Zu der

öffentlichen Prüfung

der

Schüler der städtischen Realschule,

welche

Montag den 30. und Dienstag den 31. März 1863

Vormittags von 8 Uhr ab

in dem Saale der Anstalt

gehalten werden wird,

ladet

die Beschützer und Freunde des Schulwesens,

sowie die geehrten Eltern und Angehörigen der Schüler

ehrerbietigst und ergebenst ein

der

Director Kreyßig.

Inhalt:

Elbing, 1863.

Druck der Neumann-Hartmann'schen Buchdruckerei (George Felsner).

Nachrichten

über

die städtische Realschule

von Ostern 1862 bis Ostern 1863.

I. Unterricht.

Zweite Elementarklasse.

Ordinarius: Lehrer Abs.

Cursus einjährig. Wöchentlich 26 Stunden.

1. Religion. 2 Stunden wöchentlich. Ausgewählte Erzählungen der biblischen Geschichte des A. T. nach Preuß. Einige dahin passende Sprüche und Liederverse wurden durch Vor- und Nachsprechen auswendig gelernt. Bellgardt.

2. Anschauungs-, Denk- und Sprechübungen. 6 St. w. Zuerst allgemeine Uebungen nach den ersten Heften vom „Schulmeister des 19. Jahrhunderts"; dann besondere zur Vorbereitung des Unterrichts in der Naturgeschichte und Geographie nach Wrage. Abs.

3. Schreiben. }
4. Lesen. } 10 St. w.

Nach hinreichenden Lautirübungen im Kopfe lernten die Kinder die kleinen **geschriebenen** lateinischen Lautzeichen kennen, stellten sie zu Wörtern zusammen, welche erst lautirt, bald auch langsam gelesen wurden. Darauf folgte das Schreiben der Buchstaben, jedoch mit Beibehaltung des Lautes. Zuerst lernten sie die kleinen Lautzeichen, dann die großen, wurden dann mit den kleinen **gedruckten** lateinischen Lautzeichen bekannt gemacht, und verbanden letztere, welche auf Brettchen geklebt sind, gleichfalls zu Wörtern, lautirten sie und schrieben sie auf. Den lateinischen Lautzeichen folgten die deutschen; den kleinen die großen; die geschriebenen den gedruckten. Lesen und Schreiben kleiner Sätze, welche sylben-, wort- und satzweise geübt wurden. Lautiren und Lesen in der „Deutschen Fibel" von H. Abs. Abs.

5. Rechnen. 6 St. w. Die Zahlgrößen von 1—50 allseitig betrachtet und angewandt nach Scholz und Grube. Bellgardt.

6. Singen. 2 St. w. Vor- und Nachsingen leichter Lieder, deren Text zugleich dem Gedächtniß eingeprägt wurde. Die diatonische Durtonleiter. Bezeichnung derselben durch Ziffern. Stufenweise Treffübungen, zuerst innerhalb einer Octave, dann über dieselbe hinaus. Abs.

Erste Elementarklasse.

Ordinarius: Lehrer Fischer.

Cursus einjährig. Wöchentlich 26 Stunden.

1. Religion. 2 St. w. Ausgewählte Erzählungen der biblischen Geschichte des N. T. nach Woike. Dabei wurden passende Sprüche und Liederverse, die 10 Gebote und das Vater-Unser nach kurzer Erklärung des Wortsinnes dem Gedächtniß eingeprägt. Fischer.

2. Anschauungs-, Denk- und Sprechübungen. 6 St. w. Davon 2 St. Vorübungen für den Unterricht in der Naturgeschichte und Geographie. 2 St. Sprechübungen als vorbereitender Unterricht in der deutschen Sprache; Kenntniß der verschiedenen Wortarten im Allgemeinen; Declination des Substantivs und Adjectivs; die Präposition mit ihrer Rection. 2 St. zur Vorbereitung des Unterrichts in der Formenlehre. Fischer.

3. Lesen. 6 St. w. Lesestücke aus Preuß zuerst im Chor nach wechselnden, vom Lehrer angegebenen Tönen eingeübt, dann vom Lehrer satzweise dem Sinne gemäß vorgelesen und von den Schülern im Chor und einzeln wiederholt, öfters auch dem Inhalt nach besprochen. Angemessene Stücke wurden wöchentlich auswendig gelernt, declamirt und zu Hause abgeschrieben. Abs.

4. Rechnen. 6 St. w. Fortschreitende Uebung der 4 Species in unbenannten und benannten Zahlen, im Kopfe und schriftlich, nach Grube. Fischer.

5. Schreiben. 4 St. w. Davon 2 St. Schönschreiben. Buchstaben und Wörter in deutscher und lateinischer Schrift nach Vorschriften an der Tafel und im Schönschreibeheft. 2 St. Dictando- und Abschreibeübungen als vorbereitender Unterricht in der Orthographie. Bellgardt.

6. Singen. 2 St. w. Einübung einstimmiger Lieder durch Vor- und Nachsingen. Treffübungen nach Ziffern, zuerst innerhalb einer Octave, dann über dieselbe hinaus. Abs.

Sechste Klasse.

Ordinarius: Lehrer Genrich.

Cursus einjährig. Wöchentlich 32 Stunden.

1. Religion. 2 St. w. Biblische Geschichte des A. T. bis zur Theilung des Reichs mit Berücksichtigung dessen, was aus der Geographie zum Verständniß nöthig ist. Die zehn Gebote mit und die drei Artikel ohne Erklärung. Sprüche, Lieder und Gebete wurden auswendig gelernt. Fischer.

2. Deutsch. 4 St. w. — Lesen 2 St. w. Lesen in Bach's Lesebuch, Th. 1, Abth. 1.

Größtentheils wurden die Stücke vom Lehrer erst vorgelesen, dann satzweise besprochen und nach Angabe des richtigen Tons von den Schülern im Chor und einzeln wiederholt. Neumann. Deklamation 1 St. w. Durchgenommene poetische Musterstücke wurden auswendig gelernt, in der Schule chorweise und einzeln mit Beobachtung des Ausdrucks gesprochen und deklamirt. Orthographie 1 St. w. Bellgardt.

3. Latein. 8 St. w. Der einfache Satz: das Substantiv als Subject und Prädicat, das prädicative Adjectiv, das Epitheton, die Apposition, das Adverbium, der attributive Genitiv, die nähern und entferntern Objecte, das Hilfsverbum sum, die Personalpronomina. Die fünf Declinationen, der Indicativus Activi der 4 Conjugationen. Nach Dünnebier Elementarbuch der lateinischen Sprache, Th. 1, §. 1—102. Genrich.

4. Geographie. 2 St. w. Zusammenfassende Wiederholung der Elemente der Geographie. Umgegend Elbings. Die Provinz Preußen. Grundzüge der gesammten topischen Geographie, mit besonderer Berücksichtigung Deutschlands. Die Länder der geschichtlichen Völker nach ihren Gränzen und vornehmsten Städten. Bellgardt.

5. Geschichte. 2 St. w. Griechische Sagen und Geschichte des jüdischen Volkes bis zum babylonischen Exil. Bellgardt.

6. Rechnen. 6 St. w. Die 4 Species in größern unbenannten und benannten Zahlen. Anwendung auf Münze, Maaß, Gewicht. Genrich.

7. Naturgeschichte. 2 St. w. Im Sommer wurden Pflanzen beschrieben in einer Reihenfolge, welche ihre Haupttheile nach und nach zur Anschauung brachte; im Winter einheimische Thiere. Beides möglichst nach der Natur oder nach guten Abbildungen. Neumann.

8. Schönschreiben. 2 St. w. Wiederholung und Weiterführung der stufenweise geordneten Uebungen im Schönschreiben einzelner Buchstaben, Sylben, Wörter, nach Vorschriften an der Wandtafel. Fischer.

9. Zeichnen. 2 St. w. Zeichnen einzelner Linien, sowie gefällige Zusammenstellung von Linien. Theils nach Vorzeichnungen an der Wandtafel, theils nach den Zeichenheften von C. Meyer und C. Kühn. Fischer.

10. Singen. 2 St. w. Kenntniß der Noten. Tact- und Treffübungen nach Thomaszik'scher Methode. Daneben 6 Choralmelodieen, Volks- und andere Lieder, ein- und zweistimmig zum Auswendigsingen eingeübt. Fischer.

Fünfte Klasse.

Ordinarius: Lehrer Neumann.

Cursus einjährig. Wöchentlich 32 Stunden.

1. Religion. 2 St. w. Biblische Geschichte des N. T. Die zehn Gebote und die drei Artikel mit Erklärung. Sprüche, Lieder und Gebete wurden auswendig gelernt. Fischer.

2. Deutsch. 3 St. w. 1 St. Deklamiren. 2 St. Lesen und Orthographie. Neumann.

3. Latein. 6 St. w. Regelmäßige Flexionslehre und Lehre vom einfachen Satze und seinen Erweiterungen, entwickelt an den Beispielen aus Dünnebier Th. 1, §. 86—140. Seit

December 2 St. wöchentlich Lectüre von Henneberger, lateinisches Lesebuch. Wöchentliche Exercitien. Genrich.

4. Französisch. 5 St. w. Regelmäßige Flexionslehre, nach Plötz' Elementarbuch. Bellgardt.

5. Geographie. 1 St. w. Die Beschreibung der Meere und ihrer Theile und der Inseln. Neumann.

6. Geschichte. 2 St. w. Griechische Geschichte bis zum Tode Alexanders des Großen. Bellgardt.

7. Rechnen. 5 St. w. Bruchrechnen. Die 4 Species in reinen und benannten Zahlen nach Grube. Preisberechnungen. Neumann.

8. Naturgeschichte. 2 St. w. Im Sommer Botanik: Terminologie und Organographie, an den gewöhnlichen einheimischen Pflanzen erläutert. Im Winter Zoologie: An den Repräsentanten der Wirbelthiere aus der Sammlung wurde das Wichtigste aus der Organographie demonstrirt. Dabei wurde besonders die Auffassung der gleichartigen und der unterscheidenden Merkmale erstrebt. Schriftliche Aufzeichnung des Gesehenen. Dr. Schultze I.

9. Schönschreiben. 2 St. w. Wiederholung und Weiterführung der Uebungen im Schönschreiben einzelner Buchstaben, Sylben und Wörter, nach Vorschriften an der Wandtafel. Neumann.

10. Zeichnen. 2 St. w. Uebungen nach Vorzeichnungen. Fischer.

11. Singen. 2 St. w. Vollständiger Cursus der für den mehrstimmigen Gesang nothwendigen Vorkenntnisse. Bildung und Einübung der Kreuz-Tonarten. Einübung zweistimmiger Lieder und Choräle nach Noten. Fischer.

Vierte Klasse.

Die Klasse ist für den lateinischen und französischen Unterricht, sowie für die Verwaltung der Ordinariats-Geschäfte in zwei Parallel-Cötus getheilt.
Ordinarius von IVa. Dr. Dorr. IVb. Dr. Ohlert.
Cursus einjährig. Wöchentlich 34 Stunden.

1. Religion. 2 St. w. Erklärung der sieben ersten Gebote. Der Katechismus vom zweiten bis zum fünften Hauptstück, sowie bezügliche Bibelsprüche, Liederverse und einzelne Lieder aus dem evangelischen Kirchengesangbuche wurden auswendig gelernt. Uebung im Aufschlagen von Stellen der heiligen Schrift. Prediger Wolsborn.

2. Deutsch. 5 St. w. Aufsätze: Reproduction von Erzählungen und Beschreibungen. Lesen: Bach, Lesebuch Th. 3. Deklamiren. Genrich. — 2 St. Grammatik: Die Lehre vom einfachen und zusammengesetzten Satze mit beständiger Berücksichtigung des Lateinischen. Der Director.

3. Latein. 4 St. w. Vollendung der Formenlehre und der Lehre vom einfachen, erweiterten Satze, nach Dünnebier Th. 2. Wöchentliche Exercitien. In IVa. Dr. Dorr, in IVb. Dr. Schultze II.

4. Französisch. 5 St. w. Regelmäßige Flexionslehre nach Plötz' Elementarbuch, Cursus I, par. 41 bis zu Ende. Wöchentliche Exercitien. Extemporalien. Mündliche Uebungen. In IVa. Dr. Dorr, in IVb. Dr. Schultze II.

5. Geographie. 2 St. w. Kurze Wiederholung des Pensums der vorigen Klasse. Die außereuropäischen Flüsse und Gebirge. Beschreibung der europäischen Küsten. Anleitung zum Kartenzeichnen. Dr. Friedländer.

6. Geschichte. 2 St. w. Römische Geschichte bis zum Ende der punischen Kriege. Dr. Dorr.

7. Mathematik. 6 St. w. Davon 3 St. Rechnen. Feststellung des Bruchrechnens. Regula de tri. Zinsrechnung und zusammengesetzter Dreisatz. Neumann. 3 St. Geometrie. Eigenschaften der Linien, Winkel und Dreiecke, nach Richter's Lehrbuch der Planimetrie, Abschnitt 1, 2, 3, 4. Dr. Ohlert.

8. Naturgeschichte. 2 St. w. Im Sommer Botanik; Beschreibung einheimischer Pflanzen, wobei die wichtigsten und besonders charakteristischen Pflanzenformen durch lebende Exemplare zur Kenntniß der Schüler gebracht wurden; das Linné'sche System. Im Winter Classification und Beschreibung der Wirbelthiere. Dr. Schultze I.

9. Schönschreiben. 2 St. w. Wiederholung und Weiterführung der Uebungen im Schönschreiben einzelner Buchstaben, Sylben und Wörter, nach Vorschriften an der Wandtafel. Schilling.

10. Singen. 2 St. w. Bildung und Einübung der B-Tonarten. 8 neue Choräle. Einübung dreistimmiger Volkslieder. Schilling.

11. Zeichnen. 2 St. w. Uebungen nach Vorzeichnungen. Fischer.

Dritte Klasse.

Die Klasse ist für den lateinischen, französischen und englischen Unterricht, sowie für die Verwaltung der Ordinariats-Geschäfte in zwei Parallel-Cötus getheilt.

Ordinarius von IIIa. Oberlehrer Schilling, von IIIb. Dr. Schultze II.

Cursus einjährig. Wöchentlich 34 Stunden.

1. Religion. 2 St. w. Erklärung des zweiten Hauptstückes. Bezügliche Bibelsprüche und Lieder erläutert und auswendig gelernt und die Apostelgeschichte gelesen. Bibellesen mit Uebungen im Aufschlagen verbunden. Prediger Wolsborn.

2. Deutsch. 2 St. w. Davon 1 St. Deklamiren. 1 St. Metrik und Aufsätze: Erzählungen und Beschreibungen. Dr. Büttner.

3. Latein. 6 St. w. Davon 4 St. Repetition der unregelmäßigen Verba; die syntaktischen Verhältnisse des Nomens nach dem dritten Cursus des Elementarbuchs von Dünnebier und die dazu gehörenden Uebungsstücke. Extemporalien. — 2 St. Lectüre in Weller's lateinischem Lesebuche aus Livius. In IIIa. Dr. Dorr 4 St., Dr. Schultze II. 2 St.; in IIIb. Dr. Schultze II. 6 St.

4. Französisch. 4 St. w. Repetition der Formenlehre und Abschluß derselben. Durch-

arbeitung von Plötz' Schulgrammatik Cursus II. Lection 1—36. Mündliche Uebungen, Exercitien, Extemporalien. — Lectüre von Fénelon: Les aventures de Télémaque. In IIIa. Oberlehrer Schilling, in IIIb. Dr. Schultze II.

5. Englisch. 4 St. w. Schifflin I. Cursus. Uebungsstücke englisch-deutsch und deutsch-englisch, 1—60. Orthoepie und Etymologie. Vicar of Wakefield, Chapt. 1—4. In IIIa. und in IIIb. Oberlehrer Schilling.

6. Geographie. 2 St. w. Politische Geographie von Europa, angeknüpft an die orographischen und hydrographischen Verhältnisse des Welttheils. Dr. Büttner.

7. Geschichte. 3 St. w. Repetition der alten Geschichte. Deutsche Geschichte mit Hinblick auf die übrigen Völker Europas und mit besonderer Berücksichtigung Preußens. Dr. Büttner.

8. Mathematik. 5 St. w. Davon 2 St. Rechnen. Zins- und Gesellschaftsrechnung. Kaufmännisches Rechnen. Neumann. — 3 St. w. Geometrie. Eigenschaften des Vierecks. Gleichheit der Parallelogramme und Dreiecke. Der Pythagoräische Lehrsatz und die von ihm abhängigen Sätze. Verwandlung und Theilung der Figuren. Der Kreis. (Richter's Lehrbuch, Abschn. 5, 6, 7.) Decimalbrüche. Dr. Ohlert.

9. Naturgeschichte. 2 St. w. Im Sommer: Pflanzenfamilien des natürlichen Systems, Beschreibung der technisch wichtigsten exotischen Gewächse und der einheimischen Culturpflanzen. Im Winter: Classification und Beschreibung der Gliederthiere und Schleimthiere. Dr. Schultze I.

10. Zeichnen. 2 St. w. Uebungen nach Vorzeichnungen, besonders Arabesken. Dann Naturzeichnen nach aufgestellten Körpern. Müller.

11. Singen. 2 St. w. Zwei-, drei- und vierstimmige Lieder und Choräle, combinirt mit I, IIa. und IIb. Schilling.

Zweite Klasse.

Zweite Abtheilung.

Ordinarius: Dr. Büttner.

Cursus einjährig. Wöchentlich 35 Stunden.

1. Religion. 2 St. w. Einleitung in die Urkunden der göttlichen Offenbarung in der heiligen Schrift, verbunden mit theilweiser Lesung derselben und mit Memoriren wichtigerer Stellen. Monatlich ein Lied gelernt. Ausarbeitung gehörter Predigten. Prediger Wolsborn.

2. Deutsch. 2 St. w. Uebungen im Disponiren. Aufsätze. Lectüre. Deklamation und Uebungen im freien Vortrag. Dr. Friedländer.

3. Latein. 6 St. w. Lectüre in Ellendt's Materialien p. 139—151, 1—15, 46—63. Casuslehre nach Putsche. Exercitien und Extemporalien. Dr. Dorr.

4. Französisch. 4 St. w. Davon 2 St. Plötz, Cursus II. 2 St. Lectüre aus Herrig & Burguy: La France Littéraire. L'Abbé de l'Epée p. Bouilly. Dr. Friedländer.

5. Englisch. 3 St. w. Schifflin II. Curs. Uebungsstücke, englisch-deutsch und deutsch-

englisch. Vicar of Wakefield Chapt. 6—20. Extemporalien. Memoriren von Gedichten. Wiederholung der Etymologie und der Hauptregeln der Syntax nach Schillings Leitfaden. Schilling.

6. Geographie. 2 St. w. Politische Geographie von Europa, und specielle Beschreibung der Oberflächengestalt der großen Halbinseln und der brittischen Inseln. Dr. Büttner.

7. Geschichte. 3 St. w. Alte Geschichte. Dr. Büttner.

8. Mathematik. 5 St. w. Geometrie 2 St. w. Wiederholung und Erweiterung der Lehre vom Kreise. Die Aehnlichkeit der Figuren. Theilung der Kreislinie. Berechnung ebener Figuren einschließlich des Kreises. (Richter's Lehrbuch 7. 8. 9. Abschnitt.) — Arithmetik 2 St. w. Buchstabenrechnung. Potenzen, positive und negative. Proportionen. Gleichungen des ersten und zweiten Grades. (Richter's Lehrbuch der Arithmethik für die mittleren Klassen höherer Lehranstalten.) — 1 St. w. Praktisches Rechnen. Decimalbrüche. Theilbarkeit der Zahlen. Rechnungen des gemeinen Lebens in ihrer Begründung durch die Proportionslehre. Ausziehung der Quadratwurzel. Dr. Ohlert.

9. Physik. 2 St. w. Allgemeine Eigenschaften der Körper. Statik der festen und flüssigen Körper. Lehre vom Licht, verbunden mit erläuternden Experimenten. Physikalische Aufgaben. Dr. Schultze I.

10. Naturgeschichte. 2 St. w. Im Sommer Anatomie, Physiologie und Geographie der Pflanzen, verbunden mit mikroskopischen Demonstrationen. Im Winter das Wichtigste aus der Anatomie und Physiologie der Thiere, mit besonderer Berücksichtigung des Menschen. Dr. Schultze I.

11. Zeichnen. 2 St. w. Uebungen nach Vorzeichnungen mit Schatten. Naturzeichnen nach aufgestellten unregelmäßigen Körpern und verschiedenen Geräthschaften mit Schattirung. Uebungen nach Vorzeichnungen von Arabesken und Landschaften. Müller.

12. Singen. 2 St. w. Combinirt mit III, II a. und I. Schilling.

Zweite Klasse.

Erste Abtheilung.

Ordinarius: Dr. Friedländer.

Cursus einjährig. Wöchentlich 35 Stunden.

1. Religion. 2 St. w. Die Kirchengeschichte bis auf Karl d. Gr. Die Bergpredigt erklärt und auswendig gelernt. Vierteljährlich wurde eine gehörte Predigt eingereicht und monatlich ein Lied gelernt. Prediger Wolsborn.

2. Deutsch. 2 St. w. Aufsätze, Disponirübungen, Lectüre Schillerscher und Goethescher Dramen und Gedichte. Uebungen im Deklamiren und im freien Vortrage. Dr. Friedländer.

3. Latein. 6 St. w. 3 St. Grammatik, Syntax des Adjectivs, Pronoms und Verbums nach Putsche und Moiszisztig. Exercitien und Extemporalien. 2 St. Sallust. 1 St. Ovid. Dr. Friedländer.

4. Französisch. 4 St. w. Davon 2 St. Syntax des Artikels, des Nomens, Adjectivs und Pronomens nach Borel, Grammaire française. Exercitien. Extemporalien. — 2 St. Lectüre: Stücke aus Herrig und Burguy: la France litteraire. Dr. Friedländer.

5. Englisch. 3 St. w. Vicar of Wakefield. Sketch-Book of Washington Irving. Wiederholung der Syntax, Exercitien, Extemporalien, Memoriren von Gedichten. Vorübungen zu freien Arbeiten. Oberlehrer Schilling.

6. Geographie. 1 St. w. Mathematische und physische Geographie; Gliederung der Erdoberfläche; die plastischen Bodenverhältnisse und die Hydrographie. Vulcanische Erscheinungen. Das Erdinnere. Bildung der Erde. Das Meer; seine Beschaffenheit und seine Bewegung. Vertheilung der Wärme auf der Erde. Der Luftkreis. Erdmagnetismus. Geographie der Organismen. Dr. Schultze I.

7. Geschichte. 3 St. w. Geschichte des Mittelalters. Dr. Büttner.

8. Mathematik. 5 St. w. Davon Geometrie 3 St. w. Schwierigere planimetrische Aufgaben. Rechnende Geometrie. Trigonometrie. — Arithmetik 2 St. w. Quadratische Gleichungen mit mehrern unbekannten Größen. Die Lehre von den Wurzeln und Bruchpotenzen. Ausziehung der Kubikwurzel. Die Logarithmen und logarithmische Gleichungen. Die geometrische Reihe und ihre Anwendung auf die Zinseszinsrechnung. Die einfachen und höhern arithmetischen Reihen. Dr. Ohlert.

9. Physik. 2 St. w. Hydrostatik, Hydrodynamik, Optik. Dr. Schultze I.

10. Chemie. 1 St. w. Anfangsgründe; Stöchiometrie. Das Wichtigste aus den andern Abschnitten der Chemie. Experimente erläutern den Vortrag. Uebung in stöchiometrischen Berechnungen. Dr. Schultze I.

11. Naturgeschichte. 3 St. w. Oryktognosie u. Geognosie. Repetitionen. Dr. Schultze I.

12. Zeichnen. 2 St. w. Fortsetzung der Uebungen in IIb. Müller.

13. Singen. 2 St. w. Siehe III.

Erste Klasse.

Ordinarius: Director Kreyßig.

Cursus zweijährig. Wöchentlich 35 Stunden.

1. Religion. 2 St. w. Die Geschichte der christlichen Kirche von Karl d. Gr. bis zum westphälischen Frieden. Die Briefe Pauli an die Römer, Galater, Corinther wurden gelesen und erklärt. Wiederholung der alten und neuesten Kirchengeschichte, der Glaubens- und Sittenlehre und der gelernten Lieder. Prediger Wolsborn.

2. Deutsch. 4 St. w. Literaturgeschichte von Lessing bis zum Tode Schillers. Charakteristische Proben aus den Hauptwerken wurden gelesen, erklärt und zum Theil auswendig gelernt. Zugleich wurden an diesen Beispielen die Unterschiede und Eigenthümlichkeiten der Dichtungs- und Versarten anschaulich gemacht. Freie Vorträge, Disponirübungen, Aufsätze. Behandelte Themen: 1. Ueber Auswanderung. 2. Ueber die Tragödie. (Angeknüpft an den Vortrag über Lessing und die eigne Lectüre der Schüler.) 3. Character und Lebensansichten des Horaz, nach seinen in der Klasse gelesenen Gedichten. 4. Ueber die ungleiche Vertheilung der Glücksgüter. 5. Die beiden ersten Perioden der Goetheschen Dichtung, nach dem Vortrage in der Klasse und eigner Lectüre.

6. Die sogen. preußische Dichterschule. 7. Gegenstand, Umfang und Abgrenzung der Naturwissenschaften. (Nach dem in der Klasse gelesenen Discours préliminaire etc. von d'Alembert.) 8. Wir lernen die Menschen nicht kennen, wenn sie zu uns kommen; wir müssen zu ihnen gehen, um zu erfahren, was sie sind. Der Director.

3. Latein. 3 St. w. Ausgewählte Oden, Epoden, Satiren und Episteln v. Horaz; Tacit. Annal. lib. I. Der Director.

4. Französisch. 4 St. w. Literaturgeschichte des 19. Jahrhunderts. Lectüre von Musterstücken aus Herrig: la France littéraire. Die literarhistorischen Erörterungen knüpfen sich an Retroversionen aus Kreyßig's französischer Literaturgeschichte. Vollendung der Syntax nach Borel. Exercitien. Wöchentliche Extemporalien, welche nach deutschem Dictat sofort französisch niedergeschrieben wurden. Freie, durchweg an die Privatlectüre sich anschließende Aufsätze. Es wurden Arbeiten über die nachfolgenden Themen eingereicht: Marius et Sylla; Influence de la France en Europe au 17ième et au 18ième siècle; Sur les changemens que le quinzième siècle a opérés dans la situation politique, intellectuelle et morale de l'Europe; Changemens introduits dans la société européenne par l'invasion des Germains; La situation politique de la France avant la révolution; César et Pompée; Clovis, roi de France; La catastrophe de Robespierre; Le mouvement religieux du quinzième siècle; Le gouvernement de Charles premier d'Angleterre, depuis la dissolution du 3ième parlement jusqu' à la convocation du long parlement; Pourquoi le coup d'état du 18. Brumaire devait il réussir? Der Unterricht wurde meistens in französischer Sprache ertheilt. Der Director.

5. Englisch. 3 St. w. Lectüre: Herrig's Anthologie, Shakespeare's Julius Caesar, Richard II. Sprechübungen. Umriß der Literaturgeschichte. Extemporalien und freie Aufsätze. Behandelte Themen: 1. The third punic war. 2. Regulus sent to Rome to exchange prisoners. 3. The destruction of Troy. 4. John Godfroy Herder. 5. Charles the great. 6. The restauration of the Stuarts. 7. Frederic the great as warrior. 8. The expulsion of the long Parliament. 9. Macbeth. 10. William the conqueror. 11. The government of Elizabeth. 12. The American Union and the Confederates. — Der Unterricht wurde in englischer Sprache ertheilt. Oberlehrer Schilling.

6. Geschichte. 3 St. w. Allgemeine europäische Geschichte seit der Mitte des 17. Jahrhunderts. Dr. Büttner.

7. Geographie. 2 St. w. Die statistischen Verhältnisse Spaniens, Portugals, Italiens und der Vereinigten Staaten, verglichen mit denen der bedeutendern Ländern Europas, besonders Preußens. Dr. Büttner.

8. Mathematik. 5 St. w. Ebene und sphärische Trigonometrie. Analytische Geometrie. Combinationslehre. Der binomische Lehrsatz. Kettenbrüche. Methode der unbestimmten Coëfficienten und deren Anwendung auf die Entwickelung der logarithmischen und trigonometrischen Functionen. Dr. Ohlert.

9. Physik. 3 St. w. Hydrostatik; Hydrodynamik. Optik. Uebung im Lösen physikalischer und mechanischer Aufgaben. Dr. Schultze I.

10. Chemie. 2 St. w. Repetition der Stöchiometrie. Das Wichtigste aus den andern Abschnitten der Chemie. Dr. Schultze I.

11. Zeichnen. 2 St. w. Uebungen nach Vorzeichnungen. Müller.

12. Singen. 2 St. w. Siehe III.

Der Religionsunterricht der katholischen Schüler wurde durch den Kaplan Herrn Breyer geleitet.

II. Verfügungen und Mittheilungen der Behörden.

1. Vom 18. März 1862. Das Königl. Provinzial-Schulcollegium theilt die Verfügung des Herrn Cultus-Ministers vom 4. d. M. mit, nach welcher auch die Realschulen, ebenso wie bisher die Gymnasien, ermächtigt werden, talentlose oder unfleißige Schüler, welche nach zweijährigem Besuche einer der 4 untern Klassen zur Versetzung nicht reif sind, durch einstimmigen Beschluß des Lehrercollegiums zu entfernen.

2. Vom 28. März. Der Magistrat fordert den Bericht des Directors über die Organisation des Singunterrichts ein.

3. Vom 29. März. Das Königl. Provinzial-Schulcollegium übersendet den Erlaß des Herrn Ministers des Innern, von Jagow Exc., das wünschenswerthe Verhalten der Staatsbeamten bei den bevorstehenden Abgeordnetenwahlen betreffend.

4. Vom 19. April. Das Königl. Provinzial-Schulcollegium bestätigt den vom Director eingesandten Lehrplan.

5. Vom 20. April. Der Magistrat zeigt an, daß das Königl. Provinzial-Schulcollegium die provisorische Anstellung des Herrn Dr. Dorr als wissenschaftlichen Hülfslehrers genehmigt hat.

6. Vom 29. April. Der Magistrat giebt dem Director Nachricht von der erfolgten Wahl
des Herrn Schilling zum 2. Oberlehrer,
" " Dr. Ohlert zum 3. Oberlehrer,
" " Dr. Friedländer zum 1. ordentlichen Lehrer,
" " Dr. C. Schultze (I.) zum 2. ordentlichen Lehrer,
" " Dr. M. Schultze (II.) zum 3. ordentlichen Lehrer,
" " Dr. Dorr zum provisorischen Verwalter der neu-fundirten wissenschaftlichen Hülfslehrerstelle.

7. Vom 29. April. Der Magistrat zeigt an, daß Herr Prediger Dr. Lentz sich freundlich bereit erklärt hat, den Religionsunterricht bis zur Neubesetzung der Religionslehrerstelle noch weiter zu ertheilen.

8. Vom 3. Mai. Der Magistrat erklärt sich mit der vom Director vorgeschlagenen Einrichtung des Singunterrichts einverstanden.

9. Vom 29. Mai. Der Magistrat beauftragt den Director mit der Vereidigung des Herrn Dr. Dorr.

10. Vom 5. Juni. Der Magistrat theilt mit, daß das bisher zum Winterturnen benutzte Lokal auch für den Winter 1862—63 gemiethet ist.

11. Vom 11. Juni. Das Königl. Provinzial-Schulcollegium bewilligt dem Oberlehrer Herrn Dr. Büttner einen Reiseurlaub.

12. Vom 13. Juni. Das Königl. Provinzial-Schulcollegium übersendet Abschrift der Ministerialverfügung vom 26. Mai d. J., betreffend die Theilnahme von Lehrern am Unterrichte der Königl. Central-Turnanstalt.

13. Vom 13. Juni. Das Königl. Provinzial-Schulcollegium übersendet Abschrift des Urtheils der wissenschaftlichen Prüfungscommission über die Abiturientenarbeiten d. J.

14. Vom 14. Juni. Das Königl. Provinzial-Schulcollegium empfiehlt die von Dr. Göbel herausgegebene „Bibliothek gediegener und interessanter französischer Werke".

15. Vom 27. Juni. Das Königl. Provinzial-Schulcollegium verfügt die Einsendung von drei Programmen mehr als bis dahin eingesandt wurden.

16. Vom 27. Juni. Der Magistrat beauftragt den Director mit der Vereidigung des definitiv angestellten Herrn Dr. E. Schultze (I).

17. Vom 2. Juli. Das Königl. Provinzial-Schulcollegium übersendet den dem Lehrer Herrn Neumann ertheilten Reiseurlaub.

18. Vom 7. Juli. Der Magistrat fordert das Gutachten des Directors über die Dimensionen der zu erbauenden Turnhalle ein.

19. Vom 21. Juli. Das Königl. Provinzial-Schulcollegium macht auf das am 3. Februar 1862 erlassene Regulativ über Portofreiheit in Dienstsachen aufmerksam.

20. Vom 29. Juli. Das Königl. Provinzial-Schulcollegium verfügt die Erwähnung des den katholischen Schülern ertheilten Religionsunterrichts im Programme.

21. Vom 9. August. Das Königl. Provinzial-Schulcollegium fordert das Gutachten des Directors über Einführung des stenographischen Unterrichts.

22. Vom 21. August. Das Königl. Provinzial-Schulcollegium verfügt eine weitere Vermehrung der einzusendenden Programme um zwei.

23. Vom 22. August. Der Magistrat zeigt an, daß Herr Prediger Wolsborn zum Religionslehrer der Anstalt erwählt worden ist.

24. Vom 28. August. Die Anzahl der einzusendenden Programme wird abermals um eins erhöht.

25. Vom 9. September. Der Magistrat bewilligt 20 Thaler für die Feier des Turnfestes.

26. Vom 20. October. Das Königl. Provinzial-Schulcollegium empfiehlt das im Verlage von Seehagen in Berlin erschienene Werk: Preußen unter den Regenten aus dem Hause Hohenzollern.

27. Vom 21. October. Das Königl. Provinzial-Schulcollegium empfiehlt die „Anleitung zur Einrichtung von Turnanstalten, von W. Angerstein".

28. Vom 8. November. Fernere Vermehrung der einzusendenden Programme um eines wird verfügt.

29. Vom 17. November. Das Königl. Provinzial-Schulcollegium sendet Abschrift der Ministerial-Verfügung vom 31. October 1862 ein, durch welche die von höhern Lehranstalten aus zum einjährigen Freiwilligendienste sich meldenden jungen Leute der Beibringung eines obrigkeitlichen (polizeilichen) Führungsattestes fortan enthoben werden.

30. Vom 29. November. Das Königl. Provinzial-Schulcollegium verfügt, daß die Weinachtsferien dießmal vom 20. December bis zum 5. Januar dauern sollen.

31. Vom 1. December. Der Magistrat fordert das Gutachten des Directors über einen von Herrn Dr. Friedländer erbetenen Reiseurlaub ein.

32. Vom 1. December. Anweisung des Magistrats über die den Eltern mehrerer, die Realschule gleichzeitig besuchender Söhne zu bewilligenden Schulgeldserleichterungen: der dritte Sohn zahlt halbes Schulgeld, die folgenden sind frei. Kinder derselben Eltern, welche gleichzeitig andere städtische Lehranstalten besuchen, werden nicht mitgerechnet.

33. Vom 2. December. Abermalige Vermehrung der einzusendenden Programme um eins.

34. Vom 8. December. Es ist von den Militair-Behörden bemerkt worden, daß die auf höhern Schulen gebildeten Officieraspiranten häufig mangelhafte geographische Kenntnisse mitbringen. Das Königl. Provinzial-Schulcollegium fordert die Directoren der Realschulen auf, diesem Uebelstande abzuhelfen, insoweit dieß ohne Abänderung des Normal-Lehrplanes (welcher für die Geographie in den obern Klassen eine wöchentliche Lehrstunde aussetzt) möglich sein dürfte.

35. Vom 19. December. Zur Einführung des neugewählten Schulvorstehers, Herrn Damus, wird auf den 3. Januar 1863 Termin angesetzt.

36. Vom 2. Januar 1863. Der Magistrat zeigt an, daß die Herren Stadtverordneten auf seinen Antrag den Lehrern Herren Abs und Fischer Zulagen von je 50 Thalern vom 1. Januar ab bewilligt haben.

37. Vom 12. Januar. Unter Mittheilung des Ministerialrescripts vom 2. Januar 1863, welches den Provinzial-Schulcollegien die selbstständige Besetzung der Lehrerstellen an höhern Lehranstalten, mit Ausnahme der Director- und Oberlehrerstellen überträgt, verfügt das Königl. Provinzial-Schulcollegium sofortige Anzeige von jeder Erledigung einer Stelle.

38. Vom 13. Januar. Der Magistrat übersendet Abschrift des Etats der Realschule pro 1863.

39. Vom 1. Februar. Das Königl. Provinzial-Schulcollegium empfiehlt das jetzt mit dem 3. Bande vollendete Lehrbuch der Erdkunde, von Dr. v. Klöden.

40. Vom 2. Februar. Der Magistrat verfügt, daß hiesige schulpflichtige Kinder nur gegen Beibringung eines Anmeldescheins von einer andern Schule zu entlassen sind.

41. Vom 7. Februar. Das Königl. Provinzial-Schulcollegium verfügt die Feier des 15. Februar und des 17. März d. J., als vaterländischer Erinnerungstage.

42. Vom 10. Februar. Der Magistrat überträgt dem Herrn Oberlehrer Schilling die fernere Leitung des Gesangunterrichts der obern Klassen, von Ostern 1863 bis dahin 1864.

43. Vom 17. Februar. Der Magistrat zeigt an, daß Herr Kaufmann Petzel auf fernere 6 Jahre zum rechnungsführenden Vorsteher der Realschule erwählt worden ist.

44. Vom 20. Februar. Der Magistrat fordert vom Director Vorschläge über Beschaffung eines anderweitigen Turnlokals ein, da das bisher benutzte durch den Eigenthümer gekündigt worden ist.

45. Vom 28. Februar. Das Königl. Provinzial-Schulcollegium verfügt, daß die deutschen und mathematischen Abiturientenaufgaben im jährlichen Programme abgedruckt werden.

46. Vom 2. März. Der Magistrat verfügt die Aufstellung eines genauen Inventariums der Turngeräthschaften.

III. Schulchronik.

Das ablaufende Schuljahr begann mit dem 24. April 1862 und wird nach der öffentlichen Prüfung am 2. April 1863 schließen. Dasselbe ist für die Anstalt in mehrfacher Beziehung ein schweres gewesen und hat an die hingebende Berufstreue der Lehrer ungewöhnliche Anforderungen gestellt, insofern Krankheiten und andere Behinderungen fast continuirlich bedeutende Lücken in das Lehrercollegium rissen und für den jedesmal arbeitsfähigen Theil desselben extensiv und intensiv die zu lösende Aufgabe zu einer bedeutend schwierigeren machten. Während des Sommers 1862 waren die Herren Dr. Büttner und Neumann zu längeren Reisen Behufs Herstellung ihrer Gesundheit genöthigt, der neue Religionslehrer konnte erst am 1. September sein Amt antreten, im December hatte Herr Dr. C. Schultze (I.) eine nicht ungefährliche Lungenentzündung zu überstehen; kleinere, durch die abnormen Witterungsverhältnisse herbeigeführte Leiden lähmten fast beständig die Kraft dieses oder jenes Lehrers (Herr Abs, Lehrer der zweiten Vorbereitungsklasse, hatte namentlich in bedauerlicher Weise mit solchen zu kämpfen), und der schmerzlichste Verlust traf uns zuletzt, als am 27. Februar 1863 unser geliebter Kollege, der ordentliche Lehrer Herr Neumann, nach längerem Leiden uns durch den Tod entrissen wurde.

Herr Friedrich Wilhelm Neumann, am 12. August 1816 zu Schlochau geboren, hatte seine Ausbildung im Seminar zu Marienburg empfangen, aus welcher Anstalt er im Jahre 1839 mit dem rühmlichen Zeugnisse des ersten Grades entlassen wurde. An unserer Anstalt hat er vom 1. April desselben Jahres an erst als Elementarlehrer, dann, seit 1860, als ordentlicher Lehrer, mit unermüdlicher Treue und, namentlich was den Rechenunterricht, sein Hauptfach, angeht, ganz ausgezeichnetem Erfolge gewirkt. Seine ächt pädagogische Anlage sicherte ihm von jeher den vollsten, heilsamsten Einfluß auf die ihm anvertrauten Klassen; seine Kollegen waren ihm stets mit derjenigen Liebe und Achtung zugethan, welche sein redlicher Character in so hohem Maaße verdiente. Wir beklagen in ihm einen für die gesammte Anstalt harten, schwer zu ersetzenden Verlust und werden seiner stets in Ehren und Liebe gedenken. Möchte den Hinterbliebenen des treuen, zu früh dahingegangenen Arbeiters in dem Beistande, welchen die rühmlichst bewährte Humanität der Commune ihnen hoffentlich nicht versagen wird, einiger Trost für ihren unersetzlichen Verlust zu Theil werden!

Herr Prediger Dr. Lentz, welcher officiell schon am Ende des verflossenen Schuljahres aus dem Lehrercollegium geschieden war (cf. das vorjährige Programm), hatte die große Freundlichkeit, den Religionsunterricht noch mehrere Monate hindurch, bis zur Ankunft seines Nachfolgers, weiter zu führen, wofür wir ihm hier nochmals unsern herzlichen Dank sagen. An seine Stelle trat am 1. September Herr Wolsborn, der neugewählte Prediger zu St. Annen. Eine weitere Veränderung erfuhr das Lehrercollegium durch den zu Ostern v. J. erfolgten Abgang des Hülfslehrers Herrn Dr. Foß, welcher als Lehrer an das hiesige Gymnasium berufen wurde, und dessen Functionen mit dem Beginne des neuen Schuljahres provisorisch an Herrn Dr. Dorr übertragen wurden.

Herr J. Ernst Wolsborn wurde in Arnstadt in Thüringen am 9. April 1830 geboren. Auf dem Gymnasium seiner Vaterstadt gebildet, studirte er in den Jahren 1852—55 in Jena

Theologie und Philologie. Vom December 1855 bis zum 1. Mai 1861 wirkte er dann in Neidenburg als Conrector, resp. Rector der Stadtschule; dann gehörte er bis zum Juli 1862 der Realschule in Graudenz als Lehrer an und wurde endlich am 20. Juli 1862 als Prediger zu St. Annen nach Elbing berufen.

Herr Samuel Reinhold Robert Dorr, geboren am 4. September 1835 zu Fürstenau bei Tiegenhof, empfing seine Schulbildung erst auf der Realschule zu Elbing, woselbst er sich das Zeugniß der Reife mit dem Prädicate „vorzüglich bestanden" erwarb, dann auf dem hiesigen Gymnasio, studirte von 1857—62 in Königsberg Geschichte und Philologie und wurde, nachdem er zum Doctor promovirt war und die Prüfung für das höhere Schulamt ehrenvoll bestanden hatte, zu Ostern 1862 als wissenschaftlicher Hülfslehrer an der Realschule provisorisch angestellt.

Von der definitiven Wiederbesetzung der durch den Tod des Herrn Oberlehrer Dr. Lieber erledigten Stelle und der damit verbundenen Ascension mehrerer Lehrer ist schon oben (S. 12) Nachricht gegeben worden.

Die vaterländischen Erinnerungsfeste des Jahres 1863 wurden von Lehrern und Schülern der Realschule durch einen gemeinsamen Kirchenbesuch am 15. Februar, sowie durch einen öffentlichen Redeaktus am 17. März gefeiert.

Der Anwesenheit des Herrn Provinzial-Schulrathes Dr. Schrader erfreuten wir uns, abgesehen von der am 14. März d. J. abgehaltenen Abiturientenprüfung, am 2. September 1862.

Der Gesundheitszustand der Schüler war, wenn wir auch Todesfälle dießmal nicht zu beklagen hatten, im Ganzen keinesweges günstig. Fieber und Entzündungskrankheiten lichteten in verschiedenen Perioden des Jahres, namentlich während der ungewöhnlich ungünstigen Witterung im December, die Reihen, und gegenwärtig liegt ein sehr bedeutender Theil der Schüler der untern Klassen an den Masern darnieder. Von den zahlreichen und zum Theil heftigen und langwierigen Erkrankungen, welche das Lehrercollegium heimsuchten, war schon oben die Rede.

Der Turnunterricht, verbunden mit Exercier- und Fechtübungen, wurde durch Herrn Dr. Friedländer und den Unterzeichneten in der bisherigen Weise geleitet. Leider ist das bisher benutzte Winterlokal zum nächsten Jahre durch den Besitzer gekündigt worden und es ist zur Zeit noch nicht abzusehen, wie dem Mangel abzuhelfen sein möchte, wenn nicht der lange und gründlich erörterte und von den Herren Stadtverordneten wiederholt als nützlich und nothwendig anerkannte Bau eines Turnhauses endlich zu Stande kommt. Hoffen wir, daß es der so oft und so rühmlich bewährten Fürsorge der städtischen Behörden gelingen werde, die der Ausführung des gemeinnützigen Unternehmens noch von manchen Seiten entgegentretenden Bedenken und Hindernisse zu beseitigen, ehe die vorgerückte Jahreszeit neuen Aufschub nothwendig macht! — Das jährliche Turnfest wurde am 16. September in üblicher Weise gefeiert, auch fanden während des Sommers mehrfach Turnfahrten statt.

IV. Statistische Uebersicht.

Am 1. März 1862 wurde die Anstalt von 412 Schülern besucht, von denen 19 der I., 18 der IIa., 45 der IIb., 30 der IIIa., 33 der IIIb., 38 der IVa., 39 der IVb., 74 der V., 49 der VI., 33 der ersten, 34 der zweiten Vorbereitungsklasse angehörten.

An demselben Datum 1863 betrug die Schülerzahl 402, davon 18 in I., 23 in IIa., 36 in IIb., 37 in IIIa., 34 in IIIb., 38 in IVa., 32 in IVb., 61 in V., 61 in VI., 31 in der ersten, 31 in der zweiten Vorbereitungsklasse. Die höchste Frequenz erreichte die Anstalt im Mai 1862 mit 420 Schülern. Die Zahl der auswärtigen Schüler beträgt gegenwärtig 132 (gegen 129 im v. J)., die der Katholiken 17 (gegen 27 im v. J.), der Juden 24 (gegen 30 im v. J.).

In der am 14. März 1863 unter dem Vorsitze des Königl. Commissarius, Herrn Provinzial-Schulrathes Dr. Schrader, abgehaltenen Abiturientenprüfung erhielten das Zeugniß der Reife:

1. Ludwig Andreas Basilewsky, 20½ Jahre alt, evangelischer Confession, geb. in Culmsee, Sohn des Ober-Controleurs Herrn Basilewsky. Er erhielt das Prädicat „genügend bestanden" und will sich dem Steuerfache widmen.

2. Wilhelm Gottlieb Hermann Behring, 19½ Jahre alt, evangelischer Confession, Sohn des Kaufmanns Herrn Behring in Elbing. Er erhielt das Prädicat „genügend bestanden" und will sich dem Baufache widmen.

3. Johann Georg Emanuel Dahlmann, 15¾ Jahre alt, evangelischer Confession, Sohn des Kaufmanns Herrn Dahlmann in Elbing. Er erhielt das Prädicat „gut bestanden" und gedenkt sich demnächst für die Universitätsstudien vorzubereiten.

4. Friedrich Eduard Gottschewsky, 18¾ Jahre alt, evangelischer Confession, Sohn des Postsecretairs Herrn Gottschewsky in Pillau. Er erhielt das Prädicat „genügend bestanden" und will sich dem Postfache widmen.

5. Johann Gustav Alexander Grunau, 18¼ Jahre alt, evangelischer Confession, Sohn des Hofbesitzers Herrn Grunau in Krebsfelde. Er erhielt das Prädicat „vorzüglich bestanden" und will sich der Landwirthschaft widmen.

6. Martin Ludwig Housselle, 18½ Jahre alt, evangelischer Confession, Sohn des verstorbenen Pfarrers Herrn Housselle in Gr. Lesewitz bei Marienburg. Er erhielt das Prädicat „genügend bestanden" und will sich dem Baufache widmen.

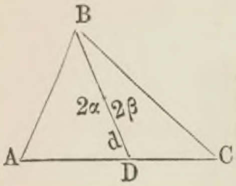
7. Richard Georg Rücklaus, 18 Jahre alt, evangelischer Confession, Sohn des verstorbenen Cantors Herrn Rücklaus zu Elbing. Er erhielt das Prädicat „gut bestanden" und will sich dem Kaufmannsstande widmen.

8. Louis Seeliger, 16½ Jahre alt, jüdischer Confession, Sohn des Kaufmanns Herrn Seeliger in Elbing. Er erhielt das Prädicat „vorzüglich bestanden" und will sich dem Kaufmannsstande widmen.

Die Abiturienten Dahlmann, Grunau, Rücklaus und Seeliger wurden von der mündlichen Prüfung dispensirt.

Der von den Abiturienten gelieferte deutsche Aufsatz behandelte das Thema: „Ueber vaterländische Erinnerungsfeste". Die mathematische Prüfungsarbeit umfaßte folgende Aufgaben:

1. Es sind zwei Kreise gegeben. Man soll den Ort der Punkte bestimmen, welche so liegen, daß die von ihnen an die Kreise gezogenen Tangenten ein gegebenes Verhältniß haben.
2. Wie hoch muß man sich über die Erdoberfläche erheben, um eine Kugelkappe übersehen zu können, welche $\frac{1}{1000}$ der Erdoberfläche beträgt?
3. Zwischen den Schenkeln eines Winkels ist ein Punkt gegeben; durch denselben eine Linie so



zu legen, daß ihre Abschnitte ein gegebenes Verhältniß haben. Trigonometrische Lösung: Gegeben $BD = d$, $\angle ABD = 2\alpha$, $\angle CBD = 2\beta$. $CD : DA = p : q$. Zahlenbeispiel für $d = 316{,}7'$; $2\alpha = 37^\circ\, 15'\, 43''$; $2\beta = 29^\circ\, 38'\, 15''$; $p : q = 7 : 51$.

4. Von einem Capital, das zu $4\frac{3}{4}$ % auf Zinseszins steht, wird am Ende jedes Jahres dieselbe Summe, gleich dem zehnten Theile des Anfangscapitals, genommen. Nach wie langer Zeit wird das Capital aufgezehrt sein?

V. Lehrmittel und Lehrapparat.

I. Die eingeführten Lehrbücher sind dieselben geblieben.

II. Die Sammlungen wurden in folgender Weise vermehrt:

1. Die Lehrerbibliothek. Es wurde fortgesetzt: Grimm, Deutsches Wörterbuch. v. Sybel, Historische Zeitschrift. Stiehl, Centralblatt. Herrig, Archiv für das Studium der neueren Sprachen. Petermann, Geographische Mittheilungen. Hübner, Statistische Jahrbücher. Giesebrecht, Geschichte des deutschen Kaiserthums. Neu angeschafft wurden: Erskine, Verfassungsgeschichte Englands, seit der Thronbesteigung Georgs III. Berger, Stilistische Uebungen. Keferstein, Geschichtsrepetitorium. F. Wolff, Beschreibende Geometrie, 2. Aufl. Anger, Populäre Vorträge über Astronomie. Duhamel, Lehrbuch der analytischen Mechanik. Carl Gödeke, Grundriß der deutschen Dichtung. Rapp, Studien über das englische Theater. Magnin, Chrestomathie de vieux français.

Der Lehrapparat wurde durch eine Anzahl Hefte der Zeichenschule von Hermes, sowie durch Fück, Planzeichnen, vermehrt.

2. Für die Schülerbibliothek wurde angeschafft: Freytag, Neue Bilder aus dem Leben des deutschen Volkes. Würdig, Die deutschen Freiheitskriege. Alexis, Ruhe ist die erste Bürgerpflicht, 5 Bde. Horn, Weißkopf; George Stephenson; James Watt; Der Gaucho; Der Domrabe. Wagner, Entdeckungsreisen in Wohnstube, in Haus und Hof, 2 Bde. Tannen, Reineke Voß. Ule, Die neuesten Entdeckungen. Das große Natur- und Völkerleben. Bernstein, Aus der Naturwissenschaft, Bd. 1—3. Kutzner, Geographische Bilder. v. Blomberg, Lieder und Romanzen. Löher, Jacobäa, Bd. 1. Geibel, Gedichte. Bodenstedt, Shakespeare's Sonette. Meyern, Heinrich v. Schwerin. Auerbach, Edelweiß. Guizot, mémoires, v. 1—4. Sheridan, the school of scandal. Abeken, Goethe. Bodenstedt, Aus Ost und West. Opel und Cohn, Der 30jährige Krieg. Munk, Geschichte der römischen Literatur, 3 Bde. Homer, Ilias von Donner. Götschenberger, Geschichte der englischen Literatur, Bd. 2. Scott, the poetical works, 2 vls. Bucher, Bilder aus der Fremde, Bd. 1. Michelet, histoire de France, v. 7—14. Montesquieu, œuvres, 2 vls. Waitz, Leben und Lehre des Ulfila. Kurz, Waldis Aesopus, 2 Bde. Scott, Peveril, 2 vls. Schütz, les grands faits de l'histoire de France, 3 vls. Schütz, historical series, v. 1. 2. Pütz, Historische Darstellungen, Bd. 2. Comic theatre, 7 vls. Kaiserreich Japan. Calderon, Schauspiele, Bd. 1 u. 2. Brinkmann, Studien und Bilder aus Süddeutschland, 2 Bde. Gregorovius, Geschichte der Stadt Rom, Bd. 4. Groth, Quickborn. Reuter, Die Reis' nah Belligen;

Kein Hüsung; Läuschen und Rimels, 2 Bde.; Olle Kamellen, 3 Bde.; Stahr, Fichte. Schütze, Deutschlands Dichter und Schriftsteller. Friedländer, Darstellungen aus der Sittengeschichte Roms, Bd. 1. Gerstäcker, 18 Monate in Süd-Amerika, 3 Bde. Letters of Junius. Fielding, the history of Tom Jones, 3 vls. Alexis, Hosen des Herrn von Bredow, 2 Bde.; Der Wärwolf, 2 Bde.; Der falsche Woldemar, 3 Bde. Wagner, Neueste Entdeckungen an der Westküste Afrikas. Keller, Blücher u. s. w.

Außerdem erhielt die Schülerbibliothek noch zum Geschenk von C. Rümpler in Hannover: Richard, Lateinische Grammatik; Rauch, Elementar-Arithmetik; Gerding, Schule der Physik und Schule der Chemie; Schütz, les grands faits de l'histoire de France, v. 1. 2. Von F. Hirt in Breslau in je 2 Exemplaren: Seltzsam, Deutsches Lesebuch; Schilling, Grundriß der Naturgeschichte; Seydlitz, Schulgeographie; dessen kleine Schulgeographie; Kambly, Stereometrie; Auras und Gnerlich, Lesebuch, Th. 1. Endlich von Mendelssohn in Leipzig: Kayserling, Moses Mendelssohn, sein Leben und seine Werke. Die Anstalt sagt diesen verehrlichen Verlagshandlungen hiemit den schuldigen Dank.

3. Die naturhistorischen Sammlungen. Es wurde angeschafft: ein kleiner Spectral-Apparat, ein Achatmörser, ein kleines Platinblech; einige andere Apparate wurden vervollständigt.

VI. Tabellarische Uebersicht des Lehrplans und der Vertheilung der Lectionen unter die Lehrer.

<table>
<tr><th>Lehrer.</th><th>I.</th><th>IIa.</th><th>IIb.</th><th>IIIa.</th><th>IIIb.</th><th>IVa.</th><th>IVb.</th><th>V.</th><th>VI.</th><th>1. Vorbereit.-Klasse.</th><th>2. Vorbereit.-Klasse.</th><th></th></tr>
<tr><td></td><td>Ordinar. Kreyßig.</td><td>Ordinar. Dr. Friedländer.</td><td>Ordinar. Dr. Büttner</td><td>Ordinar. Schilling.</td><td>Ordinar. Dr. Schultze II.</td><td>Ordinar. Dr. Dorr.</td><td>Ordinar. Dr. Ohlert.</td><td>Ordinar. Neumann.</td><td>Ordinar. Genrich.</td><td>Ordinar. Fischer.</td><td>Ordinar. Abs.</td><td></td></tr>
<tr><td>1. Kreyßig, Director.</td><td>4 Deutsch.
3 Latein.
4 Franz.</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td colspan="2">2 Deutsch.</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>13 St.</td></tr>
<tr><td>2. Dr. Büttner, Oberlehrer.</td><td>3 Gesch.
2 Geogr.</td><td>3 Gesch.</td><td>3 Gesch.
2 Geogr.</td><td colspan="2">2 Deutsch.
3 Geschichte.
2 Geographie.</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>20 St.</td></tr>
<tr><td rowspan="3">3. Schilling, Oberlehrer.</td><td rowspan="2">3 Englisch.</td><td rowspan="2">3 Englisch.</td><td rowspan="2">3 Englisch.</td><td>4 Franz.
3 Englisch.</td><td>3 Englisch.</td><td colspan="2" rowspan="3">2 Schreiben.</td><td rowspan="3"></td><td rowspan="3"></td><td rowspan="3"></td><td rowspan="3"></td><td rowspan="3">24 St. darunter 4 St. extra.</td></tr>
<tr><td colspan="2">1 Englisch.</td></tr>
<tr><td colspan="5">2 comb. Singstunden.</td></tr>
<tr><td>4. Dr. Ohlert, Oberlehrer.</td><td>5 Math.</td><td>5 Math.</td><td>5 Math.</td><td colspan="2">3 Mathematik.</td><td colspan="2">3 Mathematik.</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>21 St.</td></tr>
<tr><td>5. Dr. Friedländer, ordentl. Lehrer.</td><td></td><td>2 Deutsch.
6 Latein.
4 Franz.</td><td>2 Deutsch.
4 Franz.</td><td></td><td></td><td colspan="2">2 Geographie.</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>20 St.</td></tr>
<tr><td>6. Dr. Schultze I., ordentl. Lehrer.</td><td>5 Naturw.</td><td>5 Naturw.
1 Geogr.</td><td>4 Naturw.</td><td colspan="2">2 Naturgeschichte.</td><td colspan="2">2 Naturgeschichte.</td><td>2 Naturg.</td><td></td><td></td><td></td><td>21 St.</td></tr>
<tr><td>7. Dr. Schultze II., ordentl. Lehrer.</td><td></td><td></td><td></td><td>2 Latein.</td><td>6 Latein.
4 Franz.</td><td></td><td>4 Latein.
5 Franz.</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>21 St.</td></tr>
<tr><td>8. Neumann, ordentl. Lehrer.</td><td></td><td></td><td></td><td colspan="2">2 Rechnen.</td><td colspan="2">3 Rechnen.</td><td>4 Rechnen.
1 Geogr.
4 Deutsch.
2 Schreib.</td><td>2 Deutsch.
2 Naturg.</td><td>3 Ansch.-Uebungen.</td><td></td><td>23 St.</td></tr>
<tr><td>9. Genrich, ordentl. Lehrer.</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td colspan="2">3 Deutsch.</td><td>6 Latein.</td><td>8 Latein.
6 Rechnen.</td><td></td><td></td><td>23 St.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">10. Dr. Dorr, wissensch. Hülfslehrer.</td><td rowspan="2"></td><td rowspan="2"></td><td rowspan="2">6 Latein.</td><td rowspan="2">4 Latein.</td><td rowspan="2"></td><td>4 Latein.
5 Franz.</td><td></td><td rowspan="2"></td><td rowspan="2"></td><td rowspan="2"></td><td rowspan="2"></td><td rowspan="2">21 St.</td></tr>
<tr><td colspan="2">2 Geschichte.</td></tr>
<tr><td>11. Pred. Wolsborn Religionslehrer.</td><td>2 Relig.</td><td>2 Relig.</td><td>2 Relig.</td><td colspan="2">2 Religion.</td><td colspan="2">2 Religion.</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>10 St.</td></tr>
<tr><td>12. Müller, Zeichenlehrer.</td><td>2 Zeichn.</td><td>2 Zeichn.</td><td>2 Zeichn.</td><td colspan="2">2 Zeichnen.</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>8 St.</td></tr>
<tr><td>13. Abs, Elementarlehrer.</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>6 Lesen.
2 Singen.</td><td>10 Schreibl.
6 Ansch.-Üb.
2 Singen.</td><td>26 St.</td></tr>
<tr><td>14. Fischer, Elementarlehrer.</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td colspan="2">2 Zeichnen.
2 Singen.</td><td>2 Relig.
2 Zeichn.
2 Singen.</td><td>2 Relig.
2 Zeichn.
2 Schreib.
2 Singen.</td><td>2 Relig.
6 Rechnen.
3 Ansch.-Uebungen.</td><td></td><td>29 St. darunter 4 St. extra.</td></tr>
<tr><td>15. Bellgardt, Elementarlehrer.</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>5 Franz.
2 Gesch.</td><td>2 Deutsch.
2 Gesch.
2 Geogr.</td><td>4 Schreib.</td><td>2 Relig.
6 Rechnen.</td><td>25 St.</td></tr>
<tr><td></td><td>35 St.</td><td>35 St.</td><td>35 St.</td><td>34 St.</td><td>34 St.</td><td>32 St.</td><td>32 St.</td><td>32 St.</td><td>32 St.</td><td>26 St.</td><td>26 St.</td><td></td></tr>
</table>

VII. Ordnung der öffentlichen Prüfung.

Montag den 30. März.

Choral.

Zweite Vorbereit.-Klasse: 1. Rechnen. Bellgardt.
2. Schreiblesen und Anschauungs-Uebungen. Abs.

Aus dieser Klasse deklamiren:

Walter Lentz: Zimmerspruch, von Uhland.
Otto Streller: Maley und Malone, von Kopisch.

Erste Vorbereit.-Klasse: 1. Bibl. Geschichte. Fischer.
2. Singen. Abs.

Aus dieser Klasse deklamiren:

Max Poszich: Vom schlafenden Apfel, von Reinick.
Alfred Lieben: Daumenlang.

Sechste Klasse: 1. Latein. Genrich.
2. Geschichte. Bellgardt.

Aus dieser Klasse deklamiren:

Max Fast: Die Basler Uhr.
Fritz Tasché: Der Rekrut in Philippsburg.

Fünfte Klasse: 1. Französisch. Bellgardt.
2. Naturgeschichte. Schultze I.

Aus dieser Klasse deklamiren:

Paul Kusch: Das Lied vom Rhein, von Schenkendorf.
Arthur Perwo: Der Bürgelwald, von W. Müller.

Vierte Klasse, Cötus a.: Französisch. Dorr.
Cötus b.: Latein. Schultze II.
Beide Cötus: Deutsch. Genrich.

Aus dieser Klasse deklamiren:

Paul Lange: Der Gefangene, von Schwab.
Paul Klopsch: Harmosan, von Platen.
Moritz Weinberg: Der gestrichene Scheffel, von Kopisch.
Bernhard Kühl: Schwerting, der Sachsenherzog, von Ebert.

Choral.

Dienstag den 31. März.

Choral.

Dritte Klasse, Cötus a.: Französisch. Schilling.
Cötus b.: Latein. Schultze II.
Beide Cötus: Geographie. Büttner.

Aus dieser Klasse deklamiren:

Rudolph Nicolaus: Psaumis und Puras, von Kopisch.
August Hintz: Gesicht des Reisenden, von Freiligrath.
Johannes Pauls: Ahasver, von Lenau.

Zweite Klasse, Cötus II.: 1. Deutsch. Friedländer.
2. Geschichte. Büttner.

Aus dieser Klasse deklamiren:

Adolph Unger: Frithjof bei Anglantyr, von Tégner.
Christian Höft: Le chène, p. Lamartine.
John Paleske und Gustav Hanke: Scene aus Charles XII. by Planche.

Zweite Klasse, Cötus I.: 1. Englisch. Schilling.
2. Latein. Friedländer.
3. Mathematik. Ohlert.

Aus dieser Klasse werden vortragen:

Paul Krause: Der Antheil der Provinz Preußen an der Volkserhebung von 1813. Eigene Arbeit.
Siegfried Fersenheim, Richard Müller, Albert Silbermann, Hermann Tiessen, Ernst Rücklaus: Scene aus Les Etourdis p. Andrieux.
Hermann Retzlaff, Gustav Wiedmann, Gustav Schlenther: Scene aus Richard II. by Shakspeare. (Act II, sc. 1.)

Erste Klasse. 1. Französisch. Kreyßig.
2. Chemie. Schultze I.
3. Mathematik. Ohlert.

Aus dieser Klasse werden vortragen:

Rudolph Schöler: On slave trade. Eigene Arbeit.
Gustav Grunau: Ueber Vaterlandsliebe und Kosmopolitismus. Eigene Arbeit.

Choral.

Anmeldungen von Schülern zu dem Donnerstag den 16. April beginnenden Lehrcursus wird der Unterzeichnete Dienstag den 14. und Mittwoch den 15. April in den Vormittagsstunden entgegen zu nehmen bereit sein.

Kreyßig.

Ueber einen besonderen Fall des Rotations-Problems.

Von Dr. C. Schultze.

Es giebt wohl wenige Gebiete der höheren Mechanik, welche etwa seit der Mitte des vorigen Jahrhunderts von den bedeutendsten Mathematikern so beharrlich durchforscht und, den Fortschritten der höheren Analysis entsprechend, immer weiter gefördert worden sind, wie die Rotationsbewegung eines Körpers um einen festen Punkt. Am beträchtlichsten wurde die Lösung des Rotations-Problems wohl unstreitig durch Jacobi's berühmte Abhandlung „sur la rotation d'un corps" im 39. Bande von Crelle's Journal gefördert. Er führte darin den Fall, daß keine beschleunigenden Kräfte auf den Körper wirken, zu einem derartigen Abschlusse, daß er alle zur Bestimmung der Rotationsbewegung erforderlichen Größen explicite durch die Zeit ausdrückte. Seit dieser Abhandlung sind für den in Rede stehenden Gegenstand besonders die Arbeiten von Richelot*), Dumas und Lottner**) von Wichtigkeit. Letzterer hatte es sich zur Aufgabe gemacht, die Bewegung eines schweren Revolutionskörpers auf die elliptischen Transscendenten zu reduciren. Der Zweck der vorliegenden Blätter ist nun, den speciellen Fall des Rotations-Problems einer näheren Untersuchung zu unterziehen, **wenn der Körper bei Einwirkung der Schwerkraft um eine Axe rotirt, welche sich ihrerseits in einer verticalen Ebene um einen festen Punkt bewegen kann.** Vorausgesetzt wird dabei nur noch, daß der Körper sich auf der Axe nicht verschieben könne. Ich habe es vorgezogen, nicht an die in den citirten Abhandlungen bereits gewonnenen allgemeinern Resultate anzuknüpfen, sondern auf die von Lagrange***) aufgestellten dynamischen Differential-Gleichungen mit independen-

*) Abhandlungen der Berliner Akademie vom Jahre 1850.

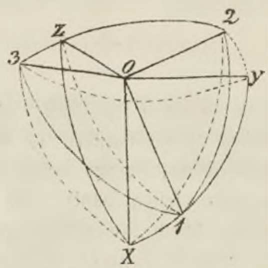
**) Beide in Crelle's Journal Bd. 50.

***) Mécanique analytique II, sect. 4.

ten Variabeln zurückzugehen, welche mir für meinen Zweck besonders geeignet erschienen, wenn auch die Jacobi-Hamilton'sche Methode in vieler Beziehung ihre unleugbaren Vorzüge hat.

I.
Bestimmung der Coordinaten.

Es ist bekannt, daß man die Lage eines beliebigen um einen Punkt rotirenden Körpers nach Verfluß von irgend einer Zeit angeben kann, wenn man die 9 Winkel kennt, welche 3 mit dem Körper fest verbundene, im Drehungspunkte sich rechtwinklig schneidende Coordinatenaxen mit 3 im Raume festen in demselben Punkte sich rechtwinkelig schneidenden Axen bilden. Schon Euler hat in seiner Mechanik gezeigt, wie sich die Cosinus dieser 9 Winkel auf 3 von einander völlig unabhängige Variabele zurückführen lassen. Es wird sich alsbald ergeben, daß in diesem speciellen Falle die 9 Cosinus sich auf nur 2 independente Variabele reduciren lassen.



Um den Drehpunkt O denke ich mir eine Kugel mit dem Radius 1 beschrieben. Die 3 im Raume festen Coordinatenaxen bezeichne ich mit Ox, Oy, Oz, die mit dem Körper fest verbundenen mit O1, O2, O3. Dabei setze ich voraus, daß Ox vertical nach unten gerichtet, O1 aber diejenige Körperaxe sei, welche sich nur in der verticalen Ebene der Axen Ox und Oy um den Punkt O bewegen kann. Die Durchschnittspunkte der Axen Ox, Oy, Oz, O1, O2, O3 mit der Kugeloberfläche werden, wenn man sie durch Bögen größter Kreise verbindet, die Eckpunkte zweier sphärischen Dreiecke xyz und 123, welche Octanten der Kugeloberfläche sind. Den Winkel xO1 oder Bogen x1 bezeiche ich mit φ, den Neigungswinkel der Ebene 1O2 gegen die Ebene xOy, oder der Senkrechten auf diesen Ebenen O3 gegen Oz durch $\vartheta = zO3 = 21y$. Von den beiden

$$\cos xO1 = \cos\varphi \text{ und } \cos zO3 = \cos\vartheta$$

ausgehend, berechne ich nun die 7 übrigen Euler'schen Positions-Coëfficienten mit Hilfe des Satzes aus der sphärischen Trigonometrie, daß, wenn a, b, c die Seiten und A, B, C die gegenüberliegenden Winkel eines sphärischen Dreiecks sind,

$$\cos a = \cos b \, . \cos c + \sin b \, . \sin c \, . \cos A$$

ist. Bezeichne ich dieses kurz durch

$$\cos a = F(b, c, A),$$

so erhalte ich für die sämmtlichen 9 Cosinus aus den betreffenden sphärischen Dreiecken die Werthe:

$$\begin{aligned}
&\cos x01 && && = \cos\varphi,\\
&\cos x02 &&= F(x01, 102, x12) = F(\varphi, \;\; 90^\circ, \;\; 180^\circ - \vartheta) && = -\sin\varphi \, . \cos\vartheta,\\
&\cos x03 &&= F(x01, 103, x13) = F(\varphi, \;\; 90^\circ, \;\; 90^\circ - \vartheta) && = \sin\varphi \, . \sin\vartheta,\\
&\cos y01 &&= F(x01, x0y, yx1) = F(\varphi, \;\; 90^\circ, \;\; 0^\circ) && = \sin\varphi,\\
&\cos y02 &&= F(y01, 102, y12) = F(90^\circ - \varphi, \;\; 90^\circ, \;\; \vartheta) && = \cos\varphi \, . \cos\vartheta,\\
&\cos y03 &&= F(y01, 103, y13) = F(90^\circ - \varphi, 90^\circ, 90^\circ + \vartheta) && = -\cos\varphi \, . \sin\vartheta,\\
&\cos z01 &&= F(x01, x0z, zx1) = F(\varphi, \;\; 90^\circ, \;\; 90^\circ) && = 0,\\
&\cos z02 &&= F(z03, 302, z32) = F(\vartheta, \;\; 90^\circ, \;\; 0^\circ) && = \sin\vartheta,\\
&\cos z03 &&= F(z01, 301, z13) = F(90^\circ, 90^\circ, \;\; \vartheta) && = \cos\vartheta.
\end{aligned}$$

Bezeichne ich diese 9 Cosinus der Kürze wegen der Reihe nach mit α_1, α_2, α_3, β_1, β_2, β_3, γ_1, γ_2, γ_3, dann ist

$$\begin{aligned}
\alpha_1 &= \cos\varphi, & \beta_1 &= \sin\varphi, & \gamma_1 &= 0,\\
\alpha_2 &= -\sin\varphi \, . \cos\vartheta, & \beta_2 &= \cos\varphi \, . \cos\vartheta, & \gamma_2 &= \sin\vartheta,\\
\alpha_3 &= \sin\varphi \, . \sin\vartheta, & \beta_3 &= -\cos\varphi \, . \sin\vartheta, & \gamma_3 &= \cos\vartheta.
\end{aligned}$$

Sämmtliche 9 Positions-Coëfficienten sind hiernach theils als Constante, theils als Functionen von φ und ϑ dargestellt. Es ist nun leicht, die Coordinaten irgend eines Punktes des beweglichen Körpers als Functionen von φ und ϑ auszudrücken. Betrachte ich den Punkt μ des Körpers in der Entfernung r vom Drehpunkte 0. Seine (unveränderlichen) Coordinaten in Bezug auf das bewegliche Coordinatensystem der 1, 2, 3 seien a, b, c, während x, y, z die Coordinaten in Bezug auf die festen Axen 0x, 0y, 0z seien. Bezeichne ich ferner den Cosinus des Winkels, welchen r mit der x-Axe bildet, durch cos (rx) und dem entsprechend die anderen, dann ist bekanntlich

$$\cos(rx) = \cos(r1) \, . \cos(x1) + \cos(r2) \, . \cos(x2) + \cos(r3) \, . \cos(x3),$$

worin

$$\cos(x1) = \alpha_1, \quad \cos(x2) = \alpha_2, \quad \cos(x3) = \alpha_3,$$

$$\cos(r1) = \frac{a}{r}, \quad \cos(r2) = \frac{b}{r}, \quad \cos(r3) = \frac{c}{r}, \quad \cos(rx) = \frac{x}{r}$$

ist, also durch Substitution

$$\frac{x}{r} = \frac{a}{r} \, . \alpha_1 + \frac{b}{r} \, . \alpha_2 + \frac{c}{r} \, . \alpha_3,$$

mithin

$$x = a \, . \alpha_1 + b \, . \alpha_2 + c \, . \alpha_3,$$

analog
$$y = a \, . \, \beta_1 + b \, . \, \beta_2 + c \, . \, \beta_3,$$
$$z = a \, . \, \gamma_1 + b \, . \, \gamma_2 + c \, . \, \gamma_3.$$

Mit Benutzung der für die 9 Cosinus gefundenen Relationen erhalte ich demnach

$$x = a \, . \cos\varphi - b \, . \sin\varphi \, . \cos\vartheta + c \, . \sin\varphi \, . \sin\vartheta,$$
$$y = a \, . \sin\varphi + b \, . \cos\varphi \, . \cos\vartheta - c \, . \cos\varphi \, . \sin\vartheta,$$
$$z = b \, . \sin\vartheta + c \, . \cos\vartheta.$$

Es kommt nun zur Bestimmung der Rotationsbewegung des Körpers nur darauf an, die beiden Winkel φ und ϑ als Functionen der Zeit darzustellen. Zu diesem Zwecke ermittele ich zunächst die Werthe der lebendigen Kraft und des Potentials.

II.

a. Werth der lebendigen Kraft.

Wenn ich die soeben für x, y, z aufgestellten Gleichungen nach der Zeit differentiire und $\frac{dx}{dt}$ mit x', $\frac{dy}{dt}$ mit y', $\frac{dz}{dt}$ mit z', $\frac{d\varphi}{dt}$ mit φ' und $\frac{d\vartheta}{dt}$ mit ϑ' bezeichne, so erhalte ich

$$x' = -a.\sin\varphi.\varphi' - b.\cos\varphi.\cos\vartheta.\varphi' + b.\sin\varphi.\sin\vartheta.\vartheta' + c.\cos\varphi.\sin\vartheta.\varphi' + c.\sin\varphi.\cos\vartheta.\vartheta',$$
$$y' = a.\cos\varphi.\varphi' - b.\sin\varphi.\cos\vartheta.\varphi' - b.\cos\varphi.\sin\vartheta.\vartheta' + c.\sin\varphi.\sin\vartheta.\varphi' - c.\cos\varphi.\cos\vartheta.\vartheta',$$
$$z' = b.\cos\vartheta.\vartheta' - c.\sin\vartheta.\vartheta'.$$

$$x' = -a \, . \sin\varphi \, . \, \varphi' - (b \, . \cos\vartheta - c \, . \sin\vartheta)\cos\varphi \, . \, \varphi' + (b \, . \sin\vartheta + c \, . \cos\vartheta)\sin\varphi \, . \, \vartheta',$$
$$y' = a \, . \cos\varphi \, . \, \varphi' - (b \, . \cos\vartheta - c \, . \sin\vartheta)\sin\varphi \, . \, \varphi' - (b \, . \sin\vartheta + c \, . \cos\vartheta)\cos\varphi \, . \, \vartheta',$$
$$z' = (b \, . \cos\vartheta - c \, . \sin\vartheta)\,\vartheta'.$$

Setze ich hierin einstweilen

$$b \, . \cos\vartheta - c \, . \sin\vartheta = h, \qquad b \, . \sin\vartheta + c \, . \cos\vartheta = k,$$

dann habe ich

$$x' = -a \, . \sin\varphi \, . \, \varphi' - h \, . \cos\varphi \, . \, \varphi' + k \, . \sin\varphi \, . \, \vartheta',$$
$$y' = a \, . \cos\varphi \, . \, \varphi' - h \, . \sin\varphi \, . \, \varphi' - k \, . \cos\varphi \, . \, \vartheta',$$
$$z' = h \, . \, \vartheta'.$$

Erhebe ich diese drei Gleichungen auf's Quadrat und addire sie, so erhalte ich

$$x'^2 = a^2 \, . \sin^2\varphi \, . \, \varphi'^2 + h^2 \, . \cos^2\varphi \, . \, \varphi'^2 + k^2 \, . \sin^2\varphi \, . \, \vartheta'^2 + 2 \, . \, a \, . \, h \, . \sin\varphi \, . \cos\varphi \, . \, \varphi'^2$$
$$- 2 \, . \, a \, . \, k \, . \sin^2\varphi \, . \, \varphi' \, . \, \vartheta' - 2 \, . \, h \, . \, k \, . \sin\varphi \, . \cos\varphi \, . \, \varphi' \, . \, \vartheta'$$
$$y'^2 = a^2 \, . \cos^2\varphi \, . \, \varphi'^2 + h^2 \, . \sin^2\varphi \, . \, \varphi'^2 + k^2 \, . \cos^2\varphi \, . \, \vartheta'^2 - 2 \, . \, a \, . \, h \, . \sin\varphi \, . \cos\varphi \, . \, \varphi'^2$$
$$- 2 \, . \, a \, . \, k \, . \cos^2\varphi \, . \, \varphi' \, . \, \vartheta' + 2 \, . \, h \, . \, k \, . \sin\varphi \, . \cos\varphi \, . \, \varphi' \, . \, \vartheta'$$
$$z'^2 = h^2 \, . \, \vartheta'^2$$

$$x'^2 + y'^2 + z'^2 = a^2 . \varphi'^2 + h^2 . \varphi'^2 + k^2 . \vartheta'^2 + h^2 . \vartheta'^2 - 2 \, . \, a \, . \, k \, . \, \varphi' \, . \, \vartheta'$$
$$= (a^2 + h^2)\,\varphi'^2 + (k^2 + h^2)\,\vartheta'^2 - 2 \, . \, a \, . \, k \, . \, \varphi' \, . \, \vartheta'.$$

Hierin ist

$$a^2 + h^2 = a^2 + b^2.\cos^2\vartheta + c^2.\sin^2\vartheta - 2.b.c.\sin\vartheta.\cos\vartheta$$
$$= a^2 + b^2 - b^2.\sin^2\vartheta + c^2\sin^2\vartheta - 2.b.c.\sin\vartheta.\cos\vartheta$$
$$= a^2 + b^2 - (b^2 - c^2)\sin^2\vartheta - 2.b.c.\sin\vartheta.\cos\vartheta;$$
$$k^2 + h^2 = (b.\sin\vartheta + c.\cos\vartheta)^2 + (b.\cos\vartheta - c.\sin\vartheta)^2$$
$$= b^2 + c^2;$$
$$2.a.k = 2.a.b.\sin\vartheta + 2.a.c.\cos\vartheta,$$

folglich

$$x'^2 + y'^2 + z'^2 = [a^2 + b^2 - (b^2 - c^2)\sin^2\vartheta]\varphi'^2 + (b^2 + c^2)\vartheta'^2$$
$$- 2.b.c.\sin\vartheta.\cos\vartheta.\varphi'^2 - (2.c.a.\cos\vartheta + 2.a.b.\sin\vartheta)\varphi'.\vartheta'.$$

Nun ist $u = \sqrt{(x'^2 + y'^2 + z'^2)}$ der Ausdruck für die Geschwindigkeit des betrachteten Punktes mit der Masse μ. Unter $\mu.u^2$ aber versteht man die lebendige Kraft des Punktes. Sind $\mu_1, \mu_2, \ldots \mu_n$ die Massen, $u_1, u_2, \ldots u_n$ die entsprechenden Geschwindigkeiten der sämmtlichen Punkte des Körpers, dann ist

$$\mu_1.u_1^2 + \mu_2.u_2^2 + \ldots \mu_n.u_n^2 = \Sigma\mu.u^2$$

die lebendige Kraft des ganzen beweglichen Systems, wobei dieser Ausdruck $\Sigma\mu.u^2$ eigentlich als ein über sämmtliche Massentheilchen des Körpers auszudehnendes Integral angesehen werden muß. Nach Lagrange's Vorgange setzt man diesen Ausdruck

$$\Sigma\mu.u^2 = 2T.$$

Im gegenwärtigen Falle ist also

$$2T = \Sigma\mu(x'^2 + y'^2 + z'^2)$$
$$= [\Sigma\mu(a^2 + b^2) - \Sigma\mu(b^2 - c^2)\sin^2\vartheta]\varphi'^2 + \Sigma\mu(b^2 + c^2)\vartheta'^2$$
$$- \Sigma 2\mu.b.c.\sin\vartheta.\cos\vartheta.\varphi'^2 - (\Sigma 2\mu.c.a.\cos\vartheta + \Sigma 2\mu.a.b.\sin\vartheta)\varphi'.\vartheta'.$$

Hier ist $a^2 + b^2$ das Quadrat des senkrechten Abstandes des Punktes mit der Masse μ von der Axe O3; folglich ist $\Sigma\mu(a^2 + b^2)$ das Trägheits-Moment des Körpers in Bezug auf die Axe O3. Bezeichne ich es durch M_3 und die Trägheits-Momente in Bezug auf die Axen O1 und O2 resp. durch M_1 und M_2, so habe ich

$$\Sigma\mu(b^2 + c^2) = M_1, \quad \Sigma\mu(c^2 + a^2) = M_2, \quad \Sigma\mu(a^2 + b^2) = M_3.$$

Hieraus folgt

$$\Sigma\mu(b^2 - c^2) = \Sigma\mu(a^2 + b^2) - \Sigma\mu(c^2 + a^2)$$
$$= M_3 - M_2.$$

In der obigen Gleichung für 2T sind die Functionen von φ und ϑ von den angedeuteten Summationen unabhängig, schreibe ich sie also außerhalb der Summenzeichen und setze noch

$$\Sigma\mu.b.c = D, \quad \Sigma\mu.c.a = E, \quad \Sigma\mu.a.b = F,$$

für $\Sigma\mu(b^2 + c^2)$, $\Sigma\mu(c^2 + a^2)$, $\Sigma\mu(a^2 + b^2)$ aber die bereits gefundenen Werthe ein, so geht die Gleichung für die lebendige Kraft über in

$$2T = M_1 . \vartheta'^2 + [M_3 + (M_2 - M_3)\sin^2\vartheta]\,\varphi'^2$$
$$- 2D . \sin\vartheta . \cos\vartheta . \varphi'^2 - 2(E . \cos\vartheta + F . \sin\vartheta)\,\varphi' . \vartheta'.$$

b. Werth des Potentials.

Wenn die einzelnen Punkte eines beweglichen Systems mit den Massen $\mu_1, \mu_2, \mu_3, \ldots \mu_n$ die Coordinaten $x_1, y_1, z_1, x_2, y_2, z_2, \ldots x_n, y_n, z_n$ haben, so wird nach der Bezeichnung von Gauß unter dem Potential der auf das System wirkenden Kräfte eine Function $V(x_1, y_1, z_1, x_2, \ldots . z_n)$ verstanden, welche so beschaffen ist, daß ihre partiellen Differential-Quotienten nach $x_1, y_1, z_1 \ldots . z_n$, negativ genommen, die resp. x-, y-, z-Componenten der auf jeden einzelnen Punkt wirkenden Kräfte sind. Bezeichne ich letztere durch $X_1, Y_1, Z_1, \ldots . Z_n$, so muß

$$-\left(\frac{dV}{dx_1}\right) = X_1, \; -\left(\frac{dV}{dy_1}\right) = Y_1, \ldots . -\left(\frac{dV}{dz_n}\right) = Z_n$$

sein*). Ist die Schwerkraft die einzige beschleunigende Kraft, welche auf das hier betrachtete System von Punkten wirkt, so sind, da die x-Axe vertical angenommen ist, sämmtliche y- und z-Componenten $= 0$. Die x-Componenten sind dagegen der Reihe nach

$$X_1 = \mu_1 . g, \; X_2 = \mu_2 . g, \; X_3 = \mu_3 . g, \ldots X_n = \mu_n . g.$$

Folglich ist hier die Function

$$V = -(\mu_1 . g . x_1 + \mu_2 . g . x_2 + \ldots . \mu_n . g . x_n)$$
$$= - g(\mu_1 . x_1 + \mu_2 . x_2 + \ldots \mu_n . x_n)$$
$$= - g . \Sigma\mu . x.$$

Ich berechnete aber schon oben

$$x = a . \cos\varphi - b . \sin\varphi . \cos\vartheta + c . \sin\varphi . \sin\vartheta,$$

folglich erhalte ich hier

$$V = - g(\Sigma\mu . a . \cos\varphi - \Sigma\mu . b . \sin\varphi . \cos\vartheta + \Sigma\mu . c . \sin\varphi . \sin\vartheta).$$

Nun ist bekanntlich, wenn m die Masse des ganzen Körpers und p_1, p_2, p_3 die Coordinaten seines Schwerpunktes sind,

$$\Sigma\mu . a = m . p_1, \; \Sigma\mu . b = m . p_2, \; \Sigma\mu . c = m . p_3,$$

mithin wird

$$V = - g(m . p_1 . \cos\varphi - m . p_2 . \sin\varphi . \cos\vartheta + m . p_3 . \sin\varphi . \sin\vartheta)$$
$$= - m . g(p_1 . \cos\varphi - p_2 . \sin\varphi . \cos\vartheta + p_3 . \sin\varphi . \sin\vartheta).$$

---

*) Die partiellen Differential-Quotienten werde ich hier, wie im Folgenden, durch Einklammerung kenntzeichnen.

III.

Aufstellung der Differentialgleichungen für die Bewegung des Systems im Allgemeinen.

Wenn q eine der independenten Variabeln, auf welche sämmtliche Coordinaten des körperlichen Systems zurückgeführt sind, und $\frac{dq}{dt} = q'$ ist, dann ist nach Lagrange

$$\frac{d\left(\frac{dT}{dq'}\right)}{dt} - \left(\frac{dT}{dq}\right) + \left(\frac{dV}{dq}\right) = 0$$

die allgemeine Form der Differentialgleichungen des Problems. Ist n die Anzahl solcher Variabeln q, so repräsentirt diese Gleichung ein System von n Gleichungen, welche ich erhalte, wenn ich für q jede einzelne der n Variabeln einsetze. In dem vorliegenden Falle habe ich die beiden von einander unabhängigen Veränderlichen φ und ϑ. Demnach werde ich zwei Differentialgleichungen aufzustellen haben, indem ich einmal $q = \varphi$, dann $q = \vartheta$ setze. Sie werden

$$\frac{d\left(\frac{dT}{d\varphi'}\right)}{dt} - \left(\frac{dT}{d\varphi}\right) + \left(\frac{dV}{d\varphi}\right) = 0,$$

$$\frac{d\left(\frac{dT}{d\vartheta'}\right)}{dt} - \left(\frac{dT}{d\vartheta}\right) + \left(\frac{dV}{d\vartheta}\right) = 0.$$

Hierin ist, wenn ich $\frac{d\varphi'}{dt} = \varphi''$ und $\frac{d\vartheta'}{dt} = \vartheta''$ setze,

$$\left(\frac{dT}{d\varphi'}\right) = [M_3 + (M_2 - M_3)\sin^2\vartheta]\,\varphi' - 2D\,.\sin\vartheta\,.\cos\vartheta\,.\varphi' - (E\,.\cos\vartheta + F\,.\sin\vartheta)\,\vartheta',$$

$$\begin{aligned}\frac{d\left(\frac{dT}{d\varphi'}\right)}{dt} = {} & [M_3 + (M_2 - M_3)\sin^2\vartheta]\,\varphi'' + 2(M_2 - M_3)\sin\vartheta\,.\cos\vartheta\,.\varphi'\,.\vartheta' \\ & - 2D\,.\sin\vartheta\,.\cos\vartheta\,.\varphi'' - 2D(\cos^2\vartheta - \sin^2\vartheta)\,\varphi'\,.\vartheta' - (E\,.\cos\vartheta + F\,.\sin\vartheta)\,\vartheta'' \\ & + (E\,.\sin\vartheta - F\,.\cos\vartheta)\,\vartheta'^2,\end{aligned}$$

$$\left(\frac{dT}{d\varphi}\right) = 0,$$

$$\left(\frac{dV}{d\varphi}\right) = m\,.\,g(p_1\,.\sin\varphi + p_2\,.\cos\varphi\,.\cos\vartheta - p_3\,.\cos\varphi\,.\sin\vartheta),$$

$$\left(\frac{dT}{d\vartheta'}\right) = M_1\,.\,\vartheta' - (E\,.\cos\vartheta + F\,.\sin\vartheta)\,\varphi',$$

$$\frac{d\left(\frac{dT}{d\vartheta'}\right)}{dt} = M_1 . \vartheta'' - (E . \cos\vartheta + F . \sin\vartheta)\varphi'' + (E . \sin\vartheta - F . \cos\vartheta)\varphi' . \vartheta',$$

$$\left(\frac{dT}{d\vartheta}\right) = (M_2 - M_3)\sin\vartheta . \cos\vartheta . \varphi'^2 - D(\cos^2\vartheta - \sin^2\vartheta)\varphi'^2 + (E . \sin\vartheta - F . \cos\vartheta)\varphi' . \vartheta',$$

$$\left(\frac{dV}{d\vartheta}\right) = - m . g(p_2 . \sin\varphi . \sin\vartheta + p_3 \sin\varphi . \cos\vartheta).$$

Durch Substitution dieser Werthe werden die beiden Differentialgleichungen

$$\begin{aligned} 1)\ & [M_3 + (M_2 - M_3)\sin^2\vartheta]\varphi'' + 2(M_2 - M_3)\sin\vartheta . \cos\vartheta . \varphi' . \vartheta' - 2D . \sin\vartheta . \cos\vartheta . \varphi'' \\ & - 2D(\cos^2\vartheta - \sin^2\vartheta)\varphi' . \vartheta' - (E . \cos\vartheta + F . \sin\vartheta)\vartheta'' + (E . \sin\vartheta - F . \cos\vartheta)\vartheta'^2 \\ & + m . g(p_1 . \sin\varphi + p_2 . \cos\varphi . \cos\vartheta - p_3 . \cos\varphi . \sin\vartheta) = 0, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2)\ & M_1 . \vartheta'' - (E . \cos\vartheta + F . \sin\vartheta)\varphi'' + (E . \sin\vartheta - F . \cos\vartheta)\varphi' . \vartheta' - (M_2 - M_3)\sin\vartheta . \cos\vartheta . \varphi'^2 \\ & + D(\cos^2\vartheta - \sin^2\vartheta)\varphi'^2 - (E . \sin\vartheta - F . \cos\vartheta)\varphi' . \vartheta' \\ & - m . g(p_2 . \sin\varphi . \sin\vartheta + p_3 . \sin\varphi . \cos\vartheta) = 0, \end{aligned}$$

oder nach ausgeführter Hebung

$$\begin{aligned} 2)\ & M_1 . \vartheta'' - (E . \cos\vartheta + F . \sin\vartheta)\varphi'' - (M_2 - M_3)\sin\vartheta . \cos\vartheta . \varphi'^2 + D(\cos^2\vartheta - \sin^2\vartheta)\varphi'^2 \\ & - m . g(p_2 . \sin\varphi . \sin\vartheta + p_3 . \sin\varphi . \cos\vartheta) = 0. \end{aligned}$$

Diese beiden Differentialgleichungen zweiter Ordnung lassen sich unmittelbar nicht integriren; ich kann sie aber auf eine integrirbare Differentialgleichung zurückführen, indem ich die erste mit φ', die zweite mit ϑ' multiplicire und beide dann addire. Alsdann bilden offenbar die letzten Glieder der Summe den Ausdruck

$$\left(\frac{dV}{d\varphi}\right)\frac{d\varphi}{dt} + \left(\frac{dV}{d\vartheta}\right)\frac{d\vartheta}{dt} = \frac{dV}{dt}.$$

Die Summe aller vorhergehenden Glieder wird

$$\begin{aligned} & M_1 . \vartheta' . \vartheta'' + [M_3 + (M_2 - M_3)\sin^2\vartheta]\varphi'\varphi'' + (M_2 - M_3)\sin\vartheta . \cos\vartheta . \varphi'^2 . \vartheta' - 2D . \sin\vartheta . \cos\vartheta . \varphi' . \varphi'' \\ & - D(\cos^2\vartheta - \sin^2\vartheta)\varphi'^2\vartheta' - (E . \cos\vartheta + F . \sin\vartheta)(\varphi' . \vartheta'' + \vartheta' . \varphi'') \\ & + (E . \sin\vartheta - F . \cos\vartheta)\varphi' . \vartheta'^2. \end{aligned}$$

Dies ist aber das vollständige $\frac{dT}{dt}$, wie sich leicht verificiren läßt; ich erhalte also

$$\frac{dT}{dt} + \frac{dV}{dt} = 0,$$

folglich durch einmalige Integration

$$T = - V + \text{const.},$$

oder anders ausgedrückt

$$2T + 2V = C.$$

Ich bin also auf den ganz im Allgemeinen schon gültigen Satz von der lebendigen Kraft gekommen, daß für jede Zeit die Summe der lebendigen Kraft und des doppelten Potentials constant ist. Schreibe ich für T und V ihre Werthe, so erhalte ich die Gleichung

$$M_1 . \vartheta'^2 + [M_3 + (M_2 - M_3)\sin^2\vartheta]\varphi'^2 - 2D.\sin\vartheta.\cos\vartheta.\varphi'^2 - 2(E.\cos\vartheta + F.\sin\vartheta)\varphi'.\vartheta'$$
$$- 2m.g(p_1.\cos\varphi - p_2.\sin\varphi.\cos\vartheta + p_3.\sin\varphi.\sin\vartheta) = C.$$

Ohne besondere Annahmen über die Lage des Schwerpunkts und der Haupt-Trägheits-Axen zu machen, kann man die so gewonnenen Differentialgleichungen zweiter und erster Ordnung nicht weiter behandeln.

IV.

Integration der dynamischen Differentialgleichungen unter besonderen Annahmen.

Nehme ich zunächst an, daß die drei Axen O1, O2, O3 mit den Haupt-Trägheits-Axen des Körpers zusammenfallen. Alsdann verschwinden bekanntlich die Ausdrücke $\Sigma\mu.b.c$, $\Sigma\mu.c.a$, $\Sigma\mu.a.b$, d. h. es werden die Coëfficienten

$$D = 0, \quad E = 0, \quad F = 0;$$

dann vereinfachen sich die Gleichungen schon bedeutend; es wird nämlich

$$2T = M_1.\vartheta'^2 + [M_3 + (M_2 - M_3)\sin^2\vartheta]\varphi'^2,$$

und die dynamischen Differentialgleichungen 1) und 2) S. 8 gehen über in

$$[M_3 + (M_2 - M_3)\sin^2\vartheta]\varphi'' + 2(M_2 - M_3)\sin\vartheta.\cos\vartheta.\varphi'.\vartheta'$$
$$+ m.g(p_1.\sin\varphi + p_2.\cos\varphi.\cos\vartheta - p_3.\cos\varphi.\sin\vartheta) = 0,$$
$$M_1.\vartheta'' - (M_2 - M_3)\sin\vartheta.\cos\vartheta.\varphi'^2 - m.g(p_2.\sin\varphi.\sin\vartheta + p_3.\sin\varphi.\cos\vartheta) = 0.$$

Auch in dieser Gestalt ist die Integration noch nicht ausführbar. Sie wird indessen möglich, wenn ich annehme, daß der Schwerpunkt des Körpers in der Axe O1 liegt, und daß der Körper in Bezug auf diese Axe symmetrisch, also ein Rotationskörper ist. Dann werden nämlich einerseits die Coordinaten des Schwerpunkts

$$p_2 = 0, \quad p_3 = 0,$$

andrerseits ist auch noch

$$M_2 = M_3.$$

Dadurch verschwinden sämmtliche Terme, welche p_2, p_3, oder $M_2 - M_3$ enthalten, und die Gleichungen gehen dann über in

$$M_3.\varphi'' = -m.g.p_1.\sin\varphi,$$
$$M_1.\vartheta'' = 0.$$

Die erste dieser beiden Gleichungen läßt sich nur einmal in geschlossener Form integriren, nämlich wenn ich sie mit $2\varphi'$ multiplicire; dann wird

$$M_3 \,.\, 2\varphi' \,.\, \varphi'' = -\, 2m \,.\, g \,.\, p_1 \,.\, \sin\varphi \,.\, \varphi',$$

oder

$$M_3 \,.\, \frac{d(\varphi'^2)}{dt} = 2m \,.\, g \,.\, p_1 \,.\, \frac{d(\cos\varphi)}{dt},$$

also

$$M_3 \,.\, \varphi'^2 = 2m \,.\, g \,.\, p_1 \,.\, \cos\varphi + \text{constans},$$

folglich

$$\varphi' = \sqrt{\frac{2m \,.\, g \,.\, p_1}{M_3} \,.\, \cos\varphi + D} = \frac{d\varphi}{dt},$$

wo D eine noch zu bestimmende Constante ist. Hieraus ist jedoch

$$t = \int \frac{d\varphi}{\sqrt{D + \frac{2m \,.\, g \,.\, p_1}{M_3} \,.\, \cos\varphi}}$$

allgemein nur mit Hülfe der elliptischen Functionen zu berechnen. Nur wenn ich annehme, daß φ bloß so kleine Werthe annehmen kann, daß man $\sin\varphi$ mit φ selbst vertauschen kann, läßt sich die Integration ohne Anwendung der elliptischen Functionen ausführen. Dann gehört die gegebene Gleichung

$$M_3 \,.\, \varphi'' = -\, m \,.\, g \,.\, p_1 \,.\, \sin\varphi$$

unter die Form der Differentialgleichung

$$\varphi'' = -\, \varkappa \,.\, \varphi,$$

indem hier

$$\varkappa = \frac{m \,.\, g \,.\, p_1}{M_3}$$

ist. Diese Differentialgleichung hat aber bekanntlich als Integral

$$\varphi = \mu \,.\, \sin(t \,.\, \sqrt{\varkappa} + \nu),$$

wenn μ und ν die beiden willkürlichen Integrationsconstanten bezeichnen. Hier ist

$$\varphi = \mu \,.\, \sin\left(t \,.\, \sqrt{\frac{m \,.\, g \,.\, p_1}{M_3}} + \nu\right).$$

Bezeichne ich den Werth von t, für welchen

$$t \,.\, \sqrt{\frac{m \,.\, g \,.\, p_1}{M_3}} = 2\pi$$

ist, mit T, dann habe ich

$$\sqrt{\frac{m \,.\, g \,.\, p_1}{M_3}} = \frac{2\pi}{T}.$$

Setze ich dieses in die Gleichung ein, so finde ich

$$\varphi = \mu \,.\, \sin\left(\frac{t}{T} \,.\, 2\pi + \nu\right).$$

Folglich wird für die Zeit $t + T$

$$\varphi = \mu \,.\, \sin\left(\frac{t}{T} \,.\, 2\pi + 2\pi + \nu\right) = \mu \,.\, \sin\left(\frac{t}{T} \,.\, 2\pi + \nu\right).$$

Es nimmt also φ dann wieder denselben Werth an; ebenso allgemein wenn die Zeit $= t + k.T$ wird, wo k eine beliebige ganze Zahl vorstellt, ist

$$\varphi = \mu \,.\, \sin\left(\frac{t}{T} \,.\, 2\pi + k \,.\, 2\pi + \nu\right) = \mu \,.\, \sin\left(\frac{t}{T} \,.\, 2\pi + \nu\right).$$

Die Axe 01 kehrt also nach Verfluß von jedem ganzen Vielfachen von $T = 2\pi \,.\, \sqrt{\frac{M_3}{m \,.\, g \,.\, p_1}}$ in dieselbe Lage zurück. Zur Zeit $t + \left(\frac{2k+1}{2}\right) T$ wird

$$\varphi = \mu \,.\, \sin\left(\frac{t}{T} \,.\, 2\pi + \nu + k \,.\, 2\pi + \pi\right) = - \mu \,.\, \sin\left(\frac{t}{T} \,.\, 2\pi + \nu\right);$$

folglich befindet sich nach jedem ungeraden Multiplum von $\frac{T}{2}$ die Axe 01 in einer Lage auf der entgegengesetzten Seite der x-Axe, welche zu der früheren symmetrisch ist. Das Genauere über diese Bewegung können wir indeß erst ermitteln, wenn wir über den Anfangszustand gewisse Voraussetzungen gemacht haben, welche zur Bestimmung der Integrations-Constanten erforderlich sind.

Zunächst ergiebt sich noch durch Integration der zweiten Differentialgleichung

$$M_1 \,.\, \vartheta'' = 0$$
$$\vartheta' = c$$
$$\vartheta = c \,.\, t + c_1,$$

wo c und c_1 willkürliche Constante bezeichnen.

Nehme ich an, daß zur Zeit $t = 0$ im Anfange der Bewegung auch der Winkel $\vartheta = 0$ sei, so folgt daraus

$$0 = c \,.\, 0 + c_1, \text{ also auch } c_1 = 0, \text{ mithin}$$
$$\vartheta = c \,.\, t.$$

Hiernach wächst Winkel ϑ direct proportional der Zeit, d. h. der Körper rotirt mit gleichmäßiger Geschwindigkeit um seine Axe 01, also mit derselben Geschwindigkeit

$$\vartheta' = c,$$

welche ihm im Anfange seiner Bewegung ertheilt worden ist. Wenn zur Zeit $t = 0$ eine momentane Kraft k auf den Körper wirkt, so sind folgende Fälle möglich. Entweder sie ist so gerichtet, daß sie mit einer durch den Rotationskörper senkrecht gegen die Axe 01 gelegten Ebene einen Winkel bildet, oder ihre Richtung ist dieser Ebene parallel. Im ersteren Falle muß sie zerlegt werden in eine Componente senkrecht auf jener Ebene und in eine parallel derselben. Die senkrechte Componente wird aber aufgehoben, da ich vorausgesetzt habe, daß der Körper sich nicht auf der Axe 01 verschieben kann. Ich kann also unbeschadet der Allgemeinheit sogleich annehmen, daß die momentane Kraft parallel mit der bezeichneten Ebene wirke. Auch dann sind noch verschiedene Fälle möglich. Entweder die Richtung der Kraft schneidet die Axe O1, oder nicht. Im letzteren Falle kann ich die Kraft zerlegt denken in zwei Componenten, von denen die eine auf einen Punkt der Axe hin, die andere aber senkrecht gegen diese Componente gerichtet ist. Letztere kann offenbar nur bewirken, daß der Körper sich um die Axe O1 mit constanter Geschwindigkeit dreht. Erstere dagegen kann ausschließlich auf die Veränderung der Lage der Axe O1 wirken. Nun kann eine solche nach der Voraussetzung nur in der Ebene xOy geschehen; mithin muß auch, wenn ich diesen Theil der Kraft noch einmal in eine dieser Ebene parallele und eine darauf senkrechte Componente zerlege, die letztere für die Bewegung der Axe unwirksam sein; also hat für mich hier nur die Wirkung der parallelen Componente Interesse. Aus dieser Betrachtung geht hervor, daß eine beliebig gerichtete momentane Kraft zur Zeit $t = 0$ dem Körper höchstens in zwiefachem Sinne eine Bewegung ertheilen kann, einmal nämlich um seine Axe O1, dann, mit dieser Axe, um die feste Axe Oz, und zwar mit constanten Geschwindigkeiten, welche sich aus der gegebenen momentanen Kraft leicht berechnen ließen. Damit wäre denn zunächst die Integrationsconstante c in den Gleichungen $\vartheta = c\,.\,t$ und $\vartheta' = c$ bestimmt.

Was die andere Gleichung

$$\varphi = \mu\,.\sin(t\sqrt{\varkappa} + \nu)$$

betrifft, so giebt sie, nach t differentiirt, für die Geschwindigkeit zu irgend einer Zeit

$$\varphi' = \mu\,.\sqrt{\varkappa}\,.\cos(t\sqrt{\varkappa} + \nu).$$

Nehme ich nun beispielsweise an, daß sich der Körper zur Zeit $t = 0$ in der dem stabilen Gleichgewicht entsprechenden Lage befunden habe, für welche Winkel $\varphi = 0°$ ist, und bezeichne ich die Anfangsgeschwindigkeit bei der der Axe O1 durch die momentane Kraft ertheilten Bewegung mit v, so habe ich die Gleichungen

$$v = \mu\,.\sqrt{\varkappa}\,.\cos\nu$$
$$0 = \mu\,.\sin\nu.$$

Diesen Gleichungen wird genügt durch die Werthe

$$\nu = 0 \text{ und } \mu = \frac{v}{\sqrt{\varkappa}}.$$

Hierdurch geht die ursprüngliche Gleichung für φ über in

$$\varphi = \frac{v}{\sqrt{\varkappa}}\,.\sin(t\sqrt{\varkappa}),$$

oder, wenn ich hier wieder $\sqrt{\varkappa} = \frac{2\pi}{T}$ einführe,

$$\varphi = \frac{v\,.\,T}{2\pi}\,.\sin\left(\frac{t}{T}\,.\,2\pi\right).$$

Hieraus ergeben sich leicht folgende Werthe von φ:

für $t = 0$ $\qquad \varphi = 0,$

„ $t = \frac{1}{4}T$ $\qquad \varphi = \frac{v\,.\,T}{2\pi},$

$$\text{für } t = \tfrac{1}{2}T \qquad \varphi = 0,$$
$$\text{„ } t = \tfrac{3}{4}T \qquad \varphi = -\frac{v \, . \, T}{2\pi},$$
$$\text{„ } t = T \qquad \varphi = 0, \qquad \text{u. s. f.}$$

Dieselben Werthe kehren in derselben Reihenfolge wieder für $t = 2m.\pi.T + \frac{T}{4}$, $t = 2m.\pi.T + \frac{T}{2}$ u. s. f. Es ergiebt sich daraus, daß der Körper, während er sich mit der constanten Geschwindigkeit c um die Axe Ol dreht, zugleich um die Axe Oz eine pendulirende Bewegung macht, bei welcher die Dauer einer Schwingung

$$T = \frac{2\pi}{\sqrt{\varkappa}} = 2\pi . \sqrt{\frac{M_3}{m \, . \, g \, . \, p_1}}$$

ist.

Die Integration der beiden Differentialgleichungen auf Seite 9 läßt sich formell noch leisten, z. B. wenn $M_1 = M_2 = M_3$ und $p_1 = 0$, $p_2 = 0$ gesetzt werden. Alsdann würden jene Gleichungen übergehen in

$$M_1 \, . \, \varphi'' = m \, . \, g \, . \, p_3 \, . \cos\varphi \, . \sin\vartheta,$$
$$M_1 \, . \, \vartheta'' = m \, . \, g \, . \, p_3 \, . \sin\varphi \, . \cos\vartheta.$$

Da das Verfahren bei der Integration dieser Gleichungen noch einiges Interesse haben könnte, so werde ich eine weitere Behandlung derselben hier noch mittheilen. Zunächst würde ich durch Addition und Subtraction derselben erhalten

$$M_1 \, . \, (\varphi'' + \vartheta'') = m \, . \, g \, . \, p_3 (\cos\varphi \, . \sin\vartheta + \sin\varphi \, . \cos\vartheta)$$
$$= m \, . \, g \, . \, p_3 \, . \sin(\varphi + \vartheta),$$
$$M_1 \, . \, (\varphi'' - \vartheta'') = m \, . \, g \, . \, p_3 (\cos\varphi \, . \sin\vartheta - \sin\varphi \, . \cos\vartheta)$$
$$= -m \, . \, g \, . \, p_3 \, . \sin(\varphi - \vartheta).$$

Führe ich hier die neuen Variabeln $u = (\varphi + \vartheta)$ und $w = (\varphi - \vartheta)$ ein, so ist

$$\varphi'' + \vartheta'' = \frac{d^2(\varphi + \vartheta)}{dt^2} = \frac{d^2u}{dt^2},$$
$$\varphi'' - \vartheta'' = \frac{d^2(\varphi - \vartheta)}{dt^2} = \frac{d^2w}{dt^2}.$$

Setze ich noch $\frac{m \, . \, g \, . \, p_3}{M_1} = \varkappa$, so gehen offenbar jene Gleichungen über in

$$\frac{d^2u}{dt^2} = \varkappa \, . \sin u,$$
$$\frac{d^2w}{dt^2} = -\varkappa \, . \sin w.$$

Diese beiden Gleichungen lassen sich in geschlossener Form nur einmal integriren. Wenn ich sie nämlich resp. mit $2\frac{du}{dt}$ und $2\frac{dw}{dt}$ multiplicire, dann wird

$$\frac{2\,du}{dt}\cdot\frac{d^2u}{dt^2} = 2\,.\,u'\,.\,\frac{du'}{dt} = \frac{d(u'^2)}{dt},$$

$$\frac{2\,dw}{dt}\cdot\frac{d^2w}{dt^2} = 2\,.\,w'\,.\,\frac{dw'}{dt} = \frac{d(w'^2)}{dt},$$

folglich

$$u'^2 = \int 2\varkappa\,.\,\sin u\,.\,du + C = -2\varkappa\,.\,\cos u + C,$$

$$w'^2 = -\int 2\varkappa\,.\,\sin w\,.\,dw + C_1 = 2\varkappa\,.\,\cos w + C_1.$$

Die zweite Integration führt auf die elliptischen Integrale

$$\int\frac{du}{\sqrt{(C-2\varkappa\,.\,\cos u)}} = t + D,$$

$$\int\frac{dw}{\sqrt{(C_1+2\varkappa\,.\,\cos w)}} = t + D_1.$$

Hierdurch würde u als eine Function f(t) und w als eine Function F(t) dargestellt; mithin wäre dann

$$\varphi = \frac{u+w}{2} = \frac{f(t)+F(t)}{2},$$

$$\vartheta = \frac{u-w}{2} = \frac{f(t)-F(t)}{2}.$$

Wenn die Winkel φ und ϑ nur zwischen so engen Grenzen wachsen und abnehmen können, daß ich in den Entwickelungen von $\cos u$ und $\cos w$ die vierten und höheren Potenzen von u und w vernachlässigen darf, kann ich auch die beiden zuletzt angedeuteten Integrationen in geschlossener Form ausführen, wenn man nämlich die gewöhnlich vorkommenden Transscendenten (Cosinus, Sinus, Logarithmus und e^x) als geschlossene Formen ansieht, obwohl sie doch eigentlich auch nur Symbole für unendliche Reihen sind. Ich habe dann $\cos u = 1 - \frac{u^2}{2}$ und $\cos w = 1 - \frac{w^2}{2}$ zu substituiren, wodurch

$$\int\frac{du}{\sqrt{(C-2\varkappa\,.\,\cos u)}} = \int\frac{du}{\sqrt{(C-2\varkappa+\varkappa\,.\,u^2)}} = \int\frac{du}{\sqrt{(a+b\,.\,u^2)}},$$

$$\int\frac{dw}{\sqrt{(C_1+2\varkappa\,.\,\cos w}} = \int\frac{dw}{\sqrt{(C_1+2\varkappa-\varkappa\,.\,w^2)}} = \int\frac{dw}{\sqrt{(a_1-b\,.\,w^2)}}$$

wird, wenn ich nämlich der Kürze wegen $C - 2\varkappa = a$, $C_1 + 2\varkappa = a_1$ und $\varkappa = b$ setze. Nun ist bekanntlich

$$\int\frac{du}{\sqrt{(a+b\,.\,u^2)}} = \frac{1}{\sqrt{b}}\,.\,\log(u\,.\,\sqrt{b}+\sqrt{(a+b\,.\,u^2)}) - D = t,$$

$$\int\frac{dw}{\sqrt{(a_1-b\,.\,w^2)}} = \frac{1}{\sqrt{b}}\,.\,\mathrm{Arcsin}\left(\frac{w\,.\,\sqrt{b}}{\sqrt{a_1}}\right) - D_1 = t,$$

wenn D und D_1 die Integrationsconstanten sind. Es ist folglich

$$\log(u.\sqrt{b}+\sqrt{(a+b.u^2)}=(t+D).\sqrt{b},$$

$$u.\sqrt{b}+\sqrt{(a+b.u^2)}=e^{(t+D)\sqrt{b}},$$

daher

$$a+b.u^2=\left[e^{(t+D)\sqrt{b}}-u.\sqrt{b}\right]^2=e^{2(t+D)\sqrt{b}}-2u.\sqrt{b}.e^{(t+D)\sqrt{b}}+b.u^2,$$

also

$$u=\frac{e^{2(t+D)\sqrt{b}}-a}{2\sqrt{b}.e^{(t+D)\sqrt{b}}}=\frac{e^{D\sqrt{b}}}{2\sqrt{b}}.e^{t\sqrt{b}}-\frac{a.e^{-D\sqrt{b}}}{2\sqrt{b}}.e^{-t\sqrt{b}}$$

$$=A.e^{t\sqrt{b}}+B.e^{-t\sqrt{b}},$$

wenn ich die Constante $\frac{e^{D\sqrt{b}}}{2\sqrt{b}}=A$ und $\frac{-a.e^{-D\sqrt{b}}}{2\sqrt{b}}=B$ setze. Die zweite Integration führt auf die Gleichung

$$\operatorname{Arcsin}\left(\frac{w\sqrt{b}}{\sqrt{a_1}}\right)=(t+D_1)\sqrt{b};$$

folglich ist

$$w=\frac{\sqrt{a_1}}{\sqrt{b}}.\sin(t\sqrt{b}+D_1\sqrt{b})=A_1.\sin(t\sqrt{b}+B_1),$$

wenn ich $\frac{\sqrt{a_1}}{\sqrt{b}}=A_1$ und $D_1\sqrt{b}=B_1$ setze. Nehme ich nun zur Bestimmung der Constanten der Einfachheit halber an, daß, wenn $t=0$, $u=u_0$, $w=w_0$, auch $\frac{du}{dt}=0$ und $\frac{dw}{dt}=0$ ist, dann habe ich einerseits

$$u_0=A+B,\qquad \left(\frac{du}{dt}\right)_0=0=A.\sqrt{b}-B.\sqrt{b},$$

folglich

$$A=B=\frac{u_0}{2},$$

mithin

$$u=\frac{u_0}{2}\left(e^{t\sqrt{b}}+e^{-t\sqrt{b}}\right).$$

Andrerseits ist

$$w_0=A_1.\sin B_1,\qquad \left(\frac{dw}{dt}\right)_0=0=A_1.\sqrt{b}.\cos B_1;$$

folglich

$$A_1=w_0,\quad B_1=\frac{\pi}{2},$$

mithin

$$w = w_0 . \sin(t\sqrt{b} + \frac{\pi}{2}) = w_0 . \cos(t\sqrt{b}).$$

Nun ist bekanntlich

$$\cos x = \frac{e^{xi} + e^{-xi}}{2}, \quad \cos xi = \frac{e^{x} + e^{-x}}{2},$$

daher kann ich hier u und w auf doppelte Weise darstellen.

$$u = \frac{u_0}{2}\left(e^{t\sqrt{b}} + e^{-t\sqrt{b}}\right) = u_0 . \cos(it\sqrt{b}),$$

$$w = \frac{w_0}{2}\left(e^{it\sqrt{b}} + e^{-it\sqrt{b}}\right) = w_0 . \cos(t\sqrt{b}).$$

Natürlich sind in diesen beiden Gleichungen u und w reell, da sich das Imaginäre darin zerstört. So würde ich denn schließlich durch Substitution dieser Werthe von u und w in die Gleichungen

$$\varphi = \frac{u + w}{2}, \qquad \vartheta = \frac{u - w}{2}$$

erhalten

$$\varphi = \frac{u_0}{4}\left(e^{t\sqrt{b}} + e^{-t\sqrt{b}}\right) + \frac{w_0}{4}\left(e^{it\sqrt{b}} + e^{-it\sqrt{b}}\right)$$

$$= \frac{u_0}{2} . \cos(it\sqrt{b}) + \frac{w_0}{2} . \cos(t\sqrt{b}),$$

$$\vartheta = \frac{u_0}{4}\left(e^{t\sqrt{b}} + e^{-t\sqrt{b}}\right) - \frac{w_0}{4}\left(e^{it\sqrt{b}} + e^{-it\sqrt{b}}\right)$$

$$= \frac{u_0}{2} . \cos(it\sqrt{b}) - \frac{w_0}{2} . \cos(t\sqrt{b}).$$

Den Werthen u_0, w_0, $\left(\frac{du}{dt}\right)_0$, $\left(\frac{dw}{dt}\right)_0$, entsprechen φ_0, ϑ_0, $\left(\frac{d\varphi}{dt}\right)_0 = 0$ und $\left(\frac{d\vartheta}{dt}\right)_0 = 0$. Setze ich diese ein, so könnte ich endlich die soeben erhaltenen Gleichungen auch schreiben:

$$\varphi = \frac{\varphi_0}{4}\left(e^{t\sqrt{b}} + e^{-t\sqrt{b}} + e^{it\sqrt{b}} + e^{-it\sqrt{b}}\right) + \frac{\vartheta_0}{4}\left(e^{t\sqrt{b}} + e^{-t\sqrt{b}} - e^{it\sqrt{b}} - e^{-it\sqrt{b}}\right),$$

$$\vartheta = \frac{\vartheta_0}{4}\left(e^{t\sqrt{b}} + e^{-t\sqrt{b}} + e^{it\sqrt{b}} + e^{-it\sqrt{b}}\right) + \frac{\varphi_0}{4}\left(e^{t\sqrt{b}} + e^{-t\sqrt{b}} - e^{it\sqrt{b}} - e^{-it\sqrt{b}}\right).$$

Wenn ich endlich als Bedingungen voraussetze, daß die Coordinaten des Schwerpunkts

$$p_1 = 0, \quad p_2 = 0, \quad p_3 = 0$$

sind, d. h. daß der Schwerpunkt zugleich der Drehpunkt des Körpers ist, dann nehmen die Differentialgleichungen für die Bewegung des Körpers, wie sie auf S. 9 bereits vereinfacht aufgestellt sind, folgende Gestalt an:

$$[M_3 + (M_2 - M_3)\sin^2\vartheta]\varphi'' + 2(M_2 - M_3)\sin\vartheta . \cos\vartheta . \varphi' . \vartheta' = 0,$$
$$M_1 . \vartheta'' - (M_2 - M_3)\sin\vartheta . \cos\vartheta . \varphi'^2 = 0.$$

Die Integration dieser Gleichungen vereinfacht sich offenbar am meisten in dem speciellen Falle, daß

$$M_2 = M_3$$

angenommen wird; alsdann werden die Differentialgleichungen

$$M_3 . \varphi'' = 0,$$
$$M_1 . \vartheta'' = 0.$$

Die einmalige Integration ergiebt

$$\varphi' = c_1, \qquad \vartheta' = c_2,$$

die nochmalige führt auf

$$\varphi = c_1 . t + c_3, \qquad \vartheta = c_2 . t + c_4.$$

War die Lage des Körpers zur Zeit $t = 0$ so gewählt, daß

$$\varphi_0 = 0, \qquad \vartheta_0 = 0$$

waren, so folgt daraus, daß

$$c_3 = 0, \qquad c_4 = 0,$$
$$\varphi = c_1 . t, \qquad \vartheta = c_2 . t$$

sein muß. Hat nun der Körper im Anfange seiner Bewegung einen Anstoß erhalten, welcher ihm eine Umdrehungsgeschwindigkeit v_1 in Bezug auf die Rotation um die Axe Oz und v_2 in Bezug auf die Rotation um die Axe $O1$ ertheilt, so folgt, daß

$$\varphi' = v_1 \quad \text{und} \quad \vartheta' = v_2$$

die constanten Geschwindigkeiten sein werden, mit welchen die zwiefache Rotation des Körpers um jene beiden Axen stattfindet.