# PROGRAMM

des

# Königlichen und Stadt-Gymnasiums zu Cöslin

womit

**zur öffentlichen Prüfung am 4. April**

ehrerbietigst einladet

**Dr. L. Pitann,**
Director und Professor.

---

Inhalt: 1. Mathematische Abhandlung des ordentlichen Gymnasiallehrers Dr. Tägert.
2. Jahresbericht des Directors.

**Cöslin 1871.**
Gedruckt bei C. G. Hendess.

# Ueber die Laplacische Relation zwischen dem Potentiale und der Attraction eines nahezu kugelförmigen homogenen Sphäroids.

Bildet der Schwerpunkt eines homogenen Sphäroids den Anfang eines rechtwinkligen oder polaren Coordinatensystems, und bezeichnet $r = a\,(1 + \alpha y)$ einen beliebigen vom Anfang nach der Oberfläche des Sphäroids gezogenen Radius,*) so kann man die Zahlen a und $\alpha$ constant und positiv annehmen, während y eine die Einheit ihrem absoluten Werthe nach nicht übersteigende**) Function der Coordinaten des in der Oberfläche gelegenen Endpunktes von jenem Radius bezeichnen mag. Ist das Sphäroid von einer Kugel wenig verschieden, welcher Fall hier allein in Betracht gezogen werden soll, so wird der Werth von $\alpha$ so klein, dass man seine höheren Potenzen oft vernachlässigen darf; und auch dann noch gelten diese Bestimmungen, wenn der sphäroidische Schwerpunkt und der Coordinatenanfang nicht genau zusammenfallen, sondern um eine Strecke von der Ordnung $a\alpha$ von einander entfernt liegen.

Es sei nun V das Potential des Sphäroids in Bezug auf einen seiner Attraction unterworfenen Punkt, W die beschleunigende Kraft der nach dem Coordinatenanfang gerichteten (positiv genommenen) Composante dieser Attraction; liegt alsdann der angezogene Punkt auf der Oberfläche des Sphäroids, so ist nach Laplace***) (und dieser Satz bildet das Fundament der wichtigsten im zweiten Theile der Méc. cél. enthaltenen Untersuchungen) mit Vernachlässigung aller Grössen der zweiten und höherer Ordnungen

$$V - 2aW = -\frac{4a^2\pi\delta}{3},$$

wo $\delta$ die Dichtigkeit des Sphäroids bezeichnet. Allerdings knüpft Laplace diese Behauptung, deren Beweis zu Controversen Anlass gegeben, an gewisse nicht recht präcise ausgedrückte Restrictionen, welche des Meisters Jünger indessen nicht weiter beachteten. So beweist der scharfsinnige Poisson in seinem am 20. Nov. 1826 in der Academie gelesenen, ein wenig später in der Connaissance des temps pour l'année 1829 erschienenen Mémoire, dass der Satz auf alle Sphäroide mit eindeutigem (selbst unstetigem) y anwendbar sei. Auch der ritterliche

*) so bei Laplace, Poisson u. A.

**) vielleicht a und $\alpha$ involvirende

***) Mécanique céleste, 3tes Buch, Cap. I, 10.

Pontécoulant, ein Jünger zweiter Ordnung, glaubt auf diesem Kampfplatze sich seine Sporen verdienen zu müssen, und führt uns demzufolge einen „Beweis" der Allgemeingültigkeit dieses Theoremes vor, von welchem er selber urtheilt (gleichsam als ahnte er das Lächeln der Kritik): Il me semble que la démonstration qui procède est à l'abri de toute objection sérieuse.*) — Seltsamer Weise ist nun der Satz allen Beweisen zum Trotz in seiner allgemeinen Fassung nicht richtig, d. h. er ist auf gar manches Sphäroid von noch so kleinem $\alpha$ nicht anwendbar, wie eine sehr einfache Betrachtung lehrt, die, „begreif's, wer's kann," den erwähnten grossen und kleinen Denkern entgangen sein muss.

Beschreibt man bei einer Kugel von dem Radius a über einem kleinen Kugelkreise, dessen Halbmesser $a\alpha$, nach aussen eine Halbkugel, so erhält man, die Homogenität des Ganzen vorausgesetzt, ein Sphäroid von oben geschildeter Beschaffenheit. Das zugehörige y ist zwar unstetig nach Poisson's Ausdruck („telle que ses valeurs ne soient pas toutes comprises dans une même expression analytique"), aber die Bedingung, welche er festhält (während Pontécoulant auch diese verschmäht), „quelle n'ait qu'une seule valeur à chaque point de jonction de deux expressions différentes", ist erfüllt, da, wenn der Anfang im Kugelmittelpunkt liegt, zu jedem Paar von Winkelcoordinaten $\varphi$ und $\psi$ nur ein y gehört. Für einen am Fusse der Kuppe auf der Oberfläche des Sphäroids gelegenen Punkt ist nun (mit Vernachlässigung der höheren Potenzen von $\alpha$) das V der Gesammtmasse $= \frac{4a^2\pi\delta}{3}$, dagegen W, die nach dem Kugelmittelpunkte gerichtete Attraction $= \frac{4a\pi\delta}{3} - \frac{2a\alpha\delta}{3}$, also

$$V - 2aW = -\frac{4a^2\pi\delta}{3} + \frac{4a^2\alpha\delta}{3},$$

eine Gleichung, welche in das gewaltige Lehrgebäude Laplace's eine Bresche zu legen droht, und den wissenschaftlichen Werth des Poisson'schen Mémoires trotz allem von den „Unsterblichen" und Anderen gespendeten Beifall fast auf Null reducirt.

Bereits befindet sich der erste Theil der Méc. céleste auf dem „index librorum vetitorum", wenn auch nicht dem römischen,**) wollen wir nun wegen einzelner mathematischer Häresien den zweiten ihm beigesellen, oder durch die Flammen eines kritischen (?) Auto da fe ein Werk vernichten, welches Gauss und Bessel als ein Buch der Bücher verehrten? Gar wenig möchte von den mathematischen Leistungen des vorigen Jahrhunderts übrig bleiben, sollte alles mangelhaft Begründete als unrichtig beseitigt werden. Darin zeigt sich ja eben das Genie der Kory-

*) Théorie anal. du système du monde, Liv. V, Cap. III, 20.

**) In der Schrift: Unterhaltungen über einige Capitel der Méc. céleste und der Kosmogenie, Halle 1870, wird über die Theor. der Perturbationen und über die höhere Analysis überhaupt von Seiten des „gesunden Menschenverstandes" der Stab gebrochen. Die Kritik macht den Eindruck der Schärfe, sie ist aber zweischneidig, das Verdict (schärfer als das Urtheil) in seiner Härte des „sanctum officium" nicht unwürdig, welches wider Galiläi ja auch das Rüstzeug des „gesunden Menschenverstandes" in Anwendung brachte. Dass auch der erste Theil der Méc. manche Schwächen birgt, ist nicht zu bestreiten, jedoch eine Abfertigung desselben in dem Stile „der Unterhaltungen" richtet sich selbst.

phäen dieser Epoche, dass sie oft, nicht gebunden durch vulgäre Schlussketten, wie durch unmittelbare Intuition das Richtige fanden, und, in falschen Prämissen befangen, dennoch unrichtige Consequenzen zu vermeiden wussten. Mit Ausnahme eines Abschnittes aus der Theorie der Gezeiten, welcher schwerlich haltbar sein dürfte, findet sich unter den wissenschaftlichen Ergebnissen des zweiten Theiles der Mécanique kaum ein einziges, welches man schlechtweg von der Hand weisen möchte. Freilich die Lücken und Mängel der im Geiste älterer Analysis geführten Deductionen zeigen sich auf Schritt und Tritt. Sollte aber ein Werk wie das Laplacische nicht einer Umarbeitung im Sinne der strengeren Schule würdig sein, oder besser bei neuer Ausstattung von einem kritischen und apologetischen Commentar begleitet erscheinen dürfen, in welchem die bessernde Hand an die Schwächen der früheren Redaktion gelegt wäre? Möchten dazu die folgenden Blätter einen bescheidenen Beitrag liefern können.

---

Im Innern des Sphäroids liege nahe an der Oberfläche der Punkt A, dessen Coordinaten in Bezug auf den Schwerpunkt C wir durch $z = e \cos\varphi'$, $y = e \sin\varphi' \sin\psi'$, $x = e \sin\varphi' \cos\psi'$ bezeichnen. Eine beliebige durch e gelegte Ebene bilde mit einer zweiten durch e und z gehenden den Neigungswinkel $\omega$. Es sei ferner in der ersten Ebene der Punkt B, dem Sphäroid angehörig, gelegen; wir setzen $CB = r$, $AB = f$, $\angle\, BAC = \Theta$, $\angle\, BCA = v$, so ist nach der obigen Bezeichnung

$$V = \delta\int\!\!\int\!\!\int f \sin\Theta \; df\, d\Theta\, d\omega, \quad W = \delta\int\!\!\int\!\!\int \sin\Theta \cos\Theta \; df\, d\Theta\, d\omega;$$

die Grenzen der Integration sind 0 und $2\pi$ für $\omega$, 0 und $\pi$ für $\Theta$, 0 und f für f, falls B, wie wir fernerhin annehmen, in der Oberfläche des Körpers liegt, und diese von der nach beiden Seiten hin verlängerten AB im Ganzen nur zweimal getroffen wird. Da

$$r^2 = f^2 + e^2 - 2ef \cos\Theta, \text{ so ist } f = e \cos\Theta \pm \sqrt{r^2 - e^2 + e^2 \cos\Theta^2}.$$

Der Punkt A mag der Oberfläche so nahe liegen, dass seine Entfernung von derselben, AD genannt, nur eine Grösse von der Ordnung $e\alpha^4$ betrage.

Die durch die Gleichung $r = a\,(1 + \alpha y)$ charakterisirte Oberfläche des Sphäroids lassen wir nun folgenden Bedingungen unterworfen sein:

1) bezeichne y eine eindeutige Function von $\varphi$ und $\psi$ (wie bei Poisson), so dass also je einem $v$ und $\omega$ nur ein r entspreche;

2) übersteige kein Werth der Grösse $\alpha \dfrac{dy}{dv}$, selbst wenn dies Symbol mehrdeutig werden sollte, absolut genommen die Grenze $\dfrac{\beta}{4}$. *)

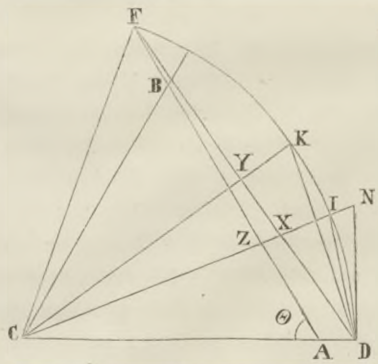
Da y eine Function von $\cos\varphi$ und $\sin\varphi \cos\psi$ (oder $\sin\varphi \sin\psi$), den Coordinaten der Oberfläche, darstellt, so ist dy von der Form $p d\varphi + q \sin\varphi\, d\psi$, und weil, wenn $\omega$ constant

*) Der Werth dieser Grenze wird hernach präcisirt werden, zunächst sei $\beta < 1$.

bleibt, $d\varphi = \sin\mu\, dv$, und $d\psi = \frac{\cos\mu}{\sin\varphi} \cdot dv$ zu setzen ist, so wird $\frac{dy}{dv} = p \sin\mu + q \cos\mu$ sein. Die zweite Bedingung ist also erfüllt, wenn weder p noch q dem absoluten Werthe nach die Grenze $\frac{\beta\sqrt{2}}{8\alpha}$ übersteigt.

In der durch A, C und B gelegten Ebene werde jetzt mit dem sphäroidischen Radius CD (dem verlängerten CA) um C ein Kreis beschrieben. Liegt alsdann B in der Peripherie oder ausserhalb dieses Kreises, so gilt in dem obigen Ausdruck für f das obere Zeichen. Ist ferner $\cos\Theta \geqq \beta$, so muss auch $\cos CBA > \beta$ sein. Die (oder jede) durch B an den Sphäroidbogen gezogene Tangente bildet mit dem über B hinaus verlängerten Radius $CB = a(1 + \alpha y)$ einen Winkel, dessen Cotangens absolut genommen $= \sqrt{\left(\alpha \frac{dy}{dv}\right)^2}$ ist. Da diese Grösse nach Voraussetzung die Grenze $\frac{\beta}{4}$ nicht übersteigt, so erhellt alsbald,*) dass der zuletzt erwähnte Winkel grösser als der Scheitelwinkel von CBA ist, woraus sich ergiebt, dass der über B hinaus sich fortsetzende sphäroidische Bogen die Linie AB in B schneidet, vorausgesetzt, dass die Bedingung $\cos\Theta \geqq \beta$ festgehalten wird.

Liegt B innerhalb des beschriebenen Kreises, so lässt sich erstens zeigen, dass für $\cos\Theta \geqq \beta$ der Winkel FCB kleiner als $\frac{1}{3}$ FCD ist. (siehe Fig.) Zunächst muss nämlich nach unseren Voraussetzungen in dem an CD liegenden Drittel dieses Winkels der Abstand des sphäroidischen vom sphärischen Bogen DI kleiner als $\frac{\beta}{4} \operatorname{arc} DI < \frac{\beta}{4} DN$ sein, falls $DN \perp CD$. Dann ergiebt sich, wenn KC den Winkel FCD halbirt,




$\sin IDX > \sin KDX = \sin \frac{1}{2} KCD > \frac{1}{2} \sin KCD$
$= \frac{1}{2} \cos FDC > \frac{1}{2} \cos\Theta \geqq \frac{\beta}{2}$. Endlich ist $IZ >$
$IX > ID \sin IDX > ID. \frac{\beta}{2} \geqq ID. \frac{\beta}{4 \cos ICD}$**)
$> CD. \frac{\beta \operatorname{tg} ICD}{4}$ d. i. $> \frac{\beta}{4} DN$.

Die Linie IZ ist demnach grösser, als die gegenseitige Entfernung der beiden Bogen im ersten Drittel von FCD, der Sphäroidbogen trifft hier also nicht die Linie AF.

Im zweiten Drittel von FCD beträgt die Entfernung beider Kreisbogen von einander überall weniger als $\frac{\beta}{3}$ arc KD; dagegen sind hier alle Punkte der Linien DF und AF von dem Kreisbogen um Strecken entfernt, welche $\frac{2}{3}$ KY

---

*) weil $\cos \alpha^2 \overset{=}{<} \operatorname{ctg} \alpha^2$; eine einfache Zeichnung kann zur Erläuterung des Folgenden dienen.

**) Da $\cos ICD \geqq \cos 60^\circ = \frac{1}{2}$.

an Länge übersteigen. Nun ist $\frac{2}{3}\,KY = \frac{4}{3}\,CD \sin^2 \frac{1}{2}\,KCD = \frac{2}{3}\,CD \sin KCD \operatorname{tg} \frac{1}{2} KCD$, aber nach dem Obigen $\sin KCD > \cos\Theta$, und $2\,CD \operatorname{tg} \frac{1}{2}\,KCD > \operatorname{arc} KD$, folglich $\frac{2}{3}\,KY > \frac{\beta}{3}\,\operatorname{arc} KD$. Also trifft der sphäroidische Bogen die Linie AF auch noch nicht im zweiten Drittel von FCD, sondern erst im dritten.

Hieraus folgt, dass für $\cos\Theta \geqq \beta$ allemal

$AB = f = e\cos\Theta + \sqrt{r^2 - e^2 + e^2\cos\Theta^2}$ zu setzen ist. Es ergiebt sich ferner, dass $\angle\, CBA < CFD + \frac{2}{3} KCD$, also $90^0 - CBA > 90^0 - CFD - \frac{2}{3} KCD$, d. i. $90^0 - CBA > \frac{1}{3} KCD$, demnach

$\frac{\pi}{2} - \operatorname{arc} CBA > \frac{1}{3}\,\operatorname{arc} KCD > \frac{1}{3} \sin KCD > \frac{1}{3}\cos\Theta$; folglich ist $\frac{\pi}{2} - \operatorname{arc} CBA > \frac{\beta}{3}$.

Bezeichnet $\varepsilon$ den Winkel, welchen eine in B an den über B hinaus sich fortsetzenden Sphäroidbogen gezogene Tangente mit der Verlängerung von CB bildet, so ist, wenn $\varepsilon < 90^0$, $\frac{\pi}{2} - \operatorname{arc}\varepsilon < \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2} - \operatorname{arc}\varepsilon\right) = \sqrt{\left(\alpha\frac{dy}{dv}\right)^2} < \frac{\beta}{4}$, also $\frac{\pi}{2} - \operatorname{arc}\varepsilon < \frac{\pi}{2} - \operatorname{arc} CBA$, folglich $\varepsilon > CBA$, was eines besonderen Beweises nicht bedarf, wenn $\varepsilon \geqq 90^0$ ist. Die Fortsetzung des Sphäroidbogens DB schneidet also auch jetzt die Linie AB und trifft sie demnach, so lange $\cos\Theta \geqq \beta$ ist, nur einmal.

Demnach ergiebt sich nun in aller Strenge, dass in den Ausdrücken für V und W die Integration nach df zwischen den Grenzen 0 und f auszuführen ist, wie oben bereits angedeutet wurde, wenn nur die aufgestellte Bedingung festgehalten wird.

Dasselbe liesse sich leicht für den Fall beweisen, dass $\cos\Theta < -\beta$ ist. Zugleich erhellt aber aus unseren Voraussetzungen sofort (da der Abstand des Punktes A von der Sphäroidoberfläche von der Ordnung $e\alpha^4$), dass f in diesem Falle höchstens von der Ordnung $e\alpha^2$ sein wird.

Ist endlich $0 < \cos\Theta < \beta$ oder $-\beta < \cos\Theta < 0$, so kann es vorkommen, dass AB mehrmals die Sphäroidoberfläche trifft.

Bezeichne alsdann f den Maximalwerth der einem Paar zusammengehöriger Werthe von $\Theta$ und $\omega$ entsprechenden Entfernungen des Punktes A von der Sphäroidoberfläche. Nun ist

$$W = \delta\int_0^{2\pi}\int_\beta^1 f\cos\Theta\, d\cos\Theta\, d\omega + \delta\int_0^{2\pi}\int_{-1}^{-\beta} f\cos\Theta\, d\cos\Theta\, d\omega$$

$+ \delta\int_0^{2\pi}\int_0^\beta \varrho\, f\cos\Theta\, d\cos\Theta\, d\omega + \delta\int_0^{2\pi}\int_{-\beta}^0 \varrho_1\, f\cos\Theta\, d\cos\Theta\, d\omega$, wo $\varrho$ und $\varrho_1$ echte positive Brüche bezeichnen. Das zweite von diesen Doppelintegralen ist von der Ordnung $\pi e\alpha^2$, die beiden letzten sind gemäss den Werthen von f und $\Theta$ (da $f = e\cos\Theta \pm \sqrt{r^2 - e^2 + e^2\cos\Theta^2}$) von der Ordnung $\pi e\beta^3$ oder $\pi e\beta^2\sqrt{\alpha}$.

Es sei nun $\beta = 2\alpha^n$ und $n > \frac{1}{3}$, so ist $\beta^3$ das achtfache einer Potenz von $\alpha$, deren

Exponent die Einheit übersteigt. Unter Umständen kann es verstattet sein, Grössen von dieser Kleinheit zu vernachlässigen. So wird man, wenn $n = \frac{1}{2}$, sich oft erlauben dürfen,

$$W = \delta \int_0^{2\pi} \int_\beta^1 f \cos\Theta \, d\cos\Theta \, d\omega$$

zu setzen; der Fehler, den man dabei begeht, ist von der Ordnung $\alpha^{\frac{3}{2}}$.

---

Nach dem Taylorschen Lehrsatze ist weiter, wenn $\cos\Theta \geqq 2\sqrt{\alpha}$,

$\cos\Theta \sqrt{e^2 \cos\Theta^2 + r^2 - e^2} = e\cos\Theta^2 + \frac{r^2 - e^2}{2e} - \frac{(r^2 - e^2)^2}{8e^3 \cos\Theta^2 \sqrt{(1+z)^3}}$, wo z einen gewissen dem Bruche $\frac{r^2 - e^2}{e^2 \cos\Theta^2}$ eigenthümlichen Werth bezeichnet. Die Grösse $(r - e)$ ist nach Annahme von der Ordnung $a\alpha$, folglich der Minimalwerth jenes Bruches grösser als $-\frac{1}{2}$. Das Integral

$$\delta \int_0^{2\pi} \int_\beta^1 \frac{(r^2 - e^2)^2 \, d\cos\Theta \, d\omega}{8e^3 \cos\Theta^2 \sqrt{(1+z)^3}} = \delta x \int_0^{2\pi} \int_\beta^1 \frac{d\cos\Theta}{\cos\Theta^2} d\omega,$$

in welchem Ausdruck x einen gewissen Mittelwerth von $\frac{(r^2 - e^2)^2}{8e^3 \sqrt{(1+z)^3}}$ bedeutet, ist demnach, wie auf der Stelle erhellt, von der Ordnung $\alpha\sqrt{\alpha}$. Vernachlässigt man diese Grösse, so erhält man die Näherungsformel:

$$W = \delta \int_0^{2\pi} \int_\beta^1 f \cos\Theta \, d\cos\Theta \, d\omega = \delta \int_0^{2\pi} \int_\beta^1 \left(2e\cos\Theta^2 + \frac{r^2 - e^2}{2e}\right) d\cos\Theta \, d\omega$$

$$= \frac{4\delta\pi e}{3} + \frac{\delta}{2e} \int_0^{2\pi} \int_\beta^1 (r^2 - e^2) \, d\cos\Theta \, d\omega,$$

deren Fehler von der Ordnuug $\alpha\sqrt{\alpha}$, oder wenn $\beta > 2\sqrt{\alpha}$, von der Ordnung $\beta^3$.

---

Ganz ähnlich ergiebt sich

$$V = \frac{\delta}{2} \int_0^{2\pi} \int_\beta^1 f^2 \, d\cos\Theta \, d\omega + \frac{\delta}{2} \int_0^{2\pi} \int_{-1}^{-\beta} f^2 \, d\cos\Theta \, d\omega$$

$$+ \frac{\delta}{2} \int_0^{2\pi} \int_0^\beta \varrho_2 f^2 \, d\cos\Theta \, d\omega + \frac{\delta}{2} \int_0^{2\pi} \int_{-\beta}^0 \varrho_3 f^2 \, d\cos\Theta \, d\omega,$$

wo $\varrho_2$ und $\varrho_3$ Mittelgrössen zwischen 0 und 1 bedeuten. Das zweite Integral ist hier von der Ordnung $e\alpha^4$, die beiden letzten von der Ordnung $\beta^3$ oder $\beta^2\sqrt{\alpha}$, da in denselben $f^2$ eine Grösse von der Ordnung $\beta^2$ oder $\beta\sqrt{\alpha}$ nicht übersteigen kann. Mit Vernachlässigung dieser Grössen ist

$$V = \frac{\delta}{2} \int_0^{2\pi} \int_\beta^1 f^2 \, d\cos\Theta \, d\omega.$$

Nun war $f^2 = r^2 - e^2 + 2 e f \cos \Theta$, also ist

$$V = \frac{\delta}{2}\int_0^{2\pi}\int_\beta^1 (r^2 - e^2) \, d\cos\Theta \, d\omega + eW.$$

Unter Anwendung des oben erhaltenen Werthes von W ergiebt sich hieraus

$$V - 2eW = -\frac{4\delta\pi e^2}{3}.$$

In dem Werthe von $e = CD - AD = a(1 + \alpha y') - AD$, darf ferner AD verschwindend klein angenommen werden. Vollzieht man den Uebergang zur Grenze, welchem nichts entgegensteht, so ist

$$V - 2aW - 2a\alpha y'W = -\frac{4a^2\delta\pi}{3} - \frac{8a^2\alpha\delta\pi y'}{3}.$$

Mit Vernachlässigung einer Grösse von der Ordnung $\alpha^2$ haben wir aber $2a\alpha y'W = \frac{8a^2\alpha\delta\pi y'}{3}$, folglich wird

$$V - 2aW = -\frac{4a^2\delta\pi}{3} \quad \text{sein.}$$

Diese Näherungsformel darf man also unbedenklich anwenden, falls y eine eindeutige Function von $\varphi$ und $\psi$ darstellt, und zugleich die Grösse $\alpha\frac{dy}{dv}$ absolut genommen die Grenze $\frac{\alpha^n}{2}$ nicht übersteigt, wo $n > \frac{1}{3}$ sein muss. Wenn $n \geqq \frac{1}{2}$, so bleibt im allgemeinen der Fehler von der Ordnung $\alpha\sqrt{\alpha}$, jedoch gestaltet er sich in vielen Fällen kleiner, worüber eine genauere Discussion der Werthe von f uns Aufschluss giebt, sobald wir das Gesetz der Abhängigkeit der Grösse y von $\varphi$ und $\psi$ kennen. Für ein Rotationsellipsoid z. B., dessen Gleichung*) $r = a(1 - \alpha\cos\varphi^2)$, ergiebt sich sofort $\frac{\alpha dy}{dv} = 2\alpha\sin\varphi\cos\varphi\sin\mu$; es ist also bei diesem Körper die Anwendung unserer Formel zulässig, und der Fehler bleibt hier (weil in dem Ausdruck für f die Grösse $e^2\cos\Theta^2$ und $(r^2 - e^2)$ von gleicher Ordnung sind, wenn $\Theta$ von 90° wenig differirt) eine Grösse von der Ordnung $\alpha^2$.

Ein meerbedecktes Sphäroid hingegen, auf dessen Oberfläche sich Wellen erheben, erlaubt die Anwendung der Formel mit ihren Consequenzen nur dann, wenn die Abstände der Wellenkämme von einander im Verhältniss zur Höhe derselben sehr beträchtlich sind, wie dies bei den Fluthwellen auf unseren Oceanen der Fall zu sein scheint. Nicht so bei den dicht auf einander folgenden Sturmwellen, welche indessen, wie auch die meisten Spitzen und Zacken des Festlandes, bei einer analytischen Betrachtung des Erdsphäroids als Grössen niederer Ordnungen vernachlässigt werden dürften. Hierüber und über den Grad der erlangten Annäherung bliebe der Geographie das entscheidende Wort vorbehalten. Ueberhaupt aber verbietet sich die Anwendung der Laplacischen Relation, so oft y Ausdrücke von der Form $\sin\frac{\varphi}{\alpha}$ oder andere dergleichen enthält.

*) nach Vernachlässigung der Glieder höherer Ordnungen.

Nach dem gewöhnlichen Verfahren wird bei der Entwickelung von $V = \int \frac{dm}{f}$ und $W = -\int \frac{d\left(\frac{1}{f}\right)}{de} dm$*) das Differential $dm = \delta r^2 dr.\sin\varphi\, d\varphi\, d\psi$, und $f = \sqrt{e^2 - 2er\cos v + r^2}$ gesetzt, sei es, dass A irgendwo innerhalb, oder ausserhalb des Sphäroids gelegen ist; zur Bestimmung von $v$ dient die Gleichung $\cos v = \cos\varphi\cos\varphi' + \sin\varphi\sin\varphi'\cos(\psi - \psi')$.

Bevor man nun integrirt, zuerst nach dr, dann nach $d\varphi$ und $d\psi$, wird $\frac{1}{f}$ in eine nach den Potenzen von $\frac{r}{e}$, resp. $\frac{e}{r}$, fortschreitende Reihe verwandelt. Dieselbe ist von der Form

$$\frac{1}{e} + P_1 \frac{r}{e^2} + P_2 \frac{r^2}{e^3} + P_3 \frac{r^3}{e^4} + \dots\dots, \text{ oder}$$

$$\frac{1}{r} + P_1 \frac{e}{r^2} + P_2 \frac{e^2}{r^3} + P_3 \frac{e^3}{r^4} + \dots\dots$$

Auf die bei diesen Reihen obwaltenden Convergenzbedingungen nahm man früher keine Rücksicht, und Poisson bemüht sich in dieser Hinsicht, wie der Erfolg seiner Rechnung zeigt, vergeblich. Eine zweite Fehlerquelle eröffnete sich später, indem nach Vollziehung der ersten Integration die Potenzen von $(1 + \alpha y)$ nach dem binomischen Lehrsatze entwickelt wurden, ohne dass man die Natur der erhaltenen Doppelreihen näher untersuchte.

Zur correcten Durchführung dieser Rechnungen scheint sich folgendes Verfahren zu empfehlen, welches auch auf gewisse nicht homogene Sphäroide**) Anwendung findet, wenn diese aus Schichten von gleichförmiger Dichtigkeit zusammengesetzt sind, welche von Kugelschalen so wenig differiren, dass ihre Trennungsflächen durch Gleichungen von der obigen Form $r = a'(1 + \alpha y)$ characterisirt werden. Das einer einzelnen Schicht entsprechende $\delta$ bildet alsdann, ebenso wie das zugehörige $\alpha y$, eine Function von $a'$; wir stellen noch die Bedingung, dass $\frac{d\delta}{da'}$ stets einerlei Vorzeichen habe, das Sphäroid also vom Mittelpunkte nach der Oberfläche hin an Dichtigkeit beständig zunehme oder abnehme. Letzteres ist der Fall bei dem der Gleichgewichtslage einer rotirenden nicht homogenen Flüssigkeit entsprechenden Sphäroide, welches wir bei der folgenden Betrachtung vorzugsweise ins Auge fassen.

Da nach den obigen Bezeichnungen $r = a'(1 + \alpha y)$, $e = a''(1 + \alpha y')$ zu setzen ist, so wird bei der ersten Integration***) $dr = \left(1 + \alpha y + a'\frac{d(\alpha y)}{da'}\right) da'$ werden. Im Fall der Homogenität der ganzen Masse darf $\frac{d(\alpha y)}{da'} = 0$ angenommen werden.

---

*) Es ist nur dann gestattet, $W = -\frac{dV}{de}$ zu setzen, wenn die Integrationsgrenzen von e unabhängig sind, ein Umstand, welcher nicht immer Beachtung gefunden hat.

**) Die Art und Weise, wie Laplace und seine Nachfolger bei der Bestimmung von V vom homogenen zum nicht homogenen Sphäroide übergehen, ist unzulässig, wie aus dem Folgenden erhellen wird.

***) bei welcher $\varphi$ und $\psi$ constant bleiben.

Integrirt man bei der Bestimmung von V nach da′ zunächst zwischen den Grenzen 0 und $a''(1 - \sqrt[3]{\alpha})$, $a''(1 + \sqrt[3]{\alpha})$ und $\alpha$, so convergiren beide aus der Entwickelung von $\frac{1}{f}$ hervorgehende Reihen. Erwägt man weiter, dass $r^n = a'^n(1 + \alpha y)^n = a'^n + na'^n\alpha y + \frac{n(n-1)a'^n}{1.2}\alpha^2 y^2 (1 + \varrho\alpha y)^{(n-2)} = a'^n + na'^n \alpha y (1 + \varrho_1 \alpha y)^{(n-1)}$ und $e^n = a''^n(1 + \alpha y')^n$ *) $= a''^n + na''^n\alpha y'(1 + \varrho_2\alpha y')^{(n-1)}$, wo $\varrho$, $\varrho_1$, $\varrho_2$ wieder Mittelgrössen zwischen 0 und 1 bezeichnen, dass ferner $(-1) \leqq P_n \leqq (+1)$, dass $\int \delta a'^n \frac{d(\alpha y)}{da'} da' = \delta a'^n . \alpha y - n \int \delta a'^{(n-1)} \alpha y \, da' - \int a'^n . \alpha y \left(\frac{d\delta}{da'}\right) da'$ zwischen den bezeichneten Grenzen eine Grösse von der Ordnung $\alpha$ sein muss, indem wegen der Gleichförmigkeit des Vorzeichens von $\frac{d\delta}{da'}$ das letzte Integral $= p\delta$ gesetzt werden darf, wo p einen gewissen Mittelwerth von $a'^n . \alpha y$ bezeichnet, so ergiebt sich ohne Schwierigkeit, dass in den erhaltenen Reihen nach Ausführung der drei Integrationen**) die einzelnen Grössen von der Ordnung $\alpha^2$ in ihrer Gesammtheit vernachlässigt werden dürfen. Nimmt man nämlich den bekannten Satz zu Hülfe (welcher bereits mehrfach zur Anwendung kam), dass $\int_a^b f(x)\,\varphi(x)\,dx = f(a + \varrho[b-a]) \int_a^b \varphi(x)\,dx$, wo $0 \leqq \varrho \leqq 1$, vorausgesetzt, dass $\varphi(x)$ von $x = a$ bis $x = b$ sein Vorzeichen nicht wechselt, so findet sich, dass die erwähnten Grössen mehrere convergente Reihen bilden, von denen keine ihrem absoluten Werthe nach eine Grenze von der Ordnung $\alpha^{\frac{4}{3}}$ übersteigt. Da nämlich ein Integral von der Form $\int_b^c n(n+k)\,\delta a'^{(n-1)} da' = (n+k)\,\delta'(c^n - b^n)$ zu setzen ist, wenn $\delta'$ einen gewissen $\delta$ zwischen diesen Grenzen eigenthümlichen Werth bezeichnet, so wird die Form dieser Reihen

$$4\pi a''^2 \alpha^2 \delta' \left\{1 + 2x + 3x^2 + 4x^3 + \dots\right\} = \frac{4\pi a''^2 \alpha^2 \delta'}{(1-x)^2} \quad \text{sein,}$$

in welchen höchstens $x = (1 - \sqrt[3]{\alpha'})$ (wenn wir die Werthe niederer Ordnungen vernachlässigen). Hieraus ergiebt sich die Richtigkeit der obigen Behauptung.***) In den erhaltenen Reihen darf also, wie bei Poisson u. A., $\frac{r^n}{e^m} = \frac{a'^n}{e^m} + \frac{na'^n\alpha y}{a''^m}$ gesetzt werden.

Wir integriren ferner das Differential

$$\frac{dm}{f} = \frac{\delta a'^2 \left\{1 + \alpha y\right\}^2 \left\{1 + \alpha y + a'\frac{d(\alpha y)}{da'}\right\} da' \, d\cos v \, d\omega}{\sqrt{e^2 - 2er\cos v + r^2}}$$

*) oder $e^n = a^n (1 + \alpha y')^n$, wenn der angezogene Punkt in der Oberfläche des Sphäroids liegt.

**) für $\varphi$ sind die Grenzen 0 und $\pi$, für $\psi$ dagegen 0 und $2\pi$.

***) Ist $\delta$ eine unstetige Function von $\alpha'$, so integrire man zwischen den Unstetigkeitspunkten; die obigen Schlüsse bleiben richtig.

nach da' zwischen den Grenzen $a''(1-\sqrt[3]{\alpha})$ und $a''(1-3\alpha)$, nach $d\cos v$ zwischen $(-1)$ und $(+1)$, nach $\omega$ zwischen 0 und $2\pi$, und zwar beginnen wir mit der zweiten Integration, für welche $\delta$ constant ist. Sei der Kürze halber $\sqrt{e^2-2ea'\cos v+a'^2} = f'$, so folgt aus dem Taylorschen Lehrsatze

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{f'} + \frac{a'\alpha y\left\{e\cos v - a' - \frac{a'}{2}\cdot\alpha y\right\}p}{f'^3}.$$

Der Factor $p = \sqrt{\left\{1 + \frac{2\varrho a'\alpha y\left(a' - e\cos v + \frac{a'}{2}\alpha y\right)}{f'^2}\right\}^{-3}}$

kann innerhalb der angenommenen Grenzen, da $(a'-e\cos v)^2 < f'^2$ ist, den Wertth $\frac{27}{8}$ nicht übersteigen. Vollzieht man die Integrationen,*) so ergiebt sich nach Vernachlässigung der Grössen von der Ordnung $\alpha^{\frac{4}{3}}$ der entsprechende Theil von

$$V = \frac{4\pi}{e}\int_{a''(1-\sqrt[3]{\alpha})}^{a''(1-3\alpha)} \delta a'^2\, da' + \int_0^{2\pi}\int_{a''(1-\sqrt[3]{\alpha})}^{a''(1-3\alpha)}\int_{-1}^{+1} \frac{\delta a'^3 \frac{d(\alpha y)}{da'}\, d\cos v\, da'\, d\omega}{f'}.$$

Nur in dem Falle, dass $\frac{d(\alpha y)}{da'}$ eine Grösse von der Ordnung $\alpha^{\left(\frac{2}{3}+\nu\right)}$ ist, wo $\nu$ eine positive Zahl bezeichnet, darf man das letztere Integral vernachlässigen.

In derselben Weise verfahre man bei der Integration zwischen den Grenzen $a''(1+3\alpha)$ und $a''(1+\sqrt[3]{\alpha})$, so ergiebt sich das Resultat

$$4\pi\int_{a'(1+3\alpha)}^{a'(1+\sqrt[3]{\alpha})} \delta a'\, da' + \int_0^{2\pi}\int_{a'(1+3\alpha)}^{a'(1+\sqrt[3]{\alpha})}\int_{-1}^{+1} \frac{\delta a'^3 \frac{d(\alpha y)}{da'}\, d\cos v\, da'\, d\omega}{f'}.$$

Um endlich die beiden letzten Theile von V zu bestimmen, berücksichtige man, dass

$$f = 2e\sin\frac{v}{2}\sqrt{1 - \frac{(e-r)}{e} + \frac{(e-r)^2}{4e^2\sin^2\frac{1}{2}v}}$$

gesetzt werden darf. Integrirt man nach da' zwischen den Grenzen $a''(1-3\alpha)$ und $a''$, oder $a''$ und $a''(1+3\alpha)$, nach $d\cos v$ zwischen $(-1)$ und $(+1)$ und nach $d\omega$ zwischen 0 und $2\pi$, so ist das Resultat, so lange $2\sin\frac{v}{2} < \sqrt{\frac{(e-r)}{e}} = \gamma$, kleiner als

---

*) wobei zu bemerken, dass, wenn $e > a'$,

$$\int_{-1}^{+1}\frac{q(e\cos v - a')d\cos v}{f'^3} = q_1\int_{\frac{a'}{e}}^{+1}\frac{(e\cos v - a')}{f'^3}\,d\cos v + q_2\int_{-1}^{\frac{a'}{e}}\frac{(e\cos v - a')d\cos v}{f'^3}$$

gesetzt werden darf, wo $q_1$ und $q_2$ Mittelwerthe von q bezeichnen.

$$\int_0^{2\pi}\int_{a''(1-3\alpha)}^{a''}\int_0^{\frac{\gamma}{2}} 2\delta\frac{r^2}{e}\frac{dr}{da'}\, d\sin\frac{v}{2}\, da'\, d\omega \quad \text{oder}$$

$$\int_0^{2\pi}\int_{a''}^{a''(1+3\alpha)}\int_0^{\frac{\gamma}{2}} 2\delta\frac{r^2}{e}\frac{dr}{da'}\, d\sin\frac{v}{2}\, da'\, d\omega,$$

und dies ist eine Grösse von der Ordnung $\alpha^{-\frac{3}{2}}$, und nicht grösser ist der Fehler, welchem wir uns aussetzen, wenn wir den Rest des dreifachen Integrales =

$$\frac{4\pi}{e}\int_{a''(1-3\alpha)}^{a''}\delta a'^2 da' + \int_0^{2\pi}\int_{a''(1-3\alpha)}^{a''}\int_0^{\frac{\pi}{2}} 2\delta\frac{a'^3}{a''}\frac{d(\alpha y)}{da'}\, d\sin\frac{v}{2}\, da'\, d\omega, \quad \text{resp.}$$

$$4\pi\int_{a''}^{a''(1+3\alpha)}\delta a' da' + \int_0^{2\pi}\int_{a''}^{a''(1+3\alpha)}\int_0^{\frac{\pi}{2}} 2\delta a'^2\frac{d(\alpha y)}{da'}\, d\sin\frac{v}{2}\, da'\, d\omega$$

annehmen.

Eine ähnliche Entwickelung von W ist nur b e d i n g u n g s w e i s e zulässig. So lange man zwischen den Grenzen 0 und $a''(1-\sqrt[4]{\alpha})$ resp. $a''(1+\sqrt[4]{\alpha})$ u. d. α für da″, (— 1) und (+ 1) für $d\varphi$, 0 und $2\pi$ für $d\psi$ zu integriren hat, darf man $\dfrac{d\left(\frac{1}{f}\right)}{de}$ in eine nach den Potenzen von $\dfrac{r}{e}$ resp. $\dfrac{e}{r}$ fortschreitende Reihe entwickeln und in diese $a'^n(1+ny)$ statt $r^n$, $a''^n$ statt $e^n$, resp. $a''(1+\alpha y')$ statt $e^1$ einführen, der begangene Fehler wird eine Grösse von der Ordnung $\alpha^{-\frac{5}{4}}$ nicht übersteigen. Die Möglichkeit der weiteren Integrationen ist aber abhängig von der Bedingung, dass $\alpha\frac{dy}{dv}$ absolut genommen stets kleiner sei als $\alpha^{\left(-\frac{3}{4}+\nu'\right)}$, wo $\nu'$ eine gewisse positive Zahl bezeichne. Unter dieser Voraussetzung wird, wie leicht ersichtlich, $f = f''(1+\varepsilon)$, wo $f'' = \sqrt{a''^2 - 2a''a'\cos v + a'^2}$ und $\varepsilon$ von der Ordnung $\alpha^{\left(-\frac{3}{4}+\nu'\right)}$, und vertauscht man in dem Reste von W die Grösse f mit f″, um darauf die Integrationen nach $d\cos v$ zwischen (— 1) und (+ 1), nach da′ zwischen $a''(1-\sqrt[4]{\alpha})$ und a″, resp. zwischen a″ und $a''(1+\sqrt[4]{\alpha})$, nach $d\omega$ zwischen 0 und $2\pi$, wie bei der Entwickelung des zweiten Theiles von V, auszuführen, so erhält man gedachten Rest von W, mit einem Fehler von der Ordnung $\alpha^{(1+\nu')}$ behaftet, unter der Form

$$\frac{2\pi}{e^2}\int_{a''(1-\sqrt[4]{\alpha})}^{a''}\delta a'^2 da' + \int_0^{2\pi}\int_{a''(1-\sqrt[4]{\alpha})}^{a''}\int_{-1}^{+1}\delta a'^3\frac{(e-a'\cos v)}{f''^3}\frac{d(\alpha y)}{da'}\, d\cos v\, da'\, d\omega$$

$$+\int_0^{2\pi}\int_{a''}^{a''(1+\sqrt[4]{\alpha})}\int_{-1}^{+1}\delta a'^3\frac{(e-a'\cos v)}{f''^3}\frac{d(\alpha y)}{da'}\, d\cos v\, da'\, d\omega.$$

Für ein homogenes Sphäroid kann, wie gesagt, $\frac{d(\alpha y)}{da'} = 0$ gesetzt werden. Liegt der angezogene Punkt in der Oberfläche*) des Sphäroids, sodass $a'' = a$ zu setzen ist, und wendet man auf die in ihre Reihen entwickelten Werthe von V**) und W die Laplacische Relation an, so ergiebt sich leicht (wie bei Laplace, Pontécoulant u. A.) die auch für neuere Untersuchungen hochwichtige Gleichung

$$y' = Y'_0 + Y'_1 + Y'_2 + Y'_3 + \ldots\ldots,$$

wo $Y'_n$, dessen Werth die vorstehende Reihenentwickelung ergiebt, bekanntlich der Differentialgleichung genügt:

$$\frac{d\left(\sin\varphi' \frac{dY'_n}{d\varphi'}\right)}{\sin\varphi' \, d\varphi'} + \frac{1}{\sin\varphi'^2} \frac{d^2 Y'_n}{d\psi'^2} + n(n+1)\, Y'_n = 0.$$

Die Zulässigkeit der hier gegebenen Entwickelung von $y'$ ist an die oben aufgestellten, die Bedeutung von y und den Werth von $\alpha\frac{dy}{dv}$ betreffenden, Bedingungen gebunden. Da man jedoch sich jedes beliebige gegebene y mit einem von ihm unabhängigen unendlich kleinen $\alpha$ combinirt denken kann, so erhellt, neueren Untersuchungen entsprechend, dass die Gleichung

$$y = Y_0 + Y_1 + Y_2 + Y_3 + \ldots$$

richtig sein wird, wenn y eine eindeutige Function von $\cos\varphi$, $\sin\varphi\cos\psi$, $\sin\varphi\sin\psi$ darstellt, und die Grössen $\frac{dy}{d\varphi}$ und $\frac{dy}{d\psi}$ $\left(\text{demgemäss auch } \frac{dy}{dv}\right)$ niemals unendlich werden.

---

Der Kern des Fehlers, welchen die ältere Schule der Analysis, von Laplace bis Pontécoulant herab, beging, liegt also nicht in der Bestimmung von y, sondern in der Entwickelung von W. Verwöhnt durch eine oft zulässige Bequemlichkeit glaubten sie irrthümlicher Weise, durch einfache Differentiation des in eine Reihe entwickelten Näherungswerthes von V zu einem ähnlichen Ausdruck für W gelangen zu können. Uebersahen sie hier die Nothwendigkeit einer Discussion des Werthes von $\alpha\frac{dy}{dv}$, so leidet die Laplacische Bestimmung des einem nicht homogenen Sphäroid entsprechenden V an einem ähnlichem Mangel. Auch hier wird eine***) unendliche Reihe differentiirt, und hernach durch einfache Integration angeblich das Schlussresultat $\left(\text{ohne die nothwendige Prüfung des Werthes von } \frac{d(\alpha y)}{da'}\right)$ gefunden.

Von grosser practischer Bedeutung ist die letztere Frage bei den Bestimmung der Gleichgewichtsflächen eines langsam rotirenden flüssigen nicht homogenen Sphäroids. Meines Wissens, d. h. so weit ich bei der Abgeschiedenheit meines Wohnsitzes Einsicht in die das Thema be-

*) d. h. berührt die Grenze des angezogenen Molecüles die sphäroidische Oberfläche.

**) der Einfachheit halber können auch in V die Integrationsgrenzen 0 und $a(1 - \sqrt[4]{\alpha})$ für da' gewählt werden.

***) richtig entwickelte.

rührende Litteratur gewinnen konnte*) haben alle Bearbeiter dieses Problemes als a priori feststehend angenommen, dass $\frac{d(\alpha y)}{da'}$ mit $\alpha$ von gleich hoher Ordnung sein müsse. Laplace freilich leitet, nachdem der Vorhang der Untersuchung bereits gefallen, durch eine Hinterthür eine Deduction ein**), welche die Frage zu allseitiger Befriedigung aufklären würde, fehlte diesem ὕστερον πρότερον nicht die Beweiskraft. Pontécoulant's Betrachtungen (l'ordre de la nature betreffend) ersetzen (nicht bloss an dieser Stelle) an Naivetät, was ihnen an Strenge abgeht. In der That die Lectüre seiner Théorie anal. du système du monde, nach der Absicht ihres Verfassers bestimmt in den Hallen der école polytechnique die Intelligenz der edelsten Glieder der auf der heutigen Weltbühne wirkenden französischen Generation zur vollen Blüthe zu bringen, erweckt bei der vielfältigen Hohlheit ihrer Gedanken in Hinsicht auf die Zeitläufte eigenthümliche Betrachtungen. Neben gründlicher Verkennung dessen, was das Ausland Grosses hervorgebracht, zeigt sich in den dem Verfasser eigenthümlichen Schlussweisen nicht selten ein Mangel an Logik, wie er in den modernsten Producten der Pariser Litteratur nicht schlimmer gefunden werden kann.

Um auf die Sache zurückzukommen, so lassen sich die Mängel der Theorie durch eine Betrachtung beseitigen, deren genauere Auseinandersetzung jedoch mehr Raum erfordert, als uns hier zu Gebote steht. Hier mag Folgendes genügen. Die Gleichung einer Horizontalfläche in der rotirenden Flüssigkeit hat bekanntlich die Form

$$V + \frac{1}{2} n^2 e^2 \sin\varphi'^2 = C,$$

wo n die Winkelgeschwindigkeit der Umdrehung, und C eine von $\varphi'$ und $\psi'$ unabhängige Grösse bezeichnet. Für $\varphi' = 0$ wird $V = C$. Nehmen wir, wie es freisteht, an, dass $y' = 0$ für $\varphi' = 0$, (demnach auch $\frac{d(\alpha y')}{da''} = 0$ für $\varphi' = 0$). Es ergiebt sich dann, so lange a″ von a verschieden ist,

$$\frac{dV}{da''} = W\left\{1 + \alpha y' + a''\frac{d(\alpha y')}{da''}\right\} = \frac{dC}{da''} - \frac{1}{2} n^2 \frac{d(e^2)}{da''} \sin\varphi'^2.$$

Der Werth von $\frac{d(\alpha y')}{da''}$ ist also von $\frac{1}{W}\left(\frac{dC}{da''} - W\right)$ nur um Grössen von der Ordnung $\alpha$, resp. $n^2$ verschieden.

Nun lässt sich bei entsprechender Theilung der Integrationsintervalle nachweisen, dass der Werth der Grösse $\frac{1}{W}\left(\frac{dC}{da''} - W\right)$ eine gewisse Grenze nicht übersteigt, welche auf die Form $nc\alpha^{\frac{n-1}{n}}$ gebracht werden kann, wo n von $\alpha$ und c von n und $\alpha$ unabhängig ist. Setzen wir $n = 12$ und vernachlässigen wir in der obigen Entwickelung von V die Glieder, welche die Grösse $\frac{1}{f} \cdot \frac{d(\alpha y)}{da'}$ unter den Integralzeichen enthalten, so ist der begangene Fehler von der Ordnung $\alpha^{\frac{5}{4}}$. Die Gleichung

$$V + \frac{1}{2} n^2 e^2 \sin\varphi'^2 = C$$

liefert so in der Form der bekannten Reihe einen Ausdruck für $\alpha y'$, demgemäss auch für $\alpha y$,

*) Die neueren Untersuchungen eines russischen Gelehrten über das Clairaut'sche Theorem blieben mir unzugänglich.

**) Méc. cél. III, 30.

behaftet mit dem eben bezeichneten Fehler. Zur Fortsetzung der Rechnung ist eine Wiederholung der obigen Entwickelung von V nothwendig, mit dem Unterschiede, dass für den in eine Reihe zu entwickelnden Theil als Integrationsgrenzen für a' einerseits die Werthe 0 und $a''\left(1-\sqrt[6]{\alpha}\right)$, andrerseits $a''\left(1+\sqrt[6]{\alpha}\right)$ und a'' zu wählen sind. Setzen wir den so bestimmten Werth von V in die Gleichung

$$V + \frac{1}{2} n^2 c^2 \sin\varphi^2 = C$$

und substituiren dann, nach Vernachlässigung der $\frac{1}{f} \cdot \frac{d(\alpha y)}{da'}$ enthaltenden Glieder, für $\alpha y$ den eben erhaltenen Werth, so ergiebt sich nach genauerer Discussion, welche alle Aufmerksamkeit erfordert, $\alpha y = k \sin\varphi^2 + 12 c' \alpha^{\frac{13}{12}}$. Die Zahl k ist eine Funktion von a', n und $\delta$, welche aus einer im allgemeinen nicht integrirbaren Differentialgleichung abzuleiten ist, c' ist in Bezug auf $\alpha$ (oder k) constant. Wenn $\alpha^{\frac{1}{12}} < \frac{1}{12c'}$ so hält es nicht schwer, die Fehlergrenzen für die Werthbestimmung von $\alpha y$ zu verengern, und schliesslich nachzuweisen, dass, auch wenn $\alpha^{\frac{1}{12}} > \frac{1}{12c'}$ (wie dies z. B. beim Erdsphäroid der Fall ist), bis auf einen Fehler von der Ordnung $\alpha^2$,

$$\alpha y = k \sin\varphi^2$$

gesetzt werden darf. Weitere Annäherungen sind nur mit Berücksichtigung der Glieder niederer Ordnungen möglich.

Eine genauere Prüfung und Begründung dieser einen so hochwichtigen Gegenstand betreffenden Behauptungen muss einer besonderen Arbeit vorbehalten bleiben; sollte dieselbe durch anderweitige Untersuchungen bereits erledigt sein, dann um so besser. Einer eingehenden Revision bedarf auch die Laplacische Theorie von der Ebbe und Fluth, bei welcher die zweite und dritte Composante der Attraction eines nahezu kugelförmigen Sphäroids, auf einen in der Oberfläche desselben liegenden Punkt gerichtet, in Betracht zu ziehen sind. Die Bestimmung derselben ist an dieselben Restrictionen geknüpft, welche bei der ersten Composante zu beachten waren. Laplace vernachlässigt dieselben. In verhängnissvolle Irrthümer verfällt er sodann bei der Bestimmung derjenigen Fluthwellen, deren Zeitperiode der Tag ist. Nach seiner Theorie müsste bei einem homogenen flüssigen Sphäroid die Höhe derselben unendlich gross sein. Dergleichen Trugschlüsse sind die Folgen unzulässiger Annäherungen. Leider werden in Folge dessen auch seine schönen Untersuchungen über die Unabhängigkeit der Präcession und Nutation von der Ebbe- und Fluthbewegung hinfällig. Neuere dieses Thema und namentlich die Einwirkung der angeblichen „inneren“ Fluthwelle des Erdkörpers betreffende Untersuchungen entbehren der rechten Beweiskraft um die dawider aufkeimenden Zweifel zu ersticken, und so leben wir denn jetzt noch in diesem Punkte in dem unheimlichen Zwielichte des Halbwissens, in welchem nur der Dilettantismus sich heimisch fühlt. Möchte doch Kraft und Musse ausreichend beschieden sein, um auf diesem schwierigen Felde mit einigem Erfolge arbeiten zu können; besser noch, käme bald ein Stärkerer, der mit frischerer Kraft, vielleicht mit neugeschaffenem geistigen Rüstzeuge, uns das edle Gold des Wissens zu Tage förderte!

Cöslin, den 12. März 1871.

Dr. Tägert.

# Bericht

über das Schuljahr von Ostern 1870 bis dahin 1871.

## A. Lehrverfassung.

### I. Prima.

Ordinarius: Der Director.

Religion: 2 St. Grundzüge der christlichen Sittenlehre. Erklärung des Römerbriefes. Repetition der Glaubenslehre und Kirchengeschichte. Dr. Reinthaler.

Deutsch: 3 St. Litteraturgeschichte von 1748 an. Lectüre von Lessing's Laokoon und der Hauptpunkte der Hamburgischen Dramaturgie. Philos. Propädeutik: Elemente der Psychologie. Aufsätze und freie Vorträge. Dr. Reinthaler.

Latein: 8 St. Horatius ausgewählte Oden des 2. und 4. Buches, einige Episteln. 2 St. Der Director. Cicero in Verrem II. lib. IV. und de officiis I. Memoriren und Sprechübungen, wöchentliche Exercitien und Extemporalien, monatliche Aufsätze. Privatlectüre: Livius XXI. und leichtere Reden Cicero's. 6 St. im S. der Director, im W. Prorector Dr. Braut.

Griechisch: 6 St. Hom. Ilias XVIII—XXIV. Sophocles Electra. Plato's Apologie und Crito. Wiederholung der Grammatik. Extemporalien und Exercitien. Der Director.

Hebräisch: 2 St. Psalmen und II. Samuelis. Grammatik nach Gesenius-Roediger; Repitition der Formenlehre; Durchnahme der Haupttheile der Syntax; monatlich eine schriftliche Analyse oder Exercitium, im S. Dr. Hüser, im W. Dr. Kupfer.

Französisch: 2 St. Repetition der Grammatik nach Ploetz II. Exercitien und Extemporalien. Lectüre aus Schütz' Lesebuch. Dr. Zelle.

Geschichte und Geographie: 3 St. Neuere Geschichte. Wiederholung der Geographie und der alten Geschichte nach dem Grundriss von Dietsch. Dr. Noack.

Mathematik: 4 St. Stereometrie und weitere Ausführung der Geometrie. Alle 14 Tage schriftliche Bearbeitung von Aufgaben aus allen Theilen der elementaren Mathematik. Dr. Tägert.

Physik: 2 St. Statik und Mechanik fester, flüssiger und luftförmiger Körper. Dr. Tägert.

### II. Secunda.

Ordinarius: im S. Dr. Tägert; im W. Prorector Dr. Braut.

Religion: 2 St. Kirchengeschichte, eingehender das apostolische Zeitalter und das Zeitalter der Reformation. Erklärung der Apostelgeschichte. Dr. Reinthaler.

Deutsch: 2 St. Schiller's Maria Stuart und Goethe's Hermann und Dorothea. Mittelhochdeutsche Grammatik. Lectüre aus Heintze's Lesebuch nebst einer Uebersicht der wichtigsten Leistungen aus der ersten klassischen Periode. Das Bedeutendste aus Schiller's Lyrik. Freie Vorträge. Declamationen, Aufsätze. Dr. Zelle.

Latein: 10 St. Virg. Aen. I und ff. Cicero de senectute, orat. in Catilinam I und epistolae nach Süpfle. Sallust. Catilina. Gramm. nach Meiring Cap. 108 ff. Wöchentliche Exercitia und Extemporalia. Aufsätze für die Geübteren, im S. Dr. Noack, im W. Prorector Dr. Braut.

Griechisch: 6 St. Hom. Odyssee V ff. Xenoph. Memorabilia I und II. Grammatik nach Krüger, Lehre vom Artikel, von den Pronominibus, von den Modi. Exercitia und Extemporalia, im S. Dr. Kupfer, im W. Prorector Dr. Braut und der Director.

Hebräisch: 2 St. Grammatik nach Gesenius. Elementar- und Formenlehre. Paradigmatische Uebungen, auch kleine Analysen und Exercitia, im S. Dr. Hüser, im W. Dr. Kupfer.

Französisch: 2 St. Grammatik nach Ploetz II §. 68—78. Exercitien und Extemporalien. Lectüre aus Schütz' Lesebuch. Dr. Zelle.

Geschichte und Geographie: 3 St. Orientalische und griechische Geschichte. Die entsprechende alte Geographie und Wiederholung der neuern. Dr. Zelle.

Mathematik: 4 St. Beendigung der Planimetrie. Lehre von den Wurzelgrössen, den Logarithmen, Progressionen, der Zinseszins- und Rentenrechnung, Auflösung der Gleichungen ersten und zweiten Grades. Schriftliche Uebungen. Dr. Tägert.

Physik: 1 St. Allgemeine Eigenschaften der Materie. Wärmelehre. Dr. Tägert.

## III. Obertertia.

Ordinarius: Dr. Kupfer.

Religion: 2 St. Wiederholung und tiefere Begründung der Katechismuslehre, ferner der gelernten Bibelsprüche und Kirchenlieder. Bibelkunde, d. i. kurzer Unterricht vom Inhalt und vom Zusammenhang der heil. Schrift. Lectüre ausgewählter Abschnitte der heil. Schrift, im S. Dr. Reinthaler, im W. Dr. Kupfer.

Deutsch: 2 St. Erklärung poetischer und prosaischer Lehrstücke aus Hopf und Paulsieck II. I. nach Inhalt und Form. Aufsätze und Declamationsübungen, i. S. Dr. Reinthaler, i. W. Dr. Schaper.

Latein: 10 St. Curtius lib. VIII. und Caesar de B. C. II und III 1—30. Grammatik nach Meiring §. 548—710. Mündliche Uebersetzungen aus dem Deutschen nach v. Gruber's Uebungsbuch für Tertia. Alle 8 Tage ein Exercitium oder Extemporale. 8 St. Dr. Kupfer. Ovid. Metam. XI—XIII., i. S. Dr. Kupfer, i. W. Dr. Schaper.

Griechisch: 6 St. Xenoph. Anab. VI und VII. Homer. Odyssee VII. Gramm. nach Krüger. Repetition des Pensums von IIIB, Verba anomala vollständig. Mündliche Uebersetzungen aus dem Deutschen nach Franke's Aufgaben 1. und 2. Cursus. Alle 8 Tage ein Exercitium oder Extemporale. Dr. Kupfer.

Französisch: 3 St. Grammatik nach Ploetz II. 24—68. Alle 14 Tage ein Exercitium. Lectüre aus Lüdecking's Lesebuch. Dr. Zelle.

Geschichte: 2 St. Brandenburgisch-preussische Geschichte nach Dietsch. Cand. Schweder.

Geographie: 2 St. Elemente der mathematischen und allgemeinen physischen Geographie. Die ausserdeutschen europäischen Länder nach Daniel, im S. Cand. Schweder, im W. Dr. Zelle.

Mathematik: 3 St. Planimetrie, soweit sie nicht auf Anwendung der Verhältnisslehre beruht; von der Auflösung geometrischer Aufgaben nach Grunert's Planimetrie. Arithmetik: von den Brüchen, Potenzen, dem decadischen Zahlensystem, den Decimalbrüchen, den Quadratwurzeln. Dr. Tägert.

## IV. Untertertia.

Ordinarius: Dr. Noack.

Religion: Zusammenhängende Erklärung des Katechismus verbunden mit Repetition der einschlagenden Abschnitte aus der biblischen Geschichte. Memoriren von Bibelsprüchen und Kirchenliedern. Lectüre auserlesener Abschnitte aus dem A. T. und des Evangelii Matthäi, im S. Dr. Hüser, im W. Dr. Reinthaler.

Deutsch: 2 St. Besprechung einzelner Gedichte und Lesestücke aus Hopf und Paulsieck. Alle 14 Tage ein Aufsatz. Declamationsübungen. Dr. Noack.

Latein: 10 St. Repetition der Casuslehre. Durchnahme der Syntax nach Meiring bis Cap. 102. Mündliche Uebungen nach Süpfle I, Caesar de B. G. I—III. Exercitia und Extemporalia. 8 St. Dr. Noack. Ovid. Metam. I—III. mit Auswahl. Prosodik. 2 St., im S. Dr. Zelle, im W. Dr. Schaper.

Griechisch: 6 St. Lectüre nach Jacobs Elementarbuch Thl. I. Curs. II. Grammatik nach Krüger. Wiederholung des Quartanerpensums und Einübung der verba liquida, in $\mu$ und einer grösseren Anzahl verba anomala aus §. 38 bis §. 48 incl. Mündliches Uebersetzen aus Rost und Wüstemann Thl. I., Exercitien und Extemporalien, im S. Dr. Hüser, im W. Dr. Schaper.

Französisch: 3 St. Repetition des Pensums von Quarta nach Bedürfniss. Grammatik nach Ploetz II. 1—23. Lectüre aus Lüdecking's Lesebuch Thl. I. Exercitien und Extemporalien, im S. Dr. Tägert, i. W. Dr. Noack.
Geschichte und Geographie: 4 St. Deutsche Geschichte bis zur Reformation. Geographie Deutschlands und der Nachbarländer, im S. Dr. Zelle, im W. Dr. Noack.
Mathematik: 3 St. Lehre von den parallelen Linien und Parallelogrammen, Kreislehre Thl. I. nach Grunerts Planimetrie. Elemente der Buchstabenrechnung. Schriftliche Uebungen. Dr. Tägert.

## V. Quarta.

Ordinarius: Gymnasiallehrer Lamprecht.

Religion: 2 St. Gleichnissreden des Herrn nach Luthers Uebersetzung gelesen und erklärt, ebenso die Sonntagsevangelien des Kirchenjahrs. Repetition, bez. Erlernung der 5 Hauptstücke des Katechismus. Erlernung von Bibelsprüchen und Kirchenliedern. Die in den beiden unteren Klassen gelernten wurden wiederholt. G. L. Lamprecht.
Deutsch: 2 St. Lectüre aus Hopf und Paulsieck. Uebungen im Declamiren. Schriftliche Aufsätze. Das Wichtigste aus der Wort- und Satzlehre, im S. Cand. Schweder, im W. G. L. Lamprecht.
Latein: 10 St. Cornelius Nepos Cimon sqq. Tirocinium poeticum von Siebelis. Grammatik: Casuslehre und gelegentlich das Wichtigste von den Temporibus und Modis. Repetition der Formenlehre. Wöchentliche Exercitien und Extemporalien. Mündliche Uebersetzungen nach Süpfle Thl. I. Vocabellernen nach Meiring. G. L. Lamprecht.
Griechisch: 6 St. Die Elementar- und Formenlehre bis incl. der Verba contracta nach Krüger. Lectüre aus Jacobs Elementarbuch Thl. I. Paradigmatische Uebungen und kleine Exercitien. Mündliches Uebersetzen aus Rost und Wüstemann, im S. Dr. Hüser, im W. Dr. Schaper.
Französisch: 2 St. Gramm. nach Ploetz I, 41—85. Repetition des Pensums von Quinta. Schriftliche Uebungen. G. L. Lamprecht,
Geschichte und Geographie: 3 St. Griechische und römische Geschichte in vorwiegend biographischer Form nebst der alten Geographie Griechenlands und Italiens. Geographie von Europa nach Daniel B. 3. G. L. Lamprecht.
Mathematik: 3 St. Im S. Anfangsgründe der Planimetrie und Lehre von den Dreiecken. Im W. Repetition des Sommerpensums. Decimalbrüche, Ausziehen der Quadratwurzeln. G. L. Müller.

## VI. Quinta.

Ordinarius: Dr. Reinthaler.

Religion: 3 St. Biblische Geschichte des N. T. mit Einschluss der Apostelgeschichte. Das 2. und 3. Hauptstück nebst den dazu gehörigen Bibelsprüchen und Kirchenliedern. Dr. Reinthaler.
Deutsch: 3 St. Lectüre und Erklärung poetischer und prosaischer Abschnitte aus Hopf und Paulsieck. Declamationsübungen, Satz- und Interpunktionslehre. Orthogr. Uebungen und schriftliche Wiedergabe kleiner Erzählungen, im S. G. L. Müller, im W. Dr. Schaper.
Latein: 9 St. Repetition der regelmässigen und Einübung der unregelmässigen Formenlehre nach Meiring; die Hauptregeln der Syntax wurden bei der Lectüre gelernt. Lectüre nach Schönborn Thl. II. Exercitien und Extemporalien. Memoriren von Vocabeln nach Meiring. Dr. Reinthaler.
Französisch: 3 St. Grammatik und Lectüre nach Ploetz I, 1—40. Schriftliche Uebungen. Dr. Tägert.
Geographie: 2 St. Uebersicht der aussereurop. Erdtheile nach Daniel Thl. I., im S. G. L. Lamprecht, im W. Cand. Schweder.
Rechnen: 3 St. Wiederholung der Bruchrechnung und einfachen Regeldetrie; Gesellschafts-, Zins-, Rabatt-, Disconto-, Termin-, Mischungs- und Kettenrechnung. G. L. Lamprecht.

Naturkunde: 2 St. Im S. Botanik: Bestimmung von Pflanzen nach dem Linné'schen System und Beschreibung derselben. Grundzüge des natürlichen Systems. Botanische Excursionen. Im W. Zoologie: Der Mensch, Säugethiere, Uebersicht des Thierreichs. G. L. Müller.
Schreiben: 2 St. Deutsche und lateinische Schrift. G. L. Retzlaff.

## VII. Sexta.

Ordinarius: Gymnasiallehrer Müller.

Religion: 3 St. Biblische Geschichte des A. T. Erlernung des ersten Hauptstücks des christlichen Glaubens nebst dazugehörigen Bibelsprüchen und Kirchenliedern. Kurze Beschreibung des christlichen Kirchenjahres. G. L. Retzlaff.
Deutsch: 3 St. Lectüre und kurze Erklärung poetischer und prosaischer Stücke aus Hopf und Paulsieck Thl. I. mit angeschlossenen Memorir- und Declamirübungen. Die Elemente der Satzlehre, Entwickelung der Redetheile. Schriftliche, namentlich orthographische Uebungen. G. L. Müller.
Latein: 9 St. Einübung der regelmässigen Formenlehre und der ersten Elemente der Syntax. Uebersetzungen aus Schönborn Thl. I im Anschluss an die entsprechenden Abschnitte der Grammatik. Vocabellernen nach Meiring. Exercitien und Extemporalien. G. L. Müller.
Geographie: 2 St. Anfangsgründe der Geographie und kurze Uebersicht der fünf Erdtheile nach Daniel Thl. I. Cand. Schweder.
Rechnen: 3 St. Bruchrechnung, Reduction, einfache Regeldetrie. G. L. Müller.
Naturkunde: 2 St. Im S. Botanik: Kenntniss des Linné'schen Systems. Bestimmung und Beschreibung von Pflanzen. Botanische Excursionen. Im W. Zoologie: Das Leben der Säugethiere. G. L. Müller.
Schreiben: 4 St. Deutsche und lateinische Schrift. G. L. Retzlaff.

---

### Unterricht in der englischen Sprache

für freiwillige Theilnehmer aus den Klassen von Prima bis Quarta.

Erste Klasse: 2 St. Syntax nach Fölsing II. Schriftliche und mündliche Uebungen. Lectüre von Shakespeare's Richard II. Dr. Zelle.
Zweite Klasse: 2 St. Elementargrammatik nach Fölsing I. Exercitien, wöchentlich 1—2. Lectüre aus Baskerville's Lesebuch. Dr. Zelle.

### Gesangunterricht.

1. Singklasse: 1 St. Schüler aus den Klassen Prima bis Quarta: Vierstimmige Lieder, Motetten, Psalmen, Stücke aus Oratorien u. s. w. Dr. Zelle.
2. Singklasse für Männerstimmen: 1 St. Schüler aus den Klassen von Prima bis Tertia: Erk's mehrstimmige Gesänge. Dr. Zelle.
3. Singklasse: die ungeübten Schüler aus Tertia und Quarta umfassend: 2 St. Zwei und dreistimmige Choräle und Lieder. Erk und Greef's Sängerhain. Dr. Zelle.
4. Singklasse für Quintaner und Sextaner: 2 St. Notenkenntniss, Tonleiter, Treffübungen, Choräle und Lieder, letztere zweistimmig nach Erk und Greef's Liederkranz. G. L. Retzlaff.

### Zeichenunterricht: G. L. Retzlaff.

Sexta: 2 St. Freihandzeichnen verbunden mit Formenlehre. Umrisszeichnen nach Vorhängetafeln und Drahtmodellen.
Quinta: 2 St. Kopiren nach Vorhängetafeln. Gesichtstheile und ganze Köpfe. Naturzeichnen verbunden mit Perspective nach Holzmodellen.
Quarta: 2 St. Kopiren nach Vorhängetafeln und Vorlagen. Ornamente und Köpfe. Naturzeichnen verbunden mit Perspective nach Holzmodellen.
Tertia B.: 2 St. Fortsetzung der vorangegangenen Uebungen, dazu insbesondere Uebungen im Landschaftszeichnen.

Tertia A—Prima: 2 St. Freihandzeichnen nach Vorlagen und Gypsen: Köpfe, ganze Figuren und Ornamente in verschiedenen Kreiden mit Anwendung der Estampe. Architectonisches Reissen. Plan- und Maschinenzeichnen.

Turnunterricht

für Schüler von Prima bis Sexta ertheilte im Sommer wöchentlich an zwei Nachmittagen zu je zwei Stunden G. L. Müller. — Im Winter konnten die Uebungen aus Mangel an einem Locale nicht fortgesetzt werden.

## B. Chronik des Gymnasiums.

Durch Verfügung des Königlichen Provinzial-Schul-Collegiums von Pommern vom 27. Januar 1870 wurde der Prorector Dr. Pitann bis auf Weiteres mit der Direction des Gymnasiums beauftragt. Derselbe wurde von Seiner Majestät dem Könige unter dem 12. März v. J. zum Gymnasialdirector ernannt, sodann von Seiner Excellenz, dem Minister der geistlichen, Unterrichts- und Medicinal-Angelegenheiten Herrn v. Mühler mit der Leitung des hiesigen Gymnasiums betraut und am 22. April von dem Königlichen Provinzial-Schul-Rath Herrn Dr. Wehrmann in der geschmückten Aula des Gymnasiums feierlich in sein neues Amt eingeführt.

Das neue Schuljahr begann Tags darauf, am 23. April, mit gemeinsamer Andacht und der Vorstellung der neu aufgenommenen Schüler.

Zu gleicher Zeit trat Herr Schulamts-Candidat Schweder in das Lehrer-Collegium ein, um das gesetzliche Probejahr abzulegen.

Die Prorectorstelle blieb wärend des Sommers unbesetzt. Die mit derselben verbundenen Lectionen wurden unter die vorhandenen Lehrer vertheilt.

Glücklicher Weise wurde nach dem Ausbruch des deutsch-französischen Krieges kein Lehrer zu den Fahnen einberufen, so dass der Unterricht ungestörten Fortgang nehmen konnte.

Zu Michaelis v. J. trat Herr Conrector Dr. Hüser nach fast einunddreissigjähriger segensreicher Wirksamkeit an dem hiesigen Gymnasium in den wohlverdienten Ruhestand. Bei der Michaelis-Censur sprach der Director dem scheidenden, theuren Collegen, der durch Treue und Gewissenhaftigkeit in der Erfüllung seiner Amtspflichten Allen stets als Muster gelten konnte, den Dank des Gymnasiums für seine langjährigen Dienste aus, und Herr Dr. Hüser nahm in bewegten Worten von Lehrern und Schülern der Anstalt Abschied.

Nachdem durch den Abgang des Herrn Dr. Hüser die zweite Oberlehrerstelle vacant geworden war, rückten Herr Dr. Zelle und Herr Dr. Kupfer resp. in die zweite und dritte Oberlehrerstelle, Herr Dr. Tägert und Herr Dr. Reinthaler resp. in die erste und zweite ordentliche Lehrerstelle auf, während die dritte ordentliche Lehrerstelle dem Herrn Dr. Noack verliehen wurde.

Zum Prorector und ersten Oberlehrer wurde Herr Dr. Hermann Braut, bis dahin erster ordentlicher Lehrer an dem städtischen Gymnasium zu Marienburg in Westpreussen, und zum fünften ordentlichen Lehrer Herr Dr. Schaper, seither ordentlicher Lehrer an der höheren Bürgerschule zu Wolgast von dem Scholarchat gewählt. Beide Herren traten, da die Bestätigung der vorgesetzten hohen Behörden erfolgt war, mit dem Beginn des Wintersemesters ihr neues Amt bei dem hiesigen Gymnasium an.

Am 12. März 1870 wurden folgende fünf Primaner, welche in der Woche vom 14. bis 19. Februar die schriftlichen Prüfungsarbeiten angefertigt hatten, unter dem Vorsitze des Königlichen Provinzial-Schulraths Herrn Dr. Wehrmann mündlich pro maturitate geprüft:

1. Karl Braun, Sohn eines Lehrers in Jamund, geboren in Jamund am 3. September 1851, evangelischer Confession, 8 Jahre auf dem hiesigen Gymnasium, davon 2½ Jahre in Prima, gesonnen in Tübingen Theologie zu studiren.
2. Paul Modritzki, Sohn eines Predigers in Langen, geboren am 10. März 1849 zu Batzwitz bei Greiffenberg in Pommern, evangelischer Confession, 7 Jahre auf dem Gymnasium, davon 3 Jahre hier und 2½ Jahre in der ersten Klasse, zum Studium der Theologie in Berlin bestimmt.

3. Wilhelm Lindemann, Sohn eines Superintendenten in Wendisch Tychow, geboren am 3. September 1849 zu Pritzig bei Pollnow, evangelisch, 7 Jahre auf dem Gymnasium, davon 3 Jahre hier und $2\frac{1}{2}$ Jahre Primaner, Willens in Berlin Theologie zu studiren.
4. Alexander Dittrich, Sohn eines Consistorial-Rathes in Cöslin, geboren zu Arnsdorf bei Schmiedeberg in Schlesien am 20. December 1850, evangelischer Confession, $5\frac{1}{2}$ Jahre auf dem Gymnasium, 2 Jahre in Prima, zur militärischen Laufbahn bestimmt.
5. Felix Böhmer, Sohn eines Appellationsgerichtsrathes in Cöslin, geboren zu Stettin am 5. September 1851, evangelischer Confession, 8 Jahre auf dem Gymnasium, davon $2\frac{1}{2}$ Jahre in Cöslin und 2 Jahre in Prima, entschlossen in Heidelberg Jura zu studiren.

Sämmtliche Abiturienten erhielten das Zeugniss der Reife.

Die von ihnen bearbeiteten deutschen, lateinischen und mathematischen Aufgaben waren folgende:

Wodurch ward Martin Luther befähigt, der Reformator der Kirche zu werden?

Romanorum rerum historia quas in partes recte dividitur?

1. Die Zahl 1591 in zwei Theile zu zerlegen, von denen der eine ein Vielfaches von 23, der andere ein Vielfaches von 34 sei.
2. Ein rechtwinkliges Dreieck zu construiren, in welchem die Summen aus der Hypotenusenhöhe und je einem der von dieser gebildeten Hypotenusenabschnitte gegebenen Stücken gleich seien.
3. Es ist zu beweisen, dass, wenn $\alpha$, $\beta$, $(\alpha+\beta)$ spitze Winkel bezeichnen, $\sin(\alpha+\beta) = (\sin\alpha\cos\beta + \cos\alpha\sin\beta)$, und $\cos(\alpha+\beta) = (\cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta)$ ist.
4. Im Normalschnitt eines geraden abgestumpften Kegels seien die parallelen Seiten 98′ und 50′, jede von den beiden nicht parallelen Seiten 36′ lang; man soll den Inhalt und die Gesammtoberfläche dieses Körpers berechnen.

Am Abend des 21. März, bei der Geburtstagsfeier Seiner Majestät des Königs wurden die Abiturienten feierlich entlassen.

Sogleich nach der Kriegserklärung Frankreichs an Preussen hegten mehrere unserer Schüler den lebhaften Wunsch, in die Königliche Armee freiwillig einzutreten. Auf Grund des Ministerial-Erlasses vom 19. Juli v. J. fand am 8. August ohne vorausgegangene schriftliche Prüfung die mündliche Abiturienten-Prüfung von zwei Ober-Primanern der bezeichneten Art, welche im vierten Semester der Prima angehörten, statt. Nur einer erhielt das Zeugniss der Reife, nämlich

Wilhelm Schultz, geboren am 3. März 1850 zu Zanow, Sohn eines daselbst verstorbenen Apothekers, $8\frac{1}{2}$ Jahre auf dem Gymnasium, $2\frac{1}{2}$ Jahre in Prima. Derselbe wollte, nachdem er seiner Militärpflicht genügt haben würde, Medicin studiren.

Am 17. September 1870 wurde unter dem Vorsitz des Königlichen Provinzial-Schulraths Herrn Dr. Wehrmann die mündliche Prüfung der Abiturienten des Michaelistermins abgehalten. Zwei Ober-Primaner hatten sich vorschriftsmässig zu derselben gemeldet; beide wurden für reif zur Universität erklärt. Es waren:

1. Ernst Sachse, Sohn eines Rechtsanwalts in Cöslin, geboren in Falkenburg am 11. October 1853, evangelischer Confession, $7\frac{1}{2}$ Jahre auf dem hiesigen Gymnasium, davon 2 Jahre in Prima, gesonnen in Leipzig der Jurisprudenz sich zu widmen.
2. Johannes Dittrich, Sohn eines Consistorialraths in Cöslin, geboren am 17. April 1852 zu Arnsdorf bei Schmiedeberg in Schlesien, evangelischer Confession, 6 Jahre auf dem Gymnasium, 2 Jahre in Prima, entschlossen in Leipzig Theologie zu studiren.

Die Behufs der schriftlichen Prüfung im Deutschen, Lateinischen und in der Mathematik ihnen gestellten Aufgaben waren folgende:

In wiefern enthält der Ausspruch Friedrichs des Grossen: „Dass ich lebe, ist nicht nothwendig, wohl aber, dass ich thätig bin“, eine Lebensregel von allgemeiner Geltung?

De causis et initiis secundi belli Punici.

1. Die Gleichungen zu lösen:

$$\text{I.} \quad \frac{4x + 3y}{16} = y - 2.$$

$$\text{II.} \quad \frac{2x + 7y}{4x} = 2y - \frac{51 + 2x}{10}.$$

2. In einem Dreiecke sei ein Winkel = 27° 32′ 14″ und die auf seinen Schenkeln senkrechten Höhen = 16M und 19M an Länge. Man soll die Länge der Dreiecksseiten berechnen.
3. Ein gegebenes Sechseck in ein gleichseitiges Dreieck zu verwandeln.
4. Ein Stück Tuch zieht sich mit Wasser benetzt in der Länge um den achten Theil, in der Breite um den sechszehnten Theil seiner ursprünglichen Dimensionen zusammen. Dabei nimmt der Umfang um $4\frac{1}{4}$ Ellen, der Inhalt seiner Oberfläche um $5\frac{3}{4}$ Quadrat-Ellen ab. Wie lang und wie breit war das Tuch ursprünglich?

Am Freitag den 18. November begingen die Lehrer und confirmirten Schüler die Feier des heiligen Abendmahles in der St. Marienkirche.

Am letzten Schultage vor den Weihnachtsferien bei der Aushändigung der Quartal-Censuren erfolgte die Vertheilung von Prämien aus der Kauffmann'schen Stiftung an würdige Schüler verschiedener Klassen.

Zwei liebe Schüler, der Primaner Carl Pfälzer und der Sextaner Ernst Horn, wurden im Laufe des vorigen Jahres dem Gymnasium durch den Tod entrissen.

In Folge einer Ministerial-Verfügung vom 11. Januar c. fand am 31. Januar unter dem Vorsitze des Herrn Consistorialraths Dittrich die mündliche Abiturienten-Prüfung folgender zwei Ober-Primaner, welche sich dem Militärstande widmen wollten, statt:

1. Emil Knof, geboren in Cöslin am 15. September 1850, Sohn eines Wagenbauers, evangelischer Confession, 9 Jahre auf dem Gymnasium, 2 Jahre in Prima.
2. Hermann Blasendorff, geboren in Leba am 3. November 1852, Sohn eines Rentier in Cöslin, $7\frac{1}{2}$ Jahre auf dem Gymnasium, $1\frac{1}{2}$ Jahre in der ersten Klasse.

Beide erhielten das Zeugniss der Reife.

Behufs der schriftlichen Prüfung war ihnen für den deutschen Aufsatz die Frage gestellt worden:

Worin lag die Schwäche des deutschen Kaiserthums im Mittelalter?

Das Thema für den lateinischen Aufsatz lautete:

Rebus in angustis facile est contemnere vitam,
Fortiter ille facit, qui miser esse potest.

Die mathematischen Aufgaben waren:

1. Eine Staatsschuld von 5 Millionen Thalern, welche zu $4\frac{1}{3}\%$ verzinst wird, soll in 38 Jahren amortisirt werden, indem jährlich eine feste die Zinsen einschliessende Summe abgetragen wird; wie hoch ist der Betrag derselben?
2. Ein gegebenes Parallelogramm in fünf gleiche Theile zu theilen, so dass die Theilungslinien der einen Diagonale parallel laufen.
3. Aus einem abgestumpften geraden Kegel von 12 Fuss Höhe, dessen Grundflächenhalbmesser 24′ und 19′ an Länge betragen, wird ein Spitzkegel von derselben Höhe herausgenommen, dessen Grundfläche mit der kleineren Grundfläche des abgestumpften zusammenfällt. Wie gross ist das Volumen und die Gesammtoberfläche des übrigbleibenden Körpers?
4. a. Es ist zu beweisen, dass

$$\cos\frac{\alpha}{2} = \sqrt{\frac{(1 + \cos\alpha)}{2}} \quad \text{und} \quad \sin\frac{\alpha}{2} = \sqrt{\frac{(1 - \cos\alpha)}{2}}$$

ist.

b. Auf einem Gartengrundstück, welches die Form eines Rechtecks von 70′ Länge und $52\frac{1}{2}$′ Breite hat, wird in der Mitte ein Grasplatz angelegt, dessen Grenzen von der Umzäunung des Gartens überall gleich weit entfernt sind, und dessen Grösse die Hälfte von dem Flächeninhalte des Gartens beträgt. Wie lang und wie breit ist der Grasplatz?

---

Den Geburtstag Seiner Majestät des Kaisers und Königs feierte das Gymnasium am 22. März Vormittags 9 Uhr. Die Festrede hielt Herr Dr. Noack.

## C. Amtliche Verordnungen.

März 23. 1870. Das Königliche Provinzial-Schul-Collegium genehmigt, dass Schulamts-Candidat Schweder von Ostern d. J. ab das Probejahr am hiesigen Gymnasio abhalte.

März 28. Von Michaelis d. J. an sind an das Königl. Provinzial-Schul-Collegium in Stettin 334 Exemplare, an die Geheime Registratur des Königl. Ministerii der geistlichen, Unterrichts- und Medicinal-Angelegenheiten, wie bisher, 126 Exemplare des Programms einzusenden.
April 14. Der Lehrplan für das Schuljahr 1870/71 wird genehmigt.
Mai 12. Mittheilung eines Ministerial-Erlasses vom 10. März, betreffend Anschauungsmittel für den Unterricht im Rechnen mit den neuen Massen und Gewichten.
Mai 13. Der Director wird zum 7. Juni zur Directoren-Conferenz nach Stettin einberufen.
Mai 23. Das Regulativ über die geschäftliche Behandlung der Postsendungen in Staatsdienst-Angelegenheiten vom 30. December v. J. wird modificirt.
Juni 18. Mittheilung einer Ministerial-Verfügung, betreffend die Prüfung der Turnlehrer.
Juli 20. Mittheilung eines Ministerial-Erlasses vom 19. Juli, betreffend die Abhaltung der mündlichen Abiturienten-Prüfung mit denjenigen Gymnasiasten, welche der Prima im vierten Semester angehören und in die Armee eintreten müssen oder wollen.
Juli 26. Mittheilung eines Ministerial-Rescripts vom 25. Juli, betreffend die Zulassung derjenigen Primaner zur Abiturienten-Prüfung, welche sich erst im dritten Semester befinden und in die Armee eintreten wollen.
September 12. Uebersendung eines Exemplars der Verhandlungen der vierten Pommerschen Directoren-Conferenz für das Archiv des Gymnasiums.
September 24. Dr. Kupfer wird als Bibliothekar der Hauptbibliothek bestätigt.
September 30. Die Zeit- und Lehrertabelle für das Wintersemester 1870/71 wird bestätigt.
November 24. Eine die schulpflichtigen Knaben des Gymnasiums enthaltende Liste soll bis zum 31. December d. J. eingesandt werden.
December 3. Das Reglement über das Verhalten der Civilbehörden bei Reisen Seiner Majestät des Königs, der Mitglieder der Königlichen Familie und anderer Fürstlicher Personen wird zur Kenntnissnahme und Nachachtung mitgetheilt.
December 16. Die Verhandlungen der zweiten Posenschen Directoren-Conferenz werden zur Kenntnissnahme mitgetheilt.
December 30. Die Zusammensetzung der wissenschaftlichen Prüfungs-Commission zu Greifswald für das Jahr 1871 wird mitgetheilt.
Januar 16. 1871. Mittheilung einer Ministerial-Verfügung vom 11. Januar, wonach Ober-Primaner, welche sich dem Militärstande widmen wollen, noch im Januar schriftlich und mündlich pro maturitate geprüft werden sollen.
Januar 25. Ein Exemplar der Verhandlungen der zweiten Schlesischen Directoren-Conferenz wird für die Bibliothek des Gymnasiums übersandt.
Februar 6. Betrifft das Memoriren von Bibelsprüchen.
Februar 23. Das revidirte Statut für die Schülerbibliothek des Gymnasiums wird bestätigt.
Februar 24. Es wird Auskunft verlangt über die Betheiligung von Lehrern und Schülern des Gymnasiums an dem deutsch-französischen Kriege von 1870—1871.

## D. Statistisches.

### 1. Die Frequenz

des Sommersemesters belief sich im Ganzen auf 297 Schüler. Darunter waren einheimische 205, auswärtige 92, evangelische 281, katholische 2, jüdische 14. Den Klassen nach waren sie so vertheilt, dass in Prima 21, in Secunda 38, in Tertia 83 (in A 35, in B 48), in Quarta 57, in Quinta 63 und in Sexta 35 sassen.

Im Wintersemester hatten wir 23 Primaner, 38 Secundaner, 89 Tertianer (in Tertia A 43, in Tertia B 46), 66 Quartaner, 56 Quintaner und 43 Sextaner, zusammen 315, Darunter waren einheimische 213, auswärtige 102, evangelische 295, katholische 2 und jüdische 18.

### 2. Lehrapparat.

Ausser der etatsmässigen Vermehrung der Lehrmittel, welche an ihrem Orte vorschriftsmässig inventarisirt und in die dazu bestimmten Kataloge eingetragen wurden, gingen dem Gymnasium die in dem Nachstehenden angegebenen und mit gebührendem Danke entgegengenommenen Geschenke zu:

Von Sr. Kaiserlichen und Königlichen Hoheit dem Kronprinzen:
H. Berghaus Landbuch des Herzogthums Pommern und des Fürstenthums Rügen. II. Theil Band 6.
Von Seiten der hohen vorgesetzten Unterrichtsbehörden:
a. Die Programme und Gelegenheitsschriften der inländischen und derjenigen ausländischen höheren Lehranstalten, welche dem Programmentausche beigetreten sind.
b. Protokoll der vierten Pommerschen Directoren-Conferenz. Stettin 1871.
c. Verhandlungen der zweiten Schlesischen Directoren-Conferenz.
Von Herrn Dr. R. O. Meibauer in Berlin:
Dessen Schrift über Alexander von Humboldt.

3. Beneficien.

Mit dem Gefühl des wärmsten Dankes gedenken wir hier eines Wohlthäters unseres Gymnasiums, des verstorbenen Geheimen Justizrathes Hildebrand, welcher nach dem am 7. April 1869 publicirten Kodizill vom $\frac{\text{3. Juni 1865}}{\text{3. März 1867}}$ zu seinem Testamente vom 10. September 1837 der Anstalt ein Legat von 4000 Thalern in vierprocentigen Pommerschen Pfandbriefen mit der Bestimmung ausgesetzt hat, dass die Zinsen davon halbjährlich in Raten von 10 bis 25 Thalern an Schüler, die sich durch Fleiss und moralische Führung auszeichnen und der Unterstützung bedürftig sind, vertheilt werden sollen. Da die in dem Kodizill mit einer bestimmten Summe aus den Zinsen des Legates bedachte Wittwe Scholl noch am Leben ist, so stehen für jetzt nur 26 Thlr. 20 Sgr. jährlich dem Gymnasium zur Verfügung. Dieser Betrag ist am 17. Februar c. zum ersten Male der Bestimmung des Legatars gemäss von dem Scholarchat des Gymnasiums dergestalt verwendet worden, dass den zur Unterstützung qualificirten beiden Schülern, Primaner Timm und Secundaner Holtz II, je 13 Thlr. 10 Sgr. zuerkannt wurden.

---

Der Verein zur Unterstützung hülfsbedürftiger Gymnasiasten zählte im Jahre 1869 85 Mitglieder. Von diesen sind im Laufe des Jahres 1870 durch Tod, Versetzung oder Einberufung zur Armee 10 ausgeschieden. Als neue Mitglieder traten dem Vereine bei: Herr Archidiakonus Rauschke und Gymnasial-Director Dr. Pitann. Die Einnahme des Vereins mit Einschluss des Bestandes aus dem vorigen Jahre belief sich auf 215 Thlr. 7 Sgr. 8 Pf. Die Ausgabe beträgt 87 Thlr. 15 Sgr. Davon wurden Stipendien von je 10 Thlr. an Schüler der beiden obersten Klassen ausgezahlt. Im I., II. und III. Quartal participirten 9, im IV. Quartal 8 Schüler.

Ermässigung oder vollständiger Erlass des Schulgeldes ist Schülern von Sexta bis Ober-Tertia incl. im Betrage von 10 pCt. der Gesammtfrequenz auch während des abgelaufenen Schuljahres durch das Scholarchat gewährt worden.

Unterstützungsgesuche sind an den Vorsitzenden des Scholarchats, Herrn Ober-Regierungs-Rath Deetz in Cöslin, schriftlich zu richten.

## E. Verzeichniss der Lehrbücher und Hülfsmittel,

welche beim Unterricht in den verschiedenen Klassen gebraucht werden.

Religion: In I und II Nov. Test. Gr. und Hollenberg's Hülfsbuch. Ferner die Bibel in I—VI. Zahn's biblische Historien in V—VI. Jaspis Katechismus Ausgabe C in IIIA—VI. Bollhagen's Gesangbuch in I—VI.

Deutsch: Heinze's mittelhochdeutsches Lesebuch in II. Lesebuch von Hopf und Paulsiek Theil II, 1 in IIIA und B; Theil I, 3 in IV; Theil I, 2 in V; Theil I, 1 in VI.

Latein: Ausser den Klassikern, Meiring's lat. Grammatik für die obersten Klassen (I u. II) und lat. Schulgrammatik von Siberti und Meiring für die Kl. IIIA bis VI. Süpfle's Aufgaben, Theil 1 für IV und IIIB, Th. 2 für II. Für IIIA Uebungsbuch von v. Gruber. Meiring's Sammlung lateinischer Wörter in IV—VI. Schönborn's Lesebuch, Theil 2 in V, Th. 1 in VI.

Griechisch: Ausser den zur Lectüre bestimmten Klassikern Krüger's Sprachlehre für Anfänger von I—IV; Rost's und Wüstemann's Anleitung zum Uebersetzen, Theil 2 in I und II, Theil 1 in IV. Franke's Aufgaben, Cursus 1 u. 2 für IIIA. Jakobs' Elementarbuch Theil I in IIIB und IV.

Französisch: Schütz's Lesebuch in I und II. Plötz's Lehrbuch der franz. Sprache, Theil 2 in I—IIIB; Theil 1 in IV und V. Lüdecking's Lesebuch, Theil 1 in IIIA und B.

Englisch: Fölsing, Theil 2 in der 1., Theil 1 in der 2. Klasse; ausserdem in der 1. Kl. englische Autoren, in der 2. Baskerville's Lesebuch für Anfänger.

Hebräisch: Codex hebr. und Gesenius Grammatik.

Geschichte: Dietsch's Grundriss, Theil 2 und 3 in I, Th. 1 in II; Desselben brandenb. preussische Geschichte in IIIA. Cauer's Tabellen in IIIB und IV.

Geographie: Daniel's Lehrbuch in I—IIIB, dessen Leitfaden in IV—VI; ein Atlas der neuen Welt (von Sydow, Kiepert) und von IV aufwärts auch der alten Welt.

Mathematik und Rechnen: Vega's Logarithment. in I und II. Grunert's Stereometrie in I; Desselben Planimetrie in II—IV, Scheidemann's Aufg. Heft 4 in V, Heft 3 in VI.

Physik und Naturgeschichte: Trappe's Physik in I u. II. Leunis Leitfaden in V u. VI.

Schreiben: Hertzsprung's Vorschriften.

Singen: Erk's Sängerhain und mehrstimmige Lieder. Fr. u. L. Erk's frische Lieder u. Gesänge.

## F. Die öffentliche Prüfung

sämmtlicher Klassen wird am Dienstag den 4. April Vormittags von 8 Uhr ab im Saale des Gymnasiums in nachstehender Reihenfolge abgehalten werden:

| | | |
|---|---|---|
| 1. Quinta: | Religion . . . . . . . . | Herr Dr. Reinthaler. |
| | Französisch . . . . . . . | Herr Dr. Tägert. |
| 2. Sexta: | Rechnen . . . . . . . . | Herr Müller. |
| | Geographie . . . . . . . | Herr Schweder. |
| 3. Quarta: | Französisch . . . . . . . | Herr Lamprecht. |
| 4. Tertia B: | Griechisch . . . . . . . | Herr Dr. Schaper. |
| 5. Tertia A: | Latein . . . . . . . . . | Herr Dr. Kupfer. |
| 6. Secunda: | Latein . . . . . . . . . | Herr Dr. Braut. |
| 7. Prima: | Geschichte . . . . . . . | Herr Dr. Noack. |

Die Prüfung wird mit Gebet eröffnet.

Nachmittags von 2 Uhr ab werden im geschlossenen Schulkreise die Censuren vertheilt und die erfolgten Versetzungen bekannt gemacht.

Das neue Schuljahr nimmt seinen Anfang am Dienstag nach Quasimodogeniti, den 18. April, Vormittags 8 Uhr.

Der Aufnahmetermin einheimischer neuer Schüler ist auf Mittwoch den 5. April Vormittags 9 Uhr im Gymnasialgebäude angesetzt. Die Aufnahmeprüfung auswärtiger neuer Schüler findet am Montag den 17. April Vormittags 9 Uhr statt. Die Novizen haben behufs der Prüfung ihre Abgangszeugnisse von der bisher besuchten Schule, ihre wichtigsten Arbeitshefte, den Impfschein, die angehenden Sextaner ausserdem ihren Taufschein vorzulegen.

Cöslin, 26. März 1871.

**Dr. Pitann.**

---

Berichtigungen.

Auf Seite 11, Zeile 9 und 10 von oben ist statt $da'', \ldots d\varphi, \ldots d\psi$, resp. $a', \ldots \cos\varphi, \ldots \psi$ zu lesen.

Auf Seite 13, Zeile 23, 24, 27 von oben ist $-W$ an Stelle von $W$ zu setzen.

## Vertheilung der Lectionen an die Lehrer im Sommersemester 1870.

| No. | Lehrer. | Prima. | Secunda. | Tertia A. | Tertia B. | Quarta. | Quinta. | Sexta. | Summa der Stunden. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1. | **Prof. Dr. Pitann,**<br>Director, Ord. von I. | Latein 8<br>Griech. 6 | | | | | | | 14 |
| 2. | **Dr. Hüser,**<br>Conrector, 2. Oberlehrer | Hebr. 2 | Hebr. 2 | | Religion 2<br>Griech. 6 | Griech. 6 | | | 18 |
| 3. | **Dr. Zelle,**<br>Subrector, 3. Oberlehrer | Franz. 2 | Deutsch 2<br>Franz. 2<br>Gesch.und Geogr. 3 | Franz. 3<br>Singen 4 | Ovid 2<br>Gesch.und Geogr. 4 | | | | 22, dazu 4 Engl. |
| 4. | **Dr. Kupfer,**<br>1. ordentlicher Lehrer, Ord. von IIIA. | | Griech. 6 | Latein 10<br>Griech. 6 | | | | | 22 |
| 5. | **Dr. Tägert,**<br>2. ordentl. Lehrer, Ord. von II. | Mathem. 4<br>Physik 2 | Mathem. 4<br>Physik 1 | Mathem. 3 | Mathem. 3<br>Franz. 3 | | Franz. 3 | | 23 |
| 6. | **Dr. Reinthaler,**<br>3. ordentl. Lehrer, Ord. von V. | Religion 2<br>Deutsch 3 | Religion 2 | Religion 2<br>Deutsch 2 | | | Religion 3<br>Latein 9 | | 23 |
| 7. | **Lamprecht,**<br>4. ordentl. Lehrer, Ord. von IV. | | | | | Religion 2<br>Latein 10<br>Franz. 2<br>Gesch.und Geogr. 3 | Rechnen 3<br>Geogr. 2 | | 22 |
| 8. | **Dr. Noack,**<br>5. ordentl. Lehrer, Ord. von IIIB. | Gesch.und Geogr. 3 | Latein 10 | | Latein 8<br>Deutsch 2 | | | | 23 |
| 9. | **Müller,**<br>6. ordentl. Lehrer, Ord. von VI. | | | | Turnen 4 | Mathem. 3 | Naturl. 2<br>Deutsch 3 | Latein 9<br>Deutsch 3<br>Naturg. 2 | 22, 4 Turn. |
| 10. | **Retzlaff,**<br>techn. Gymnasiallehrer | | Zeichnen 2 | | Zeichnen 2 | Zeichnen 2 | Zeichnen 2<br>Schreib. 2<br>Singen 2 | Religion 3<br>Rechnen 3<br>Zeichnen 2<br>Schreib. 4 | 24 |
| 11. | **Schweder,**<br>Cand. prob. | | | Gesch.und Geogr. 4 | | Deutsch 2 | | Geogr. 2 | 8 |

# Vertheilung der Lectionen an die Lehrer im Wintersemester 1870/71.

<table>
<tr><th>No.</th><th>Lehrer.</th><th>Prima.</th><th>Secunda.</th><th>TertiaA.</th><th>TertiaB.</th><th>Quarta.</th><th>Quinta.</th><th>Sexta.</th><th>Summa der Stunden.</th></tr>
<tr><td>1.</td><td>Prof. Dr. Pitann,<br>Director, Ord. von I.</td><td>Latein 2<br>Griech. 6</td><td>Griech. 4</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>12</td></tr>
<tr><td>2.</td><td>Dr. Braut,<br>Prorector, 1. Oberlehrer, Ord. von II.</td><td>Latein 6</td><td>Latein 10<br>Griech. 2</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>18</td></tr>
<tr><td rowspan="2">3.</td><td rowspan="2">Dr. Zelle,<br>Conrector, 2. Oberlehrer.</td><td>Franz. 2</td><td>Deutsch 2<br>Franz. 2<br>Gesch. und Geogr. 3</td><td>Franz. 3<br>Geogr. 2</td><td></td><td></td><td rowspan="2"></td><td rowspan="2"></td><td rowspan="2">18, dazu 4 Engl.</td></tr>
<tr><td colspan="5">Singen 4</td></tr>
<tr><td>4.</td><td>Dr. Kupfer,<br>Subrector, 3. Oberlehrer, Ord. von IIIA.</td><td>Hebr. 2</td><td>Hebr. 2</td><td>Religion 2<br>Latein 8<br>Griech. 6</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>20</td></tr>
<tr><td>5.</td><td>Dr. Tägert,<br>1. ordentl. Lehrer.</td><td>Mathem. 4<br>Physik 2</td><td>Mathem. 4<br>Physik 1</td><td>Mathem. 3</td><td>Mathem. 3</td><td></td><td>Franz. 3</td><td></td><td>20</td></tr>
<tr><td>6.</td><td>Dr. Reinthaler,<br>2. ordentl. Lehrer, Ord. von V.</td><td>Religion 2<br>Deutsch 3</td><td>Religion 2</td><td></td><td>Religion 2</td><td></td><td>Religion 3<br>Latein 9</td><td></td><td>21</td></tr>
<tr><td>7.</td><td>Dr. Noack,<br>3. ordentl. Lehrer, Ord. von IIIB.</td><td>Gesch. und Geogr. 3</td><td></td><td></td><td>Deutsch 2<br>Latein 8<br>Franz. 3<br>Gesch. und Geogr. 4</td><td></td><td></td><td></td><td>20</td></tr>
<tr><td>8.</td><td>Lamprecht,<br>4. ordentl. Lehrer, Ord. von IV.</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>Religion 2<br>Deutsch 2<br>Latein 10<br>Franz. 2<br>Gesch. und Geogr. 3</td><td>Rechnen 3</td><td></td><td>22</td></tr>
<tr><td>9.</td><td>Dr. Schaper,<br>5. ordentl. Lehrer.</td><td></td><td></td><td>Deutsch 2<br>Latein 2</td><td>Latein 2<br>Griech. 6</td><td>Griech. 6</td><td>Deutsch 3</td><td></td><td>21</td></tr>
<tr><td>10.</td><td>Müller,<br>6. ordentl. Lehrer, Ord. von VI.</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>Mathem. 3</td><td>Naturl. 2</td><td>Deutsch 3<br>Latein 9<br>Rechnen 3<br>Naturg. 2</td><td>22</td></tr>
<tr><td rowspan="2">11.</td><td rowspan="2">Retzlaff,<br>techn. Gymnasiallehrer</td><td colspan="3" rowspan="2">Zeichnen 2</td><td rowspan="2">Zeichnen 2</td><td rowspan="2">Zeichnen 2</td><td>Zeichnen 2<br>Schreib. 2</td><td>Religion 3<br>Zeichnen 2<br>Schreib. 4</td><td rowspan="2">21</td></tr>
<tr><td colspan="2">Singen 2</td></tr>
<tr><td>12.</td><td>Schweder,<br>Cand. prob.</td><td></td><td></td><td>Gesch. 2</td><td></td><td></td><td>Geogr. 2</td><td>Geogr. 2</td><td>6</td></tr>
</table>