Programm

des

Friedrich-Wilhelms-Gymnasiums

zu Königsberg in der Neumark,

mit welchem zur

öffentlichen

Prüfung der Schüler

am 6. April

im Namen des Lehrer-Collegiums ergebenst einladet

der Director

Dr. C. W. NAUCK.

Inhalt:

Königsberg i. d. N. 1854.

Druck von *J. G. Striese.*

Ueber die Theorie der Parallel-Linien.

Zweite Abhandlung, mit zwei Lösungen.

§ 1.

In einem früheren Programm (von 1846) gab ich einen Aufsatz über die bekannte Schwierigkeit in der Theorie der Parallel-Linien. Eine möglichst ausführliche Arbeit über dies Problem, die mich damals beschäftigte, sollte bald nachfolgen; sie ist indess durch mancherlei Umstände unterbrochen worden und unvollendet geblieben. Seitdem ist der Gegenstand in Lehrbüchern und in Monographien wieder mehrfach zur Erörterung gekommen, ein Beweis seines fortwährenden Interesses. Auch hier soll derselbe wieder aufgenommen und, wenn auch für jetzt nur nach einigen Hauptseiten, in der früher versuchten Weise weiter geführt werden.

In dem erwähnten Aufsatze ordnete ich die verschiedenen Wege, welche zur Lösung der Schwierigkeit eingeschlagen werden können und eingeschlagen worden sind, in *fünf* Classen, welche, weil im Folgenden öfters auf sie zu beziehen ist, hier kurz wiederholt werden. Nach dieser Eintheilung werden unterschieden:

1) *diejenigen* Versuche, in welchen etwas der rein geometrischen Betrachtungsweise mehr oder weniger *Fremdartiges* in den Beweisen zu Hülfe genommen wird, und zwar:
   - *a)* der sogenannte Satz vom *zureichenden Grunde*,
   - *b)* der Begriff des *unendlich Kleinen*,
   - *c)* die *Drehung*;

2) *diejenigen*, in welchen der Beweis *überhaupt nur annäherungsweise* gegeben werden soll;

3) *diejenigen*, in welchen *andere Erklärungen* als die Euklidischen zu Grunde gelegt werden;

4) *diejenigen*, in welchen ein *anderes Axiom* an der Stelle des 11. Euklidischen aufgestellt wird; endlich

5) *diejenigen*, in welchen man das *Euklidische Axiom selbst* (als *Lehrsatz*), oder irgend einen *andern Satz*, welcher die Schwierigkeit hebt, *unmittelbar* streng zu *erweisen* sucht.

In Betreff der *ersten beiden* Classen gab der erwähnte frühere Aufsatz eine allgemeine kritische Beleuchtung der dahin gehörenden Verfahrungsweisen; für die *drei letzten* Classen aber, — als *Grundlage* einer strengen Beweisführung auf den hier einzuschlagenden Wegen, — den Versuch einer *consequenteren Ableitung* der ersten geometrischen Begriffe, ausgehend von der Anschauung des Raumes überhaupt, und seiner Begrenzung im Besondern; endlich zum Schluss die vorläufige Andeutung eines *Beweisganges*, (— unter den verschiedenen hier möglichen, —) wie er nach weiterer Fortführung jener Ableitung mit vollkommener Consequenz sich würde in der Weise der aufgestellten *vierten Classe* nehmen lassen, d. h. eines Beweisganges mit Aufstellung eines andern, *einfacheren Axioms*, *) auf welches dann zugleich der Beweis des anstössigen Euklidischen Axioms sich gründet. Denn dies letztere muss in dem Sinne dieser 4. Classe (— so wie auch der 3. und 5. Cl. —) als *Lehrsatz* aufgestellt werden.

§ 2.

In der Behandlung dieses ganzen Problems leitet mich nämlich die Ueberzeugung, dass seine Schwierigkeit einerseits, so wie andererseits die häufige Unklarheit und das Misslingen der Versuche seiner Lösung ihren letzten Grund haben in dem Mangel scharfer Fassung der ersten Begriffe in der Raumlehre und ihrer *consequenten Ableitung*. Die Erklärungen bei *Euklid* sind eben deshalb leichter dem Vorwurf einer gewissen Unbestimmtheit blossgestellt, weil sie, aus der zusammenhängenden Entwicklung abgelös't, *vereinzelt* aufgeführt werden. Ist jener Mangel beseitigt, — und es kommt eben darauf an, denselben in der Weise strenger und consequenter Ableitung zu beseitigen, — dann muss der Weg angebahnt sein, auf welchem *jede* der aufgestellten *beiden vorletzten* Verfahrungsweisen eine vollkommene Lösung giebt. Denn sind die Erklärungen *bestimmt* und in *angemessener Form* **) gegeben, werden darauf die in denselben liegenden Elemente *richtig* und *vollständig* ***) herausgehoben: dann wird sich eben o wohl

a) eine *bestimmtere*, zur Lösung des Problems vollkommen ausreichende *Erklärung der Parallel-Linien*, an der Stelle der etwas unbestimmten Euklidischen, ergeben, d. h. eine Lösung nach der 3. Classe, als auch

b) die Aufstellung eines *neuen*, zur Lösung führenden *Grundsatzes*, — der sich freilich nur als das *einfachere Element* in dem bekämpften Euklidischen Axiom ergeben wird, — rechtfertigen, als Lösung nach der 4. Classe.

In dem gegenwärtigen Aufsatze soll deshalb besonders der Begriff der „*Richtung*", als desjenigen Moments in der geraden Linie, wodurch sie eben zu einer *geraden wird*, und welches bei dem behandelten Problem ganz besonders in Betracht kommt, da es auch ein wesentliches Moment in dem Begriff der (geraden) Parallel-Linien ausmacht, untersucht und erläutert, und eine hierauf gestützte, vollkommen strenge Lösung nach der obigen 3. *Methode* gegeben werden.

Ebenso wird hieraus das oben erwähnte *einfachere Axiom* mit den darauf gestützten Lehrsätzen, wie sie bereits in dem frühern Programm p. 17 aufgestellt worden sind, ihre letzte Begründung erhalten, †) als Lösung nach der 4. *Methode*.

---

*) *Aufgestellt* ist dies Axiom auch sonst schon, aber nicht *streng abgeleitet*.

**) „In *angemessener* Form" d. h. es müssen aus ihnen mit Sicherheit weitere Folgerungen für die Raumlehre sich ableiten lassen.

***) In dem unvollständigen Herausheben dessen, was in der Erklärung, namentlich der geraden L., schon gegeben ist, finde ich den hauptsächlichsten Mangel in der Bearbeitung dieses Problems; zum Theil sind auch die Erklärungen in mangelhafter Form gegeben.

†) Weshalb dann das Euklid. Axiom selber in die Reihe der Lehrsätze tritt.

§ 3.

Die Beweisarten der von mir aufgestellten *ersten Classe* sind in dem frühern Aufsatze ausführlich beurtheilt worden. Ich bemerke hierzu noch Folgendes.

a) Der sogenannte *Satz vom zureichenden Grunde*, nur *streng logisch* angewandt, hat natürlich auch in der mathematischen Beweisführung seine volle Berechtigung. Nur in seiner *unlogischen Anwendung* liegt das Ungenügende der auf ihn gestützten Beweise. In dem frühern Aufsatze p. 7 ist eben gezeigt worden, dass in der Schlusskette des Beweises das nothwendige *Mittelglied* übersprungen wird, oder, was hier dasselbe sagt, *unbewiesen* gelassen ist; es würde ihn *dort* also richtiger der Name des Satzes „*vom unlogischen Grunde*“ charakterisiren.

b) Der Begriff des *unendlich Kleinen* widerstrebt nur der *eigenthümlichen Euklidischen, elementaren* Methode, welche die Beweise über Gleichheit von Raumgrössen nur aus der Betrachtung *begrenzter* Linien oder *geschlossener* Figuren hervorgehen lässt. (Vergl. hierüber a. a. O. p. 8, und die Anmerkung p. 16.) Im Uebrigen hat er auch in der Geometrie seine Berechtigung.

c) Auch die Beweise nach der sogen. *Drehungstheorie* sind *an sich* nicht zurückzuweisen. Aber, — wie a. a. O. p. 9 und 10 gezeigt worden, — auch hier wird ein nicht bewiesener Mittelsatz stillschweigend vorausgesetzt, welcher, würde er bewiesen oder als Grundsatz angenommen, *für sich allein* schon zur Lösung der Schwierigkeit genügt, ohne des Experiments des Drehens zu bedürfen.

Also weder ein *richtiges* Schliessen nach dem Satz vom zureichenden Grunde, noch die Betrachtungsweise vermittels des Drehens ist in der Geometrie zu verwerfen, noch widerstreitet beides der strengen Euklidischen Methode.

Die Beweisarten der zweiten Classe, — welche vor dem wirklich erreichten Ziele *abbrechen müssen*, — werden ebenso, wie diejenigen der beiden vorletzten, das ihnen zur vollgültigen Lösung Mangelnde erst aus der genauern Erörterung über den Begriff der Richtung, der geraden Linie, des geradlinigen Winkels und der parallelen Linien gewinnen können.

Aus diesen Andeutungen wird zugleich der Grund meiner Classification erhellen, die sonst (— z. B. von *Voit*, dessen Eintheilung auch *Sohnke* bei seiner ausführlichen Beurtheilung in der Encyclop. von Ersch und Gruber zu Grunde legt, —) zum Theil anders aufgestellt zu werden pflegt.

§ 4.

Richtung. Gerade Linie.

Die Entwickelung der Begriffe *Richtung* und *Linie* aus der Anschauung des Raumes überhaupt ist bereits in dem früheren Aufsatze gegeben. Hier soll „*Richtung*“ und „*gerade Linie*“ näher untersucht, und die letztere aus der Vergleichung mit ihrem Gegentheil weiter bestimmt werden.

1. An einer *begrenzten Linie* ist *Viererlei* zu unterscheiden: *a)* ihr Anfangs- und Endpunct; *b)* die Lage ihrer Theile zu einander; *c)* ihre Grösse, d. i. Länge; *d)* ihre Stelle im Raume. Anfangs-, Endpunct oder Länge kann eine gerade mit einer krummen L. gemein haben. — An der *unbegrenzten* verschwindet der Anfangs- und der Endpunct; auch tritt deshalb ihre

Grösse nicht *in die Anschauung*. (Andere mögliche gemeinsame Puncte beider liegen hier ausser der Betrachtung.)

2. *Von der Lage ihrer Theile hängt es ab, ob sie eine gerade oder eine krumme Linie ist;* auch wird durch sie ihre Stelle im Raume mit bestimmt.

Nach Euklid ist eine *gerade L.* die, welche zwischen den in ihr befindlichen Puncten *einerlei Lage hat;* eine krumme die, deren kein Theil gerade ist, d. h. wo *nirgend einerlei* Lage ist.

Der Ausdruck *„Lage“* ist offenbar etwas unbestimmt; bezeichnender ist *„Richtung“*, und die Erklärung wird durch Substituirung dieses Ausdrucks präciser. Wollte man einwenden, was *„Richtung“* sei, wisse man nicht, das müsse erst bestimmt werden, — so ist doch dasselbe von *„Lage“* ebenfalls zu sagen. Es ist gerade das Unbestimmte, Vage in dem Ausdruck *„Lage“*, wodurch es sich der Forderung, erklärt zu werden, leichter entzieht, während von dem bestimmten: *„Richtung“* eine Erklärung verlangt wird. Zunächst aber und vor Allem ist bestimmter, bezeichnender Ausdruck erforderlich, dann erst wird die Erklärung in Betracht kommen.

Nun kann aber die *Lage* zweier Puncte zu *einander* doch nur gemäss der *geraden* Linie zwischen ihnen, also nach ihrer *geradlinigen* Stellung, als geradlinige Lage verstanden und angeschaut werden; wollte ich zwischen ihnen eine *nicht gerade* L. denken, so tritt wenigstens noch ein *dritter* Punct zwischen jenen mit in die Anschauung, und zwar so, dass nun wieder nur die *geradlinige* Lage zweier Nachbarspuncte zu einander angeschaut wird.

Diese — wirklich gedachte — *geradlinige* Lage der Puncte zu einander ist aber durch *„Richtung“ bestimmt* und *klar ausgesagt,* — mit *„Lage“*, genau betrachtet, eigentlich auch *gemeint,* aber unsicherer, unklarer bezeichnet.

„Richtung“ und *„gerade“* sind in der Raumanschauung ursprünglich und unmittelbar gegebene Begriffe, wie in dem frühern Programm gezeigt worden, sie sind schon in dem Raume überhaupt in seiner Unbegrenztheit gesetzt, werden nicht erst durch (fortschreitende) Begrenzung desselben gewonnen. Sie bezeichnen *wesentlich* dasselbe, und es könnte nur etwa, was freilich keine Definition giebt, der eine Begriff durch den andern erklärt werden:

„Richtung“ ist der *geradlinige* Weg, welchen eine Raumgrösse nimmt oder nehmen soll; (vergl. a. a. O. p. 13. 15. 16.) *„Geradlinig“* ist aber, was in allen seinen Theilen *dieselbe Richtung* hat. (Ebendas.)

Von dem Begriff der *Entfernung* auszugehen, wie *H. Erb,**) führt auch nicht weiter, denn *„Entfernung“* ist wieder nur der *geradlinige* Abstand, setzt überdies ausser dieser geradlinigen Richtung noch ein *zweites Moment,* die *Grösse* (Länge), ist also schon ein zusammengesetzter Begriff.

Also: *einerlei,* d. i. *eine und dieselbe Richtung* zwischen allen ihren Puncten charakterisirt die gerade Linie,**) und *unterscheidet* sie von der nicht geraden, deren unterscheidendes Charakteristikum eben die *Negation* des Geraden ist.

3. Wenn eine Linie ihre vorhergehende Richtung *nur in gewissen,* — also *discret* lie-

---

*) Die Probleme der geraden Linie, des Winkels und der ebenen Fläche. 1846. Die Schrift hat übrigens das Interessante, dass sie durch elementar entwickelte, *analoge Definitionen* die Ellipse, Hyperbel und gerade Linie in nahe Beziehung setzt.

**) Diese Erklärung verlangt, dass man Puncte in einerlei Richtung denken könne, und hängt so zusammen mit dem 1. *Postulate bei Euklid.*

genden Puncten ändert (negirt), heist sie eine *gebrochene* Linie, und jene Puncte sind ihre Eck- oder Scheitelpuncte; zwischen je zweien derselben, die auf einander folgen, behält sie eine und dieselbe Richtung, ist zwischen ihnen *gerade Linie.* Aendert eine Linie in *jedem* Puncte *stätig* ihre Richtung, so heist sie eine *krumme.*

Beide Arten von Linien haben also nicht (eine) *Richtung,* sondern (verschiedene) *Richtungen;* die gerade Linie hat dagegen immer nur *Eine,* in sich *unverändert gleiche Richtung.*

Anmerk. *Ob* eine solche krumme Linie möglich, und *wie* sie zu construiren ist, kann hier noch dahingestellt bleiben, da es sich nicht eigentlich um die Erklärung der krummen sondern der geraden handelt; — indess würde die *genetische* Erklärung des *Kreises* Beides für einen bestimmten Fall darthun. Bei *Euklid* wird diese genetische Erklärung durch sein *drittes Postulat* ersetzt. Denn durch die Aufstellung eines Postulats überhaupt wird ausgesprochen, dass die Möglichkeit des Geforderten, sowie zugleich die Art seiner Ausführung *von selbst* einleuchtet.

Ebenso kann die Betrachtung noch unterbleiben, dass eine solche *stätig* ihre Richtung ändernde krumme L. eigentlich doch *keine* Richtung im Raume *wirklich vollzieht* und vollziehen darf; denn das gäbe immer eine, wenn auch noch so kleine, gerade Linie, und bestätigt nur, dass eine räumlich wirklich *vollzogene Richtung* immer nur als *gerade* gemeint ist.

4. Ist also von *„der Richtung"* (im Singular) einer Linie die Rede, so sagt das schon aus, dass in *allen Theilen derselben,* auch bei unbegrenzter Verlängerung, nur *eine und dieselbe* Richtung gesetzt ist.

5. *Die Richtung einer* selbst unbegrenzten, *geraden Linie ist folglich schon durch den kleinsten Theil derselben,* oder auch *durch zwei* noch so nahe (— jedoch *discret* gesetzte —) *Puncte* in ihr, *vollkommen bestimmt**) und für ihren *ganzen Verlauf* gegeben, — *darf also an keiner Stelle derselben wieder in Frage gestellt werden.*

Es schien diese genauere Erörterung an der Stelle, weil oft Unklarheit gerade daraus entstanden, dass, nachdem die Richtung einer geraden Linie bereits bestimmt worden oder gegeben war, man — genauer besehen — wirklich noch einen besondern Beweis verlangte, dass sie in ihrem weitern Verlauf *auch noch dieselbe* Richtung habe, — was dann noch auf anderem Wege, als eben aus der *Erklärung* der geraden Linie *selbst* darzuthun freilich ebenso unmöglich ist, als wenn man etwa bei einem *gegebenen* gleichschenkligen Dreieck im Laufe der Demonstration erst noch *erweisen* wollte, (— anders nämlich als aus der Hypothesis, —) *dass die Schenkel wirklich gleich sind.*

6. Die Richtung jeder begrenzten geraden Linie kann zwar *doppelt angeschaut* werden: von ihrem Anfangspunct zu ihrem Endpunct, oder umgekehrt; dies sind hier aber *nicht verschiedene Richtungen* derselben Linie, sondern nur die *entgegengesetzten Wege* einer und derselben Richtung; und sie sollen im Folgenden, um alle Unklarheit zu vermeiden, auch stets auf diese Weise unterschieden werden. Ebenso kann in jeder begrenzten oder unbegrenzten Linie von irgend einem Puncte *innerhalb* derselben ihre Richtung nach zwei entgegengesetzten Seiten hin betrachtet werden, welche verschiedene Seiten im Folgenden ihre *entgegengesetzten Arme* genannt werden sollen.

*) Weshalb die stätige Verlängerung einer gegebenen Linie bei *Euklid* durch sein *zweites Postulat gefordert,* — *nicht* durch eine Aufgabe *gelehrt* wird.

§ 5.

Abhängigkeitsverhältniss zwischen Winkelgrösse und Schenkelrichtung.

Aus den obigen Erläuterungen ergeben sich folgende Sätze:

1. Haben zwei gerade Linien einen Punct gemein, so bilden sie *bei gleicher* Richtung *eine und dieselbe gerade Linie*, (haben also alle Puncte gemein,) — *bei verschiedener Richtung* einen *Winkel*, der also entsteht und wächst *mit* und *durch* die Richtungsverschiedenheit jener L.

2. Nur durch diesen *Winkel* wird die Richtungs*verschiedenheit* beider Linien, — sowie durch sein *Verschwinden* (— bei dem Zusammenfallen beider L. in eine einzige gerade —) ihre Richtungs*gleichheit unmittelbar* erkannt und ist *unmittelbar* gegeben; und es kann *für jetzt* Verschiedenheit oder Gleichheit der Richtung nur in den unter 1. genannten Fällen behauptet werden, nämlich *jenes*, wenn sich zwei gerade Linien schneiden, *dieses*, wenn sie mit allen ihren Puncten (nöthigenfalls verlängert) in einander fallen.

3. Die *Grösse* eben *jenes Winkels* ist auch das *Maass* für die *Grösse* der *Verschiedenheit* der Richtungen beider sich schneidenden Linien, und umgekehrt.

Denn zunächst ist klar: Haben zwei Winkel *einen* Schenkel gemein, so liegen die beiden andern Schenkel

Fig. 1. *a)* entweder *zu beiden Seiten* des gemeinsamen, wie bei den Winkeln $B\ A\ C = x$ und $B\ A\ D = y$,

b) oder *nur nach der einen Seite* des gemeinsamen, wie bei den Winkeln $C\ A\ D = z\ (= x \dagger y)$ und $C\ A\ B = x$.

Nun ist *im Falle a)* — wenn der gemeinsame Schenkel $B\ A$ *zwischen* den beiden andern liegt, — der Unterschied der *beiden andern* Schenkelrichtungen, der $A\ C$ und der $A\ D$, = der *Summe* der beiden Richtungsunterschiede zwischen *jedem* dieser beiden letztern und dem gemeinsamen Schenkel;

d. i. für einen *Winkel* $(x \dagger y)$ ist auch der *Richtungsunterschied seiner Schenkel* = dem Richtungs-Unterschiede der Schenkel des Winkels $x \dagger$ dem R. U. der Schenkel des Winkels y.

In dem Falle b) — wenn der gemeinsame Schenkel $A\ C$ *nach der einen Seite* liegt, — ist der Unterschied der *beiden andern* Schenkelrichtungen, der $A\ B$ und $A\ D$, = der *Differenz* der beiden Richtungs-Unterschiede zwischen jedem dieser letztern und dem gemeinsamen Schenkel;

d. i. für einen *Winkel* $(z - x)$ ist auch der *Richtungs-Unterschied seiner Schenkel* = dem R. U. der Schenkel des Winkels z *weniger* dem R. U. der Schenkel des Winkels x.

Es leuchtet hieraus ein, dass genau in *demselben* Verhältniss, als ein *Winkel* vergrössert oder verkleinert wird, auch die *Richtungsverschiedenheit seiner Schenkel* vergrössert oder verkleinert erscheint; verschwindet der Winkel ganz, d. h. wird er $= o$ oder auch $= 2\ R$, — denn im letztern Fall ist es im *Euklidischen Sinn* ebenfalls *kein Winkel mehr*, — so verschwindet auch jene Verschiedenheit, es tritt *Einerleiheit* der Richtung ein, indem beide Schenkel in einander, oder doch in eine und dieselbe Richtung fallen.

Dieselbe Winkel*grösse für sich* bestimmt also eine und dieselbe *Grösse* der Richtungs*verschiedenheit* des zweiten Schenkels, doch kann die *Lage* desselben noch doppelt, *zu beiden* Seiten des ersten Schenkels genommen werden, je nachdem nämlich der *Winkel* auf der einen oder anderen Seite genommen wird. Ist *auch die Lage* dieses Winkels bestimmt, dann ist auch für den zweiten Schenkel nicht nur sein Richtungs*unterschied*, — als *Grösse*, — sondern auch seine *Lage*, — als *Richtung selbst*, — *vollkommen* bestimmt.

4. Hieraus folgt ganz streng der Satz:

Richtungsverschiedenheit zweier geraden L. und der *Winkel zwischen ihnen sind identisch*, und es kann sowohl in Betreff der Lage als auch der Grösse beider *das Eine für das Andere gesetzt werden*.

5. Haben zwei gerade Linien *keinen* Punct gemein, so kann die Verschiedenheit oder Gleichheit ihrer Richtungen *nicht unmittelbar*, wie bisher, nicht aus ihrer *Lage zu einander* erkannt, sondern nur *mittelbar*, erst an einer *dritten*, sie (gemeinsam) *schneidenden* Linie beurtheilt werden. — Bei zwei sich schneidenden L. kann jetzt die Verschiedenheit ihrer Richtung doppelt, sowohl *unmittelbar*, an dem Scheitel, als auch *mittelbar*, an einer beliebigen, sie schneidenden L. erkannt werden.

6. Man sagt: Zwei Linien $D\ E$ und $F\ G$ sind, jene *unter dem Winkel* x, diese unter dem Winkel y an eine dritte $A\ B$ gezogen, wenn x und y ein innerer und ein äusserer Gegenwinkel (oder auch beide innere oder äussere Wechselwinkel) sind. Auch heissen dann x und y die *Schneidungswinkel* der $D\ E$ und $F\ G$ mit der $A\ B$. Fig. 2

Sind nun die $C\ A$ und $E\ D$ unter gleichen Gegenwinkeln $x' = x$ an $A\ B$ gezogen, — weichen also beide unter *gleich grossen* Winkeln von *einer und derselben* dritten geraden L. nach *derselben* Seite hin ab: dann muss auch diesen Linien $C\ A$ und $E\ D$ eine *gegenseitig gleiche Richtung* zugeschrieben werden, obgleich sie nicht — wie oben in 1. — mit einander in eine einzige gerade L. fallen.

Wird dagegen die $G\ F$ unter einem *grössern* Winkel y, die $L\ H$ unter einem *kleinern* Winkel z, als jene $C\ A$ und $E\ D$, an dieselbe $A\ B$ gezogen: dann müssen jene $G\ F$ und $L\ H$ sowohl unter sich, als auch mit $C\ A$ und $E\ D$ ungleiche Richtung haben.

Denn ändert man die Richtung aller vier Linien um eine und dieselbe Grösse, um den Winkel x ($= x'$) nach der $A\ B$ zu, so fallen

a) $C\ A$ und $E\ D$ in eine und dieselbe Richtung, in $A\ B$: sie müssen also auch *vorher* eine unter sich *gleiche* Richtung gehabt haben; dagegen fällt

b) die $G\ F$ *links* (in $g\ F$), die $L\ H$ *rechts* (in $l\ H$) von $A\ B$, und haben in dieser Lage (nach 1. oben) verschiedene Richtungen: also müssen beide auch in ihrer *anfänglichen* Lage sowohl von einander, als auch von der $C\ A$ und $E\ D$ in ihrer Richtung *abweichen*.

Zugleich ist hieraus einleuchtend, dass die $G\ F$, wegen des grössern Winkels y, auch in ihrer Richtung eine grössere Abweichung von $A\ B$ hat denn $C\ A$ und $E\ D$, dagegen die $L\ H$ eine kleinere, weil der Winkel z kleiner ist als der Winkel x.

7. Schon daraus, dass die Richtung der geraden L. bei jeder Verlängerung immer nur eine und dieselbige ist, folgt: *Hat eine gerade L. mit einer andern gleiche Richtung, so hat sie auch mit jedem Stücke und mit jeder Verlängerung dieser andern gleiche Richtung.*

8. Bei zwei geraden L. also, die (in ihrer gegebenen Begrenzung) *keinen Punct gemein* haben, ist ihre *gegenseitige* Richtung durch das Verhältniss der Winkel, unter welchen sie von einer dritten geschnitten werden, vollkommen bestimmt (6); und zwar ist der *Unterschied dieser Winkel* auch das *Maass* für den *Unterschied der Richtungen* jener Linien. (Unter Anwendung von 3.) Ist der Unterschied dieser Winkel $= o$, dann — *aber auch nur in diesem Falle* —

2

Fig. 3. muss den Linien *gleiche* Richtung zugeschrieben werden, wie bei $A\ C$ und $D\ E$. An *der* Seite der schneidenden $A\ B$, an welcher der äussere Gegenwinkel x kleiner als der innere $(x + y)$ ist, *entfernen* sich die schneidenden $D\ E$ und $F\ L$ von einander, und zwar in demselben Verhältnisse wie $F\ G$ und $F\ L$, welche den Winkel y, den *Unterschied* der beiden Gegenwinkel, einschliessen. Auf der andern Seite der schneidenden ist umgekehrt der äussere Winkel z um denselben Winkel y grösser als der innere $(z - y)$, und jene Linien *nähern* sich einander nach dieser Seite. (*Wie weit* sie auf dieser Seite *sich zu nähern fortfahren*, bleibt noch unbestimmt.)

Die *Richtungsverschiedenheit zweier begrenzten geraden L., welche keinen Punct gemein haben,* ist also *mit der Differenz der beiden Winkel,* unter welchen sie geschnitten werden, *identisch.*

Anmerk. *Dem Begriffe nach* liegt hierin eigentlich schon das beweisende Moment für die Parallelen-Theorie und damit auch für das Euklidische Axiom. Denn *so weit* zwei gerade L., jede *in Betreff ihrer gegebenen Richtung, dieselbigen,* das heisst aber nur, *gerade L. bleiben,* muss auch der *Unterschied* dieser ihrer Richtungen *überall ein constanter sein,* in welchen Puncten ihres Verlaufs sie auch von einer dritten geschnitten werden. — Doch soll davon hier kein Gebrauch gemacht, und nur auf dem Wege *evidenter Construction* bis zum Ziele fortgeschritten werden.

§ 6.

Lösung nach der 3. Methode.

Fig. 4. 1. Durch einen Punct C ausserhalb einer geraden Linie $A\ B$ wird eine andere $D\ E$ *von gleicher Richtung* mit jener gelegt, wenn $C\ B$ beliebig an $A\ B$ gezogen und der dort entstandene Winkel x' so in C abgetragen wird, dass $C\ B$ der eine Schenkel desselben wird, der Winkel $x = x'$ auf die andere Seite der $C B$ fällt. — Bedarf nach § 5, 6. keines Beweises.

2. Wird von einem Puncte C aus nach *einer* Seite die $C\ D$ in gleicher Richtung mit $A\ B$ gezogen, und ebenso von C aus nach der *andern* Seite die $C\ E$ in gleicher Richtung mit $A\ B$, so liegen jene $C\ D$ und diese $C\ E$ in *einer und derselben* geraden Linie $D\ C\ E$. — Denn wäre nicht $C E$, sondern $C e$ mit $C\ D$ in derselben geraden L. dann müsste $A\ B$ auch mit $C\ e$ gleiche Richtung haben (§ 5, 7.), was (nach § 5, 6.) wegen der ungleichen Gegenwinkel (denn Winkel $(x + z) > x'$, da $x = x'$,) unmöglich ist.

Fig 5. 3. Wird durch die Winkelspitze C eines Dreiecks $A\ B\ C$ die $D\ E$ so gelegt, dass diese $D\ E$ nebst der gegenüberliegenden Dreiecksseite $A\ B$ von dem *einen* Schenkel jenes Winkels, von $B\ C$, unter gleichen Wechselwinkeln geschnitten werden, (Winkel $x' = x$,) so werden dieselben Linien auch von dem andern Schenkel $A\ C$ unter gleichen Wechselwinkeln geschnitten, d. h. Winkel z' ist $=$ Winkel z. — Denn wäre nicht Winkel $z = z'$, dann würde etwa Winkel $e\ C\ A = z'$ sein, folglich hätte $e\ C$ wie $C\ D$ gleiche Richtung mit $A\ B$, und beide müssten, nach dem vorigen Satze, eine gerade L. bilden, was unmöglich ist, da $E\ C\ D$ eine gerade L. ist.

4. Die drei Winkel in einem Dreiecke $A B C$ betragen zusammen 2 rechte Winkel. — Denn aus dem vorigen Satze folgt Winkel x' + Winkel z' = Winkel x + Winkel z, folglich ist auch Winkel x' + Winkel z' + Winkel y = Winkel x + Winkel z + Winkel $y = 2\ R$.

Mit diesem Satze ist bekanntlich das Problem der Parallel-Linien gelös't.

Es ist bisher von *Parallel-Linien* nach der gewöhnlichen Erklärung gar nicht die Rede gewesen, und an ihre Stelle sind Linien von *gleicher Richtung* getreten. *Jetzt* ist leicht nachweisbar, dass die letztern und die Euklidischen Parallel-Linien *identisch* sind, nur dass bei diesen die Gleichheit der Gegenwinkel u. s. w. an *mehreren beliebigen*, schneidenden L. noch nicht als erkannt gesetzt ist, was in jenen durch das Kriterium „*von gleicher Richtung*“ dem Begriffe nach schon gesetzt und nur noch *auf dem Wege der Construction nachzuweisen* war.

§ 7.

Vereinfachung des Euklidischen Axioms. Lösung nach der 4. Methode.

Dass Euklid's 11. Grundsatz in der überlieferten Form eigentlich nicht Anspruch hat auf den Namen eines Axioms, ist allgemein anerkannt, und schon ein blosser Vergleich mit der weit grössern Einfachheit der übrigen, wenigen Grundsätze bei Euklid macht ihm seine Stelle streitig. Zweierlei lässt sich gegen ihn einwenden:

1) Das Axiom muthet uns zu, die Möglichkeit des Schneidens der beiden Linien *über jede Grenze hinaus* in der Anschauung zu verfolgen, *ohne einen bestimmten Punct* zur Prüfung *zu gewinnen*. Der sonst ähnliche 27. Satz bei Euklid z. B.: „Zwei gerade L. sind parallel, wenn u. s. w.“ ist dagegen *als Lehrsatz* aufgestellt; und obgleich auch dieser Satz das Nichtschneiden *über jede Grenze* hinaus behauptet, so kann hier doch *irgend ein* beliebiger Punct in der Verlängerung der Linien *fixirt* werden, um *daran* die Unmöglichkeit des Gegentheils, und somit die Behauptung selbst zu erweisen. Das ist bei dem Euklidischen Axiom nicht der Fall.

2) Das Axiom ist aber auch *nicht einfach*; es *setzt Zweierlei* zugleich:

a) dass die Linien *sich nähern*,

b) dass sie durch die Annäherung *sich erreichen*.

Das verbietet aber die geforderte Einfachheit eines Axioms. Es muss Beides in der Vorstellung *unter*schieden, und in der Aufstellung der Sätze *ge*schieden werden. Dann erst ist zu prüfen, ob in solcher Einfachheit nur *einer* jener Sätze, oder *jeder* für sich als Axiom Gültigkeit hat. Es leuchtet ein, dass hier die zweite Behauptung (unter *b)* als *Folge* der ersten zu fassen ist: also ergiebt jene einen *Lehrsatz*. Die erste (unter *a)* giebt dann wenigstens ein *einfacheres Axiom* als das Euklidische, und würde lauten:

(I) „Werden zwei gerade L. von einer dritten so geschnitten, dass an der einen Seite der schneidenden L. die innern Gegenwinkel zusammen weniger als zwei rechte Winkel betragen, dann können sie *an derselben Seite* sich nicht wieder von einander entfernen, sondern nähern sich bei ihrer Verlängerung immer mehr.“

Die Form dieses Grundsatzes würde, da, *für den nächsten Verlauf der Linien* wenigstens, die Annäherung derselben sich durch Construction erweisen lässt, noch dahin *vereinfacht* werden können:

(II) „Nähern sich zwei gerade L., so müssen sie im Annähern verharren, so lange sie *an derselben* Seite neben einander fortlaufen.“

In dieser Fassung findet er zugleich seine Begründung in den frühern Erklärungen. Denn wie, wenn man nur das Wesen der *geraden* L. für ihren *ganzen Verlauf* festhält, sich oben für die gerade L. von *gleicher* Richtung mit einer andern ergab, dass diese ihre gleiche Richtung gesetzt ist *durch ihren gleichen Schneidungswinkel* an einer gemeinsamen Schneidungslinie, und umgekehrt dieser gleiche Winkel durch ihre gleiche Richtung, so ist auch die *ungleiche R.* solcher Linien durch ihre *ungleichen Schneidungswinkel* bestimmt, und zwar ist durch einen *grössern äussern Winkel* (als der innere) die Convergenz, durch einen *grössern innern Winkel* die Divergenz beider Linien gegeben, und umgekehrt diese durch das Verhältniss jener Winkel. (§ 5, 8.)

Durch diesen Satz wird nun der vorhergehende *(I) als Lehrsatz* bewiesen.

Aber auch der *obige vereinfachte Grundsatz (II)* lässt sich jetzt als *Lehrsatz* aufstellen und als solcher durch Construction erweisen.

Fig. 6. *Beweis.* $A\ B$ und $C\ D$ nähern sich, also Winkel $x >$ Winkel y. Sollten sie irgend wo in ihrer Verlängerung sich wieder von einander entfernen können, *an derselben* Seite neben einander fortlaufend, dann hätten sie zuvor irgend wo ihren kleinsten Abstand gehabt. Man nehme diesen nun an, wo man wolle, etwa in $B\ D$, die also senkrecht auf $C\ D$ sei, dann wäre $B\ D$ auch senkrecht auf $A\ B$; denn wäre an B der eine Winkel spitz, so gäbe es dort einen noch kleinern Abstand als $B\ D$, nämlich $d\ D$. Würden aber $A\ B$ und $C\ D$ *beide* zugleich durch eine dritte $B\ D$ rechtwinklig geschnitten, dann müssten $A\ B$ und $C\ D$ wieder gleiche Richtung haben, da sie doch ursprünglich ungleiche Richtung haben sollten. (Vergl. § 5, 6.)

Vermittelst dieses Satzes kann man nun entweder das Euklidische Axiom, als Lehrsatz, erweisen, oder auf andern Wegen consequent zu den Hauptsätzen der Parallelen-Theorie gelangen. Ein solcher Weg ist zu Ende des erwähnten frühern Programms angegeben.

§ 8.

Rückblick.

Bis hierher stützen sich also die Ausführungen hauptsächlich auf ein genaueres, vollständigeres Herausheben und *Verwenden* dessen, was *in der Erklärung der geraden Linie* bereits gegeben ist. Dass es besonders hierauf ankommt, zeigt sich auch darin, dass bei manchen Verfahrungsweisen, in einzelnen Versuchen zur Lösung, die Constructionen zum Behufe des Beweises bei weiterer Verfolgung eine Gestalt annehmen, die es *zweifelhaft erscheinen lässt, ob man es hier denn mit geraden, oder mit krummen Linien zu thun habe.* Ganz natürlich! wenn man bei der geraden Linie *das* Moment ganz fallen lässt, ignorirt, welches sie erst aus einer krummen zu einer geraden machen kann.

Deshalb sind auch oben anstatt der *Parallel-Linien* nach der gewöhnlichen Erklärung nur Linien *von gleicher Richtung* in Betracht gezogen und dadurch das Festhalten einer und derselben Richtung in jeder von ihnen für ihren *ganzen* Verlauf bestimmter gefordert. In der Euklidischen Erklärung ist das Merkmal des *Geraden* freilich auch *ausgesprochen;* aber in dem ferneren Verlauf kommt dasselbe, zumal in seinen weiteren *Folgerungen,* nicht zur vollen Geltung; ja *diese Folgerungen* selbst werden *gar nicht entwickelt,* und *ihre Stelle muss nun jenes anstössige Axiom ersetzen.*

In *diesem* Mangel muss der eigentliche Grund der Schwierigkeit in dem behandelten Problem erkannt werden; und in der gegenwärtigen Darstellung ist nichts anderes geschehen, als es ist eben durch das durchgreifende Festhalten des Begriffs *„Richtung“* das Moment des *Geraden* in seinen consequenten Folgerungen *nachgewiesen* und bis zur Lösung des Problems stets *gegenwärtig gehalten.*

Auch *bei Euklid wird ja in den Sätzen über die Parallel-Linien* das *Abhängigkeitsverhältniss* zu Grunde gelegt, welches *zwischen den* an denselben durch eine schneidende Linie entstehenden *Winkeln* einerseits, *und der Richtung* jener Linien andererseits besteht. In einfacherer Form ausgedrückt ist das aber die Art, wie

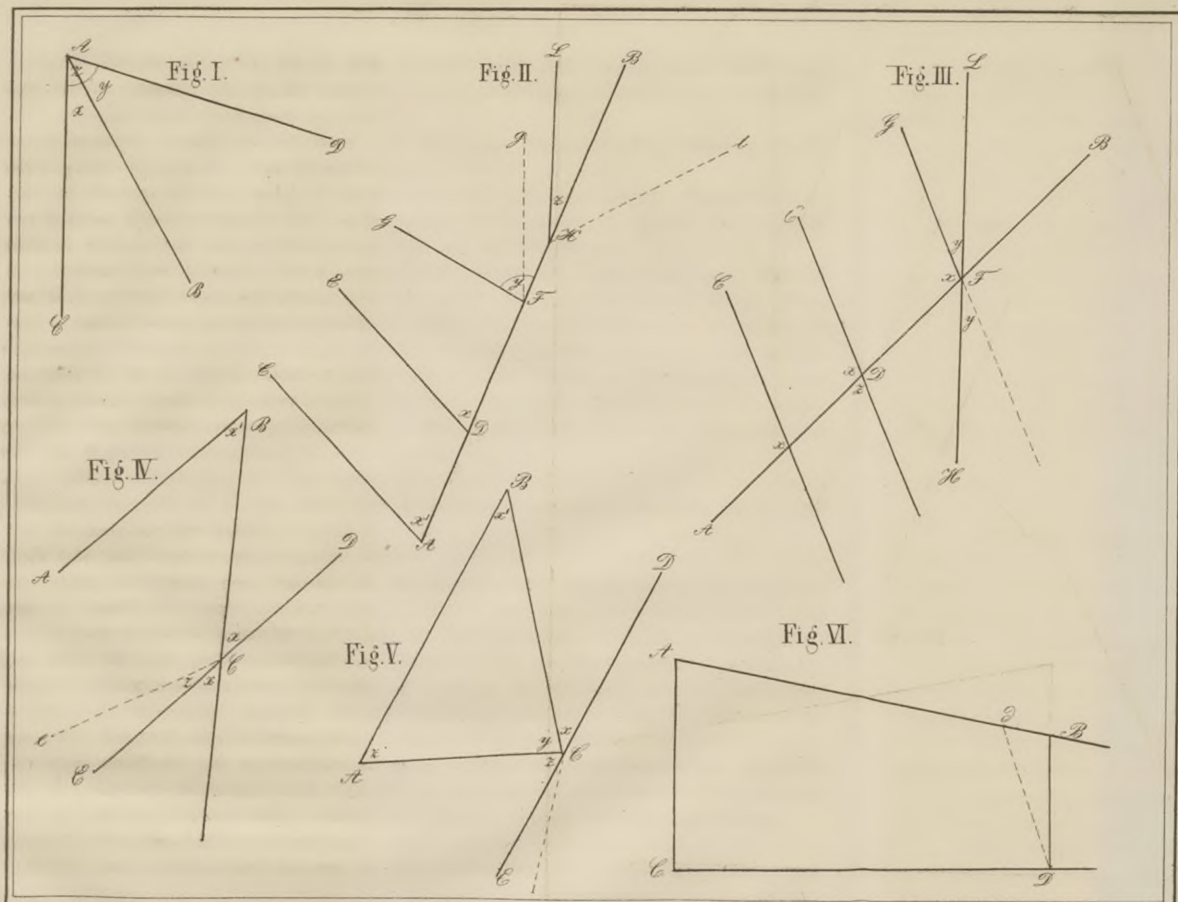
Fig. I.
Fig. II.
Fig. III.
Fig. IV.
Fig. V.
Fig. VI.

Fig.

bei Winkeln mit *einem* gemeinsamen Schenkel und *nicht* gemeinsamen Scheitel die *Grösse* derselben von der *Richtung* ihrer nicht gemeinsamen Schenkel, und umgekehrt, abhangt. (Oben § 3, 5—8 ausgeführt.)

Dem muss aber, als sein *einfacherer Fall,* vorhergehen eine Untersuchung derselben Abhängigkeit zwischen Winkelgrösse und Schenkelrichtung:

bei Winkeln mit *einem* gemeinsamen Schenkel *und gemeinsamen* Scheitel. (Oben § 5, 3—4.)

Und dem ist, als der *einfachste Fall,* voranzustellen die Untersuchung derselben Abhängigkeit zwischen Winkelgrösse und Schenkelrichtung *eines und desselben Winkels.* (§ 5, 1 u. 2.)

Dem kann endlich nur noch vorangeschickt werden die Betrachtung einer *einzelnen geraden Linie für sich,* nur mit Rücksicht auf die gleiche Richtung *ihrer eigenen* Theile. (§ 4.)

Dieser Gang, — nur in umgekehrter Folge, von dem Einfachsten zum Zusammengesetzteren, — erscheint also hiernach als der *einzig mögliche und nothwendige;* er ist in der obigen Entwicklung genommen, während andere Versuche zur Lösung, so scharfsinnig und bis zu einem gewissen Puncte fortgeführt sie zum Theil sind, doch mehr oder weniger als ein *zufälliges* Hier- und Dorthingreifen auf verschiedenen Wegen, ohne Erkenntniss ihrer Nothwendigkeit oder der Möglichkeit ihres Gelingens, sich dargeben.

Steht also nach obiger Entwickelung fest:

1) dass die *gerade L.* in allen ihren Theilen immer *eine und dieselbe Richtung* hat; — und folgt daraus consequent:

2) dass auch für einen und denselben *Winkel*

   a) die *Richtung jedes Schenkels für sich* in allen seinen Theilen dieselbe ist, (wegen 1,) und

   b) eben deshalb auch das *Verhältniss der Richtung* beider Schenkel *zu einander,* — durch die gegebene Grösse des Winkels *ein für alle Mal bestimmt,* — in jeden beliebigen Puncten ihres Verlaufs, *wo auch nur sie* von einer dritten L. geschnitten werden mögen, ebenfalls stets *ein und dasselbe* sein muss: nämlich dasselbe, das die Schenkel *schon bei ihrem Scheitel* zeigen, — *so heisst dies bereits:*

   c) der Unterschied dieser Richtungen muss, so lange eben dieselben Schenkel denselben gegebenen Winkel bilden, überall, wo die Schenkel geschnitten werden, ein *constanter sein,* und zwar, — als Winkel gefasst, — *gleich dem gegebenen Winkel.*

   Dies Letzte ist aber nichts anderes als

3) der Satz: „Bei einem Dreieck ist der Unterschied des Aussenwinkels und eines innern gegenüberstehenden gleich dem andern gegenüberstehenden," — und dies nur eine andere Form des Satzes: „Der Aussenwinkel ist gleich der Summe der beiden innern gegenüberstehenden."

Uebrigens ist der Begriff: „Richtung", „Richtungswinkel" bekanntlich schon sonst in Betracht gezogen, — am schärfsten wohl von *Thibaut,* — doch bald nur in *Andeutungen,* bald *ohne consequenten* Fortschritt in der Entwickelung, bald ohne die Beweise immer durch *Construction* ausführen zu können. Und es kommt darauf an, ob die obige Entwickelung, dies vermeidend,

a) in *lückenloser Consequenz* fortschreitet, (— das *logische* Element, —) und

b) auf dem Wege *sicherer Construction* (— das *anschauliche* Element —) von Satz zu Satz gelangt.

Dadurch, dass so Vieles von so verschiedenen Ansichten, oft ohne alle Begründung, ausgehend über den hier behandelten Gegenstand geschrieben ist, sind, wie das zu geschehen pflegt, manche Fragen, manche Begriffe mehr verdunkelt als aufgehellt worden.

Hat man doch behauptet, weil in der Lehre von den Parallel-Linien die *Richtung* zweier *Linien* und die *Grösse* von *Winkeln*, — also *Ungleichartiges*, — mit einander in Vergleichung gestellt werden, während der frühere Abschnitt in der Geometrie nur einfach die Gleichheit und Ungleichheit von *Grössen* behandelt, so beginne mit jener Lehre eine *wesentlich verschiedene* Betrachtungsweise; und da also hier ein *neuer Anfang* gegeben sei, so *müsse* (?) auch ein neuer, *besonderer Grundsatz zugelassen werden*, und — es sei *deshalb* (?) auf eine *consequente Lösung des Parallelen-Problems zu verzichten*. — Es muss aber vielmehr, soll die *Richtung* zweier geraden L. mit der *Grösse* ihrer Schneidungswinkel in Vergleich treten, der Begriff „*Richtung*" auf den Begriff „*Grösse*" reducirt werden, was eben durch die Entwickelung des Abhängigkeitsverhältnisses zwischen Winkel*grösse* und Schenkel*richtung* geschieht.

Aber auch über das Verhältniss der *logischen Consequenz* und der *anschaulichen Construction* zu einander in den geometrischen Beweisen herrscht manche Unklarheit und finden sich manche widersprechende Ansichten in den betreffenden Schriften, so wie auch über das Wesen eines *Axioms*, über die (drei) verschiedenen Erklärungen der *Parallel-Linien*, über den Unterschied, wenn Erklärungen und Grundsätze so *vereinzelt* wie bei *Euklid* auftreten, oder wenn sie aus einer *fortschreitenden Entwickelung* der Begriffe der Raumlehre gewonnen werden, — endlich über die *Nothwendigkeit* einer solchen strengen, consequenten Entwickelung, um klar zu sehen, *welcher* Weg in der Begründung der Theorie der Parallel-Linien eingeschlagen werden muss, und zu erkennen, dass *nicht verschiedene, willkürliche*, sondern nur der *eine*, in dem Fortschritt der früheren Sätze zu der Parallelen-Theorie *begründete* Weg zum Ziele führt.

Diese Puncte werden in einer vollständigen Behandlung dieses Gegenstandes einer sichtenden Untersuchung unterzogen werden müssen und sollten auch in der von mir beabsichtigten, ausführlichen Arbeit ihre Stelle finden. Hier muss davon abgesehen und kann nur auf die im Obigen hie und da gegebenen Andeutungen hingewiesen werden. Indess werden einige Puncte in einem *besonderen Abdruck* der gegenwärtigen Abhandlung näher besprochen werden.

Schulnachrichten.

I.
Chronik des Gymnasiums.

Am 12. September v. J. fand in der gewohnten Weise die Prüfung der Abiturienten Statt; die Oster-Prüfung hatte als Königlicher Commissarius der Herr Provincial-Schulrath Dr. Kiessling geleitet.

Die feierliche Entlassung der Abiturienten erfolgte den 22. September. Tags darauf wurde das Sommersemester mit der Censur sämmtlicher Classen geschlossen.

Das Wintersemester wurde Dinstag den 11. October Vormittags 8 Uhr mit einer gemeinschaftlichen Morgenandacht im grossen Hörsaal eröffnet.

Am 15. October wurde der Geburtstag Seiner Majestät des Königs nach der gottesdienstlichen Feier in der St. Marien-Kirche auch im Gymnasium festlich begangen. Der Hörsaal sowie die in demselben aufgestellte Büste Seiner Majestät des Königs, welche dem Gymnasium durch die Gnade Seiner Excellenz des Herrn Ministers von Raumer gewährt worden war, war mit reichen Kränzen geschmückt. Die Festrede wurde von dem Collegen Dr. Bo ger gehalten.

Noch am Anfange des Semesters verliess uns der Herr Superintendent Wahn, um als stellvertretender General-Superintendent der Niederlausitz einem Rufe nach Lübben zu folgen. Die bis dahin von demselben bekleidete Stelle eines Königlichen Compatronats-Commissarius und stellvertretenden Abiturienten-Prüfungs-Commissarius bei dem Gymnasium wurde unter dem 22. December seinem Nachfolger dem Herrn Superintendenten Schroeder übertragen, nachdem die Ernennung zu diesem Amte seitens des Herrn Ministers der geistlichen, Unterrichts- und Medicinal-Angelegenheiten unter dem 8. d. M. erfolgt war.

Zwei sehr liebe Schüler sind uns durch den Tod entrissen worden: der Tertianer Liebich aus Schönfliess, und der Sextaner Tesch von hier. Der Erstere verstarb am 30. März v. J. im elterlichen Hause, „um an dem Morgen desselben Tages — so schrieb der gebeugte Vater — vor Gottes Angesicht zu treten, wo er in der St. Marien-Kirche zu Königsberg mit seinen Mitschülern vorgestellt (confirmirt) werden sollte.“ Der Andere verschied am 21. November, nachdem er am Tage zuvor noch die Schule besucht hatte. Lehrer und Schüler geleiteten ihn zur letzten Ruhestätte. Das so plötzliche Dahinscheiden des rüstigen Knaben gab dem Herrn Archidiakonus Glokke zu einer tiefergreifenden Betrachtung an seinem Grabe Veranlassung. Friede sei ihrer Asche! —

Einen schmerzlichen Verlust anderer Art erleidet die Anstalt in dem nahe bevorstehenden Abgange des Oberlehrers Mathematicus Heiligendörfer, welcher bereits am Schlusse des Sommersemesters, besonders in Rücksicht auf seine Jahre, sich bewogen sah um seine Dienstentlassung zu bitten. Siebenunddreissig Jahre lang hat er dem hiesigen Gymnasium — trotz mancher körperlichen Beschwerden und Leiden — eine eben so erfolgreiche als gewissenhafte und einsichtige Thätigkeit gewidmet, und sich in den Herzen seiner zahlreichen Schüler sowie aller näher oder entfernter bei der Anstalt Betheiligten ein dauerndes Denkmal des Dankes gegründet.

II.

Verfügungen der vorgesetzten Behörden.

1. Berlin den 9. März 1853. Mittheilung eines hohen Ministerial-Rescripts vom 24. Februar, nach welchem bei den Maturitätsprüfungen diejenigen, welche bei der Benutzung von unerlaubten Hülfsmitteln betroffen oder Anderen zum Betruge behülflich gewesen sind, sofort von der Prüfung ausgeschlossen und bis auf den nächsten Prüfungstermin zurückgewiesen werden sollen.

2. B. d. 17. März. In Gemässheit eines hohen Ministerial-Rescripts vom 7. d. M. sind den Aspiranten des Postdienstes keine Zeugnisse der Reife nach der Bestimmung unter Lit. C. §. 28. des Prüfungs-Reglements vom 4. Juni 1834, sondern lediglich nach den für alle Examinanden geltenden Bestimmungen unter Lit. A. und B. des genannten §. zu ertheilen und auszustellen.

3. B. d. 22. März. „Die gymnastischen Freiübungen nach dem System P. H. Ling's reglementarisch zusammengestellt von Rothstein" werden empfohlen.

4. B. d. 22. April. Die von dem Maler und Lithographen C. F. G. L'oeillot de Mars gefertigten Brustbilder der Regenten Preussens werden empfohlen.

5. B. d. 9. Mai. Bei denjenigen Ferien, welche mit einem Sonn- oder Festtage beginnen oder schliessen, soll der nächstvorhergehende *resp.* nächstfolgende Tag frei gegeben werden.

6. B. d. 1. Juni. Kein Schüler darf ohne die für jeden einzelnen Fall besonders einzuholende Genehmigung des Directors Privatunterricht ertheilen.

7. B. d. 8. Juni. Die dem General-Inspector der französischen Gefängnisse Appert früher gegebene Erlaubniss, die preussischen Lehr- und Erziehungsanstalten in Augenschein zu nehmen, hat der Herr Minister der geistlichen, Unterrichts- und Medicinal-Angelegenheiten zurückgezogen.

8. B. d. 6. Juli. Uebersendung eines Exemplares der Denkschrift betreffend die Einführung des „Gedenkbuches über die Königsfeier der Enthüllung des Denkmals Friedrichs des Grossen" als Schulbuch.

9. B. d. 13. August, d. 19. September. Ausser den an das Königliche Ministerium der geistlichen, Unterrichts- und Medicinal-Angelegenheiten direct einzusendenden 146 Exem-

plaren des jährlichen Schulprogramms sind 177 *resp.* 179 bei dem Königlichen Schul-Collegium der Provinz Brandenburg einzureichen.

Mittelst anderer Verfügungen wurden dem Gymnasium die Schulprogramme und folgende Geschenke für die Lehrer-Bibliothek zugefertigt: Spiller, Grundriss der Physik; Hoffmann, Sammlung von Abhandlungen im Gebiete der Staatswissenschaft; Haupt, Zeitschrift für deutsches Alterthum, Band IX, Heft 2 und 3; *Moeridis Atticistae lexicon Attic. ed. Koch,* und Kortüm, Entstehungsgeschichte der freistädtischen Bünde im Mittelalter, 3 Bände; Pisanski, Litterärgeschichte, Theil II, Lieferung 3; Crelle, Journal für Mathematik, Band 45 und 46; Rheinisches Museum für Philologie, Band VIII, Heft 1—4; Firmenich, Germaniens Völkerstimmen, Lieferung 16 und 17; Wandkarte des Preussischen Staates (Winckelmann und Söhne zu Berlin); Prowe's Mittheilungen aus Schwedischen Archiven und Bibliotheken.

III.

Uebersicht der im Schuljahr 18$\frac{53}{54}$ behandelten Lehrgegenstände.

Prima.

Ordinarius: Professor Prorector Guiard.

1. Lateinisch 8 St. Cic. in Q. Caecil. und in C. Verrem IV. i. S., in C. Verrem V. und pro Sestio i. W. 4 St. Guiard. Horat. Carm. l. III. i. S., Satiren (mit Auswahl) i. W. 2 St. Der Director. Freie Aufsätze und Exercitien 1 St. Guiard. Extemporalien 1 St. Der Director.

2. Griechisch 6 St. Hom. II. l. XXI. XXII. XXIII. i. S., XXIV. I. II. i. W. 3 St. Der Director. Demosth. Rede vom Kranze (zweite Hälfte) i. S., gegen Leptines i. W. 2 St., Exercitien und Extemporalien 1 St. Haupt.

3. Deutsch und Philosoph. Propädeutik 4 St. Erläuterung deutscher Classiker, Recitationsübungen und freie Vorträge, alle 14 Tage eine Ausarbeitung, von Zeit zu Zeit auch eine poetische Aufgabe: 2 St. Der Director. I. S. Literaturgeschichte, von den ersten Anfängen bis auf den Hainbund, i. W. Logik nach Trendelenburgs Elementen: 2 St. Haupt.

4. Französisch 2 St. Ideler und Nolte, poet. Th., die Abschnitte Didot — Racine 1 St. Schreiben 1 St. Pfefferkorn.

5. Hebräisch 2 St. Gesenius' Lesebuch, S. 52—76, S. 93—128. Wiederholung der Lehre vom Nomen und vom unregelmässigen Verbo. Guiard.

6. Religionslehre 2 St. Glaubenslehre nach den Grundzügen von Hülsmann. Guiard.

7. Geschichte 2 St. Allgemeine Weltgeschichte nach Schmidt's Grundriss: i. S. neue, i. W. alte Geschichte. Pfefferkorn.

8. Mathematik 4 St. I. S. Wiederholung der Haupttheorien des ganzen mathematischen Cursus, i. W. Einleitung in die analytische Geometrie und die Kegelschnittslinien (synthetisch). Alle 14 Tage häusliche, vom Lehrer corrigirte Arbeiten. Heiligendörfer.

9. Physik 2. St. I. S. die Lehre vom Licht, i. W. vom Weltgebäude. Heiligendörfer.

Secunda.

Ordinarius: Oberlehrer Dr. Pfefferkorn.

1. Lateinisch 8 St. Cic. Cato M. und Lael. i. S., Liv. l. I. i. W. 3 St. Der Director.

Verg. Aen. l. II. i. S., l. III. IV. i. W. 2 St. Guiard. Grammatik (Zumpt), Exercitien und Extemporalien 3 St. Haupt.

2. Griechisch 6 St. Hom. Od. l. VII — X. 2 St. Pfefferkorn. Herodot l. II. Cap. 58. bis zum Ende 3 St., Schreiben 1 St. Guiard.

3. Deutsch 3 St. Erklärung ausgewählter Gedichte, Recitationsübungen und freie Vorträge über historische Gegenstände, alle 14 Tage eine häusliche Ausarbeitung. Poetik und Rhetorik. Pfefferkorn.

4. Französisch 2 St. Ideler und Nolte, pros. Th., die Abschnitte Laharpe — St. Evremont 1 St., Schreiben 1 St. Pfefferkorn.

5. Hebräisch 2 St. Leseübungen und Grammatik nach Gesenius (Fürwörter, regelmässiges und unregelmässiges Zeitwort, die Lehre vom Nomen) 1 St. Uebersetzen aus dem Lesebuche von Gesenius 1 St. Guiard.

6. Religionslehre 2 St. I. S. besondere Einleitung in das N. T. und Erklärung des Galaterbriefes nach dem griechischen Urtext, i. W. Glaubenslehre. Guiard.

7. Geschichte 3 St. Alte Geschichte nach Schmidt: i. S. die Römer, i. W. die Altasiaten. Pfefferkorn.

8. Mathematik 4 St. Ebene Trigonometrie, Progressionen, Logarithmen i. S.; Legendre B. V—VIII., einfache und quadratische Gleichungen i. W. Häusliche Aufgaben wie in Prima. Heiligendörfer.

9. Physik 2 St. I. S. Electricität und Magnetismus, i. W. Eigenschaften der Körper, mechanische Erscheinungen fester Körper. Heiligendörfer.

Tertia.

Ordinarius: Professor Dr. Haupt.

1. Lateinisch 9 St. Cäs. Gall. Kr. B. IV—VII. i. S., Curt. B. III. i. W. 4 St.; Grammatik, (Zumpt), Exercitien und Extemporalien 2 St. Haupt. Ovid. Metam. B. I. II. 2 St. Der Director. Extemporalien 1 St. Schulz.

2. Griechisch 6 St. Lucian's Todten- und Göttergespräche i. S., Xenoph. Anab. B. III. i. W. 4 St.; Grammatik nach Buttmann, Exercitien und Extemporalien aus Blume's Anleit. 2 St. Haupt.

3. Deutsch 3 St. Erklärung deutscher Gedichte, Declamiren, alle 14 Tage ein Aufsatz. Schulz.

4. Französisch 2 St. Hecker's Lesebuch, Th. II., die Abschnitte Socrate und Sophronyme. 1 St., Schreiben 1 St. Pfefferkorn.

5. Religion 2 St. Allgemeine Einleitung in das A. und N. T., erläutert durch geeignete Stellen aus der H. S. Das Wichtigste aus der Kirchengeschichte bis zur Reformation. Schulz.

6. Geschichte und Geographie 3 St. Universalgeschichte nach dem Grundriss von Schmidt: i. S. das Alterthum, i. W. das Mittelalter. Das Geographische subsidiarisch. Pfefferkorn.

7. Mathematik 4 St. Legendre B. IV., von den Potenzen und Wurzeln i. S.; Legendre B. III., allgemeine Proportionslehre und Zahlen-Gleichungen i. W. Häusliche Aufgaben und Extemporalien. Heiligendörfer.

8. Zeichnen 2 St. Copiren grösserer Originalien, Planzeichnen nach Exner. Wolff.

Quarta.

Ordinarius: Oberlehrer Subrector Schulz.

1. Lateinisch 8 St. Corn. Nep. Themistocles (beendigt) bis Thrasybulus incl. Aus dem Hannibal und Epaminondas wurde ex tempore übersetzt. 3 St. Repetition der Formenlehre, die syntaktischen Regeln über die Conjunctionen mit dem Conjunctiv und die Casusregeln über den Accusativ, Dativ und Genitiv (Zumpt), Exercitien und Extemporalien nach Gröbel's Anleit. 3 St. Schulz. Tirocinium poeticum von Siebelis. 2 St. Boeger.

2. Griechisch 3 St. Grammatik bis zu den Verbis contractis incl. nach Buttmann, Uebersetzen aus Jacobs' Elementarbuch. Schulz.

3. Deutsch 3 St. Lehre vom zusammengesetzten Satze in Verbindung mit der Lectüre von Lange's Geschichten aus dem Herodot, Erklärung und Declamation deutscher Gedichte aus Echtermeyer und Hiecke, alle 14 Tage ein Aufsatz. Boeger.

4. Französisch 2 St. Hecker's Lesebuch, Th. I., aus Abschn. III. und IV. Ex tempore übers. aus Abschn. I. und II. Leseübungen, Formenlehre bis zum Verbe irrégul. incl., mündliches und schriftliches Uebersetzen aus dem Deutschen ins Französische nach Hecker's Materialien. Schulz.

5. Religion 2 St. Bibelkunde nach Krummacher's Bibelkatechismus — Sprüche: i. S. das A. T., i. W. das N. T. Wiederholung der drei ersten Hauptstücke des Lutherischen Katechismus. Schulz.

6. Geographie und Geschichte 4 St. Europa nach dem Leitfaden von Arnold und Dibelius 2 St. Brandenburgisch-Preussische Geschichte mit besonderer Berücksichtigung der deutschen Geschichte 2 St. Niethe.

7. Mathematik 4 St. Geometrie nach Legendre, B. I. i. S., B. II. i. W. 2 St. Heiligendörfer. Die 4 Species der Buchstabenrechnung und die Decimalbrüche 2 St. Schulz.

8. Naturbeschreibung 2 St. I. S. Botanik verb. mit Excursionen und der Anleitung zur Anlegung eines Herbariums, i. W. Mineralogie nach Schubert und populäre Naturlehre. Schulz.

9. Schreiben und Zeichnen 3 St. Höhere Kalligraphie nach Heinrigs'schen und Mädler'schen Vorlegeblättern 1 St. Landschafts-, Thier- und Figurenzeichnen 2 St. Wolff.

Quinta.

Ordinarius: Oberlehrer Collaborator Niethe.

1. Lateinisch 7 St. Blume's Elementarbuch, I. und II. Cursus. 3 St. Mündliche und schriftliche Uebungen im Uebersetzen ins Lateinische 2 St. Zu dem wiederholten grammat. Pensum von Sexta kamen neu hinzu die unregelmässigen Verba mit abweichenden Stammformen 2 St. Niethe.

2. Deutsch 4 St. Lesen, Nacherzählen, Declamiren 2 St. Orthographische Uebungen und wöchentlich eine häusliche Arbeit (vorzugsweise Erzählungen) 2 St. Niethe.

3. Französisch 2 St. Leseübungen, Uebersetzen aus Hecker's Leseb. Abschn. I. Grammatik: Formenlehre bis zu den regelmässigen Zeitwörtern. Boeger.

4. Religion 2 St. Erklärung der fünf Hauptstücke des Lutherischen Katechismus, i. S. des ersten und zweiten, i. W. des dritten, vierten und fünften. Gesangbuchslieder und Bibelsprüche. Niethe.

5. Geographie und Geschichte 3 St. Die aussereuropäischen Erdtheile nach dem Leitfaden von Arnold und Dibelius. Kartenzeichnen. 2 St. Allgemeine Weltgeschichte nach Arnold's Hauptbegebenheiten der Weltgeschichte 1 St. Niethe.

6 Rechnen 4 St. Brüche. Die zusammengesetzte Regel de tri, die Gesellschafts-, Ketten-, Zins-, Rabatt- und Mischungs-Rechnung. Kopfrechnen. Wolff.

7. Naturbeschreibung 2 St. I. S. Botanik, i. W. Zoologie nach Schubert. Wolff.

8. Schreiben und Zeichnen 5 St. Schönschreiben nach gestochenen Vorschriften. 2 St. Niethe. Freies Handzeichnen nach der Berliner Zeichenschule und Zeichnen kleiner Landschaften nach Winckelmann'schen Vorlegeblättern 2 St., geometrisches Zeichnen 1 St. Wolff.

Sexta.

Ordinarius: ordentlicher Lehrer Dr. Boeger.

1. Lateinisch 7 St. Blume's Elementarbuch: Formenlehre bis zu den unregelmässigen Verbis 3 St. Uebersetzen aus dem Lateinischen ins Deutsche und aus dem Deutschen ins Lateinische 4 St. Boeger.

2. Deutsch 4 St. Lesen (Lange's Geschichten aus dem Herodot) und Declamiren (Echtermeyer's Auswahl deutscher Gedichte), wöchentlich eine schriftliche Arbeit. Boeger.

3. Französisch 1 St. Vocabellernen und Decliniren nach Hecker. Boeger.

4. Religion 2 St. Biblische Geschichten i. S. des alten, i. W. des neuen Testamentes. Die Hauptstücke des Lutherischen Katechismus, Bibelsprüche und Gesangbuchslieder. Boeger.

5. Geographie 2 St. Orographie und Hydrographie der fünf Erdtheile nach den Wandkarten von Sydow und dem Leitfaden von Arnold und Dibelius. Boeger.

6. Rechnen 4 St. Die 4 Species mit ganzen Zahlen und Brüchen. Kopfrechnen. Wolff.

7. Naturbeschreibung 2 St. Zoologie nach Schubert's Lehrb. Boeger.

8. Schreiben und Zeichnen 4 St. Schönschreiben nach gestochenen Vorschriften. 2 St. Niethe. Zeichnen geradliniger Figuren nach Knorre's Systemat. Zeichenschule und nach Winckelmann'schen Vorlegeblättern 2 St. Wolff.

Der Gesangunterricht wurde in zwei Abtheilungen gegeben. Jede Abtheilung wöchentlich 2 St. In der ersten vierstimmige Lieder aus dem Sängerhain von F. und L. Erk und W. Greef, vierstimmige Choräle und Motetten. In der zweiten Uebungen nach der Gesangschule von Schärtlich, demnächst Choräle und Lieder. Wolff.

Turnen (i. S.) nach Eiselen's Turntafeln, zweimal wöchentlich. Wolff.

Die Benutzung der Schüler-Bibliothek ist allen Zöglingen des Gymnasiums gegen einen halbjährlichen Beitrag von $7\frac{1}{2}$ Sgr. gestattet. Primanern und Secundanern werden auch Bücher aus der Lehrer-Bibliothek gereicht.

Sowohl für die Bibliothek der Anstalt als auch für den Handgebrauch der Fachlehrer sind uns, wie bereits früher, so auch in dem abgewichenen Schuljahre mehrere werthvolle Bücher seines Verlages von Herrn F. Hirt zu Breslau übersandt worden. Auch *Rodowicz', Essai d'une histoire de la littérature française etc.*, ist der Bibliothek von dem Herrn Verleger R. F. Frank zu Rawicz gratis zugegangen. Indem ich dafür den freundlichen Gebern unseren Dank ausspreche, bezeuge ich diesen auch dem Herrn Geometer Leist, welcher bei seiner Uebersiedelung von hier nach Berlin dem Gymnasium ein Mikroskop und eine Sammlung sauber gestochener Vorschriften hinterlassen hat.

IV.

Statistische Uebersicht.

Die Zahl der Schüler betrug

im Sommerhalbjahr:		im Winterhalbjahr:	
in Prima	23	in Prima	23
in Secunda	31	in Secunda	28
in Tertia	35	in Tertia	39
in Quarta	38	in Quarta	36
in Quinta	35	in Quinta	37
in Sexta	33	in Sexta	28
überhaupt	195.	überhaupt	191.

Aufgenommen wurden im Sommerhalbjahr 22, im Winterhalbjahr 20, überhaupt 42 Schüler.

Mit dem Zeugniss der Reife sind Ostern 1853 abgegangen:

1. Paul Gustav Pfeil, 19½ Jahr alt, evangel. Confession, geboren in Louisa bei Sonnenburg, 8¼ Jahr auf dem Gymnasium, 2 Jahr in Prima: um in Greifswald Jura und Cameralia zu studiren.
2. Hermann Robert Hitze, 19½ Jahr alt, evangel. Confession, geboren in Vierraden, 11 Jahr auf dem Gymnasium, 2 Jahr in Prima: um in Greifswald Medicin zu studiren.
3. Friedrich Wilhelm Caspar Schindler, 20¼ Jahr alt, evangel. Confession, geboren in Königsberg i. d. N., 11 Jahr auf dem Gymnasium, 2 Jahr in Prima: um sich dem Militairstande zu widmen.
4. Hermann Carl Wilhelm Mylius, 19¾ Jahr alt, evangel. Confession, geboren in Berlinchen, 7 Jahr auf dem Gymnasium, 2 Jahr in Prima: um in Greifswald Jura und Cameralia zu studiren.
5. Albert Ferdinand Wilhelm Otto Nöring, 20¾ Jahr alt, evangel. Confession, geboren in Polssen, 9½ Jahr auf dem Gymnasium, 2 Jahr in Prima: um in Berlin Forstwissenschaft zu studiren.
6. Carl Georg Otto Geiseler, 19 Jahr alt, evangel. Confession, geboren in Königsberg i. d. N., 10 Jahr auf dem Gymnasium, 2 Jahr in Prima: um in Jena Naturwissenschaften und Pharmacie zu studiren.
7. Christian Carl Ernst Friedrich Franke, 19¾ Jahr alt, evangel. Confession, geboren in Neudamm, 7 Jahr auf dem Gymnasium, 2 Jahr in Prima: um in Halle Jura und Cameralia zu studiren.
8. Hermann Julius Rättig, 20 Jahr alt, evangel. Confession, geboren in Alt-Rüdnitz, 7 Jahr auf dem Gymnasium, 2 Jahr in Prima: um in Berlin Theologie zu studiren.

Zu Michaelis:

9. Eduard Rudolph Ritterholm, 20½ Jahr alt, evangel. Confession, geboren in Forsthaus

Dölziger-Hammer, $5\frac{1}{2}$ Jahr auf dem Gymnasium, $2\frac{1}{2}$ Jahr in Prima: um in Greifswald Theologie zu studiren.

10. Carl Ludwig Franz Lange, 20 Jahr alt, evangel. Confession, geboren in Vierraden, $8\frac{1}{2}$ Jahr auf dem Gymnasium, 2 Jahr in Prima: um sich dem Baufache zu widmen.

11. Friedrich Wilhelm Priem, $19\frac{3}{4}$ Jahr alt, evangel. Confession, geboren in Richlich bei Schönlanke, 5 Jahr auf dem Gymnasium, 2 Jahr in Prima: um in Neustadt-Eberswalde Forstwissenschaft zu studiren.

Das Ergebniss der jetzigen Maturitäts-Prüfung, in welcher auch dies Mal 8 Schüler des Gymnasiums begriffen sind, wird im nächsten Jahresberichte mitgetheilt werden.

V.

Oeffentliche Prüfung.

Donnerstag den 6. April Vormittags 8 Uhr:

Gesang I. (Choral.)

Quarta: Religion. Oberlehrer Subrector Schulz.
Lateinisch (Phädrus). Dr. Boeger.

Declamiren.

Tertia: Lateinisch (Curtius). Professor Dr. Haupt.
Geschichte. Oberlehrer Dr. Pfefferkorn.

Declamiren.

Secunda: Lateinisch (Vergil). Professor Prorector Guiard.
Physik. Oberlehrer Mathematicus Heiligendörfer.

Prima: Griechisch (Homer). Der Director.

Gesang II.

Nachmittags 2 Uhr:

Gesang III.

Sexta: Kopfrechnen. Gymnasiallehrer Wolff.

Declamiren.

Quinta: Geographie. Oberlehrer Collaborator Niethe.

Declamiren.

Reden der Abiturienten und die Erwiederungsrede im Namen der Zurückbleibenden.

Gesang IV. (Motette.)

Der Director entlässt die Abiturienten.

Gesang V.

Zu dieser Schulfeierlichkeit werden hiermit im Namen des Lehrer-Collegiums Ein Wohllöbliches Patronat und die Behörden der Stadt, die geehrten Eltern und Angehörigen unserer Zöglinge, sowie alle Gönner und Freunde des Gymnasiums, ehrerbietigst und ergebenst eingeladen.

Freitag den 7. April wird das Winterhalbjahr mit der Censur sämmtlicher Classen geschlossen.

Der neue Lehr-Cursus wird Dinstag den 25. April Vormittags 8 Uhr mit einer gemeinschaftlichen Morgenandacht im grossen Hörsaale eröffnet.

Zur Prüfung der neu aufzunehmenden Schüler werde ich vom 18. April ab täglich von 9 — 12 Uhr in meiner Wohnung bereit sein. Diese haben bei der Aufnahme-Prüfung ihre sämmtlichen schriftlichen Arbeiten vom letzten Semester vorzulegen.

Dr. Nauck,
Dir. Gymn.