

Jahrgang LVI.

1896.



Jahresbericht

der

Friedrich-Wilhelms-Schule (Realgymnasium nebst Vorschule)

zu

Stettin.

Herausgegeben von

Dr. H. Fritsche,
Direktor.

Inhalt: **Über die isogonischen und isodynamischen Punkte des Dreiecks.**
Von **Prof. Dr. Heinrich Lieber.**
Schulnachrichten vom Direktor.

Stettin 1896.

Druck von R. Grassmann.

Programm No. 152



Jahresbericht

Jahresbericht-Druck

Druck

Druck

Druck

Druck

Druck

Über die isogonischen und isodynamischen Punkte des Dreiecks.

Von Professor Dr. Heinrich Lieber.

In den Jahren 1886, 1887, 1888 hatte ich in den Programmen des hiesigen Friedrich-Wilhelm-Realgymnasiums Mitteilungen gemacht über neue Eigentümlichkeiten des Dreiecks, welche damals viele Mathematiker zu interessieren schienen. Im Anschluss hieran veröffentliche ich nun diese Abhandlung, welche mit den vorhergehenden in engem Zusammenhange steht und hoffentlich die Mathematiker ebenso interessieren wird. Zu ganz besonderem Dank bin ich Herrn Direktor Kütcker in Stettin für die Ratschläge verpflichtet, mit denen er mich bei Abfassung der vorliegenden Arbeit unterstützt hat, sowie Herrn Dr. Koebke in Berlin für die Anfertigung der Figurentafel.

Bezeichnungen. Das Dreieck sei ABC ; A_0, B_0, C_0 seien die Seitenmitten, r der Umkreishalbmesser; ferner sei $a > b > c$ oder $\alpha > \beta > \gamma$; M sei der Umkreismittelpunkt, F der Mittelpunkt des Feuerbachschen Kreises, K der Grebesche Punkt, S der Schwerpunkt, H der Höhenschnittpunkt, N der Mittelpunkt von SH und $SN = s$.

A_1, B_1, C_1 seien die Spitzen der auf den Seiten des Dreiecks ABC nach aussen errichteten gleichseitigen Dreiecke und a_1, b_1, c_1 ihre Schwerpunkte; A_2, B_2, C_2 die Spitzen der auf den Seiten nach innen errichteten gleichseitigen Dreiecke und a_2, b_2, c_2 ihre Schwerpunkte. O, O_1 seien die isogonischen Punkte, O_2 sei der Mittelpunkt von OO_1 , so dass $O_2O = O_2O_1 = p$ ist. Die isodynamischen Punkte seien $Q, Q_1; Q_2$ die Mitte von QQ_1 .

1. Unter dem isogonischen Punkte eines Dreiecks versteht man einen Punkt, dessen Eckstrahlen sich unter gleichen Winkeln schneiden; jeder Strahl halbiert also den von den beiden anderen Strahlen gebildeten Winkel, geht mithin durch die Bogenmitte des durch den isogonischen Punkt und zwei Ecken gelegten Kreises, d. h. durch die Spitze des über der Seite errichteten gleichseitigen Dreiecks. Man kann daher den isogonischen Punkt auch als den Schnittpunkt der Verbindungslinien der Ecken mit den Spitzen der über den Seiten errichteten gleichseitigen Dreiecke erklären. Dass sich diese Verbindungslinien dann wirklich in einem Punkte treffen, ist leicht zu beweisen. Da nun die gleichseitigen Dreiecke sämtlich sowohl nach aussen wie nach innen errichtet werden können, so wird es stets zwei isogonische Punkte O und O_1 eines Dreiecks geben, welche Zwillingpunkte sind; die Mitte O_2 von OO_1 muss daher auf dem Feuerbachschen Kreise liegen. (Will man zur Beweisführung Kegelschnitteigenschaften benutzen, so folgt aus der Eigenschaft, dass O und O_1 Zwillingpunkte sind, dass OO_1ABC auf einer gleichseitigen Hyperbel liegen. Ein elementarer Beweis folgt in No. 20.)

2. Bei der Feststellung der Lage von O und O_1 sind drei Fälle zu unterscheiden: a) $\alpha < 120^\circ$ und $\beta > 60^\circ$; b) $\alpha < 120^\circ$ und $\beta < 60^\circ$; c) $\alpha > 120^\circ$. Im Fall a) liegt O innerhalb des Dreiecks und des Umkreises; O_1 ausserhalb des Dreiecks und innerhalb des von BC begrenzten Kreisabschnittes. Der O entsprechende Kegelschnitt, d. h. derjenige, welcher die Dreiecksseite berührt und O zu einem Brennpunkt hat, ist eine Ellipse, und der O_1 entsprechende Kegelschnitt ist eine Hyperbel. Im Fall b) liegt O innerhalb des Dreiecks, und der ihm entsprechende Kegelschnitt ist eine Ellipse; O_1 liegt

ausserhalb des Dreiecks und des Umkreises in dem unendlichen Flächenteil, welcher von AB und den Verlängerungen von CA und CB begrenzt wird; der zu O_1 gehörende Kegelschnitt ist gleichfalls eine Ellipse. Im Fall c) liegt O ausserhalb des Umkreises im Scheitelraum des Winkels α ; O_1 ausserhalb des Dreiecks und innerhalb des von BC begrenzten Kreisabschnittes, und die O und O_1 entsprechenden Kegelschnitte sind Hyperbeln.

O und O_1 sind stets zwei ganz bestimmte Punkte; Unbestimmtheit tritt nur ein, wenn ABC gleichseitig ist; dann fällt O in M, und jeder Punkt des Umkreises kann O_1 sein.

3. Die Strecken A_1A , B_1B , C_1C sind gleich; ebenso ist $A_2A = B_2B = C_2C$. Der Beweis folgt aus der Kongruenz der Dreiecke A_1BA und C_1BC , oder aus der Beachtung, dass $OB + OC = OA_1$ ist, woraus $A_1A = B_1B = C_1C = OA + OB + OC$ folgt. Ähnlich für $A_2A = B_2B = C_2C = O_1B + O_1C - O_1A$ oder $= O_1A + O_1B - O_1C$, je nachdem Fall a) und c) oder Fall b) vorliegt.

Die Längen von A_1A und A_2A seien mit $3k$ und $3k_1$ bezeichnet. Da Sa_1 parallel A_1A und gleich k ist, folgt: „Die Mittelpunkte der gleichseitigen Dreiecke liegen auf zwei Kreisen (S, k) und (S, k_1).“ Werden die Dreiecke a_1, b_1, c_1 und a_2, b_2, c_2 nach den Verbindungslinien der Ecken gruppiert, so erhält man drei Gruppen: 1) a_1a_2, b_1b_2, c_1c_2 ; 2) a_1b_2, b_1a_2, c_1c_2 ; b_1c_2, c_1b_2, a_1a_2 ; c_1a_2, a_1c_2, b_1b_2 ; 3) a_1b_2, b_1c_2, c_1a_2 ; a_1c_2, b_1a_2, c_1b_2 .

Weil sich die Radien Sa_1, Sb_1, Sc_1 unter Winkeln von 120° schneiden, folgt: Die Dreiecke $a_1b_1c_1$ und $a_2b_2c_2$ sind gleichseitig, ihre Seiten stehen in den Mitten der Eckstrahlen durch O und O_1 auf diesen senkrecht, und ihre Kollineationsachse ist das in O_2 auf OO_1 errichtete Lot, denn der Durchschnitt je zweier entsprechender Seiten ist Mittelpunkt eines der drei Kreise, welche durch O, O_1 und je eine Dreiecksecke gehen. Radius und Mittelpunkt des Kreises durch O, O_1 und S seien ρ und μ . Die drei Kreise sollen Nebenkreise heissen; ihre Radien seien ρ_a, ρ_b, ρ_c und ihre Mittelpunkte μ_a, μ_b, μ_c .

4. Die Punkte O und O_1 sind diejenigen Punkte, für welche die algebraische Summe ihrer Abstände von den Ecken ein Minimum ist, also $OA + OB + OC = 3k = \text{Min.}$ und $O_1B + O_1C - O_1A = 3k_1 = \text{Min.}$ oder $O_1A + O_1B - O_1C = 3k_1 = \text{Min.}$, je nach der Lage von O_1 . Denn wird das ABC umschriebene gleichseitige Dreieck benutzt, dessen Seiten entweder auf den durch O oder auf den durch O_1 gehenden Eckstrahlen senkrecht stehen, so ist die algebraische Summe der Abstände eines beliebigen Punktes P von den Seiten desselben entweder $3k$ oder $3k_1$, mithin $PA + PB + PC > 3k$ oder $> 3k_1$.

5. Das Dreieck A_1A_2A liefert: $9(k^2 + k_1^2) = 2 \cdot \frac{3}{4} a^2 + 2 AA_0^2 = a^2 + b^2 + c^2$ und $9(k^2 - k_1^2) = 2 \cdot \frac{1}{3} ka \sqrt{3} = 4 \Delta \sqrt{3}$ (Δ Inhalt von ABC) oder $(3k^2 - 3k_1^2) \sqrt{3} = \Delta = a_1b_1c_1 - a_2b_2c_2$; dies Ergebnis ist übrigens nur ein besonderer Fall von dem Satz 1048, 2. Beweis in Hoffmanns Zeitschrift für mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterricht, XXIII, 119. Ist ϑ der Brocardsche Winkel von ABC, so erhält man sofort $\sqrt{3} \operatorname{tg} \vartheta = \frac{k^2 - k_1^2}{k^2 + k_1^2}$ oder $k_1^2 : k^2 = \cos(60^\circ + \vartheta) : \cos(60^\circ - \vartheta) = \sin(30^\circ - \vartheta) : \sin(30^\circ + \vartheta)$; da ferner bekanntlich $s^2 = r^2 - \frac{1}{9}(a^2 + b^2 + c^2)$ ist, so hat man $r^2 = k^2 + k_1^2 + s^2$, und $k^2 + k_1^2$ ist die Potenz von S für den Umkreis; schliesslich hat man noch $81 k^2 k_1^2 = a^4 + b^4 + c^4 - a^2 b^2 - a^2 c^2 - b^2 c^2$.

6. Die Seiten der Dreiecke $A_1B_1C_1$ und $A_2B_2C_2$ gehen durch die Mitten der Strecken A_2A, B_2B, C_2C bezüglich A_1A, B_1B, C_1C , und beide haben S zum Schwerpunkt.

Alle die Dreiecke ABC, CB_1A_2, BC_1A_2 u. s. w. sind kongruent, daher z. B. $B_1A = A_2C_1$ und $C_1A = A_2B_1$, mithin geht B_1C_1 durch die Mitte I von A_2A ; aber A_1I ist Mittellinie von A_1A_2A , und letzteres Dreieck hat S zum Schwerpunkt.

7. Augenscheinlich ist O isogonischer Punkt für $A_1B_1C_1$, und da S Schwerpunkt von $A_1B_1C_1$ ist, so sind a_2, b_2, c_2 gleichzeitig die Schwerpunkte (oder Mittelpunkte) der den Seiten von

$A_1B_1C_1$ nach innen aufgesetzten gleichseitigen Dreiecke, und weil O_1 isogonischer Punkt für das Mittendreieck von $A_1B_1C_1$ ist, so ist der zweite isogonische Punkt von $A_1B_1C_1$ derjenige Punkt O_3 , welchen man erhält, wenn O_1S über S hinaus um $2 O_1S$ verlängert wird; es entfernt sich also S von O und O_3 um k_1 und $2k$. Ebenso ist O_1 ein isogonischer Punkt für $A_2B_2C_2$; der andere isogonische Punkt O_4 wird erhalten, wenn OS über S hinaus um $2 OS$ verlängert wird; a_1, b_1, c_1 sind zugleich die Schwerpunkte der $A_2B_2C_2$ nach aussen aufgesetzten gleichseitigen Dreiecke, und S entfernt sich von O_1 und O_4 um k und $2k_1$.

Das Vorstehende bietet die Mittel, alle Stücke der Dreiecke $A_1B_1C_1$ und $A_2B_2C_2$ zu berechnen. Als Inhalt findet man nach § 5 sofort: für $A_1B_1C_1 = \frac{3\sqrt{3}}{4} (4k^2 - k_1^2)$; für $A_2B_2C_2 = \pm \frac{3\sqrt{3}}{4} (4k_1^2 - k^2)$; für B_1C_1 hat man: $B_1C_1^2 = 2(b^2 + c^2) - 9k_1^2 = 9(2k^2 \mp k_1^2) - 2a^2$, u. s. w.

Die Punkte O_3 und O_4 sind die beiden isogonischen Punkte des Dreiecks, für welches ABC Mittendreieck ist; die Ecken dieses Dreiecks sind offenbar zugleich die Ecken der $A_1B_1C_1$ nach innen oder $A_2B_2C_2$ nach aussen aufgesetzten gleichseitigen Dreiecke. Ebenso erkennt man sofort, dass die Schwerpunkte der $A_1B_1C_1$ nach aussen und der $A_2B_2C_2$ nach innen aufgesetzten gleichseitigen Dreiecke diejenigen Punkte sind, welche man erhält, wenn auf den Höhen von ABC die Strecken $\frac{1}{3} a\sqrt{3}$, bezüglich $\frac{1}{3} b\sqrt{3}$, $\frac{1}{3} c\sqrt{3}$ alle nach aussen oder alle nach innen abgetragen werden.

8. Die Verbindungslinien der Ecken eines Dreiecks mit den Schwerpunkten der auf die Seiten gesetzten gleichseitigen Dreiecke schneiden sich in einem Punkte. Also schneiden sich a_1A, b_1B, c_1C in D und a_2A, b_2B, c_2C in D_1 .

1. Beweis ergibt sich ohne weiteres aus § 7, denn es sind z. B. a_2A_1, b_2B_1, c_2C_1 die erwähnten Verbindungslinien für das Dreieck $A_1B_1C_1$, und diese gehen durch M ; daraus folgt sofort, dass D und D_1 die Mittelpunkte der Feuerbachschen Kreise von $A_1B_1C_1$ und $A_2B_2C_2$ sind.

2. Beweis. Die Mittelsenkrechten der Seiten von $A_1B_1C_1$ gehen durch a_2, b_2, c_2 und den Umkreismittelpunkt X von $A_1B_1C_1$; und weil z. B. $a_2 \parallel a_1A$ ist, so sind die Mittelsenkrechten durch b_2 und c_2 auch bezüglich parallel b_1B und c_1C , diese Geraden sind also senkrecht zu den Seiten von $A_1B_1C_1$. Die Höhen von $A_1B_1C_1$ gehen durch dessen Höhenschnittpunkt H_1 , folglich müssen sich a_1A, b_1B, c_1C in der Mitte der Verbindungsstrecke $X H_1$ treffen.

3. Beweis. a_1B und a_1C treffen die Parallele durch A zu BC in zwei Punkten, welche auf den Kreisen um C_1 , bezüglich B_1 mit den Radien C_1A und B_1A liegen; folglich ist a_1 ein Punkt der Potenzlinie dieser Kreise, also a_1A diese Potenzlinie; die Geraden a_1A, b_1B, c_1C gehen mithin durch das Potenzcentrum D der drei Kreise um A_1, B_1, C_1 .

4. Beweis. Wird O mit der Mitte Y von b_1c_1 verbunden und OY über Y hinaus um sich selbst bis Z verlängert, so sind a_1A und a_1Z Gegentransversalen für $a_1b_1c_1$; S ist auch Schwerpunkt für a_1OZ ; es geht also a_1Z durch den Endpunkt U der Mittellinie OS d. h. durch einen bekannten festen Punkt; mithin gehen auch die Gegentransversalen von a_1A, b_1B, c_1C durch einen festen Punkt und zwar den Winkelgegenpunkt von U für $a_1b_1c_1$.

Bemerkte werde noch, dass die Strecken a_1A, b_1B, c_1C gleich den Radien der Umkreise der auf $A_1B_1C_1$ gesetzten gleichseitigen Dreiecke sind und dass die Mitten dieser Strecken ein mit $a_2b_2c_2$ perspektivisch zu S liegendes gleichseitiges Dreieck bestimmen.

9. Wird noch beachtet, dass M Winkelgegenpunkt von O für $a_1b_1c_1$ ist, so lassen sich die Ergebnisse von § 8 auch wie folgt aussprechen: „Die Verbindungslinien der Ecken eines Dreiecks mit den Spitzen der auf den Seiten errichteten ähnlichen gleichschenkligen Dreiecke schneiden sich in einem Punkte“ oder „Das Spiegelpunktdreieck eines beliebigen Punktes O in Bezug auf die Seiten eines gleichseitigen Dreiecks hat mit letzterem den Schwerpunkt gemein, liegt mit demselben per-

spektivisch, und sein Umkreismittelpunkt ist Winkelgegenpunkt des beliebigen Punktes O für das gleichseitige Dreieck.“ Weil a_1O, b_1O, c_1O proportional a, b, c sind, so erhält man; „Aus den Verbindungsstrecken eines beliebigen Punktes O mit den Ecken eines gleichseitigen Dreiecks lässt sich stets ein Dreieck bilden, welches dem diesem Punkte O angehörenden Fusspunktdreieck für das gleichseitige Dreieck ähnlich ist.“ Bleibt O fest und nimmt $a_1b_1c_1$ alle möglichen Lagen im Umkreise an, so ändert das Spiegelpunktdreieck ABC von O zwar seine Gestalt, allein die Werte der Strecken k und k_1 bleiben ungeändert. Das liefert: „Die Spiegelpunktdreiecke eines beliebigen Punktes O in Bezug auf alle in einem festen Kreise liegenden gleichseitigen Dreiecke haben die gleiche Summe der Seitenquadrate, den gleichen Inhalt und folglich auch den gleichen Brocardschen Winkel.“ Oder, was dasselbe ist: „Allen Punkten, welche gleichen Abstand vom Schwerpunkt eines gleichseitigen Dreiecks besitzen, entsprechen Fusspunktdreiecke, welche die gleiche Summe der Seitenquadrate u. s. w. haben.“

10. Die Richtungen der Kollineationsachsen von Dreiecken lassen sich mit Hilfe des folgenden Steinerschen Satzes bestimmen: „Stehen drei sich in einem Punkte schneidende Geraden auf den Seiten eines Dreiecks ABC senkrecht und liegen die Spitzen zweier Dreiecke xyz und $\alpha\beta\gamma$ auf diesen Loten, so steht die Kollineationsachse von xyz und $\alpha\beta\gamma$ auf der Verbindungslinie derjenigen beiden Punkte senkrecht, in welchen sich die Lote von A, B, C auf die entsprechenden Seiten von xyz und $\alpha\beta\gamma$ schneiden.“ Das liefert: „Auf den Mittelsenkrechten von ABC liegen die Spitzen der fünf Dreiecke: $A_0B_0C_0, a_1b_1c_1, a_2b_2c_2, A_1B_1C_1$ und $A_2B_2C_2$, welche 10 Kollineationsachsen veranlassen. Die Senkrechten von A, B, C auf die entsprechenden Seiten dieser Dreiecke schneiden sich der Reihe nach in H, O, O_1, D und D_1 , mithin stehen die 10 Kollineationsachsen auf den 10 Verbindungslinien dieser 5 Punkte senkrecht.“ Ferner: „Die Seiten von $a_1b_1c_1$ stehen auf den durch O gehenden Verbindungslinien der Spitzen von ABC und $A_1B_1C_1$ senkrecht; die Senkrechten von a_1, b_1, c_1 auf die entsprechenden Seiten von ABC und $A_1B_1C_1$ schneiden sich in M , bezüglich D , mithin steht die Kollineationsachse von ABC und $A_1B_1C_1$ auf MD senkrecht.“ Ebenso folgt, dass die Kollineationsachse von ABC und $A_2B_2C_2$ auf MD_1 senkrecht steht.

11. Der Kreis (S, k) geht durch O_1 , schneidet die Strecken AA_2, BB_2, CC_2 im Abstände k_1 von den Ecken und ist Ort der Schwerpunkte aller um ABC beschriebenen gleichseitigen Dreiecke, deren Seiten mit den Eckstrahlen durch O gleiche Winkel bilden. Der Kreis (S, k_1) geht durch O , schneidet die Strecken AA_1, BB_1, CC_1 im Abstände k von den Ecken und ist Ort der Schwerpunkte aller um ABC beschriebenen gleichseitigen Dreiecke, deren Seiten mit den Eckstrahlen durch O_1 gleiche Winkel bilden.

Beweis. Der Kreis um OBC geht durch a_2 , daher A_1O , mithin auch a_1S senkrecht zu a_2O , und weil $a_1a_2 = a_1O$, so ist auch $sa_2 = SO$. Weil $A_2a_2 = \frac{1}{3} A_2A_1$, so liegt der zweite Endpunkt des durch a_2 gehenden Durchmessers auf A_1A im Abstände k von A . Der Punkt O ist offenbar Doppelpunkt für alle ABC umgeschriebenen gleichseitigen Dreiecke, deren Seiten gegen die Eckstrahlen durch O gleich geneigt sind; das grösste derselben hat den zweiten Endpunkt M_1 des durch O gehenden Durchmessers zum Schwerpunkte, weil O für dasselbe und $a_1b_1c_1$ äusserer Ähnlichkeitspunkt ist und das Seitenverhältnis dieser Dreiecke $1:2$ ist. Bilden nun die Seiten dieses grössten gleichseitigen Dreiecks mit den Seiten eines anderen den Winkel δ , so muss die Verbindungsstrecke des Schwerpunktes des letzteren mit O mit M_1O auch den Winkel δ einschliessen und $= 2k_1 \cos \delta$ sein, folglich muss der Schwerpunkt auf dem Kreise (S, k_1) liegen. Ebenso für den Kreis (S, k) . Also: „Die beiden Scharen gleichseitiger Dreiecke, welche einem beliebigen Dreieck umgeschrieben werden können, haben die isogonischen Punkte des letzteren zu Doppelpunkten, und ihre Schwerpunkte liegen auf zwei Kreisen, welche den Schwerpunkt des Dreiecks zum Mittelpunkt haben und je durch einen isogonischen Punkt gehen.“

12. Da alle diejenigen in der ABC umgeschriebenen Steinerschen Ellipse liegenden Dreiecke, welche S zum Schwerpunkt haben, bekanntlich gleichen Inhalt und die gleiche Summe der

Seitenquadrate haben, so haben auch k und k_1 für alle diese Dreiecke denselben Wert; daher liegen auch die isogonischen Punkte aller dieser Dreiecke auf den Kreisen (S, k) und (S, k_1) , und der Punkt O_2 durchläuft die ABC eingeschriebene Steinersche Ellipse. Ebenso folgt, dass die Schwerpunkte aller Scharen gleichseitiger Dreiecke, welche diesen Dreiecken umgeschrieben werden können, auf den Kreisen (S, k) und (S, k_1) liegen.

13. BC ist Potenzlinie des Kreises M und des Kreises BCO_1 , a_2O ist Potenzlinie des letzteren und des Kreises (S, k_1) , mithin ist der Schnitt von a_2O mit BC ein Punkt der Potenzlinie der Kreise (S, k_1) und M; folglich treffen die Strahlen a_2O, b_2O, c_2O die entsprechenden Seiten von ABC in drei Punkten einer Geraden, nämlich der Potenzlinie von (S, k_1) und M. Dies Ergebnis ist übrigens nur ein besonderer Fall des allgemeinen Satzes: „Errichtet man in dem Schnittpunkt P dreier Eckstrahlen Lote zu denselben, so treffen sie die Seiten in drei Punkten der Potenzlinie des Umkreises und desjenigen durch P gehenden Kreises, welcher den Höhenschnitt desjenigen Dreiecks zum Mittelpunkt hat, dessen Ecken die Mittelpunkte der durch P und je zwei Ecken gelegten Kreise sind.“ Diese Gerade steht also senkrecht auf der Eulerschen Geraden und ist offenbar, weil z. B. a_2O der vierte AO zugeordnete Strahl der durch O gehenden Eckstrahlen ist, die Harmonikale von O für ABC. Aus ihrer Eigenschaft als Potenzlinie folgt, dass ihr Abstand von S gleich ist $\frac{r^2 - k_1^2 - s^2}{2s} = \frac{k^2}{2s}$; mithin ist sie auch Polare von dem Höhenschnitt H für den Kreis (S, k) . Ebenso ergibt sich, dass die Strahlen a_1O_1, b_1O_1, c_1O_1 die Seiten von ABC in drei Punkten der Potenzlinie der Kreise (S, k) und M schneiden; dieselbe entfernt sich von S um $\frac{r^2 - k^2 - s^2}{2s} = \frac{k_1^2}{2s}$, ist also Polare von H für den Kreis (S, k_1) und Harmonikale von O_1 für ABC; die Harmonikalen der isogonischen Punkte eines Dreiecks stehen also auf dessen Eulerschen Geraden senkrecht.

14. Die isodynamischen Punkte eines Dreiecks sind die Winkelgegenpunkte der isogonischen Punkte.

Die Winkelgegenpunkte von O und O_1 seien Q und Q_1 ; aus dem Begriff „isogonischer Punkt“ folgt sofort, dass die den Punkten Q und Q_1 entsprechenden Fusspunktdreiecke gleichseitig sein müssen und dass deren Seiten den Seiten von $a_1b_1c_1$, bezüglich $a_2b_2c_2$ parallel sein müssen. Das Dreieck QAC z. B. ist ähnlich A_1AB , daher $QA : QC = c : a$; ebenso ist $Q_1AC \sim A_2AB$, mithin $Q_1A : Q_1C = c : a$, d. h. die Abstände der Punkte Q und Q_1 von den Ecken verhalten sich wie die durch die Ecken gehenden Höhen. Da Q und Q_1 die Winkelgegenpunkte der isogonischen Punkte sind, so giebt es für jedes Dreieck zwei und nur zwei isodynamische Punkte, welche eine ganz bestimmte Lage haben. Unbestimmtheit tritt nur ein, wenn das Dreieck gleichseitig ist; dann ist der Umkreismittelpunkt der eine isodynamische Punkt, der andere isodynamische Punkt kann jeder Punkt im Unendlichen sein.

Wenn sich also drei Körper mit solchen gleichförmigen Geschwindigkeiten von den Ecken eines Dreiecks bewegen, welche den diesen Ecken angehörenden Höhen proportional sind, so können sie sich nur treffen, wenn sie sich auf den isodynamischen Strahlen bewegen.

15. Aus der Begriffserklärung von isodynamischen Punkten folgt, dass die isodynamischen Punkte zugeordnete Pole des Umkreises sind; ferner folgt aus der Proportion $QA : QC = Q_1A : Q_1C = c : a$, dass Q und Q_1 die Schnittpunkte der drei Apollonischen Kreise des Dreiecks sind. Man kann daher auch die isodynamischen Punkte als die beiden Schnittpunkte der drei Apollonischen Kreise des Dreiecks erklären.

Bekanntlich geht die Gerade MQQ_1 auch durch den Grebeschen Punkt K, und M, Q, K, Q_1 sind harmonische Punkte; die Apollonischen Kreise schneiden den Umkreis und den Brocardschen Kreis daher rechtwinklig, und Q und Q_1 sind die Grenzpunkte der beiden letzten Kreise. Man kann deshalb die isodynamischen Punkte auch als die Grenzpunkte des Umkreises und des

Brocardschen Kreises erklären oder auch als die Schnittpunkte aller Kreise, welche den Umkreis und den Brocardschen Kreis rechtwinklig schneiden.

Q liegt stets innerhalb des Umkreises; ist $\alpha < 120^\circ$, so liegt Q auch stets innerhalb des Dreiecks; ist dagegen $\alpha > 120^\circ$, so liegt Q ausserhalb des Dreiecks und zwar in dem von BC begrenzten Kreisabschnitte. Q_1 liegt stets ausserhalb des Umkreises und zwar im Scheitelraum des Winkels α , wenn $\alpha > 120^\circ$ oder wenn $\alpha < 120^\circ$ und $\beta > 60^\circ$ ist; Q_1 liegt in dem von dem Bogen AC und den Verlängerungen von CA und CB begrenzten unendlichen Flächenteil, wenn $\alpha < 120^\circ$ und $\beta < 60^\circ$ ist.

16. Besondere Fälle. 1. Liegt die Ecke A im Unendlichen, sind also AB und AC parallel, so sind O und O_1 diejenigen Punkte, in welchen die Parallelen durch A_1 und A_2 mit AB die Kreise BCA_1 und BCA_2 treffen, und die Mittelpunkte a_1 und a_2 derselben sind Q_1 und Q.

2. Liegen A, B, C in einer Geraden, z. B. C zwischen A und B, dann errichte man über BC, AC und AB die gleichseitigen Dreiecke mit den Ecken A_1, B_1, C_1 so, dass A_1 und B_1 auf der einen Seite und C_1 auf der anderen Seite der Geraden liegen, die Kreise um diese Dreiecke liefern O, und der Punkt O_1 liegt mit O symmetrisch gegen die Gerade. Da nun $OA : OB = CA : CB$, so sind O und O_1 gleichzeitig die isodynamischen Punkte Q und Q_1 . Die Dreiecke $A_1B_1C_1$ haben, wo immer auch C liegen möge, wenn A und B fest bleiben, die Eigenschaft, dass $SO_1 = 2SO$, d. h. $k = 2k_1$ ist, folglich haben auch alle die Dreiecke $A_1B_1C_1$ den gleichen Brocardschen Winkel, und zwar ist immer $\text{tg } \vartheta = \frac{\sqrt{3}}{5}$. Die einfachsten Dreiecke dieser Art sind die beiden gleichschenkligen Dreiecke mit den Seiten 1; 1; $\sqrt{3}$ und 1; $\sqrt{7}$; $\sqrt{7}$; jedes geht aus dem anderen hervor, wenn man von den Ecken aus $\frac{1}{3}$ der Seiten auf diesen Seiten gleichwändig abträgt.

3. Ist ein Dreieckswinkel z. B. $\alpha = 60^\circ$ (oder 120°), so ist die Eulersche Gerade der äusseren (oder inneren) Halbierungslinie dieses Winkels parallel, sein Scheitel A ist der isogonische Punkt O_1 (oder O), und der isodynamische Punkt Q_1 (oder Q) liegt auf BC. Der andere isogonische Punkt O (oder O_1) ist der Brennpunkt derjenigen Parabel, welche AB und AC in B und C berührt; der andere isodynamische Punkt Q (oder Q_1) liegt auf der Mittellinie durch A und M, B, C, O, Q (oder O_1, Q_1) liegen auf einem Kreise.

17. Das dem Punkt M für das Dreieck $a_1b_1c_1$ angehörende Fusspunktdreieck ist offenbar dem O für ABC entsprechenden Fusspunktdreieck ähnlich; die Seiten des letzteren verhalten sich daher nach § 9 wie die Abstände des Punktes M von bezüglich a_1, b_1, c_1 . Ist nun O^2 die Potenz von O für den Umkreis und p_1 der Abstand des Punktes O von BC, so ist bekanntlich $O^2 = 2p_1 \cdot Ma_1$; folglich sind die Abstände des Punktes O von den Ecken seines Fusspunktdreiecks den entsprechenden Höhen des letzteren proportional, d. h. „der isogonische Punkt eines Dreiecks ist zugleich isodynamischer Punkt für sein Fusspunktdreieck“ und damit auch isodynamischer Punkt für alle ABC eingeschriebenen, dem Fusspunktdreieck gleichwändig ähnlichen Dreiecke. Die anderen isodynamischen Punkte aller dieser Dreiecke liegen auf der zu O gehörenden Polare für den Umkreis des Fusspunktdreiecks. Umgekehrt folgt: „Der isodynamische Punkt eines Dreiecks ist zugleich isogonischer Punkt für alle dem Dreieck umgeschriebenen Dreiecke, welche mit den isodynamischen Strahlen gleichwändig gleiche Winkel bilden.“

18. Die Ähnlichkeit der Dreiecke ACQ und AA_1B ergibt $AQ = \frac{bc}{3k} = \frac{2rh}{3k}$; ebenso

folgt aus der Ähnlichkeit von ACQ_1 und $AA_2B : AQ_1 = \frac{bc}{3k_1} = \frac{2rh}{3k_1}$; mithin $AQ_1 : AQ = k : k_1$. Der Kreis um Q_1QA berührt bekanntlich MA in A, daher $AQ_1^2 : AQ^2 = k^2 : k_1^2 = Q_1M : QM = Q_1K : QK$; d. h. der Umkreis ist Ort aller Punkte, deren Abstände von den isodynamischen Punkten

sich wie $k^2 : k_1^2$ verhalten. Daraus ergeben sich leicht folgende Werte: $MQ = \frac{rk_1}{k}$; $MQ_1 = \frac{rk}{k_1}$;
 $QQ_1 = 2QQ_2 = 2Q_1Q_2 = \frac{r(k^2 - k_1^2)}{kk_1}$; $MQ_2 = \frac{r(k^2 + k_1^2)}{kk_1}$; $KQ = r \cdot \frac{k_1 \cdot k^2 - k_1^2}{k \cdot k^2 + k_1^2}$; $KQ_1 =$
 $r \cdot \frac{k \cdot k^2 - k_1^2}{k_1 \cdot k^2 + k_1^2}$; $KQ_2 = \frac{r \cdot (k^2 - k_1^2)^2}{2kk_1 \cdot k^2 + k_1^2}$; $MK = 2LK = r \cdot \frac{2kk_1}{k^2 + k_1^2}$, wo L Mittelpunkt des
 Brocardschen Kreises ist. $LQ = \frac{r \cdot k_1^3}{k \cdot k^2 + k_1^2}$; $LQ_1 = \frac{r \cdot k^3}{k_1 \cdot k^2 + k_1^2}$; $LQ_2 = \frac{r \cdot k^4 + k_1^4}{kk_1 \cdot k^2 + k_1^2}$.

19. Die entsprechenden Seiten der den isodynamischen Punkten angehörnden Fusspunkt-dreiecke (also auch der Dreiecke $a_1b_1c_1$ und $a_2b_2c_2$) liegen symmetrisch gegen die den Endpunkten P_1 und P des Durchmessers MK entsprechenden Fusspunktlinien.

AP halbiert den Winkel Q_1AQ , folglich halbiert die P angehörnde Fusspunktlinie den Winkel derjenigen Fusspunktlinien, welche den Schnittpunkten von AQ_1 und AQ mit dem Umkreise entsprechen; letztere sind aber bekanntlich senkrecht zu den Gegentransversalen AO_1 , bezüglich AO , also parallel mit b_2c_2 bezüglich b_1c_1 ; mithin werden die Winkel irgend zweier Fusspunktlinien, deren Punkte symmetrisch gegen P_1P liegen, von den P_1 und P angehörnden Fusspunktlinien halbiert. Umgekehrt folgt: Halbieren die P_1 und P angehörnden Fusspunktlinien die Winkel irgend zweier anderen Fusspunktlinien, so gehören letztere zu zwei gegen P_1P symmetrisch liegenden Punkten.

20. Die Ecken des Urdreiecks, sein Schwerpunkt und seine isogonischen Punkte liegen auf einer gleichseitigen (der Kiepert'schen) Hyperbel.

Da nach § 19 die Fusspunktlinien von P_1 und P die Winkel der isogonischen Ecktransversalen halbieren und da a_2S und a_1S offenbar mit OS und O_1S gleiche Winkel bilden, so halbieren diese Fusspunktlinien auch die Winkel der Strahlen OS und O_1S und ebenso die Winkel, welche die Höhe und der Umkreisdurchmesser aus S des Dreiecks OO_1S bilden; mithin sind die Tangenten in S , bezüglich A, B, C für die durch O_1, O und S bezüglich A, B, C gehenden Kreise parallel. Die Tangente in S möge O_1O in N treffen, dann ist $O_2O^2 = O_2N_1^2 - SN_1^2$; das ist aber die Gleichung einer gleichseitigen Hyperbel vom Mittelpunkte O_2 , für welche O_1O und SN_1 die Richtungen zugeordneter Durchmesser sind und deren Asymptoten mithin den Fusspunktlinien von P_1 und P parallel sind.

21. Die Fusspunktlinien von P_1 und P schneiden sich in O_2 , sind also die Asymptoten selbst.

Wird HO_2 über O_2 um sich selbst bis T verlängert, so liegt T auf dem Umkreise, AT steht ersichtlich auf A_0O_2 senkrecht, und die Fusspunktlinien halbieren die Winkel der Strahlen AH und AT . Trifft nun das Lot von T auf BC den Umkreis in τ , so sind bekanntlich $A\tau$ und AT den zu T bezüglich τ gehörenden Fusspunktlinien parallel; da AH die A entsprechende Fusspunktlinie ist, so müssen mithin τ und A nach § 19 symmetrisch gegen P_1P liegen, d. h. die zu T gehörende Fusspunktlinie steht senkrecht auf P_1P , folglich sind die P_1 und P entsprechenden Fusspunktlinien mit PT und P_1T parallel, und weil die Fusspunktlinie von T durch O_2 geht, so müssen auch die Fusspunktlinien von P_1 und P durch O_2 gehen. Da ferner der Punkt, welcher mit R symmetrisch gegen P_1P liegt, eine Parallele zu RT als Fusspunktlinie hat, so werden die Winkel der Durchmesser PT und P_1P von den Fusspunktlinien der Punkte P_1 und P halbiert.

22. O_2 ist Steinerscher Punkt des Mittendreiecks $A_0B_0C_0$, und T ist Tarryscher Punkt von ABC .

Die Punkte, in welchen die Fusspunktlinien von P_1 und P z. B. BC treffen, entfernen sich von A_0 um A_0O_2 , also um den Abstand des Punktes P von der Mittelsenkrechten A_0M ; das Dreieck, dessen Ecken die Projektionen von P auf die Mittelsenkrechten sind, ist somit $A_0B_0C_0$ kongruent, und seine Seiten sind offenbar den Seiten des 1. Brocardschen Dreiecks und den Strahlen O_2A_0, O_2B_0, O_2C_0 bezüglich parallel; folglich ist O_2 Steinerscher Punkt für $A_0B_0C_0$ und T Tarryscher Punkt für ABC . Der Steinersche Punkt R von ABC ist also der Punkt, welchen man erhält, wenn

O_2S über S hinaus um $2 \cdot O_2S$ verlängert wird, oder der zweite Endpunkt des durch T gehenden Durchmessers.

23. Die Achsen der Steinerschen Ellipse sind den Asymptoten der Kiepertischen Hyperbel parallel.

Die inneren und äusseren Halbierungslinien des Winkels a_2Sa_1 treffen a_2a_1 in x und y und BC in z und u ; der Kreis um A_0uy schneide Sx in v und w . Die Dreiecke A_0vw und a_2a_1S haben die Mittellinie durch S gemein, daher ist $A_0v^2 + A_0w^2 = k^2 + k_1^2 - \frac{1}{6}a^2 + 2Sv^2$. Die Beachtung, dass sowohl a_1, x, a_2, y wie w, x, v, z harmonische Punkte sind, liefert $Sv^2 = Sx \cdot Sz = k_1 \cdot k$ und $A_0v \cdot A_0w = A_0x \cdot A_0y = \frac{1}{12}a^2$; mithin $A_0v + A_0w = k + k_1$. Da A_0 auf der eingeschriebenen Steinerschen Ellipse liegt, so sind mithin v und w die Brennpunkte derselben: ihre Achsen sind daher $k + k_1$ und $k - k_1$ und parallel den Asymptoten der Kiepertischen Hyperbel. Die Gleichung der umgeschriebenen Steinerschen Ellipse hat also die einfache Gestalt:

$$\frac{x^2}{(k + k_1)^2} + \frac{y^2}{(k - k_1)^2} = 1.$$

24. O_2 liegt auf der eingeschriebenen Steinerschen Ellipse; die Brennpunkte derselben und die isogonischen Punkte liegen auf einem Kreise.

Weil Sv zugleich innere Halbierungslinie des Winkels O_1SO und $Sv^2 = k \cdot k_1$ ist, so sind die Dreiecke OSv und O_1Sv ähnlich; ebenso OSw und O_1Sw ; folglich $O_1v : Ov = O_1w : Ow = k^2 : k_1^2$; mithin liegen O, v, w, O_1 auf einem Kreise und sind die Ecken eines harmonischen Vierecks; OO_1 ist gemeinschaftliche Grebesche Linie für die Dreiecke Ovw und O_1vw ; ebenso ist vw gemeinschaftliche Grebesche Linie für die Dreiecke O_1Ov und O_1Ow . Trifft etwa vO_2 den Kreis um dieses Viereck in σ , so ist bekanntlich σw parallel O_1O und gleich O_2w ; also ist σv eine Sehne dieses Kreises, deren Umfangswinkel gleich dem Diagonalenwinkel des Vierecks ist; mithin sind die vier durch die Ecken und die Mitten der Diagonalen gehenden Sehnen gleich und zwar jede gleich der Länge $k + k_1$ der Hauptachse der Steinerschen Ellipse; folglich ist O_2 ein Punkt dieser Ellipse, und die vier Sehnen sind Tangenten eines mit dem Umkreise des Vierecks concentrischen Kreises. Die Seiten des Vierecks O_1vwO sind durch die Gleichungen bestimmt: $(Ov + Ow)^2 = 2k_1(k + k_1 + p)$; $(Ov - Ow)^2 = 2k_1(k + k_1 - p)$; $(O_1v + O_1w)^2 = 2k(k + k_1 + p)$; $(O_1v - O_1w)^2 = 2k(k + k_1 - p)$; der Inhalt $= \frac{1}{2}(k + k_1) \sqrt{(p + k - k_1)(p + k + k_1)}$ und der Umkreisradius $= \frac{p}{\sin \frac{1}{2} O_1SO}$. Dass das

Lot G in O_2 zu O_1O Tangente der Steinerschen Ellipse ist, ist klar. Es ergibt sich somit, dass die Punkte R und T § 22 auf der dem Urdreieck umgeschriebenen Steinerschen Ellipse, bezüglich der Kiepertischen Hyperbel liegen; sie sind also die vierten Schnittpunkte des Umkreises mit der umgeschriebenen Steinerschen Ellipse, bezüglich der Kiepertischen Hyperbel. Wird noch SO_2 über O_2 hinaus um sich selbst bis U verlängert, so erhellt, dass U der vierte Schnittpunkt der umgeschriebenen Steinerschen Ellipse und der Kiepertischen Hyperbel ist; sein Winkelgegenpunkt ist die Mitte Q_2 von Q_1Q ; denn U und S sind offenbar Zwillingenpunkte; da nun K Winkelgegenpunkt von S ist, so muss der K zugeordnete Pol Q_2 Winkelgegenpunkt von U sein.

Zu erwähnen ist noch: S ist Brennpunkt der beiden Parabeln, welche O_1v und Ov , bezüglich O_1w und Ow in O_1 und O berühren. O_2, O_1 und O sind Mittelpunkt und Brennpunkte einer Hyperbel, welche O_2v und O_2w zu Asymptoten und vw zur Tangente hat; ferner sind die Brennpunkte v, w der eingeschriebenen Steinerschen Ellipse zugleich Brennpunkte einer Hyperbel, welche O_1S und OS zu Asymptoten und O_1O zur Tangente hat. O_2 ist Brennpunkt der beiden Parabeln, welche Ov und Ow , bezüglich O_1v und O_1w in v und w berühren. Wird der Diagonalenschnitt auf die Seiten projiziert, so sind die Projektionen die Ecken eines Tangentenvierecks, dessen Mittelpunkt gleichfalls der Umkreismittelpunkt von O_1vwO ist.

25. Die Ecken V und V_1 der über O_1O errichteten gleichseitigen Dreiecke liegen auf der umgeschriebenen Steinerschen Ellipse.

Es ist $VR^2 + V_1R^2 + V_1V^2 = 2O_2R^2 + 18p^2 = 9(k^2 + k_1^2) = a^2 + b^2 + c^2$, und weil die zu V_1V gehörende Höhe des Dreiecks V_1VR gleich $\frac{3}{4} \frac{k^2 - k_1^2}{p}$ ist, so ist der Inhalt von

$V_1VR = \frac{3}{4} \frac{k^2 - k_1^2}{p} \cdot p \sqrt{3} = \frac{3}{4} \sqrt{3} (k^2 - k_1^2)$; das Dreieck V_1VR hat also mit dem Urdreieck den Schwerpunkt, den Inhalt und die Summe der Seitenquadrate gemein, folglich liegt es in der umgeschriebenen Steinerschen Ellipse.

26. Die Punkte, in welchen die Achsen der Steinerschen Ellipse die Mittelsenkrechten treffen, sind die Ecken je solcher drei ähnlchen auf den Dreiecksseiten errichteten gleichschenkligen Dreiecke, deren Ecken in einer Geraden liegen.

Es ist nämlich $a_1x : a_2x = a_1y : a_2y = k : k_1$; also $a_2x = \frac{k_1}{k + k_1} \cdot \frac{1}{3} a \sqrt{3}$ und $a_2y = \frac{k_1}{k - k_1} \cdot \frac{1}{3} a \sqrt{3}$; folglich $A_0x = \frac{k - k_1}{k + k_1} \cdot \frac{1}{6} a \sqrt{3}$ und $A_0y = \frac{k + k_1}{k - k_1} \cdot \frac{1}{6} a \sqrt{3}$. Sind nun δ und δ_1 die Winkel A_0Bx und A_0By , so ist $\operatorname{tg} \delta = \frac{1}{3} \sqrt{3} \cdot \frac{k - k_1}{k + k_1}$ und $\operatorname{tg} \delta_1 = \frac{1}{3} \sqrt{3} \cdot \frac{k + k_1}{k - k_1}$, also $\operatorname{tg} \delta + \operatorname{tg} \delta_1 = \frac{2}{3} \sqrt{3} \cdot \frac{k^2 + k_1^2}{k^2 - k_1^2} = \frac{2}{3} \cot \vartheta$ und $\operatorname{tg} \delta \cdot \operatorname{tg} \delta_1 = \frac{1}{3}$; mithin sind $\operatorname{tg} \delta$ und $\operatorname{tg} \delta_1$ die Wurzeln der Gleichung $\operatorname{tg}^2 \delta - \frac{2}{3} \cot \vartheta \operatorname{tg} \delta + \frac{1}{3} = 0$, woraus sofort folgt: $\sin \vartheta = \sin(2\delta + \vartheta)$. (Vergl. Progr. des Friedrich-Wilhelm-Realgymnasiums, 1888, No. 137—140).

27. Der Dreieckswinkel O_1SO werde mit 3φ bezeichnet. Es ist $\angle a_2Sa_1 + a_2SO + O_1Sa_1 + OSO_1 = 360^\circ$, und weil a_1S und a_2S die Winkel a_2SO und a_1SO_1 halbieren, so ist mithin der Nebenwinkel von a_2Sa_1 d. h. $\angle O_1AO = 60^\circ - \varphi$, und die Strahlen a_2S und a_1S teilen den Nebenwinkel von O_1SO in drei gleiche Teile; ebenso wird bewiesen, dass die Strahlen b_2S und b_1S den von den Seiten O_1S und OS gebildeten überstumpfen Winkel $360^\circ - 3\varphi$ in drei gleiche Teile teilen, dass also $\angle O_1BO = 120^\circ - \varphi$ ist, und ferner, dass die Strahlen c_2S und c_1S den Dreieckswinkel O_1SO in drei gleiche Teile teilen, dass also $\angle O_1CO = \varphi$ ist. Das liefert folgende Eigenschaft der isogonischen Ecktransversalen: „Die Richtungen jedes isogonischen Ecktransversalenpaares teilen einen der drei Winkel, welche die Verbindungslinien des Schwerpunktes mit den isogonischen Punkten bilden, in drei gleiche Teile.“

Daraus folgt sofort, dass die etwa nach O gezogenen Halbmesser μ_aO , μ_bO , μ_cO sich unter Winkeln von 60° schneiden; d. h. „Die drei Nebenkreise schneiden sich unter Winkeln von 60° .“ Die Mittelpunkte μ_a und μ_c liegen auf der Centrale G stets auf verschiedenen Seiten von O_1O , und μ_b liegt mit μ_a oder μ_c auf derselben Seite von O_1O , je nachdem der Winkel O_1BO d. h. $120^\circ - \varphi$ spitz oder stumpf ist, oder was dasselbe ist, je nachdem der Dreieckswinkel O_1SO stumpf oder spitz ist.

Weil sich die drei Nebenkreise unter Winkeln von 60° schneiden, so ist jeder Nebenkreis-mittelpunkt Ähnlichkeitspunkt der beiden anderen Nebenkreise, und zwar ist μ_b innerer Ähnlichkeitspunkt der Kreise μ_a , μ_c , und μ_a und μ_c sind die äusseren Ähnlichkeitspunkte von μ_c , μ_b , bezüglich μ_a , μ_b ; folglich ist auch jeder Nebenkreis ein Potenzkreis für die beiden anderen. Die Mittelpunkte der sechs Kreise, welche durch O_1 bezüglich O und je zwei Nebenkreis-mittelpunkte gelegt werden können, sind die Ecken zweier im Kreise μ liegender gleichseitiger Dreiecke, woraus folgt, dass sich auch die Ähnlichkeitskreise der Nebenkreise unter Winkeln von 60° schneiden und dass die Verbindungslinien von O_1 oder O mit den Punkten, in welchen G die Dreiecksseiten trifft, sich unter Winkeln von 60° schneiden. Da zufolge § 20 die Radien μ_aA , μ_bB , μ_cC parallel sind, so

sind die Seiten BC, CA, AB Ähnlichkeitsstrahlen für die Kreispaare μ_b und μ_c , μ_c und μ_a , μ_a und μ_b ; folglich hat man den Satz: „Die Centrale G schneidet die Seiten des Urdreiecks in drei Ähnlichkeitspunkten der Nebenkreise.“

Ferner folgt aus dem Umstande, dass sich die drei Nebenkreise unter Winkeln von 60° schneiden, dass stets $\frac{1}{\rho_b} = \frac{1}{\rho_a} + \frac{1}{\rho_c}$ ist, d. h. die algebraische Summe der reciproken Werte der Nebenkreisradien ist stets = 0. Endlich folgt noch, weil S Schwerpunkt von ABC ist, dass der Radius ρ des Kreises um O_1SO von den Radien der Nebenkreise abhängt, und zwar ist: $3\rho = \rho_a - \rho_b + \rho_c$, und der Mittelpunkt μ ist der Schwerpunkt der Mittelpunkte μ_a, μ_b, μ_c ; damit ist also der Umkreis μ von O_1SO völlig der Grösse und Lage nach bestimmt.

Die Gleichung $\frac{1}{\rho_b} = \frac{1}{\rho_a} + \frac{1}{\rho_c}$ kann man auch leicht durch Trigonometrie erhalten. Es ist nämlich $\rho_a \sin(60^\circ - \varphi) = \rho_b \sin(120^\circ - \varphi) = \rho_c \sin \varphi = p$; weil daher $\sin \varphi = \sin(120^\circ - \varphi) = \sin(60^\circ - \varphi)$ ist, hat man $\frac{1}{\rho_b} = \frac{1}{\rho_a} + \frac{1}{\rho_c}$.

28. Da O_1S und OS gleiche Winkel mit SO_1 bezüglich SO bilden, ist $\angle AO_1S = O_1AO = 60^\circ - \varphi$; mithin ist, wenn sich OA und O_1S in e schneiden, das Dreieck O_1eA gleichschenkelig, und seine Höhe durch e ist b_2c_2 ; also: Die Ecktransversalen durch O treffen die Seiten des Dreiecks $a_2b_2c_2$ in drei Punkten der Geraden O_1S . Ebenso: Die Ecktransversalen durch O_1 treffen die Seiten des Dreiecks $a_1b_1c_1$ in drei Punkten der Geraden OS . Die Spiegelpunkte von O (bezüglich O_1) für die Seiten von $a_2b_2c_2$ (bezüglich $a_1b_1c_1$) müssen daher in O_1S (bezüglich OS) liegen, ebenso die Spiegelpunkte von O und O_1 in Bezug auf die Halbierungslinien des Winkels O_1SO und die Gerade G ; d. h. die isogonischen Punkte O und O_1 sind die Brennpunkte zweier Parabeln, welche beide die Gerade G und die Achsen der Steinerschen Ellipse berühren, welche die Geraden O_1S bezüglich OS zu Leitlinien haben und die Seiten des Dreiecks $a_2b_2c_2$ bezüglich $a_1b_1c_1$ berühren. Die den Punkten O und O_1 für die Dreiecke $a_2b_2c_2$ und $a_1b_1c_1$ entsprechenden Fusspunktlinien sind also zu den Seiten O_1S und OS parallel und gehen durch die Mitten der letzteren.

29. Die Tangenten in A, B, C für die Nebenkreise sind der Eulerschen Geraden parallel.

Bekanntlich ist die Potenz von A für den Kreis um OBC bezüglich O_1BC gleich $2h \cdot a_1M$ bezüglich $2h \cdot a_2M$, also $AO \cdot 3k = 2h \cdot a_1M$ und $AO_1 \cdot 3k_1 = 2h \cdot a_2M$ oder $AO : \frac{2}{3}h = k : a_1M$ und $O_1A : \frac{2}{3}h = k_1 : a_2M$; ist daher x der Schnittpunkt von h mit der Parallelen durch S zu BC , so ist $\triangle OAx \sim Sa_1M$ und $O_1Ax \sim a_2SM$; mithin $\angle O_1xO = 180^\circ - O_1AO$; daher liegt x auf dem Kreise μ_a , und die Tangente in A bildet mit AO einen Winkel gleich Winkel $OxA = a_1SM$; folglich ist die Tangente parallel der Eulerschen Geraden. (Einen zweiten Beweis siehe § 37). Daraus folgen sofort die Sätze: „Die Nebenkreise schneiden die Höhen und Mittellinien des Urdreiecks in den Projektionen x, y, z von S auf die Höhen und in den Projektionen x_1, y_1, z_1 von H auf die Mittellinien. Somit ist xyz ähnlich ABC , und $x_1y_1z_1$ ist dem aus den Mittellinien gebildeten Dreieck ähnlich.“

Da $xO = \frac{2}{3}hs : k$ und $xO_1 = \frac{2}{3}hs : k_1$, so verhalten sich die Abstände der Ecken der Dreiecke xyz und $x_1y_1z_1$ von O_1 und O wie $k : k_1$; mithin schneidet der Umkreis dieser Dreiecke die Nebenkreise rechtwinklig; folglich liegt sein Mittelpunkt N auf O_1O , d. h. die Verbindungslinie der isogonischen Punkte halbiert die von Schwerpunkt und Höhenschnitt begrenzte Strecke.

Da nun die Eulersche Gerade Tangente in S für den Kreis μ um O_1SO ist, so hat man unmittelbar $NO_1 \cdot NO = s^2 = Nm \cdot NM$; folglich liegen die isogonischen Punkte mit den Mittelpunkten M und m des Umkreises und des Feuerbachschen Kreises auf einem Kreise. Ebenso liegen M, m, K und O_2 auf einem Kreise. Ferner ergibt sich aus $xO = \frac{2}{3}hs : k$ und $yO = \frac{2}{3}h_1s : k$,

dass sich die Abstände der Ecken des Dreiecks xyz von O wie die Höhen von xyz verhalten; mithin sind die isogonischen Punkte O und O_1 die isodynamischen Punkte der Dreiecke xyz und $x_1y_1z_1$; oder die Nebenkreise sind die Apollonischen Kreise der Dreiecke xyz und $x_1y_1z_1$; woraus folgt, dass sich die entsprechenden Seitenpaare derselben in den Mittelpunkten μ_a, μ_b, μ_c treffen. Weil $\angle yzS = yHS = \mu_a AB$, so ist die Verbindungslinie der Projektionen des Punktes μ_a auf AB und AC parallel yz , d. h. die Seiten des Dreiecks xyz stehen auf denjenigen Eckstrahlen senkrecht, welche durch denjenigen Punkt W des Umkreises gehen, dessen zugehörige Fusspunktlinie parallel der Eulerschen Geraden ist. Aus dem Steinerschen Satz § 10 ergibt sich sofort: Die Kollineationsachse der Dreiecke xyz und ABC steht senkrecht auf WH .

30. Weil SH Tangente für den Umkreis μ von O_1SO ist, so ergibt sich unmittelbar:
 $NO = \frac{k_1 \cdot s}{k}$; $NO_1 = \frac{k \cdot s}{k_1}$; $OO_1 = 2p = \frac{k^2 - k_1^2}{k \cdot k_1} \cdot s$; $O_1N = \frac{k^2 + k_1^2}{2k \cdot k_1} \cdot s = \sqrt{s^2 + p^2}$.

Ferner: Die Verbindungslinie des Schwerpunktes mit dem Tarryschen Punkte ist parallel der Verbindungslinie der isogonischen Punkte, und die Strecke ST ist $= \frac{k^2 + k_1^2}{k \cdot k_1} \cdot s$. Da nun das Urdreieck und das erste Brocardsche Dreieck den Schwerpunkt S gemein haben, da M der Tarrysche Punkt des letzteren ist und da die von S nach den isogonischen Punkten des letzteren gezogenen Strahlen einen Winkel gleich $\angle O_1SO$ bilden, welcher dieselbe Halbierungslinie wie O_1SO hat, so ergibt sich: Die isogonischen Punkte des ersten Brocardschen Dreiecks liegen auf den Strahlen SO_1 und SO mit O_1 und O auf einem Kreise; ihre Verbindungslinie trifft O_1S in dem Grebeschen Punkte dieses Dreiecks, und ST ist die Eulersche Gerade desselben; der Kreis durch S und die isogonischen Punkte dieses Dreiecks berührt ST in S . Ferner folgt: Der Kreis durch MT , welcher SM in M berührt, geht durch den Mittelpunkt M_1 des Brocardschen Kreises, denn es ist $s^2 = M_1S \cdot ST = O_1N \cdot NK$, und folglich liegt noch der Grebesche Punkt K auf O_1O .

31. Da $ST \parallel O_1O$ ist, so sind ST und SM Gegentransversalen sowohl für Sa_1, Sa_2 als auch Sb_1, Sb_2 und Sc_1, Sc_2 . Schneidet nun der Kreis um a_1a_2S die Gerade ST in einem Punkte A , so liegen A und T auf verschiedenen Seiten von S , und es ist $SA = k \cdot k_1 : s$; nach § 30 ist $ST = \frac{k^2 + k_1^2}{kk_1} \cdot s$, also $SA \cdot ST = k^2 + k_1^2 = r^2 - s^2$; folglich liegt A auf dem Umkreise M , d. h. die Kreise um die Dreiecke $a_1a_2S, b_1b_2S, c_1c_2S$ schneiden den Umkreis M in demselben Punkte A , in welchem die Gerade ST den Umkreis M trifft; ihre Mittelpunkte liegen also in der Mittelsenkrechten der Strecke SA und die durch S gehenden Radien sind denjenigen Geraden parallel, welche den Steinerschen Punkt R mit den Ecken von ABC verbinden. Selbstverständlich ist die Gerade RA senkrecht zu O_1O . Der Kreis μ schneidet ST in einem Punkte t_1 , welcher mit t symmetrisch zu S liegt.

32. Alle Dreiecke, deren Ecken der Schwerpunkt S und die Endpunkte der durch A, B, C gehenden Durchmesser AA_3, BB_3, CC_3 der Nebenkreise sind, haben H zum gemeinschaftlichen Höhenschnitt, und weil in dem Viereck SAA_3T die Gegenseitenpaare AA_3, ST und A_3T, SA parallele Winkelhalbierende haben (dieselben bilden nämlich mit den Winkelhalbierenden von $\angle O_1SO$ gleichwendig den Winkel 45°), so ist SAA_3T ein Sehnenviereck, d. h. die drei durch den Schwerpunkt S gehenden Kreise, welche die Nebenkreise in den Durchmessern A_3A, B_3B, C_3C treffen, schneiden sich in dem Tarryschen Punkte T ; ihre Mittelpunkte liegen also auf der Mittelsenkrechten von ST , woraus folgt, dass auch die Schwerpunkte der Dreiecke A_3AS, B_3BS, C_3CS in einer Senkrechten zu ST liegen.

Weil die Gerade G (d. h. die Centrale $\mu_a\mu_b\mu_c$) die Strecken A_3A, B_3B, C_3C halbiert, so ist das Dreieck $A_3B_3C_3$ inhaltsgleich mit Dreieck ABC , folglich ist auch das Dreieck, dessen Ecken die Höhenschnitte der Dreiecke O_1OA, O_1OB, O_1OC sind (denn dasselbe liegt mit $A_3B_3C_3$ symmetrisch

zu O_2) inhaltsgleich mit ABC . Ferner ist ersichtlich, dass O und O_1 die isogonischen Punkte des Dreiecks $A_3B_3C_3$ sind, dass der zweite Endpunkt S_1 des durch S gehenden Durchmessers des Kreises μ der Schwerpunkt von $A_3B_3C_3$ ist, dass die zu SH parallele Tangente in S_1 für diesen Kreis die Eulersche Gerade von $A_3B_3C_3$ ist, dass die Seiten von $A_3B_3C_3$ parallel mit S_1A , S_1B , S_1C sind und dass G die Kollineationsachse von $A_3B_3C_3$ und ABC ist.

33. Das Dreieck A_3AS ergibt sofort $q_a : s = h : \frac{b^2 - c^2}{2a}$, also $q_a = \frac{4J_s}{b^2 - c^2}$ und entsprechend $q_b = \frac{4J_s}{a^2 - c^2}$, $q_c = \frac{4J_s}{a^2 - b^2}$, woraus dann die bereits § 29 erwiesene Beziehung folgt

$\frac{1}{q_b} = \frac{1}{q_a} + \frac{1}{q_c}$. Da nun bekanntlich $144J_s^2 = a^2(a^2 - b^2)(a^2 - c^2) + b^2(b^2 - a^2)(b^2 - c^2) + c^2(c^2 - a^2)(c^2 - b^2) = P$ und zufolge § 5: $81k^2k_1^2 = Q = a^4 + b^4 + c^4 - a^2b^2 - a^2c^2 - b^2c^2 = (a^2 - b^2)(a^2 - c^2) + (b^2 - a^2)(b^2 - c^2) + (c^2 - a^2)(c^2 - b^2)$ ist, so erhält man für die Radien der Nebenkreise, lediglich in den Seiten des Urdreiecks ausgedrückt, folgende Werte:

$q_a = \frac{\sqrt{P}}{3(b^2 - c^2)}$; $q_b = \frac{\sqrt{P}}{3(a^2 - c^2)}$; $q_c = \frac{\sqrt{P}}{3(a^2 - b^2)}$. Ebenso findet man für die Strecke

$O_1O = 2p = \frac{k^2 - k_1^2}{kk_1}s = \sqrt{P} : 3Q$; für den Radius ρ des um O_1OS beschriebenen Kreises μ

ist $\rho = \frac{Q\sqrt{P}}{9(a^2 - b^2)(a^2 - c^2)(b^2 - c^2)}$ und für die Strecke O_2S erhält man $O_2S^2 = [(a^2 - b^2)(a^2 - c^2)(2b^2 + 2c^2 - a^2) + (b^2 - c^2)(b^2 - a^2)(2a^2 + 2c^2 - b^2) + (c^2 - a^2)(c^2 - b^2)(2a^2 + 2b^2 - c^2)] : 9Q$.

Ebenso kann man nun auch die Strecken MO_2 , MO_1 , MO u. s. w. nur durch a , b , c bestimmen. Für den Inhalt J_1 des Dreiecks O_1OS erhält man $J_1 = \frac{k \cdot k_1 \cdot 2p}{4\rho} = \frac{J_s\sqrt{3}}{9\rho} = \frac{\sqrt{3}(a^2 - b^2)(a^2 - c^2)(b^2 - c^2)}{a^4 + b^4 + c^4 - a^2b^2 - a^2c^2 - b^2c^2}$.

Auch die Asymptotengleichung der Kiepert'schen Hyperbel lässt sich durch a , b , c allein ausdrücken. Sind nämlich x und y die Koordinaten von S , so ist $x = \frac{k - k_1}{2} \sin \frac{3}{2}\varphi$ und $y = \frac{k + k_1}{2} \cos \frac{3}{2}\varphi$, also $xy = \frac{k^2 - k_1^2}{8} \sin 3\varphi = \frac{k^2 - k_1^2}{4kk_1} J_1 = \frac{3JJ_1}{9k \cdot k_1} =$

$$\frac{3(a^2 - b^2)(a^2 - c^2)(b^2 - c^2)\sqrt{(a + b + c)(-a + b + c)(a - b + c)(a + b - c)}}{4(a^4 + b^4 + c^4 - a^2b^2 - a^2c^2 - b^2c^2)^{3/2}}$$

34. Bezeichnet man die Strecken OA , OB , OC mit x , y , z und OA_1 , OB_1 , OC_1 mit x_1 , y_1 , z_1 , so hat man $y^2 + z^2 + yz = a^2$; $x^2 + z^2 + xz = b^2$; $x^2 + y^2 + xy = c^2$ und $y_1^2 + z_1^2 + y_1z_1 = a^2$; $x_1^2 + z_1^2 + x_1z_1 = b^2$; $x_1^2 + y_1^2 + x_1y_1 = c^2$. Die zweite Gruppe geht in die erste über, wenn man in die zweite Gruppe $-x_1$ statt x_1 setzt. Die Lösung beider Gruppen ist daher die gleiche. Die Auflösung dieser Gleichungen führt schliesslich auf eine kubische Gleichung; in dessen die Eigenschaften der isogonischen Punkte gewähren die Mittel zur leichten Bestimmung der Unbekannten aus diesen Gleichungen. Nämlich in § 11 ist bewiesen worden, dass der Kreis (S , k_1) die Eckstrahlen durch O zum zweiten Mal in den zweiten Endpunkten der durch a_2 , b_2 , c_2 gehenden Durchmesser des Kreises (S , k_1) trifft und dass diese Punkte von den Ecken des Urdreiecks die

Abstände k haben; das liefert sofort: $x = \frac{AS^2 - k_1^2}{k}$; $y = \frac{BS^2 - k_1^2}{k}$; $z = \frac{CS^2 - k_1^2}{k}$ oder $k - x = \frac{3a^2 - b^2 - c^2}{9k}$; $k - y = \frac{3b^2 - a^2 - c^2}{9k}$; $k - z = \frac{3c^2 - a^2 - b^2}{9k}$.

Auch die kubische Schlussgleichung lässt sich leicht durch geometrische Eigenschaften bestimmen. Zuzufolge § 27 bilden die Sehnen $k - x$, $k - y$, $k - z$ mit den durch a_2, b_2, c_2 gehenden Durchmessern des Kreises (S, k_1) bezüglich die Winkel $60^\circ - \varphi$, $120^\circ - \varphi$, φ , welche die Drittel der von den Strahlen O_1S und OS gebildeten Winkel sind; folglich ist $\frac{k-x}{2k_1} = \cos(60^\circ - \varphi)$;
 $\frac{k-y}{2k_1} = \cos(120^\circ - \varphi)$; $\frac{k-z}{2k_1} = \cos \varphi$. Nun ist aber bekanntlich $\cos \varphi^3 - \frac{3}{4} \cos \varphi - \frac{1}{4} \cos 3\varphi =$
 $\frac{k^2 + k_1^2 \mp 4p^2}{8kk_1}$, mithin $(k-x)^3 - 3k_1(k-x) = \frac{k^2}{k_1}(k^2 + k_1^2 \mp 4p^2)$.

35. Die Durchschnittspunkte der Geraden G mit BC, CA, AB seien bezüglich x, y, z , und AA_3, BB_3, CC_3 treffen die Gegenseiten in α, β, γ ; $\alpha_1, \beta_1, \gamma_1$ seien die α, β, γ zugeordneten harmonischen Punkte für AA_3, BB_3, CC_3 ; dann ist zu beachten, dass die harmonischen Punkte A, α_1, A_3, α und die entsprechenden B, β_1, B_3, β ; C, γ_1, C_3, γ stets die Proportion $2:1 = 6:3$ erfüllen. Daraus folgt sofort, dass sich z. B. B_3C und C_3B auf A_3A in dem Mittelpunkt μ_a treffen, d. h. die Dreiecke $A_3B_3C_3$ und ABC liegen vierfach perspektivisch; die perspektivischen Scheitel sind die Mittelpunkte der Nebenkreise und der Punkt im Unendlichen, in welchem sich die zur Eulerschen Geraden senkrechten Durchmesser schneiden. Trifft die Parallele zu A_3A durch x die Seiten AB in x_1 und x_2 , so sind z. B. A, B, x, γ harmonische Punkte; weil aber y ($A\alpha_1A_3\alpha$) ein harmonisches Büschel ist, so geht der Strahl yA_3C_3 durch x_1 ; x_1 ist also der Schnitt von A_3C_3 mit AB ; ebenso ist x_2 der Schnitt von A_3B_3 mit AC , d. h. die vier Kollineationsachsen der Dreiecke $A_3B_3C_3$ und ABC sind die Centrale der Nebenkreise und die drei Senkrechten zur Eulerschen Geraden, welche durch die Schnitte der Centrale mit den Dreiecksseiten gehen. Die Parallele durch A zu B_3C_3 geht offenbar durch den Schwerpunkt S_1 von $A_3B_3C_3$, d. h. die Parallelen durch die Ecken eines der Dreiecke $A_3B_3C_3$ und ABC zu den entsprechenden Seiten des zweiten schneiden sich im Schwerpunkt des zweiten. Offenbar liegen die Punkte x, y, z in den Mitten der Strecken x_1x_2, y_1y_2, z_1z_2 , und da z. B. $x_1x = \frac{3q_b q_c}{q_b + q_c}$; $y_1y = \frac{3q_a q_c}{q_c - q_a}$; $z_1z = \frac{3q_a q_b}{q_a + q_b}$, so ist $\frac{1}{x_1x} = \frac{1}{y_1y} + \frac{1}{z_1z}$.

36. Da B_3C_3 und BC durch x in demselben Verhältnis geteilt werden, so ist der Schnittpunkt α_3 von B_3C_3 mit A_3A der vierte harmonische Punkt zu C_3, x, B_3 ; mithin ist A_3A die Polare von x für die Kiepertsche Hyperbel, folglich A_3x und Ax Tangenten für diese Hyperbel; d. h. die Verbindungslinien der Ecken eines Dreiecks mit den Punkten, in welchen die Centrale der Nebenkreise die Gegenseiten trifft, sind Tangenten der Kiepertschen Hyperbel; diese Tangenten teilen die Durchmesser der Nebenkreise im Verhältnis $1:3$, und die Teilpunkte sind die Ecken des Tangentendreiecks. Oder: Zieht man durch die Ecken eines Dreiecks die Senkrechten zu den Eulerschen Geraden bis zu den Gegenseiten, so gehen die Verbindungslinien je zweier Mitten dieser Strecken durch die dritten Ecken und sind Tangenten der Kiepertschen Hyperbel.

37. Da α, B, x, C harmonische Punkte sind, so ist die Gerade G die Harmonikale des im Unendlichen liegenden Schnittes der Geraden A_3A, B_3B, C_3C ; mithin muss die Seitengegengentersversale von G durch den Schwerpunkt S gehen. Da aber A_0 (Mitte von BC) α_1 durch die Mitte von A_3S geht, muss $A_0\alpha_1$ auch durch O_2 gehen; mithin geht die Parallele durch A zu $A_0\alpha_1$ durch den Steinerschen Punkt R , und da $A_0A, A_0\alpha_1, A_0\alpha$ und die Parallele durch A_0 zu $A\alpha$ ein harmonisches Büschel bilden, so ist AR Seitengegengentersversale von $A\alpha$, folglich ist die Harmonikale von R die Seitengegengentersversale von G . Da aber die Harmonikale jedes Punktes des Umkreises, also auch die von R , durch den Grebeschen Punkt K geht, so erhält man: Die Centrale G der Nebenkreise ist Seitengegengentersversale zu der Verbindungslinie des Schwerpunktes mit dem Grebeschen Punkte. Der Steinersche Punkt R ist der einzige Punkt des Umkreises, dessen Seitengegenstrahlen parallel sind.

Es ist klar, dass die Gerade SK durch die Mitten von Ax, By, Cz geht, woraus folgt: Die Achse der die Dreiecksseiten und die Gerade G berührenden Parabel ist parallel SK; SK ist Ort der Mittelpunkte aller Kegelschnitte, welche G und die Dreiecksseiten berühren; der Schnitt von SK und G ist Schwerpunkt der Punkte x, y, z und zugleich der dem Punkte O_2 für den Kreis μ zugeordnete Pol. Denn der Schwerpunkt der sechs Punkte ABCxyz und S liegen auf SK, folglich liegt auch der Schwerpunkt von xyz auf SK, mithin ist er der genannte Schnittpunkt; da ferner SO_2 und SK Gegentransversalen zu SO_1 und SO sind, so schneiden sie den auf O_1O senkrechten Durchmesser in zugeordneten Polen.

38. Da μ_a und x die Ähnlichkeitspunkte der Kreise μ_b und μ_c sind und der Ähnlichkeitskreis durch O_1O geht, so ist $qa^2 = \mu_a O_2 \cdot \mu_a x$, so sind O_2 und x zugeordnete Pole für den Kreis μ_a , also AO_2 und Ax Gegentransversalen zu AO_1 und AO. Ebenso sind O_2 und y zugeordnete Pole für μ_b , und O_2 und z zugeordnete Pole für μ_c . Wird noch beachtet, dass AO_2, BO_2, CO_2 Hyperbelhalbmesser sind, so hat man sofort einen neuen Beweis des Satzes § 36, dass nämlich die Geraden Ax, By, Cz Hyperbeltangente sind; ferner folgt: Die Verbindungslinien der Schnitte von G und den Dreiecksseiten mit den isogonischen Punkten sind Tangenten für die Nebenkreise.

Weil die Geraden von A_3 oder A nach den Schnittpunkten von G mit dem Kreise μ_a parallel zu den Asymptoten der Hyperbel sind, so treffen irgend zwei Gegentransversalen zu O_1A und OA die Centrale G in zugeordneten Polen von μ_a ; und entsprechend für μ_b und μ_c ; folglich ist G für jeden Nebenkreis derjenige Durchmesser, für welchen die Winkelgegenpunkte aller seiner Punkte in Bezug auf die Dreiecke O_1OA, O_1OB, O_1OC auf der Hyperbel liegen; jedem Punkt von G entsprechen daher als Winkelgegenpunkte der erwähnten Dreiecke drei Hyperbelpunkte; dieselben sind augenscheinlich die zweiten Endpunkte derjenigen Hyperbeldurchmesser, welche durch die Punkte gehen, in denen die Verbindungslinie des beliebigen Punktes mit den Ecken des Dreiecks die Hyperbel zum zweiten Mal schneiden. Umgekehrt: Jedem Punkt der Hyperbel entsprechen als Winkelgegenpunkte für die drei Dreiecke drei Punkte der Geraden G, und die diesen drei Punkten bezüglich zugeordneten Pole für die Nebenkreise fallen in einen einzigen Punkt zusammen.

39. Die Strahlen a_1S und a_2S treffen die Lote von O und O_1 auf BC in V und V_1 ; dann sind wegen des Parallelogramms A_1a_1VO die Strecken $OV = O_1V_1 = \frac{1}{3}a\sqrt{3}$; ebenso erhält man für die entsprechenden Punkte W und W_1, Z und Z_1 auf den Loten von O und O_1 auf AC bezüglich AB, $OW = O_1W_1 = \frac{1}{3}b\sqrt{3}$; $OZ = O_1Z_1 = \frac{1}{3}c\sqrt{3}$; da nun OV, OW, OZ proportional und senkrecht zu den Seiten von ABC sind, und da V der Höhenschnitt des Dreiecks BCO ist, so hat man also: Die Höhenschnitte der Dreiecke, welche je zwei Ecken des Urdreiecks und einen der isogonischen Punkte zu Ecken haben, sind die Ecken eines Dreiecks, dessen Seiten auf den Mittellinien senkrecht stehen, dessen Schwerpunkt dieser isogonische Punkt ist, das dem Urdreieck inhaltsgleich ist, und welches den Schwerpunkt S und den Punkt U zu isogonischen Punkten hat; die isogonischen Strahlen dieses Dreiecks sind den entsprechenden isogonischen Strahlen von ABC parallel. Wird beachtet, dass VC und VB auf BO und CO senkrecht stehen, so folgt: Die Ecken des Urdreiecks sind die gemeinschaftlichen Höhenschnitte derjenigen Dreiecke, welche durch O oder O_1 und je zwei Ecken von VWZ oder $V_1W_1Z_1$ bestimmt sind.

Da SK die Eulersche Gerade für das K entsprechende Fusspunktdreieck ist, dessen Seiten bekanntlich senkrecht auf den Mittellinien stehen, so ist die Parallele durch O zu SK, welche SU in N_1 treffen möge, die Eulersche Gerade von VWZ. Der Kreis um SUO berührt mithin N_1O in O, und die Parallele zur Eulerschen Geraden SN durch O trifft SU in dem Grebeschen Punkte K_1 von VWZ_1 ; das Entsprechende gilt natürlich für Dreieck $V_1W_1Z_1$. Die Geraden O_1O und SU sind, weil die Strecken k_1 und k für beide Dreiecke ABC und VWZ gleichwertig sind, durch K und N bezüglich K_1 und N_1 nach demselben Verhältnis harmonisch geteilt; daher sind K_1K und N_1N parallel SO, und die Parabel, welche N_1S, N_1O, NS und NO berührt, hat ihren Brennpunkt in

dem Fusspunkte der aus der Mitte von SO auf N_1N gefällten Senkrechten, und ihre Achse ist parallel O_1S . Wird O mit S , O_1 mit U vertauscht und ebenso die Eulerschen Geraden, so haben alle bisher aufgestellten Sätze auch Gültigkeit für die Dreiecke $V_1W_1Z_1$ und VWZ .

40. Die Ecktransversalen durch O und O_1 mögen den Umkreis in α, β, γ bezüglich in $\alpha_1, \beta_1, \gamma_1$ treffen; die Mitten der Sehnen $A\alpha, B\beta, C\gamma$, welche die Ecken eines gleichseitigen Dreiecks bilden, lassen sofort erkennen, dass $O\alpha + O\beta + O\gamma = OA + OB + OC$ ist, d. h.: „Wird ein isogonischer Dreistrahl von einem Kreise in sechs Punkten geschnitten, so sind die algebraischen Summen der Entfernungen des Scheitels von den beiden Gruppen dreier nicht auf einander folgender Durchschnittspunkte gleich“. Es ist also auch $O\alpha + O\beta + O\gamma = 3k$; ebenso ist $O_1\beta_1 + O_1\gamma_1 - O_1\alpha_1 = 3k_1$. Sind noch δ und δ_1 die Mitten von MO und MO_1 , so ist z. B. δ der Schwerpunkt der sechs Punkte $A, B, C, \alpha, \beta, \gamma$; mithin liegt der Schwerpunkt σ des Dreiecks $\alpha\beta\gamma$ mit S symmetrisch gegen δ ; ebenso liegt der Schwerpunkt σ_1 von $\alpha_1\beta_1\gamma_1$ symmetrisch zu S gegen δ_1 , und die Strecken σO und $\sigma_1 O_1$ sind gleich s . Da nun die Parallele durch S, σ oder σ_1 zu OO_1 durch den Tarryschen Punkt geht, so haben die Dreiecke $ABC, \alpha\beta\gamma, \alpha_1\beta_1\gamma_1$ denselben Tarryschen Punkt T , also auch denselben Steinerschen Punkt R ; mithin liegen die zweiten isogonischen Punkte von $\alpha\beta\gamma$ und $\alpha_1\beta_1\gamma_1$ auch auf O_1O ; die Eulerschen Geraden $M\sigma$ und $M\sigma_1$ von $\alpha\beta\gamma$ und $\alpha_1\beta_1\gamma_1$ sind mit SO bezüglich SO_1 parallel, und die Kreise durch M und je zwei der Schwerpunkte S, σ, σ_1 berühren die durch den dritten gehende Eulersche Gerade in M . Da ferner $\triangle ABC = \frac{3\sqrt{3}}{4}(k^2 - k_1^2)$, $\triangle \alpha\beta\gamma = \frac{3\sqrt{3}}{4}$

$(k^2 - s^2)$ und $\triangle \alpha_1\beta_1\gamma_1 = \pm \frac{3\sqrt{3}}{4}(k_1^2 - s^2)$ ist, so hat man $\triangle ABC \pm \triangle \alpha\beta\gamma \pm \triangle \alpha_1\beta_1\gamma_1 = 0$, d. h. die Summe zweier dieser Dreiecke ist dem dritten gleich; die Summe der Seitenquadrate der drei Dreiecke ist stets $18r^2$, also von der Gestalt des Urdreiecks unabhängig.

Wird O als Inversionsmittelpunkt und die Potenz von O für Kreis M als Quadrat des Inversionshalbmessers genommen, so sind die Inversionen der Seiten des Dreiecks $\alpha\beta\gamma$ diejenigen drei Kreise, welche um die auf den Seiten von ABC nach aussen errichteten gleichseitigen Dreiecke gelegt sind; also sind die Inversionen der vier Berührungskreise von $\alpha\beta\gamma$ diejenigen vier Kreise, welche die Umkreise der gleichseitigen Dreiecke berühren, und die Inversion des Feuerbachschen Kreises von $\alpha\beta\gamma$ ist derjenige Kreis, welcher die zuletzt erwähnten Kreise berührt. Das Entsprechende gilt natürlich von der Inversion des Dreiecks $\alpha_1\beta_1\gamma_1$.

41. Die bisherigen Entwicklungen lassen sich aus der folgenden Betrachtung gewinnen. Es seien O und O_1 die Scheitel zweier isogonischen Dreistrahlen und O_2 die Mitte von O_1O . Die Strahlen aus O seien 1; 2; 3; die Strahlen aus O_1 seien I; II; III. Die Strahlen 1 und I; 2 und II; 3 und III schneiden sich in A, B, C ; die Strahlen 2 und I, 3 und II, 1 und III schneiden sich in a, b, c ; die Strahlen 3 und I, 1 und II, 2 und III schneiden sich in x, y, z . Dann ergibt eine einfache Winkelvergleichung sofort: „Die neun Durchschnittspunkte der Strahlen zweier isogonischen Dreistrahlen sind 1) die Ecken dreier gleichseitigen Dreiecke ABC, abc, xyz , deren Umkreise, welche Nebenkreise heissen mögen, durch die Scheitel der Dreistrahlen gehen, 2) die Ecken dreier ungleichseitigen Dreiecke Abz, ayC, xBc , für welche die Scheitel der Dreistrahlen die isogonischen Punkte sind. Es giebt mithin stets drei Dreiecke, welche dieselben isogonischen Punkte und dieselben isogonischen Dreistrahlen haben.“

Die gleichseitigen wie die ungleichseitigen Dreiecke liegen ausser gegen O_1 und O noch paarweise ein drittes Mal perspektivisch. Diese dritten perspektivischen Mittelpunkte sind für die gleichseitigen Dreiecke augenscheinlich die Ähnlichkeitspunkte α, β, γ derselben oder der Nebenkreise, liegen also mit den Mittelpunkten der Nebenkreise auf dem Mittellote G in O_2 zu O_1O ; in ihnen schneiden sich stets drei entsprechende Seiten der ungleichseitigen Dreiecke im Verhältnis der Halbmesser zweier bestimmten Nebenkreise; mithin gehen die drei Kollineationsachsen der ungleichseitigen Dreiecke durch einen Punkt.

Jeder der Punkte O und O_1 ist gemeinschaftlicher Doppelpunkt der gleichseitigen Dreiecke, und da sich irgend drei ähnliche Strahlen z. B. OA , Oa , Ox unter Winkeln von 60° schneiden, so auch die durch O oder O_1 gehenden Halbmesser der Nebenkreise, d. h.: „Die Nebenkreise schneiden sich unter Winkeln von 60° .“ Da sich nun $Ba : Bz = ab : yz$ und $az : Bz = ac : BC$ verhalten, so folgt $\frac{1}{ab} = \frac{1}{yz} + \frac{1}{BC}$ d. h. die algebraische Summe der reciproken Werte der Nebenkreishalbmesser ist $= O$.

Ferner ist $OA : Oa = BC : ac$; $Ob : Oy = ac : yz$; $Oz : OC = yz : BC$; mithin ist $OA \cdot Ob \cdot Oz = Oa \cdot Oy \cdot OC$ d. h. die Produkte aus den Abständen des isogonischen Punktes O oder O_1 von den Ecken der ungleichseitigen Dreiecke sind gleich.

Die Schwerpunkte der ungleichseitigen Dreiecke Abz und ayC sind offenbar die Endpunkte einer mit BC parallelen Strecke von der Länge $\frac{BC - ab + yz}{3}$, und weil die ungleichseitigen Dreiecke denselben Schwerpunkt wie die gleichseitigen Dreiecke haben, so ergibt sich: „Die Schwerpunkte der ungleichseitigen Dreiecke sind die Ecken eines gleichseitigen Dreiecks, dessen Umkreis durch die diesen Dreiecken gemeinschaftlichen isogonischen Punkte geht und dessen Mittelpunkt der Schwerpunkt der Nebenkreismittelpunkte ist.“

Trifft die Parallele durch c zu ab die Seiten Az und Cy in v und w , dann ist $cv = cw = ab$, folglich wird bv durch ac halbiert, und mithin schneidet der Umkreis von abc die durch b gehende Höhe h des Dreiecks Abz in einem Punkte u , so dass $bu = \frac{2}{3}h$ und Su (S Schwerpunkt von Abz) parallel Az ist. Wird noch beachtet, dass $\triangle O_1uO \sim bYZ$ ist (Y und Z die Schnittpunkte von Ob und O_1b mit dem Mittellote von Az), so ist $Ou : O_1u = OS : O_1S$, mithin schneiden die Nebenkreise die Höhen des Dreiecks Abz in drei Punkten, welche mit S auf einem die Nebenkreise rechtwinklig schneidenden Kreise liegen; folglich geht O_1O durch die Mitte N von SH (H Höhenschnitt von ABC), und die Eulersche Gerade SH ist Tangente für den Kreis μ um OO_1S und parallel mit ac . D. h.:

„Die Seiten der gleichseitigen Dreiecke sind mit den Eulerschen Geraden, welche Tangenten für den Kreis μ sind, der ungleichseitigen Dreiecke parallel.“

„Die Nebenkreise schneiden diejenigen drei Kreise rechtwinklig, deren Durchmesser die vom Schwerpunkt und dem Höhenschnitt begrenzten Strecken der Eulerschen Geraden sind, und die Scheitel O und O_1 der isogonischen Dreistrahlen sind die Grenzpunkte dieser drei Kreise.“

„Die Nebenkreise schneiden jeden dieser drei Kreise in sechs Punkten, welche die Ecken zweier Dreiecke sind, von denen das eine einem der ungleichseitigen Dreiecke, das andere dem aus den Mittellinien dieses ungleichseitigen Dreiecks gebildeten Dreieck ähnlich ist.“ „Die Scheitel der isogonischen Dreistrahlen sind die isodynamischen Punkte dieser sechs Dreiecke.“

Die Potenz von O_2 für den Umkreis ist $3p^2$; mithin haben die drei Umkreise eine gemeinschaftliche Potenzlinie, und da O_2 stets innerhalb der drei Umkreise liegt, so müssen sich dieselben in zwei Punkten schneiden.

Sind S_1 und S_2 die Schwerpunkte von ayC und xBe , und werden die Abstände der Punkte O und O_1 von S , S_1 und S_2 mit k , k_1 , l , l_1 , n , n_1 bezeichnet, so ist, je nach der Lage von O und O_1 gegen S , S_1 und S_2 , $k \pm l \pm n = 0$; $k_1 \pm l_1 \pm n_1 = 0$; $k^2 + l^2 + n^2 = k_1^2 + l_1^2 + n_1^2 = 6\rho^2$ (wenn ρ den Halbmesser des Kreises μ bedeutet), also auch $k^2 - k_1^2 + l^2 - l_1^2 + n^2 - n_1^2 = 0$; d. h. „Die Summe der Quadrate der Seiten der ungleichseitigen Dreiecke ist eine feste Grösse, nämlich $108\rho^2$.“

„Die algebraische Summe der Inhalte der ungleichseitigen Dreiecke ist gleich Null.“ Augenscheinlich liegen die Umkreismittelpunkte der ungleichseitigen Dreiecke in einer Geraden und zwar in der Seitengegenlinie von OO_1 für das von den drei Eulerschen Geraden gebildete, dem Kreise μ umgeschriebene gleichseitige Dreieck. Die den ungleichseitigen Dreiecken angehörenden Kiepert'schen Hyperbeln haben die Strecke OO_1 als gemeinschaftlichen Durchmesser, und die Asymptoten der einen

Hyperbel schneiden die der anderen unter Winkeln von 60° . Die Steinerschen Punkte der ungleichseitigen Dreiecke sind die Eckpunkte eines gleichseitigen Dreiecks, das sich mit SS_1S_2 in Ähnlichkeitslage gegen O_2 als äusseren Ähnlichkeitspunkt befindet. Die den ungleichseitigen Dreiecken eingeschriebenen Steinerschen Ellipsen berühren die Gerade G in O_2 . Die den ungleichseitigen Dreiecken umgeschriebenen Steinerschen Ellipsen schneiden sich in zwei Punkten, nämlich in den Spitzen der über OO_1 errichteten gleichseitigen Dreiecke, und die sechs Brennpunkte der eingeschriebenen Steinerschen Ellipsen liegen auf einem durch O und O_1 gehenden Kreise. Die drei Verbindungslinien des Schwerpunktes S mit dem Grebeschen Punkte K der ungleichseitigen Dreiecke schneiden sich in einem Punkte, nämlich in dem O_2 für den Kreis μ zugeordneten Pole.

42. Die Mittelpunkte der sechs Kreise, welche durch Q , bezüglich Q_1 und je zwei Ecken des Urdreiecks gehen, seien α, β, γ , bezüglich $\alpha_1, \beta_1, \gamma_1$.

Es ist klar, dass die Kollineationsachse von $\alpha\beta\gamma$ und $\alpha_1\beta_1\gamma_1$ das Mittellot in Q_2 zu QQ_1 ist, denn je zwei entsprechende Seiten beider Dreiecke schneiden sich in dem Mittelpunkt eines der drei durch Q, Q_1 und je eine Ecke von ABC gehenden Kreise. Da aber diese Mittelpunkte auf den Seiten von ABC liegen, so schneiden sich also je drei entsprechende Seiten der drei Dreiecke $ABC, \alpha\beta\gamma, \alpha_1\beta_1\gamma_1$ in einem Punkte, folglich liegen die perspektivischen Scheitel dieser Dreiecke in einer durch M gehenden Geraden und zwar in MK zufolge § 10; woraus dann folgt, dass D und D_1 auf der Kiepertsehen Hyperbel liegen. Die Kollinearachsen von $\alpha\beta\gamma$ oder $\alpha_1\beta_1\gamma_1$ und den übrigen Dreiecken, deren Spitzen auf den Mittelloten von ABC liegen, lassen sich unter Anwendung des in § 10 erwähnten Steinerschen Satzes leicht bestimmen. Die Dreiecke MCa_1 und $MC\alpha$ sind wegen Gleichheit der Winkel ($\angle Ma_1C = MC\alpha = 60^\circ$) ähnlich; folglich sind a_1 und α, b_1 und β_1, c_1 und γ zugeordnete Pole für den Umkreis M und somit sind Aa_1 und $A\alpha, Bb_1$ und $B\beta, Cc_1$ und $C\gamma$ Winkelgegenstrahlen, und da sich nach § 8 die Strahlen Aa_1, Bb_1, Cc_1 in einem Punkte D treffen, so schneiden sich die Strahlen $A\alpha, B\beta, C\gamma$ in dem Winkelgegenpunkt E von D . Natürlich schneiden sich auch die Strahlen $Aa_1, B\beta_1, C\gamma_1$ in dem Winkelgegenpunkt E_1 von D_1 , d. h. „Die Verbindungslinien der Ecken eines Dreiecks mit den Mittelpunkten der durch einen isodynamischen Punkt und zwei Ecken gehenden Kreise schneiden sich in einem Punkte.“

43. Weil a_1 und α, b_1 und β, c_1 und γ zugeordnete Pole des Umkreises M sind, so ist Kreis M der äussere Potenzkreis von Kreis (S, k) und dem Umkreise von $\alpha\beta\gamma$, die drei Kreise haben also eine gemeinschaftliche Potenzlinie, welche nach § 13 auf der Eulerschen Geraden senkrecht steht und sich vom Schwerpunkt S um $\frac{k_1^2}{s}$ entfernt; der Umkreismittelpunkt von $\alpha\beta\gamma$ liegt mithin auf der Eulerschen Geraden. Ebenso liegt der Umkreismittelpunkt von $\alpha_1\beta_1\gamma_1$ auf der Eulerschen Geraden; Kreis M ist äusserer Potenzkreis für (S, k_1) und den Umkreis von $\alpha_1\beta_1\gamma_1$, und die Potenzlinie dieser Kreise steht in der Entfernung $\frac{k^2}{s}$ senkrecht auf der Eulerschen Geraden. Da aber offenbar die Kollineationsachse der Dreiecke $a_1b_1c_1$ und $\alpha\beta\gamma$ die Potenzlinie von deren Umkreise ist und da diese Kollineationsachse das Mittellot der Strecke OQ ist, so folgt: „Die Verbindungslinien jedes isogonischen Punktes mit dem ihm als Winkelgegenpunkt zugeordneten isodynamischen Punkte sind der Eulerschen Geraden parallel“. Da sich ferner $MQ : MQ_1 = k_1^2 : k^2$ verhält und ebenso die Abstände der Potenzlinien vom Schwerpunkt S , so folgt sofort: „Der Schwerpunkt S liegt mit den Mitten von OQ und O_1Q_1 in einer Geraden.“

Da die konzentrischen Kreise (S, k_1) und (S, k) die Inversionen der Kreise um $\alpha_1\beta_1\gamma_1$ und $\alpha\beta\gamma$ für M und r als Inversionsmittelpunkt und Inversionshalbmesser sind, so sind M und der dem Schwerpunkt S für den Umkreis M zugeordnete Pol die Grenzpunkte der Kreise um $\alpha_1\beta_1\gamma_1$ und $\alpha\beta\gamma$; dieser Pol ist demnach der Punkt, in welchem der Kreis durch den Schwerpunkt und die isogonischen Punkte die Eulersche Gerade schneidet, und seine Abstände von den Punkten Q

und Q_1 verhalten sich wie $k:k_1$, also umgekehrt wie die Abstände der Dreiecksspitzen von den isodynamischen Punkten.

44. Nach § 14 ist $QA:QC = Q_1A:QC_1$, also ist B ein isodynamischer Punkt der Dreiecke QAC und Q_1AC . Weil nach § 42 a und a_1 zugeordnete Pole für den Umkreis M sind und die Strecken Ma_1, Mb_1, Mc_1 sich wie die Seiten von $\alpha\beta\gamma$ verhalten, so ist M ein isodynamischer Punkt des Dreiecks $\alpha\beta\gamma$, und Q ist als dessen Winkelgegenpunkt ein isogonischer Punkt von $\alpha\beta\gamma$; d. h.: „Ist eine Ecke eines Vierecks ABCQ isodynamischer Punkt für das durch die drei anderen Ecken bestimmte Dreieck, so hat jede Ecke des Vierecks dieselbe Eigenschaft.“

„Ist eine Ecke eines Vierecks isodynamischer Punkt für das durch die drei anderen Ecken bestimmte Dreieck, so sind die Umkreismittelpunkte der vier Dreiecke die Ecken eines Vierecks, welches dieselbe Eigenschaft besitzt.“ Oder was dasselbe ist: „Ist eine Ecke eines Vierecks isodynamischer Punkt des durch die drei anderen Ecken bestimmten Dreiecks, so sind die diesen isodynamischen Punkten zugehörigen isogonischen Punkte die Ecken eines Vierecks von derselben Eigenschaft.“ Ferner hat man zufolge § 42: „Ist eine Ecke eines Vierecks isodynamischer Punkt des durch die drei anderen Ecken bestimmten Dreiecks, so schneiden sich die vier Verbindungslinien jeder Ecke mit dem Umkreismittelpunkt des durch die drei anderen Ecken bestimmten Dreiecks in einem Punkte“, woraus folgt, was bereits in § 42 bewiesen wurde, dass die Punkte E und E_1 (§ 42) auf dem Durchmesser MK liegen. Ferner folgt aus diesen Sätzen: „Der isogonische Punkt und seine Spiegelpunkte in Bezug auf die Seiten sind vier isogonische Punkte der vier durch den zugehörigen isodynamischen Punkt und die Spitzen des Urdreiecks bestimmten Dreiecke“.

Wird beachtet, dass Q der eine isogonische Punkt des Dreiecks $\alpha\beta\gamma$ ist, und dass A, B, C die Spiegelpunkte von Q auf die Seiten von $\alpha\beta\gamma$ sind, so hat man: „Die Verbindungslinien der Ecken eines Dreiecks mit den Spiegelpunkten eines isogonischen Punktes schneiden sich in einem Punkte der Verbindungslinie dieses isogonischen mit seinem zugehörigen isodynamischen Punkte.“ Weil die Seiten des Spiegeldreiecks von O in Bezug auf die Seiten von ABC mit den Seiten von $\alpha\beta\gamma$ gleichwendig parallel sind, so sind die Verbindungslinien der Ecken dieses Spiegeldreiecks mit den Ecken von ABC und die Gerade OQ bezüglich der Eulerschen Geraden der Dreiecke CQB, CQA, AQB, ABC parallel; das liefert: „Die vier Eulerschen Geraden der vier durch je drei Spitzen eines isodynamischen Vierecks bestimmten Dreiecke schneiden sich in einem Punkte.“ Erwähnt werde noch, dass der Umkreis äusserer Potenzkreis für je zwei Kreise ist, welche durch zwei Ecken und den ersten oder zweiten isodynamischen Punkt gehen, dass sich diese drei Kreise zufolge § 42 unter Winkeln von 60° schneiden und dass ihre Halbmesser die Bedingung $\frac{1}{\rho} +$

$$\frac{1}{\rho_1} = \frac{1}{r} \text{ erfüllen.}$$

(Fortsetzung folgt im Programm des nächsten Jahres.)

Schulnachrichten.

I. Allgemeine Lehrverfassung der Schule.

1. Übersicht über die Lehrgegenstände und Stundenzahlen.

	OI.	UI.	OII.	UII.		OIII.		UIII.		IV.		V.		VI.		Sm.	Vorschulklasse			Sm.
				O.	M.	O.	M.	O.	M.	O.	M.	O.	M.	O.	M.		1 O u. M.	2 O u. M.	3 O u. M.	
Religion	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	3	3	32	2	2	2	6
Deutsch	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	4	4	47	8	8	12	28
Latein	3	3	3	3	3	4	4	4	4	7	7	8	8	8	8	77	—	—	—	—
Französisch	4	4	4	4	4	5	5	5	5	5	5	—	—	—	—	50	—	—	—	—
Englisch	3	3	3	3	3	3	3	3	3	—	—	—	—	—	—	27	—	—	—	—
Geschichte	3	3	3	2	2	2	2	2	2	2	2	—	—	—	—	25	—	—	—	—
Erdkunde	—	—	—	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	22	1	—	—	1
Mathematik u. Rechnen	5	5	5	5	5	5	5	5	5	4	4	4	4	4	4	69	6	5	4	15
Physik	3	3	3	3	3	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	15	—	—	—	—
Chemie	2	2	2	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	6	—	—	—	—
Naturbeschreibung ...	—	—	—	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	24	—	—	—	—
Schreiben	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	2	2	2	2	8	4	4	mit Deutsch.	8
Zeichnen	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	—	—	26	—	—	—	—
Summa	30	30	30	30	30	30	30	30	30	29	29	25	25	25	25	428	21	19	18	58

Ausserdem wurden 21 Turnstunden erteilt, so dass jeder Schüler der Hauptschule 3 Turnstunden, die 1. Vorschulklasse 2 Turnstunden, die zweite 1 erhielt. — Zum Gesang sind die Schüler der Ober- und Mittelklassen und ausgewählte Quartaner zu einem Chore vereinigt; jede Stimme hat 1 St. Einzelübung, alle 4 eine Chorstunde. Die Quinten und Sexten haben je 2, die ersten Vorschulklassen je 1 Singstunde. — Für die Schüler beider Primen ist ein fakultativer Unterricht von 2 wöchentlichen Stunden zu praktischen Übungen im chemischen Laboratorium eingerichtet. — 4 Stunden der 3. Vorschulklasse sind nicht kombiniert, so dass sich die Gesamtzahl der Stunden dieser Klasse auf 20 und die Gesamtzahl der Vorschulstunden auf 60 erhöht, jeder Vorschüler der 3. Klasse aber doch nur 18 Stunden hat.

Auf den folgenden Seiten wird auch dieses Mal nur die Stundenverteilung des Wintersemesters angegeben, da die des Sommers sich nur unwesentlich von ihr unterscheidet.

Da Herr Prof. **Heyse** den grössten Teil des Winters an einem Augenleiden schwer erkrankt war, wurde er von Herrn Dr. **Max Müller** vertreten, nur die Religionsstunden der Oberklassen übernahm Herr Oberlehrer **Thiele**, der dafür die entsprechende Zahl von Religionsstunden in den Tertien an Herrn **Müller** abtrat. Das Ordinariat der OIII. M. versah während dieser Zeit Herr Dr. vom Hofe.

2. Übersicht über die Verteilung

	Lehrer.	Ordin.	OI.	UI.	OII.	UIIO.	UIIM.	OIII.O.	OIIIM.	UIII.O.	
1.	Dr. Fritsche, Direktor.	OI.	4 Franz. 3 Engl.	4 Franz.							
2.	Prof. Dr. Lieber.	UI.	5 Math.	5 Math.	5 Math.		5 Math.				
3.	Prof. Sauer.	OII.	3 Phys. 2 Chem. 2 chem. Labor.	3 Phys. 2 Chem.	3 Phys. 2 Chem.		3 Phys. 2 Natb.				
4.	Prof. Dr. Meyer.						3 Dtsch. 3 Gesch. u. Erdk.	4 Gesch. u. Erdk.			
5.	Prof. Dr. Reyher.	UIIM.			4 Franz. 3 Engl.		4 Franz. 3 Engl.	5 Franz. 3 Engl.			
6.	Prof. Schäffer.	UIIIM.							2 Relig.		
7.	Prof. Dr. Schulz.				3 Engl.		3 Engl.		5 Franz. 3 Engl.		
8.	Prof. Koch.	UIIO.	3 Latein.		3 Dtsch.	2 Relig. 3 Dtsch. 3 Latein. 4 Franz.					
9.	Prof. Heyse.	OIIIM.	2 Relig.	2 Relig.	2 Relig. 3 Latein.		3 Latein.	2 Relig. 3 Dtsch. 4 Latein.			
10.	Oberl. Fischer.	OIII.O.	3 Dtsch.					3 Dtsch. 4 Latein. 5 Franz.			
11.	Oberl. Dr. Wisotzki.	UIII.O.	3 Gesch.	3 Gesch.	3 Gesch. u. Erdk.				3 Dtsch. 4 Latein. 4 Gesch. u. Erdk.		
12.	Oberl. Ulich.	IVM.		3 Dtsch. 3 Latein.							
13.	Oberl. Thiele.	VM.			3 Gesch. u. Erdk.	2 Relig.	2 Relig. 4 Gesch. u. Erdk.				
14.	Oberl. Dr. Höfer.	VIO.							5 Math.		
15.	Oberl. Bahlmann.	VIM.									
16.	Oberl. Dr. Köhler.	IVO.				5 Math. 3 Phys. 2 Natb.	2 Natb.		2 Natb.		
17.	Dr. vom Hofe, Wiss. Hilfslehrer.						5 Math.	5 Math. 2 Natb.			
18.	Geyer, Zeichenlehrer.		2 Zeichn.	2 Zeichn.	2 Zeichn.	2 Zeichn.	2 Zeichn.	2 Zeichn.	2 Zeichn.		
19.	Kant, Elementarlehrer.	VO.									
20.	Kgl. Musikdir. Lehmann, Gesanglehrer.		5 Gesang. (1 St. Übung jeder Stimme, 1 Gesamtchor.)								
21.	Haack, Elementarlehrer.										
22.	Sparr, Elementarlehrer.									3	
23.	Hagewald, 1. Vorsch.-L.	V.-Kl. 1.									
24.	Lüdemann, 2. Vorsch.-L.	V.-Kl. 2.									
25.	Kantzenbach, 3. Vorsch.-L.	V.-Kl. 3.									

der Stunden unter die Lehrer im Wintersemester 1895/96.

	UIIM.	IVO.	IVM.	VO.	VM.	VIO.	VIM.	Vorschulklassen:			Summa
								1. O. u. 1. M.	2. O. u. 2. M.	3. O. u. 3. M.	
											11
											20
											22
	4 Gesch. u. Erdk.	4 Gesch. u. Erdk.			2 Erdk.						20
											22
	2 Rel. 3 Dtsch. 5 Franz.	2 Relig.									14 + 6 Turn.
	3 Engl.		5 Franz.								22
		3 Dtsch.									21
											21
		7 Latein.									22
						2 Erdk.					22
			2 Relig. 3 Dtsch. 7 Latein. 4 G. u. Erdk.								22
					3 Dtsch. 8 Latein.						22
	4 Latein.				2 Relig.	4 Dtsch. 8 Latein.					23
			3 Dtsch. 8 Latein.			4 Dtsch. 8 Latein.					23
		5 Franz. 4 Math.									23
	5 Math. 2 Natb.		4 Math.								23
	2 Zeichn.	2 Zeichn.	2 Zeichn.	2 Zeichn.							24
		2 Natb.	2 Natb.	2 Relig. 4 Rechn. 2 Erdk.	4 Rechn.		2 Erdk.				24
				2 Natb.	2 Schr.	2 Natb.					5
		3 Turn.				3 Turn.					6
Turn.				3 Turn.							6
						3 Relig. 4 Rechn.			20		27
						3 Relig. 4 Rechn.		2 Turn.		19 incl. 1 Turn.	28
				2 Gesang.		2 Schr. 2 Gesang.		1 Gesang.	1 Gesang.	20	28

3. Übersicht über die im Schuljahre 1895/96 erledigten Lehrabschnitte.

Der Kursus jeder Klasse ist einjährig. Stundenzahl, Klassen- und Fachlehrer können aus der vorhergehenden Tabelle ersehen werden.

Oberprima.

Religion. Kirchengeschichte I. Hälfte (vom apostol. Zeitalter bis zur Reformation). Die christlichen Bekenntnisschriften. Die Augsburgische Confession, im Anschluss daran evangelische Glaubens- und Sittenlehre. **Deutsch.** Gelesen und eingehend erörtert wurden Schillers Braut von Messina, Sophokles' Antigone und Goethes Tasso, besprochen die Oedipusdramen des Sophokles, Goethes Iphigenie und Schillers Jugenddramen; Gedichte Goethes, Schillers und neuerer Dichter mit Auswahl; ausgewählte Abschnitte aus der Poetik, Psychologie und Ethik. Vorträge der Schüler über Sophokleische, Goethische und Schillersche Dramen, die ersten elf Bücher von Goethes Dichtung und Wahrheit und andere Gegenstände aus dem Bereich des Unterrichts. Aufsätze: 1. Gang und Bau der Handlung in Schillers „Braut von Messina“. 2. a) Der letzte deutsch-französische Krieg nach den ihn auszeichnenden Besonderheiten. b) Ueber das Wort: „Der Krieg ist schrecklich, wie des Himmels Plagen; doch er ist gut, ist ein Geschick wie sie“. 3. Ein kurzer Gang durch die Geschichte der menschlichen Gesittung, nach den Fingerzeigen in Schillers kulturhistorischen Gedichten (Abiturienten- und Klassenaufsatz). 4. Die Kunst in ihrem Verhältnis zur Wirklichkeit. 5. Inwiefern ist Selbstbeherrschung eine Quelle des Wohlseins und sittlicher Tüchtigkeit? 6. a) Goethe als Staatsmann, als Lehrer und als Freund nach den Gedichten „Ilmenau“, „Euphrosyne“ und „Epilog zu Schillers Glocke“. b) Der Akt der Einleitung in Goethes Torquato Tasso. 7. Was hat dem preussischen Staate die führende Stellung in Deutschland verschafft? 8. Mit welchem Rechte hat man das Nibelungenlied ein Lied von der Treue genannt? (Abit.- und Klassenaufsatz). **Latein.** Lectüre: Tacitus, Germania. Cicero, in Verrun IV. Livius, aus Buch 24. Alle 4 Wochen eine Klassenarbeit (Uebersetzung aus Livius 24–26). **Französisch.** Molière, Les Femmes Savantes; Mérimée, Colomba; Mirabeau Heft III, 13, 14, 15, 17. Aufsätze: 1. Le premier partage de la Pologne. 2. Procès et Mort de Louis XVI. 3. Les traités du Grand Electeur avec les Suédois et les Polonais. 4. La Pucelle d'Orléans (Abiturienten- und Klassenaufsatz). 5. Les guerres d'indépendance de l'Italie depuis la révolution de février. 6. La défection des Pays-Bas jusqu'à l'Union d'Utrecht. 7. Charles XII en Russie (Klassenarbeit). 8. La Révolution de Juillet. 9. L'accroissement du territoire de l'Etat de Prusse au 18. siècle. (Abiturienten- und Klassenaufsatz). **Englisch.** Shakespear, Hamlet Act IV und V, Richard II.; Dickens, A Christmas Carol. Schriftliche Uebungen zu Haus und in der Klasse. Sprechübungen. Grammatische und synonymische Erörterungen bei Gelegenheit. **Geschichte.** Hilfsbuch von Herbst. S.: Neuere Geschichte von 1648–1815. W.: Neueste Geschichte von 1815–1888. **Mathematik.** S.: Schwierigere trigonometrische Aufgaben. Ergänzung der Stereometrie durch die Lehre von den körperlichen Ecken und den sphärischen Dreiecken. Sphärische Trigonometrie nebst Anwendung auf mathematische Geographie. W.: Erweiterung der Grundlehren der neueren Geometrie. Erweiterung der Stereometrie und Anfangsgründe der beschreibenden Geometrie. Elementare Theorie der Maxima und Minima. Abiturienten-Aufgaben. Michaelis 1895. 1. Ueber einem Kreise mit dem Radius 1 ist eine Halbkugel und ein gerader Cylinder, dessen Höhe ebenfalls 1 ist, konstruiert. Der Raum zwischen Cylinder und Kugel soll durch einen um dieselbe Achse beschriebenen Cylindermantel halbiert werden. Wie gross ist die Höhe dieses Cylinders? 2) Die fehlenden Winkel und Seiten eines Dreiecks zu berechnen aus $a - b$, $e_c + e$, γ . Zahlenbeispiel $a - b = 3230$; $e_c + e = 7140$; $\gamma = 98^\circ 47' 50''$. 3. Ein rechtwinkliges Dreieck zu konstruieren, wenn der Lage nach gegeben sind der eine Endpunkt A der Hypotenuse, der Mittelpunkt m des Inkreises und der Mittelpunkt m^1 des Ankreises an die der gegebenen Ecke gegenüberliegende Kathete. 4. Eine Hyperbel zu konstruieren, wenn gegeben sind eine Asymptote, zwei Punkte und die Tangente in einem derselben. — Ostern 1896. 1. Die Winkel und Seiten eines Dreiecks zu berechnen aus $a + b$, c , h_c . Zahlenbeispiel: $a + b = 364$; $c = 182$; $h_c = 156$. 2. Die Wurzeln der Gleichung $x^4 - 32x^3 + 344x^2 - ax + b = 0$, welche eine arithmetische Reihe bilden, sind zu berechnen; ferner auch die Grössen a und b. 3. $\triangle ABC$ zu konstruieren aus einer Ecke A, dem Fusspunkt P der von C auf AB gefällten Höhe, der Mitte L von AB und dem Punkt F, in welchem der Inkreis AB berührt. 4. Gegeben ist die Parabel $y^2 = 2px$ und ein Kreis, dessen Mittelpunkt im Brennpunkt der Parabel liegt, und dessen Radius gleich dem halben Parameter ist. Gesucht wird die Gleichung einer der beiden gemeinschaftlichen Tangenten an beiden Kurven.

Physik. Lehrbuch von Jochmann und Hermes. Optik. Zweiter Teil der Mechanik. Mechanische Wärmetheorie. Wiederholungen aus dem ganzen Gebiet. Abiturienten-Aufgaben Michaelis 1895: Besprechung der Methode, nach der Fizeau die Geschwindigkeit des Lichtes berechnete, und Bestimmung der letzteren mit Hilfe folgender Werte: Das Bild des leuchtenden Punktes verschwindet zum ersten Mal vollständig, wenn das Rad in einer Sekunde 12,6 Umdrehungen macht; die Entfernung der beiden Fernrohre von einander ist 8633 Meter; das erwähnte Rad hat 720 Zähne. Ostern 1896. Es sollen die Beziehungen zwischen der Länge einer offenen Pfeife, der Höhe ihres Tones und der Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalles angegeben werden. Dann soll berechnet werden, welchen Ton giebt eine Pfeife, die in Chlorgas angeblasen wird, wenn die Dichtigkeit des Chlors, bezogen auf atmosphärische Luft, gleich 2,45 ist, und wenn dieselbe Pfeife in atmosphärischer Luft den Kamerton *a* angiebt. **Chemie.** Grundriss von Rüdorff. Zweite Hälfte der Metalle. Einzelne wichtige Abschnitte aus der organischen Chemie. Einfache Arbeiten im Laboratorium. **Zeichnen.** Grosse Ornamente, Masken und Köpfe nach Gips in zwei Kreiden auf Tonpapier. Malen nach der Natur. Vasenbilder. Bau- und Maschinenzeichnung (Détails) in Tuschmanier mit Erläuterung der Schattenkonstruktionen. Versuche im Planzeichnen. Säulenordnungen.

Unterprima.

Religion. Wie in Oberprima. **Deutsch.** S.: Lessing und Herder; Uebersicht der Gattungen prosaischer Darstellung. W.: Litteratur von Luther bis Klopstock (einschliesslich); Uebersicht über die lyrische Dichtung, mit Rückblick auf die mittelalterliche Lyrik (besonders Walther) und Ausblick auf die Romantiker. — Freie Vorträge der Schüler über Leben und Werke deutscher Dichter. Auswendiglernen einzelner Oden, Lieder und Sinnsprüche. Aufsätze: 1. Schuld und Sühne in Lessings Philotas. 2. Inwieweit sind in Lessings Philotas die dramatischen Einheiten gewahrt? 3. Würde die Laokoonsage auch in der von Vergil überlieferten Form dem Sophokles einen geeigneten Stoff für eine Tragödie geboten haben? 4. Was ist unschuldig, heilig, menschlich gut, wenn es der Kampf nicht ist ums Vaterland? (Klassenarbeit). 5. Hatte Plato recht, wenn er die Dichter aus dem Staate verbannt wissen wollte? 6. Inwiefern bewahrheitet sich an der Entwicklung der mhd. Dichtung Schillers Ausspruch: „Wo das Strenge mit dem Zarten, wo Starkes sich und Mildes paarten, da giebt es einen guten Klang!“? 7. Was erfahren wir aus den Gedichten Walthers v. d. Vogelweide über die öffentlichen Zustände seiner Zeit? 8. Klassenaufsatz. Luthers Bedeutung für die Entwicklung des deutschen Volkes. **Latein.** Verg. Aen. in Auswahl. Liv. XXIII. Alle 14 Tage eine schriftliche Uebersetzung aus Livius in der Klasse. Grammatische Wiederholungen im Anschluss an die Klassenarbeiten, das Wichtigste aus Metrik und Poetik im Anschluss an das Gelesene. **Französisch.** Racine; Mirabeau, Reden, Heft 1; Phèdre; Molière, Le Bourgeois gentilhomme. Aufsätze: 1. Le Sac de Magdebourg. 2. La Bataille des Champs Catalauniens. 3. Le Retour de Thésée à Trézène, conte d'après Racine (Klassenaufsatz). 4. Othon premier et l'Italie. 5. La Mort d'Hippolyte. 6. La Découverte du chemin des Indes. 7. Luther à la diète de Worms. 8. Origine et chute de la république anglaise au 17. siècle. (Klassenaufsatz). Sonst Oberprima entsprechend. **Englisch.** Mit Oberprima verbunden. **Geschichte.** Hilfsbuch von Herbst II. Geschichte des Mittelalters 476—1517. Reformationsgeschichte 1517—1648. **Mathematik.** Wie in Oberprima. **Physik.** Lehrbuch von Jochmann und Hermes. Erster Teil der Mechanik. Wellenlehre. Akustik. **Chemie.** Grundriss der Chemie von Rüdorff. Erste Hälfte der Metalle. Einfache Arbeiten im Laboratorium. **Zeichnen.** Wie in Oberprima.

Obersecunda.

Religion. Apostelgeschichte. Wiederholung des Katechismus und der früher gelernten Kirchenlieder. Durchnahme leichterer neutestamentlicher Briefe (Galater, Epheser u. a.) in Auswahl. **Deutsch.** Gelesen wurde: Die Ilias in Auswahl. Die Nibelungen im Grundtext mit Auswahl. Hermann und Dorothea. Egmont. Maria Stuart. Vorträge der Schüler über Gelesenes aus der Litteratur, teilweise Vorträge von Gedichten. Aufsätze: 1. Die Entwicklung der Pflanze ein Sinnbild der Entwicklung des Menschen. 2. Uebersichtliche Darstellung des Inhalts der Ilias. 3. a) Wie schildert Homer den Hektor und seine Familie? b) Wie giebt Homer eine Anschauung vom Schilde des Achilles? c) Welcher der beiden Helden, Achill oder Hektor, gewinnt unsere Teilnahme in ihrem Zweikampfe? 4. Egmont und Oranien (Nach Goethes Stück). 5. Wie schildert Goethe die Stadt in Hermann und Dorothea? 6. Wie entwickelt das Nibelungenlied den Widerstreit zwischen Siegfried und Hagen

im ersten Teile des Gedichts? 7. Mensch und Tier. Eine Vergleichung. 8. Wahlfreie Charakteristik aus dem Nibelungenliede. 9. Hat Paulet Recht, wenn er (I, 1) von Maria Stuart sagt: „Den Christus in der Hand, die Weltlust und die Hoffart in dem Herzen“? 10. (Probearbeit). Welchen Anteil nimmt Mortimer an der Handlung in „Maria Stuart“? **Latein.** Sallust, Jugurtha; ausgewählte Stellen aus Ovids Metamorphosen. — Alle 14 Tage eine Uebersetzung aus dem Lateinischen, dabei gelegentliche Wiederholung grammatischer Dinge. **Französisch.** Plötz, Schulgrammatik, Lect. 66—79. Lektüre: Ségnr, Histoire de la Grande Armée en 1812; Gedichte von François Coppée aus der Sammlung von Gropp und Hausknecht. Sprechübungen. Alle 14 Tage abwechselnd ein Exercitium oder Extemporale, dazu 3 Aufsätze: 1. Les Gaulois à Rome. 2. Bataille de Pavie. 3. Bataille d'Issus. **Englisch.** Lehrbuch von Gesenius, Teil II. 1. Semester: Kap. VI und VII. 2. Semester: Kap. VIII und Wiederholung. Lektüre: Irving, Sketchbook und Scott, Lady of the Lake. Gedichte übersetzt und gelernt. Uebungen im Sprechen. Alle 14 Tage ein Exercitium oder Extemporale. **Geschichte.** Hilfsbuch von Herbst. Griechische und römische Geschichte. **Mathematik.** Lieber-Lühmann, Elementar-Mathematik I—III und Geom. Konstr.-Aufgaben. Schlömilch, 5stellige Logarithmentafeln. In jedem Semester 4 häusliche und 4 Klassenarbeiten. 1. Semester: Trigonometrie, Stereometrie. 2. Semester: Quadratische Gleichungen mit mehreren Unbekannten. Arithmetische und geometrische Reihen. Zinseszinsrechnung. Lehre von den harmonischen Punkten und Strahlen, Chordalen, Aehnlichkeitspunkten. In beiden Semestern geometrische Konstruktions-Aufgaben. **Physik.** Lehrbuch von Jochmann. Wärmelehre mit Anschluss der Wärmestrahlung; Magnetismus und Elektrizität. **Chemie.** Grundriss der Chemie von Rüdorff. Allgemeine chemische Begriffe. Metalloide. Stöchiometrische Aufgaben. **Zeichnen.** Grössere Ornamente nach Gips in 2 Kreiden auf Tonpapier. Farbige Ornamente nach Kolb. Architekturen und Maschinenteile in Farben mit Schattenkonstruktionen.

Untersecunda.

Die Michaelis-Abteilung hat dasselbe Pensum, wie die Oster-Abteilung, nur dass das Klassenjahr statt von Ostern zu Ostern, von Michaelis zu Michaelis geht, und dass die Lektüre und die Aufsatz-Themen abweichen. **Religion.** Uebersicht des Inhalts des A. T., besonders Psalmen. Erklärung des Evangeliums des Matthäus. In beiden Halbjahren Wiederholung von Bibelsprüchen und Kirchenliedern nebst Angaben über die Dichter. **Deutsch.** Lektüre: Wilhelm Tell, Jungfrau von Orleans, Minna von Barnhelm, Homers Odyssee in Auswahl. Schwierigere Gedichte Goethes und Schillers. Anleitung zur Disposition. Auswendiglernen von Gedichten und geeigneten Stellen der Dramen. Vorträge über Gelesenes. Aufsätze der Osterabteilung: 1) Der Aufenthalt des Odysseus bei den Phacaken (Od. 6—13). 2) Inwiefern weicht Schiller im „Grafen v. Habsburg“ von seiner Quelle ab, und was gewinnt er dadurch für sein Gedicht? 3) Ferienerlebnis. 4) Gedankengang in den Abschiedsstrophen der Jungfrau v. O. am Schlusse des Prologes. 5) Durch welche Mittel zeichnet Lessing die Personen im 1. Aufzug der Minna v. B.? 6) Welche Empfindungen und Eigenschaften zeigt der Zauberlehrling in Goethes Gedichte? 7) Charakterschilderung aus Minna v. B. (wahlfrei). 8) Die Oertlichkeiten in Schillers Tell. 9) Die Glocke im menschlichen Leben (nach Schiller). 10) Zusammenhängende Darstellung der Rudenzhandlung in Schillers Tell (Probearbeit). Michaelisklasse: 1) Die Thätigkeit der Gletscher. 2) Inwiefern erklären sich die Charaktere in Minna v. Barnhelm aus ihrer Zeit? 3) Ferienerlebnisse. 4) (Klassenaufsatz) Entstehung und Inhalt des Epilogs zu Schillers Glocke. 5) Die Schweiz im Mittelalter und heute. 6) Wäre es gut für den Menschen, die Zukunft zu wissen? 7) Welche Macht übt Dichtung und Musik über das Gemüt des Menschen aus? 8) Vierzehn verschiedene Themata über Schillers Tell (verteilt). 9) Preussens Könige des 18. Jahrhunderts. 10) Klassenaufsatz. Das mittelalterliche und das heutige Stettin. Ein Vergleich. **Latein.** Lektüre: Caesar BG., Buch 7. Auswahl aus Ovids Metamorphosen. Zweiwöchentliche Klassenarbeiten, an die sich Wiederholungen aus der Satzlehre anschliessen. Belehrung über den Hexameter. **Französisch.** 1. Halbjahr: Plötz, Schulgrammatik. Lektionen 46—55. Tempus- und Moduslehre. 2. Halbjahr: Plötz, Schulgrammatik, Lektion 56—65, Participle und Syntax des Artikels. Lektüre der Oster-Abteilung: Thiers, L'Expédition d'Egypte. Gedichte aus Gropp und Hausknecht. Uebungen im Sprechen und Memorieren. Abwechselnd wöchentlich Haus- und Klassenarbeiten. Lektüre der Michaelis-Abteilung: Souvestre, Au coin du feu. **Englisch.** Oster-Abteilung: Gesenius, II. Teil, Kap. I—V. Lektüre: Marryat, The Three Cutters. Abwechselnd alle 14 Tage Haus- und Klassenarbeiten. Uebungen im Sprechen. Michaelis-Abteilung: Gesenius-Regel, Kap. 19—26, Syntax des Verbs und des Substantivs. Lektüre in der Grammatik. **Geschichte.** Hilfsbuch für die deutsche Geschichte von Eckertz, Tabellen von Hirsch. Preussisch-deutsche Geschichte von

1740—1888. **Erdkunde.** Leitfaden von Kirchhoff. Elementare mathematische Erdkunde. Wiederholung der Ost- und Nordseeländer, der Mittelmeerländer und Russlands. **Mathematik.** Lieber-Lüthmann, Elementar-Mathematik I—III und geometrische Konstruktions-Aufgaben. Lieber-Köhler, Arithmetische Aufgaben. Schlömilch, 5stellige Logarithmentafeln. In jedem Halbjahr 4 häusliche und 4 Klassenarbeiten. 1. Halbjahr: Wiederholung und Erweiterung der Lehre von den Wurzeln, Potenzen mit gebrochenen Exponenten. Gl. 1 Gr. mit einer und mehreren Unbekannten. Quadratische Gl. mit einer Unbekannten. Logarithmen. Anfangsgründe der Trigonometrie und Berechnung von Dreiecken. 2. Halbjahr: Ergänzung und Erweiterung der Berechnung regelmäßiger Vielecke und der Kreisberechnung. Propädeutischer Unterricht in der Körperlehre. Die einfachen Körper nebst Berechnungen von Kantenlängen, Oberflächen und Inhalten. In beiden Halbjahren geometrische Konstruktions-Aufgaben. **Physik.** Lehrbuch von Emsmann-Tiebe. Propädeutischer Unterricht in der Mechanik, Wärmelehre, Elektrizität, dem Magnetismus, der Akustik und Optik. Halbjährlich 2 Ausarbeitungen. **Naturbeschreibung.** Leitfaden von Binitz. Einiges aus der Anatomie und Physiologie der Pflanzen, über Kryptogamen und Pflanzenkrankheiten. Dann Einleitung in die Chemie. Anatomie und Physiologie des Menschen nebst Unterweisungen über die Gesundheitspflege. Elemente der Kristallographie. Halbjährlich 2 Ausarbeitungen. **Zeichnen.** Projektionslehre. Freihandzeichnen nach Gipsmodellen, teils in Blei, teils in 2 Kreiden auf Tonpapier. Farbige Ornamente. Architekturen.

Obertertia.

Die Pensen der Oster- und Michaelis-Abteilung sind dieselben, nur dass das Klassenjahr hier wie in der U II und in den folgenden Klassen bei der einen Abteilung von Ostern zu Ostern, bei der andern von Michaelis zu Michaelis reicht. **Religion.** Schulz-Klix, Biblisches Lesebuch. Das Leben Jesu nach Matthäus, mit eingehender Berücksichtigung der Lehrabschnitte. Reformationsgeschichte im Anschluss an ein Lebensbild Luthers, Katechismus-Wiederholungen. Kirchenlieder und Bibelsprüche. **Deutsch.** Deutsches Lesebuch von Bellermann; Schillers Gedichte; Voss' Odyssee. Besprechung ausgewählter prosaischer und poetischer Lesestücke; Durchnahme der Glocke und von Stücken der Odyssee. Belehrungen über Metrik, Poetik und Rhetorik im Anschluss an das Gelesene. Auswendiglernen und Vortragen von Gedichten. Alle vier Wochen ein Aufsatz. **Latein.** Siberti-Meiring, Schulgrammatik. Übungsbuch von Meiring-Fisch für III. Auswahl aus der Tempus- und Moduslehre. Mündliche und schriftliche Uebersetzungen aus dem Übungsbuch. Lektüre: Caesär BG., Buch 1. Alle 14 Tage ein Exercitium oder Extemporale. **Französisch.** Plötz, Schulgrammatik, Lektion 7—45. Lektüre: Oster-Abteilung: Duray, Hist. de France; Michaelis-Abteilung: Michaud, Prem. Croisade. Dazu beide Abteilungen Gedichte aus der Sammlung französischer Gedichte von Gropp und Hausknecht. Lernen einzelner Fabeln. Sprechübungen. Wöchentlich ein Exercitium oder Extemporale. **Englisch.** Gesenius, Elementarbuch, Kap. XIII—XXII; Gesenius-Regel, Kap. XVII—XXII. Lektüre aus demselben Buche. Sprechübungen. Wöchentlich ein Exercitium oder Extemporale. **Geschichte.** Hilfsbuch für die deutsche Geschichte von Eckertz. Tabellen von Hirsch. 1. Halbjahr: Deutsche Geschichte von 1500—1648. 2. Halbjahr: 1648—1740. **Erdkunde.** Das deutsche Reich physisch und politisch. Leitfaden von Kirchhoff. Kartenskizzen. **Mathematik.** Lieber und Lüthmann, I und II. Lieber-Köhler, Arithmet. Aufgaben. Addition ungleichnamiger Brüche und Reduktionen. Lehre von den Potenzen und Wurzeln. Gleichungen 1. Grades mit einer und zwei Unbekannten, einfache quadratische Gleichungen. Angewandte Aufgaben. Lehre von den Proportionen. — Ähnlichkeitslehre. Berechnung regulärer Polygone, des Kreisumfangs und Kreisinhalts. — Geometrische Konstruktions-Aufgaben. Alle 14 Tage ein Exercitium oder Extemporale. **Naturbeschreibung.** Binitz, Sommer: Botanik. Ergänzung und Wiederholung der Formenlehre, Systematik und Biologie. Beschreibung schwieriger Pflanzenarten, Besprechung der ausländischen Kulturgewächse und der geographischen Verbreitung der Pflanzen, ohne Kryptogamen. Winter: Niedere Tiere. Erweiterungen und Wiederholungen. Das System. Halbjährlich 2 Ausarbeitungen. **Zeichnen.** Freihandzeichnen nach Papp- und Gipsmodellen in Blei und Kreide. Farbige Ornamente nach Kolb und Högg. Vergrößerungen und Verkleinerungen. Linearzeichnungen.

Untertertia.

Religion. Das Reich Gottes im A. T., Lesung entsprechender biblischer Abschnitte aus Schulz-Klix. Katechismus: Das 1. bis 3. Hauptstück wiederholt, das 4. und 5. gelernt, dazu Sprüche. Kirchenlieder wiederholt, einige neue gelernt. — Das Kirchenjahr und die Ordnung des Gottesdienstes. **Deutsch.** Bellermann IV. Zusammenfassender Ueberblick über die deutschen Sprachgesetze. Behandlung ausgewählter prosaischer und

poetischer Stücke des Lesebuches; Lernen und Vortragen von Gedichten. Gelegentliche Belehrungen über Metrik und Poetik. Alle vier Wochen ein Aufsatz. **Latein.** Lektüre: 2 St. Caesar BG., Buch 2. Grammatik: 2 St. (Siberti-Meiring, Mich.-Abteil. Harre, Uebungsbuch von Fisch für III). Wiederholung der Formenlehre, Erweiterung und Abschluss der Kasuslehre; Moduslehre, soweit es das Lesen des Schriftstellers fordert. 14tägig schriftliche Arbeiten. **Französisch.** Plötz-Kares, Elementarbuch, Ausg. B., Kap. 28—63. Uebungen im Sprechen und Schreiben. Wöchentlich ein Extemporale oder Exercitium. **Englisch.** Die Elemente nach Gesenius-Regel, Kap. I—XII. Dazu eine Auswahl von Lesestücken aus demselben Buche. Wöchentlich schriftliche Uebungen. Versuche im Sprechen. **Geschichte.** 2 St. Hilfsbuch für deutsche Geschichte von Eckertz, Tabellen von Hirsch. 1. Halbjahr: Kurzer Ueberblick über die weströmische Kaisergeschichte vom Tode des Augustus. Deutsche Geschichte bis 1138. 2. Halbjahr: Deutsche Geschichte von 1138—1500. **Erdkunde.** 2 St. Leitfaden von Kirchhoff. 1. Halbjahr: Wiederholung der politischen Erdkunde Deutschlands und Oesterreichs und physisch-politischen Erdkunde Amerikas. 2. Halbjahr: Australien, Asien und Afrika ohne die deutschen Kolonien. **Mathematik.** Lieber und Lüthmann, Teil I und Teil II. Lieber-Köhler, Arithmet. Aufgaben. Planimetrie: Wiederholung der Lehre von den Parallelogrammen. Kreislehre, Sätze über Flächengleichheit von Figuren, Berechnung der Flächen geradliniger Figuren. Geometrische Konstruktionsaufgaben. Arithmetik: Grundrechnungen mit algebraischen Zahlen. Zerlegung in Faktoren, in Verbindung damit Heben der Brüche. Bestimmungsgleichungen 1. Grades, Anwendung auf Aufgaben aus dem bürgerlichen Leben und dem sogenannten kaufmännischen Rechnen. (Alle 14 Tage eine Korrektur.) **Naturbeschreibung.** Bänitz, Sommer: Wiederholung und Erweiterung des botanischen Lehrstoffes der früheren Klassen mit Rücksicht auf die Erkennung des Systems der Phanerogamen. Winter: Gliedertiere. Halbjährlich 2 Ausarbeitungen. **Zeichnen.** Freihandzeichnen nach grossen Holzmodellen und Pappmodellen von Monroq, Paris. Schattierungen in Blei. Ornamente nach Kolb. Geometrische Flächenmuster in Farben nach Dieffenbach.

Quarta.

Religion. 2 Std. Schul-Klix. Wiederholung der Pensen von VI. und V. Einteilung der Bibel. Biblische Bücher. Aufschlagen von Sprüchen, Lesen wichtiger Abschnitte des Alten und Neuen Testaments. Katech. Einprägung und Erklärung des III. Hauptstücks mit Luthers Erklärung, Lernen des IV. und V. Hauptstücks, Sprüche, 4 Lieder. **Deutsch.** Lesebuch von Bellermann. Zusammengesetzter Satz (Anhang 16, 18A, 24, 25—33, 37A). Bildung und Umwandlung von Sätzen; gelegentliche Belehrungen über Wortbildung. Lesen und Nacherzählen, Lernen und Vortragen von Gedichten. Rechtschreibung und Zeichensetzung im Anschluss an die schriftlichen Arbeiten. Alle 14 Tage abwechselnd Diktat, Aufsatz oder grammatische Uebung. **Latein.** Kleine Grammatik von Harre. Lektüre: 1. Halbj. 3, 2. Halbj. 4 Stunden, De viris illustribus von Müller; Konstruieren, unvorbereitetes Uebersetzen, Rückübersetzen und Auswendiglernen einzelner Stücke. Grammatik: 1. Halbj. 4, 2. Halbj. 3 Stunden. Wiederholung der Formenlehre, bes. unregelm. Verba; Kasuslehre mit Auswahl (im Anschluss an die Lektüre); einiges aus der Moduslehre, ut, ne, cum, dum, postquam, a. e. i., abl. abs., part. coniunct., indir. Fragesätze. Wöchentlich eine Klassen- oder Hausarbeit (Uebersetzung ins Lateinische); vierteljährlich eine Uebersetzung ins Deutsche in der Klasse. **Französisch.** 5 Stunden. Elementarbuch von Plötz-Kares, Stück 1—27. Orthographische und Sprechübungen. Lesestücke im Anhang des Buches und Auswendiglernen kleiner Gedichte. Wöchentlich eine häusliche oder Klassenarbeit. **Geschichte.** Hilfsbuch von Jäger, Tabellen von Hirsch. Uebersicht über die griechische Geschichte bis zum Tode Alexanders des Grossen nebst Ausblick auf die Diadochenreiche, Uebersicht über die römische Geschichte bis zu dem Tode des Augustus, beides in Anlehnung an die führenden Hauptpersonen. Einprägung der unentbehrlichen Jahreszahlen und des geschichtlichen Schauplatzes. **Erdkunde.** Leitfaden von Kirchhoff, Atlas von Debes. Länder Europas ausser Deutschland, physisch und politisch: Mittelmeerländer, Russland, Dänemark, Skandinavien, England, Frankreich. Kartenskizzen. Halbjährlich zwei schriftliche Ausarbeitungen. **Mathematik.** Planimetrie 2 Std. Leitfaden von Lieber und Lüthmann. Lehre von den Geraden, Winkeln und Dreiecken. §§ 7—46 mit Auswahl. Die wichtigsten Sätze aus der Lehre von den Parallelogrammen. §§ 48—53. — Rechnen 2 Std. Dezimalrechnung; Regeldetri mit ganzen Zahlen und Brüchen; Zinsrechnung. Alle 14 Tage eine häusliche oder Klassenarbeit. **Naturbeschreibung.** Leitfaden von Bänitz. Botanik: Vergleichende Beschreibung verwandter Arten und Gattungen. Uebersicht über das natürliche System. — Zoologie: Wiederholung und Erweiterung des zool. Lehrstoffes mit Rücksicht auf die Erkennung des Systems der Wirbeltiere. Halbjährlich zwei schriftliche Ausarbeitungen. **Zeichnen.** 1. Halbjahr: Zeichnen nach Drahtmodellen. 2. Halbjahr: Zeichnen von Ornamenten nach grossen Wandtafel-Vorlagen (Jacobsthal), Perlschnüre, Blätter, Blumen, Rosetten, Palmetten etc.

Quinta.

Religion. (Schulz-Klix.) Wiederholung des Pensums von VI. Geschichte des Neuen Testaments bis zur Himmelfahrt. Katechismus: II. Hauptstück mit Luthers Erklärung. Sprüche. 4 Lieder. **Deutsch.** Beller-
mann. Lesen von Prosastücken und Gedichten. Lernen von Gedichten. Erzählungen aus den Sagen des Alter-
tums. Der erweiterte Satz, das Notwendigste vom zusammengesetzten Satz. Uebungen in der Rechtschreibung.
Wöchentlich ein Diktat oder Nacherzählung und dergl. **Latein.** Bleskes Elementarbuch der lateinischen Sprache,
II. Teil von Hans Müller. Formenlehre wiederholt mit den wichtigsten Unregelmässigkeiten. Deponentia, Nomi-
nalformen. Unregelmässige Verba in Auswahl. Acc. c. inf., part. coniunctum, abl. abs., Ortsbestimmungen.
Wöchentlich eine schriftliche Arbeit. **Erdkunde.** Das deutsche Reich, physisch und politisch. Weitere Ein-
führung in das Verständnis des Globus und der Karte. Kartenskizzen. **Rechnen.** Wulkow. Gemeine
Brüche. Einfache Regeldetri. **Naturbeschreibung.** Bänitz. Botanik: Unterscheidende Merkmale der Arten.
Einführung in das Linnéische System. Beschreibung von Wirbeltieren der Klassen Reptilien, Lurche, Fische.
Grundzüge des menschlichen Knochenbaues. **Zeichnen.** Nach Vorzeichnungen an der Wandtafel. Gerade und
krummlinige Figuren. Blätter, Blüten, Rosetten etc. Raumlehre. **Schreiben.** Wiederholung der Alphabete.
Schreiben in Sätzen. Takt schreiben.

Sexta.

Religion. Bibl. Geschichte des Alten Testaments nach Schulz-Klix. Vor den Hauptfesten die be-
treffenden Geschichten des Neuen Testaments. Katechismus: I. Hauptstück mit Luthers Erklärung erklärt und
gelernt. Bibelsprüche und Lieder. **Deutsch.** Lesebuch von Beller-
mann. Lesen und Nacherzählen, Lernen und
Vortragen von Gedichten, Erzählungen aus der deutschen Sage und Geschichte. Grammatik: Redeteile, einfacher
Satz, starke und schwache Beugung, Wiederholung der Rechtschreibung. Wöchentlich ein Diktat oder andere
kleine Übung. **Latein.** Elementarbuch von Bleske-Müller. Regelmässige Formenlehre ohne Deponentia, wich-
tigste Nominalformen, Vokabeln, Uebersetzen, Konstruieren; mündliche und schriftliche Uebungen in der Klasse;
Auswendiglernen einzelner Sätze; einige syntaktische Regeln nach dem Uebungsbuch. Wöchentlich eine Rein-
schrift (Klassen- oder Hausarbeit). **Erdkunde.** Grundbegriffe der physischen und mathematischen Erdkunde,
induktiv und in Anlehnung an die nächste örtliche Umgebung; Globus, Relief und Karte; oro- und hydrogra-
phische Verhältnisse der Erdoberfläche im Allgemeinen; insbesondere Bild der engeren Heimat. Kleiner Atlas
von Debes. **Rechnen.** Wulkow. Heft II. Wiederholung der Grundrechnungen; Münzen, Masse, Gewichte. Regel-
detri §§ 1—14. **Naturbeschreibung.** Bänitz. Beschreibung vorliegender Blütenpflanzen. Erklärung der
Form von Wurzel, Stengel, Blatt, Blüte (Blütenstand), Frucht. Winter: Säugetiere, Vögel. **Schreiben.** Kleines
und grosses Alphabet deutsch und lateinisch in Wörtern und Sätzen. Takt schreiben.

B. Vorschule.**Klasse 1.**

Religion. (Schulz-Klix.) Patriarchenzeit im Zusammenhange bis auf Moses. — Neues Testament
Festerzählungen. Sprüche und einzelne Strophen aus Kirchenliedern. Das 1. Hauptstück. **Deutsch.** Beller-
mann. Leseübungen. Gedichte und prosaische Lesestücke besprochen und gelernt. Kenntnis der wichtigsten
Wortarten. Hauptbestandteile des einfachen Satzes. Diktate und Abschriften. **Heimatkunde.** Stettin und
Pommern. **Rechnen.** Wulkow, Heft 1 und 2. Die 4 Spezies mit benannten Zahlen in einfachen Verhältnissen.
Schreiben. Die deutsche und die lateinische Schrift in Wörtern und Sätzen. Takt schreiben.

Klasse 2.

Religion. Erzählungen aus der Patriarchenzeit und dem Leben Jesu. Sprüche, Liederverse, Gebete.
Die 10 Gebote ohne Erklärung. **Deutsch.** Beller-
mann. Leseübungen, Gedichte, Diktate. Das Haupt-, Zeit- und
Eigenschaftswort. Deklination des Hauptwortes. **Rechnen.** Wulkow, Heft 1. Die 4 Spezies mit unbenannten
und benannten Zahlen. **Schreiben.** Das kleine und grosse deutsche und lateinische Alphabet. Schreiben von
Wörtern und Sätzen. Takt schreiben. Abschriften.

Klasse 3.

Religion. Erzählungen aus der Patriarchenzeit und dem Leben Jesu. — Gebete und Sprüche.
Deutsch. Handübeln von Theel und O. Schulz. Schreib- und Leseübungen. Kleine Gedichte und Diktate.
Rechnen. Addieren und Subtrahieren im Zahlenraum von 1—100.

Kein evangelischer Schüler war vom Religionsunterricht befreit.

Turnunterricht.

Die Anstalt besuchten (mit Ausschluss der Vorschulklassen) im Sommer 328, im Winter 340 Schüler. Von diesen waren befreit:

	Vom Turnunterricht überhaupt	Von einzelnen Übungsarten
Auf Grund ärztlichen Zeugnisses	im S. 16, im W. 16	im S. 1, im W. 1
Aus anderen Gründen	im S. 13, im W. 23	im S. 0, im W. 0
Zusammen	im S. 29, im W. 39	im S. 1, im W. 1
Also von der Gesamtzahl der Schüler	im S. 8,85%, im W. 11,46%	im S. 0,3%, im W. 0,3%

Es bestanden bei 15 getrennt zu unterrichtenden Klassen 6 Turn-Abteilungen zu je 3 Stunden; zur kleinsten Abteilung gehörten 35 Quintaner (im S.), zur grössten 64 Schüler aus den beiden Unter-Secunden und Ober-Tertia O. Die erste Vorschulklassen hatte wöchentlich 2 Turnstunden, die zweite 1 bei dem Vorschullehrer Lüdemann. In der Hauptschule erteilten den Turnunterricht: Schaeffer, Professor, im S. Abt. 1, 2, 3 und 6, im W. Abt. 1 und 2; Haack, Lehrer und Turnlehrer an einer Gemeindschule, im S. Abt. 4, im W. Abt. 4 und 6; Sparr, Lehrer und Turnlehrer an einer Gemeindschule, im S. Abt. 5, im W. Abt. 3 und 5. Die Anstalt besitzt keine eigene Turnhalle; sie benutzt gemeinschaftlich mit anderen städtischen Schulen, namentlich dem Stadt-Gymnasium, die wenige Minuten von dem Schulgebäude entfernte städtische Turnhalle an der Bellevuestrasse und den 25 Minuten von der Schule entfernten Turmplatz an der Deutschen Strasse. Erstere liegt etwa südlich, letzterer nordwestlich von unserer Schule, die Entfernung zwischen den beiden beträgt also mehr als 25 Minuten. Die Halle war uns in den gewünschten Stunden, 10 an den Vormittagen (für die Quinten, Sexten und die Vorschule), 12 an 4 Nachmittagen, zur Verfügung gestellt; der Turmplatz dagegen war nachmittags nur 3 Mal in der Woche für uns frei. Soweit die Umstände es erlaubten, wurde im Freien geturnt, resp. gespielt. Den Bewegungsspielen wurde auf allen Stufen Aufmunterung und Förderung zu Teil; Gelegenheit und Anleitung wurde, abgesehen von Klassen-Ausflügen, dazu namentlich im Sommer gegeben auf dem grossen Platze, vor und nach dem Turnunterricht der betreffenden Abteilung. Innerhalb der Pflichtstunden wurden Spiele geübt bis Untertertia hinauf, in den beiden ersten Abteilungen nur ausnahmsweise; ausserhalb derselben wurde den Schülern möglichst viel Freiheit gelassen, Barlauf und Fussball waren dann die bevorzugten Spiele, welche Scharen von 10—40 Turnern zusammenhielten. Eine Vereinigung von Schülern zur Pflege von Bewegungsspielen oder einem Sport besteht gegenwärtig an der Anstalt nicht. Dafür üben die grossen Militär-Schwimmanstalten auf die meisten unserer Schüler eine grosse Anziehungskraft; mehrere gewannen bei dem Schwimmfeste im August Prämien für die besten Leistungen im Schwimmen, Springen und Tauchen. Freischwimmer waren am 1. September 172 Schüler, also 52½% von der Gesamtzahl; von ihnen hatten 32 (= 10%) im letzten Sommer schwimmen gelernt. Die milde Witterung dieses Winters war dem Schlittschuhlaufen nicht günstig, doch fehlte es nicht an besonders hergestellten Eisbahnen selbst innerhalb der Stadt; bisweilen gestattete das Eis auf der Oder und ihren Nebenarmen oberhalb der Stadt auch weitere Ausflüge.

Gesang.

Chor I. Jede Stimme hat 1, der ganze Chor 1, zusammen 5 St. Schüler der I—IV. Der Septimen-Accord und seine Umkehrungen. Einführung in die Molltonarten. Vierstimmige Chöre und Lieder; besonders patriotische zum 2. Sept., 18. und 27. Januar.

- Chor II. (Quintaner.) Die D-, A-, B- und Esdur-Tonleiter. Der Dreiklang und seine Umkehrungen. Ein- und zweistimmige Uebungen. 18 Choräle. Ein- und zweistimmige Volks- und Vaterlandslieder.
- Chor III. (Sextaner.) Kenntnis der Noten und der Intervalle. Die Tonleitern C-, G- und F-dur. 16 Choral-melodien und 16 einstimmige Kinder- und Volkslieder.
- Die Vorschüler lernen in 2 Stufen, nur nach dem Gehör, einige leichte Choräle und Kinderlieder.

II. Mitteilungen aus den Verfügungen der Behörden.

21. Mai 1895. Durch Erlass Sr. Majestät des Kaisers wird den Professoren Dr. Reyher und Schäffer der Rang der Räte 4. Klasse verliehen.

5. Aug. 1895. Das Kgl. Prov.-Schulkollegium übersendet zur Veröffentlichung in diesem Programm einen Ministerialerlass vom 8. Juli betreffend die Gefahren, denen sich Schüler durch Spielen mit Teschinggewehren und ähnlichen Waffen aussetzen. Siehe am Schluss Abschnitt VI.

18. Nov. 1895. Dasselbe ordnet zur Ausführung eines Befehls Sr. Majestät des Kaisers an, dass und wie der 25. Jahrestag der Proklamierung des Deutschen Reiches in den Schulen gefeiert werden soll.

28. Nov. 1895. Der Magistrat ordnet an, dass Gesuche um Freischule spätestens am dritten Schultage nach Beginn des Semesters bei ihm einzureichen sind; später eingehende werden nicht berücksichtigt werden. Vgl. Abschnitt VI.

4. Dec. 1895. In Verfolg eines Ministerialerlasses, der auf Grund der mit den Lehrplänen vom 6. Januar 1892 gemachten Erfahrungen anerkennt, dass eine Vermehrung der lateinischen Stunden von Untersecunda aufwärts um je eine Stunde wünschenswert ist, wird auf Antrag des Direktors vom Kgl. Prov.-Schulkollegium genehmigt, dass von Ostern ab in den Primen und Sekunden je eine Stunde Latein mehr eingesetzt werde.

4. Dec. 1895. Auf Grund desselben Ministerialerlasses verfügt das Kgl. Prov.-Schulkollegium, dass in Quarta und Obersecunda die alte Geschichte nur bis zum Tode des Augustus behandelt, der Rest den folgenden Klassen zugewiesen werde.

14. Dec. 1895. Das Kgl. Prov.-Schulkollegium ordnet die Ferien für 1896/97 wie folgt an:

Osterferien:	Schulschluss	Sonnabend, 28. März,	Schulanfang	Dienstag, 14. April.
Pfingsten:	"	Freitag, 22. Mai,	"	Donnerstag, 28. Mai.
Sommer:	"	Sonnabend, 4. Juli,	"	Dienstag, 4. August.
Herbst:	"	Mittwoch, 30. September	"	Donnerstag, 15. Oktober.
Weihnachten:	"	Dienstag, 22. December	"	Mittwoch, 6. Januar 97.

24. Dec. 1895. Dasselbe übersendet von den durch Se. Majestät den Kaiser den Schulen bewilligten Exemplaren des Werkes: „Der Krieg gegen Frankreich und die Einigung Deutschlands“ von Theodor Lindner 3 Exemplare, 1 für die Bibliothek, 2 für tüchtige Schüler.

2. Januar 1896. Dasselbe übersendet im Auftrage des Herrn Unterrichtsministers 2 Exemplare der Festrede, die bei Enthüllung des Kaiser-Friedrich-Denkmal's bei Wörth General von Mischke gehalten, ebenfalls zur Verteilung an Schüler. Vgl. die Chronik.

III. Chronik der Schule.

Das Schuljahr begann am 23. April mit der Vorstellung der Neuaufgenommenen.

Das Lehrerkollegium sah sich um 2 Mitglieder verkleinert, da das Patronat mit Zustimmung des Kgl. Provinzialschulkollegiums die Oster- und Michaelis-Abteilungen der ersten und zweiten Vorschulklasse in je eine zusammenschloss und die Herren Otto Bootz und Hermann Bootz an das Schillerrealgymnasium versetzte. Otto Bootz, geb. 4. März 1848 zu Ladenthin, Kr. Randow, auf dem Seminar zu Pölitz vorgebildet, wurde zuerst Ostern 1869 in Sonnenberg, Kr. Randow, dann Mich. 1869 in Stettin, Ostern 1878 an unserer Schule angestellt. Sein Bruder Hermann Bootz, geb. 15. Okt. 1852 zu Ladenthin, in Pölitz vorgebildet, wurde zuerst Ostern 1874 in Stepenitz, Ostern 1875 in Stettin und am 1. Juni 1877 bei uns angestellt. Wir haben die tüchtigen und eifrigen Lehrer, welche nicht nur in der Vorschule, sondern auch im Realgymnasium Erfreuliches leisteten, sehr ungerne ziehen lassen, indem wir ihnen von Herzen ferneres Wohlergehen wünschten.

Herrn Dr. vom Hofe, der uns mit treuer und erfolgreicher Lehrihätigkeit 1½ Jahre zur Seite stand, müssen wir jetzt zu unserm Bedauern scheiden sehn, da er als Oberlehrer an die Kgl. Kadettenanstalt zu Gross-Lichterfelde bei Berlin berufen ist.

Da Michaeli Herr Prof. Schäffer 6 seiner Turnstunden abgab, wurden diese den schon bei uns als Turnlehrer beschäftigten Gemeindegemeinschaften, Herren Haack und Sparr, übertragen, so dass jeder von ihnen im Winter 6 Turnstunden gab. Ostern legt Herr Prof. Schäffer auch die letzten 6 Turnstunden nieder. Für diese wie für Herrn Dr. vom Hofe ist im Augenblick der Abfassung dieses Abschnitts noch kein Ersatz gefunden.

Im November erkrankte Herr Prof. Heyse wieder an den Augen und wurde bis Ostern dadurch der Schule entzogen. Das Patronat bewilligte seine Vertretung durch den Schulamtskandidaten Herrn Dr. Max Müller. Zu Treptow a. R. 1869 geboren, Schüler des hiesigen Marienstiftsgymnasiums, studierte er in Berlin und Göttingen klassische und deutsche Philologie, promovierte 1890 mit einer Dissertation de Seleuco Homeroico, bestand 1891 die Prüfung pro fac. doc., legte Mich. 1891—92 sein Seminarjahr am hiesigen K.-Wilhelms-Gymnasium, darauf sein Probejahr am Marienstiftsgymnasium ab, genügte seiner Militärpflicht 1893—94 und war seitdem hier als freiwilliger Hilfslehrer und Vertreter beschäftigt. Jetzt will er in Moskau eine Hauslehrerstelle übernehmen. Unsere Segenswünsche begleiten ihn.

Eine vierwöchentliche Krankheit des Vorschullehrers Herrn Hagewald störte den Unterricht der Vorschule und Sexta um so mehr, als für ihn kein Vertreter zu beschaffen war, und seine Stunden grösstenteils durch Kombinationen von Klassen besetzt werden mussten.

Ueber den Gesundheitszustand der Schüler ist im Allgemeinen nichts Ungewöhnliches zu berichten. Aber wir müssen zu unserm grossen Leidwesen hier bemerken, dass ein sehr lieber, fleissiger und befähigter Schüler, der Quartaner Karl Schliebe, am 24. Februar einem langen, schweren Leiden erlag. Am 27. geleiteten seine Klassengenossen ihn zum Grabe.

Am 12., 13. und 14. Juni nahm der Direktor an den Verhandlungen der 12. Direktorenversammlung in der Provinz Pommern in Stettin teil. Im Anschluss daran war ihm aus Rücksicht auf seine Gesundheit ein 14tägiger Urlaub bewilligt worden.

Während der grossen Ferien wurden im Schulhause mehrere sehr erwünschte Veränderungen vorgenommen. Das bisherige physikalische Kabinet wurde der Sammelraum für den Zeichenapparat. Die Gallerie, in welcher sich dieser befunden, wurde den physikalischen Instrumenten eingeräumt, der vor dieser Gallerie liegende Raum zum physikalischen Lehrzimmer umgestaltet. Das bisherige physikalische Lehrzimmer ist nun Reserveklasse. Die nach der Albrechtstrasse im Erdgeschoss hinausliegende Klasse wurde zum chemischen Laboratorium bestimmt, das davorliegende kleinere Gemach wurde Lehrzimmer für die Chemie. Diese Einrichtungen erforderten zum Teil neue Bänke und Tische. Alles dies wurde in dankenswerter Weise vom Patronat bewilligt und durch Herrn Stadtbaumeister Dreesen zweckmässig ausgeführt.

Dem Kgl. Realgymnasium zu Wiesbaden, das am 31. Mai das Fest seines 50jährigen Bestehens feierte, sowie dem Gymnasium und Realgymnasium zu Kolberg, die am 15. Oktober ebenfalls auf eine 50jährige Thätigkeit zurückblickten, sandte das Kollegium der Friedrich-Wilhelms-Schule seine Glückwünsche.

Schriftliche Reifeprüfungen wurden am 26.—30. August und am 17.—22. Februar abgehalten, die mündlichen fanden am 14. September und 17. März unter Vorsitz des Direktors statt. Um dieselben Zeiten wurden die Abschlussprüfungen der Untersekunden abgehalten.

Verschiedene Festtage wurden der Schule zu Teil. Zuerst ist nachzuholen, dass unter Leitung des Kgl. Musikdirektors Herrn Lehmann von dem Schulchor, den eine Anzahl Damen und Herren und die Solisten Frl. Wollenburg und Frl. Adolph, sowie die Herren Schröder und Schmidt gütigst und erfolgreich unterstützten, Händels Alexander-Fest am 29. März 1895 mit schönem Erfolge aufgeführt wurde. In diesem Winter mussten wir auf die Einübung eines grösseren Musikwerks verzichten, gedenken aber dafür im März ein Winterfest mit einzelnen Liedern, Deklamationen und französischer Komödie zu begehen.

Das Sedanfest feierten wir durch eine Festrede des Unterzeichneten, Gesänge und Deklamationen in der Aula. Am 6. September zog unser erhabenes Kaiserpaar hier ein, die Jugend bildete Spalier, hatte am Parade- tage, dem 7. September, und am letzten Manöver- tage, dem 12., frei und befand sich die ganze Zeit hindurch, wo der Hof und zahlreiche fürstliche Gäste, darunter Ihre Majestäten der Kaiser von Oesterreich und der König von Sachsen hier weilten, in erklärlicher Aufregung. Am 12. nahmen die hohen Gäste von der festlich geschmückten Stadt Abschied, die ihnen und dadurch auch einem grossen Teil unserer Jugend den grossartigen Anblick einer

belenchteten Oderfahrt zu unvergesslicher Erinnerung bereitet hatte. Zu den bei Gelegenheit der Septembertage von Seiner Majestät dem Kaiser ausgezeichneten Bewohnern unserer Provinz gehörte auch unser Herr Professor Dr. Lieber, der den Roten Adlerorden 4. Klasse erhielt. — Den 18. Januar, der den Abschluss so vieler Gedenktage an den grossen Krieg von 1870/71 bildete, feierten wir durch Ansprachen der Ordinarien in den Klassen, Deklamationen und Gesänge in der Aula. Bei dieser Gelegenheit wurde auch des bei Champigny am 2. December gefallenen früheren Schülers und Lehrers der Anstalt, Dr. Vierth, besonders gedacht. Am Schluss der Feier erhielten der Primus omnium Julius Bürger und der Primus von U II Erich Ziehm die in Abschnitt II erwähnte Festrede von General Mischke, der Primus von U I, Friedrich Franz, und von O II, Gerhard Rohde, das Lindnersche Werk über den Krieg von 1870/71. Am 27. Januar endlich feierten wir nach alter Weise den Geburtstag Sr. Majestät des jetzt regierenden Kaisers durch Gesänge und eine Festrede, die Herr Oberlehrer Fischer hielt. —

Ueber eine Sommerferien-Reise von Schülern unter Leitung des Herrn Oberlehrers Thiele berichtet dieser: Zu Anfang der Sommerferien unternahmen fünfzehn Schüler der Prima und Sekunda, denen sich zwei Herren aus dem „Verein früherer Schüler der Friedrich-Wilhelm-Schule“ anschlossen, eine zehntägige Harzreise. Der Verlauf, den wir zur Kenntnissnahme für ähnliche Unternehmungen an anderen Schulen mitteilen, war folgender:

1. Juli: Fahrt nach Magdeburg. 2. Juli: Besuch der Städte Magdeburg, Halberstadt, Quedlinburg. 3. Juli: Fahrt nach Ballenstedt, Wanderung zur Burg Falkenstein, durch das Selkethal über Viktorshöhe nach Treseburg. 4. Durch das Bodethal zur Rosstrappe und zum Hexentanzplatz, hinab nach Thale, über die Teufelsmauer nach Blankenburg, Abendspaziergang zum Regenstein. 5. Juli: Nach Rübeland, Besuch der Hermannshöhle, über Elbingerode nach Wernigerode. 6. Juli: Ueber die Steinerne Renne, den Ilstein, durch das Ilsethal zum Brocken. 7. Juli: Vom Brocken (bei recht guter Fernsicht) über den Rehberger Graben nach Andreasberg, mit der Bahn nach Lauterberg, zu Fuss über den Ravenstein und Sachsa nach Walkenried, Besuch des Klosters noch vor Abend. 8. Juli: Eisenbahnfahrt nach Grund, Wanderung zur Klausthaler Silberhütte, nach Klausthal, dann auf weitem Umwege durch das Ockerthal nach Goslar. 9. Juli: Besuch des Rammelsbergwerks, des Rathauses, der Kaiserpfalz und der meisten Kirchen der Stadt. 10. Juli: Rückreise.

Ohne störenden Zwischenfall verlief die Reise bei ausgezeichnetem Wetter; die starken Tagemärsche wurden von einigen vorzeitig Ermüdeten öfter durch kleine Eisenbahnfahrten abgekürzt, wo sich die Gelegenheit bot.

In dankenswerter Freigebigkeit hatte der Verein früherer Schüler der Anstalt einen Zuschuss von 140 Mark gewährt; da ausserdem die Fahrt zu sehr ermässigtem Preise gemacht werden konnte und die Wirthe der Gasthöfe das freundlichste Entgegenkommen zeigten, waren die Kosten der Reise für die einzelnen Teilnehmer nicht bedeutend, im Durchschnitt 40—45 Mark auf nicht ganz 10 Tage.

IV. Statistische Mitteilungen.

A. Frequenz-Tabelle für das Schuljahr 1895/96.

	A. Realgymnasium.																B. Vorschule.						
	Ia	Ib	IIa	IIb	IIb	IIIa	IIIa	IIIb	IIIb	IV	IV	V	V	VI	VI	Sm.	1	1	2	2	3	3	Sm.
					O.	M.	O.	M.	O.	M.	O.	M.	O.	M.	O.	M.		O.	M.	O.	M.	O.	M.
1. Bestand am 1. Febr. 1895	17	13	25	20	22	19	16	31	22	29	26	24	14	26	24	328	17	17	14	14	9	6	77
2. Abgang bis Schluss des Schuljahres 1894/95	11	5	12	20	—	19	—	31	2	29	5	24	—	26	2	186	17	1	14	1	9	1	43
3a. Zugang durch Versetzung zu Ostern 1895	6	6	8	17	—	24	—	22	—	17	—	18	—	—	—	118	14	—	8	—	—	—	32
Zugang durch Übergang aus dem Wechselcötus	—	—	—	—	2	—	2	1	5	1	6	—	3	2	5	27	1	1	—	—	—	1	3
3b. Zugang durch Aufnahme zu Ostern 1895	—	3	9	—	—	—	—	—	2	—	4	3	1	19 ^{*)}	1	42	4	—	—	2	9	2	17
4. Frequenz am Anfange des Schuljahres 1895/96	12	17	30	17	24	24	18	23	27	18	31	21	18	21	28	329	19	17	8	15	9	8	76
5. Zugang im Sommer-Semester	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1	—	—	—	1
6. Abgang im Sommer-Semester	3	4	14	—	24	1	18	2	27	2	31	2	18	7	28	181	3	17	—	15	1	8	44
7a. Zugang durch Versetzung zu Michaelis	4	9	14	—	14	—	18	—	21	—	17	—	19	—	—	116	—	13	—	6	—	—	19
Zugang durch Übergang aus dem Wechselcötus	—	—	—	5	—	4	—	8	—	5	3	1	2	9	7	44	3	3	1	—	1	—	8
7b. Zugang durch Aufnahme zu Michaelis	—	—	2	—	—	2	1	1	4	3	—	1	1	3	16 ^{*)}	34	2	1	2	—	—	—	14
8. Frequenz am Anfange des Wintersemesters	13	22	32	22	14	29	19	30	25	24	20	21	22	26	23	342	21	17	12	6	9	9	74
9. Zugang im Winter-Semester	—	—	—	—	—	1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1	—	—	—	1	—	—	1
10. Abgang im Winter-Semester	—	—	2	—	—	—	1	1	—	1	1	1	—	3	—	10	1	1	2	—	1	—	5
11. Frequenz am 1. Februar 1896	13	22	30	22	14	30	18	29	25	23	19	20	22	23	23	333	20	16	10	7	8	9	70
12. Durchschnitts-Alter am 1. Februar 1896	13 ¹⁰	17 ¹¹	17 ¹³	16 ¹¹	15 ¹⁰	15 ¹⁶	15 ¹¹	14 ¹⁰	13 ¹⁰	13 ²	12 ⁷	12 ¹³	11 ¹¹	11 ¹¹	10 ⁶	—	9 ¹⁸	9 ¹³	8 ¹⁶	7 ¹⁶	7 ²	6 ¹⁸	—

*) Davon 15 durch Versetzung aus der Vorschule zu Ostern.

**) Davon 14 durch Versetzung aus der Vorschule zu Mich.

B. Religions- und Heimatsverhältnisse der Schüler.

	A. Realgymnasium.							B. Vorschule.						
	Evang.	Kath.	Diss.	Jud.	Einb.	Ausw.	Ausl.	Evang.	Kath.	Diss.	Jud.	Einb.	Ausw.	Ausl.
1. Am Anfang des Sommer-Semesters	315	5	—	9	232	97	—	75	—	—	1	71	5	—
2. Am Anfang des Winter-Semesters	331	5	—	6	254	88	—	72	—	—	2	66	8	—
3. Am 1. Februar 1896	322	5	—	6	249	84	—	68	—	—	2	63	7	—

C. Abiturienten.

Zu Michaelis 1895 erhielten das Zeugnis der Reife:

391. Alfred Hentschel, geb. 16. Januar 1877 zu Swinemünde, Sohn eines Brauereibesitzers, $2\frac{1}{2}$ Jahre auf der Schule und in Prima, wollte Braumeister werden.
 392. Hans Roesler, geb. 5. Februar 1876 zu Pasewalk, Sohn eines Buchhalters, $5\frac{1}{2}$ Jahre auf der Schule, 2 in Prima, ging zum Bankwesen über.
 393. Joachim Zimmermann, geb. 10. December 1875 zu Berlin, Sohn eines Kaufmanns, $4\frac{3}{4}$ Jahre auf der Schule, 2 in Prima, studiert Geschichte.

Zu Ostern 1896 erhielten das Zeugnis der Reife:

394. Julius Bürger, geb. 16. August 1877 zu Alt-Damm, Sohn eines Zimmermeisters, $9\frac{1}{2}$ Jahr auf der Schule, $2\frac{1}{2}$ in Prima, will das Hochbaufach studieren.
 395. Walther Humelet, geb. 15. Mai 1876 zu Grabow a. O., Sohn eines Kaufmanns, $8\frac{1}{2}$ Jahre auf der Schule, $2\frac{1}{2}$ in Prima, will das Hochbaufach studieren.
 396. Erdfried Kasch, geb. 24. September 1877 zu Wolgast, Sohn eines Rentners, 3 Jahre auf der Schule, 2 in Prima, will nach dem Ergänzungsexamen Jura studieren.
 397. Georg Lange, geb. 8. Februar 1877 zu Stettin, Sohn eines Magistrats-Steuererhebers, $9\frac{1}{2}$ Jahre auf der Schule, 2 in Prima, will das Baufach studieren.
 398. Walther Mehnert, geb. 2. Juli 1877 zu Wolgast, Sohn eines Professors, 3 Jahre auf der Schule, 2 in Prima, will Seeoffizier werden.
 399. Georg Rother, geb. 11. December 1874 zu Kolbnitz bei Jauer, Sohn eines Lehrers, $9\frac{1}{2}$ Jahre auf der Schule, $2\frac{1}{2}$ in Prima, will zum Bankgeschäft gehen.
 400. Johannes Rowe, geb. 7. November 1877 zu Dramburg, Sohn eines Oberlehrers, 3 Jahre auf der Schule, 2 in Prima, will Offizier werden.
 401. Martin Weissenborn, geb. 12. Februar 1877 zu Leussin bei Kemnitz in Pommern, Sohn eines Rittergutsbesitzers, 3 Jahre auf der Schule, 2 in Prima, will Landwirt werden.

V. Sammlungen von Lehrmitteln.

1. Die **Lehrerbibliothek**, verwaltet von Prof. Koch, wurde im Schuljahr 1895/96 vermehrt:
 a) durch folgende Geschenke vom Magistrat: Katalog der Kunstbibliothek der Stadt Stettin. 1895. Vom Herrn Kultusminister: Jahrbuch für Jugend und Volksspiele 1895. Vom Verein für pommersche Geschichte und Altertumskunde: Baltische Studien, Jahrg. 45. 1895. Vom Verein der Lehrer an den höheren Schulen in Pommern: Kunze, Kalender für das höhere Schulwesen 1895/96. Von Herrn Dir. Dr. Fritsche: Otto de Terra, Soziale Verkehrspolitik. Berlin 1895. Von Herrn Prof. Dr. Reyher: Pfundheller, Words from the Poets. Stettin 1873. Ploetz, Lectures choisies. Berlin 1880. Von Herrn Oberlehrer Dr. Köhler: Tietz, Stenographie und Schule. Wolfenbüttel 1894. Clemens, Die Stenographie und die Schule. Braunschweig 1895. Von den betr. Verfassern: Th. Wolf, Joh. Honterus, der Apostel Ungarns. Kronstadt 1894. Sauer-Runge, Kleine spanische Sprachlehre. Heidelberg 1888. Becker, Das Königl. Domgymnasium und Realgymnasium zu Kolberg in seinen ersten fünfzig Jahren. Kolberg 1895. M. Lüdemann, Ueber Destonches' Leben und Werke (Doktordiss.).
 b) durch folgende Ankäufe: Wagners Schriften, Bd. 1, 2, 5, 6. Euripides, übersetzt von Bothe (5 Bände). Verhandlungen der Direktoren-Versammlungen in Preussen. Band 42 (Rheinprovinz, 5. Vers.) Berlin 1893. Max Dessoir, Geschichte der neueren deutschen Psychologie, I, Berlin 1894. Gellerts Schriften T. 1—8. Dickens, A Christmas Carol, herausgegeben von Andreae. Leipzig 1875. Fürst Bismarck, Neue Tischgespräche mit Parlamentariern, herausgegeben von Poschinger. Stuttgart 1895. Münch und Glanming, Didaktik und Methodik des französischen und englischen Unterrichts. München 1895. Leitfaden für den Turnunterricht in den preuss. Volksschulen, Berlin 1895. Grabow, Schrägschrift oder Steilschrift? Bromberg 1895. Marinowski und Frommel, Bürgerrecht und Bürgertugend. Berlin 1895. F. A. Lange, Geschichte des Materialismus. Leipzig 1896. Giesebrecht, Geschichte der deutschen Kaiserzeit. 6 Bd. Leipzig 1895. Arendt, Technik der Experimentalchemie.

Hamburg und Leipzig 1892. Passarge, Bericht über die Expedition der deutschen Kamerun-Komitees in den Jahren 1893—1894. Berlin 1895. Victor, Die Aussprache des Schriftdeutschen. Leipzig 1895. Lorenz, Genealogisches Handbuch der europäischen Staatengeschichte. Berlin 1895. Dazu folgende Lieferungswerke und Zeitschriften: Muret, Encyklop. Wörterbuch der engl. Sprache. Murray, a new english Dictionary. Euler, Encyklop. Handbuch des gesammten Turnwesens. Lepsius, Geologische Karte des deutschen Reiches. Müller-Pouillet, Lehrbuch der Physik. J. Müller, Handbuch der Klassischen Altertumswissenschaft. Fehling-Hell, Neues Handwörterbuch der Chemie. Allgemeine deutsche Biographie. Roscher, Lexikon der griechischen und römischen Mythologie. Dietlein u. s. f., Aus deutschen Lesebüchern. Gröber, Grundriss der romanischen Philologie. Monumenta Germaniae historica. Goethe—Jahrbuch, herausgegeben von Geiger. Grimm, Deutsches Wörterbuch. Statistisches Jahrbuch für das deutsche Reich. Statistisches Jahrbuch für die höheren Schulen. Grünwald und Gatti, Dizionario delle lingue italiana e tedesca. Schillers Briefe, herausgegeben von Jonas. Heerm und Uckert, Geschichte der europäischen Staaten. Goethes Werke (Weimarsche Ausg.). Urkunden und Aktenstücke zur Geschichte des Gr. Kurfürsten. Lyon, Zeitschrift für deutschen Unterricht. Fresenius, Deutsche Literaturzeitung. Zeitschrift für deutsches Altertum. Poske, Zeitschrift für den chemischen und physik. Unterricht. L. Klarck, Naturwissensch. Rundschau. Hoffmann, Zeitschrift für Mathematik. Petermanns geogr. Mitteilungen. Preussische Jahrbücher. Sybels histor. Zeitschrift. Zeitschrift für Gymnasialwesen. Archiv für neuere Sprachen. Pädagogisches Archiv. Neue Jahrbücher für Philologie und Pädagogik. Pädagogisches Wochenblatt. Zentralblatt für die Unterrichtsverwaltung in Preussen.

2. **Schülerbibliothek**, verwaltet von den Herren Fischer, Ulich, Schäffer, Thiele, Höfer wurde durch folgende Ankäufe vermehrt: Heinemann, „Goethes Leben“ mit zahlreichen Abbildungen. Philippson, „Kaiser Friedrich III“. Weissenborn, Homers Odyssee. Würdig, Leben und Thaten des alten Dessauers. Röchling und Knötel, Der alte Fritz in fünfzig Bildern, u. a. m.

3. Die **naturwissenschaftlichen Sammlungen** unter Aufsicht des Prof. Sauer:

- a) Der mathematisch-physikalische Apparat erhielt ein neues Lokal, in der bis dahin dem Zeichenapparat gehörigen Gallerie, die mit der alten Unterprima in Verbindung gesetzt wurde. Dieser letztere Raum wurde nun physikalisches Lehrzimmer. Für den Apparat wurden angeschafft: Eine Convex- und eine Concavlinse mit Griff, ein Gestell zur Aufhängung von Wagen, ein Apparat um Pulver durch den elektrischen Funken zu entzünden, ein Apparat zum Nachweis der grössten Dichtigkeit des Wassers, ein Satz eiserner Gewichte. Ausserdem wurde die Ausbesserung der vorhandenen Apparate fortgesetzt. Der Katalog der physikalischen Apparate wurde von Prof. Sauer neu aufgestellt.
- b) Der chemische Apparat wurde in dem bisherigen Räume belassen, dieser Raum aber ganz neu als Lehrzimmer mit aufsteigenden Bänken eingerichtet; die daranstossende ehemalige Sexta wurde Laboratorium der Schüler, so dass nunmehr die ursprüngliche Anlage des Gebäudes in diesem Punkte wieder hergestellt ist. Der Katalog des chemischen Apparates wurde von Prof. Sauer umgearbeitet. Neu angeschafft wurden eine Anzahl Brenner, Abdampfschalen, Reagirglasgestelle, Spritzflaschen, Bechergläser, Dreifusser und ein Schmalzlöffel.
- c) Die zoologische Sammlung erhielt von dem Quartaner Petersen eine Wiesenmeise, ein Wiesel und einen Thurnfalken zum Geschenk.
- d) Die botanische Sammlung wurde vermehrt um zwei Tafeln von Schlitzberger, enthaltend die häufigsten, giftigen und essbaren Pilze.
- e) Die mineralogische Sammlung wurde nicht vergrössert.

4. Für den **Zeichenapparat** wurde statt der bisher benutzten Gallerie, das bis dahin als physikalisches Kabinet gebrauchte Zimmer eingerichtet. Neu angeschafft wurden: Corinthische und römische Säulenordnung nach Vignola (nach Modellen der Kunstgewerbeschule zu Dresden) ausgeführt von Gebr. Weschke.

5. Die **Kartensammlung** (Verwalter Wisotzky) erhielt Sydow-Habenicht, Planigloben.

6. Der **Notenschatz** (Verwalter Lehmann) erhielt 30 klassische und moderne Chöre für Gymnasien und Realschulen in dreistimmigem Tonsatz (Sopran, Alt, Bariton) mit Klavier- oder Orgelbegleitung bearbeitet und herausgegeben von Lorenz, Heft I.

VI. Stiftungen und Unterstützungen von Schülern.

Von den Wohlhälllichen Stadtbehörden wurden 1895/96 3117 M. Schulgelder erlassen: Zu Schulgeld zahlte die Scheibert-Kleinsorge-Stiftung 145 M., die Kleinsorge-Stiftung 135 M. Aus der Kasse des früheren Bürgerrettungs-Instituts wurden 108 M. Schulgeld gewährt. Aus der vom Direktor verwalteten Unterstützungskasse wurden 217 M. 25 Pf. gezahlt. Dies sind zusammen 3722 M. 25 Pf. Schülerbenefizien.

Hierzu treten noch die 140 M., die der Verein der früheren Friedrich-Wilhelms-Schüler zahlte, um ärmeren Schülern die Theilnahme an der Harzreise zu ermöglichen, über die in Abschnitt III berichtet ist.

Von den Abiturienten unserer Schule erhielten aus der Hellwigschen Stiftung Herr Stud. med. Pigger zu München 324 M., aus der Scheibert-Kleinsorge-Stiftung Herr Stud. chem. Brader zu Berlin 290 M., aus der Kleinsorge-Stiftung Herr Pigger 270 M. Hierzu kommen 900 M. die ein Stud. arch. durch Vermittlung des Unterzeichneten von einer Anzahl wohlwollender Herren unserer Stadt empfing.

1. Die Hellwig'sche Stiftung

verwaltet von einem Wohlhälllichen Magistrat, zahlte ausser den schon erwähnten 324 M. Universitätsstipendien 216 M. zu unserer Witwenkasse.

2. Scheibert - Kleinsorge - Stiftung.

(Rendant Herr Kaufmann Max Langbein)

Schulgeld- und Stipendienfonds.

Einnahme vom 1. April 1895 bis 31. März 1896.

Zinsen aus der Kämmerer-Kasse:

de 2100 M. zu $4\frac{1}{2}\%$	94,50 M.
„ 5400 „ „ $4\frac{1}{2}\%$	243,00 „
„ 300 „ „ $4\frac{1}{2}\%$	13,50 „
„ 1500 „ „ $3\frac{1}{2}\%$	52,50 „
„ 900 „ „ $3\frac{1}{2}\%$	31,50 „
	<u>435,00 M.</u>

Ausgaben vom 1. April 1895 bis 31. März 1896.

Schulgeldbeiträge an 3 Schüler	145,00 M.
Stipendium an Herrn Studiosus Bruder	290,00 „
	<u>435,00 M.</u>

Stiftungsfonds:

Der Stiftungsfonds betrug am 1. April 1895	10351,48 M.
Der Stiftungsfonds beträgt am 1. April 1896	10403,98 „

Belegt in:

1. Hypothek Galgwiese 7a	2100,00 M. zu $4\frac{1}{2}\%$
2. Hypothek Gr. Lastadie 10	5400,00 „ „ $4\frac{1}{2}\%$
3. Hypothek Fort Preussen 6	300,00 „ „ $4\frac{1}{2}\%$
4. 1 Stück 500 M. und 5 Stück à 200 M. Stettiner Stadt-Anleihe = 1500 M.	1525,90 „ „ $3\frac{1}{2}\%$
5. 3 Stück à 300 M. Stettiner Stadt-Anleihe = 900 M.	868,50 „ „ $3\frac{1}{2}\%$
6. Sparkassenbuch No. 205893	100 83 „
7. Cassa baar	108,75 „
	<u>10403,98 M.</u>

3. Kleinsorge-Stiftung.

(Rendant Herr Kaufmann Max Langbein)

Schulgelder- und Stipendienfonds.

Einnahme vom 1. April 1895 bis 31. März 1896.

Zinsen aus der Kämmerer-Kasse:	
de 2700 M. zu $4\frac{1}{2}\%$	121,50 M.
„ 6000 „ „ $3\frac{1}{2}\%$	210,00 „
„ 1500 „ „ $3\frac{1}{2}\%$	52,50 „
„ 600 „ „ $3\frac{1}{2}\%$	21,00 „
	405,00 M.

Ausgaben vom 1. April 1895 bis 31. März 1896.

Schuldbeitrag an 3 Schüler.....	135,00 M.
Stipendium an Herrn Studiosus Pigger	270,00 „
	405,00 M.

Stiftungsfonds.

Der Stiftungsfonds betrug am 1. April 1895	10934,22 M.
Der Stiftungsfonds beträgt am 1. April 1896	10934,22 „

Belegt in:

1. Hypothek Fort Preussen 6	2700,00 M. zu $4\frac{1}{2}\%$
2. 3 Stück Stettiner Stadt-Anleihe à 2000 M.	5989,90 „ „ $3\frac{1}{2}\%$
3. 1 Pommerscher Pfandbrief 1500 M.	1447,50 „ „ $3\frac{1}{2}\%$
4. 3 Stück Stettiner Stadt-Anleihe à 200 M.	579,00 „ „ $3\frac{1}{2}\%$
5. Sparkassenbuch	116,57 „
6. Cassa baar	101,25 „
	10934,22 M.

Wie oben... 10934,22 M.

Dieser Stiftung sind durch den Rentier und Stadtältesten, früheren Stadtrath Julius Eduard Binsch, der Michaelis 1848 unsere Schule als Abiturient verliess, und durch seine Frau Gemahlin Laura Dorothea Binsch geb. Schmidt durch gemeinschaftliches Testament vom 5. December 1892 Eintausend Mark vermacht. Nach dem am 28. August 1895 erfolgten Tode des Herrn Binsch ruht dies Vermächtnis in den Händen seiner Frau Gemahlin, und wird erst nach ihrem Ableben zahlbar, sofern dieselbe nicht vorher anders darüber verfügt.

4. Die Witwenkasse der Friedrich-Wilhelms-Schule

wurde von Prof. Dr. Lieber verwaltet. Die Zinsen, sowie 216 M. aus der Hellwigschen Stiftung, nebst 4 M. aus der Unterstützungskasse, zusammen 1230 M. wurden an 7 Witwen verteilt. Dazu kamen 100 M. von dem Verein früherer Schüler zu sofortiger Verteilung an die Witwen, deren Männer entweder als Lehrer der Anstalt verstorben oder als solche pensionirt sind. Das Vermögen betrug am 1. Januar 1895 24104 M. 64 Pf., am 1. Januar 1896 24265 M. 99 Pf.; mithin hat es sich um 161 M. 35 Pf. vermehrt.

5. Die Unterstützungskasse.

Einnahme.

Uebertrag vom Jahresbericht LV.....	2 M. 55 Pf.
Brutto-Einnahme des Concerts vor Ostern 1895.....	181 „ 50 „
Verkauf von Censurbüchern.....	10 „ 25 „
Ueberschüsse von Sammlungen.....	3 „ 35 „
Aus der Sparkasse des Randower Kreises abgehoben.....	100 „ — „
Geschenke: Einige Lehrer	8 „ 75 „
Abit. Schulz und Zimmermann à 10 M.	20 „ — „
Abit. Roesler und Hentschel à 5 M.	10 „ — „
	336 M. 40 Pf.

	Transport...	336 M. 40 Pf.
Abit. Kasch, Henning, Bosold, Rosenow, Ehmcke, Sontag, Beyer, Bigus, Krehl, Ziehm à 3 M.	30 "	— "
UI Marcks, UI Paepke à 10 M.	20 "	— "
OII Borchardt, OII Jacobi, Sontag à 3 M.	9 "	— "
OII Zimmer, OII Simon à 2 M.	4 "	— "
OII Grimm	1 "	— "
	Summa...	400 M. 40 Pf.

Ausgabe.

Kosten des Concerts vor Ostern 1895	139 M. 85 Pf.
Schulgeld	217 " 25 "
Zur Witwenkasse	4 " — "
Andere Beihilfen	5 " 50 "
Kosten der Sängerfahrt, Ausbesserung von Schulfahnen	14 " 50 "
	Summa... 381 M. 10 Pf.

Einnahme 400 M. 40 Pf.

Ausgabe 381 " 10 "

Bestand... 19 M. 30 Pf.

Wozu noch einige Mark Zinsen kommen, die bei der Sparkasse des Kreises Randow nicht abgehoben sind.

Geschlossen den 10. März 1896.

Allen gütigen Gebern sage ich herzlichen Dank.

VI. Mitteilungen an die Schüler und ihre Eltern.

Auf Anordnung des Herrn Ministers für Geistliche, Unterrichts- und Medizinal-Angelegenheiten wird folgender Erlass an dieser Stelle mitgeteilt:

„Durch Erlass vom 21. September 1892 habe ich das Königliche Provinzial-Schulkollegium auf den erschütternden Vorfall aufmerksam gemacht, der sich in jenem Jahre auf einer Gymnasialbadeanstalt ereignet hatte, dass ein Schüler beim Spielen mit einer Salompistole von einem Kameraden seiner Klasse erschossen und so einem jungen hoffnungsreichen Leben vor der Zeit ein jähes Ende bereitet wurde.

Ein ähnlicher, ebenso schmerzlicher Fall hat sich vor Kurzem in einer schlesischen Gymnasialstadt zugetragen. Ein Quartaner versuchte mit einem Tesching, das er von seinem Vater zum Geschenk erhalten hatte, im väterlichen Garten im Beisein eines andern Quartaners Sperlinge zu schießen. Er hatte nach vergeblichem Schusse das Tesching geladen, aber in Versicherung gestellt und irgendwo angelehnt. Der andere ergriff und spannte es, hierbei sprang der Hahn zurück, das Gewehr entlad sich und der Schuss traf einen inzwischen hinzugekommenen, ganz nahestehenden Sextaner in die linke Schläfe, so dass der Knabe nach drei Viertelstunden starb.

In dem erwähnten Erlasse hatte ich das Königliche Provinzial-Schulkollegium angewiesen, den Anstaltsleitern Seines Aufsichtsbezirkes aufzugeben, dass sie bei Mitteilung jenes schmerzlichen Ereignisses der ihrer Leitung anvertrauten Schuljugend in ernster und nachdrücklicher Warnung vorstellen sollten, wie unheilvolle Folgen ein frühzeitiges, unbesonnenes Führen von Schusswaffen nach sich ziehen kann, und wie auch über das Leben des zurückgebliebenen unglücklichen Mitschülers für alle Zeit ein düsterer Schatten gebreitet sein muss.

Gleichzeitig hatte ich darauf hingewiesen, dass Schüler, die sei es in der Schule oder beim Turnen und Spielen, auf der Badeanstalt oder auf gemeinsamen Ausflügen, kurz wo die Schule für eine angemessene Beaufsichtigung verantwortlich ist, im Besitze von gefährlichen Waffen, insbesondere

von Pistolen und Revolvern, betroffen werden, mindestens mit der Androhung der Verweisung von der Anstalt, im Wiederholungsfalle aber unnachsichtlich mit Verweisung zu bestrafen sind.

Auch an der so schwer betroffenen Gymnasial-Anstalt haben die Schüler diese Warnung vor dem Gebrauche von Schusswaffen und zwar zuletzt bei der Eröffnung des laufenden Schuljahres durch den Direktor erhalten. Solche Warnungen müssen freilich wirkungslos bleiben, wenn die Eltern selber ihren unreifen Kindern Schiesswaffen schenken, den Gebrauch dieser gestatten und auch nicht einmal überwachen. Weiter jedoch, als es in dem erwähnten Erlasse geschehen ist, in der Fürsorge für die Gesundheit und das Leben der Schüler zu gehen, hat die Schulverwaltung kein Recht, will sie sich nicht den Vorwurf unbefugter Einnischung in die Rechte des Elternhauses zuziehen. Wenn ich daher auch den Versuch einer Einwirkung nach dieser Richtung auf die Kundgebung meiner innigen Teilnahme an so schmerzlichen Vorkommnissen und auf den Wunsch beschränken muss, dass es gelingen möchte, der Wiederholung solcher in das Familien- und Schulleben so tief eingreifenden Fälle wirksam vorzubeugen, so lege ich doch Werth darauf, dass dieser Wunsch in weiteren Kreisen und insbesondere den Eltern bekannt werde, die das nächste Recht an ihre Kinder, zu ihrer Behütung aber auch die nächste Pflicht haben. Je tiefer die Ueberzeugung von der Erspriesslichkeit einmütigen Zusammenwirkens von Elternhaus und Schule dringt, um so deutlicher werden die Segnungen eines solchen bei denjenigen hervortreten, an deren Gedeihen Familie und Staat ein gleiches Interesse haben.

Alle Schüler, die um Neugewährung freier Schule bei dem Wohlhällichen Magistrat einkommen wollen oder ihre freie Schule zu behalten wünschen, haben jedes Halbjahr eine beglaubigte Abschrift ihres letzten Zeugnisses dem Gesuche beizufügen. Wer also nach Ostern eine derartige Vergünstigung behalten oder erlangen will, versäume nicht, sein Oster-Zeugnis einzureichen und zwar bis spätestens am dritten Schultage nach Beginn des Unterrichts. Vgl. Abschnitt II unter dem 28. 10. 95.

Die Schule schliesst Sonnabend den 28. März mit der Versetzung der Osterklassen und der Zensur. Montag den 13. April bin ich vormittags 9 Uhr zur Aufnahme von Schülern in die Vorschule, um 10 Uhr zur Aufnahme in das Realgymnasium bereit. In allen Klassen ausser Obersecunda ist hinreichender Platz für neue Schüler. Neu Einzuschulende haben Tauf- oder Geburtsschein sowie Impfstoff mitzubringen, andere ausserdem das Abgangszeugnis der Schule, die sie bis dahin besucht, und wenn sie über 12 Jahre alt sind, das Zeugnis der Wiederimpfung.

Das Schulgeld beträgt für Einheimische in Prima, Sekunda, Tertia jährlich 150 M., in Quarta, Quinta, Sexta 120 M., in der Vorschule 100 M., für Auswärtige überall 36 M. mehr, also 186, 156, 136 M.

Die Schule beginnt wieder Dienstag, den 14. April, morgens 8 Uhr.

Dr. **Fritsche.**



