *τοῦ ΧΨ οδοντωμενον* 19 *πρόστε* 22 *ΕΞ ἀξωνος ἐξάψομεν* 23 *ἐκ δὲ τῶ ΧΠ* 23—24 *οὐδ' ὁ πρότερον* 25 *αξωνῶν* 25—26 *παραθέσεως καλῶς αρμόσεις*: correxi 26—27 *ισορροπους ειη δυναμεως*: corr. Vi 28 *καταρέψει* 29 *προσετιθη* *ἓν*: f. *ἑν⟨ὶ⟩*

δυνάμει ⟨. . . . . . .⟩ εἰ τύχοι μ⟨ν⟩αϊαῖον προστεθῇ βάρος, κατακρατήσει καὶ ἐπισπάσεται τὸ βάρος. ἀντὶ τῆς fol. 82r *προσθέσεως τούτῳ δὲ παρακείσθω | κοχλίας ἔχων τὴν ἕλικα ἁρμοστὴν τοῖς ὀδοῦσι τοῦ τυμπάνου, στρεφόμενος εὐλύτως περὶ τόρμους ἐνόντας ἐν τρήμασι στρογγύλοις, ὧν ὁ μὲν ἕτερος ὑπερεχέτω εἰς τὸ ἐκτὸς μέρος τοῦ γλωσσοκόμου κατὰ τὸν ΓΔ ⟨τοῖχον τὸν παρακείμενον⟩ τῷ κοχλίᾳ· ἡ ἄρα ὑπεροχὴ τετραγωνισθεῖσα λαβέτω χειρολάβην τὴν ϟς, δι᾿ ἧς ἐπιλαμβανόμενός τις καὶ ἐπιστρέφων ἐπιστρέψει τὸν κοχλίαν καὶ τὸ ΧΨ τύμπανον, ὥστε καὶ τὸ ΥΦ συμφυὲς αὐτῷ. διὰ δὲ τοῦτο καὶ τὸ παρακείμενον τὸ ΣΤ ἐπιστραφήσεται, καὶ τὸ συμφυὲς αὐτῷ τὸ ΠΡ, καὶ τὸ τούτῳ παρακείμενον τὸ ΞΟ, καὶ τὸ τούτῳ συμφυὲς τὸ ΜΝ, καὶ τὸ τούτῳ παρακείμενον τὸ ΗΘ, ὥστε καὶ ὁ τούτῳ συμφυὴς ἄξων ὁ ΕΖ, περὶ ὃν ἐπειλούμενα τὰ ἐκ τοῦ φορτίου ὅπλα κινήσει τὸ βάρος. ὅτι γὰρ κινήσει, πρόδηλον ἐκ τοῦ προστεθῆναι ἑτέρᾳ δυνάμει ⟨τὴν⟩ τῆς χειρολάβης, ἥτις περιγράφει κύκλον τῆς τοῦ κοχλίου περιμέτρου μείζονα· ἀπεδείχθη γὰρ ὅτι οἱ μείζονες κύκλοι τῶν ἐλασσόνων κατακρατοῦσιν, ὅταν περὶ τὸ αὐτὸ κέντρον κυλίωνται.*

p. 316 *λξ. Ἔστω κοχλίας ἐπί τινων στηματίων κινούμενος ὁ ΑΒ, ᾧ συμφυὲς ἔστω τύμπανον τὸ Δ ὀδόντων ⟨πα⟩. τούτῳ δὲ συμφυὲς ἔστω ⟨τύμπανον τὸ Ε⟩ ὀδόντων ⟨θ⟩. καὶ τούτῳ παράλληλον ἔστω τὸ Ζ ὀδόντων ρ·*

---

1 post *δυνάμει* spatium 7 litterarum *μ⟨. . .⟩αιαιον*: correxi 2 *κατακρατηση* 3 *κοχλίας τῶ ΧΨ τυμπανω εχων* 4 *ἥλικα* 5 *ἐ$\overset{\nu}{\tau}$ας*: correxi 6 *ὃν ὁ* *τὸ εντὸς*: corr: Vi 7 *κατὰ τὴν* 8 *κοχλιη*: correxi; *ὁ ἄρα τόρμος τετραγωνισθεὶς ἐλεύσεται εἰς χειρολαβὴν τὴν* ϙς Vi 8—9 *τετραγωνεῖσθαι αλασσεται*

so wird dieses die (zu bewegende) Last überwältigen und in Zug bringen.

Anstatt eines solchen Zusatzes werde an dieses Zahnrad eine Schnecke angeschoben, deren Windungen zu den Zähnen des Zahnrades passen sollen und das sich in runden Löchern um Zapfen drehen soll, von welchen der eine an der Wand *ΓΔ*, die zu der Schnecke rechtwinklig steht, noch aus dem Kasten herausragen soll. Der vorspringende Teil, welcher quadratischen Querschnitt hat, geht in die Handhabe ϟς über. Setzt man diese an und dreht sie, so dreht man vermittels derselben die Schnecke und das Zahnrad *ΧΨ*, daher auch *ΥΦ*, das mit diesem fest verbunden ist. Aus diesem Grunde wird sich auch das an dieses angeschobene Rad *ΣΤ* drehen und das hiermit festverbundene *ΠΡ*, und das an dieses angeschobene *ΞΟ* und das damit fest verbundene *ΜΝ* und das daran angeschobene *ΗΘ*, daher auch die mit diesem festverbundene Achse *ΕΖ*, um die sich die an der Last befestigten Seile aufrollen und somit die Last bewegen werden. Denn daſs sie sie bewegen werden, ist daraus klar, daſs zu der einen der beiden Kräfte die der Handhabe zugesetzt worden ist, welche einen Kreis beschreibt, der gröſser ist als die Umfangslinie der Schnecke. Es ist nämlich (früher) der Nachweis geliefert worden, daſs die gröſseren Kreise stärker sind als die kleineren, wenn sie sich mit diesen um denselben Mittelpunkt drehen.

XXXV. Es bewege sich in Pfostenlagern die Schraube *ΑΒ*, mit der das Zahnrad *Δ* mit 81 Zähnen verbunden sein soll. Mit diesem sei das Zahnrad *Ε* mit 9 Zähnen verbunden. Diesem sei das Rad *Ζ* mit 100 Zähnen

---

χειρολαβην τὴν ΚΔ 11 *τη ΥΦ* 12 f. *τούτου* 14 *τὸ ΜΗ* 14—15 *τὸ τουτο παρακείμενον καὶ τὸ τοῦτο* *τὸ ΜΗ* 16 *ε* E$\overline{Z}$ (sic): correxi *ἐπελαυνόμενα* 19 *ἡτης περιγραφη* 21 cf. Schmidt ad Heronis Aut. p. 400, 3 23 *κοχλιαι* 23—24 *κινούμενοι ὁ* 24 *ως συμφυες | ἔστω*: correxi *οδοντω*, tum spatium 4 litterarum, tum *τουτο* 26 *καὶ τοῦτο παράλληλοι* συμφυὲς δὲ ἔστω αὐτῷ τὸ Η, ὀδόντων ιη. παρακείσθω fol. 82$^{\text{v}}$ δὲ τὸ Θ ὀδόντων οβ. | ὁμοίως δὲ συμφυὲς ἔστω αὐτῷ τὸ Κ ὀδόντων ιη. ὁμοίως δὲ τὸ Λ ὀδόντων ρ· πρὸς ᾧ ἕτερον ὁμοίως ὀδόντων λ, ἀφ' οὗ μοιρογνωμόνιον ἔστω [τὸ] δηλοῦν τὸ πλῆθος τῶν σταδίων. κατεσκευάσθω δὲ τροχὸς πτερωτὸς ὁ Μ, τὴν περίμετρον ἔχων τὴν ὑπὸ τῶν πτερῶν ⟨...⟩ πάσ⟨σ⟩ων, τετορνευμένος, ἰσοχρόνιος ὢν τῇ νηΐ. ⟨...⟩ σὺν τῷδε καὶ τοῦ αὐτοῦ ἐκφυρομένῳ, ἄξονι τούτῳ τῷ τροχῷ προσειλήφθω ὀδοῦ· ἐᾶν δυνάμενος ἐν μιᾷ ἀποκαταστάσει τοῦ Μ ἕνα ὀδόντα τοῦ Δ πίπτειν. δῆλον οὖν ὅτι τῆς νεὼς ρ μίλια πορευθείσης τὸ Λ τύμπανον μίαν ἀποκατάστασιν ἕξει· ὥστε ἐὰν μὲν εν τις κύκλος περὶ τὸ κέντρον τοῦ Λ διαιρεθῇ εἰς ρ, τὸ μοιρογνωμόνιον τὸ συμφυὲς τῷ Λ, φερόμενον ἐπὶ τοῦ εἰρημένου κύκλου, δηλώσει τὸ καθ' ἕκαστον κίνημα τῆς κινήσεως.

---

1 αὐτὸ 2 αὐτο 3—4 οδοντων ζ προς ω 5 κατασκευάσθω 6 post πτερων spatium 3 litterarum 8 συντω δε 8—9 εκφυρομενω ἄξωνι τούτω τω τροχω 9 οδ8 i. e. ὀδοῦ? haec non extricavi 10 δυναμενος 11 οδοντα τοῦ Λ 13 μὲν εν τις κυκλος: exspectamus γραφεὶς 14—15 τοῦ Λ: corr. Vi 16 scribendum τῆς νεώς; de hoc genere corruptelarum disp. Brinkmannus Mus. Rhen. LVI 72.

◆

parallel, mit ihm fest verbunden sei Η mit 18 Zähnen. Daran sei Θ angeschoben mit 72 Zähnen; mit ihm soll in gleicher Weise Κ verbunden sein mit 18 Zähnen. Ebenso Λ mit 100 Zähnen, [woran in gleicher Weise noch ein anderes mit 30 Zähnen]. An diesem soll ein Zeiger angebracht sein, der die Zahl der Stadien angiebt. Es werde ferner ein Flügelrad Μ hergestellt, deſsen von den Flügeln begrenzter Umfang ⟨..⟩ Schritt betrage; es sei rund gedrechselt und drehe sich ebensoschnell als das Schiff läuft. ⟨....⟩ im Stande ist, bei einer ganzen Umdrehung von Μ einen Zahn von Δ fallen zu lassen. Es ist nun klar, daſs wenn das Schiff 100 Meilen durchlaufen hat, das Zahnrad Λ eine vollständige Umdrehung gemacht haben wird. Wird daher auf dem Deckel des Kastens ein Kreis, der denselben Mittelpunkt mit Λ hat, beschrieben und in 100 Grade geteilt, so wird der Zeiger, der mit Λ fest verbunden ist, dadurch daſs er sich auf dem bezeichneten Kreise dreht, die einzelnen Bewegungen des Schiffes anzeigen.

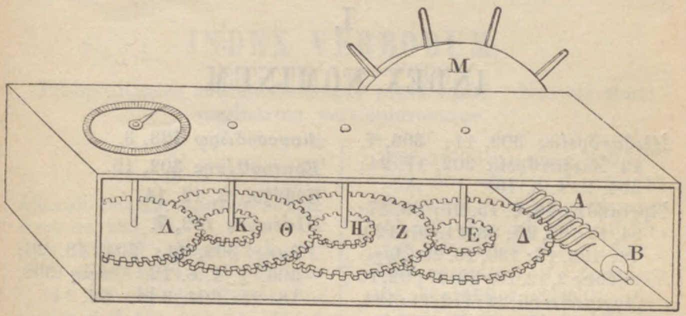


Fig. 116.

◆

I.

INDEX NOMINUM.

II.

INDEX VERBORUM.

Praepositiones coniunctionesque praetermisi. Numeri sunt paginarum versiculorumque.

Addendum.

Hodometri descriptionem (*π. διόπτρας* c. 34) Wilamowitzius (*Griech. Lesebuch* p. 262 sq.) ex parte edidit cum figura emendatiore. Idem p. 294, 13 huius editionis *διατοναίῳ* scribendum, 300, 6 *ὡς ἂν* dittographia natum delendum esse perspexit.