



Siebzehnter Jahresbericht

über das

**DOMGYMNASIUM ZU COLBERG**

und

die damit verbundene

**REALSCHULE 1. ORDNUNG,**

womit zu den

öffentlichen Prüfungen am 23. und 24. März 1875,

an welche die

Entlassung der Abiturienten

sich anschliesst,

ehrerbietigst einladen

Director und Lehrer-Collegium.

**I N H A L T:**

Die Lehre von den parallelen Kräften und vom Schwerpunkte, ein Quartalspensum aus der Statik für Realprima vom Gymnasial-Lehrer Dr. Hermann Seelmann-Eggebert.  
Schulnachrichten vom Director Dr. P. Schmieder.



**COLBERG 1875.**

Druck der C. F. Post'schen Buchdruckerei (C. Jancke).



Sechshundert Jahrestage

DOGMYNASTIUM DE GOLDBERG

REALSCHULE I. ORDNUNG

...

...

...

# Die Lehre von den parallelen Kräften und vom Schwerpunkte,

ein Quartalspensum aus der Statik für Realprima.

## § 1. Einleitung.

**D**er Grundbegriff aller mechanischen Wissenschaften ist der der Kraft. Um die Definition derselben geben zu können muss man jedoch erst die Begriffe der Ruhe und Bewegung bestimmen. Ruhe heisst die dauernde Gegenwart eines Punktes in oder an einer bestimmten Stelle des Raumes; in Bewegung ist dagegen ein Punkt, wenn er seinen Ort im Raume stetig ändert. Auf Körper lässt sich jedoch diese Definition nicht ausdehnen, wie schon Kant an einer sich um eine feste Axe drehenden Kugel nachgewiesen hat. Die Kugel nimmt in diesem Falle immer ein und dieselbe Stelle im Raume ein und doch würde man nicht behaupten können, dass sie in Ruhe sei. Ein Körper befindet sich nur in Ruhe, wenn jeder seiner Punkte sich in Ruhe befindet, er bewegt sich, wenn alle oder ein Theil seiner Punkte sich bewegt.

Kraft heisst nun die uns unbekannte Ursache einer jeden Veränderung im Zustande der Ruhe oder Bewegung; indem ja die Materie nach dem Gesetze der Trägheit der Materie (*vis inertiae*) durchaus nicht die Fähigkeit besitzt, selbstthätig eine Veränderung irgend einer Art hervorzubringen. Ein ruhender Körper kann also nicht in Bewegung und ein sich bewegendes Körper nicht in Ruhe kommen, wenn nicht eine Kraft da ist, die ihn in den andern Zustand versetzt. Die Kugel, welche von einer schiefen Ebene herunterrollt, das Wasser in den Flüssen, bewegt sich nicht von selbst, sondern wird von einer Kraft, der Anziehungskraft der Erde (Schwerkraft), in Bewegung gesetzt. Wollen wir aber eine rollende Kugel aufhalten, so müssen wir gleichfalls wieder eine gewisse Kraft anwenden u. s. w. Zwar lehrt die Erfahrung, dass jeder sich bewegende Körper, wenn die ihn bewegende Kraft zu wirken aufhört, nach einiger Zeit wieder zur Ruhe kommt, es lassen sich aber dann auch stets Kräfte nachweisen, welche der Bewegung störend entgegenwirken (Luftwiderstand, Reibung, Schwerkraft, Adhäsion u. s. w.). Obgleich wir nun niemals im Stande sind, alle, die Bewegung aufhebenden Kräfte zu beseitigen, gewissermassen also ein *perpetuum mobile* zu construiren, und die Richtigkeit obigen Satzes, dass jeder in Bewegung befindliche Körper sich ohne Aufhören fortbewegt, durch den Versuch nicht nachweisen können so geht doch die Richtigkeit desselben daraus hervor, dass die Bewegung desto länger dauert, je mehr wir die entgegenwirkenden Kräfte und Hindernisse beseitigen.

Die Stärke einer Kraft hängt nun ab von den zu bewegendem Massen und der Geschwindigkeit der Bewegung, die sie hervorbringt. Das Volumen jedes Körpers ist ja nämlich mit einem gewissen Stoffe (Materie) ausgefüllt, welcher die Masse des Körpers heisst. Aus der Vergleichung des Volumens und der Masse mit einander entspringt dann der Begriff der Dichtigkeit oder Dichte der Körper. Je mehr die materiellen Theile eines Körpers zusammengedrängt werden, um so kleiner wird sein Volumen und um so dichter wird der Körper. Die Dichtigkeit eines Körpers ist demnach dem Volumen indirect, seiner Masse dagegen direct proportional (je dichter ein Körper bei einem und demselben Volumen ist, um so mehr Masse hat er).

Geschwindigkeit eines Körpers nennt man den in einer Secunde zurückgelegten Weg. Man unterscheidet gleichförmige und ungleichförmige Bewegung. Bei der gleichförmigen Bewegung werden in gleichen Zeiten auch gleiche Wege zurückgelegt. Die ungleichförmige Bewegung kann eine beschleunigte (accelerirte) oder verzögerte (retardirte) sein, bei ihr werden in gleichen Zeiträumen ungleiche Wege zurückgelegt.

Die Wirkung der Kräfte kann ferner eine momentane oder eine unausgesetzt (stetig) dauernde sein. Eine wesentliche Eigenthümlichkeit jeder Kraft ist nun die, dass sie, allein wirkend nur eine geradlinige Bewegung hervorzubringen im Stande ist und zwar kann jede momentan wirkende Kraft (z. B. die explodirende Kraft des Pulvers) nur eine geradlinige gleichförmige Bewegung erzeugen. In der Regel bezeichnet man die Geschwindigkeit einer Bewegung mit  $c$  oder  $C$  (celeritas), den Weg mit  $s$  oder  $S$  (spatium), die Zeit mit  $t$  oder  $T$  (tempus). Sind also  $c$ ,  $s$  und  $t$  die nun bekannten Bestimmungen bei einer Bewegung,  $C$ ,  $S$  und  $T$  die entsprechenden bei einer andern Bewegung, während  $p$  und  $P$  die bewegenden Kräfte,  $m$  und  $M$  die bewegten Massen bedeuten, so ergeben sich folgende Proportionen

$$1) c : C = \begin{cases} s : S \\ T : t. \end{cases}$$

Je grösser nämlich die Geschwindigkeit, um so grösser ist der in derselben Zeit zurückgelegte Weg und um so kleiner die für denselben Weg gebrauchte Zeit. Ersteres ist also ein directes, letzteres ein indirectes Verhältniss. Es ist also auch, wie leicht erhellet:

$$c : C = s \cdot T : S \cdot t \\ = \frac{s}{t} : \frac{S}{T}$$

mithin  $\frac{s}{t}$  die Masszahl für die Geschwindigkeit  $c$  oder  $c = \frac{s}{t}$ .

Ferner verhält sich auch:

$$2) c : C = \begin{cases} p : P \\ M : m \end{cases}$$

Je grösser nämlich die Geschwindigkeit, um so grösser die dieselbe erzeugende Kraft (natürlich bei einer und derselben Masse), und je grösser die von einer und derselben Kraft zu erzeugende Geschwindigkeit sein soll, um so kleiner muss die zu bewegende Masse sein. Ersteres also wieder directes, letzteres indirectes Verhältniss. Es verhält sich also auch nach 2)

$$c : C = p \cdot M : Pm \text{ d. i.} \\ = \frac{p}{m} : \frac{P}{M}$$

Es ist also  $p$  die Masszahl für die Geschwindigkeit  $c$ , desgleichen  $\frac{P}{M}$  für  $C$ , d. h.  $c = \frac{p}{m}$

Eben so ergibt sich:

$$3) p : P = \begin{cases} c : C \\ m : M \end{cases}$$

denn je grösser die Kraft wird, welche eine und dieselbe Masse in Bewegung setzen soll, um so grösser wird die hervorgebrachte Geschwindigkeit; und, je grösser die Kraft wird, um eine bestimmte Geschwindigkeit hervorzubringen, um so grösser kann die zu bewegende Masse werden (vorausgesetzt, dass die Kräfte gleich lange Zeit gewirkt haben). Es ist also auch

$$p : P = m \cdot c : MC \text{ oder} \\ p = m \cdot c \text{ und } P = MC$$

d. h. das Mass für eine Kraft erhält man, wenn man die durch sie bewegte Masse mit der Geschwindigkeit, in welche sie versetzt wird, multiplicirt.

Als Mass-Einheit nimmt man diejenige Kraft an, welche ein Kilogramm in einer Secunde einen Meter hoch hebt oder einen Meter weit bewegt und nennt diese Kraft ein Kilogramm-meter. Eine Pferdekraft rechnet man bei Dampfmaschinen zu 75 Kilogramm-meter, weil ein gutes Pferd, wenn es täglich 8 Stunden lang arbeitet, der Erfahrung gemäss in jeder Sekunde einen Widerstand von 75 Kil. durch den Raum von 1 Meter zu überwinden vermag.

## § 2. Von den mechanischen Wissenschaften im Allgemeinen.

Die Mechanik oder Dynamik ist die Wissenschaft von den Wirkungen der Kräfte; nun können aber Kräfte auf einen Körper so wirken, dass die Gesamtwirkung aller Kräfte sich gegenseitig vollständig aufhebt, eigentlich also gar keine Wirkung derselben wahrzunehmen ist (man sagt dann, die Kräfte sind unter einander im Gleichgewicht), oder aber auch so, dass von den wirkenden Kräften ein ruhender Körper in Bewegung oder ein bewegter Körper in Ruhe versetzt wird.

Die Wissenschaft vom Gleichgewicht der Kräfte heisst Statik, dagegen die Wissenschaft, welche von den durch Kräfte hervorgebrachten Bewegungen handelt, Dynamik oder Mechanik. Statik sowohl als Mechanik zerfallen wieder in je drei besondere Wissenschaften, nämlich

### I. Statik, in:

- a) Geostatik, d. i. die Wissenschaft vom Gleichgewicht der Kräfte, insofern sie auf feste Körper wirken.
- b) Hydrostatik, insofern die Kräfte auf tropfbar flüssige Körper wirken.
- c) Aërostatik, insofern sie auf expansible, luft- oder dampfförmige Körper wirken.

### II. Mechanik oder Dynamik.

- a) Geodynamik, die Wissenschaft von der Bewegung fester Körper.
  - b) Hydrodynamik oder Hydraulik, die Wissenschaft von der Bewegung flüssiger Körper.
  - c) Aërodynamik oder Pneumatik, die Wissenschaft von der Bewegung luftförmiger Körper.
- Zu diesen sechs Wissenschaften kommt noch als siebente die praktische Mechanik oder Maschinenlehre.

Der Begründer der Statik ist Archimedes aus Syrakus (etwa 250 v. Chr.); da er in seinen Schriften zuerst die Gesetze des Hebels entwickelt und auch Betrachtungen über den Schwerpunkt angestellt hat; ferner durch das von ihm benannte Princip: „jeder Körper verliert im Wasser so viel an Gewicht, als die Wassermasse wiegt, welche er aus der Stelle verdrängt.“

Als Begründer der Mechanik ist Galilei anzusehen, der theils auf experimentellem, theils auf theoretischem Wege, die Hauptgesetze des Falles nachwies. (1602 n. Chr.).

## § 3. Erklärungen und Fundamentalsätze.

Die Resultirende, Resultante oder Mittelkraft ist eine Kraft, welche die Gesamtwirkung mehrerer gegebener Kräfte darstellt. Die Kräfte selbst heissen dann in Bezug auf diese ihre Resultirende: Componenten oder Seitenkräfte.

Die Ersetzung mehrerer gegebener Kräfte durch eine einzige Kraft, d. i. durch ihre Resultirende, heisst: Zusammensetzung der Kräfte. Ersetzt man dagegen eine Kraft durch mehrere andere in ihrer Wirkung, so nennt man dies eine Zerlegung der Kraft in mehrere Seitenkräfte. Eine Kraft, welche der Resultirenden mehrerer gegebenen Kräfte gleich aber direct entgegengesetzt ist, heisst die Aequipollente der gegebenen Kräfte; sie wird also mit den gegebenen Kräften im Gleichgewicht sein. Da die Statik die Lehre vom Gleichgewicht ist, so besteht sie darin, für jede Wirkung von Kräften die Aequipollente zu finden.

Die geometrische Darstellung einer Kraft hat folgenden Sinn: Bei jeder Kraft kommt es

vornehmlich auf dreierlei an, 1) den Angriffspunkt, 2) die Richtung, 3) die Grösse der Kraft.

Will man nun eine Kraft geometrisch darstellen, so nimmt man einen Punkt A als Angriffspunkt an, von ihm aus zieht man eine gerade Linie AB, welche die Richtung dieser Kraft darstellen soll und da es bei der Grösse derselben auf Messung ankommt, so muss man eine Maasseinheit zu Grunde legen, die an sich beliebig sein kann. Die Grösse der Kraft wird nun geometrisch dargestellt, wenn man vom Angriffspunkte A aus in der Richtung der Kraft eine gerade Linie aufträgt, die sich zur angenommenen Längeneinheit verhält, wie die Kraft zur angenommenen Kräfteinheit. Ist z. B. die zu Grunde gelegte Längeneinheit  $1^{\text{cm}}$ , die Kräfteinheit 1 KGr. und soll eine Kraft von 9,8 KGr. dargestellt werden, so ist eine Kraft von  $9,8^{\text{cm}}$  lange, gerade Linie die geometrische Darstellung dieser Kraft.

Auf folgenden Fundamentalsätzen ist nun die ganze Statik und Mechanik aufgebaut:

#### Grundsatz I.

Jede Kraft lässt sich ganz unbeschadet ihrer Wirkung in jeden Punkt ihrer Richtung oder Verlängerung ihrer Richtung über den Angriffspunkt hinaus versetzen, wenn nur dabei weder die Richtung an sich, noch die Grösse der Kraft irgend eine Aenderung erleidet.

#### Grundsatz II.

Wenn mehrere Kräfte

$$P_1, P_2, P_3, \dots$$

in beliebiger Anzahl in einer und derselben geraden Linie und sämtlich nach derselben Seite hin wirken, so ist die Resultirende R dieser Kräfte gleich ihrer Summe, welche in derselben geraden Linie und nach derselben Seite hin wirkt mithin  $R = P_1 + P_2 + P_3 + \dots$

#### Grundsatz III.

Wenn zwei Kräfte in derselben geraden Linie nach entgegengesetzten Seiten hinwirken, so ist ihre Resultirende eine Kraft, welche man erhält, wenn man von der grösseren der beiden Kräfte die kleinere abzieht und die Resultirende dann in derselben geraden Linie nach der Seite hin wirken lässt, nach welcher die grössere Kraft wirkt. Wären die beiden gegebenen Kräfte einander gleich, so würde ihre Resultirende verschwinden und die beiden Kräfte selbst würden im Gleichgewicht sein.

Anmerkung. Wirken überhaupt beliebig viele Kräfte nach verschiedenen Seiten in einer und derselben geraden Linie, so nimmt man stets die nach der einen Seite hin wirkenden Kräfte als positiv, die nach der entgegengesetzten Seite hin wirkenden Kräfte als negativ an. Die Resultirende aller Kräfte ist dann ihre algebraische Summe. Sie wirkt in derselben geraden Linie, in welcher alle Kräfte wirken und ihr Vorzeichen bezeichnet die Seite, nach welcher sie hinwirkt.

#### Grundsatz IV.

Wirken auf einen Punkt (ihren gemeinschaftlichen Angriffspunkt) Kräfte in beliebiger Anzahl, so giebt es für diese immer eine Resultirende, deren Richtung durch den in Rede stehenden Punkt geht. Natürlich kann in gewissen Fällen diese Resultirende auch verschwinden und würden dann die gegebenen Kräfte unter einander im Gleichgewicht sein.

#### Grundsatz V.

Wenn auf einen Punkt O nach beliebigen Richtungen OA, OB, OC  $\dots$  Kräfte wirken und es möglich ist, durch den gemeinschaftlichen Angriffspunkt O dieser Kräfte eine Ebene so zu legen, dass die Richtungen der Kräfte OA, OB, OC  $\dots$  sämtlich auf einer und derselben Seite dieser Ebene liegen, so können die in Rede stehenden Kräfte nie unter einander im Gleichgewichte stehen.

#### § 4. **Lehrsatz.**

Wirken zwei Kräfte  $AO$  und  $BO$  von verschiedenen Seiten her auf einen Punkt  $O$ , so liegt ihre Resultirende jederzeit in der Ebene  $AOB$ .

**Beweis.** Nach Grundsatz IV muss es für die Kräfte  $AO = P$  und  $BO = Q$  stets eine Resultirende  $OC = R$  geben, und zwar muss dieselbe ihren Angriffspunkt in  $O$  haben. Gesetzt nun,  $OC$  läge nicht in der Ebene  $AOB$ , so kann man  $OC$  über  $O$  hinaus um sich selbst bis  $C$ , verlängern, so würde auch  $OC$ , nicht in der Ebene  $AOB$  liegen. Man kann nun aber  $OC$ , als die Aequipollente von  $P$  und  $Q$  ansehen und dann müsste  $OC$ , mit den Kräften  $P$  und  $Q$  im Gleichgewichte stehen. Dies ist aber nicht möglich (nach V), da man ja jedenfalls durch  $O$  eine Ebene so legen kann, dass die drei Kräfte  $OC$ ,  $P$  und  $Q$  auf einer Seite derselben liegen; also ist unsere Annahme falsch und  $OC$ , die Resultirende von  $P$  und  $Q$  muss in der von ihnen gebildeten Ebene  $AOB$  liegen.

#### § 5. **Lehrsatz.**

Die Richtung  $OC$  der Resultirenden zweier auf einen Punkt  $O$  wirkenden Kräfte  $AO = P$  und  $BO = Q$  muss innerhalb des concaven Winkels  $AOB$  liegen.

**Beweis.** Läge die Richtung  $OC$  der Resultirenden nicht innerhalb des concaven Winkels  $AOB$ , so wird sich, wie sich sogleich aus ganz einfach zu zeichnenden Figuren für alle möglichen Fälle ergibt, jederzeit durch  $O$  eine Ebene so legen lassen, dass sich die Richtungen der Kräfte  $P$  und  $Q$  mit der wie vorhin durch Verlängerung von  $OC$  um sich selbst gebildeten Aequipollenten  $OC$ , auf einer und derselben Seite dieser durch  $O$  gelegten Ebene befinden. Die drei Kräfte  $OC$ ,  $OA$  und  $OB$  könnten dann also nach Grundsatz V nicht im Gleichgewichte sein, mithin muss die Richtung  $OC$  der Resultirenden innerhalb des concaven Winkels  $AOB$  liegen.

**Anmerkung.** Wären die beiden Kräfte  $P$  und  $Q$  an Grösse gleich, also  $AO = BO$ , so halbirt die Richtung  $OC$  der Resultirenden den concaven Winkel  $AOB$ .

**Beweis.** Neigte sich die Richtung  $OC$  der Resultirenden etwa mehr nach der Richtung  $OA$  der Kraft  $P$  hin, so müsste dafür ein besonderer Grund vorhanden sein. Mit ganz demselben Grunde aber müsste  $OC$ , die Richtung der Resultirenden, sich nach  $OB$ , der Richtung der Kraft  $Q$  hinneigen. Weil nun aber die beiden Kräfte  $P$  und  $Q$  gleich sind, und weder ein Grund zur Abweichung der Richtung  $OC$  der Resultirenden nach der einen noch nach der andern Kraft hin vorhanden ist, so wird die Resultirende  $OC$  der gleichen Kräfte  $AO$  und  $BO$  immer gleiche Neigung haben gegen diese beiden Kräfte, d. h. die Richtung  $OC$  der Resultirenden liegt in der Halbierungslinie des concaven Winkels  $AOB$ , ihr Angriffspunkt natürlich nach IV in  $O$ .

Sind aber die Kräfte  $P$  und  $Q$  ( $AO$  und  $BO$ ) ungleich, so findet man die Richtung und Grösse der Resultirenden  $OC$  nach einem Satze, welcher unter dem Namen

#### § 6. **Lehrsatz vom Parallelogramm der Kräfte**

bekannt ist.

Man gelangt zu diesem Satze durch folgende einfache Betrachtung. (Figur 1.)

Auf den Punkt  $O$  sollen zwei Kräfte gleichzeitig einwirken, die eine nach der Richtung  $Ox$ , die andre nach der Richtung  $Oy$ . Die eine Kraft mag von der Art sein, dass sie für sich allein in einem bestimmten Zeittheilchen, etwa in einer Sekunde, den materiellen Punkt  $O$  nach  $A$  bewegen würde, während die andre Kraft für sich allein in einer gleichen Zeit, also auch in einer Sekunde, ihn von  $O$  nach  $B$  treibt. Jede dieser beiden Kräfte übt ihre Wirkung vollständig aus. Wenn also der Punkt  $O$  eine Sekunde lang der gleichzeitigen Einwirkung beider Kräfte ausgesetzt ist, so ist ihre Wirkung offenbar dieselbe, als ob eine Sekunde lang der Punkt  $O$  nur der Einwirkung der einen, in der folgenden Sekunde aber nur der Einwirkung der andern Kraft unterworfen wäre. Die eine Kraft allein treibt den Punkt  $O$

in einer Sekunde von O nach A. Hörte nun in dem Momente, in welchem er in A ankommt, alle Wirkung dieser Kraft auf, während der Punkt O von nun an nur der Einwirkung der zweiten Kraft folgt, so würde er in der folgenden Sekunde den Weg AC gleich und parallel OB zurücklegen, also am Ende der zweiten Sekunde in C anlangen. In demselben Punkte C muss also auch der Punkt O nach einer Sekunde anlangen, wenn beide Kräfte gleichzeitig wirken. Die Resultirende zweier Kräfte, welche gleichzeitig unter irgend einem Winkel auf einen materiellen Punkt einwirken, ist also von der Art, dass die Kräfte den Punkt durch die Diagonale OC des Parallelogramms zu bewegen streben, welches man aus den beiden Kräften OA und OB construirt, und stellt diese Diagonale nicht nur der Richtung, sondern auch der Grösse nach, die Resultirende der beiden Kräfte dar. Der Weg nämlich, den ein materieller Punkt in einer bestimmten Zeit durchläuft, ist ja nach dem Früheren proportional der Kraft, die ihn treibt, und da es sich bei Bestimmung der Resultirenden nur darum handelt, ihre Richtung und ihr Grössenverhältniss zu den beiden Seitenkräften zu ermitteln, so ergibt sich folgendes Verfahren, um durch Construction die Resultirende zweier auf einen Punkt wirkenden Kräfte, OA und OB, deren Richtung gegeben ist, zu finden: „Man ziehe durch den gemeinschaftlichen Angriffspunkt O zwei gerade Linien Ox und Oy in der Richtung der beiden gegebenen Kräfte und schneide auf jeder derselben eine der entsprechenden Kraft proportionale Länge ab, nämlich  $P = OA$  und  $Q = OB$ , so stellt die Diagonale OC des Parallelogramms OACB, das durch diese beiden Linien OA und OB bestimmt ist, sowohl der Richtung, als auch der Grösse nach die Resultirende der beiden Kräfte dar. Ist  $OA > OB$ , so folgt aus dem Dreieck OAC, dass Winkel  $\beta < \alpha$  sein muss, d. h. die Resultirende OC der beiden Kräfte OA und OB theilt den Winkel AOB so, dass sie näher nach der grösseren Kraft hin und weiter ab von der kleineren Kraft wirkt.

Anmerkung. Häufig ist die Richtung der Resultirenden zweier Kräfte nicht direct gegeben, sondern muss erst durch Rechnung gefunden werden. (Fig. 1.)

Wirken z. B. die Kräfte P und Q, geometrisch dargestellt durch OA und OB im Punkte O unter einem Winkel  $AOB = \varphi$ , so finden wir die Resultirende OC der beiden Kräfte durch Construction des Parallelogramms OACB. Um nun aber ihre Richtung durch die Winkel  $\beta$  und  $\alpha$  festzustellen, verfährt man folgendermassen: im Dreieck OAC ist:

$$OA : AC = \sin \alpha : \sin \beta \quad \text{d. i.}$$

$$P : Q = \sin \alpha : \sin \beta$$

$$\begin{aligned} \text{oder: } P + Q : P - Q &= \sin \alpha + \sin \beta : \sin \alpha - \sin \beta \\ &= 2 \cdot \sin \frac{1}{2}(\alpha + \beta) \cdot \cos \frac{1}{2}(\alpha - \beta) : 2 \sin \frac{1}{2}(\alpha - \beta) \cdot \cos \frac{1}{2}(\alpha + \beta) \\ &= \frac{\sin \frac{1}{2}(\alpha + \beta) \cdot \cos \frac{1}{2}(\alpha - \beta)}{\cos \frac{1}{2}(\alpha + \beta) \cdot \cos \frac{1}{2}(\alpha - \beta)} : \frac{\sin \frac{1}{2}(\alpha - \beta) \cdot \cos \frac{1}{2}(\alpha + \beta)}{\cos \frac{1}{2}(\alpha + \beta) \cdot \cos \frac{1}{2}(\alpha - \beta)} \\ &= \tan \frac{1}{2}(\alpha + \beta) : \tan \frac{1}{2}(\alpha - \beta) \end{aligned}$$

und  $\alpha + \beta = \text{Winkel } AOB = \varphi$ , so ist  $\frac{1}{2}(\alpha + \beta) = \frac{\varphi}{2}$ , mithin:

$$P + Q : P - Q = \tan \frac{\varphi}{2} : \tan \frac{1}{2}(\alpha - \beta)$$

$$\text{oder } \tan \frac{1}{2}(\alpha - \beta) = \frac{P - Q}{P + Q} \cdot \tan \frac{\varphi}{2}$$

und da  $\alpha + \beta = \varphi$  oder  $\frac{1}{2}(\alpha + \beta) = \frac{\varphi}{2}$  ist, so ist sowohl Winkel  $\alpha$  als auch Winkel  $\beta$  bestimmt.

Die Grösse OC der Resultirenden R ergibt sich dann leicht nach dem Sinussatze:

$$\begin{aligned} P : Q : R &= \sin \alpha : \sin \beta : \sin (180 - \varphi) \\ &= \sin \alpha : \sin \beta : \sin \varphi \end{aligned}$$

$$\text{mithin } R = \frac{P \sin \varphi}{\sin \alpha} = \frac{Q \sin \varphi}{\sin \beta}$$



$$\begin{aligned}
 \text{Auch ergibt sich, wie bekannt, leicht } R^2 &= P^2 + Q^2 - 2 PQ \cos (\text{OAC}) \\
 &= P^2 + Q^2 - 2 PQ \cos (180^\circ - \varphi) \\
 &= P^2 + Q^2 + 2 PQ \cos \varphi \text{ mithin} \\
 R &= \sqrt{P^2 + Q^2 + 2 PQ \cos \varphi} \\
 \text{und } P : R &= \sin \alpha : \sin \varphi \\
 Q : R &= \sin \beta : \sin \varphi \\
 \text{mithin auch } \sin \alpha &= \frac{P \sin \varphi}{R} \\
 \sin \beta &= \frac{Q \sin \varphi}{R}
 \end{aligned}$$

Dergleichen Auflösungen zur Bestimmung der Resultirenden oder ihrer Richtungswinkel, wenn einzelne dieser Stücke gegeben sind, giebt es mancherlei. Vide:

Dr. Emsmann: Sechzehn math. phys. Probleme S. 119, 120. Leizig, Verlag von Quandt und Händel.

Dr. Fliedner: Aufgaben aus der Physik S. 19 und 20. Braunschweig, Vieweg und Sohn.

Emil Kahl: Mathem. Aufgaben aus der Physik S. 1 bis 10. Leipzig, Verlag von Teubner.

Wirken nun drei Kräfte  $P_1, P_2, P_3$  auf einen Punkt, und sind diese Kräfte geometrisch dargestellt etwa durch die geraden Linien OA, OB und OC, so erhellet leicht, dass ihre Resultirende die Diagonale des aus obigen drei Linien constuirten Parallelopipedons ist. Dies giebt das sogenannte Parallelopiped der Kräfte. Die beiden Kräfte OA und OB können wir ja ersetzen durch die Diagonale OD des aus OA und OB als Seiten konstuirten Parallelogramms OADB und dann ist nur noch die Resultirende zwischen OD und OC zu suchen, die wir durch Construction des Parallelogramms ODEC finden, wo OE = R die Resultirende ist, also mithin auch die Resultirende für alle drei Kräfte OA, OB und OC.

Man sieht hieraus leicht ein, dass man sich durch Construction, indem man nur zwischen zwei Kräften die Resultirende sucht und zu dieser die folgende Kraft hinzufügt u. s. w. fort, für eine beliebige Anzahl von Kräften die Resultirende finden kann.

### § 7. Resultirende paralleler Kräfte.

**Aufgabe.** Für zwei parallele, nach derselben Seite hin wirkende Kräfte P und Q die Resultirende zu finden.

**Auflösung.** Die beiden parallelen Kräfte P und Q, geometrisch dargestellt durch AC und BD (Fig. II) sind gegeben, verbinde ihre Angriffspunkte A und B durch eine gerade Linie, verlängere dieselben nach beiden Seiten über A und B hinaus um gleiche Stücke  $AE = BG$ , so können wir AE und BG als Kräfte ansehen, wirkend in den Angriffspunkten A und B in der Richtung AB. Da nun diese Kräfte AE und BG an Grösse gleich und in ihren Richtungen direct entgegengesetzt sind, so hebt sich ihre Wirkung auf. Wir suchen nun die Resultirende der im Punkte A wirkenden Kräfte AC und AE und der in B wirkenden Kräfte BD und BG, es sind AF und BH. Die Resultirende nun von AF und BH ist zugleich die Resultirende für die vier Kräfte AC, AE, BD und BG, als auch für die beiden parallelen Kräfte AC und BD allein, da ja die Wirkung von AE und BG sich vollständig aufhebt. Verlängert man nun FA und HB bis zu ihrem Durchschnittspunkte I, der stets existiren muss, weil Winkel  $FAB + HBA > 2 R$ , so kann man beide Kräfte AF und BH in I als gemeinschaftlichem Angriffspunkte wirken lassen, so dass  $IK = AF$  und  $IL = BH$  ist. Um nun jetzt die Resultirende für IK und IL zu finden, könnte man wie gewöhnlich nach dem Satze vom Parallelogramm der Kräfte verfahren, indess würde dies zu einem langwierigen Beweise führen und deshalb zerlegen wir wieder die Kraft IK in zwei Seitenkräfte IM und Ix parallel respective mit AC und AE und IL in IN und Iy, gleichfalls parallel AC und

AB. Offenbar ist dann  $I_x = AE$  und  $I_y = BG$  d. h.  $I_x = I_y$ ; denn Dreieck AFC ist  $\cong$  IKM und Dreieck BDH  $\cong$  INL. Da die Kräfte  $I_x$  und  $I_y$  gleich und direct entgegengesetzt sind, so hebt sich ihre Wirkung auf, mithin bleiben nur noch IM und IN übrig. IM ist aber gleich  $AC = P$  und  $IN = BD = Q$ , wie aus den vorhin genannten congruenten Dreiecken folgt, und da IM und IN in derselben geraden Linie nach einerlei Richtung wirken, so ist ihre Gesamtwirkung gleich ihrer Summe, mithin auch gleich  $P + Q$ . Wir haben nun allerdings für die gegebenen parallelen Kräfte P und Q eine Resultirende gefunden, die ihnen parallel nach derselben Richtung hin wirkt und gleich ihrer Summe ist; der Angriffspunkt I aber dieser Resultirenden liegt nicht besonders günstig, wir verlegen ihn daher nach O, dem Durchschnittspunkte der Richtung der Resultirenden R mit AB und bestimmen nun die Entfernungen des Punktes O von den gegebenen Punkten A und B. Dreieck AEF ist  $\sim$  AOS, ferner Dreieck BGH  $\sim$  BOI also verhält sich:

$$\text{I. } EF : EA = OI : AO$$

$$\text{II. } BG : GH = BO : OI$$

und da  $BG = EA$ ;  $EF = P$ ;  $GH = Q$  ist, so erhält man durch Zusammensetzung von Proportion I und II:

$$\text{III. } \left\{ \begin{array}{l} P : Q = BO : AO \\ \text{oder } P \cdot AO = Q \cdot BO. \end{array} \right.$$

Leicht lässt sich nun auch die Grösse von AO oder BO bestimmen. Aus III folgt:

$$P : P + Q = BO : BO + AO$$

$$\text{d. i. } P : P + Q = BO : AB$$

$$\text{mithin } BO = \frac{P \cdot AB}{P + Q} \quad AB = \frac{P \cdot AB}{R}$$

ebenso leicht findet man:

$$AO = \frac{Q \cdot AB}{P + Q} = \frac{Q \cdot AB}{R}$$

Der Angriffspunkt O der Resultirenden der beiden parallelen Kräfte wird also näher der grösseren von beiden liegen, oder genauer, er wird gefunden, wenn man die Verbindungslinie der Angriffspunkte beider Kräfte im umgekehrten Verhältniss zu diesen Kräften theilt.

### § 8. Aufgabe.

Die Resultirende zweier parallelen Kräfte zu finden, die nach entgegengesetzten Seiten hin wirken.

Auflösung. Es seien wieder wie vorhin P und Q die gegebenen Kräfte, dargestellt durch AC und BD, und sei etwa P die grössere Kraft (Fig. III). Wir verbinden wieder A mit B, bringen ebenso wie vorhin die Kräfte  $AE = BG$  in der Richtung von AB in A und B wirkend an, dann suchen wir die Resultirende von den Kräften AC und AE, d. i. AF und von BD und BG, d. i. BH; so ersetzen diese Kräfte AF und BH die Gesamtwirkung von den vier Kräften AC, AE, BD und BH mithin auch von den beiden gegebenen Kräften AC und BD. Verlängert man nun AF und HB bis sie sich in I schneiden, trägt in der Verlängerung von AI die Kraft  $IK = AF$  und auf IB nach oben die Kraft  $IL = BH$  ab, zerlegt jede dieser Kräfte wieder wie vorhin in je zwei Seitenkräfte parallel den gegebenen Kräften und der Richtung AB; nämlich IK in IM und  $I_x$  und IL in IN und  $I_y$ . Da nun wieder  $I_x = I_y$ , nämlich gleich  $AE = BG$  (Dreieck AEF  $\cong$   $I_xK$  und  $BHG \cong I_yL$ ) und ausserdem  $I_x$  direct entgegengesetzt  $I_y$  wirkt, so heben sich diese beiden Kräfte vollständig auf und es bleiben nur noch IM und IN übrig, die respective gleich P und Q sind und direct entgegengesetzt wirken in der Geraden MN, welche parallel P und Q ist. Es ist

also die gesuchte Resultirende R, da nach der Annahme  $P > Q$  war,  $RO = P - Q$ , sie wirkt den Richtungen von P und Q parallel und zwar nach der Seite der grösseren Kraft hin.

Der Durchschnittspunkt I der Kräfte AF und BH würde nicht existiren, wenn  $P = Q$  ( $AC = BD$ ) wäre, denn macht man  $AD_1 = BD$  und sucht die Resultirende AH, der Kräfte AD, und AE, so wäre Dreieck  $AD_1H \cong BDH$  ( $AD_1 = BD$ ,  $H_1D_1 = HD$  und  $\angle D_1 = D$ ), mithin auch AH, parallel BH, also kein Durchschnittspunkt I möglich. Ist aber  $P > Q$ , so müssen sich AF und HB schneiden, denn AF schneidet ja AH, die Parallele von BH, es wird also auch AF die zweite Parallele BH in I schneiden. Der Angriffspunkt I der Resultirenden von P und Q liegt wieder ungünstig; wir verlängern deshalb MN bis es die verlängerte BA in O schneidet, und verlegen ihn nach O. Der Punkt O liegt in der Verlängerung von AB über den Punkt hinaus, an welchem die grössere Kraft P wirkt. Zur Bestimmung dieses Punktes O bilden wir aus den ähnlichen Dreiecken BGH und BOI, AEF und AOI die Proportionen:

$$1) BG : GH = BO : OI$$

$$\text{und } 2) EF : EA = OI : OA.$$

Durch die Zusammensetzung dieser beiden Proportionen folgt, da ja  $BG = EA$  ist:

$$EF : GH = BO : AO$$

$$\text{d. i. } 3) P : Q = BO : AO$$

$$\text{oder auch } 4) P \cdot AO = Q \cdot BO.$$

Um AO und BO zu bestimmen, sind folgende Proportionen aus 3) zu bilden:

$$P - Q : Q = BO - AO : AO$$

$$\text{d. i. } P - Q : Q = AB : AO$$

$$\text{also: } 5) AO = \frac{Q \cdot AB}{P - Q} = \frac{Q \cdot AB}{R}$$

$$\text{ferner } P - Q : P = BO - AO : BO \\ = AB : BO$$

$$\text{also: } 6) BO = \frac{P \cdot AB}{P - Q}.$$

Wir wollen jetzt einmal die Kraft Q als constant betrachten und die grössere Kraft P abnehmend, sich immer mehr und mehr an Grösse der Kraft Q nähern lassen, so wird in 5)

$$AO = \frac{Q \cdot AB}{P - Q},$$

wo der Zähler constant ist, der Nenner, je mehr sich P der Kraft Q an Grösse nähert, der Null nahe kommen und dadurch obiger Bruch, also auch AO immer grösser und grösser werden; d. h. wenn  $P = Q$  ist, so liegt der Angriffspunkt O der Resultirenden beider gegebenen Kräfte unendlich weit von A entfernt, d. h. es giebt dann also, da keine bestimmte Grenze existirt, gar keine Resultirende.

Für zwei gleiche, parallel und entgegengesetzt wirkende Kräfte (direct entgegengesetzte Kräfte aber nicht) giebt es keine Resultirende.

Poinsot hat auf diesen Fall zuerst aufmerksam gemacht und nennt dergleichen Kräfte couple (Kräftenpaare oder Drehzwillinge).

### § 9.

Den Resultirenden paralleler Kräfte, zu welchen wir vorhin durch rein geometrische Betrachtungen gelangten, wollen wir jetzt eine ganz allgemeine, analytische Form geben.

Zu dem Ende wollen wir die Ebene, in welcher die beiden gegebenen parallelen Kräfte P und P, mit ihren Angriffspunkten A und A, (Fig. IV) wirken, als die xy-Ebene eines rechtwinkligen Coordinatensystems mit dem Coordinaten Anfangspunkte B annehmen. Die Coordinaten der Angriffspunkte A und A, seien respective  $BQ = x$ ,  $AQ = y$  und  $BQ_1 = x_1$ ,  $AQ_1 = y_1$ . Der Angriffspunkt O

der Resultirenden R beider parallelen Kräfte P und P, liegt dann nach dem Vorigen in der Verbindungslinie AA, und wird erhalten, indem man AA, im umgekehrten Verhältniss zu den Kräften P und P, theilt, so dass sich verhält

$$P : P, = A,O : AO.$$

Die Lage des Angriffspunktes O der Resultirenden R müssen wir nun durch seine Coordinaten  $BC = a$  und  $OC = b$  zu bestimmen suchen. Zu dem Ende nehmen wir den Punkt O selbst als Anfangspunkt eines neuen rechtwinkligen Coordinatensystems an, dessen Axen zugleich parallel sein sollen den ursprünglichen Axen der x und y und bezeichnen in Bezug auf dieses neue System die Coordinaten der Punkte A und A, durch  $x' = BQ'$ ,  $y' = AQ'$ , ferner durch  $x, = OQ,$  und  $y, = A, Q,$ ; dann haben wir nach den Lehren der analytischen Geometrie und wie auch leicht aus der Figur erhellet, die Gleichungen:

$$1) \quad x = a + x' \quad (x' \text{ ist ja } -), \quad y = b + y' \quad (y' \text{ ist auch } -)$$

$$x, = a + x, \quad , \quad y, = b + y,.$$

Weil der Punkt O zwischen A und A, liegt, so haben jedenfalls die neuen Coordinaten dieser Punkte x' und x,, ferner auch y' und y,, stets entgegengesetzte Vorzeichen, so dass wir aus den ähnlichen Dreiecken AOQ' und A, OQ, leicht folgende Proportionen ableiten können:

$$2) \quad \pm x' : \mp x, = AO : A,O$$

$$\pm y' : \mp y, = AO : A,O$$

und da sich nach dem Früheren auch

$$AO : A,O = P, : P$$

verhält, so ist also auch

$$3) \quad \pm x' : \mp x, = P, : P$$

$$\pm y' : \mp y, = P, : P$$

oder:  $P \cdot x' + P,x, = 0$

$$4) \quad P \cdot y' + P,y, = 0$$

und da nach 1)  $x' = x - a$ ,  $y' = y - b$

$$x, = y, - a, \quad y, = y, - b$$

so ergibt sich auch

$$5) \quad P \cdot (x - a) + P, \cdot (x, - a) = 0$$

$$P (y - b) + P, (y, - b) = 0$$

mithin

$$6) \quad a = \frac{Px + P,x,}{P + P,}$$

$$b = \frac{Py + P,y,}{P + P,}$$

Durch diese Gleichungen 6) sind nunmehr die Coordinaten des Punktes O vollständig gefunden, die Lage des Angriffspunktes O der Resultirenden beider parallelen Kräfte genau bestimmt.

Hätten wir ein dreiaxiges rechtwinkliges Coordinatensystem der xyz angenommen, und die Ebene in welcher die parallelen Kräfte P und P, wirken nicht als eine der drei Coordinatenebenen, so wären die Coordinaten des Punktes A etwa x, y, z, die des Punktes A, wären x, y, z, und die des Punktes O wären a, b und c, dann käme zur Bestimmung der dritten Coordinate c des Punktes O noch, wie leicht erhellet zu den beiden Gleichungen 6)  $c = \frac{Pz + P,z,}{P + P,}$

Denken wir uns nun ferner ein System paralleler Kräfte, die alle nach einer und derselben Seite hin wirken, mithin auch sämmtlich einerlei Vorzeichen haben. Diese parallelen Kräfte seien etwa

wirkend in den Angriffspunkten  
 $P, P_1, P_2, P_3, P_4,$

deren Coordinaten in Bezug auf ein gegebenes dreiaxiges rechtwinkliges Coordinatensystem respective:  
 $(xyz), (x_1y_1z_1), (x_2y_2z_2), (x_3y_3z_3), (x_4y_4z_4)$   
 sein mögen.

Nach dem Früheren ist dann die Grösse der Resultirenden  $R$  gleich der Summe aller parallelen Kräfte, also

$$R = P + P_1 + P_2 + P_3 + P_4 +$$

Die Coordinaten des Angriffspunktes  $O$  der Resultirenden wollen wir mit  $a, b, c$  bezeichnen. Für zwei Kräfte,  $P$  und  $P_1$ , ist nach dem vorigen Satze

$$a = \frac{Px + P_1x_1}{P + P_1}$$

Diese beiden Kräfte haben eine Resultirende, also können wir sie als eine Kraft betrachten, etwa als die Kraft  $R$ , und nun eine zweite ihr parallele Kraft  $P_2$  hinzunehmen, so erhalten wir auf dieselbe Weise für diese drei Kräfte

$$\frac{R \cdot a + P_2x_2}{R + P_2} = (P + P_1) \cdot \frac{Px + P_1x_1 + P_2x_2}{P + P_1 + P_2}$$

d. i. die Coordinate  $a$  des Angriffspunktes der Resultirenden dieser drei Kräfte

$$a = \frac{Px + P_1x_1 + P_2x_2}{P + P_1 + P_2}$$

Auf ganz dieselbe Weise fortfahrend, können wir für eine beliebige Anzahl von parallelen Kräften die Coordinaten des Angriffspunktes  $O$  ihrer Resultirenden finden, indem  $b$  und  $c$  ganz ähnlich wie die Abscisse  $a$  gefunden werden. Wir erhalten:

$$\begin{aligned} R &= P + P_1 + P_2 + P_3 + P_4 + \\ a &= \frac{Px + P_1x_1 + P_2x_2 + P_3x_3 + P_4x_4 +}{P + P_1 + P_2 + P_3 + P_4 +} \\ b &= \frac{Py + P_1y_1 + P_2y_2 + P_3y_3 + P_4y_4 +}{P + P_1 + P_2 + P_3 + P_4 +} \\ c &= \frac{Pz + P_1z_1 + P_2z_2 + P_3z_3 + P_4z_4 +}{P + P_1 + P_2 + P_3 + P_4 +} \end{aligned}$$

Wirken auf einen Körper beliebig viele parallele Kräfte, von denen ein Theil nach der einen Seite, der Rest nach der entgegengesetzten Seite hin gerichtet ist, so sucht man von jeder dieser beiden Gruppen für sich die Resultirende. Man erhält dadurch zwei Kräfte, die in parallelen, aber in entgegengesetztem Sinne gehenden Richtungen an dem Körper angreifen. Sei z. B. für die eine Gruppe die gefundene Resultirende  $= R_1$ , ihr Angriffspunkt  $O_1$ , mit den Coordinaten  $a_1, b_1, c_1$ , während  $R_2$ , die Resultirende der zweiten Gruppe sein mag,  $O_2$ , ihr Angriffspunkt mit den Coordinaten  $a_2, b_2, c_2$ . Da offenbar  $R_1$  parallel mit  $R_2$ , aber in entgegengesetzter Richtung wie  $R_2$  wirkt, so ist, wenn etwa  $R_1 > R_2$  ist, die Resultirende  $R$  dieser beiden Kräfte

$$R = R_1 - R_2$$

und die Coordinaten  $a, b, c$  des Angriffspunktes  $O$  dieser Resultirenden  $R$  wären, wie leicht aus dem Früheren erhellet:

$$a = \frac{R_1 \cdot a_1 - R_2 \cdot a_2}{R_1 - R_2}$$

$$b = \frac{R, b, - R,, b,,}{R, - R,,}$$

$$c = \frac{R, c, - R,, c,,}{R, - R,,}$$

wodurch die Grösse der Resultirenden R sämtlicher parallelen Kräfte, so wie die Lage ihres Angriffspunkts O vollständig bestimmt ist. Aus den letzten drei Gleichungen folgt leicht:

$$\frac{R,,}{R,} = \frac{a - a,,}{a - a,,} = \frac{b - b,,}{b - b,,} = \frac{c - c,,}{c - c,,}$$

mithin auch

$$1 - \frac{R,,}{R,} = 1 - \frac{a - a,,}{a - a,,} = 1 - \frac{b - b,,}{b - b,,} = 1 - \frac{c - c,,}{c - c,,}$$

$$\text{d. i. } \frac{R, - R,,}{R,} = \frac{a, - a,,}{a - a,,} = \frac{b, - b,,}{b - b,,} = \frac{c, - c,,}{c - c,,}$$

$$\frac{R,}{R, - R,,} = \frac{a - a,,}{a, - a,,} = \frac{b - b,,}{b, - b,,} = \frac{c - c,,}{c, - c,,} \quad \text{und}$$

$$\frac{R,}{R, - R,,} \cdot \frac{R,,}{R,} = \frac{a - a,,}{a, - a,,} \cdot \frac{a - a,,}{a - a,,} = \frac{b - b,,}{b, - b,,} \cdot \frac{b - b,,}{b - b,,}$$

$$= \frac{c - c,,}{c, - c,,} \cdot \frac{c - c,,}{c - c,,}$$

d. i. wenn man aufhebt, was sich heben lässt:

$$\frac{R,,}{R, - R,,} = \frac{a - a,,}{a, - a,,} = \frac{b - b,,}{b, - b,,} = \frac{c - c,,}{c, - c,,}$$

Nun ist aber bekanntlich

$$\frac{a - a,,}{a, - a,,} = \frac{b - b,,}{b, - b,,} = \frac{c - c,,}{c, - c,,}$$

Die Bedingungsgleichung, dass drei Punkte im Raume in einer und derselben geraden Linie liegen, d. h. die Angriffspunkte O, O, und O,, der Kräfte R, R, und R,, liegen stets in einer geraden Linie oder O liegt in der Linie, welche O, mit O,, verbindet.

Wäre  $R, = R,,$ , also  $R, - R,, = 0$ , so wären die Werthe für a, b, c unendlich gross, d. h. der Angriffspunkt O der Resultirenden sämtlicher parallelen Kräfte wäre unendlich weit vom Coordinaten-Anfang entfernt, existirte also erst in der Unendlichkeit, d. h. garnicht. Den Punkt O nennt man den Mittelpunkt oder das Centrum der parallelen Kräfte und das Product einer Kraft in das Perpendikel, welches vom Angriffspunkte der Kraft auf eine zu Grunde gelegte Ebene gefällt werden kann, heisst das statische Moment dieser Kraft in Bezug auf diese Ebene. Das statische Moment einer Kraft in Bezug auf einen festen Punkt ist das Product dieser Kraft in das Loth, welches von dem festen Punkte auf die Kraft gefällt ist.

### § 10. Vom Schwerpunkte.

Wir können uns jeden Körper aus unendlich vielen, einander gleichen Theilen, meinetwegen aus Atomen oder Molekulan, zusammengesetzt denken und jede Linie oder Fläche aus lauter einzelnen Punkten. Da nun die Schwerkraft mit gleicher Stärke auf diese einzelnen materiellen Punkte wirkt und zwar auf alle vertikal nach dem Mittelpunkt der Erde hin, so kann man jeden schweren Körper als ein System von unendlich vielen Punkten ansehen, von denen nach vertikalen, also parallelen Richtungen hin ebenso viele Kräfte wirken und nach der Lehre von den parallelen Kräften, die nach einer und derselben Seite hin wirken, giebt es daher auch für jeden schweren Körper einen Mittelpunkt der parallelen Kräfte, und dieser Punkt wird der Schwerpunkt des Körpers

genannt. Aus der Theorie des Mittelpunkts der parallelen Kräfte wissen wir, dass dieser Punkt der Angriffspunkt der Resultirenden aller parallelen Kräfte ist, und dass diese selbst gleich der Summe dieser Kräfte und ihnen selbst parallel gerichtet ist. Diese Mittelkraft, gleich der Summe sämtlicher parallelen Seitenkräfte, ist es, die wir das Gewicht des ganzen Körpers nennen. Man kann sich daher das Gewicht eines schweren Körpers jederzeit in seinem Schwerpunkte vereinigt denken und geometrisch darstellen als eine gerade Linie, die vom Schwerpunkte aus vertikal abwärts gerichtet ist, man nennt sie auch Directionslinie der Schwere und jede überhaupt durch den Schwerpunkt eines Körpers gehende gerade Linie einen Durchmesser der Schwere. Wenn nun ein schwerer Körper von einer festen horizontalen Ebene so unterstützt wird, dass seine Directionslinie der Schwere genau senkrecht auf dieser Ebene steht, so muss sich der schwere Körper offenbar im Gleichgewichte, also in Ruhe befinden. Wird aber der Schwerpunkt eines Körpers selbst so unterstützt, dass sich der Körper um denselben wie um einen festen Drehpunkt nach allen Seiten hin frei drehen lässt, so befindet sich nach der Theorie des Mittelpunkts der parallelen Kräfte der Körper in allen nur möglichen Lagen, in welche man ihn durch die Drehung um seinen Schwerpunkt bringen kann, im Gleichgewichte. Es ist dies der Fall des indifferenten Gleichgewichtes.

Unterstützt man ferner einen schweren Körper durch einen festen Drehpunkt so, dass der Schwerpunkt des Körpers vertikal unter dem Drehpunkte liegt, dreht dann den Körper aus dieser Lage heraus, so dass sein Schwerpunkt aussenhalb der durch den Drehpunkt gehenden Vertikallinie zu liegen kommt, so sucht die Schwerkraft den Körper wieder in die frühere Gleichgewichtslage zurückzuführen, sobald die störende Kraft zu wirken aufhört, und bewirkt schliesslich, dass der Schwerpunkt wieder in die vorhin genannte Vertikallinie zu liegen kommt. Ein solches Gleichgewicht wird ein stabiles, festes oder haltbares genannt.

Ist endlich die Unterstützung von der Art, dass der Schwerpunkt vertikal über dem festen Drehpunkte liegt, so befindet sich der Körper im labilen, unsicheren oder unhaltbaren Gleichgewichte, denn wenn die geringste störende Kraft den Schwerpunkt aus der durch den festen Drehpunkt gehenden Vertikallinie heraus bringt, so wirkt die im Schwerpunkte angreifende Schwerkraft des Körpers dahin, ihn noch weiter von seiner früheren Gleichgewichtslage zu entfernen, und er kann nicht eher wieder in Ruhe kommen, als bis nach einer halben Umdrehung der Schwerpunkt vertikal unter dem Drehpunkte angekommen ist.

Aus diesen Betrachtungen lässt sich eine Methode ableiten, den Schwerpunkt der Körper durch den Versuch zu finden. Man hänge den Körper an einem beliebigen Punkte  $a$  mittelst eines möglichst dünnen biegsamen Fadens auf, so wird, nachdem der Körper in Ruhe gekommen ist, die durch den Körper verlängert gedachte Richtung  $ac$  des Fadens ein Durchmesser der Schwere sein, in ihm also der Schwerpunkt liegen. Hängt man dann den Körper in einem andern Punkte  $b$  auf, so muss der Schwerpunkt abermals auf der Verlängerung  $bd$  des Fadens liegen; der Schwerpunkt liegt also sowohl in der geraden Linie  $ac$ , als auch in  $bd$ , d. h. er liegt im Durchschnittspunkte  $S$  dieser beiden Geraden.

Im Folgenden wollen wir nun aber die Lage des Schwerpunkts der Körper auf rein theoretischem Wege mittelst elementarer mathematischer Sätze bestimmen, dabei aber stets annehmen dass die zur Betrachtung kommenden Körper homogen, d. h. so beschaffen seien, dass gleiche Volumina derselben gleiche Massen mithin auch gleiche Gewichte haben.

### § 11.

Wir wollen jetzt annehmen, dass ein Körper (es kann auch eine Fläche oder Linie sein) aus mehreren einzelnen Theilen zusammengesetzt sei, — dass deren Schwerpunkte etwa

$S_1, S_2, S_3, S_4,$  ~~~~~ mit den rechtwinkligen Coordinaten  
 $x_1y_1z_1; x_2y_2z_2; x_3y_3z_3; x_4y_4z_4$  ~~~~~ seien, und dass jene einzelnen Theile die Gewichte  
 $P_1, P_2, P_3, P_4$  ~~~~~ haben. Bezeichnen wir nun den Schwerpunkt des ganzen Kör-  
pers mit  $S$ , seine rechtwinkligen Coordinaten mit  $a, b, c$ , so ist nach der Lehre vom Mittelpunkte  
der parallelen Kräfte:

$$a = \frac{p_1x_1 + p_2x_2 + p_3x_3 + p_4x_4 + \dots}{p_1 + p_2 + p_3 + p_4 + \dots}$$

$$b = \frac{p_1y_1 + p_2y_2 + p_3y_3 + p_4y_4 + \dots}{p_1 + p_2 + p_3 + p_4 + \dots}$$

$$c = \frac{p_1z_1 + p_2z_2 + p_3z_3 + p_4z_4 + \dots}{p_1 + p_2 + p_3 + p_4 + \dots}$$

und wenn wir das Gewicht des ganzen Körpers mit  $P$  bezeichnen, so ist

$$P = p_1 + p_2 + p_3 + p_4 + \dots$$

Bezeichnen wir nun aber die Volumina der obigen einzelnen Theile des Körpers respective mit:

$$v_1, v_2, v_3, v_4, \dots$$

und das Volumen des ganzen Körpers mit  $V$ , so ist wegen der vorausgesetzten Homogenität des  
Körpers, wenn derselbe etwa aus einer Masse vom specifischen Gewichte  $s$  besteht:

$$P_1 = v_1s; P_2 = v_2s; P_3 = v_3 \cdot s \dots$$

und  $P = V \cdot s$ , folglich auch

$$a = s \left( \frac{v_1x_1 + v_2x_2 + v_3x_3 + v_4x_4 + \dots}{s \cdot V} \right)$$

oder

$$a = \frac{v_1x_1 + v_2x_2 + v_3x_3 + \dots}{V}$$

$$b = \frac{v_1y_1 + v_2y_2 + v_3y_3 + \dots}{V}$$

$$c = \frac{v_1z_1 + v_2z_2 + v_3z_3 + \dots}{V}$$

Liegen die Schwerpunkte aller einzelnen Theile in einer und derselben Ebene, so kann  
man diese Ebene als Ebene der  $xy$  annehmen, so dass sämtliche  $z$  Coordinaten der Schwerpunkte  
der einzelnen Theile  $= 0$  werden, mithin auch  $c = 0$  wird; d. h. der Schwerpunkt  $S$  des ganzen  
Körpers liegt dann gleichfalls in derselben  $xy$  Ebene und seine Lage wird durch die beiden Coor-  
dinaten bestimmt:

$$a = \frac{v_1x_1 + v_2x_2 + v_3x_3 + \dots}{V}$$

$$b = \frac{v_1y_1 + v_2y_2 + v_3y_3 + \dots}{V}$$

Liegen schliesslich die Schwerpunkte aller einzelnen Theile in einer und derselben geraden  
Linie  $S_1 S_2 S_3$  ~~~~~, so kann man diese gerade Linie als  $x$  Axe annehmen, so dass sämt-  
liche  $y$  und  $z$  Coordinaten obiger Schwerpunkte gleich Null werden, mithin auch  $b = 0$  und  
 $c = 0$ , woraus sich ergibt, dass auch der Schwerpunkt  $S$  des ganzen Körpers in der  $x$  Axe  
und seine Lage daher durch die eine Coordinate

$$a = \frac{v_1x_1 + v_2x_2 + v_3x_3 + \dots}{V}$$

vollkommen bestimmt wird.



Durch diese vorhergehenden Formeln wird offenbar die ganze Lehre vom Schwerpunkte auf die der parallelen Kräfte zurückgeführt und dadurch die Bestimmung der Lage desselben auf theoretischem Wege sehr vereinfacht. Wäre ein Körper (Fläche oder Linie) nur aus zwei Theilen  $v$ , und  $v''$ , bestehend gedacht, mit den Schwerpunkten  $S$ , und  $S''$ , so könnte man die Verbindungslinie  $S, S''$ , als  $x$  Axe ansehen und etwa  $S$ , als Anfangspunkt, so hätte man zur Bestimmung des Schwerpunktes  $S$  des ganzen Körpers, da die Coordinaten des Punktes  $S$ , offenbar  $x, = 0$  und  $y, = 0$ , die des Punktes  $S''$ , dann  $S, S'' = x''$ , und  $y'' = 0$  wären:

$$S, S = a = \frac{v'' x''}{v + v''} = \frac{v'' \cdot S, S''}{v + v''}$$

und  $b = 0$ , d. h. der Schwerpunkt  $S$  liegt selbst in der Verbindungslinie  $S, S''$ , und seine Abscisse ist kleiner als  $S, S''$ . Auch folgt aus der letzten Gleichung:

$$\begin{aligned} v \cdot S, S &= v'' (S, S'' - S, S) \text{ und da} \\ S, S'' - S, S &= SS'' \text{ ist, so erhalten wir} \\ v \cdot SS'' &= v'' SS, \text{ oder:} \\ v : v'' &= SS'' : SS, \end{aligned}$$

Um also den Schwerpunkt  $S$  des ganzen Körpers (Fläche oder Linie) zu finden, muss man die Linie  $S, S''$ , welche die Schwerpunkte der beiden Theile mit einander verbindet, in  $S$  so theilen, dass sich die Entfernungen  $SS,$  und  $SS''$  des gesuchten Schwerpunktes  $S$  von den Schwerpunkten  $S$ , und  $S''$ , der beiden Theile umgekehrt verhalten wie die entsprechenden Volumina  $v$ , und  $v''$ , der beiden Theile.

Besteht ein Körper (Fläche oder Linie) aus drei Theilen  $v$ ,  $v''$  und  $v'''$ , deren Schwerpunkte  $S$ ,  $S''$ , und  $S'''$  sein mögen, so kann man die durch diese drei Punkte bestimmte Ebene als Ebene der  $xy$  annehmen,  $S$ , etwa als Coordinaten Anfangspunkt, die Verbindungslinie  $S, S''$ , etwa als positive Axe der  $x$ , und die positive  $y$  Axe so annehmen, dass der Punkt  $S'''$ , die positiven Coordinaten  $x'''$  und  $y'''$  erhält, verbindet man dann auch noch  $S$  mit  $S'''$  und bezeichnet den spitzen Winkel  $S, S, S'''$  mit  $\alpha$ , so sind die Coordinaten von  $S$ , offenbar  $x, = 0$  und  $y, = 0$ ; von  $S''$ :  $x'' = S, S''$  und  $y'' = 0$

$$\text{von } S''' : x''' = S, S''' \cdot \cos \alpha \text{ und } y''' = S, S''' \sin \alpha$$

und folglich nach dem Obigen die Coordinaten des Schwerpunktes  $S$  des ganzen Körpers:

$$a = \frac{v'' S, S'' + v''' S, S''' \cos \alpha}{v + v'' + v'''}$$

$$b = \frac{v''' \cdot S, S''' \sin \alpha}{v + v'' + v'''}$$

$c = 0$ . d. h. der Schwerpunkt  $S$  des ganzen Körpers liegt selbst immer in der durch die Schwerpunkte der drei einzelnen Theile der Lage nach bestimmten Ebene (vorausgesetzt, dass diese drei Schwerpunkte nicht in einer und derselben graden Linie liegen.)

### § 12.

Wenn in Fig. 5 die ebene Figur  $ABD$  um die auf  $BD$  senkrecht stehende Linie  $AD$  herumdreht wird bis sie wieder in die ursprüngliche Ebene  $ABD$  hineinfällt und also die Figur  $ACD$  vollständig deckt, so liegt der Schwerpunkt  $S$  der ganzen Linie  $BAC$  in  $AD$  d. h.  $AD$  selbst ist ein Durchmesser der Schwere für diese krumme Linie.

Nehmen wir  $A$  als Anfangspunkt eines rechtwinkligen Coordinatensystems,  $AD$  als positive  $x$  Axe an und bezeichnen die Coordinaten des Schwerpunktes  $S$ , der Linie  $AB$  durch  $x,$  und  $y,$ , so sind die Coordinaten des Schwerpunktes  $S''$ , der gegen  $AD$  ganz ebenso liegenden Linie  $AC$  offenbar  $x,$  und  $-y,$ ; und wenn wieder  $a$  und  $b$  die Coordinaten des Schwerpunktes  $S$  der ganzen Linie  $BAC$  bezeichnen, so haben wir nach dem Früheren:

$$a = \frac{AB \cdot x_1 + AC \cdot x_2}{AB + AC}$$

$$b = \frac{AB \cdot y_1 - AC \cdot y_2}{AB + AC}$$

und da  $AB = AC$  ist, so erhält man:  $a = x_1$ , und  $b = 0$  d. h. der Schwerpunkt  $S$  der ganzen Linie  $BAC$  liegt jederzeit in der Linie  $AD$  selbst, denn sonst könnte seine Ordinate  $b$  nicht verschwinden und daher ist  $AD$  ein Durchmesser der Schwere der Linie  $BAC$ .

Hieraus folgt, dass der Schwerpunkt einer jeden geraden Linie mit ihrem Mittelpunkte zusammenfällt.

### § 13.

Wenn  $ABC$  Fig. 6 eine ebene Figur von solcher Beschaffenheit ist, dass  $AD$  die Linie  $BC$  und alle zu ihr in dieser Figur parallel gezogenen geraden Linien halbirt, so liegt der Schwerpunkt der ebenen Figur  $ABC$  stets in  $AD$ , es ist also  $AD$  ein Durchmesser der Schwere der Figur  $ABC$ .

Nach dem vorigen § und nach der Voraussetzung liegen die Schwerpunkte aller der unendlich vielen parallel  $BC$  gezogenen geraden Linien in ihren Mittelpunkten, d. h. in  $AD$ , also auch nach § 10 der Schwerpunkt  $S$  der ganzen ebenen Figur  $BAC$  selbst in  $AD$ , diese Linie ist also ein Durchmesser der Schwere der Figur  $BAC$ .

Hieraus folgt auch, dass wenn die Schwerpunkte aller parallelen Schnitte eines Körpers in einer und derselben geraden Linie liegen, so ist diese gerade Linie jederzeit ein Durchmesser der Schwere dieses Körpers. Es ist also nach dem Obigen z. B. jeder Durchmesser eines Kreises ein Durchmesser der Schwere seiner Peripherie und seiner Fläche, und da also der Schwerpunkt der Peripherie und Fläche eines Kreises in jedem Durchmesser desselben liegt, so ist der Mittelpunkt eines Kreises sowohl der Schwerpunkt seiner Peripherie, als auch seiner Fläche. Ferner ist jeder Durchmesser einer Kugel ein Durchmesser der Schwere ihrer Oberfläche und ihres Volumens, d. h. der Kugelmittelpunkt ist der Schwerpunkt sowohl für die Oberfläche als auch für das Volumen der Kugel.

Jede Diagonale eines Parallelogramms halbirt die andere Diagonale und jede mit dieser in ihm parallel gezogene grade Linie, sie ist also ein Durchmesser der Schwere, und der Schwerpunkt eines Parallelogramms ist also jederzeit der Durchschnittspunkt seiner beiden Diagonalen.

Die Axe eines Cylinders ist offenbar ein Durchmesser der Schwere desselben, und da man sich das Gewicht aller zu den Grundflächen des Cylinders parallel durchgelegten Schnitte in ihren Schwerpunkten, (Kreismittelpunkten) vereinigt denken kann, diese aber bekanntlich alle in der Axe des Cylinders liegen, so ist klar, dass der Schwerpunkt eines jeden Cylinders und Cylindermantels in dem Mittelpunkte seiner Axe liegt.

Da ferner in jedem Prisma alle parallel zu den Grundflächen desselben durchgelegte Schnitte den Grundflächen congruente Figuren sind, so liegt offenbar der Schwerpunkt eines jeden Prismas in der Mitte der geraden Linien, welche die Schwerpunkte seiner beiden Grundflächen mit einander verbindet.

### § 14.

**Aufgabe.** Den Schwerpunkt eines jeden Dreiecks zu finden.

**Auflösung I.** Da jede Transversale im Dreieck die Seite, nach welcher sie gezogen ist, so wie alle zu dieser Seite im Dreieck parallel gezogenen geraden Linien halbirt, so ist jede Transversale im Dreieck, ein Durchmesser der Schwere für die Fläche desselben, und daher der Durchschnittspunkt der drei Transversalen im Dreieck der Schwerpunkt für dasselbe. Dieser

genannt. Aus der Theorie des Mittelpunkts der parallelen Kräfte wissen wir, dass dieser Punkt der Angriffspunkt der Resultirenden aller parallelen Kräfte ist, und dass diese selbst gleich der Summe dieser Kräfte und ihnen selbst parallel gerichtet ist. Diese Mittelkraft, gleich der Summe sämtlicher parallelen Seitenkräfte, ist es, die wir das Gewicht des ganzen Körpers nennen. Man kann sich daher das Gewicht eines schweren Körpers jederzeit in seinem Schwerpunkte vereinigt denken und geometrisch darstellen als eine gerade Linie, die vom Schwerpunkte aus vertikal abwärts gerichtet ist, man nennt sie auch Directionslinie der Schwere und jede überhaupt durch den Schwerpunkt eines Körpers gehende gerade Linie einen Durchmesser der Schwere. Wenn nun ein schwerer Körper von einer festen horizontalen Ebene so unterstützt wird, dass seine Directionslinie der Schwere genau senkrecht auf dieser Ebene steht, so muss sich der schwere Körper offenbar im Gleichgewichte, also in Ruhe befinden. Wird aber der Schwerpunkt eines Körpers selbst so unterstützt, dass sich der Körper um denselben wie um einen festen Drehpunkt nach allen Seiten hin frei drehen lässt, so befindet sich nach der Theorie des Mittelpunkts der parallelen Kräfte der Körper in allen nur möglichen Lagen, in welche man ihn durch die Drehung um seinen Schwerpunkt bringen kann, im Gleichgewichte. Es ist dies der Fall des indifferenten Gleichgewichtes.

Unterstützt man ferner einen schweren Körper durch einen festen Drehpunkt so, dass der Schwerpunkt des Körpers vertikal unter dem Drehpunkte liegt, dreht dann den Körper aus dieser Lage heraus, so dass sein Schwerpunkt ausserhalb der durch den Drehpunkt gehenden Vertikallinie zu liegen kommt, so sucht die Schwerkraft den Körper wieder in die frühere Gleichgewichtslage zurückzuführen, sobald die störende Kraft zu wirken aufhört, und bewirkt schliesslich, dass der Schwerpunkt wieder in die vorhin genannte Vertikallinie zu liegen kommt. Ein solches Gleichgewicht wird ein stabiles, festes oder haltbares genannt.

Ist endlich die Unterstützung von der Art, dass der Schwerpunkt vertikal über dem festen Drehpunkte liegt, so befindet sich der Körper im labilen, unsicheren oder unhaltbaren Gleichgewichte, denn wenn die geringste störende Kraft den Schwerpunkt aus der durch den festen Drehpunkt gehenden Vertikallinie heraus bringt, so wirkt die im Schwerpunkte angreifende Schwerkraft des Körpers dahin, ihn noch weiter von seiner früheren Gleichgewichtslage zu entfernen, und er kann nicht eher wieder in Ruhe kommen, als bis nach einer halben Umdrehung der Schwerpunkt vertikal unter dem Drehpunkte angekommen ist.

Aus diesen Betrachtungen lässt sich eine Methode ableiten, den Schwerpunkt der Körper durch den Versuch zu finden. Man hänge den Körper an einem beliebigen Punkte  $a$  mittelst eines möglichst dünnen biegsamen Fadens auf, so wird, nachdem der Körper in Ruhe gekommen ist, die durch den Körper verlängert gedachte Richtung  $ac$  des Fadens ein Durchmesser der Schwere sein, in ihm also der Schwerpunkt liegen. Hängt man dann den Körper in einem andern Punkte  $b$  auf, so muss der Schwerpunkt abermals auf der Verlängerung  $bd$  des Fadens liegen; der Schwerpunkt liegt also sowohl in der geraden Linie  $ac$ , als auch in  $bd$ , d. h. er liegt im Durchschnittspunkte  $S$  dieser beiden Geraden.

Im Folgenden wollen wir nun aber die Lage des Schwerpunkts der Körper auf rein theoretischem Wege mittelst elementarer mathematischer Sätze bestimmen, dabei aber stets annehmen dass die zur Betrachtung kommenden Körper homogen, d. h. so beschaffen seien, dass gleiche Volumina derselben gleiche Massen mithin auch gleiche Gewichte haben.

### § 11.

Wir wollen jetzt annehmen, dass ein Körper (es kann auch eine Fläche oder Linie sein) aus mehreren einzelnen Theilen zusammengesetzt sei, — dass deren Schwerpunkte etwa

$S_1, S_2, S_3, S_4, \dots$  mit den rechtwinkligen Coordinaten  $x_1y_1z_1; x_2y_2z_2; x_3y_3z_3; x_4y_4z_4, \dots$  seien, und dass jene einzelnen Theile die Gewichte  $p_1, p_2, p_3, p_4, \dots$  haben. Bezeichnen wir nun den Schwerpunkt des ganzen Körpers mit  $S$ , seine rechtwinkligen Coordinaten mit  $a, b, c$ , so ist nach der Lehre vom Mittelpunkte der parallelen Kräfte:

$$a = \frac{p_1x_1 + p_2x_2 + p_3x_3 + p_4x_4 + \dots}{p_1 + p_2 + p_3 + p_4 + \dots}$$

$$b = \frac{p_1y_1 + p_2y_2 + p_3y_3 + p_4y_4 + \dots}{p_1 + p_2 + p_3 + p_4 + \dots}$$

$$c = \frac{p_1z_1 + p_2z_2 + p_3z_3 + p_4z_4 + \dots}{p_1 + p_2 + p_3 + p_4 + \dots}$$

und wenn wir das Gewicht des ganzen Körpers mit  $P$  bezeichnen, so ist

$$P = p_1 + p_2 + p_3 + p_4 + \dots$$

Bezeichnen wir nun aber die Volumina der obigen einzelnen Theile des Körpers respective mit:

$$v_1, v_2, v_3, v_4, \dots$$

und das Volumen des ganzen Körpers mit  $V$ , so ist wegen der vorausgesetzten Homogenität des Körpers, wenn derselbe etwa aus einer Masse vom specifischen Gewichte  $s$  besteht:

$$p_1 = v_1s; p_2 = v_2s; p_3 = v_3s \dots$$

und  $P = V \cdot s$ , folglich auch

$$a = s \left( \frac{v_1x_1 + v_2x_2 + v_3x_3 + v_4x_4 + \dots}{s \cdot V} \right)$$

oder

$$a = \frac{v_1x_1 + v_2x_2 + v_3x_3 + \dots}{V}$$

$$b = \frac{v_1y_1 + v_2y_2 + v_3y_3 + \dots}{V}$$

$$c = \frac{v_1z_1 + v_2z_2 + v_3z_3 + \dots}{V}$$

Liegen die Schwerpunkte aller einzelnen Theile in einer und derselben Ebene, so kann man diese Ebene als Ebene der  $xy$  annehmen, so dass sämtliche  $z$  Coordinaten der Schwerpunkte der einzelnen Theile  $= 0$  werden, mithin auch  $c = 0$  wird; d. h. der Schwerpunkt  $S$  des ganzen Körpers liegt dann gleichfalls in derselben  $xy$  Ebene und seine Lage wird durch die beiden Coordinaten bestimmt:

$$a = \frac{v_1x_1 + v_2x_2 + v_3x_3 + \dots}{V}$$

$$b = \frac{v_1y_1 + v_2y_2 + v_3y_3 + \dots}{V}$$

Liegen schliesslich die Schwerpunkte aller einzelnen Theile in einer und derselben geraden Linie  $S_1 S_2 S_3, \dots$ , so kann man diese gerade Linie als  $x$  Axe annehmen, so dass sämtliche  $y$  und  $z$  Coordinaten obiger Schwerpunkte gleich Null werden, mithin auch  $b = 0$  und  $c = 0$ , woraus sich ergibt, dass auch der Schwerpunkt  $S$  des ganzen Körpers in der  $x$  Axe und seine Lage daher durch die eine Coordinate

$$a = \frac{v_1x_1 + v_2x_2 + v_3x_3 + \dots}{V}$$

vollkommen bestimmt wird.

Durch diese vorhergehenden Formeln wird offenbar die ganze Lehre vom Schwerpunkte auf die der parallelen Kräfte zurückgeführt und dadurch die Bestimmung der Lage desselben auf theoretischem Wege sehr vereinfacht. Wäre ein Körper (Fläche oder Linie) nur aus zwei Theilen  $v_1$  und  $v_2$  bestehend gedacht, mit den Schwerpunkten  $S_1$  und  $S_2$ , so könnte man die Verbindungslinie  $S_1 S_2$  als  $x$  Axe ansehen und etwa  $S_1$  als Anfangspunkt, so hätte man zur Bestimmung des Schwerpunktes  $S$  des ganzen Körpers, da die Coordinaten des Punktes  $S_1$  offenbar  $x_1 = 0$  und  $y_1 = 0$ , die des Punktes  $S_2$  dann  $S_1 S_2 = x_2$  und  $y_2 = 0$  wären:

$$S_1 S = a = \frac{v_2 x_2}{v_1 + v_2} = \frac{v_2 \cdot S_1 S_2}{v_1 + v_2}$$

und  $b = 0$ , d. h. der Schwerpunkt  $S$  liegt selbst in der Verbindungslinie  $S_1 S_2$ , und seine Abscisse ist kleiner als  $S_1 S_2$ . Auch folgt aus der letzten Gleichung:

$$\begin{aligned} v_1 \cdot S_1 S &= v_2 (S_1 S_2 - S_1 S) \text{ und da} \\ S_1 S_2 - S_1 S &= S S_2 \text{ ist, so erhalten wir} \\ v_1 \cdot S S_2 &= v_2 S S_1 \text{ oder:} \\ v_1 : v_2 &= S S_1 : S S_2 \end{aligned}$$

Um also den Schwerpunkt  $S$  des ganzen Körpers (Fläche oder Linie) zu finden, muss man die Linie  $S_1 S_2$ , welche die Schwerpunkte der beiden Theile mit einander verbindet, in  $S$  so theilen, dass sich die Entfernungen  $S S_1$  und  $S S_2$  des gesuchten Schwerpunktes  $S$  von den Schwerpunkten  $S_1$  und  $S_2$  der beiden Theile umgekehrt verhalten wie die entsprechenden Volumina  $v_1$  und  $v_2$  der beiden Theile.

Besteht ein Körper (Fläche oder Linie) aus drei Theilen  $v_1$ ,  $v_2$  und  $v_3$ , deren Schwerpunkte  $S_1$ ,  $S_2$  und  $S_3$  sein mögen, so kann man die durch diese drei Punkte bestimmte Ebene als Ebene der  $xy$  annehmen,  $S_1$  etwa als Coordinaten Anfangspunkt, die Verbindungslinie  $S_1 S_2$  etwa als positive Axe der  $x$ , und die positive  $y$  Axe so annehmen, dass der Punkt  $S_3$  die positiven Coordinaten  $x_3$  und  $y_3$  erhält, verbindet man dann auch noch  $S_1$  mit  $S_3$  und bezeichnet den spitzen Winkel  $S_3 S_1 S_2$  mit  $\alpha$ , so sind die Coordinaten von  $S$ , offenbar  $x = 0$  und  $y = 0$ ; von  $S_2$  :  $x_2 = S_1 S_2$  und  $y_2 = 0$

$$\text{von } S_3 : x_3 = S_1 S_3 \cdot \cos \alpha \text{ und } y_3 = S_1 S_3 \sin \alpha$$

und folglich nach dem Obigen die Coordinaten des Schwerpunktes  $S$  des ganzen Körpers:

$$a = \frac{v_2 S_1 S_2 + v_3 S_1 S_3 \cos \alpha}{v_1 + v_2 + v_3}$$

$$b = \frac{v_3 \cdot S_1 S_3 \sin \alpha}{v_1 + v_2 + v_3}$$

$c = 0$ . d. h. der Schwerpunkt  $S$  des ganzen Körpers liegt selbst immer in der durch die Schwerpunkte der drei einzelnen Theile der Lage nach bestimmten Ebene (vorausgesetzt, dass diese drei Schwerpunkte nicht in einer und derselben graden Linie liegen.)

## § 12.

Wenn in Fig. 5 die ebene Figur  $ABD$  um die auf  $BD$  senkrecht stehende Linie  $AD$  herumgedreht wird bis sie wieder in die ursprüngliche Ebene  $ABD$  hineinfällt und also die Figur  $ACD$  vollständig deckt, so liegt der Schwerpunkt  $S$  der ganzen Linie  $BAC$  in  $AD$  d. h.  $AD$  selbst ist ein Durchmesser der Schwere für diese krumme Linie.

Nehmen wir  $A$  als Anfangspunkt eines rechtwinkligen Coordinatensystems,  $AD$  als positive  $x$  Axe an und bezeichnen die Coordinaten des Schwerpunktes  $S$  der Linie  $AB$  durch  $x_1$  und  $y_1$ , so sind die Coordinaten des Schwerpunktes  $S_2$  der gegen  $AD$  ganz ebenso liegenden Linie  $AC$  offenbar  $x_2$  und  $-y_2$ ; und wenn wieder  $a$  und  $b$  die Coordinaten des Schwerpunktes  $S$  der ganzen Linie  $BAC$  bezeichnen, so haben wir nach dem Früheren:

$$a = \frac{AB \cdot x_1 + AC \cdot x_2}{AB + AC}$$

$$b = \frac{AB \cdot y_1 - AC \cdot y_2}{AB + AC}$$

und da  $AB = AC$  ist, so erhält man:  $a = x_1$ , und  $b = 0$  d. h. der Schwerpunkt  $S$  der ganzen Linie  $BAC$  liegt jederzeit in der Linie  $AD$  selbst, denn sonst könnte seine Ordinate  $b$  nicht verschwinden und daher ist  $AD$  ein Durchmesser der Schwere der Linie  $BAC$ .

Hieraus folgt, dass der Schwerpunkt einer jeden geraden Linie mit ihrem Mittelpunkte zusammenfällt.

### § 13.

Wenn  $ABC$  Fig. 6 eine ebene Figur von solcher Beschaffenheit ist, dass  $AD$  die Linie  $BC$  und alle zu ihr in dieser Figur parallel gezogenen graden Linien halbirt, so liegt der Schwerpunkt der ebenen Figur  $ABC$  stets in  $AD$ , es ist also  $AD$  ein Durchmesser der Schwere der Figur  $ABC$ .

Nach dem vorigen § und nach der Voraussetzung liegen die Schwerpunkte aller der unendlich vielen parallel  $BC$  gezogenen graden Linien in ihren Mittelpunkten, d. h. in  $AD$ , also auch nach § 10 der Schwerpunkt  $S$  der ganzen ebenen Figur  $BAC$  selbst in  $AD$ , diese Linie ist also ein Durchmesser der Schwere der Figur  $BAC$ .

Hieraus folgt auch, dass wenn die Schwerpunkte aller parallelen Schnitte eines Körpers in einer und derselben geraden Linie liegen, so ist diese gerade Linie jederzeit ein Durchmesser der Schwere dieses Körpers. Es ist also nach dem Obigen z. B. jeder Durchmesser eines Kreises ein Durchmesser der Schwere seiner Peripherie und seiner Fläche, und da also der Schwerpunkt der Peripherie und Fläche eines Kreises in jedem Durchmesser desselben liegt, so ist der Mittelpunkt eines Kreises sowohl der Schwerpunkt seiner Peripherie, als auch seiner Fläche. Ferner ist jeder Durchmesser einer Kugel ein Durchmesser der Schwere ihrer Oberfläche und ihres Volumens, d. h. der Kugelmittelpunkt ist der Schwerpunkt sowohl für die Oberfläche als auch für das Volumen der Kugel.

Jede Diagonale eines Parallelogramms halbirt die andere Diagonale und jede mit dieser in ihm parallel gezogene grade Linie, sie ist also ein Durchmesser der Schwere, und der Schwerpunkt eines Parallelogramms ist also jederzeit der Durchschnittspunkt seiner beiden Diagonalen.

Die Axe eines Cylinders ist offenbar ein Durchmesser der Schwere desselben, und da man sich das Gewicht aller zu den Grundflächen des Cylinders parallel durchgelegten Schnitte in ihren Schwerpunkten, (Kreismittelpunkten) vereinigt denken kann, diese aber bekanntlich alle in der Axe des Cylinders liegen, so ist klar, dass der Schwerpunkt eines jeden Cylinders und Cylindermantels in dem Mittelpunkte seiner Axe liegt.

Da ferner in jedem Prisma alle parallel zu den Grundflächen desselben durchgelegte Schnitte den Grundflächen congruente Figuren sind, so liegt offenbar der Schwerpunkt eines jeden Prismas in der Mitte der graden Linien, welche die Schwerpunkte seiner beiden Grundflächen mit einander verbindet.

### § 14.

Aufgabe. Den Schwerpunkt eines jeden Dreiecks zu finden.

Auflösung I. Da jede Transversale im Dreieck die Seite, nach welcher sie gezogen ist, so wie alle zu dieser Seite im Dreieck parallel gezogenen graden Linien halbirt, so ist jede Transversale im Dreieck, ein Durchmesser der Schwere für die Fläche desselben, und daher der Durchschnittspunkt der drei Transversalen im Dreieck der Schwerpunkt für dasselbe. Dieser

Schwerpunkt theilt bekanntlich jede Transversale in zwei Theile, die sich wie 1 : 2 verhalten und zwar liegt der kleinere Theil nach dem Mittelpunkte der betreffenden Seite hin.

Auflösung II. Seien in Fig. VII die rechtwinkligen Coordinaten der drei Eckpunkte A, B, C respective  $OA, = x, AA, = y; OB, = x,, BB, = y,; OC, = x,,, CC, = y,,$  und die des Schwerpunktes S seien:  $OS, = a, SS, = b;$  so ist da Dreieck  $DES \sim DFA:$

$$ES : AF = DS : DA = 1 : 3$$

$$\text{d. i. } b - DD, : y - DD, = 1 : 3$$

oder  $b = \frac{y + 2DD,}{3};$  ferner ist auch Dreieck  $BDG \sim BCH,$  und es verhält sich:

$$DG : CH = BD : BC = 1 : 2$$

$$\text{d. i. } DD, - y, : y,, - y, = 1 : 2$$

also:  $2DD, = y, + y,,$  dies in die Gleichung für b eingeführt, ergibt:

$$b = \frac{y + y, + y,,}{3}$$

Ganz ebenso erhält man leicht, wenn man zur x Axe von den Eckpunkten des Dreieck und den Punkten S und D Parallelen bis zur y Axe zieht:

$$a = \frac{x + x, + x,,}{3}$$

### § 15.

Aufgabe. Den Schwerpunkt eines Trapezes zu finden.

Auflösung. Halbirt man in Fig. VIII die beiden parallelen Seiten des Trapezes in E und F, und zieht EF, so muss EF ein Durchmesser der Schwere für die Fläche des Trapezes sein, da ja bekanntlich EF alle in dem Trapez mit AB und CD parallel gezogenen geraden Linien halbirt. Theilt man nun das Trapez durch eine der Diagonalen, etwa BC, in zwei Dreiecke ACB und BCD und sucht nach dem vorigen § deren Schwerpunkte S, und S,, indem man  $ES, = \frac{1}{3} EC$  und  $FS,, = \frac{1}{3} FB$  macht, so ist die Verbindungslinie S,S,, ein zweiter Durchmesser der Schwere für die Fläche des gegebenen Trapezes, da sie ja durch die Schwerpunkte der beiden Theile ABD und BCD geht, in welche wir das Trapez getheilt haben, der Durchschnittspunkt S der beiden Schwerlinien EF und S,S,, ist mithin der gesuchte Schwerpunkt für die Fläche des gegebenen Trapezes.

Leicht lässt sich nun auch die Entfernung b des Schwerpunktes S von einer der parallelen Seiten des Trapezes, etwa von CD, finden. Sei EM oder BP die Höhe des Trapezes = h, so ist in Folge ähnlicher Dreiecke wie leicht ersichtlich

$$S, L : h = 2 : 3$$

$$S,, N : h = 1 : 3$$

$$\text{also: } S, L = \frac{2}{3} h \text{ und } S,, N = \frac{1}{3} h$$

und mithin nach dem Früheren, wenn wir  $SO = b$  setzen, CD als x Axe eines rechtwinkligen Coordinatensystems ansehen:

$$b = \frac{\triangle ABC \cdot S, L + \triangle BCD \cdot S,, N}{\triangle ABC + \triangle BCD}$$

$$\text{oder } b = \frac{\triangle ABC \cdot \frac{2}{3} h + \triangle BCD \cdot \frac{1}{3} h}{\triangle ABC + \triangle BCD}$$

Dividirt man Zähler und Nenner dieses Bruches durch  $\triangle ABC,$  so erhält man:

$$b = \frac{\frac{2}{3} h + \frac{\triangle BCD}{\triangle ABC} \cdot \frac{1}{3} h}{1 + \frac{\triangle BCD}{\triangle ABC}}$$

Dreiecke von gleicher Höhe verhalten sich aber wie ihre Grundlinien, mithin ist:

$$\frac{\triangle BCD}{\triangle ABC} = \frac{CD}{AB} \text{ und}$$

$$b = \frac{2}{3} h + \frac{1}{3} h \cdot \frac{CD}{AB}$$

$$\frac{1 + \frac{CD}{AB}}$$

$$\text{oder } b = \frac{h}{3} \cdot \frac{2 AB + CD}{AB + CD}$$

Wie leicht erhellet wäre die Entfernung  $b$ , des Schwerpunkts  $S$  des Trapezes von der andern parallelen Seite  $AB$

$$b, = \frac{h}{3} \cdot \frac{2 CD + AB}{AB + CD}$$

### § 16.

**Aufgabe.** Den Schwerpunkt eines beliebigen Vierecks  $ABCD$  zu finden.

**Auflösung.** Man theile das Viereck durch eine der beiden Diagonalen, etwa  $AC$ , in die beiden Dreiecke  $ACD$  und  $ACB$ , bestimme von jedem dieser Dreiecke die Partialschwerpunkte  $S$ , und  $S_{,,}$ , so liegt der Schwerpunkt  $S$  des ganzen Vierecks auf der Verbindungslinie  $S, S_{,,}$ . Seine Lage lässt sich nun auf zweierlei Weise finden, nämlich:

1) Man bestimme den Flächeninhalt  $v$ , des Dreiecks  $ACD$ , und den Flächeninhalt  $v_{,,}$  des Dreiecks  $ACB$ , so muss  $v \cdot SS_{,,} = v_{,,} SS$  sein, oder bekanntlich:  $SS : SS_{,,} = v_{,,} : v$ , wodurch  $S$  bestimmt wäre.

2) Man ziehe die zweite Diagonale  $BD$  des Vierecks, suche nach der bekannten Methode den Schwerpunkt  $s$ , des Dreiecks  $DBC$  und den Schwerpunkt  $s_{,,}$  des Dreiecks  $DBA$  und ziehe  $s, s_{,,}$ , so ist auch  $s, s_{,,}$  ein Durchmesser der Schwere und der Schwerpunkt  $S$  des Vierecks  $ABCD$  ist dann offenbar der Durchschnittspunkt der beiden Schwerlinien  $S, S_{,,}$  und  $s, s_{,,}$ .

Wie man nun auch mittelst derselben Methode den Schwerpunkt eines jeden Fünfecks, Sechsecks u. s. w. überhaupt jeder geradlinigen Figur finden kann, erhellet von selbst und braucht nicht weiter erläutert zu werden. Ein anderes analytisches Verfahren soll im folgenden § gezeigt werden.

### § 17.

**Aufgabe.** Den Schwerpunkt eines jeden Vielecks zu finden.

**Auflösung.** Wenn  $ABCDEF$  ein beliebiges Vieleck ist, so zerlege man dasselbe durch Diagonalen, die sich nicht durchkreuzen, in lauter Dreiecke, die etwa die Flächeninhalte  $v, v_{,,}, v_{,,,}$  und die Schwerpunkte  $S, S_{,,}, S_{,,,}$  haben mögen. Die Coordinaten dieser Partialschwerpunkte in Bezug auf ein beliebig angenommenes rechtwinkliges Coordinatensystem seien respective:

$$a, b; a_{,,} b_{,,}; a_{,,,} b_{,,,}$$

Diese werden nach § 14 Auflösung II leicht durch die Coordinaten der Eckpunkte ihrer Dreiecke, in denen sie liegen, bestimmt. Hat man die obigen Coordinaten der Partialschwerpunkte, so findet man die Coordinaten  $a$  und  $b$  des Schwerpunkts  $S$  des ganzen gegebenen Vielecks leicht nach § 11 durch die Formeln:

$$a = \frac{v a, + v_{,,} a_{,,} + v_{,,,} a_{,,,} + \dots}{v + v_{,,} + v_{,,,} + \dots}$$

$$b = \frac{v b, + v_{,,} b_{,,} + v_{,,,} b_{,,,} + \dots}{v + v_{,,} + v_{,,,} + \dots}$$

wodurch die Lage des Schwerpunkts  $S$  der gegebenen Figur vollständig bestimmt ist.



## § 18.

Aufgabe. Den Schwerpunkt des Umfangs eines Dreiecks zu finden.

Auflösung. Die Schwerpunkte der einzelnen Dreiecksseiten liegen bekanntlich in ihren Mitten D, E und F (Fig. IX). Es ist also FE z. B. ein Durchmesser der Schwere für die beiden Seiten AB und AC des Dreiecks ABC. Der gemeinschaftliche Schwerpunkt G dieser beiden Dreiecksseiten liegt also in dieser ihrer Schwerlinie EF und zwar nach dem Früheren ist er bestimmt durch die Proportion:

$$AB : AC = EG : FG$$

Weil nun  $AF = \frac{1}{2} AB$  und  $AE = \frac{1}{2} AC$ , so ist auch

$$AF : AE = EG : FG$$

und da Viereck AEDF ein Parallelogramm, so ist auch  $AF = ED$  und  $AE = FD$ , es muss also auch

$$ED : FD = EG : FG;$$

es ist also DG nach einem bekannten geometrischen Satz die Halbierungslinie des Winkels FDE und da G der gemeinschaftliche Schwerpunkt der beiden Seiten AB und AC, ferner D der Schwerpunkt der dritten Seite BC des Dreiecks ABC ist, so ist die Verbindungslinie DG offenbar ein Durchmesser der Schwere für alle drei Dreiecksseiten, d. h. also für den Umfang des Dreiecks. Der gesuchte Schwerpunkt S dieses Umfangs liegt also in DG, der Halbierungslinie des Winkels FDE. Auf dieselbe Weise folgt aber auch, dass der gesuchte Schwerpunkt S in jeder der drei die Winkel des Dreiecks DEF halbirenden geraden Linien liegen muss. Bekanntlich ist der gemeinschaftliche Durchschnittspunkt dieser drei Linien, der Mittelpunkt des in das Dreieck DEF beschriebenen Kreises.

Der Schwerpunkt des Umfangs eines jeden Dreiecks wird also erhalten, wenn man die Mitten der drei Seiten desselben durch gerade Linien verbindet und für das dadurch neu entstandene Dreieck den Mittelpunkt des eingeschriebenen Kreises sucht.

## § 19.

Aufgabe. Den Schwerpunkt eines Kreisbogens zu finden.

Auflösung. Sei ADB (Fig. X) der Kreisbogen, dessen Schwerpunkt S gefunden werden soll, D die Mitte desselben, also CD senkrecht auf der Sehne AB, so ist nach § 13 offenbar CD ein Durchmesser der Schwere für den Kreisbogen ADB und dessen Schwerpunkt liegt also in demselben. Die beiden gleichen Bögen AD und DB wollen wir nun in eine beliebige Anzahl gleicher Theile theilen, alle Theilpunkte durch Sehnen mit einander verbinden und dann eine dieser Sehnen, etwa FG besonders betrachten. Nehmen wir Ox, den parallel AB gehenden Durchmesser des Kreises, als x Axe eines rechtwinkligen Coordinatensystems an, projiciren die Sehnen auf AB, fällen FM senkrecht GG,, verbinden den Schwerpunkt S<sub>3</sub> der Sehne FG mit C und nennen die rechtwinkligen Coordinaten dieses Punktes ON und NS<sub>3</sub>, so ist offenbar Dreieck FGM  $\sim$  S<sub>3</sub>CN und es ist also:

$$FG : FM = S_3C : S_3N$$

und da  $FM = F,G$ , d. i. = der Projection von FG auf AB, so ist auch:

$$FG : F,G, = S_3C : S_3N$$

$$\text{oder 1) } FG \cdot S_3N = F,G, \cdot S_3C.$$

Sei nun jede der gleichen Sehnen  $AE = EF = FG = \dots$  etwa = s, ihre Projectionen auf AB der Reihe nach:  $AE,, E,F,, F,G, \dots$ . Die Entfernungen der Schwerpunkte S<sub>1</sub>, S<sub>2</sub>, S<sub>3</sub> von der x Axe seien nach der Reihe:

$$b,, b,,, b,,,, \dots$$

und die constante Entfernung dieser Schwerpunkte vom Mittelpunkte C des Kreises:  $CS, = CS,,$

$= CS_{,,,,}$  sei  $= \rho$ , so ist nach Gleichung 1)  $s \cdot b_{,,,,} = F,G \cdot \rho$ . Was aber für die beliebig gewählte Sehne FG gilt, ist auch für alle andern einander gleichen Sehnen gültig und wir erhalten daher folgende Reihe von Gleichungen:

$$\begin{aligned} s \cdot b_1 &= \rho \cdot AE, \\ s \cdot b_{,,} &= \rho \cdot E,F, \\ s \cdot b_{,,,} &= \rho \cdot F,G, \\ s \cdot b_{IV} &= \rho \cdot G,D, \\ &\text{etc.} \quad \text{etc.} \end{aligned}$$

also auch  $s (b_1 + b_{,,} + b_{,,,} + \dots) = \rho (AE + E,F + F,G + \dots + K,B)$

$$\text{oder: } 2) \quad s \cdot (b_1 + b_{,,} + b_{,,,} + \dots) = \rho \cdot \overline{AB}$$

Diese Gleichung 2) gilt aber auch für den Fall, dass die Anzahl der einander gleichen Sehnen  $s$  unendlich gross wird, die Sehnen  $s$  also selbst sehr klein werden, und als unendlich kleine Elemente des Bogens  $\overline{AB}$  angesehen werden können, nur wird dann  $\rho = r$  und die Gleichung 2) übergehen in folgende

$$3) \quad s \cdot (b_1 + b_{,,} + b_{,,,} + \dots) = r \cdot \overline{AB}$$

in welcher  $\overline{AB}$  die Sehne AB bedeutet. Ist dann aber  $S$  der Schwerpunkt des Bogens  $\overline{AB}$ , seine Entfernung  $SC$  von der  $x$  Axe  $= b$ , so ist auch nach § 11

$$b = \frac{sb_1 + sb_{,,} + sb_{,,,} + \dots}{s + s + s + \dots} = \frac{s \cdot (b_1 + b_{,,} + b_{,,,} + \dots)}{\overline{AB}}$$

$$\text{oder } 4) \quad s (b_1 + b_{,,} + b_{,,,} + \dots) = b \cdot \overline{AB}$$

$$\text{denn es ist dann ja } s + s + s + s + \dots = \overline{AB}$$

und durch Verbindung der Gleichungen 3) und 4) ergibt sich sofort:

5)  $b \cdot \overline{AB} = r \cdot \overline{AB}$  oder, die gesuchte Entfernung  $SC$  des Schwerpunktes  $S$  ist:

6)  $b = r \cdot \overline{AB}$  wodurch  $SC$  leicht gefunden werden kann.

$\overline{AB}$

Der Schwerpunkt  $s$ , des eine halbe Peripherie übersteigenden Bogens  $APB$  wird leicht folgendermassen bestimmt. Der Schwerpunkt der ganzen Kreisperipherie liegt bekanntlich im Mittelpunkte  $C$ , seine Entfernung von der  $x$  Axe ist also gleich Null, und mithin ist nach § 11:

$$0 = \frac{\overline{ADB} \cdot SC + \overline{APB} \cdot s, C}{\overline{ADB} + \overline{APB}}$$

$$\text{oder: } 0 = \overline{ADB} \cdot b + \overline{APB} \cdot s, C$$

Führt man in diese Gleichung den Werth aus 6) für  $b$  ein so erhält man

$$s, C = - \frac{\overline{ADB} \cdot r \cdot \overline{AB}}{\overline{ADB} + \overline{APB}}$$

$$\text{oder } 7) \quad s, C = - \frac{r \cdot \overline{AB}}{\overline{APB}}$$

d. h. der Schwerpunkt  $s$ , des eine halbe Peripherie übersteigenden Bogens  $\overline{APB}$  liegt unterhalb der  $x$  Axe, da ja sonst seine Ordinate  $s,C$  nicht negativ sein könnte, und seine Lage wird durch dieselbe Gleichung bestimmt wie vorhin die Lage des Schwerpunktes des Bogens  $\overline{ADB}$ , der kleiner als eine halbe Peripherie war.

## § 20.

Aufgabe. Den Schwerpunkt eines Kreisausschnitts zu finden.

Auflösung. Denken wir uns den Bogen  $\widehat{ADB}$  (Fig. XI.) des gegebenen Kreisausschnitts  $ADBC$ , in eine sehr grosse Anzahl kleiner, einander gleicher Theile wie  $no$  getheilt und von den Theilpunkten, welche diese Bogentheilen begrenzen, Radien nach dem Mittelpunkte  $C$  gezogen, so wird dadurch der ganze Kreisausschnitt in unendlich viele kleine Dreiecke zerlegt, welche dem Dreiecke  $noC$  congruent sind. Die Basis  $no$  eines solchen Elementardreiecks kann man aber ohne jeden merklichen Fehler als geradlinig annehmen. Denken wir uns nun noch den Mittelpunkt der Basis  $no$  mit dem Kreismittelpunkte  $C$  verbunden, so liegt auf dieser Geraden der Schwerpunkt  $s$  des Dreiecks  $noC$  und zwar ist sein Abstand vom Kreismittelpunkte:  $sC = \frac{2}{3} r$ , wenn  $r$  der Radius  $AC$  ist. Wird nun durch  $s$  ein Kreisbogen  $EGF$  mit dem Radius  $\frac{2}{3} r$  gezogen, so liegen auf diesem Bogen die Schwerpunkte aller Elementardreiecke, in welche wir uns den ganzen Kreisausschnitt zerlegt dachten und der gesuchte Schwerpunkt  $S$  des Kreisausschnitts  $ADBC$  ist also einerlei mit dem Schwerpunkt des Kreisbogens  $EGF$ , der aus dem Mittelpunkte  $C$  mit dem Radius  $CE = \frac{2}{3} r$  beschrieben ist. Um also den Schwerpunkt  $S$  des Kreisausschnitts zu finden, ziehe man die Sehne  $AB$ , falle auf dieselbe das Loth  $CD$  und schneide auf diesem von  $C$  aus aufwärts ein Stück

$$CS = \frac{CG \cdot \overline{EF}}{\widehat{EF}} = \frac{2}{3} r \cdot \frac{\overline{EF}}{\widehat{EF}}$$

und da sich nach bekannten geometrischen Sätzen

$$\frac{\widehat{EF}}{\overline{AB}} : \frac{\overline{EF}}{\widehat{AB}} \text{ verhält,}$$

mithin  $\frac{\widehat{EF}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{EF}}{\widehat{AB}}$  ist, so ist  $S$  der gesuchte Schwerpunkt des Kreisausschnitts  $ADBC$  bestimmt durch das Stück:

$$CS = \frac{2 r \cdot \overline{AB}}{3 \cdot \widehat{AB}}$$

## § 21.

Aufgabe. Den Schwerpunkt eines Kreisabschnitts zu finden.

Auflösung. Sei  $ABD$  (Fig. XI.) der gegebene Kreisabschnitt dessen Schwerpunkt  $S$  gefunden werden soll, ferner sei  $S_1$  der Schwerpunkt des gleichschenkligen Dreiecks  $ABC$  und  $S_2$  der Schwerpunkt des Kreisausschnitts  $ADBC$ . Diese drei Schwerpunkte liegen alle in dem Radius  $CD$  der den Bogen  $\widehat{ADB}$  halbirt, und wir haben nach § 11 die Gleichung:

$$\text{Sect. } ADBC \cdot CS_2 = \text{Segm. } ADB \cdot CS + \triangle ABC \cdot CS_1,$$

$$\text{mithin 1) } CS = \frac{\text{Sect. } ADBC \cdot CS_2 - \triangle ABC \cdot CS_1}{\text{Segm. } ADB}$$

Bekanntlich ist nun  $\triangle ABC = \frac{1}{2} BA \cdot Ci$  und wenn wir der Kürze wegen den Radius  $CB = r$  setzen, so ist:

$$\triangle ABC = \frac{\overline{AB}}{2} \cdot Ci \text{ und } CS_1 = \frac{2}{3} Ci$$

$$\text{folglich 2) } \triangle ABC \cdot CS_1 = \frac{1}{3} \overline{AB} \cdot Ci^2 \\ = \frac{1}{3} \overline{AB} \cdot \left( r^2 - \frac{AB^2}{4} \right)$$

Ferner ist: Sect. ADBC  $= \frac{1}{3} \overline{AB} \cdot r$  und nach § 20

$$CS_{,,} = \frac{2 r \cdot \overline{AB}}{3 \overline{AB}}$$

mithin 3) Sect. ADBC  $\cdot CS_{,,} = \frac{r^2 \overline{AB}}{3}$

$$\text{und Sect ADBC} \cdot CS_{,,} - \Delta ABC \cdot CS = \frac{r^2 \cdot \overline{AB}}{3} - \frac{1}{3} \overline{AB} \left( r^2 - \frac{\overline{AB}^2}{4} \right)$$

$$\text{d. i. 4) Sect. ADBC} \cdot CS_{,,} - \Delta ABC \cdot CS = \frac{\overline{AB}^3}{12}$$

und führt man diesen Werth aus Gleichung 4) in Gleichung 1) ein, so erhält man den gesuchten Werth von

$$5) CS = \frac{\overline{AB}^3}{12 \cdot \text{Segm. ADB}}$$

wodurch der Schwerpunkt S des Kreisabschnitts ADB vollständig bestimmt ist. Leicht lässt sich nun auch der Schwerpunkt x des Segments AHB finden, das grösser als ein Halbkreis ist. Der Schwerpunkt der ganzen Kreisfläche liegt in C, seine Entfernung von C ist also gleich Null und wir haben nach § 11:

$$\text{Segm. ADB} \cdot CS + \text{Segm. AHB} \cdot Cx = 0$$

$$\text{mithin } Cx = - \frac{\text{Segm. ADB} \cdot CS}{\text{Segm. AHB}}$$

$$\text{und da nach Gleichung 5) } CS = \frac{\overline{AB}^3}{12 \cdot \text{Segm. ADB}}$$

$$\text{so wird } Cx = - \frac{\overline{AB}^3}{12 \cdot \text{Segm. AHB}}$$

d. h., da jetzt die Entfernung des Schwerpunkts x des Segments vom Mittelpunkte C negativ wird, so liegt x unterhalb desselben und hat also die entgegengesetzte Lage wie der Schwerpunkt S des Segments ADB, das kleiner als der Halbkreis war.

## § 22.

Aufgabe. Den Schwerpunkt einer dreiseitigen Pyramide zu finden.

Auflösung. Halbirt man (Fig. XII) eine Kante der dreiseitigen Pyramide BCDA, etwa CD in E, zieht BE und nimmt  $EF = \frac{1}{3} BE$ , so ist F der Schwerpunkt der Seitenfläche BCD (§ 14), und da nun bekanntlich alle dieser Seitenfläche BCD parallele Schnitte in der Pyramide dem Dreieck BCD ähnliche Dreiecke sind, so erhellet, dass die gerade Linie AF durch die Schwerpunkte aller der Seitenfläche BCD parallelen Schnitte geht, und daher AF ein Durchmesser der Schwere der Pyramide BCDA ist (§ 13). Ganz eben so ist jede der vier, die Ecken der Pyramide mit den Schwerpunkten der gegenüberliegenden Seitenflächen verbindenden geraden Linien ein Durchmesser der Schwere der Pyramide, und diese vier Schwerlinien schneiden sich daher stets in einem Punkte, welcher der Schwerpunkt der Pyramide ist. Zieht man daher noch AE, nimmt  $EG = \frac{1}{3} AE$  und zieht BG, so ist der Durchschnittspunkt S der beiden Linien AF und GF der gesuchte Schwerpunkt der Pyramide. Dass die beiden Linien AF und BG sich jederzeit schneiden müssen, ist leicht zu beweisen. AF durchschneidet nämlich die beiden Schenkel des Winkels AEB liegt also ganz in der Ebene dieses Winkels. Ebenso durchschneidet BG die beiden Schenkel des Winkels AEB, liegt also gleichfalls in derselben Ebene AEB wie die Gerade AF, beide Linien müssen sich also durchschneiden. Nach der Construction ist nun

$$EF : FB = EG : GA = 1 : 2, \text{ mithin ist } GF \text{ parallel } AB \text{ und es verhält sich}$$

$$GF : AB = EF : EB = 1 : 3.$$

Ferner ist Dreieck  $GSF \sim ASB$  und

$$FS : AS = GF : AB = 1 : 3 \text{ d. h.}$$

$$FS = \frac{1}{3} AS = \frac{1}{4} AF$$

woraus sich die folgende sehr leichte Construction des Schwerpunkts S einer dreiseitigen Pyramide ergibt:

Man verbinde eine Ecke der Pyramide mit dem Schwerpunkte der gegenüberliegenden Seitenflächen und schneide auf dieser Verbindungslinie ihren vierten Theil, von der Seitenfläche an gerechnet, ab, so ist dieser Theilpunkt der Schwerpunkt der Pyramide.

Auch lässt sich die Lage des Schwerpunkts S leicht durch seine drei Coordinaten in Bezug auf ein gegebenes dreiaxiges Coordinatensystem bestimmen. Nimmt man der Einfachheit wegen ein dreiaxiges rechtwinkliges Coordinatensystem der  $xyz$  so an, dass die Coordinaten sämtlicher Punkte A, B, C, D, E, F, G und S positiv sind, also alle auf der positiven Seite der  $xy$ ,  $xz$  und  $yz$  Ebene liegen und bezeichnen wir etwa die senkrechten Entfernungen der vorhin genannten Punkte von der  $xy$  Ebene mit:  $AA_1, BB_1, CC_1, DD_1, EE_1, FF_1, GG_1$ , und  $SS_1$ , so erhellet leicht, dass

$$SS_1 - FF_1 : AA_1 - FF_1 = FS : FA = 1 : 4$$

$$\text{also: } SS_1 - FF_1 = \frac{AA_1 - FF_1}{4}$$

woraus sich leicht ergibt:

$$1) SS_1 = \frac{AA_1 + 3 FF_1}{4}$$

$$\text{Ferner ist: } FF_1 - EE_1 : BB_1 - EE_1 = EF : EB = 1 : 3$$

$$\text{also: } FF_1 - EE_1 = \frac{BB_1 - EE_1}{3}$$

und 2)  $3 FF_1 = BB_1 + 2 EE_1$ , mithin nach Gleichung 1) ist auch:

$$3) SS_1 = \frac{AA_1 + BB_1 + 2 EE_1}{4}$$

Endlich ergibt sich leicht:

$$EE_1 - DD_1 : CC_1 - DD_1 = DE : DC = 1 : 2$$

$$\text{also: } EE_1 - DD_1 = \frac{CC_1 - DD_1}{2}$$

$$\text{oder: } 4) 2 EE_1 = CC_1 + DD_1$$

Führt man diesen Werth von  $2 EE_1$  in Gleichung 3) ein, so erhält man:

$$5) SS_1 = \frac{AA_1 + BB_1 + CC_1 + DD_1}{4}$$

Fällt man ebenso auf die  $xz$  und  $yz$  Ebene noch von allen vorhin genannten Punkten die Lothe:

$$AA_{11}, BB_{11}, CC_{11}, DD_{11}, \dots SS_{11}$$

$$AA_{111}, BB_{111}, CC_{111}, DD_{111}, \dots SS_{111}$$

so ergeben sich durch ganz ähnliche Betrachtungen wie vorhin, folgende Werthe für  $SS_{11}$  und  $SS_{111}$

$$6) SS_{11} = \frac{AA_{11} + BB_{11} + CC_{11} + DD_{11}}{4}$$

$$SS_{111} = \frac{AA_{111} + BB_{111} + CC_{111} + DD_{111}}{4}$$

so dass die Lage des gesuchten Schwerpunkts S der Pyramide vollkommen durch seine drei Coordinaten  $SS_1, SS_{11}, SS_{111}$  bestimmt ist.

## § 23.

**Aufgabe.** Den Schwerpunkt einer beliebigen vielseitigen Pyramide zu finden.

**Auflösung.** Da alle der Grundfläche einer Pyramide parallele Schnitte Figuren bilden, welche der Grundfläche ähnlich sind, so ist klar, dass die gerade Linie, welche die Spitze einer Pyramide mit dem Schwerpunkte ihrer Grundfläche verbindet, durch die Schwerpunkte aller der Grundfläche parallelen Schnitte geht und daher nach § 13 ein Durchmesser der Schwere der Pyramide ist. Theilt man nun die gegebene Pyramide in lauter dreiseitige Pyramiden, welche gleiche Höhe mit der gegebenen haben, so liegen nach dem vorigen § die Schwerpunkte aller dieser dreiseitigen Pyramiden offenbar in einer Ebene, welche um den vierten Theil der Höhe der gegebenen Pyramide von deren Grundfläche entfernt ist, mithin liegt also auch nach § 11 der Schwerpunkt der gegebenen Pyramide in derselben Ebene. Dieser Schwerpunkt lag aber auch in der Verbindungslinie der Spitze mit dem Schwerpunkte der Grundfläche der Pyramide, es ist also der gesuchte Schwerpunkt der gegebenen Pyramide der Durchschnittspunkt dieser Verbindungslinie mit der um den vierten Theil ihrer Höhe von ihrer Grundfläche entfernten Ebene. Man findet mithin den gesuchten Schwerpunkt am leichtesten, wenn man die Spitze der Pyramide mit dem Schwerpunkte ihre Grundfläche durch eine gerade Linie verbindet und auf dieser Linie deren vierten Theil abschneidet, so ist der Endpunkt des abgeschnittenen Theils der gesuchte Schwerpunkt der Pyramide. Ganz dasselbe gilt auch von einem Kegel, da man denselben ja als eine Pyramide von unendlich vielen Seiten betrachten kann. Man findet seinen Schwerpunkt, wenn man die Axe des Kegels zieht und von derselben den vierten Theil von der Grundfläche des Kegels an gerechnet, abschneidet, so ist der Endpunkt des abgeschnittenen Theils der Schwerpunkt des Kegels.

## § 24.

**Aufgabe.** Den Schwerpunkt einer Kugelzone zu finden.

**Auflösung.** Bekanntlich ist eine Kugelzone ein Theil der Kugeloberfläche, welcher von den Peripherien zweier Parallelkreise begrenzt wird und ihre Fläche ist nach einem stereometrischen Satze gleich dem Product aus der Höhe  $h$  der Zone und der Peripherie eines grössten Kugelkreises, also: Zone  $= 2 r \pi \cdot h$ , so dass in einer und derselben Kugel alle Zonen von gleicher Höhe auch einander gleich sind. Man kann sich daher jede Kugelzone in unendlich viele, einander gleiche Zonen getheilt denken, indem man die Höhe  $h$  der Zone in unendlich viele gleiche Theile zerlegt annimmt und durch alle Theilpunkte parallele Kreise zu den, die Zone begrenzenden beiden Parallelkreisen legt. Da nun der Schwerpunkt einer jeden Kreisperipherie in ihrem Mittelpunkte liegt, so kann man sich offenbar das ganze Gewicht der Zone in der geraden Linie gleich vertheilt denken, welche die Mittelpunkte der beiden, die Zone begrenzenden Parallelkreise, mit einander verbindet, woraus sich unmittelbar ergibt, dass der Schwerpunkt einer jeden Kugelzone mit dem Mittelpunkte ihrer Axe, das ist der soeben genannten Verbindungslinie, zusammenfällt.

## § 25.

**Aufgabe.** Den Schwerpunkt  $S$  eines jeden Körpers zu finden, welcher durch Umdrehung eines Kreisausschnitts  $ADBC$  (Fig. XIII) um seine Schwerlinie  $CD$  entstanden ist.

**Auflösung.**  $CD$  ist die Verbindungslinie des Mittelpunktes  $C$  mit dem Mittelpunkte  $D$  des den Kreisausschnitt begrenzenden Bogens  $ADB$ , und soll kurz weg die Axe des gegebenen Kreisausschnitts genannt werden. Denkt man sich nun den durch Umdrehung von  $ADBC$  um die Axe  $CD$  entstandenen Körper in unendlich viele einander gleiche Pyramiden getheilt, deren Spitzen sämtlich in dem Mittelpunkte  $C$  liegen, so kann man sich das Gewicht einer jeden dieser einander gleichen Pyramiden in ihrem Schwerpunkte vereinigt denken. Nach § 23. liegen aber die Schwerpunkte aller dieser Pyramiden sämtlich in der Entfernung von  $\frac{3}{4} CA$  d. i.  $\frac{3}{4} r$  ( $r =$  dem

Radius des Kreischnitts ADBC) von C entfernt, woraus sich ergibt, dass wenn EGF ein aus C mit dem Radius  $CE = \frac{3}{4} r$  beschriebener Bogen ist, der Schwerpunkt S des durch Umdrehung von ADBC und CD entstandenen Körpers einerlei ist mit dem Schwerpunkte der durch Umdrehung des Bogens EGF um CD entstandenen Kugelzone. Halbiren wir also die Höhe GH dieser Zone in S, so ist dies nach § 24 der gesuchte Schwerpunkt des durch Umdrehung des Kreischnitts ADBC um seine Axe CD entstandenen Körpers. Da aber

$$CH : CK = CE : CA = 3 : 4$$

so ist: 1)  $CH = \frac{3}{4} CK = \frac{3}{4} (DK - r) = \frac{3}{4} (h - r)$ , wenn wir nämlich  $DK = h$  setzen, und weil nun  $CG = \frac{3}{4} r$ , so ist

$$2) HG = CH + CG = \frac{3}{4} h$$

$$\text{also } HS = \frac{3}{8} h, \text{ folglich ist } CS = HS - CH = \frac{3}{8} h - \frac{3}{4} (h - r)$$

$$\text{d. i. } 3) CS = \frac{3}{4} r - \frac{3}{8} h = \frac{3}{8} \left( r - \frac{h}{2} \right)$$

mittelt welcher Formel die Entfernung des Schwerpunkts S vom Mittelpunkte C immer durch den Radius r des gegebenen Kreischnittes und dessen Höhe  $h = DK$  berechnet werden kann.

### § 26.

Aufgabe. Den Schwerpunkt eines Kugelsegments zu finden. (Fig. XIV).

Auflösung. CD sei senkrecht AB. Durch Umdrehung von ADBE um CD entsteht ein Kugelsegment, sein Schwerpunkt sei S. Durch Umdrehung des Dreiecks ABC und CD entsteht ein gerader Kegel. Sein Schwerpunkt sei  $S_1$ , während  $S_2$  der Schwerpunkt des durch Umdrehung von ADBC um CD entstandenen Körpers sein mag. Die Volumina dieser drei genannten Körper seien  $v$ ,  $v_1$  und  $v_2$ . Dass die drei Schwerpunkte S,  $S_1$ ,  $S_2$  in der Linie CD liegen müssen ist klar und wir haben nach § 11 folgende Gleichung:

$$v_2 \cdot CS_2 = v \cdot CS + v_1 \cdot CS_1$$

$$\text{d. i. } (v + v_1) CS_2 = v \cdot CS + v_1 \cdot CS_1$$

$$\text{oder } 1) v \cdot (CS - CS_2) = v_1 \cdot (CS_2 - CS_1)$$

Bekanntlich ist nun aber nach stereometrischen Sätzen das Volumen  $v$  des Kugelsegments ADBE, ausgedrückt durch den Radius  $CA = r$  der Kugel und die Höhe  $h = DE$  des Segments:

$$2) v = h^2 \pi \left( r - \frac{h}{3} \right) = \frac{h^2 \pi}{3} (3r - h)$$

und das Volumen  $v_1$  des geraden Kegels AEBC, ausgedrückt durch den Radius  $\rho = BE$  seiner Grundfläche und seine Höhe  $CE = (r - h)$ :

$$v_1 = \frac{\rho^2 \pi}{3} (r - h).$$

Da aber  $\rho^2 = r^2 - (r - h)^2 = 2rh - h^2$

oder  $\rho^2 = h(2r - h)$  ist, so ist auch

$$3) v_1 = \frac{h \pi}{3} (r - h) (2r - h).$$

Ferner ist nach § 25:  $CS_2 = \frac{3}{4} r - \frac{3}{8} h$

und nach § 23:  $CS_1 = \frac{3}{8} (r - h)$

folglich 4)  $CS_2 - CS_1 = \frac{3}{8} h$ .

Führt man nun die Werthe von 2) 3) und 4) in Gleichung 1) ein, so erhält man:

$$\frac{h^2 \pi}{3} (3r - h) (CS - CS_2) = \frac{h \pi}{3} (r - h) (2r - h) \cdot \frac{3}{8} h$$

oder wenn man aufhebt was sich heben lässt:

$$(3r - h) (CS - CS_{,,}) = \frac{3}{8} \cdot (r - h) (2r - h)$$

$$\text{also: } CS = CS_{,,} + \frac{3 \cdot (r - h) (2r - h)}{8 \cdot (3r - h)}$$

$$\text{oder: } CS = \frac{3}{4} r - \frac{3}{8} h + \frac{3 (r - h) (2r - h)}{8 (3r - h)}$$

$$= \frac{6r - 3h}{8} + \frac{3 (r - h) (2r - h)}{8 \cdot (3r - h)}$$

$$= \frac{3}{8} (2r - h) + \frac{3 \cdot (r - h) (2r - h)}{8 \cdot (3r - h)}$$

$$= \frac{3 \cdot (2r - h) (3r - h) + 3 \cdot (r - h) (2r - h)}{8 \cdot (3r - h)}$$

Nimmt man im Zähler  $3 \cdot (2r - h)$  als gemeinschaftlichen Factor vor die Klammer, so erhält man:

$$CS = \frac{3 (2r - h) \{3r - h + r - h\}}{8 (3r - h)}$$

$$= \frac{3 \cdot (2r - h) (4r - 2h)}{8 (3r - h)} = \frac{3 \cdot (2r - h) \cdot (2r - h)}{4 (3r - h)}$$

$$\text{oder 5) } CS = \frac{3}{4} \cdot \frac{(2r - h)^2}{3r - h}$$

Sollte der Schwerpunkt  $x$  des Kugelsegments AFB, das grösser als eine Halbkugel ist, durch seine Entfernung  $Cx$  vom Kugelmittelpunkte  $C$  bestimmt werden und zwar wieder durch den Kugelradius  $r$  und die Höhe  $H = EF$  dieses Segments, so würde man, wie aus dem Früheren leicht erhellen:

$$6) Cx = - \frac{3}{4} \cdot \frac{(2r - H)^2}{3r - H}$$

erhalten und das — Zeichen andeuten, dass bei der in der Fig. XIV ersichtlichen Lage des Kugelsegments AFB, sein Schwerpunkt  $x$  unterhalb des Kugelmittelpunktes  $C$  liegt.

Anmerkung. Soll der Schwerpunkt  $S$  einer Halbkugel mit dem Radius  $r$  durch seine Entfernung  $CS$  vom Kugelpunkte  $C$  bestimmt werden, so kann man ja dieselbe als ein Kugelsegment betrachten, dessen Höhe  $h = r$  ist und man erhält dann nach 5)

$$CS = \frac{3}{4} \cdot \frac{(2r - r)^2}{3r - r} = \frac{3 \cdot r^2}{4 \cdot 2r}$$

$$\text{oder 7) } CS = \frac{3}{8} r$$

wodurch die Lage des Schwerpunktes  $S$  jeder Halbkugel leicht zu finden ist.

~~~~~  
Schwerpunkts-Aufgaben vide:

Dr. Emsmann: S. 121

Dr. Fliedner: S. 27

Emil Kahl: S. 13 bis 20

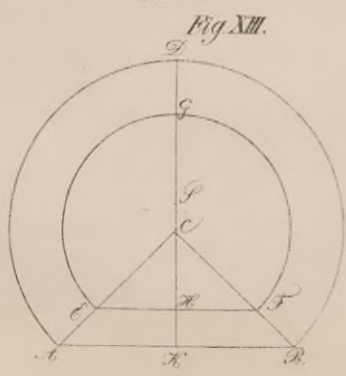
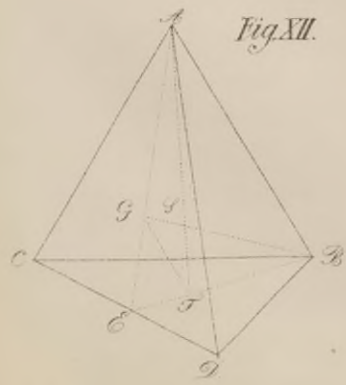
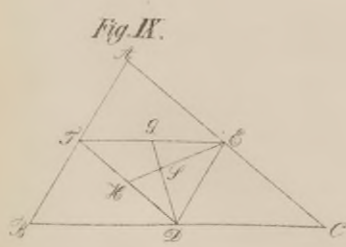
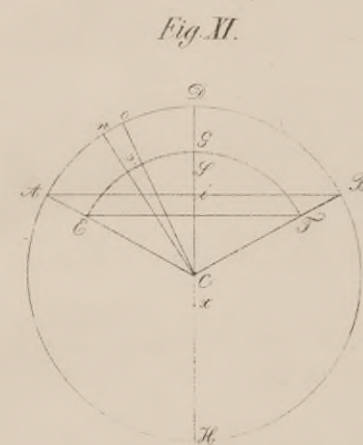
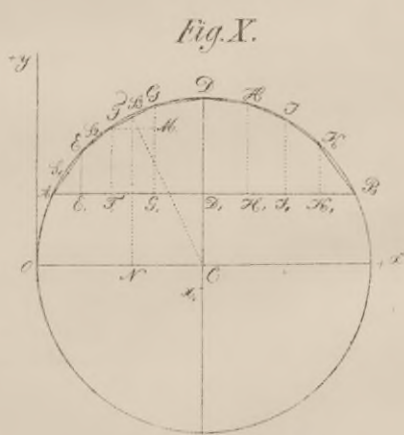
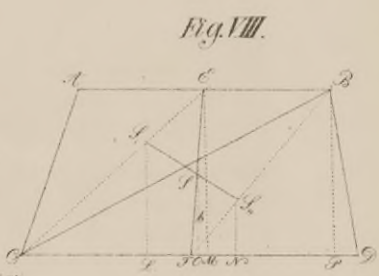
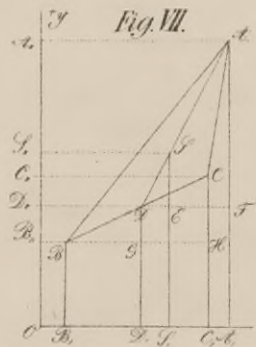
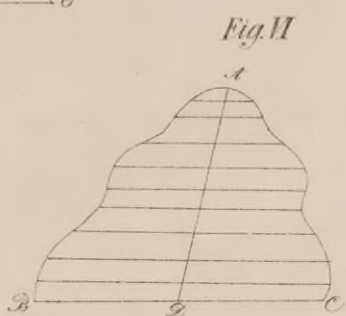
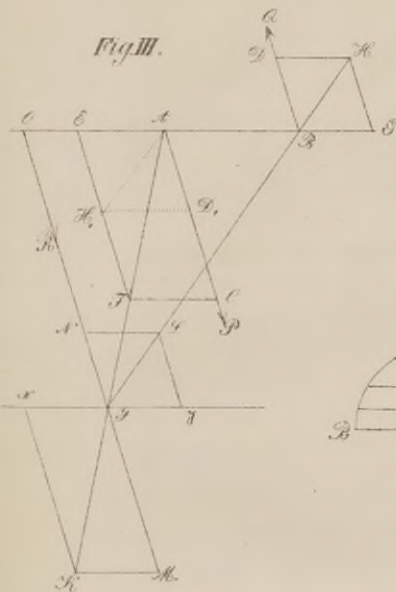
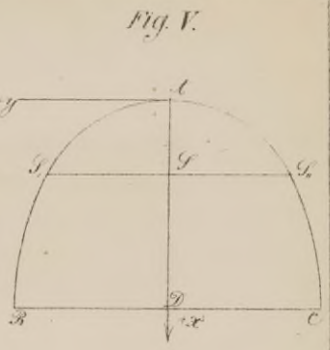
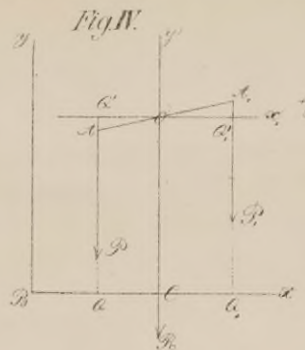
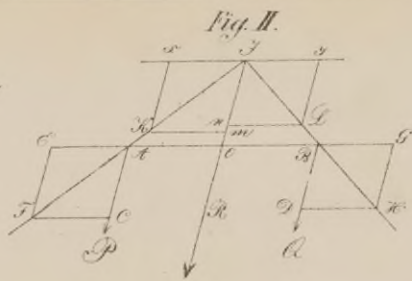
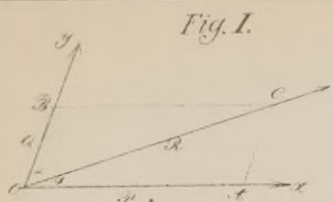
Ferner auch;

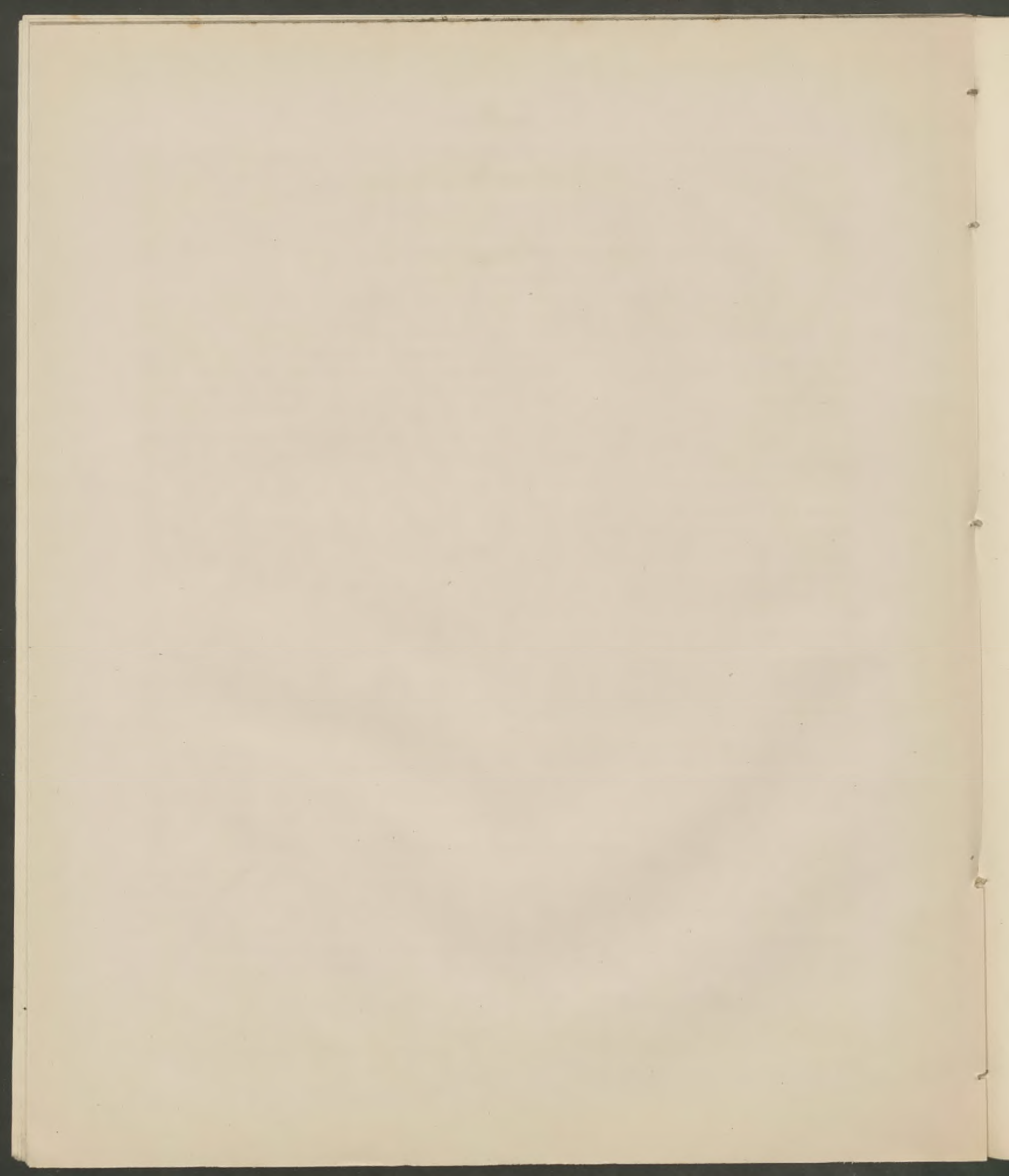
Dr. Carl Hechel: stereometrische Aufgaben, S. 235 bis 238, Verlag von Franz Kluge in Reval 1865.

Martus: mathematische Aufgaben, S. 187. Greifswald, C. A. Koch's Verlags-Buchhandlung.

Dr. H. Seelmann-Eggebert.







## Schulnachrichten.

### A. Chronik der Anstalt seit Ostern 1874.

(Geschlossen am 8. März 1875.)

Das Schuljahr begann am 13. April 1874 und wird am 24. März 1875 geschlossen. Die Ferien währten zu Pfingsten vom 23. Mai — 26. Mai, in den Hundstagen vom 4. Juli — 2. August, im Herbst vom 26. September — 11. October, zu Weihnachten vom 23. December — 3. Januar.

Das Lehrercollegium hat im Laufe des verflossenen Schuljahrs zwei seiner Mitglieder durch den Tod verloren, zwei Männer, welche nicht nur in ihrem Unterricht die Schüler gleichmässig zu sicherem Wissen und Können förderten, sondern auch für die persönliche Entwicklung der einzelnen Schüler und für die Bedürfnisse der ganzen Schule ein offenes Auge hatten und stets bereit waren mit ihrer Kraft für das Ganze einzutreten.

Dr. Karl Fiedler, geb. den 3. Febr. 1834 zu Berlin, erster ordentlicher Lehrer der Anstalt, gehörte derselben seit Ostern 1860 an, wo er zur Ableistung seines Probejahrs und als wissenschaftlicher Hilfslehrer hier eintrat. So verband ihn mit der Schule eine vierzehnjährige Wirksamkeit, und er war bei ihr ein Vertreter aller guten Tradition, wie sie für das Gedeihen des Schullebens so wesentlich ist. Klar und scharf in seinem Unterricht und in herzlicher Theilnahme und Sorgfalt den einzelnen Schülern nachgehend, ist er vielen ein sicherer Führer durch die mittleren Klassen gewesen, dessen segensreiche Einwirkung von Eltern und Schülern mit Dank und Vertrauen anerkannt wurde. Seit Ostern 1861 leitete er auch den gesammten Turnunterricht und bewährte auch hier besonders seine Meisterschaft, straffe Zucht und freie Bewegung zu vereinigen, obwohl der Mangel eines Locals für das Winterturnen und die Anlage des Turnplatzes seine Aufgabe erschwerte. Er selbst war ein Schüler Eiselens und betrieb das Turnen nicht nur mit technischer Sicherheit, sondern in dem sittlichen und patriotischen Sinne, welcher das deutsche Turnen geschaffen hat. So weckte er auch in der Jugend Begeisterung und jugendlich frischen Sinn, so dass die gymnastischen Uebungen fast von allen Schülern mit regem Eifer betrieben wurden, und wir des besten Erfolges mit ihm uns freuen konnten. — Am Schluss der Sommerferien, wo er mit seiner Familie einige Tage bei Verwandten in Greifenberg i. P. zubrachte, traf ihn dort im Kreise der Seinigen ein Schlaganfall, der nach wenigen Stunden seinem Leben ein Ende machte. Er starb am 30. Juli und ist auf dem Friedhofe zu Greifenberg bestattet. Sein Andenken wird seinen Amtsgenossen und Schülern theuer bleiben.

Herr Julius Gersdorf, geb. den 17. Mai 1832 zu Bassdorf bei Oranienburg, ist nur kurze Zeit der unsre gewesen. Vorgebildet auf dem Gymnasium zum grauen Kloster in Berlin, auf dem Schullehrerseminar in Cöpenik und in dem Institut für Kirchenmusik in Berlin, hatte er schon seit Ostern 1852 als Lehrer gewirkt, und zwar von Mich. 1853 an bis Ost. 1868 in Brandenburg a. d. H., wo er erst 9½ Jahr an der Elementarschule, dann 5 J. als Gesang- und Elementarlehrer an der Ritteracademie angestellt war. Von da war er, einer Aufforderung des Ev. Ober-Kirchenraths folgend, als Organist und erster Lehrer an die deutsche Schule in Buenos-Ayres gegangen; da aber Klima und Verhältnisse ihm nicht zusagten, kehrte er im Herbst 1871 von dort zurück und trat, die Stellung an einem Gymnasium allen anderen, welche ihm geboten wurden, vorziehend, am 1. Juli 1873 als Gesang- und Elementarlehrer bei unserer Anstalt ein. Indem er sich mit ganzem Ernst seinem Amte und der Pflege seiner Kunst widmete, hat er in den neun Monaten, wo er unter uns war, sich ein bleibendes, dankbares Andenken gestiftet. Bei vielseitigem Wissen behandelte er den Lehrstoff mit voller Sicherheit der Methode und mit aller Eindringlichkeit, welche eine lebendige, anschauliche Darstellung und die Macht einer gediegenen und energischen Persönlichkeit dem Unterricht zu geben vermag. Von besonderer Bedeutung für das ganze Leben der Schule war seine Wirksamkeit als Gesanglehrer. Ernst in seiner ganzen Lebensauffassung, war er auch auf diesem Gebiete aller Tändelei abhold, und er verstand es in der That als ein Meister seiner Kunst die Liebe und das Verständnis für edle und ernste Musik überall zu wecken und zu entwickeln. Als es im Winter ihm gelang, die musikalischen Kräfte der Stadt zum Ein-

studieren von Mendelssohns Paulus zu vereinigen, war es ihm eine besondere Freude, auch die Sänger der oberen Klassen durch Aufnahme in den Chor in dieses Werk näher einzuführen und bei der schönen Aufführung des Oratoriums am 25. Februar v. J. allen Schülern von Quarta bis Prima den Eindruck eines grossen weihvollen Kunstwerkes zu verschaffen. Aber in den Wochen nach dieser Aufführung trat ein Lungenleiden, welches er sich auf der Rückreise von Südamerika zugezogen hatte, so heftig wieder auf, dass wir bald ernstlich besorgt um ihn wurden. Mit unerschütterlicher Berufstreue setzte er seinen Unterricht fort, und durch Willenskraft Schmerzen und Schwäche überwindend, dirigierte er noch am 21. März bei dem Actus zur Vorfeier des Geburtstages Sr. Majestät des Königs die sorgfältig eingeübten Festgesänge. Am nächsten Schultage jedoch musste er seinen Unterricht abbrechen, und eine ärztliche Untersuchung ergab, dass auf Genesung nicht mehr zu hoffen sei. So reiste er am 2. April nach Schlesien ab, um seine Mutter und Geschwister noch zu sehen, und schon am 15. Mai ging er nach manchen Wanderjahren, nach denen er in Colberg eine Ruhestätte zu finden gehofft hatte, zur ewigen Ruhe ein. Er starb im Hause seines Schwagers in Leipe bei Bolkenhayn und ist dort auch begraben.

Die Stelle des Gesang- und Elementarlehrers wurde mit dem 1. October durch Berufung des Herrn Springer wieder besetzt, und gleichzeitig trat auch der Candidat des höheren Schulamts Herr Neumann aus Colberg zur Ableistung seines Probejahrs als wissenschaftlicher Hilfslehrer ein, nachdem er bereits mit dem 12. August vierzehn wöchentliche Lehrstunden übernommen hatte. — Die erste ordentliche Lehrerstelle wurde mit dem 1. November durch Ascension der folgenden Lehrer besetzt. Dieselbe wurde dann durch Rescript des Herrn Ministers der geistlichen u. s. w. Angelegenheiten vom 24. November 1875 in eine Oberlehrerstelle umgewandelt und zugleich die Ernennung des Herrn Schieferdecker zum etatsmässigen Oberlehrer vom 1. October ab genehmigt. — Mit dem Schlusse des Schuljahrs verlässt uns der wissenschaftl. Hilfslehrer Herr Maletzke, um als Oberlehrer an die Realschule in Zwickau überzugehen. In die vacante siebente ordentliche Lehrerstelle ist für den Beginn des nächsten Schuljahrs Herr Dr. Wodrig aus Schübben bei Zanow berufen.

Bei der Vorschule wurde die durch Abgang des Herrn Lehrer Hahn vacant gewordene erste Lehrerstelle mit dem 1. April 1874 durch Ascension des Herrn Lehrer Balfanz besetzt, und gleichzeitig trat Herr Lehrer Bonow, bis dahin Lehrer an der hiesigen Bürgerschule, in die zweite Lehrerstelle ein.

Der Fürsorge der Königlichen Behörden, welche im J. 1873 durch Gewährung eines Staatszuschusses von 3000 Thalern die Einführung des Normalletats bei unserer Anstalt ermöglichte, haben wir in diesem Schuljahre die Anweisung der erforderlichen Mittel zur Gewährung von Wohnungsgeldzuschüssen für sämtliche Lehrer der Anstalt zu verdanken. Damit sind nun die hiesigen Lehrerstellen vom 1. October 1874 ab den Stellen an Königlichen Gymnasien vollkommen gleich dotiert.

Der Gesundheitszustand der Schüler war im Allgemeinen ein guter. Durch den Tod verloren wir am 24. November einen lieben Schüler, den Quintaner Max Kroneck aus Colberg, geb. den 27. September 1863. Er war ein freundlicher, fröhlicher Knabe, und trotz mancher Hemmung und Beschwerde durch Kränklichkeit waren seine Leistungen in der Schule der Art, dass wir mit guten Hoffnungen auf ihn sahen. Lehrer und Schüler der Anstalt gaben ihm am 26. November das letzte Geleit.

Die gemeinsamen Schulanachten wurden am Montag zur Eröffnung der Schulwoche vom Oberlehrer Jacob, am Sonnabend zum Schlusse der Schulwoche vom Direktor gehalten.

Eine besondere Erwähnung verdienen noch folgende Tage:

Am 2. Juli, dem Tage der Befreiung Colbergs von der Belagerung im J. 1807, war zur Theilnahme an dem Festgottesdienst in der Domkirche und an dem Volksfeste in der Maikuhle von 9 Uhr ab freigegeben.

Am 2. September, dem Tage von Sedan, mussten wir auf eine gemeinsame Feier im Freien, wie wir sie in den Vorjahren gehabt haben, verzichten und uns darauf beschränken, dass die einzelnen Ordinarien mit ihren Klassen Wanderungen durch die Umgegend unternahmen. Besonders der Stadtwald, in dessen Förstereien wir die freundlichste Aufnahme fanden, wurde nach allen Seiten durchstreift; die Schüler mehrerer Klassen, welche nach Cörlin wanderten, wurden in Lustebuhr von Herrn Rittergutsbesitzer v. Kameke, in Fritzow von Herrn Rittergutsbesitzer Schroeder durch die gastfreiste Bewirthung überrascht und erfreut.

Am 25. October feierten Lehrer und Schüler in der Domkirche gemeinsam das heilige Abendmahl.

Am 6. Februar Vorm. 11 Uhr wurde die Feier zum Gedächtnis der Frau Dorothea Krowo in stiftungsmässiger Weise durch Vortrag einer Figuralmusik und Ansprache des Directors begangen.

Am 25. Februar Vorm. 11 Uhr fand die herkömmliche Feier zum Andenken des Colberger Dichters Ramler statt, wobei vom Vorstande des Ramlervereins (Herrn Justizrath Goetsch, Hofprediger Stumpf und dem Unterzeichneten) unter den Concurrizarbeiten der älteren Gymnasialprimaner über das Thema: Wie ist es zu erklären, dass Horaz über seine Bedeutung als Dichter sich so verschieden ausspricht? den Arbeiten der Primaner Otto Haken und Richard Poelchen ein Accessit von je 45 RM. zuerkannt wurde.

Am 3. März wurde unter Leitung des Gymnasial-Gesanglehrers Herrn Springer in der Aula eine musicalische Abendunterhaltung veranstaltet, bei welcher vierstimmige Chorgesänge und Compositionen für verschiedene Instrumente von den Schülern des Gymnasiums und der Realschule vorgetragen wurden. Für einige Sologesänge und Bildung des Streichquartetts hatten uns einige Herren freundlich ihre Mitwirkung gewährt. Die Aula war bis zum letzten Platze gefüllt, und bei einem Gesamtertrage von 150 Mark 70 Pf konnten wir von dem Reinertrage dem Vereine zur Unterstützung unbemittelter Gymnasiasten 60 Mark, dem hiesigen Vereine der Kaiser-Wilhelm-Stiftung 41 Mark 40 Pf. übergeben.

Ueber die im Herbst 1873 und im März 1875 abgehaltenen Reifeprüfungen s. u.

## B. Verfügungen des Königlichen Provinzial-Schulcollegiums.

Vom 17. März 1874: Hinweis auf die Min.-Verf. vom 11. Dec. 1851, wonach Primaner, welche aus ungerechtfertigten Gründen die Anstalt wechseln, erst im fünften Semester ihres Besuchs der Prima zur Abiturientenprüfung zugelassen werden dürfen. — Vom 17. April: Auf den Zeugnissen zur Meldung für den einjährigen freiw. Militärdienst ist nach der Vorschrift der Militär-Ersatz-Instruction auszusprechen, dass der Inhaber sich das Pensum für Untersecunda gut angeeignet habe; die Bescheinigung, dass der Schüler sich bemüht habe, sich die erforderlichen Kenntnisse anzueignen, genügt nicht. — Vom 24. April: Hinweis auf die Verordnung der Königl. Regierung zu Cöslin vom 28. Mai 1873, welche verfügt: 1) Kein Gast- oder Schankwirth darf Kindern, welche das schulpflichtige Alter noch nicht überschritten haben, geistige Getränke verabfolgen, ausser wenn die anwesenden Eltern, Lehrer oder Erzieher dies ausdrücklich verlangen. 2) Kein Gast- oder Schankwirth darf es zulassen, dass Kinder der vorbezeichneten Kategorie, so wie Schüler öffentlicher Schulen, selbst wenn letztere das schulpflichtige Alter bereits überschritten haben, sich in seinem Tanzlocale aufhalten. 3) Zuwiderhandlungen gegen die Verbote ad 1 u. 2 werden mit Geldstrafe bis zu 20 Thlr und im Unvermögensfalle mit verhältnissmässiger Haft geahndet. Bei wiederholter Uebertretung wird gegen den betr. Gast- und Schankwirth das Verfahren auf Entziehung der Concession zum Betriebe der Gast- und Schankwirthschaft nach § 53 der Gewerbeordnung vom 21. Januar 1869 eingeleitet werden. — Vom 24. Juni: Nach Min.-Erl. vom 11. Juni 1874 ist zwischen den verbündeten Staatsregierungen des deutschen Reichs über die gegenseitige Anerkennung der Maturitätszeugnisse der Gymnasien eine Einigung erfolgt, wonach vom Michaelistermin 1874 ab die von ausserpreuss. deutschen Gymnasien ausgestellten Maturitätszeugnisse als den preussischen gleichgeltend anzusehen sind. Zu den gleichmässig zu befolgenden Grundsätzen gehören u. a. folgende: die gesammte Cursusdauer des vollständigen Gymnasiums beträgt mindestens 9 Jahre. Die Aufnahme in die unterste Klasse erfolgt dabei in der Regel nicht vor dem vollendeten 9. Lebensjahre. Bei einem Anstaltswechsel geschieht die Aufnahme eines Schülers nur nach Beibringung eines Entlassungszeugnisses der vorher von ihm besuchten Anstalt und nicht in eine höhere Klasse oder Abtheilung, als danach die Reife bei ihm vorhanden ist. Der Wechsel darf dem Schüler hinsichtlich der ordnungsmässigen Cursusdauer keinen Zeitgewinn einbringen. — Vom 20. November: Aufforderung zu einer Publication über die wichtigen alten Drucke und die Handschriften, welche sich etwa in der Schulbibliothek finden. — Vom 4. Januar 1875: Das Wintersemester ist am 24. März zu schliessen, der Unterricht im Sommersemester am 8. April zu beginnen. — Vom 6. Februar: Vom Programm sind einzusenden 180 Exempl. an das Königl. Unterrichts-Ministerium, 342 Exempl. an das Königl. Prov.-Schul-Collegium in Stettin.

## C. Lehrverfassung.

### I. Lehrpensa.

#### I. Vorschule. Dreijähriger Cursus.

II. Klasse, 2. Abtheilung: 20 Stunden. *Lehrer Bonow.*

Religion: 3 St. Ausgewählte bibl. Geschichten; Liederverse, Sprüche, Gebete, Gebot I — IV. — Deutsch: 7 St. Leseunterricht nach der Schreiblesemethode. — Rechnen: 4 St. Zahlen 1—100, darunter 1—20 allseitig behandelt. — Schreiben: 4 St. Deutsche Currentschrift.

II. Klasse, I. Abtheilung: 24 Stunden. *Derselbe.*

Religion: 3 St. mit 2 combinirt. — Deutsch 7 St. Leseübungen, Wiedererzählen, Lernen kleiner Gedichte. Dazu 3 St. orthogr. Uebungen. *L. Balsanz.* — Rechnen: 5 St. Die 4 Species im Zahlenraume von 1—100. — Schreiben 4 St.

I. Klasse: 25 Stunden. *L. Balsanz.*

Religion: 3 St. Alttest. Erzählungen bis Moses, Festgeschichten, 1. Hauptstück; Sprüche und Lieder. — Deutsch: 9—10 St. Der einfache Satz, Redetheile, insbes. Verhältnisswörter; orthographische Uebungen. — Rechnen 5 St. Die Species im unbegrenzten Zahlenraum; Resolvieren, Reducieren, Addieren mit benannten Zahlen. — Geogr. Vorbegriffe: 2 St. Pommern. Erdtheile, Hauptmeere. *L. Bonow.* — Schreiben: 4 St. Sätze mit deutscher und lateinischer Schrift.

Ausserdem I und II comb. Gesang nach dem Gehör 2 St. *L. Balsanz.*

#### II. Gymnasium.

Sexta: 29 Stunden. Winter: 2 Coetus. Cursus einjährig.

Religion: Alttest. Geschichten nebst Sprüchen; Titel der Bücher des A. T. Hauptstücke I. u. II, von Luthers Katechismus nebst Sprüchen. 8 Kirchenlieder. — Deutsch: Lesen und Nacherzählen kleiner Geschichten, besonders der klassischen Sagen. Erlernen von Gedichten. Alle 14 Tage ein Dictat. Orthogr. Uebungen. Redetheile. Der einfache Satz. Die einfachsten syntactischen Verhältnisse: Subj., Praed., Object und nähere Bestimmungen. — Latein: Coet. A: Die regelm. Formenlehre und Vocabeln nach Schmidt's Elementarbuch bis pag. 72; deutsche Stücke mit Auswahl. Wöchentl. 1 Extemporale. Coet. B: die regelm. Formenlehre bis zur ersten Conjugation nach Schmidt's Elementarbuch. — Geographie: Gestalt und Eintheilung der Erdoberfläche im Allgemeinen. S. Asien. W. Afrika, Amerika, Australien. In jedem Semester Uebersicht von Europa — Rechnen: Die vier Species mit benannten Zahlen im Anschluss an Hentschels Aufgaben. Uebungen im Kopfrechnen. Einiges aus der Bruchrechnung.

Quinta: 32 Stunden. Cursus einjährig.

Religion: Bibl. Geschichten des N. T. nebst Sprüchen. Luthers Katechismus Hauptst. I u. II nebst Sprüchen. 7 Kirchenlieder. — Deutsch: Lesen, Lernen und Declamieren von Gedichten, Nacherzählen von deutschen, griechischen und römischen Sagen. Orthograph. Uebungen, kleine Aufsätze, alle 14 Tage eine schriftl. Arbeit. — Latein: Repetition des Sextanerpensums; unregelm. Verba, Verba deponentia, anomala; Acc. u. Nom. c. Inf., Abl. absol., Participialconstructionen. Schmidt's Elementarbuch von § 16 an, latein. u. deutsche Stücke, letztere mit Auswahl. Wöchentl. 1 Extemporale. — Französisch: Plötz, Elementargrammatik L. 1—60. Wöchentlich abwechselnd Extemp., Dictate oder Exerc. — Geographie: S. Europa, Asien, Afrika. W. Amerika, Australien. — Naturkunde: S. Kurze Beschreibung des Menschen u. Säugethiere. W. Vögel. — Rechnen: Die 4 Species mit Brüchen, Resolution, Zeitrechnung, Reduction, kleine Regeldetri-Exempel.

Quarta: 32 Stunden. Cursus einjährig.

Religion: S. Apostelgesch. W. Erklärung des 2. Hauptst. des Katechismus. Erlernen der 3 letzten Hauptstücke mit steter Benutzung der Heil. Schrift. Sprüche und 5 Kirchenlieder. — Deutsch: Satz- und Interpunctionslehre im Anschluss an das Lesebuch von Hopf und Paulsiek. Orthogr. Uebungen. Anleitung zu Erzählungen; monatl. 2 Aufsätze. Declamationen. — Latein: Corn. Nepos (4 St.): Conon. Iphicr. Chabr. Timoth. Epamin. Hamilcar. Hannibal. Cato. — Gramm. (4 St.): Casuslehre nach Berger § 108—182 mit geregelter Auswahl. Uebersetzen aus F. Schultz. Vocabel-Repet. Wöchentl. 1 Ext. 2 St. nach Siebelis Tirocinium poët. Fab. aus Phaedrus. — Griechisch: Grammatik bis zu den Verbis auf  $\mu$  excl. nach Stier's griech. Elementarbuch; Uebersetzungen und Vocabellernen nach demselben. Wöchentl. 1 Ext. — Französisch:

Plötz, Elementarbuch I. 40—74. Regelm. Conjugation. — Geschichte und Geographie: S. Griechische, W. Römische Gesch. nach Jaeger. Das Wichtigste aus der alten Geographie Europas. Nach Seidlitz Geogr. die nichtdeutschen Länder. — Mathematik und Rechnen: S. Decimalbrüche, Proportionslehre; einfache und zusammengesetzte Regeldetri. W. Buchstabenrechnung, Anfänge der Planimetrie bis zur Congruenz der Dreiecke. Zweiwöchentl. Klassenarb.

Tertia: 32 Stunden. Cursus zweijährig.

Religion: Das Kirchenjahr und die Ordnung des Gottesdienstes in der ev. Kirche. Lectüre des Evang. Lucae. Reformationgeschichte. Wiederholung des Katechismus, der Sprüche und Kirchenlieder. — Deutsch: Interp.-Lehre. Alle drei Wochen ein Aufsatz. Abwechselnd Declamationen und freie Vorträge. — Latein: Gramm. nach Berger: Repet. der Casuslehre; Tempus- und Moduslehre; oratio obliqua. Stilübungen nach Schultz's Aufg.; wöchentl. Ext. Lectüre: Caesar bell. Gall. I—III. Ovid. II, 1—245. III, 1—138, 402—733. V, 338—571, 346—570. VI, 146—400. VII, 1—353. Metrische Uebungen. — Griechisch: Regelm. Formenlehre, die unregelm. Declination und Conjugation; gelegentlich Einzelnes aus der Syntax nach Curtius. Xenoph. Anab. I—IV. Formübungen. Alle 14 Tage ein Extemporale. — Französisch: Plötz II: Lect. 1—23. Lecture: Chrestom. Naturhistor. u. Histor. Stücke. — Geschichte und Geographie: Deutsche Geschichte bis 1648. Geographie von Deutschland, physikalisch und politisch. — Mathematik: S. Gleichungen des ersten Grades mit einer und mehreren Unbekannten, Wortgleichungen; Potenzierung, Radicierung; Repetition der Proportionslehre und deren Anwendung. W. Planimetrie bis zur Kreislehre incl.; analytische Aufgaben. Zweiwöchentl. eine Klassenarbeit.

Secunda: 32 Stunden. Cursus zweijährig.

Religion: S. Geschichte des Reiches Gottes im A. T. W. Das Leben Jesu mit Lectüre der Evangelien im Urtext. — Deutsch: Mittelhochdeutsche Grammatik nach Stier's Material. Lectüre der Kudrun und ausgewählter Gedichte Walter's v. d. Vogelweide. Aufsätze.\*) — Latein: Gramm. nach Berger. Abschnitte aus der Stilistik. Mündliche Uebersetzung aus Seyffert's Uebungsbuch. Sprechübungen. Sallust coniuratio Catilinae. Cicero Orationes in Catilinam IV, pro Rosc. Amer., de imperio Cn. Pompei; privatim Caesar, Abschnitte aus dem bellum civile. Einzelne Abschnitte aus Ovid's Metamorphosen. Virgil. Aeneis V. Abschnitte aus d. Georgica und Eclogen. Wöchentl. ein Exercit. od. Ext. Lat. Aufsätze der älteren Secundaner.\*\*\*) — Griechisch: Syntax nach Curtius. Alle 14 Tage ein Ext. od. Exerc. Herodot VII u. VIII. Homer, die älteren I—VIII (davon 3 Bücher privatim); die jüngeren I—V; privatim Xenophon: Memorabilien I, II u. Abschnitte aus III, die jüngeren aus Xenoph. Anabasis V, VI u. VII. — Hebräisch: Elemente der Formenlehre. Lectüre ausgewählter Abschnitte aus Brückner's Lesebuch. — Französisch: 2 St. A. Plötz II bis Lect. 60. Lect. Franklin zu Ende. B. Plötz II bis Lect. 40. Lect. Chrestomathier. Plötz mit Auswahl. — Geschichte und Geographie: 3 St. Griechische Geschichte. Wiederholung des Wesentlichsten aus der deutschen Geschichte und der Geographie. — Mathematik: Quadratische Gleichungen, Logarithmen. Lehre von der Aehnlichkeit, Ausmessung des Kreises. Trigonometrie. — Physik: Wärmelehre, Electricität und Magnetismus.

\*) Themata: 1. Abend und Nacht (Schilderung nach Schiller's Glocke). 2. Vergleich des Freiherrn von Attinghausen und Gessler's. 3. Metrische Uebung. 4. Das Heer und sein Führer in Wallensteins Lager. 5. Schön ist der Friede, aber der Krieg auch hat seine Ehre. 6. Ansprache eines Feldherrn nach einer verlorenen Schlacht. 7) Welchen Einfluss übt die See auf den Geist und Character ihrer Anwohner? 8. Der Ackerbau als Anfang der Cultur. 9. Weshalb wurde im Alterthume die Strafe der Verbannung so schwer empfunden? 10. Welche Wirkung hat die Erfindung des Schiesspulvers gehabt? 11. Walther von der Vogelweide in seinem Verhältniss zu den Zeitereignissen. 12. Klassenaufsatz.

\*\*) Themata: L. Sergius Catilina ad socios convocatos, qui postularent ut belli condiciones proponeret, orationem habuit. 2. Quibus rebus Xerxes, Persarum rex, patris conatu ad irritum redacto, impulsus sit, ut denuo Graeciae bellum inferret. 3. Xenophon Critiam Alcibiadem eorumque similes suis tantum commodis servientes in consuetudinem Socratis se insinuasce rectene disputaverit, necne? 4. Laus agriculturae. 5. Virgilius in Georgicis saepe poetarum more ornandi causa a rerum ordine declinat.

Prima: 32 Stunden. Cursus zweijährig.

Religion: Kirchengeschichte nach ihren hervorragendsten Erscheinungen. Abschnitte aus dem 1. Corintherbriefe und dem Römerbriefe. Confessio Augustana. Repetitionen. — Deutsch: Literaturgeschichte, Poetik und Metrik, formale Logik, Anfangsgründe der Aesthetik, Aufsätze.\*) — Latein: Tac. Annal. I—III, Germania. — Cic. pro Milone. Horaz: Carm. III, IV; ausgewählte Epoden; Epist. I, 1—10. Zur Privatlectüre und zum Extemporiren Liv. XXIII. Uebungen im freien Vortrage; wöchentl. ein Exercitium oder ein Extemporale; monatlich ein Aufsatz.\*\*\*) — Griechisch: Thucydides I. VI u. VII. Sophocles Antigone. Homer Ilias XVI—XXIV. 1 St. Repetitio-

nen aus der Gramm. u. Extemporalien. — Hebräisch: Repetition und Abschluss der Formenlehre, dazu das Wichtigste aus der Syntax. Lectüre ausgewählter Psalmen und zusammenhängender Abschnitte aus der Genesis -- Französisch: Schütz, Characterbilder aus der franz. Gesch. IV. Gramm. nach Plötz Schulgramm. Extemp. — Geschichte: Neuere Geschichte von 1517 an, Wiederholung der Geschichte des Mittelalters; geographische Repetitionen. — Mathematik: Stereometrie, Trigonometrie, diophantische Gleichungen, Combinationslehre, binomischer Lehrsatz, Reihen; wöchentl. Exemp. — Physik: Schluss der Wärmelehre, Electricität und Magnetismus, Lehre vom Fall.

#### Englischer Unterricht:

Facultativ für Nichthebräer in 2 Abtheilungen mit je 2 Stunden. Secunda: Fölsing, Lehrbuch Th. I. — Prima: Macaulay's Essay über Ranke's Pabste. Shakespeare's Coriolanus. Tales from Shakespeare (Lamb.) Grammatik nach Meffert. Bisweilen schriftliche Uebungen.

\*) Themata: 1. Im engen Kreis verändert sich der Sinn, es wächst der Mensch mit seinen grösseren Zwecken. 2. Uebersicht über die historische Entwicklung der Architektur bis zum Jahre 1200 n. Chr. 3. Philipp von Macedonien und Napoleon I.; eine historische Parallele. 4. Man nimmt so gern Partei in der Geschichte; für wen nehme ich sie in den punischen Kriegen? 5. Welche Nachteile liegen für ein Volk in einem längeren Frieden? (Abit.-Aufs.). 6. Multa petentibus desunt multa; bene est, cui deus obtulit parca, quod satis est, manu. (Hor.). 7. Wie ist es zu erklären, dass Horaz über seine Bedeutung als Dichter sich in so verschiedener Weise ausspricht? (Ramler-Aufs.). 8. Warum soll man das Alter ehren? 9. Worauf gründet sich der Stolz eines deutschen Jünglings auf sein Vaterland? 10. Abit.-Aufsatz.

\*\*) Themata: 1. Male parta male dilabuntur. 2. Cur occisus dictator Caesar aliis pessimum aliis pulcherrimum facinus visus sit, quaeritur (Tac. Ann. I). 3. Non esse opportunissimos situs maritimos urbibus iis, quae ad spem diurnitatis condantur. (Cic. de rep.). 4. Rem publicam Romanam calamitatibus acceptis maiores animos habuisse quam rebus secundis. 5. Bellone an pace clariore fuerint Athenienses. (Klassenaufsatz). 6. Quibus laudibus Horatius poëtas eorumque carmina ornavit. 7. Quibus potissimum rebus factum sit, ut Graeci communi quodam vinculo inter se continerentur. 8. Uter armis Achillis dignior fuerit, Ajax an Ulixes. 9a. Calamitas virtutis occasio. 9b. Thucydidem imperatorem Athenienses in exsilium egere, rerum conditorem revocavere, eloquentiam mirati, cuius virtutem damnauerant.

#### III. Realschule.

Quarta: 32 Stunden. Cursus einjährig.

Religion: S. Einführung in die H. S., Kirchenjahr. Apostelgeschichte. W. Katechismus ganz gelernt, Hauptstück II. und III. erklärt, Sprüche und Kirchenlieder repetiert und neu gelernt. — Deutsch. Interpunctions- und Satzlehre. Dictate und Aufsätze alle 14 Tage. Uebungen im Lesen, Erzählen und Vortragen von Gedichten. — Latein: Grammatik nach Berger: Casuslehre; wöchentl. ein Extemp. od. Exerc. Lectüre: Weller's Herodot XV.—XX. und I.—VII. — Französisch: Plötz, Elementarbuch L. 41—91. Lectüre: Ausgewählte Stücke aus Lüdeking, Französ. Lesebuch 1. Th. Wöchentl. abwechselnd Extemp., Dictate oder Exerc. — Geographie und Geschichte: Europa (mit Ausschluss von Deutschland). S. Griechische Geschichte bis Alexander (incl.), W. Römische Geschichte bis Augustus (incl.) dazu alte Geographie von Griechenland und Italien. — Mathematik: S. Decimalbrüche, Buchstabenrechnung; Anfangssätze der Potenzlehre, Radicierung. W. Planimetrie bis zum Pythagor. Lehrsatz; 3wöch. eine häusliche oder Klassenarbeit. — Rechnen; Einfache und zusammengesetzte Regel-de-tri, Zins-, Ketten-, Disconto- und Rabatt-Rechnung. — Naturkunde: S. Botanik. W. Beschreibung des Menschen; die Wirbelthiere.

Tertia: 32 Stunden. Cursus zweijährig. (Im S. gemeinsam, im W. in zwei Coeten.)

Religion: Biblische Geschichte des Alten Testaments in zusammenhängender Lectüre mit Einschluss ausgewählter Psalmen und ausgewählter Abschnitte. Kirchenlieder. Repetitionen. — Deutsch: Lehre von den Conjunctionen und untergeordneten Sätzen. Lesen und Erklären von Gedichten, besonders von Schiller und Uhland. Aufsätze, kleine Vorträge historischen Inhalts. — Latein: S. Die Casuslehre repetiert, dann das Wichtigste aus der Tempuslehre. Corn. Nepos: Datames, Epaminodas, Pelopidas, Phocion, Timoleon, Cato. Extemp. und andere schriftl. Uebungen. W. Coetus A: Tempus- und Moduslehre. Corn. Nepos: Dion, Iphicrates, Chabrias, Timotheus, Eumenes. Coetus B: Casuslehre rep.; Lect. Hamilcar Coar, Hannibal und Cato. — Französisch: S. Plötz Schulgrammatik 1. 3. Abschnitt. Extemp. Rollin, Alexandre chap. 1—11. W. Coetus A: Plötz 3. und 4. Abschnitt. Rollin, Alexandre chap. 20—30. Privatim: chap. 12—14. Coetus B: Plötz II., Lect. 1—23. Rollin Alex. chap. XI—XIII. — Englisch: A. Tales of a Grandfather von W. Scott. Grammat. und Vocabeln nach Meffert. Extemp. Freie schriftl. und mündl. Uebungen. — Geschichte: S. Deutsche Geschichte bis auf Rudolf von Habsburg; W. bis zum Westphälischen Frieden. — Geographie: Geographie Deutschlands und der angrenzenden Länder.



Mathematik: S. Constructions-Aufgaben und Gleichungen des 1. Grades mit einer und mehreren unbekanntem Grössen. W. Planimetrie nach Kambly bis zu Ende der Aehnlichkeit, Rectification und Quadratur des Kreises. — Rechnen: Zusammengesetzte Regel-de-tri, Zins-, Disconto-, Rabatt-, Ketten-, Spesen-, Gesellschafts-, Mischungs-, Actien-, Gold- und Silberrechnung. — Naturkunde: S. Botanik: Uebung im Bestimmen der Pflanzen. W. Einleitung in die Physik bis zur Luftpumpe.

Secunda: 32 Stunden. Zweijähriger Cursus.

Religion: S. Geschichte des Reiches Gottes im Alten Testament. W. Leben Jesu bis zum Beginn der Leidensgeschichte. Repetitionen. — Deutsch: Schillers Leben und Hauptwerke. Freie Vorträge und Declamation. Dispositionsübungen. Aufsätze.\*) — Latein: Ovid nach Horsting; Caesar B. G. II. III. IV. Gramm. nach Berger. Extemp. — Französisch: Plötz Schulgramm. bis L. 70. Extemp. Vocabeln nach Plötz voc. syst. Histoire de Nap. von A. Dumas als Klassenlectüre; Au coin du feu von Souvestre als Privatlectüre. Uebungen im freien schriftl. und mündl. Gebrauch der Sprache. — Englisch: Gramm. nach Meffert. Extemp. Vocabeln nach Meffert. History of Charles I. etc. (Hume) von Bandow als Klassenlectüre; Tales from Shakespeare (Lamb) als Privatlectüre. Uebungen im freien schriftl. und mündl. Gebrauch der Sprache. — Geschichte: Französische und Englische Geschichte; S. des Mittelalters, W. der Neuzeit. — Geographie: Geographie der aussereuropäischen Erdtheile mit besonderer Berücksichtigung der Handelsbeziehungen. — Mathematik: S. Potenzen, Logarithmen, Reihen, Kettenbrüche, quadratische Gleichungen, geometrische Aufgaben. W. Stereometrie. — Rechnen: Zinseszins- und Rentenrechnung. Wiederholung früherer Pensa. — Physik: Zweiter Theil der Wärmelehre, Magnetismus und Electricität. — Chemie: S. Elemente der Chemie, Metalloide. W. Wasserstoff- und Sauerstoffsäuren; vierteljährl Klassenarbeit. — Naturgeschichte: Botanik, Zoologie (Wirbelthiere).

\*) Themata: 1. Don Carlos, Erzählung nach Schiller. 2. Welche geographische Eigenthümlichkeiten Europas haben dazu beigetragen, den Europäern eine herrschende Stellung auf der ganzen Erde zu verschaffen? 3. Weshalb nennt Don Carlos den König Philipp beweinenwerth? 4. Weshalb vertheidigt sich Johanna von Orleans nicht gegen die Anklage, welche ihr Vater gegen sie ausspricht? 5. Welchen Zweck hat in Schillers euseischem Fest die Anwendung der Griechischen Mythologie? 6. Welchen Einfluss hat der Handel auf die Entwicklung der Cultur geübt? 7. Wallenstein die Stütze und der Schrecken seines Kaisers. 8. Welches Bild giebt uns Wallensteins Lager von der Person des Feldherrn. 9. Geschichte des Max Piccolomini nach Schillers Wallenstein. 10. Was lehrt uns Schiller in den vier ersten Scenen des Schauspiels Wilhelm Tell kennen? 11. Weshalb hat Schiller die Episode von der Armgard der Ermordung Gesslers unmittelbar vorangeschickt? 12. Klassenaufsatz.

Prima: 32 Stunden. Zweijähriger Cursus.

Religion: Kirchengeschichte nach ihren hervorragendsten Erscheinungen. Lectüre des Römerbriefes und der Augustana. Repetitionen, — Deutsch: Neuere Litteraturgeschichte mit näherem Eingehen auf Klopstocks Oden, Lessings Laokoon, Minna von Barnhelm, Emilia Galotti und Göthes Hermann und Dorothea. Dispositionsübungen. Aufsätze.\*) — Latein: Lectüre von Vergil Aeneis II, Sallust coniur. Catil., Cicero orat. in Catil. — Französisch: Horace von Corneille; Britannicus von Racine. Chefs-d'oeuvre épistolaires, Göbel 34. Privatim gelesen und zu Vorträgen benutzt: Les grands faits de l'hist. de France, Schütz IV. Grammatik wiederholt. Extemp., Aufsätze.\*\*\*) — Englisch: Classenlectüre: Macaulay's Hist. of Engl I. Shakespeare's Macbeth. Privatlect: Macaulay's Essay on Lord Clive. Grammatik und Vocabeln nach Meffert. Extemp. und Exerc. Vorträge. Aufsätze.\*\*\*\*) — Geschichte und Geographie: Deutsche Geschichte von 1517–1871. Repetition der englischen und französischen Geschichte und der Geographie Europas. — Mathematik: Gleichungen 3. Grades und allgemeine Eigenschaften der Gleichungen. Erweiterung des früheren trigonometrischen und stereometrischen Pensums. Repetition der analytischen Geometrie und der Kegelschnitte. — Rechnen: Zinseszins- und Rentenrechnung. Repetitionen. — Physik: Lehre von der Wärme, von den parallelen Kräften, Schwerpunkt, Stabilität und Waage. — Chemie: Die leichten Metalle, ausgewählte Abschnitte aus der organischen Chemie, Stöchiometrie.

\*) Themata: 1. Welchen Einfluss hat die Reformation auf die Entwicklung der deutschen Literatur ausgeübt? 2. Welches sind die charakteristischen Unterschiede zwischen dem Petrinischen und dem Paulinischen Abschnitte des apostolischen Zeitalters? 3. Erläuterung der Klopstockschen Ode „die beiden Musen“. 4. Wie unterscheidet sich Klopstocks Dichtungsweise in seinen Oden von der des Volksliedes? 5. Was versteht Lessing unter einem christlichen Trauerspiel und welche Bedenken spricht er dagegen aus? 6. Welche Verdienste haben die beiden ersten sächsischen Kaiser um Deutschland gehabt? 7. Angabe der Disposition in den sechs ersten Abschnitten des Lessingschen Laokoon. 8. Auf welche Weise malt Göthe in Hermann und Dorothea körperliche Gegenstände? 9. Auf welche Weise ist in Lessings Minna von Barnhelm der siebenjährige Krieg dichterisch verwerthet? 10. Warum nannte Lessing seine Emilia Galotti eine bürgerliche Virginia. 11. Abituriententhema.

\*\*) Themata: 1. Traduction (Guerre de Trente-Ans p. Schiller). 2. Quels sont les exploits militaires racontés dans le troisième livre de l'histoire de Charles XII. par Voltaire? 3. Développer le sujet d'Horace, tragédie par Corneille. 4. Fondation du grand empire des Perses par Cyrus (d'après Hérodote). 5. Zopyre. 6. Expédition de Darius contre les Scythes. 7. Procès et destruction de l'ordre des Templiers. 8. Quels sont les traits qui frappent le plus dans le caractère de Luther? 9. Événements principaux de la vie de Napoléon premier jusqu'en 1804. 10. Klassenarbeit.

\*\*) Themata: 1. Ab-Anfs. The Persian wars down to the battle of Plateae. 2. Persecution of the Christians. 4. The Second Punic war. 4. The American war of independence. 5. The gun-powder and its effects. 6. Charles XII. of Sweden and Peter the Great of Russia in the Northern war. 7. Ignatius Loyola and the Jesuits. 8. The Protectorate of Cromwell. 9. The Empress Maria Theresa. 10. Lady Macbeth, a type of ambition. 11. The Peasant war.

## II. Vertheilung der Lectionen unter die Lehrer.

### A. Realschule

| Lehrer.                                  | Ord.  | Prima.                   | Secunda.                             | Tertia.<br>A. u. B.        | Quarta.                                 | Gymn. | Summa.               |
|------------------------------------------|-------|--------------------------|--------------------------------------|----------------------------|-----------------------------------------|-------|----------------------|
| Prof. Dr. Girschner,<br>Prorector.       |       | Chemie 2                 | Physik 2<br>Naturgesch. 2            |                            |                                         | 13    | 19                   |
| Jacob,<br>Oberlehrer.                    | I.    | Religion 2<br>Deutsch 3  | Religion 2<br>Deutsch 3              | Religion 2<br>B Engl. 4    |                                         | (4)   | 20<br>+ Schülerbibl. |
| Steinbrück,<br>Oberlehrer.               |       |                          |                                      |                            | Latein 5                                | 16    | 21                   |
| Dr. Backe,<br>Oberlehrer.                | II.   | Englisch 3               | Latein 4<br>Französ. 4<br>Englisch 3 | A Engl. 4                  |                                         | 4     | 22                   |
| Schieferdecker,<br>Oberlehrer.           | IIIA. | Französ. 4               |                                      | A Latein 5<br>A Französ. 4 | Französ. 6                              | 3     | 22                   |
| Dr. Reichenbach,<br>Ord. Lehrer.         | IIIB. |                          |                                      | B Latein 5<br>B Französ. 4 |                                         | 11    | 20                   |
| Dr. Seelmann-Eggebert,<br>Ord. Lehrer.   |       | Mathem. 5<br>Physik 4    | Mathem. 5                            | A Mathem. 4<br>Rechnen 2   | Rechnen 2                               |       | 22                   |
| Dr. Janke,<br>Ord. Lehrer.               | IV.   |                          | Chemie 2                             | B Mathem. 4<br>Naturk. 2   | Mathem. 4<br>Naturkunde 2               | 9     | 23                   |
| Fleischfresser,<br>Ord. Lehrer.          |       | Geschichte 3<br>Latein 3 | Geschichte 3                         | Geschichte 4<br>Deutsch 3  |                                         | 5     | 21                   |
| Maletzke,<br>wiss. Hilfslehrer.          |       |                          |                                      |                            | Religion 2<br>Deutsch 3<br>Geschichte 4 | 14    | 23                   |
| Meier,<br>Zeichen- u. Elementarlehrer.   |       | Zeichnen 3               | Zeichnen 2                           | Zeichen 2                  | Zeichnen 2<br>Schreiben 2               | 14    | 25                   |
| Springer,<br>Gesang- u. Elementarlehrer. |       | Singen 5 Chorst.         |                                      |                            |                                         | 21    | 26                   |

## B. Gymnasium.

| Lehrer.                                  | Ord. | Prima.                           | Secunda                  | Tertia.                            | Quarta.                                             | Quinta.                               | Sexta.<br>A. u. B.                                              | Vorsch.            | Realkl. | Summa.              |
|------------------------------------------|------|----------------------------------|--------------------------|------------------------------------|-----------------------------------------------------|---------------------------------------|-----------------------------------------------------------------|--------------------|---------|---------------------|
| Dr. Schmieder,<br>Director.              |      | Relig. 2<br>Griech. 7            | Relig. 2<br>(B Engl. 2)  | Relig. 2                           |                                                     |                                       |                                                                 |                    |         | 15                  |
| Prof. Dr. Girschner,<br>Prorector.       | I.   | Deutsch 3<br>Math. 3<br>Physik 2 | Math. 4<br>Physik 1      |                                    |                                                     |                                       |                                                                 |                    | 6       | 19<br>+ Math. Bibl  |
| Dr. Winckler,<br>Oberlehrer.             | III. | Latein 8                         | Gesch. 3                 | Deutsch 2<br>Griech. 6<br>Gesch. 3 |                                                     |                                       |                                                                 |                    |         | 22                  |
| Jacob,<br>Oberlehrer.                    |      | Hebr. 2                          | Hebr. 2                  |                                    |                                                     |                                       |                                                                 |                    | 16      | 20                  |
| Steinbrück,<br>Oberlehrer.               | II.  |                                  | Latein 10<br>Griech. 6   |                                    |                                                     |                                       |                                                                 |                    | 5       | 21                  |
| Dr. Backe,<br>Oberlehrer.                |      | Franz. 2<br>(Engl. 2)            |                          |                                    |                                                     |                                       |                                                                 |                    | 18      | 22                  |
| Dr. Reichenbach,<br>Ord. Lehrer.         |      |                                  | A Franz. 2<br>B Franz. 2 | Franz. 3                           | Franz. 2<br>Latein 2                                |                                       |                                                                 |                    | 9       | 20                  |
| Dr. Janke,<br>Ord. Lehrer.               |      |                                  |                          | Math. 4                            | Math. 3                                             | Naturk. 2                             |                                                                 |                    | 14      | 23                  |
| Dr. Ziemer,<br>Ord. Lehrer.              | IV.  |                                  |                          | Latein 8                           | Religion 2<br>Deutsch 2<br>Latein 8<br>Geschichte 3 |                                       |                                                                 |                    |         | 23<br>+ Lehrerbibl. |
| Dr. Müller,<br>Ord. Lehrer.              | V.   |                                  | B Homer 2                | Ovid 2                             | Griech 6                                            | Deutsch 2<br>Latein 10                |                                                                 |                    |         | 22<br>+ Schülerbib. |
| Fleischfresser,<br>Ord. Lehrer.          |      | Gesch. 3                         | Deutsch 2                |                                    |                                                     |                                       |                                                                 |                    | 18      | 21                  |
| Maletzke,<br>wiss. Hilfslehrer.          | VIB  |                                  |                          |                                    |                                                     | Geogr. 2                              | B Deutsch 3<br>B Latein 10                                      |                    | 9       | 23                  |
| Neumann,<br>wiss. Hilfslehrer.           | VIA  |                                  |                          |                                    |                                                     |                                       | Religion 3<br>A Deutsch 2<br>A Latein 10<br>A u. B Geogr. 3 + 3 |                    |         | 21<br>+ 2 Insp.     |
| Meier,<br>Zeichen- u. Elementarlehrer.   |      | (Zeichnen 2)                     |                          |                                    | Zeichn. 2                                           | Religion 3<br>Zeichn. 2<br>Schreib. 2 | Zeichnen 2                                                      |                    | 11      | 25                  |
| Springer,<br>Gesang- u. Elementarlehrer. |      | Singen 5 Chorst.                 |                          |                                    |                                                     | Rechnen 3<br>Singen 2                 | Rechnen 4+4<br>Schreiben 3+3<br>Singen 2                        |                    | (5)     | 26                  |
| Balfanz,<br>Elementarlehrer.             | I.   |                                  |                          |                                    |                                                     |                                       |                                                                 | I 23<br>II A 3     |         | 26                  |
| Bonow,<br>Elementarlehrer.               | II.  |                                  |                          |                                    |                                                     |                                       |                                                                 | I u. II 2<br>II 24 |         | 26                  |

## D. Statistik der Schüler.

| Schuljahr 1874—75.               | Gymnasium. |     |      |     |    |     | Summa. | Realschule |     |      |     | Summa. | Vor-<br>schule. |     | Summa. | Gesamt-<br>Summe. |
|----------------------------------|------------|-----|------|-----|----|-----|--------|------------|-----|------|-----|--------|-----------------|-----|--------|-------------------|
|                                  | I.         | II. | III. | IV. | V. | VI. |        | I.         | II. | III. | IV. |        | I.              | II. |        |                   |
|                                  |            |     |      |     |    |     |        |            |     |      |     |        |                 |     |        |                   |
| Bei Schluss des vorj. Programms  | 20         | 39  | 45   | 26  | 51 | 58  | 239    | 15         | 18  | 37   | 30  | 100    | 44              | 60  | 104    | 443               |
| Gesammtfrequenz im S.            | 23         | 43  | 38   | 20  | 42 | 71  | 237    | 15         | 22  | 42   | 31  | 110    | 47              | 51  | 98     | 445               |
| Gesammtfrequenz im W.            | 20         | 41  | 33   | 22  | 43 | 65  | 224    | 15         | 19  | 48   | 22  | 104    | 51              | 54  | 105    | 433               |
| Bestand bei Schluss d. Programms | 20         | 40  | 33   | 21  | 42 | 65  | 221    | 15         | 19  | 48   | 22  | 104    | 51              | 54  | 105    | 430               |
| Davon Einheimische               | 7          | 17  | 27   | 9   | 27 | 50  | 137    | 8          | 10  | 28   | 17  | 63     | 42              | 53  | 95     | 295               |
| Auswärtige                       | 13         | 23  | 6    | 12  | 15 | 15  | 84     | 7          | 9   | 20   | 5   | 41     | 9               | 1   | 10     | 135               |

## E. Lehrmittel und Sammlungen.

I. Die Lehrerbibliothek wurde im Anfang des Schuljahrs vom Director Schmieder verwaltet, seit den Sommerferien von Dr. Ziemer.

A. Geschenke des Kgl. Unterrichtsministeriums: Graf Raczyński, Geschichte der neueren deutschen Kunst. 3 Bde. — Wackernagel, das deutsche Kirchenlied. Bd. IV. — Alemannia, Zeitschrift für Sprache etc. des Elsasses. Bd. 1 u. II. — Vom Marienstift in Stettin: Berghaus, Landbuch von Pommern II, V, 31—33; II, VII, 14—18; II, VIII, 1. — Durch Zusendung des Herrn Director Dr. Bonitz: Festschrift zur 3. Säcularfeier des Berl. Gymn. z. Gr. Kloster. 1874.

B. Angeschafft wurden: C. Justi, Winckelmann. — Der deutsch-französische Krieg (Generalstabswerk) I, H. 5, 6, 7. — Ebeling, Lexicon Homericum IX, X. — Conze, Heroen- und Göttergestalten I. — Denkmäler der Baukunst 1—8. — Gibbon, history of the decline and fall of the Roman empire. 12 Bde. — Ewald, Lehrbuch der hebr. Sprache. — Köchly, Biographie Gottfr. Hermann's. — Wiese, höh. Schulwesen Bd. III. — Blass, attische Beredsamkeit. 2 Bde. — Herbst, J. H. Voss. 2 Bde. — Wachsmuth, die Stadt Athen Bd. I. — Th. Mommsen, Röm. Staatsrecht II, 1. — C. Herrmann, biblioth. philol. — Catechism. Rom., Canones et Decreta Concilii Trident. — Köstlin, Martin Luther I. II. — J. u. W. Grimm, deutsch. Wörterb. IV, 1, 6. IV, 2, 8. — Mad. de Racine Oeuvres. — Staël, l'Allemagne. — Montaigne, Essais. — Sainte-Beuve, portraits contemp. 5 Bde. Par. 1871. — Meyer, richt. Gestalt des menschl. Körpers.

C. Die bisher gehaltenen Journale und Zeitschriften wurden weiter bezogen.

II. Die Schülerbibliothek, bestehend in einer Lese- und einer Hilfsbibliothek, nebst der Tintenkasse verwaltet vom Oberlehrer Jacob und Dr. Müller, erfuhr folgende Vermehrung:

A. Die Lesebibliothek erhielt 6 Bde. geschenkt von Hrn. Stud. Paul Haken. Angekauft wurden: Kluge, Geschichte der deutschen Literatur; Müller, Geschichte des deutschen Volks; Giesebrecht, deutsche Kaiserzeit, 3 Bde.; Stacke, Erzählungen aus der neusten Geschichte; Eyth, Wanderbuch eines Ingenieurs, 2 Bde.; Keck, Bilder aus der Weltgesch.; Freytag, Brüder vom deutschen Hause; Werner, Buch von der deutschen Flotte; Beckers Weltgesch., 18 Bde.; Lessings Laokoon v. Cosak; Jeremias Gotthelfs Schriften, 24 Bde.; Die Edda, übers. v. Simrock; Wolfram von Eschenbach, Wilhelm von Orange, übers. v. Simrock; Deutsche Dichter des 16. Jahrhunderts, 6 Bde.; Otfrids Evangelienbuch, übers. von Kelle.

B. Der Hilfsbibliothek wurden geschenkt von Herrn Studiosus Paul Haken 16 Bde.; angekauft wurden 2 Bde. Zusammen 18 Bde.

Die Münzsammlung zählt gegenwärtig 874 Stück. Geschenke für dieselbe sind eingegangen vom Königl. Ministerium 2 Denkmünzen, ferner von:

Hrn. Kfm. Altenburg, Rect. Baldamus, Fr. Lehrer Baltanz (19), Lehrer Bonow, Kfm. Braun, Apoth. Bremer, Postsecr. Darsow, Dr. Fiedler, Lehrer Gaulke (3), Schmiedemstr. H. Gaulke, Clara Gauger, Prof. Girschner (18), Kfm. Herm. Gese (9), Billeteur Hantel (5), Kfm. Will. Hackbarth (21 M., darunter 2 sehr seltene), Fräul. Hallmann, Rend. Horn (17, darunter 1 Doppelthaler), Unteroff. Huwe, Buchhändler Jancke, Dr. Janke, Postsecr. Kohlhoff, Bäckermstr. Wilh. Kroneck, Kfm. Kröning (28), Pastor de Latre (71), Rud. Märklin (35, darunter 9 röm. M.), GL. Maletzke, Rect. Mensch, Dr. Müller, Stud. Neujahr, Stud. Nösske (8), Cand. Neumann, Kämmer. Pröst (7, darunter 1 sehr seltene), Dr. Reichenbach (13), Stud. Salzwedel, Stud. Sachtler (28), Bauführer Schmedding, Büchsenm. Schmeck, Rest. Schmidt, (57), Director Dr. Schmieder, Lehrer Schütz (4, darunter 1 sehr seltene), Gutsbes. Schwartz, Gesangl. Springer, Dr. Seelmann-Eggebert, Fabrikbes. Steger (1 Thr.), Buchbinder Warnke, Dr. Winckler, Förster Wiide (8 seltene M.), Reepschläger Wulff (1 Rubel), Dr. Ziemer (11), Primaner: Bahr (37), Gelpke (94), Jänicke, Krüger, Pölichen, Radel, Röhl (1 Goldmünze), Windelf (14), Secundaner: Bodenstein, Dallmann, Geske, v. Puttkamer (70), Steinkamp, Schulz, Vahl; Tertianer: Frenkel, Hartung (22, zum Theil seltene), Jänicke, Mensch, Meyer, Otto, Pahlow (3, darunter 1 sehr werthvolle), Hug. Pieper, Puttkammer, Richter (10), Sandt, Schäffer (29), Schilling, Steger, Strehlke Zieglitz; Quartaner: Bansemer, Engel, Em. Finger, Kayser, Kliese, Massur, Plato (4), Sägert, Schüler, Starke; Quintaner: Abel (2, darunter 1 sehr werthvolle), v. Clausbruch, Fränkel, Hackbarth, Leitzow (11), Neumann (5), Otto (28), Schüler, Will, Schulz; Sextaner: Hänisch, Hirschfeld, Krohn, Mensch, Will. Müller, Rumland.

III. Mathematisch-physikalische Bibliothek nebst Sammlungen. Dieselben stehen unter Aufsicht des Prof. Girschner. Für die Bibliothek wurden angekauft:

Emsmann, physikal. Vorschule; Quintus Icilius, Physik; Rammelsberg, Chemie; Wiesner, die Rohstoffe des Pflanzenreiches; Schleicher, die Darwinsche Theorie; Darwin, das Variieren der Thiere und Pflanzen; Kröhnke, Curven; v. Sonklar, die hohen Tauern. — Ausserdem Fortsetzungen von Poggendorffs Annalen, des Greifswalder Archivs für Mathematik und Physik, der Stettiner entomolog. Zeitung, der Mittheil. des Greifswalder naturhistor. Vereines.

Für das physikalische Cabinet ist ein feines Stereoskop mit 36 Ansichten aus Tyrol und der Schweiz angeschafft worden; für das chemische Laboratorium eine grössere Zahl Glas- und Porcellansachen, auch wurden die abgängig gewordenen Chemicalien ergänzt.

Für die naturhistorischen Sammlungen wurden mehrere einheimische Vögel ausgestopft. — An Geschenken erhielten dieselben: von Hrn. Lieut. Protz, einem früheren Schüler der Anstalt, einen ausgestopften Falco tinnunculus; von Hrn. Restaurateur Altenburg, ebenfalls unserem früheren Schüler, eine Makrele; vom Prim. Reinke einen schwarzkehligen Taucher; vom Secundaner Riek-Eggebert einen Uhu; vom Secund. Eckardt eine Fleckennatter; vom Secund. Kayser einen jungen Hai in Spiritus und Flossen vom fliegenden Fische; vom Real-Secundaner Steinkamp eine Korallenschlange, eine Arenicola und einen tropischen Scolopender in Spiritus; vom Tertianer Zieglitz zwei Indianerpfefe.

IV. An Musicalien wurden angeschafft: der Liederschatz für Schule und Haus. 2 Thle., herausgegeben von Th. Ballieu in 39 Exemplaren.

## F. Prämien und Beneficien.

1. Aus Etatsmitteln wurden zu Weihnachten 1874 folgende Prämien vertheilt:

Im Gymnasium: I. Lübker, Reallexicon des klass. Alterthums; Freytag, Bilder aus der deutschen Vergangenheit, Bd. III u. IV; Luthardt, Moral des Christenthums; Luthardt Kahnis, Brückner, Vorträge über die Kirche nach ihrem Ursprung, ihrer Geschichte, ihrer Gegenwart; Curtius, Griech. Gesch., Bd. II. — II. Cicero, epp. selectae ed. Süpffe; Horaz ed. Dillenburger; Benseler, Griech.-deutsch. Lexicon; David Müller, Deutsche Geschichte; Ballien, Liederschatz vierst. Chorlieder. — III. Heinichen, Lat.-Deutsch. Lexicon, 2 Ex. — IV. David Müller, Deutsche Geschichte. — V. Stacke, Erzählungen aus der griech. u. röm. Geschichte. — IV. Gullivers Reisen, bearbeitet von Seyffart.

In der Realschule: I. Lewes, Life of Goethe; Vilmar, Deutsche Literaturgeschichte; Springer, Vorträge zur neueren Kunstgeschichte; Lübker, Abriss der Baustile; David Müller, Deutsche Geschichte. — IV. Thibaut, Franz.-Deutsch. u. Deutsch.-Fraez. Lexicon, 2 Ex.; Ballien, Liederschatz vierst. Chorlieder.

In der Vorschule: Becker, Erzählungen aus der alten Welt; Stacke, Erzählungen aus der alten Geschichte; Chr v. Schmidt, Rosa von Tannenburg, die Ostereier, Heinrich von Eichenfels; Gräbner, Robinson; Grimms Märchen; Hey. Speckter, Fabeln, I u. II.

2. Die Befreiung vom Schulgelde wird für 6% der Schülerzahl gewährt, wobei alle stiftungsmässig von Zahlung des Schulgeldes befreiten Schüler mit einbegriffen sind. Die Entscheidung über die Verleihung dieses Beneficiums hat das Curatorium, welches gute Leistungen und gutes Betragen zur Bedingung macht.

3. Der Verein hiesiger Einwohner zur Unterstützung unbemittelter Gymnasiasten und Realschüler wurde vom Unterzeichneten als Vorsitzendem, Herrn Apotheker Munkel als Rendant und Herrn Hofprediger Stumpff als Schriftführer geleitet. Ausser diesen hatte der Verein 118 Mitglieder, die Herren bez. Damen:

Lieut. Andrae, Oberl. Dr. Backe, Rector Baldamus, Dr. Bauck, Lieut. Bauck, Prediger Baudach, Fr. Rent. Beggerow, Fr. Dr. Behrendt, Kfm. Blanck, San.-R. Dr. Bodenstern, Oberst v. Bojan, Kfm. Braun, Apoth. Bremer sen., Apoth. E. Bremer jun., San.-R. Dr. v. Bünau, Sup. Burckhardt, Kfm. Th. Busse, Rent. Christiani, Kfm. Daberkow, Kfm. Däumichen, Fr. Consul Dressler, Kreisger.-R. Dumstrey, Premierlieut. Eckardt, Rent. Eschenbach, Staatsanwalt Fischer, G.-L. Fleischfresser, Steuer.-R. Fleischmann, Fr. Rent. Frank, Tabacks-Fabr. Friedländer, Rent. Gerstenberg, Kfm. Gescke, Stadtrath. Gese, Kfm. Gese, Justitz.-R. Goetsch, Rabb. Dr. Goldschmidt, Oberst von Gründler, Commerz.-Rath Hackbarth, E. F. Hackbarth Söhne, Fr. Justitz.-R. Haenisch, Barbier Häusler, Bürgermstr. Haken, Hauptzollamts.-R. Hellwig, Brauereibes. Hindenberg, San.-R. Dr. Hirschfeld, Obl. Jacob, Fr. Kfm. Jänicke, Buchh. Jancke, Dr. Janke, Post.-Dir. Jordan, Calcul. Kahle, Gastw. Kemp, Fr. Rent. Keser, Kfm. Klein, Phot. Köbecke, Kfm. Kosbahn, Stadtrath Kroneck, Kfm. Kröning, Kfm. Kuhr, Fr. Rent. Kuphal, Kfm. Laars, Prediger de Latre, Ober-Stabsarzt Dr. Lehmann, Consul Lehment, Justitz.-R. Leopold, Hofapoth. Lesser, Kfm. L. Lewinthal, Kfm. M. Lewinthal, Kfm. W. Lewinthal, Rent. Lietzmann, Gutsbes. Lindenhayn, Hptm. Linger, G.-L. Maletzke, Kfm. Marcuse, Rend. Marquardt, Bäumstr. Marten, J. L. Meier, Fr. Rent. Moek, Hptm. a. D. Müller, G.-L. Dr. F. Müller, Rent. Mundt, Gutsbesitzer

Munkel, Instrumentenm. Nessenius, Dr. Nötzel, Kfm. Ockel, Major v. Petery, Justiz.-R. Plato, Fr. Consul Plüddemann, Fr. Rent. Post, Kfm. Raths, Dr. Reichenbach, Schiffsmakler Reinholz, Fr. Consul Reinholz, Lederhändler Reppen, Rend. Richter, Major a. D. Roehl, Obl. Schieferdecker, Fr. Mehlhändler Schmidt, Dr. Schondorf, Fr. Apoth. Schulz, Dr. Seelmann-Eggebert, Kfm. Sengebusch, Ober-Stabsarzt Dr. Starke, Baumstr. Steger, Fabrikbes. Steger, Obl. Steinbrück, Fr. Cond. Steinkamp, Ger.-Dir. Strehle, Garnisonpred. Textor, Stadtrath Voigt, Pred. Wagner, Buchb. Warnke, Obl. Dr. Winkler, Pastor Zander, G.-L. Ziemer, Stadtrath Zunker.

Die Gesamtsumme der Beiträge belief sich auf 63 Thlr. 17 $\frac{1}{2}$  Sgr. Ausserdem wurden dem Unterzeichneten von Hrn. Dr. Hanncke, als er Ostern 1874 nach sechsjähriger Wirksamkeit an dem hiesigen Gymnasium Colberg verliess, zehn Thaler für den Verein übergeben; und von dem Reinertrage des am 3. März d. J. unter Leitung des Hrn. Springer in der Aula gegebenen Concerts sind dem Vereine 60 Mk. zugewendet. Von diesen Mitteln wurde für sieben resp. sechs Schüler das halbe Schulgeld bezahlt und zwei Schülern eine einmalige Unterstützung bewilligt; ausserdem wird zu Ostern jedes Jahres eine Anzahl bedürftiger Schüler mit Schulbüchern ausgestattet. Zu der im Juni stattfindenden Generalversammlung, wo im einzelnen Rechnung gelegt wird, ladet der Vorstand durch die öffentlichen Blätter ein — Allen Mitgliedern und Förderern des Vereins sagen wir auch hier zugleich im Namen der unterstützten Schüler den wärmsten Dank; ebenso den vielen, die durch Gewährung von Freitischen den bedürftigeren unter unsern Schülern den Aufenthalt in Colberg erleichtern.

Da die Wohlthaten des Vereins besonders auch auswärtigen Schülern zu gute kommen, so erlaube ich mir auch an die geehrten Eltern unserer Schüler, welche auswärts wohnen, die Bitte zu richten, dem Vereine ihre Theilnahme zuzuwenden. Er bedarf derselben gegenwärtig um so mehr, als die mit dem 1. Januar 1873 eingetretene Verminderung der Freistellen die Zahl derer, welche seine Beihülfe nöthig haben, vermehrt hat, während die Erhöhung des Schulgeldes auch eine entsprechende Erhöhung der bisher gewährten Unterstützungen wünschenswerth macht.

## G. Reifeprüfungen.

Die Prüfungen fanden unter dem Vorsitz des Herrn Prov.-Schulraths Dr. Wehrmann statt. Die mündlichen Prüfungen wurden bei dem Herbsttermine am 21. u. 22. September v. J. abgehalten, für dieses Semester sind sie auf den 18. u. 19. März angesetzt. Das Zeugnis der Reife erhielten folgende:

| Name.                              | Jahr und Tag der Geburt. | Geburtsort.              | Confession. | Stand des Vaters.        | Dauer des Aufenthaltes |                 | Studium oder gewählter Beruf. |
|------------------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------|--------------------------|------------------------|-----------------|-------------------------------|
|                                    |                          |                          |             |                          | auf der Schule.        | in Prima.       |                               |
| I. Abiturienten des Gymnasiums.    |                          |                          |             |                          |                        |                 |                               |
| Mich. 1. Ludwig Balthasar<br>1874. | 19. Juni<br>1855.        | Crössin<br>b. Regenwalde | ev.         | † Gutsbesitzer           | 7 $\frac{1}{2}$        | 2 $\frac{1}{2}$ | Jura.                         |
| 2. Karl Bernhardt                  | 20. Nov.<br>1855.        | Standemin<br>b. Belgard  | ev.         | Pastor                   | 7 $\frac{1}{2}$        | 2 $\frac{1}{2}$ | Theologie.                    |
| 3. August Buchterkirch             | 17. Mai<br>1853.         | Schivelbein              | ev.         | Brauereibesitzer         | 7 $\frac{1}{2}$        | 2 $\frac{1}{2}$ | Medicin.                      |
| 4. Moritz Moses                    | 19. Januar<br>1856.      | Denzig<br>b. Callies     | jüd.        | Kaufmann                 | 9 $\frac{1}{2}$        | 2               | Jura.                         |
| 5. Georg Sachtler                  | 2. Octbr.<br>1855.       | Cörlin a. d. P.          | ev.         | Vermessungs-<br>Revisor. | 7 $\frac{1}{2}$        | 2               | Philologie.                   |
| II. Abiturienten der Realschule.   |                          |                          |             |                          |                        |                 |                               |
| Mich. Richard Carow<br>1874.       | 31. August<br>1853.      | Eichen<br>b. Neustettin. | ev.         | Guts-<br>Administrator   | 8                      | 2               | Mathematik.                   |

Derselbe erhielt das Prädicat genügend bestanden.

Die Namen der Abiturienten, welche bei der Osterprüfung d. J. das Zeugnis der Reife erhalten haben, werden im nächsten Programme mitgetheilt werden.

Themata der schriftlichen Aufgaben für die Abiturienten des Gymnasiums:

1. Deutsch. Herbst 1874: Welche Gefahren liegen für ein Volk in einem längeren Frieden? — Ostern 1875: Der Spruch: „wem Gott will rechte Gunst erweisen, den schickt er in die weite Welt“ in seiner Wahrheit, aber auch mit der nothwendigen Beschränkung nachgewiesen.

2. Latein. Herbst 1874: *Bellone an pace clariores fuerint Athenienses.* Ostern 1875: *Cur Tacitus dubitat, argentum et aurum propitii an irati dii Germanis negaverint?*

3. Mathematik. Herbst 1874: 1) Ein rechtwinkliches Dreieck hat die Eigenschaft, dass einer der vom Höhenpendikel auf der Hypotenuse gebildeten Abschnitte gleich der nicht anliegenden Kathete ist; ausserdem ist die Länge der Hypotenuse gegeben. Man construirt dieses Dreieck und berechne trigonometrisch die Grösse seiner spitzen Winkel. 2) Die Unbekannten aus folgenden Gleichungen zu finden:  $4xy - \frac{7785}{xy} = 7$  und  $x + y = 14$ .

3) Von einem Dreieck sind die Winkel und der Umfang (= U) gegeben; wie gross sind die drei Seiten desselben und sein Inhalt? (Zahlenbeispiel: U = 13000 m., A =  $42^{\circ} 17' 30''$ , B =  $63^{\circ} 39' 40''$ ). 4) In die obere Grundfläche (Radius = r gegeben) eines quadratischen Cylinders ist ein Quadrat eingeschrieben und auf diesem steht eine Pyramide, deren Seitendreiecke gleichseitig sind. Alles ist aus Metall und wird in eine Kugel umgegossen. Wie gross ist der Radius der Letzteren? — Ostern 1875: 1) Auf der Peripherie eines Kreises sind zwei Punkte gegeben; man soll einen dritten finden, welcher die Eigenschaft hat, dass die beiden von ihm nach den gegebenen Punkten gezogenen Sehnen sich wie zwei gegebene grade Linien verhalten. — 2) Zur Bestimmung einer Strecke B, welche nur gegen die Mitte hin zugänglich ist, hat man von einem Punkte C der zugänglichen Stellung die Strecke CD = a abgesteckt und dann die Winkel  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  gemessen, wie gross ist AB? (Zahlenbeispiel:  $\alpha = 312$  m.,  $\alpha = 28^{\circ} 17' 30''$ ,  $\beta = 26^{\circ} 15' 42''$  und  $\gamma = 83^{\circ} 25' 38''$ .) 3) Die Grundflächen eines geraden Prismas bilden gleichseitige Dreiecke, seine Höhe ist gleich dem Umfange eines der letzteren und auf der oberen steht ein regelmässiger Tetreder; wie gross ist der Inhalt dieses zusammengesetzten Körpers, wenn eine Seite der Grundfläche als Prisma = a gegeben ist — 4. Die Unbekannten aus folgenden Gleichungen zu finden:  $3(x + y)^2 - 8 - 4y = 300 + 5x + 5y = 2^3$ .

Themata der schriftlichen Aufgaben für die Abiturienten der Realschule.

Ostern 1875. 1. Deutsch: Weshalb ist Göthes Hermann und Dorothea eine nationale Dichtung zu nennen?

2) Französisch: *Événements principaux du règne de Louis quatorze.*

3. Mathematik: 1) Ein Gefäss kann durch zwei Röhren gefüllt werden; die eine giebt stündlich 9 Liter, die andere braucht eine Stunde länger, um das Gefäss allein zu füllen, als beide zusammen. Wenn nun nach n Stunden, während welcher beide geöffnet waren, noch a Liter fehlen, wie lange müssen beide geöffnet sein, um das Gefäss zu füllen; wie viel Liter giebt die zweite Röhre stündlich, und wie viel Liter enthält das Gefäss? Beispiel:  $q = 4$ ,  $n = 5$ ,  $a = 13$ . 2) Es soll mit Hülfe der analytischen Geometrie bewiesen werden, dass in jedem Dreieck sich die drei Höhen stets in einem Punkte schneiden. 3) Von einem Dreieck sind die Radien der drei äusseren Berührungskreise gegeben. Man sucht den Radius  $q$  des eingeschriebenen Kreises, den Inhalt des Dreiecks, die Seiten und Winkel. Beispiel:  $q_1 = 180$  m.,  $q_2 = 20$  m.,  $q_3 = 54$  m. 4) Wie gross ist die Oberfläche und der Inhalt einer Kugel, wenn das derselben eingeschriebene regelmässige Tetraeder die Kante  $a = 2$  m. hat?

4. Physik. 1) Es soll die Gleichung der Wurflinie  $y = x \tan \alpha - \frac{g x^2}{c^2 \cos^2 \alpha}$  entwickelt und folgendes Bei-

spiel gerechnet werden: Eine Leuchtugel wird unter dem Elevationswinkel  $\alpha = 5^{\circ}$  mit  $c = 375$  m. Geschwindigkeit auf hoher See abgeschossen. Wie lange, wie weit und wie hoch fliegt dieselbe. Die Intensität der Schwere  $2g \approx 9,81$  m. 2) Um die Temperatur eines Ofens zu bestimmen, legt man eine Platinkugel in denselben und wirft sie, nachdem sie die Temperatur des Ofens angenommen hat, in's Wasser. Ihr Gewicht beträgt 100 Gramm, das Gewicht des Wassers 1 Kilogramm. Die Temperatur des Wassers wird durch die Aufnahme von Wärme aus dem Platin von  $5^{\circ}$  C. auf  $10^{\circ}$  C. erhöht. Wie hoch war die Temperatur des Ofens? Die spezifische Wärme des Platins zwischen  $0^{\circ}$  und  $1600^{\circ}$  ist  $\alpha = 0,0398$ .

5. Chemie. 1) Das Quecksilber. (Vorkommen, Eigenschaften, Darstellung, wichtigste Verbindungen.) 2) Stöchiometr. Aufgabe dazu: Wird Na Cl mit zwei Aequivalenten englischer Schwefelsäure zusammengebracht und das Gemenge erwärmt, so entweicht Chlorwasserstoffsäure und es bleibt ein Doppelsalz aus HO + SO<sub>2</sub> und NaO + SO<sub>2</sub> zurück. — Wie viel Liter HCl erhält man bei  $0^{\circ}$  und 0,760 m. Barometerstand? Wie viel aber bei  $+ 18^{\circ}$  C. und 0,736 m. Barometerstand. (Spec. Gewicht von HCl = 1,259.)

## H. Oeffentliche Prüfungen.

### **Dinstag, den 23. März, Vormittags von 8—12 Uhr.**

Quinta: Latein GL. Dr. Müller.

Quarta gymn.: Geschichte GL. Dr. Ziemer.

Tertia gymn.: Latein Obl. Dr. Winckler.

Quarta real.: Mathematik Dr. Janke.

Tertia real.: Coet. B. Englisch Obl. Dr. Jacob.

Coet. A. Französisch Obl. Schieferdecker.

### **Nachmittags von 3—5 $\frac{1}{2}$ Uhr.**

Die Vorschule. Zweite Klasse (C. u. B.) Lesen, Rechnen. Lehrer Bonow.

Erste Klasse (A.): Deutsch und Rechnen. Lehrer Balfanz.

Sexta: Coet. A. und B. Geographie, Latein. Wiss. Hilfslehrer Neumann.

### **Mittwoch, den 24. März, Vormittags 8—10 Uhr.**

Secunda real.: Latein. Obl. Dr. Backe.

Secunda gymn.: Griechisch. Obl. Steinbrück.

Prima real.: Geschichte. GL. Fleischfresser.

Prima gymn.: Deutsch. Prof. Girschner.

Vorträge und Gesänge werden eingelegt. Die von den Schülern angefertigten Zeichnungen liegen im Zeichensaale neben der Aula aus.

Hieran schliesst sich die Entlassung der Abiturienten durch den Director.

### **Schluss des Schuljahrs und Aufnahme neuer Schüler.**

Mittwoch, den 24. März werden im Kreise der Schule die Versetzungen bekannt gemacht und damit das Schuljahr geschlossen. Das neue beginnt Donnerstag, den 8. April Vorm 10 Uhr.

Die Prüfung und Aufnahme neu eintretender Schüler findet durch den Unterzeichneten und die Lehrer der betreffenden Klassen für die Vorschule, Sexta und Quinta am Dinstag, den 6. April, für die übrigen Klassen am Mittwoch, den 7. April, von 9 bis 11 Uhr Vorm. im Conferenzzimmer des Gymnasiums (eine Treppe hoch) statt. Vorherige mündliche oder schriftliche Anmeldung ist mir erwünscht, besonders für die Schüler, welche in höhere Klassen einzutreten wünschen. Die angegebenen Tage und Stunden bitte ich einzuhalten. — Die anzumeldenden Schüler haben eine Bescheinigung über geschehene Impfung resp. Revaccination, ein Zeugnis über den bisher genossenen Unterricht und eine schriftliche Angabe über Namen, Geburtstag, Stand und Wohnort des Vaters bez. hiesige Wohnung mitzubringen; ausserdem Feder und Papier.

Ich mache bei dieser Gelegenheit darauf aufmerksam, dass zur Aufnahme in die Sexta nach höheren Verfügungen Vollendung des neunten Jahres erforderlich ist; es werden daher auch in die Vorschule nur Knaben, die das sechste Jahr vollendet haben, aufgenommen. Für die Vorschule bedarf es gar keiner Vorkenntnisse; das Latein wird in Sexta, das Französische in Quinta, das Griechische in Quarta, das Englische in Realtertia angefangen, und es ist durchaus nicht nöthig, ja nicht einmal erwünscht, dass die Knaben, welche mit dem Anfange des Schuljahrs zu Ostern eintreten, vorher Unterricht in diesen Sprachen empfangen. Ueberhaupt ersuche ich die geehrten Eltern unserer Schüler, denselben nur nach Rücksprache mit mir oder dem Klassen-Ordinarius Privatunterricht ertheilen zu lassen. Die Schüler aller Klassen erhalten vierteljährlich eine Censur, welche sie bei Beginn des neuen Vierteljahrs von dem Vater unterschrieben dem Ordinarius vorzulegen haben.

Auswärtige Schüler sind nach unserer höheren Orts bestätigten Disciplinarordnung in eine nach des Directors Ermessen geeignete Wohnung und Kost zu geben. In Wirthshäusern zu wohnen ist unzulässig. Ich bin bereit, geeignete Pensionen nachzuweisen, und mancherlei Erfahrungen veranlassen mich, hier noch besonders hervorzuheben, dass von einer guten Unterbringung der Kinder, von ausreichender Verpflegung und gewissenhafter, verständiger Beaufsichtigung das ganze Gedeihen und auch ihr Vorwärtskommen in der Schule wesentlich abhängen muss.

**Dr. P. Schmieder.**