Jahresbericht

über

das Königl. Gymnasium zu Marienwerder

von Michael 1857 bis Michael 1858.

Womit
zur öffentlichen Prüfung aller Klassen der Anstalt
Mittwoch den 13. Oktober 1858

ergebenst einladet

der Direktor

Dr. Aug. Lehmann.

Vorausgeschickt ist eine Abhandlung des Professor Dr. Gützlaff.

Marienwerder, 1858.
Gedruckt bei Friedr. Aug. Harich.

Jahresbericht

über

das Königl. Gymnasium zu Marienwerder
von Michael 1857 bis Michael 1858.

Ueber die regulären Körper

von dem

Professor Dr. Gützlaff.

§. 1. Einleitung.

Wenn von mir in den folgenden Blättern eine elementare Betrachtung der regelmäßigen Körper dargeboten wird, so bestimmt mich dazu die Ansicht, daß es bei dem mathematischen Unterricht auf den Gymnasien weniger darauf ankomme, eine große Masse mathematischen Stoffs zu verarbeiten, als vielmehr den Schüler so zu unterweisen, daß er mehr und mehr Geschicklichkeit gewinne, die geweckte Kraft zu selbstständiger Thätigkeit benutzen zu können. Demselben also zu zeigen, wie man durch folgerechtes Denken von den einfachern Verbindungen zu den zusammengesetztern gelangt; wie alle Willkühr in den Verbindungen ausgeschlossen bleibt und das Folgende immer nur als ein Nothwendiges aus dem Vorhergehenden hervorgeht; wie ferner in zusammengehörigen Theilen der Mathematik die Untersuchungen über das Einfachere die Betrachtung des Zusammengesetztern geleitet haben: das ist und bleibt eine Hauptsache beim Unterrichte und sollte unter keinen Umständen unberücksichtigt gelassen werden. Bestimmt nun aber das Reglement für den mathematischen Unterricht auf den Gymnasien, daß aus der Raumwissenschaft nur die Planimetrie und Stereometrie gelehrt werden, daß zwar die ebene Trigonometrie berücksichtigt, die sphärische dagegen nicht vorgetragen werden solle, so scheint es mir unerläßlich zu sein, bei dem Unterrichte in der Stereometrie hervorzuheben, daß in ihr ähnlich wie in der Planimetrie nur die einfachsten Raumformen untersucht werden, und daß man diejenigen Körper vorzüglich betrachte, welche den Figuren entsprechen, die das Fundament aller Untersuchungen über die Ebene bilden. Wie nun in dieser das Dreieck die Hauptform für die gradlinigen Figuren ist, weil sich alle zusammengesetztern Formen in Dreiecke zerlegen lassen; wie ferner neben demselben das Paralellogramm Bedeutung erhält, weil auf der Vergleichung der Paralellogramme die Feststellung des Flächeninhalts der gradlinigen Figuren gewonnen wird; wie endlich die regelmäßigen Figuren für den Kreis wichtig sind und die Ausmessung desselben vermitteln: so haben in der Stereometrie eine ähnliche Bedeutung wie das Dreieck, das Paralellogramm und der Kreis, das Paralellopipedum, das Prisma, die Pyramide und die Kugel; den regulären Figuren aber würden die regelmäßigen Körper entsprechen. Deshalb halte ich es aus pädagogischen Rücksichten für nothwendig, in der Stereometrie dieser Körper nicht, wie es gewöhnlich geschieht, beiläufig zu erwähnen, sondern sie genauer zu betrachten; zu prüfen, ob es auch unzählige regelmäßige Körper giebt, wie unzählige regelmäßige Figuren existiren; zu untersuchen, in welcher Beziehung sie zur Kugel stehen, und ob man ihr Volumen auch durch die Radien der ein- und umgeschriebenen Kugel bestimmen könne, wie der Flächeninhalt geradliniger regelmäßiger Figuren durch die Radien des ein- und umgeschriebenen Kreises ausgedrückt werden kann; endlich klar zu machen, warum nicht die regulären Körper benutzt werden, um durch ihre Volumina zum Volumen der Kugel zu gelangen.

Strenge habe ich bei den von mir angestellten Untersuchungen die Vorschriften festgehalten, welche über den mathematischen Unterricht in den Gymnasien gegeben sind und daher keine Kenntnisse in der sphärischen Trigonometrie vorausgesetzt, wie nichts als von selbst verständlich angesehen worden ist. Möge diese kleine elementare Arbeit meinen Kollegen willkommen sein und zur Erweiterung der Kenntnisse meiner Schüler beitragen.

§. 2. Erklärung.

Reguläre Körper heißen diejenigen, welche von regelmäßigen Figuren in der Art begrenzt werden, daß ihre Ecken congruent sind.

§. 3.

Lehrsatz. Es giebt nur 5 regelmäßige Körper.

Beweis. Nehmen wir regelmäßige oder gleichseitige Dreiecke als Grenzflächen eines Körpers an, so könnten in allen Ecken entweder drei oder vier oder fünf Winkel zu 60° zusammenstoßen, da die Bildung einer Ecke so lange möglich ist, als die Summe der ebenen Winkel, welche in ihr vereinigt sind, nicht 360° erreicht oder übersteigt. Dagegen ist ein solcher Köeper undenkbar, dessen Ecken sechs oder mehrere Winkel zu 60° enthalten, da in diesen Fällen die Summe der ebenen Winkel der Ecke 360° oder mehr betragen würde.

Sollen Quadrate den regulären Körper begrenzen, so können, weil der Winkel des Quadrats 90° beträgt, die Ecken nur aus drei Winkeln von 90° bestehen, und eine Vereinigung von vier oder mehreren rechten Winkeln in einer Ecke ist unmöglich.

Da der Winkel eines regelmäßigen Fünfecks 108° mißt, drei mal 108° aber nur 324° giebt, so sind auch Ecken aus drei Winkeln von 108° möglich; doch vier oder mehrere solcher Winkel können keine Ecke bilden.

Der Winkel eines regelmäßigen Sechsecks enthält 120°, und die Winkel aller übrigen regulären Figuren sind noch größer, weil sie sich um so mehr 180° nähern, je mehr Seiten die Figur hat. Da aber drei mal 120° 360° giebt, so läßt sich durch Winkel eines regelmäßigen Vielecks, das sechs oder mehrere Seiten hat, keine Ecke machen. Demnach würden überhaupt nur 5 reguläre Körper existiren können, von denen drei gleichseitige Dreiecke, einer Quadrate und einer reguläre Fünfecke als Grenzflächen enthalten, und es fragt sich nun, ob sie wirklich vorhanden sind.

Für jeden eckigen Körper, dessen Seitenflächen ein zusammenhängendes Netz bilden, gilt der bekannte Eulersche Satz, nach welchem, wenn e die Anzahl seiner Ecken, f die Anzahl seiner Seitenflächen und k die Anzahl seiner Kanten bezeichnen,

$$e + f = k + 2$$

ist. Außerdem hat man, wenn w die Anzahl der ebenen Winkel auf der Oberfläche bedeutet,

$$w = 2\,k.$$

Sollen nun regelmäßige Dreiecke den Körper begrenzen, so wäre für denselben auch

$$w = 3\,f.$$

je nachdem in einer Ecke 3, 4 oder 5 Dreiecke zusammenstoßen,

$$w = 3\,e$$

$$w = 4\,e$$

oder endlich $w = 5\,e.$

Geben nun diese Gleichungen für e, f und k positive ganze Zahlen, so würde dadurch dargethan, daß drei von gleichseitigen Dreiecken begrenzte Körper wirklich vorhanden sind.

Betrachtet man 1) $e + f = k + 2$
$w = 2\,k$
$w = 3\,f$
$w = 3\,e$
so ist $f = 4$
$e = 4$
$k = 6$
2) $e + f = k + 2.$
$w = 2\,k$
$w = 3\,f$
$w = 4\,e$
so ist $f = 8$
$e = 6$
$k = 12$
3) $e + f = k + 2.$
$w = 2\,k$
$w = 3\,f$
$w = 5\,e$
so ist $f = 20$
$e = 12$
$k = 30$

folglich existiren drei regelmäßige, von gleichseitigen Dreiecken begrenzte Körper, welche nach der Anzahl ihrer Seitenflächen Tetraeder, Oktaeder und Ikosaeder heißen. Das Tetraeder hat 4 Seitenflächen, 4 Ecken, 6 Kanten, das Oktaeder 8 Seitenflächen, 6 Ecken und 12 Kanten, und das Ikosaeder 20 Seitenflächen, 12 Ecken und 30 Kanten.

Sollen die Grenzflächen Quadrate sein, so ist:

$e + f = k + 2$
$w = 2\,k$
$w = 4\,f$
$w = 3\,e$
also ist: $f = 6$
$e = 8$
$k = 12,$

folglich ist auch ein von Quadraten begrenzter regelmäßiger Körper vorhanden, der **Hexaeder** oder Kubus heißt, und 6 Seitenflächen, 8 Ecken, so wie 12 Kanten hat,

Nimmt man als Grenzflächen regelmäßige Fünfecke an, so ist:

$e + f = k + 2$
$w = 2\,k$
$w = 5\,f$
$w = 3\,e$
folglich ist $f = 12$
$e = 20$
$k = 30,$

und es giebt ebenfalls einen von regelmäßigen Fünfecken begrenzten regulären Körper, welcher den Namen Dodekaeder führt und 12 Grenzflächen, 20 Ecken und 30 Kanten besitzt.

§. 4.

Lehrsatz. Wenn BC, CD, DE ꝛc. drei aufeinander folgende Seiten eines regulären Vielecks (**Figur 1**) sind, und man errichtet in dem Mittelpunkte F der Vielecksebene auf ihr ein Loth AF, verbindet ferner die Punkte B, C, D, E ꝛc. mit A, so sind die geraden Linien

AB, AC, AD, AE einander gleich, machen gleiche Winkel mit AF so wie unter sich und bilden in A eine von gleichen Winkeln eingeschlossene Ecke.

Beweis. Da F der Mittelpunkt des regelmäßigen Vielecks ist, so sind seine Abstände BF, CF, DF, EF von den Ecken desselben gleich, und da AF lothrecht auf der Ebene BCDE steht, enthält jeder der Winkel AFB, AFC, AFD, AFE 90 Grade, also sind die rechtwinkligen Dreiecke AFB, AFC, AFD, AFE congruent, und es ist AB = AC = AD = AE, wie auch W. BAF = W. CAF = W. DAF = W. EAF. Ferner sind die Dreiecke ABC, ACD, ADE ꝛc., deren drei Seiten dieselbe Größe haben, congruent, folglich sind in ihnen die Winkel BAC, CAD, DAE gleich und bilden eine Ecke, welche ihre Spitze in A hat.

Zusatz 1. (**Figur I.**) Trägt man von den Linien AB, AC, AD, AE, die gleichen Stücke AB′, AC′, AD′, AE′ ab, so liegen die Punkte B′, C′, D′, E′ in einer Ebene.

Beweis. Die Dreiecke AB′C′ und ABC, ferner AC′D′ und ACD, endlich AD′E′ und ADE sind ähnlich, weil sie einen gemeinschaftlichen Winkel und die ihn einschließenden Seiten dasselbe Verhältniß haben, folglich sind die geraden Linien B′C′, C′D′, D′E′ respective den geraden Linien BC, CD, DE parallel. Legt man jetzt durch B′C′ und C′D′ eine Ebene, so ist sie der Ebene BCDE parallel, denkt man sich aber auch eine durch C′D′ und D′E′ gehende Ebene, so ist sie gleichfalls BCDE parallel, und da die beiden Ebenen B′C′D′ u. C′D′E, durch C′D′ gehen, so müssen sie zusammenfallen, also liegen die Punkte B′, C′, D′, E′ in einer Ebene, und die Figur B′C′D′E′... ist der Figur BCDE... ähnlich, also auch ein regelmäßiges Vieleck.

Zusatz 2. (**Figur I.**) Gehen von dem Punkte A im Raume die gleichen und gleichgeneigten geraden Linien AB, AC, AD, AE aus und bilden eine Ecke, so sind die Neigungswinkel der Seitenflächen gleich.

Beweis. Verbindet man die Punkte B, C, D, E durch gerade Linien, so bilden sie nach Zusatz 1 das regelmäßige Vieleck BCDE . . . Fällt man nun aus B u. D auf AC die Lothe BG und DG′, so müssen ihre Fußpunkte G und G′ in G zusammenfallen, da die rechtwinkligen Dreiecke BCG und DCG′ aus BC = DC und BCG = DCG congruent sind. Deshalb wird CG = CG′, so wie BG = DG und BGD ist der Neigungswinkel der Ebenen BAC und CAD. Werden ferner von C u. E Lothe auf AD gefällt, so ist CHE der Neigungswinkel der Ebenen CAD u. DAE u. CH = EH. Da CH u. DG die aus den Endpunkten der Grundlinie des gleichschenkligen Dreiecks CAD auf die Schenkel gefällten Lothe sind, so sind sie gleich, und es ist BG = DG = CH = EH. Verbindet man jetzt B mit D und C mit E durch gerade Linien, so sind die Dreiecke BCD u. CDE, in welchen zwei Seiten und der eingeschlossene Winkel übereinstimmen, congruent, also ist BD = CE. Vergleicht man endlich die Dreiecke BGD und CHE, so sind auch sie, weil in ihnen die drei Seiten gleiche Länge haben, congruent, folglich ist W. BGD = W. CHE.

Bemerkung. Da die von den Ecken eines regulären Körpers ausgehenden Kanten gleich lang und unter gleichen Winkeln zu einander geneigt sind, so bilden die Verbindungslinien ihrer Endpunkte stets ein regelmäßiges Vieleck, und die Seitenflächen des Körpers haben gleiche Neigungswinkel.

§. 5.

Lehrsatz. Wenn ein Körper regelmäßig ist, so liegt in ihm ein Punkt, welcher von allen Seitenflächen und von allen Ecken gleich weit absteht, und er ist der Mittelpunkt einer in und einer um den Körper beschriebenen Kugel.

Figur 2. Beweis. Es seien BAC, CAC, DAE Theile dreier auf einander folgenden regelmäßigen Grenzflächen eines regulären Körpers, welche in A zusammenstoßen, und die Winkel BAC, CAD, DAE, so wie die geraden Linien AB, AC, AD, AE haben gleiche Größe. Ferner seien M und M′ die Mittelpunkte der regulären Figuren, zu denen die Winkel BAC u. CAD gehören, und MG sowie M′G gerade Linien, welche nach dem Mittelpunkte der Kante AC gehen: so sind diese Linien nach einem bekannten Satze der Planimetrie Lothe und stellen die Radien der Kreise vor, welche in die regulären Figuren eingeschrieben werden können; und da diese congruent sind, so haben sie gleiche Länge. Weil aber MG u. M′G Lothe in demselben Punkte G der Durchschnittslinie AC der beiden Ebenen BAC und CAD sind, so bilden sie den Neigungswinkel dieser Ebenen, und die Winkelebene MGM′ steht auf der Kante AC lothrecht, also auch auf den durch diese Kante gehenden Ebenen BAC und CAD.

Errichtet man jetzt in M auf der Ebene BAC ein Loth MX, so ist dasselbe auch senkrecht auf MG und liegt in der Winkelebene MGM′. Dasselbe gilt auch von dem Lothe MX′, welches in M′ auf der Ebene CAD errichtet und deshalb auch auf M′G′ perpendiculär ist. Da nun Winkel MGM′ ein konkaver ist, so schneiden sich die Lothe MX und M′X′ in einem Punkte m.

Verbindet man M mit M′ durch eine gerade Linie, so ist Dreieck MGM′ gleichschenklig und W. GMM′ = W. GM′M. Da aber auch W. mMG = W. mM′G = 90° ist, so muß W. mMG — W. GMM′ = W. mM′G — W. GM′M d. h. W. mMM′ = W. mM′M sein, also ist in dem Dreieck MmM′ mM = mM′ und m ein Punkt, welcher von zwei Grenzflächen des regulären Körpers gleich weit absteht.

Zieht man die gerade Linie mG, so sind die beiden Dreiecke mGM und mGM′, weil in ihnen die drei Seiten übereinstimmen, congruent, und es ist W. mGM = W. mGM′ = $\frac{1}{2}$ MGM′ d. h. gleich dem halben Neigungswinkel zweier nebeneinander liegender Grenzflächen des regulären Körpers.

Wird nun der Mittelpunkt H der Kante AD, welche der Ebene CAD mit der dritten Ebene DAE gemeinschaftlich ist, mit den Punkten M′ u. m durch grade Linien verbunden, so ist M′H = M′G; denn sie sind Radien des in die Ebene CAD eingeschriebenen Kreises, ferner mM′ ist sich selbst gleich und W. mM′H = W. mM′G = 90°, folglich $\triangle$ mM′H $\cong$ $\triangle$ mM′G und daher W. mHM′ = W. mGM′ d. h. gleich dem halben Neigungswinkel der beiden in AC aneinander liegenden Grenzflächen, also ist W. mHM′ auch dem halben Neigungswinkel der in AD zusammenstoßenden Seitenflächen gleich, da alle Neigungswinkel der Grenzflächen des Körpers gleich sind. Werden nun m und M′ mit A und D durch gerade Linien verbunden, so ist

$\triangle$ mM′A $\cong$ $\triangle$ mM′D
denn m M′ = m M′
M′A = M′D als Radien des um das regelmäßige Vieleck CAD.. konstruirbaren und durch A und D gehenden Kreises
W. mM′A = W. mM′D = 90°
also mA = mD
Ferner ist $\triangle$ mHA $\cong$ mHD;
denn mH = mH
mA = mD, wie vorhin bewiesen worden, weil H der Mittelpunkt von AD ist.
HA = HD
Demnach W. mHA = W. mHD = 90°
und mH lothrecht auf AD.

Fällt man jetzt von m auf die Ebene DAE das Loth mM″, und zieht die gerade Linie M″H, so ist nach einem bekannten Satze der Stereometrie auch M″H lothrecht auf AD u. M″HM der Neigungswinkel der in AD zusammenstoßenden Grenzflächen und gleich W. M′GM. Da aber vorhin bewiesen ist, daß W. mHM′ = W. mGM′ = $\frac{1}{2}$ W. M′GM ist, so muß W. mHM″ = W. mHM′, und weil auch W. mM″H = W. mM′H = 90° und mH = mH ist, △ mHM″ ≅ △ mHM′ sein, folglich ist M″H = M′H und das Loth mM″ = dem Lothe mM′ d. h. Punkt M″ ist der Mittelpunkt der Ebene DAE, und das in ihm auf dieser Ebene stehende Loth schneidet sich mit den Lothen, welche in den Mitten der beiden andern Grenzflächen des regelmäßigen Körpers errichtet wurden, in demselben Punkte.

Auf ähnliche Weise läßt sich auch darthun, daß sich die in den Mittelpunkten der übrigen Seitenflächen des Körpers errichteten Lothe in demselben Punkte schneiden und dieselbe Länge haben, also giebt es in jedem regulären Körper einen Punkt, der von allen Seitenflächen gleich weit absteht, und aus ihm läßt sich eine Kugel beschreiben, welche die Seitenflächen tangirt.

Denkt man sich nun die Mittelpunkte aller Seitenflächen eines regelmäßigen Körpers mit den Ecken derselben durch gerade Linien verbunden, ferner in denselben auf den Seitenflächen Lothe errichtet und so weit verlängert, bis sie sich schneiden, und zieht man dann von ihrem gemeinschaftlichen Durchschnittspunkte gerade Linien nach den Ecken des Körpers, so erhält man rechtwinklige Dreiecke, in welchen diese Linien die Hypotenusen sind. Da aber die in den Ebenen gezogenen Linien als Radien der umgeschriebenen Kreise für alle Seitenflächen gleich sind und ebenso auch die errichteten Lothe bis zu ihrem Durchschnittspunkte gleiche Länge haben, so sind die rechtwinkligen Dreiecke congruent und alle Hypotenusen gleich, folglich steht der Mittelpunkt der eingeschriebenen Kugel zugleich auch von den Ecken des Körpers gleich weit ab, und es giebt für denselben ebenfalls eine umgeschriebene Kugel.

Bemerkung. Hieraus erhellt, daß jeder reguläre Körper, wenn man durch die gezogenen Radien der umgeschriebenen Kugel Ebenen legt, in so viele Pyramiden zerlegt werden kann, als der Körper Seitenflächen hat. Diese Pyramiden aber haben congruente regelmäßige Figuren zu Grundflächen und sind, da die Lothe von ihren Spitzen nach den Mittelpunkten derselben gehen und gleich lang sind, gerade und congruent, weil ihre Grundflächen und Spitzen, wenn man die Pyramiden in einander legt, sich decken müssen. Es ist also das Volumen jedes regulären Körpers ein bestimmtes Vielfaches des Rauminhalts einer Pyramide, deren Basis eine Seitenfläche des regulären Körpers und deren Höhe der Radius der in ihn eingeschriebenen Kugel sind.

§. 6.

Figur 3. Beschreibt man um einen regulären Körper eine Kugel, und legt durch die Endpunkte der von einer Ecke A ausgehenden Kanten, was nach §. 4, Zusatz 1 möglich ist, eine Ebene, so durchschneidet sie die Kugel in einem kleinen Kreise, und die Verbindungslinien der Endpunkte der Kanten bilden in ihm eine regelmäßige Figur BCDEF, welche bei dem Tetraeder, Kubus und Dodekaeder ein gleichseitiges Dreieck, bei dem Oktaeder ein Quadrat und bei dem Ikosaeder ein regelmäßiges Fünfeck ist. Diese regelmäßige Figur ist dann die Grundfläche einer geraden Pyramide, deren Spitze in A liegt, und zieht man von diesem Punkte das Loth AG, so geht es durch den Mittelpunkt der Basis, also auch durch den Mittelpunkt des umgeschriebenen kleinen Kugelkreises, folglich in ihrer Verlängerung auch durch den Mittelpunkt der Kugel. Erweitert man dieses Loth, bis es in H wieder die Oberfläche schneidet, so erhält man in AH einen Durchmesser der Kugel, und der Mittelpunkt von AH ist der Mittelpunkt der Kugel. Legt man jetzt durch AH und AB eine Ebene, so schneidet sie die Kugeloberfläche in einem großen Kugelkreise, und es ist, wenn man die gerade Linie BH zieht, Winkel ABH als Winkel im Halbkreise ein rechter. Wird G mit B und C durch gerade Linien verbunden, so stellt GBC eines der gleichschenkligen Dreiecke vor, in welche sich von seinem Mittelpunkte aus die regelmäßige Figur BCDEF zerlegen läßt, und man kann, wenn die Kante des regulären Körpers gegeben ist, aus ihr BC und BG sowohl durch Konstruktion als auch durch Rechnung bestimmen. Da ferner W. AGB $= 90^0$ und AB die Kante des Körpers ist, so läßt sich auch AG berechnen und konstruiren. In dem rechtwinkligen Dreiecke ABH, in welchem BG ein Loth von der Spitze des rechten Winkels auf die Hypotenuse ist, besteht aber die Proportion $AG : AB = AB : AH$, folglich kann man auch den Durchmesser der umgeschriebenen Kugel aus der Kante durch Zeichnung und Rechnung finden.

Nach §. 5 ist der Radius der eingeschriebenen Kugel die Kathete eines rechtwinkeligen Dreiecks, dessen Hypotenuse der Radius der umgeschriebenen Kugel und dessen andere Kathete der Radius des um eine Seitenfläche des regulären Körpers beschriebenen Kreises sind, folglich läßt sich auch der Radius der eingeschriebenen Kugel aus der Kante berechnen und konstruiren.

Demnach kann man auch umgekehrt Oberfläche und Volumen eines regulären Körpers, welchen man in und um eine Kugel beschrieben denkt, durch ihren Radius feststellen. Bei der beschränkten Zahl der regelmäßigen Körper ist es aber nicht wie in der Planimetrie möglich, weder die Oberflächen noch die Volumina der in und um die Kugel verzeichneten regulären Körper einander immer mehr zu nähern, also durch dieselben zur Quadratur der Oberfläche und zur Kubatur der Kugel zu gelangen.

§. 7.

Lehrsatz. In jeder dreiseitigen Ecke verhalten sich die Sinus der Seitenwinkel wie die Sinus ihrer Neigungswinkel an den Kanten, welche ihnen gegenüber liegen.

Figur 4. Beweis. Ist ABCD ein dreiseitiger körperlicher Winkel und sind ABC, BAD, CAD die drei ebenen Winkel, welche ihn bilden, sowie AB, AC, AD drei gleiche Kanten, so erhält man die Neigungswinkel der Ebenen BAD und CAD gegen die Ebene BAC, wenn man von D auf BAC das Loth DE fällt, von dem Fußpunkte E desselben auf AB u. AC die Senkrechten EF und EG konstruirt und dann F und G mit D durch gerade Linien verbindet. Nach einem bekannten Satze der Stereometrie sind alsdann auch DF senkrecht auf AB und DG auf AC, folglich ist W. DFE der Neigungswinkel der Ebenen BAC und BAD sowie W. DGE der Neigungswinkel der Ebenen BAC und CAD.

Nun ist in dem rechtwinkligen Dreiecke DAF

$$DF = AD.\ \mathrm{Sin.}\ FAD = AD.\ \mathrm{Sin.}\ BAD$$

und in dem rechtwinkligen Dreiecke DAG

$$DG = AD.\ \mathrm{Sin.}\ GAD = AD.\ \mathrm{Sin.}\ CAD.$$

Da ferner DE ein Loth auf der Ebene BAC ist, so sind die Winkel DEF und DEG rechte, also die Dreiecke DEF und DEG rechtwinklig, und es ist deshalb

$$DE = DF.\ \mathrm{Sin.}\ DFE = AD.\ \mathrm{Sin.}\ BAD.\ \mathrm{Sin.}\ DFE.$$

und auch $DE = DG.\ \mathrm{Sin.}\ DGE = AD.\ \mathrm{Sin.}\ CAD.\ \mathrm{Sin.}\ DGE.$

folglich $AD.\ \mathrm{Sin.}\ BAD.\ \mathrm{Sin.}\ DFE = AD.\ \mathrm{Sin.}\ CAD.\ \mathrm{Sin.}\ DGE.$

und hieraus $\mathrm{Sin.}\ BAD : \mathrm{Sin.}\ CAD = \mathrm{Sin.}\ DGE : \mathrm{Sin.}\ DFE$

d. h. Es verhalten sich in einem körperlichen Winkel die Sinus der Seitenwinkel wie die Sinus der Neigungswinkel an den ihnen gegenüberliegenden Kanten.

Beschreibt man aus A mit AD als Radius eine Kugel, so geht ihre Oberfläche durch B, C und D, und die Ebenen BAC, BAD, CAD schneiden dieselbe in den Bögen gröster Kreise BC, BD, CD, so daß ein sphärisches Dreieck entsteht, dessen Seiten durch die ebenen Winkel BAC, BAD, CAD gemessen, seine Winkel an den Punkten B und C aber durch die Tangenten bestimmt werden, welche man für die Bögen BC und BD in B sowie für die Bögen CB und CD in C darstellen kann. Diese Winkel stimmen mit den Winkeln DFE u. DGE überein; also gilt für das sphärische Dreieck der Satz, daß sich die Sinus der Seiten wie die Sinus der gegenüberstehenden Winkel verhalten.

§. 8.

Figur 5. Ist A die Spitze einer mehrseitigen körperlichen Ecke, welche durch gleiche Winkel BAC, CAD, DAE 2c. mit gleichen Schenkeln AB, AC, AD.... gebildet wird, so liegen nach §. 4. Bem. die Punkte B, C, D, E, F in einer Ebene und bilden, wenn sie durch gerade Linien verbunden sind, ein regelmäßiges Vieleck, um das sich also auch ein Kreis beschreiben läßt. Konstruirt man nun um A als Mittelpunkt mit dem Radius AB eine Kugel, so geht ihre Oberfläche durch die Punkte C, D, E, F, und die erweiterten Seitenflächen der körperlichen Ecke schneiden die Oberfläche in den grösten Kreisbögen BC, CD, DE...... welche, da sie zu den gleichen Winkeln BAC, CAD, DAE.... gehören, gleiche Länge haben. Weil aber die Neigungswinkel der Seitenflächen (§. 4. Zusatz 2) gleich sind, so besitzen auch die Winkel BCD, CDF, DEF,.... gleiche Größe, und das sphärische Vieleck ist regelmäßig. Fällt man jetzt von A auf die Ebene $BCDEF$ ein Loth, erweitert es, bis die Kugeloberfläche von ihm im Punkte G geschnitten wird, und zieht die Bogen gröster Kreise, welche die gleichen Winkel GAB, GAC, GAD, GAE.... messen (§. 4), so erhält man gleiche Bogen GB, GC, GD..., und das sphärische regelmäßige Vieleck ist vom Punkte G aus in die congruenten gleichschenkligen Dreiecke BGC, CGD, DGE... zerlegt. Da alle Winkel um den Punkt G 360^0 betragen, so ist W. $\gamma =$ W. $BGC =$ W. $CGD =$ W. $DGE = \frac{360^0}{p}$, wenn $BCDEF$ ein p eck, oder oder die Ecke von p ebenen Winkeln gebildet ist. Halbirt man jetzt in dem sphärischen Dreieck BGC durch einen Bogen GH eines grösten Kreises den Winkel BGC, so wird dadurch das sphärische Dreieck BGC in die beiden congruenten, bei H rechtwinkligen Dreiecke GBH u. GCH getheilt, und es ist Bogen $BH =$ Bogen CH. Werden die Seitenwinkel des körperlichen Winkels mit α bezeichnet, so ist $BC = \alpha$, also $BH = \frac{\alpha}{2}$, und wird der Neigungswinkel der Seitenflächen der Ecke β genannt, so ist nach §. 5. W. $CBH = \frac{\beta}{2}$.

Mit Bezug auf §. 6 folgt nun aus dem sphärischen Dreiecke BGC, daß

$$\text{Sin. } GC : \text{Sin. } BC = \text{Sin. } GBC : \text{Sin. } BGC$$

ist d. h. $$\text{Sin. } GC : \text{Sin. } \alpha = \text{Sin.} \frac{\beta}{2} : \text{Sin.} \frac{360^0}{p}$$

also ist $$\text{Sin. } GC = \frac{\text{Sin. } \alpha \text{ Sin. } \frac{\beta}{2}}{\text{Sin. } \frac{360^0}{p}}$$

Aus Dreieck HGC aber ist

$$\text{Sin. } GC : \text{Sin. } HC = \text{Sin. } GHC : \text{Sin. } HGC$$

d. h. $$\text{Sin. } GC : \text{Sin. } \frac{\alpha}{2} = 1 : \text{Sin } \frac{180^0}{p}$$

folglich $\text{Sin. GC} = \dfrac{\text{Sin. } \frac{\alpha}{2}}{\text{Sin. } \frac{180^0}{p}}$

Setzt man die beiden Werthe des *Sin. GC* einander gleich, so wird

$$\frac{\text{Sin. } \alpha \text{ Sin. } \frac{\beta}{2}}{\text{Sin. } \frac{360^0}{p}} = \frac{\text{Sin. } \frac{\alpha}{2}}{\text{Sin. } \frac{180^0}{p}}$$

also $$\frac{2 \text{ Sin. } \frac{\alpha}{2} \text{ Cos. } \frac{\alpha}{2} \text{ Sin. } \frac{\beta}{2}}{2 \text{ Sin. } \frac{180^0}{p} \text{. Cos. } \frac{180^0}{p}} = \frac{\text{Sin. } \frac{\alpha}{2}}{\text{Sin. } \frac{180^0}{p}}$$

$$\frac{\text{Cos. } \frac{\alpha}{2} \text{ Sin. } \frac{\beta}{2}}{\text{Cos. } \frac{180^0}{p}} = 1$$

$$\text{Sin. } \frac{\beta}{2} = \frac{\text{Cos. } \frac{180^0}{p}}{\text{Cos. } \frac{\alpha}{2}}$$

d. h. der Sinus des halben Neigungswinkels zweier Seitenflächen einer von gleichen ebenen Winkeln gebildeten körperlichen Ecke ist gleich dem Cosinus des Theils von 180°, welcher durch die Zahl ihrer Seitenflächen bestimmt ist, dividirt durch den Cosinus des halben ebenen Winkels der Ecke.

§. 9.

Bezeichnet man für alle regulären Körper durch

- a die Kante,
- α den Winkel der Seitenfläche,
- q die Anzahl der Seiten einer Grenzfläche,
- ϱ den Radius des in die Seitenfläche eingeschriebenen Kreises,
- ϱ' den Radius des um die Seitenfläche beschriebenen Kreises,
- g den Inhalt einer Seitenfläche,
- n die Zahl der Seitenflächen,
- O die Oberfläche,
- p die Anzahl der Winkel in einer Ecke,
- β den Neigungswinkel zweier Seitenflächen,
- r den Radius der eingeschriebenen Kugel,
- V das Volumen,
- R den Radius der umgeschriebenen Kugel,
- k das Volumen der eingeschriebenen Kugel,
- K das Volumen der umgeschriebenen Kugel,

so erhält man aus dem rechtwinkligen Dreiecke *AMG* (Figur 2)

$$\text{MG} = \text{AG. Ctg. AMG}$$

d. h. 1) . . . . $\varrho = \frac{a}{2} \text{ Cotg. } \frac{180^0}{q}$

und 2) .... $g = \frac{q.a.\varrho}{2} = \frac{qa^2}{4}$ Ctg. $\frac{180^0}{q}$

also ist 3) .... $O = n.g = \frac{n.q.a^2}{4}$ Cotg. $\frac{180^0}{q}$

Aus §. 5 Fig. 2 folgt ferner und zwar aus $\triangle$ *mMG*

$$mM = MG.\ Tg.\ mGM$$

d. h. 4) .... $r = \varrho$ Tg. $\frac{\beta}{2} = \frac{a}{2}$ Cotg. $\frac{180^0}{q}$ Tg. $\frac{\beta}{2}$

und es ist nach §. 107

$$Sin.\ \frac{\beta}{2} = \frac{Cos.\ \frac{180^0}{p}}{Cos.\ \frac{\alpha}{2}}$$

Da nach §. 5 der Rauminhalt eines jeden regulären Körpers als ein Vielfaches des Volumens einer Pyramide betrachtet werden kann, deren Grundfläche einer seiner Seitenflächen, die Höhe aber dem Radius der eingeschriebenen Kugel gleich ist, so erhält man

5) .... $V = \frac{n.g.r}{3} = \frac{O.r}{3} = \frac{nga^3}{24}$ Cotg. $\frac{180^0}{q}^2$. Tg. $\frac{\beta}{2}$

Ferner ist nach §. 5 (Fig. 2) aus dem rechtwinkligen Dreiecke *AMG*

$$MA = \frac{AG}{Sin.\ AMG}$$

d. h. 6) .... $\varrho' = \frac{a}{2\ Sin.\ \frac{180^0}{q}}$

also ist aus dem rechtwinkligen Dreiecke *mMA* (Fig. 2)

$$mA = \sqrt{mM^2 + MA^2}$$

d. h. 7) .... $R = \sqrt{r^2 + \varrho'^2}$

Endlich ist 8) .... $k = \frac{4}{3} r^3 \pi$

und 9) .... $K = \frac{4}{3} R^3 \pi$

§. 10. Von dem Tetraeder.

Für diesen Körper, welcher von vier gleichseitigen Dreiecken begrenzt ist, deren drei in jeder seiner Ecken zusammenstoßen, sind

$$\alpha = 60^0$$
$$q = 3$$
$$p = 3$$
$$n = 4$$

also 1) $\varrho = \frac{a}{2}$ Cotg. $60^0 = \frac{a}{6}\sqrt{3}$

2) $g = \frac{a^2}{4}\sqrt{3}$

3) $O = 4g = a^2\sqrt{3}$

4) $r = \varrho\, Tg. \frac{\beta}{2} = \frac{a}{6} \sqrt{3}\, Tg. \frac{\beta}{2}$

$$Sin. \frac{\beta}{2} = \frac{Cos.\ 60^0}{Cos.\ 30^0} = Tg.\ 30^0 = \frac{1}{3} \sqrt{3}$$

$$Tg. \frac{\beta}{2} = \frac{1}{2} \sqrt{2} = Sin.\ 45^0$$

$$r = \frac{a}{12} \sqrt{6}$$

5) $V = \frac{1}{3}\, gr = \frac{a^3}{12} \sqrt{2}$

6) $\varrho' = \frac{a}{2\ Sin.\ 60^0} = \frac{a}{\sqrt{3}} = \frac{a}{3} \sqrt{3}$

7) $R = \sqrt{r^2 + \varrho^2} = \frac{a}{4} \sqrt{6}$

8) $k = \frac{4}{3}\, r^3 \pi = \frac{a^3 \pi}{216} . \sqrt{6}$

9) $K = \frac{4}{3}\, R^3 \pi = \frac{a^3 \pi}{8} . \sqrt{6}$

Ferner ist aus 4)

10) $a = 2 r \sqrt{6}$

11) $O = 24 r^2 \sqrt{3}$

12) $V = 8 r^3 \sqrt{3}$

und aus 7)

13) $a = \frac{2}{3}\, R \sqrt{6}$

14) $O = \frac{8}{3}\, R^2 \sqrt{3}$

15) $V = \frac{8}{27} R^3 \sqrt{3}$

a. Eigenschaften des Tetraeders.

Ist ABCD ein Tetraeder, und fällt man von D ein Loth auf die Ebene ABC, dessen Fußpunkt E ist, verbindet ferner A, B, C mit E durch gerade Linien und verlängert sie, bis die Seiten des Dreiecks ABC in den Punkt F, G, H geschnitten werden: so entstehen die bei E rechtwinkligen Dreiecke AED, BCD, CED, welche congruent sind, da in ihnen Kathete DE gemeinschaftlich ist, und die Hypotenusen als Kanten des Körpers gleiche Länge haben. Demnach sind die Seiten AE, BE, CE gleich, und E ist der Mittelpunkt des um das △ ABC konstuirbaren Kreises, also einer der vier merkwürdigen Punkte des Dreiecks ABC. Da aber in einem gleichseitigen Dreiecke diese 4 Punkte zusammenfallen, so sind die geraden Linien AF, BG, CH sowohl seine Höhen, wie auch seine Schwerlinien, stehen also auf den Seiten des Dreiecks lothrecht, halbiren sie und schneiden sich in E so, daß AE, BE, CE zwei Drittel, FE, GE und HE aber ein Drittel von ihnen betragen.

Verbindet man jetzt die Punkte F, G, H mit D, so sind DF, DG, DH auch Schwerlinien in den Dreiecken BDC, ADC, ADB, und fällt man aus den Punkten A, B, C auf diese Dreiecksebenen Lothe, so müssen dieselben ihre Fußpunkte in den Linien DF, DG, DH haben und sie im Verhältnisse 1 : 2 theilen.

Es liegen aber die Lothe AJ und DE, die Lothe BK und DE, so wie die Lothe CL und DE in den gleichschenkligen Dreiecken AFD, BGD und CHD, welche gleiche Grundlinien

AD, BD und CD, sowie gleiche Schenkel AF und DF, ferner BG u. DG sowie CH u. DH haben, weil diese die Höhen congruenter, gleichseitiger Dreiecke sind, also sind die 3 gleichschenkligen Dreiecke congruent.

Da aber AJ, BK, CL und DE Lothe sind, welche in diesen congruenten, gleichschenkligen Dreiecken von den Endpunkten der Grundlinien auf die Schenkel gefällt sind, so haben sie gleiche Größe und schneiden sich mit der allen drei gleichschenkligen Dreiecken gemeinschaftlichen Höhe DE in demselben Punkte und in demselben Verhältnisse.

Es hat also ein jedes Tetraeder 4 gleiche Höhen, welche sich in einem Punkte schneiden, der von allen Ecken und von allen Seitenflächen gleich weit absteht, und es läßt sich aus ihm um und in dasselbe eine Kugel beschreiben.

Zieht man in den vorhin genannten gleichschenkligen, congruenten Dreiecken aus ihren Spitzen durch M gerade Linien, so sind diese die dritten Höhen und haben gleiche Längen.

Man nennt diese Linien, welche die Mitte zweier gegenüber stehender Kanten verbinden, die Axen des Tetraeders. Betrachtet man ihre gegenseitige Lage, so findet man für die Axen FN und HP den Neigungswinkel in dem Dreiecke FMH, wenn man noch die Linie FH zieht. In diesem Dreiecke ist, wie sich leicht nachweisen läßt,

$$FH = \frac{AC}{2} = \frac{a}{2}$$

$$\text{ferner} \quad FM = HM$$

wie aus der Kongruenz der Dreiecke AFD und CHD erhellt.

Es ist aber aus dem rechtwinkligen Dreiecke MEF

$$FM^2 = ME^2 + EF^2$$

$$ME = r = \frac{a}{12} \sqrt{6}$$

$$EF = \tfrac{1}{3} AF = \tfrac{1}{3} \cdot \frac{a}{2} \sqrt{3} = \frac{a}{6} \sqrt{3},$$

$$\text{also} \quad FM^2 = \frac{6a^2}{144} + \frac{3a^2}{36} = \frac{18a^2}{144} = \frac{a^2}{8},$$

$$\text{da aber} \quad FH^2 = \frac{a^2}{4} \quad \text{und auch} \quad FM^2 + HM^2 = \frac{a^2}{8} + \frac{a^2}{8} = \frac{a^2}{4} \quad \text{ist},$$

$$\text{so ist} \quad FH^2 = FM^2 + HM^2$$

$$\text{oder} \quad \text{W. } FMH = 90^\circ \text{ ist},$$

also stehen die Axen auf einander senkrecht.

Vergleicht man jetzt die Dreiecke DEG und DMK, welche durch die in dem gleichschenkligen Dreiecke BDG aus den Endpunkten der Grundlinie gefällten Höhen DE und BK entstehen, so haben beide den Winkel EDG gemeinschaftlich, und es ist W. DEG = W. BKD = 90°, also sind sie ähnlich, und es verhält sich

$$DM : MK = DG : EG$$

$$\text{Da aber} \ . \ . \ MK = ME$$

$$EG = KG$$

und K der Schwerpunkt des Dreiecks AC ist, so ist

$$KG = \tfrac{1}{3} DG$$

und es verwandelt sich die obige Proportion in

$$DM:ME = DG:\tfrac{1}{3}\,DG$$

oder $$DM:ME = 3:1$$

d. h. die vier Höhen des Tetraeders schneiden sich im Verhältnisse 3 : 1, und der Radius der um dasselbe geschriebenen Kugel ist 3 mal so lang als der Radius der eingeschriebenen.

Die 6 Neigungswinkel der Kanten des Tetraeder gegen die von ihnen geschnittenen Seitenflächen, nämlich DAE, DBE, DCE ꝛc. befinden sich in rechtwinkligen Dreiecken, deren Hypotenusen als Kanten gleich sind, während die zu ihrer Darstellung gefällten Höhen des Tetraeders gleiche Katheten geben, also sind diese Dreiecke congruent, und die den Höhen gegenüberliegenden Neigungswinkel haben gleiche Größe.

Die 6 Neigungswinkel der Seitenflächen DHE, DGE, DFE u. s. w. befinden sich gleichfalls in rechtwinkligen Dreiecken, welche zu Hypotenusen die gleichen Höhen der Seitenflächen haben, während sie in den Höhen des Tetraeders eine gleiche Kathete besitzen, folglich sind sie ebenfalls gleich.

b. Graphische Konstructionen der Höhe, beider Kugelradien, des Neigungswinkels der Kante gegen eine Seitenfläche und des Neigungswinkels zweier Seitenflächen aus der Kante a des Tetraeders.

Nach dem Vorhergehenden ist △ BDG Fig. 6 gleichschenklig, seine Grundlinie BD ist der Kante des Tetraeders gleich, und seine beiden Schenkel BG und DG sind die gleichen Höhen zweier congruenten, gleichseitigen Dreiecke. Im △ BDG sind die von den Endpunkten der Basis auf die Schenkel gefällten Lothe die Höhen des Tetraeders und schneiden sich in M, so daß DM : ME = 3 : 1 ist.

Es sind also DM und ME die Radien der um und eingeschriebenen Kugel. Ferner sind die gleichen Winkel DBJ und BDJ die Neigungswinkel der Kante gegen die Flächen ABC u. ADC, sowie endlich der Winkel BGD der Neigungswinkel der Seitenflächen ABC u. ADC ist.

Ist nun in der geraden Linie B′D′ gleich a die Kante eines Tetraeders gegeben, und beschreibt man über derselben das gleichseitige Dreieck B′C′D′ so stellt dasselbe eine Seitenfläche des Tetraeders dar. Fällt man in ihm von B′ auf C′D′ das Loth B′X′ und beschreibt mit B′X′ aus B′ und D′ Kreisbögen, welche sich in G′ schneiden, verbindet ferner G′ mit B′ und D′, so stellt das gleichschenklige △ B′D′G′ das Dreieck BDG in Fig. 6 vor, und wenn man von B′ und D′ auf D′G′ die Lothe B′K′ und D′E′ construirt, so stimmen diese mit BG und DG überein und stellen die Höhen des Tetraeders dar, so daß B′M′ und B′K′ die Radien der um und eingeschriebenen Kugel sind. Endlich sind die Winkel G′B′D′ und G′D′B′ den Winkeln GBD und GDB gleich und also die Neigungswinkel der Kante des Tetraeders gegen die Seitenflächen, und der Winkel B′G′D′, der mit BGD gleiche Größe hat, ist dem Neigungswinkel zweier Seitenflächen gleich.

c. Berechnung des Volumens und der Kugelradien sowie des Neigungswinkels der Kante gegen eine von ihr geschnittene Seitenfläche und endlich des Neigungswinkels zweier Seitenflächen aus der Kante.

Da das Tetraeder die regelmäßige Pyramide ist, so ergiebt sich das Volumen derselben

$$V = \tfrac{1}{3} \triangle ABC . DE.$$

Bezeichnet man die Kante mit a, so wird

$$\triangle ABC = \frac{AC}{2} \cdot BG = \frac{a}{2} \cdot BG$$

$$BG = \sqrt{AB^2 - AG^2} = \sqrt{a^2 - \frac{a^2}{4}} = \frac{a}{2} \sqrt{3},$$

also $\triangle ABC = \frac{a^2}{4} \cdot \sqrt{3}$

Ferner ist $DE = \sqrt{BD^2 - BE^2}$

$$BD = a$$

$$BE = \tfrac{2}{3} BG = \frac{a}{3} \cdot \sqrt{3}$$

$$DE = \sqrt{a^2 - \tfrac{3}{9} a^2} = \frac{a}{3} \cdot \sqrt{6}$$

und $V = \frac{1}{3} \frac{a^2}{4} \sqrt{3} . \frac{a}{3} \sqrt{6} = \frac{a^3}{12} \cdot \sqrt{2}$

$$R = \tfrac{3}{4} DE = \frac{a}{4} \sqrt{3}$$

$$r = \tfrac{1}{4} DE = \frac{a}{12} \sqrt{3}$$

der Neigungswinkel der Kante BD gegen die Fläche ABC wird aus dem rechtwinkligen Dreiecke BDE bestimmt, und zwar ist

$$\text{Sin. } DBE = \frac{DE}{BD} = \tfrac{1}{3} \sqrt{6}$$

also $DBE = 54^0\ 44'\ 8''$

der Neigungswinkel zweier Seitenflächen DGE ergiebt sich aus dem rechtwinkligen Dreiecke DGE aus

$$\text{Tang. } DGE = \frac{DE}{EG} = 2 \sqrt{2}$$

folglich $DBE = 70^0\ 31'\ 43''$

§. 11. Von dem Oktaeder.

Da das Oktaeder von 8 gleichseitigen Dreiecken begrenzt ist und jede seiner Ecken von 4 Winkeln gebildet wird, so ist: $\alpha = 60^0$

$$q = 3$$
$$p = 4$$
$$n = 8$$

folglich 1) $\varrho = \frac{a}{2} \text{ Cotg. } 60^0 = \frac{a}{6} \sqrt{3}$

2) $g = \frac{a^2}{4} \sqrt{3}$

3) $O = 8\, g = 2\, a^2 \sqrt{3}$

4) $r = \varrho \text{ Tg. } \frac{\beta}{2}$.

$$\text{Sin. } \frac{\beta}{2} = \frac{\text{Cos. } 45^0}{\text{Cos. } 30^0} = \tfrac{1}{3} \sqrt{6}$$

$$\text{Tg. } \frac{\beta}{2} = \sqrt{2} = \text{Sec. } 45^0$$

$$r = \frac{a}{6} \sqrt{6}$$

$$5)\ V = \frac{O \cdot r}{3} = \frac{a^3}{3} \sqrt{2}$$

$$6)\ \varrho' = \frac{a}{2 \operatorname{Sin.} 60^0} = \frac{a}{3} \sqrt{3}$$

$$7)\ R = \sqrt{r^2 + \varrho'^2} = \frac{a}{2} \sqrt{2}$$

$$8)\ K = \tfrac{4}{3}\, r^3\, \pi = \frac{a^3\, \pi}{27} \sqrt{6}$$

$$9)\ K = \tfrac{4}{3}\, R^3\, \pi = \frac{a^3\, \pi}{3} \sqrt{2}$$

Aus 4) folgt

$$10)\ a = r \sqrt{6}$$

$$11)\ O = 12\ r^2 \sqrt{3}$$

$$12)\ V = 4\ r^3 \sqrt{3}$$

und aus 7)

$$13)\ a = R \sqrt{2}$$

$$14)\ O = 4\ R^2 \sqrt{3}$$

$$15)\ V = \tfrac{4}{3}\ R^3$$

Zieht man in einem Octaeder ABCDEF die Verbindungslinien zweier gegenüberstehenden Ecken A und F, halbirt dann AF in G und verbindet G mit A, B, C und D, so entstehen vier congruente, gleichschenklige Dreiecke ABF, ACF, ADF und AEF, in welchen die Linien BG, CG, DG und EG als Höhen auf der gemeinschaftlichen Grundlinie gleich sind. Dreht man jetzt $\triangle$ ABF um AF als Axe, so beschreibt das Loth BG eine auf AG senkrechte Ebene, welche durch die Punkte B, C, D und E geht, und G ist der Mittelpunkt des um das Viereck BCDE umgeschriebenen Kreises, also ist dieses, da BC = CD = DE = EB ist, ein Quadrat, in welchem BG und DG, sowie CG und EG gerade Linien und zwar die Diagonalen sind.

Eben so sind die Vierecke ABFD und ACFE Quadrate, welche BCDE congruent sind, und stehen auf dem Quadrate BCDE senkrecht, da sie AF in sich enthalten, folglich lassen sich durch jedes Oktaeder drei congruente quadratische auf einander senkrechte Schnitte legen, welche sich in seinem Mittelpunkt schneiden, und die 3 Verbindungslinien der gegenüberstehenden Ecken sind als Diagonalen der congruenten Quadrate gleich, halbiren sich in G und bestimmen in ihrer Hälfte den Radius der umgeschriebenen Kugel; ferner stehen diese Linien auch senkrecht auf einander und heißen die Axen des Oktaeders.

Fällt man von G auf die Seitenflächen des Oktaeders Lothe, so gehen sie nach ihrem Mittelpunkte, und wenn man von diesem nach den Ecken der Dreiecke gerade Linien zieht, so stellen sie den Radius des um jedes Dreieck beschriebenen Kreises vor und sind für alle Dreiecke gleich. So erhält man eine Reihe von rechtwinkligen Dreiecken, in welchen die Hypotenusen als Radien der umgeschriebenen Kugel und die eine Kathete als Radien der um die congruenten Seiten Dreiecke beschriebenen Kreise gleich sind, also müssen auch die andern Katheten dieselbe Länge haben und stellen die Radien der eingeschriebenen Kugel vor.

Das Oktaeder ABCDEF besteht aus den beiden congruenten Pyramiden ABCDE und FBCDE oder

Oktaeder ABCDEF = 2 Pyr. ABCDE
Pyramide ABCDE $= \frac{1}{3}$ BCDE . AG

Nennt man die Kante a, so ist

$$BCDE = a^2$$

und AG als halbe Diagonale eines Quadrats, dessen Seite a ist, gleich $\frac{a}{2}\sqrt{2}$

also ist Pyr. ABCDE $= \frac{a^3}{6}\cdot\sqrt{2}$

und das Oktaeder ABCDEF $= \frac{a^3}{3}\sqrt{2}$

Ferner ist $R = AG = \frac{a}{2}\sqrt{2}$

Fällt man von G auf die Ebene ACD das Loth GH so ist

$$r = GH = \sqrt{AG^2 - AH^2},$$

und da AH $= \frac{2}{3}$tel der Höhe AJ des gleichseitigen Dreiecks ACD oder gleich $\frac{a}{3}\sqrt{3}$ ist, so wird

$$r = \sqrt{\frac{2a^2}{4} - \frac{3a^2}{9}} = \frac{a}{6}\sqrt{6}$$

Zieht man die gerade Linie GJ, so ist AJG der halbe Neigungswinkel der Ebenen ACD und FCD und es ist

$$\text{Tg. AJD} = \text{Tg. }\frac{\beta}{2} = \frac{AG}{GJ} = \frac{\frac{a}{2}\sqrt{2}}{\frac{a}{2}} = \sqrt{2}$$

$$\frac{\beta}{2} = 54^0\ 44'\ 8''$$

$$\beta = 109^0\ 28'\ 16''$$

Der Radius der umgeschriebenen Kugel ist graphisch in der halben Diagonale des Quadrats dargestellt, welches man aus der Kante des Oktaeders konstruirt, und bildet man ein rechtwinkliges Dreieck, dessen Hypotenuse diese halbe Diagonale und dessen eine Kathete zwei Drittel der Höhe eines über der Kante beschriebenen gleichseitigen Dreiecks ist, so findet man in der andern Kathete den Radius der eingeschriebenen Kugel.

§. 12. Von dem Ikosaeder.

Die Oberfläche dieses Körpers enthält 20 gleichseitige Dreiecke und jede Ecke 5 Winkel, also ist

$$\alpha = 60^0$$
$$q = 3$$
$$p = 5$$
$$n = 20$$

und 1) $\varrho = \frac{a}{2}\text{ Ctg. }60^0 = \frac{a}{6}\sqrt{3}$

2) $g = \frac{a^2}{4}\cdot\sqrt{3}$

3) $O = 20\,g = 5\,a^2\sqrt{3}$

4) $r = \varrho\text{ Tg. }\frac{\beta}{2} = \frac{a}{6}\sqrt{3}\cdot\text{Tg. }\frac{\beta}{2}$

$$\text{Sin. }\frac{\beta}{2} = \frac{\text{Cos. }36^0}{\text{Cos. }30^0} = \frac{1+\sqrt{5}}{2\sqrt{3}}$$

$$\text{Tg. } \frac{\beta}{2} = \frac{3 + \sqrt{5}}{2} = \tfrac{1}{4} \text{ Cos. } 18^{0\,2}$$

$$\frac{\beta}{2} = 69^0\ 5'\ 41,4''$$

$$\beta = 138^0\ 11'\ 22,8''$$

$$r = \frac{a}{12}(3 + \sqrt{5})\sqrt{3} = \frac{a}{24}\sqrt{3} \text{ Cos. } 18^{0\,2}$$

5) $V = \frac{5a^3}{12}(3 + \sqrt{5}) = \frac{5}{24} a^3 \text{ Cos. } 18^{0\,2}$

6) $\varrho' = \frac{a}{2 \text{ Sin. } 60^0} = \frac{a}{3}\sqrt{3}$

7) $R = \sqrt{r^2 + \varrho'^2} = \frac{a}{4}\sqrt{10 + 2\sqrt{5}} = a. \text{ Cos. } 18^0$

8) $k = \frac{4}{3} r^3 \pi = \frac{a^3\pi}{54}(9 + 4\sqrt{5})\sqrt{3} = \frac{a^3\pi}{54}(2 + \sqrt{5})^2\sqrt{3}$

9) $K = \frac{4}{3} R^3 \pi = \frac{a^3\pi}{6}\sqrt{5}(5 + 2\sqrt{5}) = \frac{a^3\pi\sqrt{5}}{6} \text{ Ctg. } 18^0$

$$= \tfrac{4}{3} a^3 \pi \text{ Cos. } 18^{0\,3}$$

Aus 4) ist

10) $a = r\sqrt{3}(3 - \sqrt{5}) = 8r\sqrt{3} \text{ Sin. } 18^{0\,2}$

11) $O = 30r^2(7 - 3\sqrt{5}) = 960 r^2\sqrt{3} \text{ Sin. } 18^{0\,4}$

12) $V = 10r^3\sqrt{3}(7 - 3\sqrt{5}) = 320 r^3\sqrt{3} \text{ Sin. } 18^{0\,4}$

und aus 7)

13) $a = R\sqrt{\frac{10 - 2\sqrt{5}}{5}} = R. \text{ Sec. } 18^0$

14) $O = R^2(10 - 2\sqrt{5})\sqrt{3} = 16R^2\sqrt{3} \text{ Sin. } 36^{0\,2}$

15) $V = \frac{2}{9}R^3\sqrt{10 + 2\sqrt{5}} = \frac{8}{9}R^3 \text{ Cos. } 18^0.$

§. 13, Vom Kubus.

Der Kubus oder das Hexaeder wird von Quadraten begrenzt und jede Ecke von 3 rechten Winkeln gebildet, also ist

$$\alpha = 90^0$$
$$q = 4$$
$$p = 3$$
$$n = 6$$

und

1) $\varrho = \frac{a}{2} \text{ Cotg. } 45^0 = \frac{a}{2}$

2) $g = a$

3) $O = 6a^2$

4) $r = \varrho \text{ Tg. } \frac{\beta}{2} = \frac{a}{2} \text{ Tg. } \frac{\beta}{2}$

$$\text{Sin. } \frac{\beta}{2} = \frac{\text{Cos. } 60^0}{\text{Cos. } 45^0} = \tfrac{1}{2}\sqrt{2}$$

$$\text{Tg. } \frac{\beta}{2} = 1 = \text{Tg. } 45^0$$

$$\beta = 90^0$$

$$r = \frac{a}{2}$$

5) $V = a^3$

6) $\varrho' = \frac{a}{2 \text{ Sin. } 45^0} = \frac{a}{2} \sqrt{2}$

7) $R = \sqrt{r^2 + \varrho'^2} = \frac{a}{2} \sqrt{3}$

8) $k = \frac{4}{3} r^3 \pi = \frac{a^3 \pi}{6}$

9) $K = \frac{4}{3} R^3 \pi = \frac{a^3 \pi}{2} \sqrt{3}$

Aus 4) ist

10) $a = 2 r$

11) $O = 24 r^2$

12) $v = 8 r^3$

und aus 7)

13) $a = \frac{2}{3} R \sqrt{3}$

14) $O = 8 R^2$

15) $V = \frac{8}{9} R^3 \sqrt{3}$

Legt man in einem Kubus ABCD A′B′C′D′ durch die gegenüberstehenden Kanten AA′ und CC′ so wie BB′ und DD′ Ebenen, so stehen diese sowohl auf ABCD als auch auf A′B′C′D′ senkrecht und schneiden sich in der gleichfalls auf diesen Ebenen lothrechten Linie EE′, welche die Mittelpunkte der Diagonalen der Quadrate ABCD und A′B′C′D′ verbindet. Die Diagonalebenen ACC′A′ und BDD′B′ sind Rechtecke, deren längere Seite die Diagonale der Seitenflächen des Kubus und die kürzere die Kante desselben ist; also sind diese Rechtecke congruent, da ihre Seiten übereinstimmen. Zieht man die Diagonalen AC′, BD′, CA′ und DB′, so sind sie als Diagonalen congruenter Rechtecke von gleicher Länge und halbiren sich in dem Mittelpunkte der Linie EE′, so daß O von allen Ecken des Kubus gleich entfernt und der Mittelpunkt der um den Kubus konstruirbaren Kugel ist. Zieht man durch O ein Loth auf ABB′A′ so ist dasselbe in seiner Verlängerung über O hinaus auch ein Loth auf der parallelen Ebene DCC′D′, und konstruirt man endlich von O aus ein Loth auf ADD′A′, so ist dieses ebenfalls ein Loth auf BCC′B′. Diese Lothe bilden mit EE′ die 3 auf einander lothrechten Axen des Kubus und sind als Abstände der Gegenflächen gleich seiner Kante; ihre Hälften aber, wie OE und OE′, stellen die Radien der Kugel dar, welche sich aus O in den Kubus beschreiben läßt. Nennt man die Kante des Kubus a, so folgt aus dem rechtwinkligen Dreiecke ABC

$$AC^2 = AB^2 + BC = a^2 + a^2 = 2 a^2,$$

ferner aus dem rechtwinkligen Dreiecke ACC′

$$AC^2 = AC^2 + CC'^2 = 2 a^2 + a^2 = 3 a^2,$$

also ist $AC = a \sqrt{3}$

und $R = \frac{AC}{2} = \frac{a}{2} \sqrt{3},$

wenn endlich $r = \frac{EE'}{2} = \frac{a}{2}$ ist.

§. 14. Vom Dodekaeder.

Dieser Körper ist von 12 regelmäßigen Fünfecken begrenzt und 3 Winkel bilden eine Ecke, also ist

$$\alpha = 108^0$$
$$q = 5$$
$$p = 3$$
$$n = 12$$

1) $\varrho = \frac{a}{2}\,\text{Cotg. } 36^0 = \frac{a}{2}\sqrt{\frac{5+2\sqrt{5}}{5}}$

2) $g = \frac{5}{4}\,a^2\,\text{Cotg. } 36^0 = \frac{5}{4}\,a^2\sqrt{\frac{5+2\sqrt{5}}{5}}$

3) $O = 15\,a^2\,\text{Cotg. } 36^0 = 15\,a^2\sqrt{\frac{5+2\sqrt{5}}{5}}$

4) $r = \varrho\,\text{Tg. } \frac{\beta}{2} = \frac{a}{2}\,\text{Cotg. } 36^0\,\text{Tg. } \frac{\beta}{2} = \frac{a}{2}\sqrt{\frac{5+2\sqrt{5}}{5}}\,\text{Tg. } \frac{\beta}{2}$

$$\text{Sin. } \frac{\beta}{2} = \frac{\text{Cos. } 60^0}{\text{Cos. } 54^0} = \frac{\text{Sin. } 30^0}{\text{Sin. } 36^0} = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{10+2\sqrt{5}}{5}}$$

$$\text{Tg. } \frac{\beta}{2} = \frac{\sqrt{5}+1}{2} = 2\,\text{Cos. } 36^0;$$

$$\frac{\beta}{2} = 58^0\;16'\;57''$$
$$\beta = 116^0\;33'\;54''$$

$$r = a\,\text{Cotg. } 36^0\,\text{Cos. } 36^0 = \frac{a}{4}\sqrt{\frac{50+22\sqrt{5}}{5}} = \frac{a}{4}(\sqrt{5}+1)\sqrt{\frac{5+2\sqrt{5}}{5}}$$

5) $V = 5\,a^3\,\text{Cotg. } 36^{0\,2}\,\text{Cos. } 36^0 = \frac{a^3}{4}\,(15 + 7\sqrt{5})$

6) $\varrho' = \frac{a}{2\,\text{Sin. } 36^0} = \frac{a}{2}\sqrt{\frac{10+2\sqrt{5}}{5}}$

7) $R = \sqrt{r^2 + \varrho'^2} = \frac{a}{4}\sqrt{3}\,(\sqrt{5}+1) = a\sqrt{3}\,\text{Cos. } 36^0$

8) $k = \frac{4}{3}\,r^3\pi = \frac{4}{3}\,a^3\pi\,\text{Ctg. } 36^{0\,3}\,\text{Cos. } 36^{0\,3} = \frac{a^3\pi}{30}(20+9\sqrt{5})\sqrt{\frac{5+2\sqrt{5}}{5}}$

9) $K = \frac{4}{3}\,R^3\,\pi = \frac{a^3\pi}{2}\sqrt{3}(2+\sqrt{5}) = 4\,a^3\,\pi\sqrt{3}\,\text{Cos. } 36^{0\,3}$

Aus 4) folgt

10) $a = r\,(\sqrt{5}-1)\sqrt{5-2\sqrt{5}} = r\sqrt{50-22\sqrt{5}} = r\,\text{Tg. } 36^0\,\text{Sec. } 36^0$

11) $O = 15\,r^2\,\text{Tang. } 36^0\,\text{Sec. } 36^{0\,2} = 30\,r^2\sqrt{130-58\sqrt{5}}$

12) $V = 5\,r^3\,\text{Tg. } 36^0\,\text{Sec. } 36^{0\,2} = 10\,r^3\sqrt{130-58\sqrt{5}}$

und aus 7) folgt

13) $a = \frac{R}{3}\sqrt{3}\,(\sqrt{5}-1) = \frac{R}{3}\sqrt{3}\,\text{Sec. } 36^0$

14) $O = 5\,R^2\,\text{Sec. } 36^{0\,2}\,.\,\text{Cotg. } 36^0 = 10R^2\,\text{Sec. } 18^0 = 10\,R^2\sqrt{\frac{10-2\sqrt{5}}{5}}$

15) $V = \frac{4}{9}\,R^3\sqrt{3}\,\text{Cosec. } 36^{0\,2} = \frac{R^3}{9}\sqrt{3}\,(10 + 2\sqrt{5})$.

§. 15. Von den Netzen der regulären Körper.

Stellt man sich die regulären Körper hohl vor, so kann man dadurch, daß man gewisse ihrer Kanten aufschneidet, um andere aber als Drehungsaxen die in ihnen zusammenstoßenden Ebenen bewegt, alle Grenzflächen in eine Ebene legen und Figuren bilden, welche ihre Netze genannt werden. In den Figuren 10, 11, 12, 13 und 14 sind diese dargestellt, und die regulären Körper entstehen, wenn man in ihnen die Dreiecke, Vierecke oder Fünfecke durch Drehung um bestimmte Seiten in solche Lagen bringt, daß die mit demselben Buchstaben bezeichneten Punkte zusammenfallen.

1. Ist ABCD ein Tetraeder, und schneidet man die Kanten AD, BD u. CD auf, so entsteht, wenn man die Dreiecke ABD, ACD und BCD um AB, AC, BC so lange dreht, bis sie mit $\triangle$ ABC in eine Ebene fallen, die Figur 10 als Netz.

2. Schneidet man im Oktaeder, welches in zwei mit ihren quadratischen Grundflächen zusammenstoßenden Pyramiden besteht, von der Spitze jeder Pyramide aus zwei auf einander folgende, parallel laufende Kanten auf und außerdem noch die Kante, welche in der gemeinschaftlichen quadratischen Basis zwischen den jetzt bewegbaren beiden Dreiecken liegt, so ist es durch Drehung um die nicht aufgeschnittenen Kanten möglich, alle Dreiecke in eine Ebene zu legen und die Figur 11 als Netz des Oktaeders zu bilden.

3. Betrachtet man ein Ikosaeder, so liegen sich in ihm stets zwei Ecken gegenüber und bilden die Spitzen zweier fünfseitigen Pyramiden, deren Grundflächen parallel laufen, die Kanten der Grundflächen aber sind Seiten von zehn andern über ihnen beschriebenen, gleichseitigen Dreiecken, welche zwischen den beiden Grundflächen liegen. Schneidet man nun die von den Spitzen der Pyramiden ausgehenden Kanten auf und außerdem noch eine Kante, welche zwei Ecken beider Grundflächen verbindet, so kann man die Oberfläche des Ikosaeders in der Art abwinkeln, daß die Figur 12 entsteht, in welcher die Punkte $L, L_1, L_2 \ldots$ und $M, M_1, M_2 \ldots$ aus den Spitzen der beiden Pyramiden hervorgehen, und die zwischen ihren Grundflächen liegenden zehn Dreiecke das Parallelogramm AA′F′F bilden, also die Umfänge der Grundflächen in den geraden Linien AA′ und FF′ dargestellt sind.

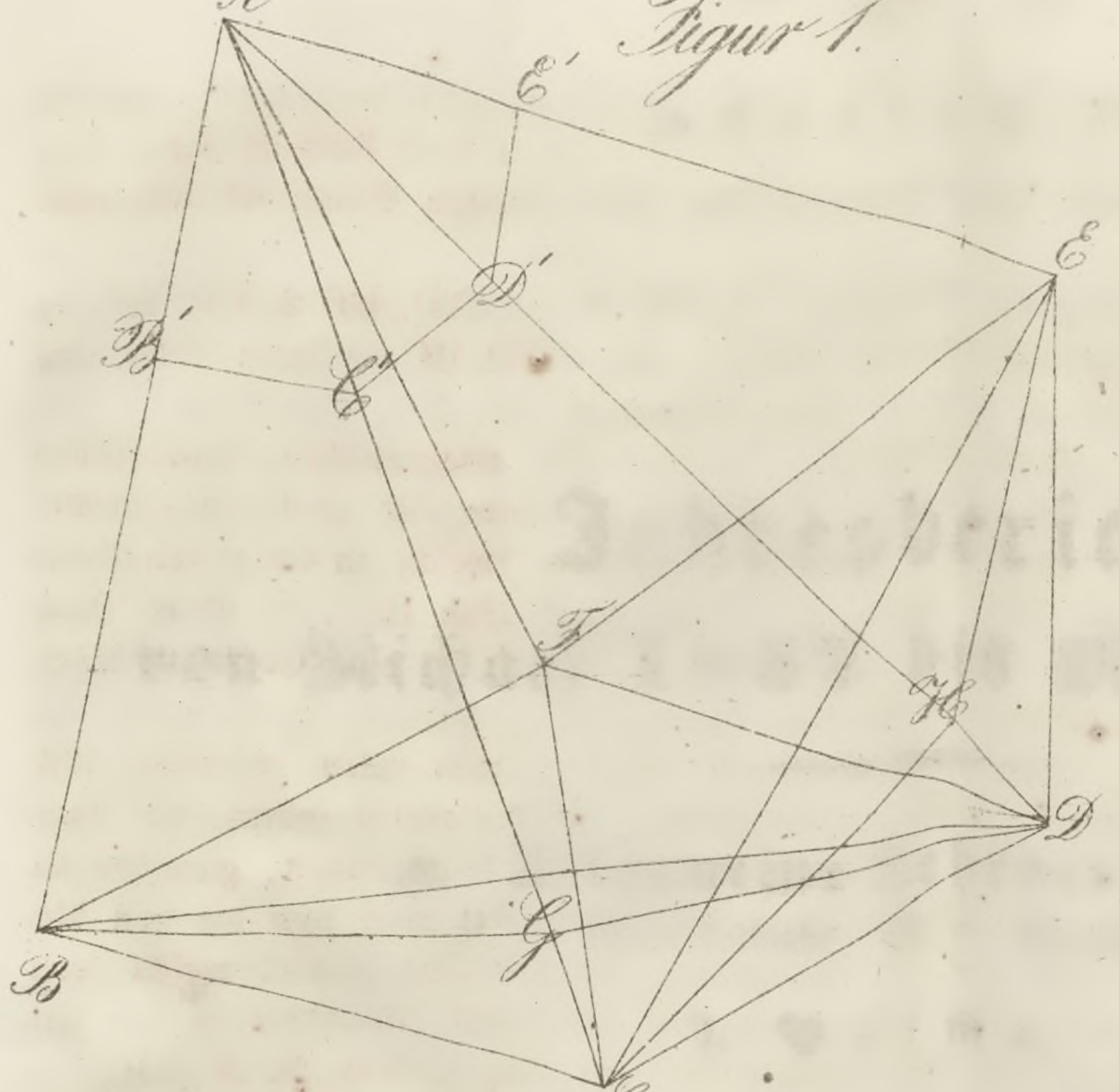
4. Ist ABCDEFGH ein Kubus und nimmt man das Quadrat ABCD als Grundfläche horizontal liegend an, so kann man, wenn die vertikalen Kanten AE, BF, CG und DH so wie die Kanten EF, EH, GH in der zur Grundfläche parallelen Ebene EFGH aufgeschnitten werden, dadurch daß man die Seitenflächen um AB, BC, CD und DA und EFGH um FG als Axen dreht, alle Flächen des Kubus in die Ebene der Grundfläche legen und die Figur 13 als Netz des Kubus hervorbringen.

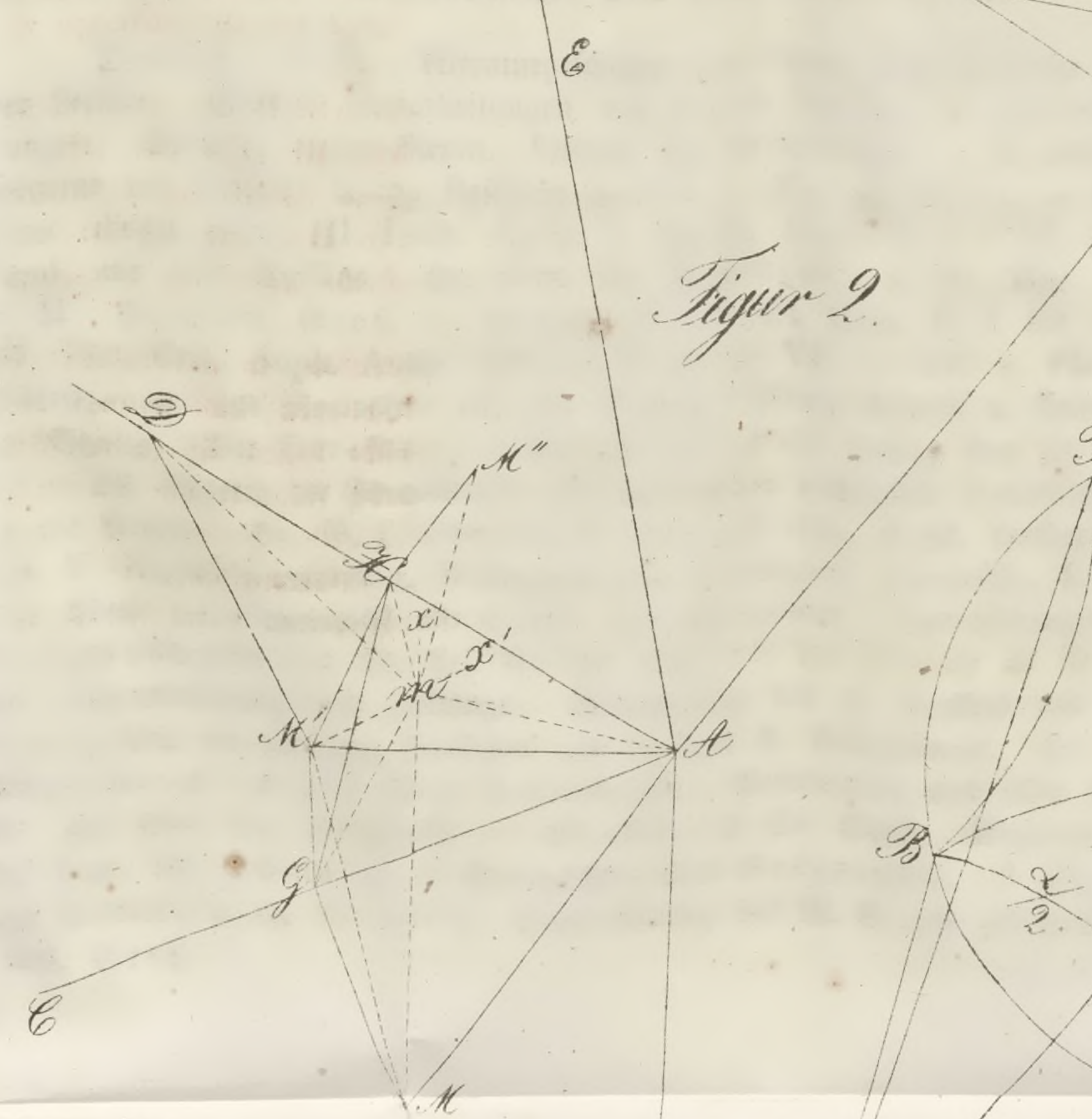
5. Die Oberfläche des Dodekaeders besteht aus zwei Raumgebilden, in welchen an die fünf Seiten eines regulären Fünfecks sich fünf andere Fünfecke so anschließen, daß je zwei auf einanderfolgende eine gemeinschaftliche Seite haben. Beide Raumgebilde liegen sich in der Art gegenüber, daß die beiden Fünfecke, an deren Seiten die übrigen zehn Fünfecke sich anreihen, parallel sind, dagegen die vorspringenden Winkel der fünf Fünfecke des ersten Raumgebildes mit den eben so großen Winkeln zwischen den fünf Fünfecken des andern zusammenfallen.

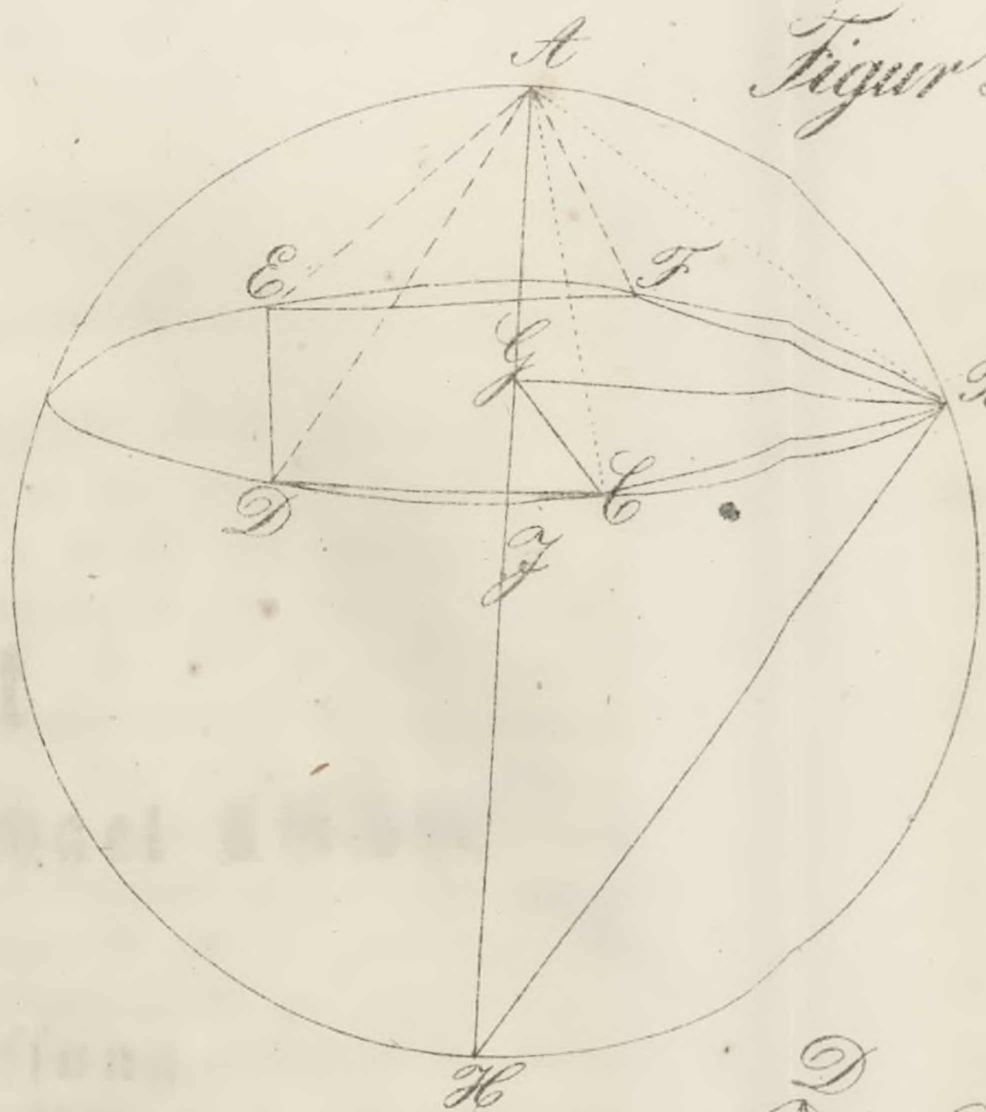
Schneidet man nun die zehn Kanten, welche von den Ecken der beiden parallelen Fünfecke auslaufen, und zugleich auch alle Kanten, in welchen die fünf Fünfecke des einen Raumgebildes mit den fünf Fünfecken des andern zusammenhangen, mit Ausnahme einer Kante auf: so kann man nicht nur die sechs Fünfecke des einen, sondern auch des andern Raumgebildes in eine Ebene legen und beide Ebenen dann durch Drehung um die gemeinschaftliche Kante so neben einander stellen, daß die ebene Figur Nro. 14 als Netz des Dodekaeders entsteht.

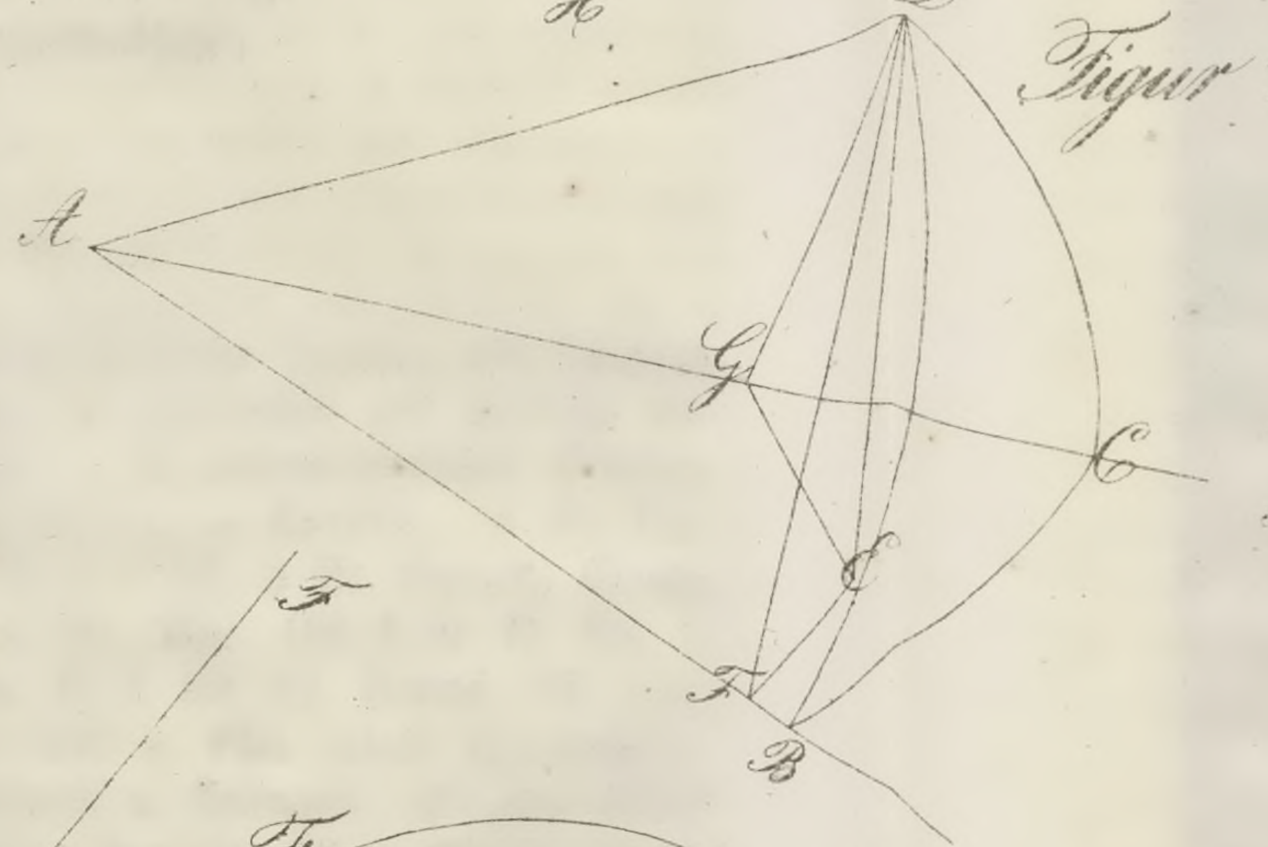
Marienwerder im September 1858.

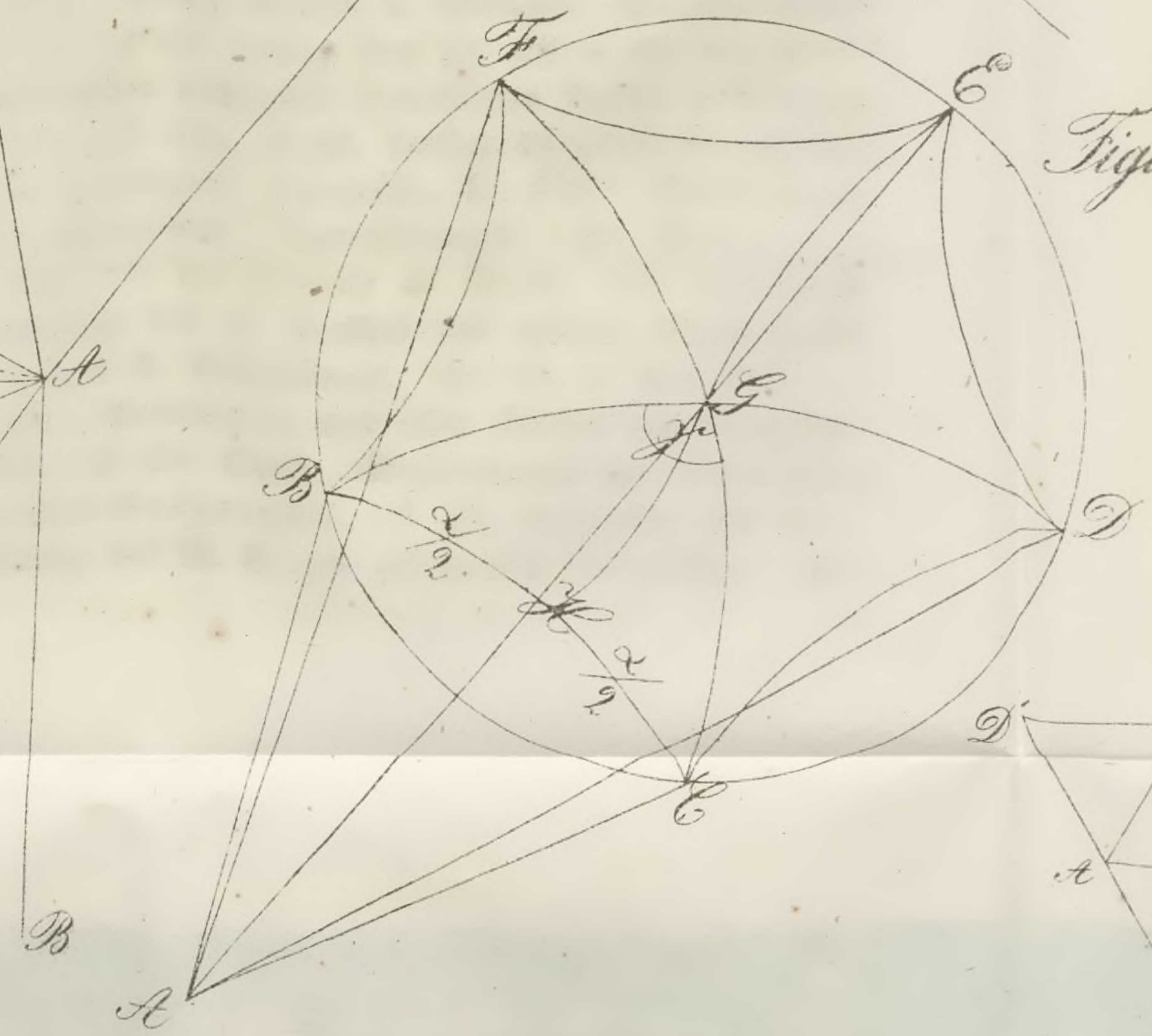
Gützlaff.

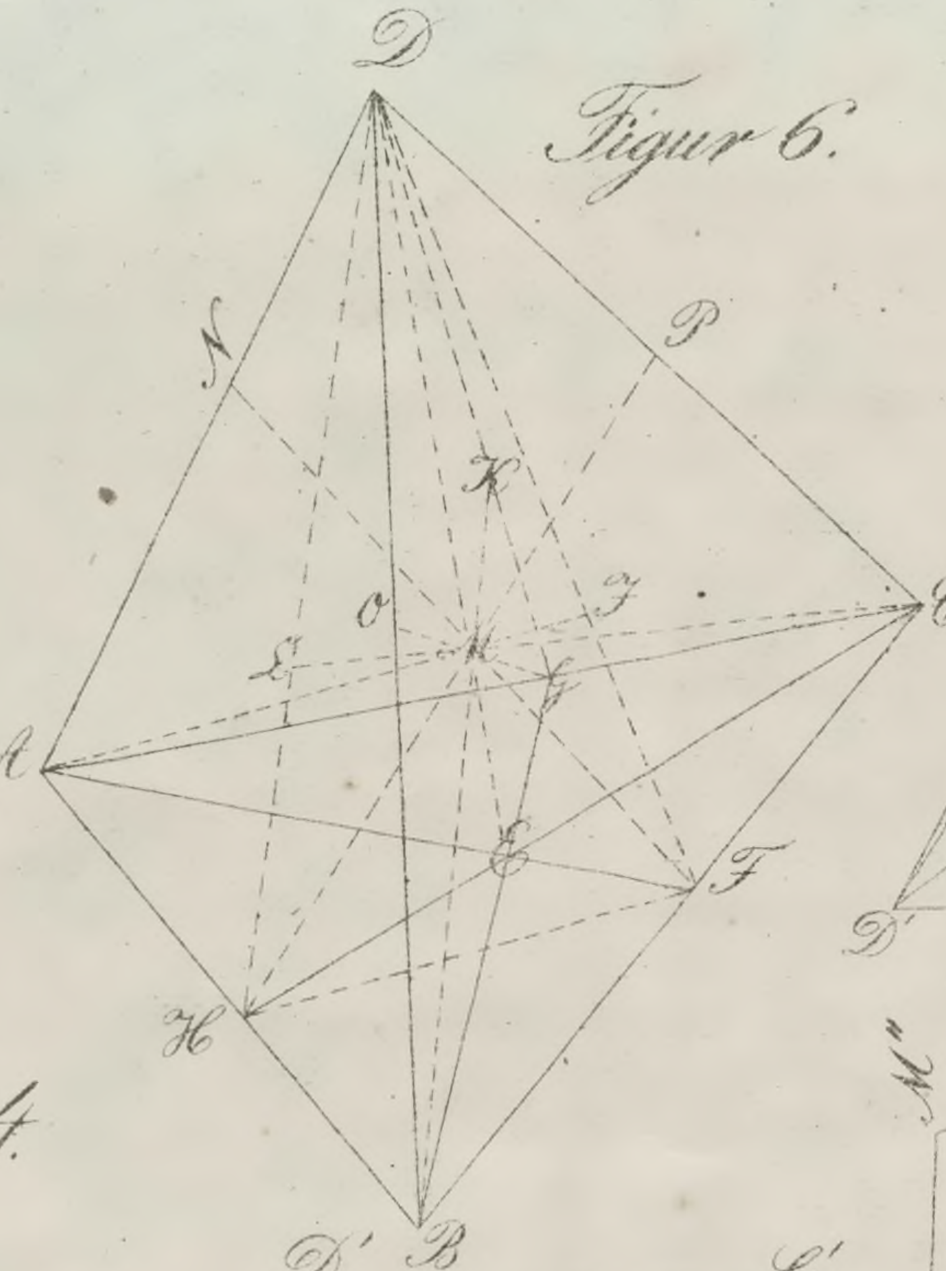

Figur 1.

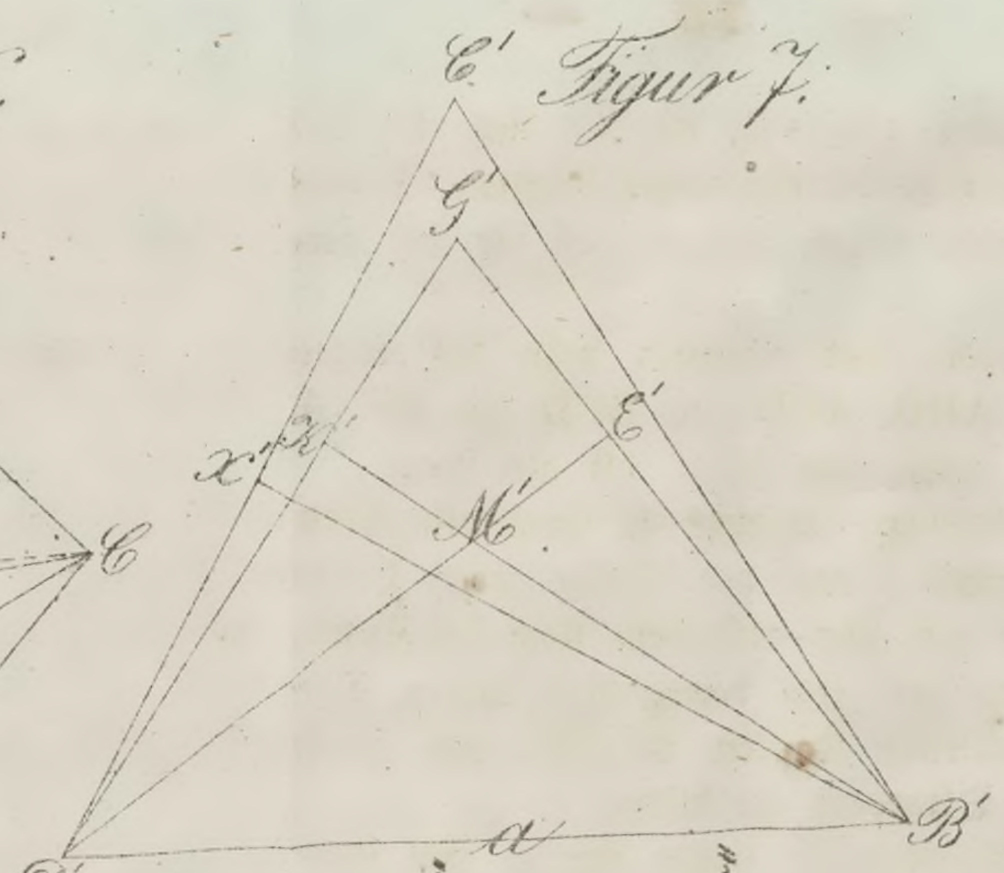

Figur 2.

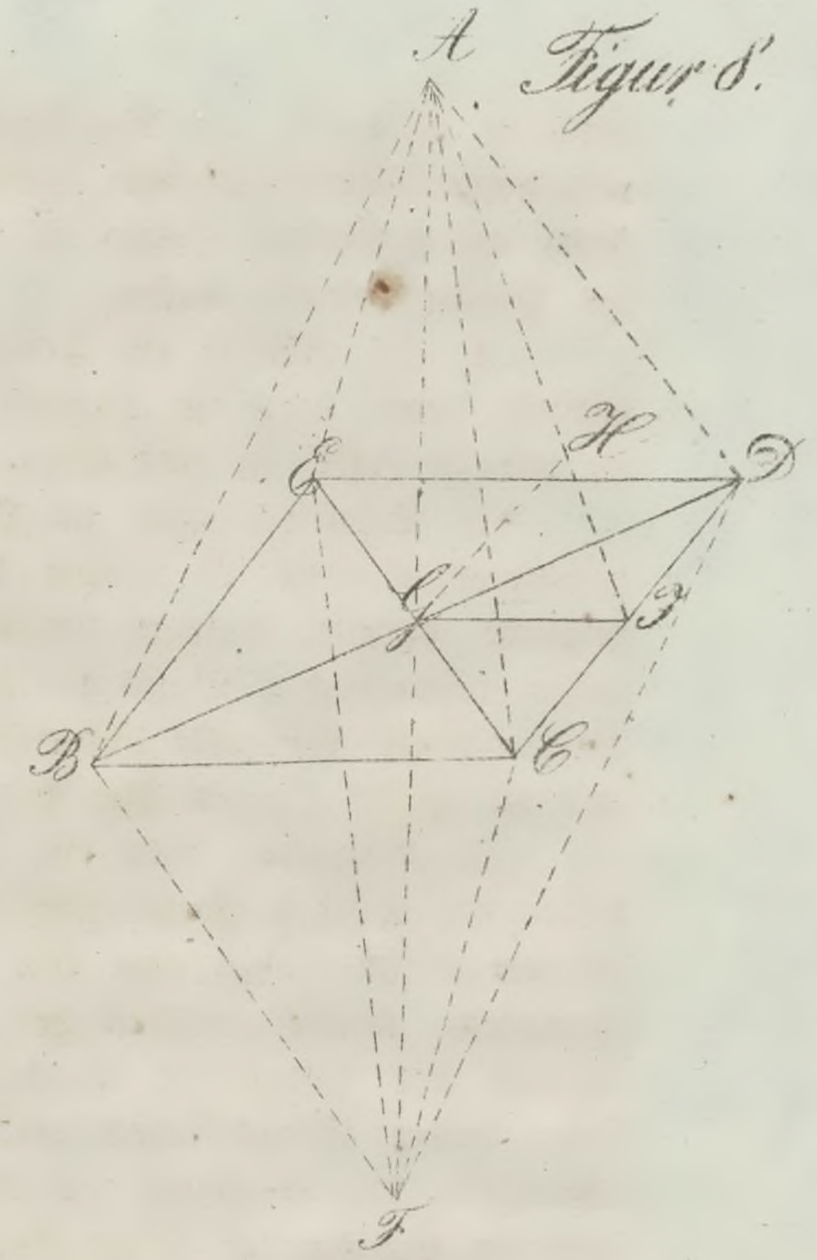

Figur 3.

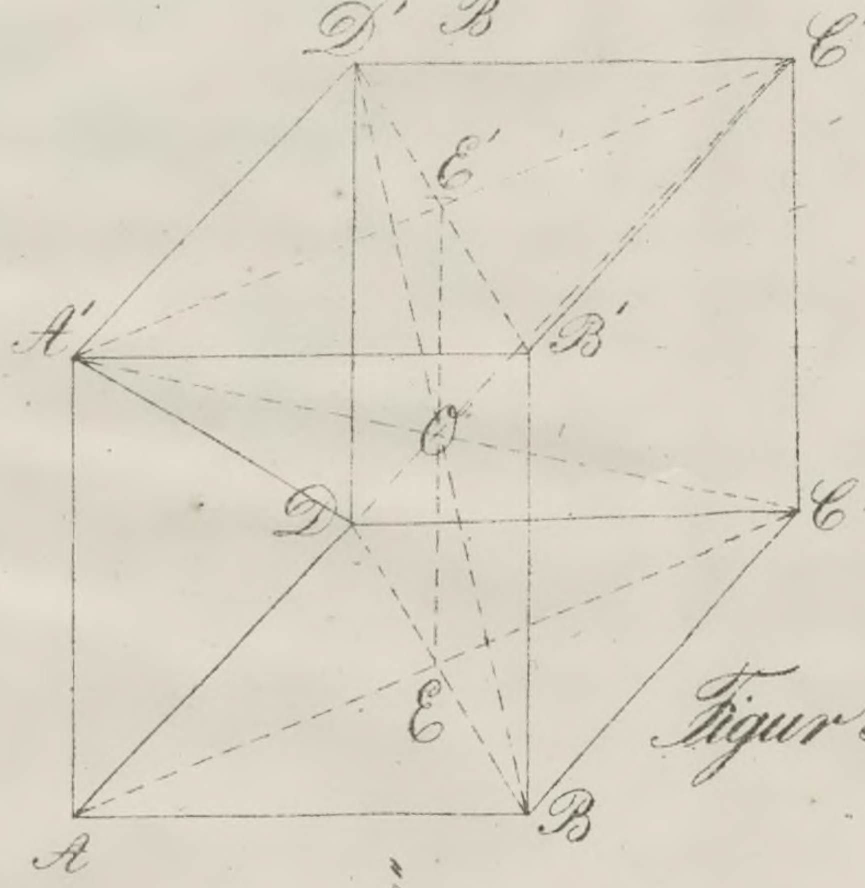

Figur 4.

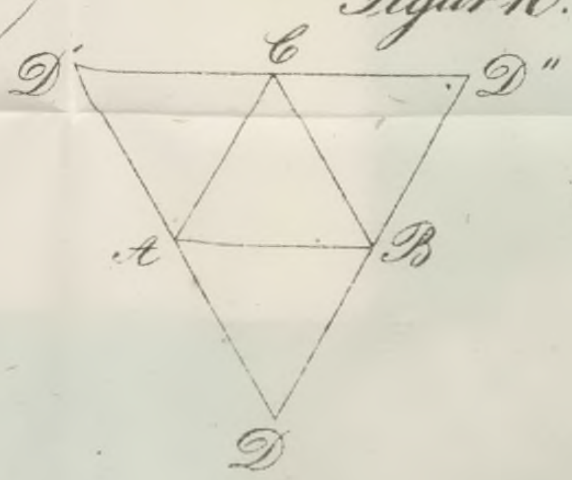

Figur 5.

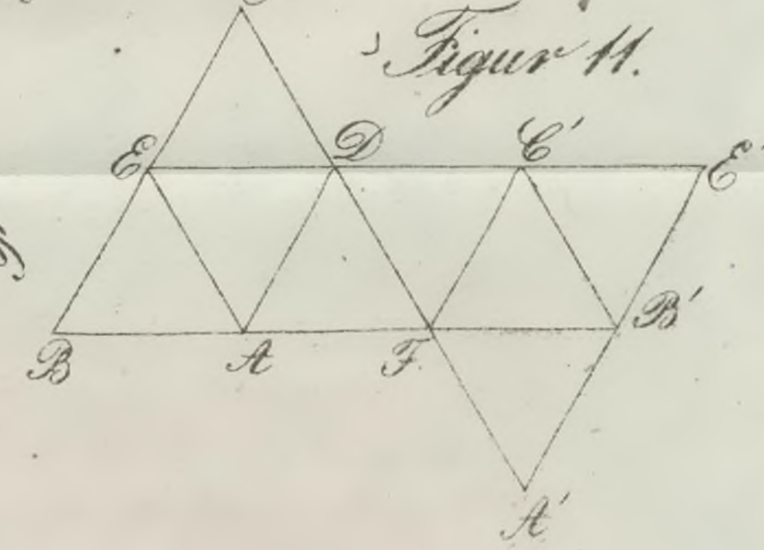

Figur 6.

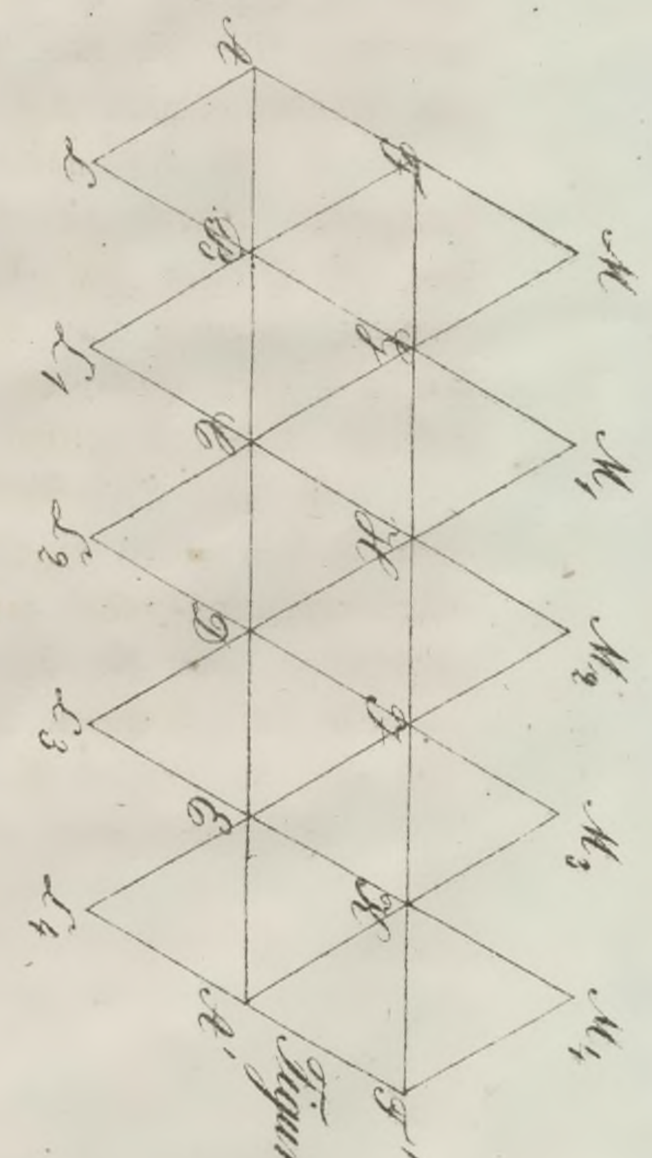

Figur 7.

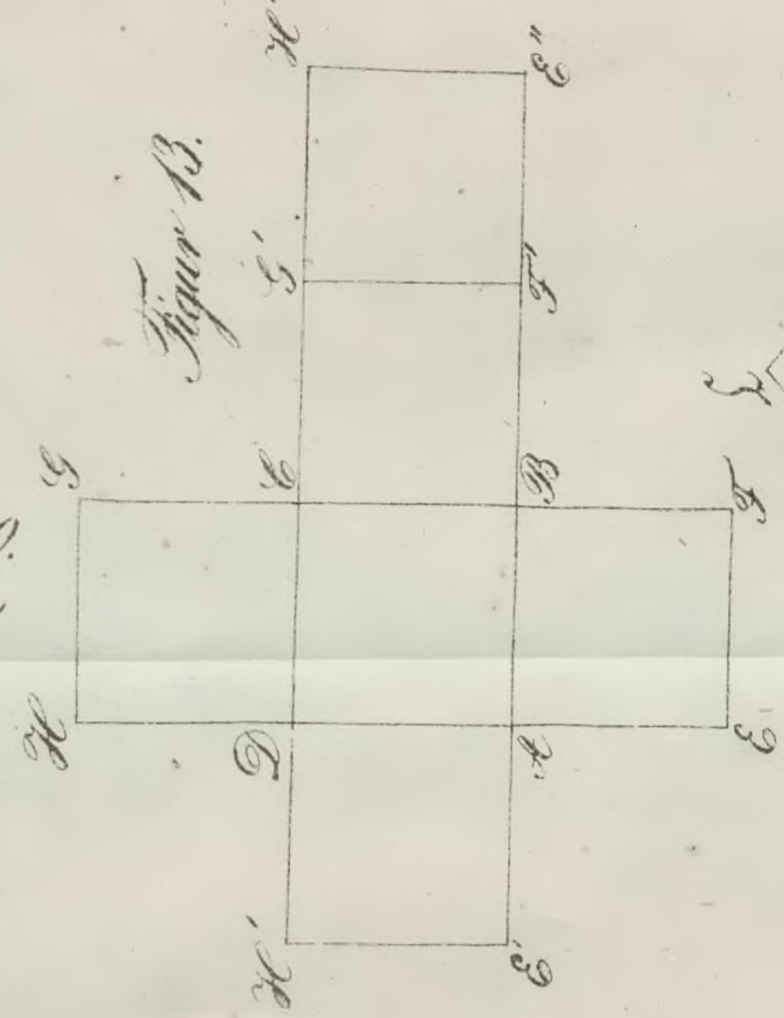

Figur 8.


Figur 9.


Figur 10.


Figur 11.


Figur 12.


Figur 13.


Figur 14.

Jahresbericht
von Michael 1857 bis Michael 1858.

A. Allgemeine Lehrverfassung.

(W. = Winterhalbjahr. S. = Sommerhalbjahr.)

I. Prima.

Ordinarius: Herr Professor Dr. Gützlaff.

Deutsch. 3 St. Literaturgeschichte von Luther bis auf unser Jahrh., mit Anschluß der Lectüre. Größere Ausarbeitungen und kleinere Aufsätze, Extemporalien und metrische Uebungen. Vorträge eigner Reden. Leitung der Privatlectüre. (In außerordentlichen Stunden während des Winters Lesung klassischer Dramen.) Der Direktor. — Latein. 3 St. Cic. Tusc. dispp. II. u. III. Tacit. Agric. 2. Hälfte, Annal. I. 1 — 40. 3 St. Exerzit., Extemporal. und freie Aufsätze. Hr. Prof. Dr. Schröder. 2 St. Hor. Od. I. u. II. Sat. I. u. II. Hr. Oberl. Groß. — Griechisch. 6 St. Hom. Il. I. bis VI. Herod. VI. 1 — 61. Plat. Crit., Soph. Antig. (Privat. Hom. Il. VII. — XII. u. Plat. Alcib. II.) Schriftl. Uebersetzungen und Memoriren einzelner Stellen. Metrik, Exerzit. u. Extempor. Einzelne Theile der Syntax. Der Direktor. — Hebräisch. 2 St. Lesung von Ps. 68 — 82 und Exod. 12 — 20. Repetit. der Formenlehre, Besprechung der wichtigsten syntaktischen Regeln im Anschluß an die Lectüre. Hr. G. L. Henske. — Französisch. 2 St. Lectüre ausgewählter Gedichte von V. Hugo, Lamartine, Delavigne und Béranger. Corneille, Le Cid. Wiederholung aller Theile der Grammatik mit Exerzit. und Extemporal. Sprechübungen. Hr. Gräser. — Religionslehre. 2 St. Les. des Ev. Joh. 12 bis zu Ende im Urtext. Die Sittenlehre mit Zugrundelegung des Dekalogs. Besprechung des 3. Artikels des apostol. Symbolums. Wiederholung von Liedern, Sprüchen und Luthers kl. Katechismus. Hr. G. L. Henske. — Mathematik. 4 St. Ebene Trigonometrie. Repetitionen aus allen Theilen der Mathematik. Hr. Prof. Dr. Gützlaff. — Physik. 2 St. Optik. Magnetismus und Elektrizität. Hr. Prof. Dr. Gützlaff. — Geschichte und Geographie. 3 St. Geschichte vom Zeitalter Friedrichs d. G. bis 1815. Wiederholung des M. A. und der neuern Geographie. Hr. Oberl. Groß.

II. Sekunda.

Ordinarius: Herr Professor Dr. Schröder.

Deutsch. 2 St. Wiederholung der Stillehre. Poetik. Aufsätze u. metr. Uebungen. Lectüre klassischer Dramen und in Lehmanns Lesebuch II. 3. Hr. G. L. Reddig. — Latein. 8 St. Gramm. nach Zumpt §. 451 — 671. Memorirübungen aus Cic. pro Sext. u. pro Planc. Exerzit. und Extemporal. Freie Aufsätze. Lectüre: Cic. pro Sext. u. pro Planc. Privat. Caes. G. VI. Hr. Oberl. Dr. Zeyß. 2 St. Virg. Georg. I. u. II. mit schriftl. Uebersetzung und Memorirübungen. Priv. Ov. Met. I. Hr. Prof. Dr. Schröder. — Griechisch. 6 St. Hom. Od. XII — XV. Priv. I. Xen. Hell. IV — VI. Priv. Xen. Cyr. III. 1 — 3. Gramm. Exerzit. u. Extemporal. Hr. Prof. Dr. Schröder. — Hebräisch. 2 St. Einübung der Formenlehre. Lesung der Genes. 11 — 23. Hr. G. L. Henske. — Französisch. 2 St. Grammat. Plötz Chrestomath. p. 127 — 198 u. p. 227 — 275. Hr. Gräser. — Religionslehre. 2 St. Kirchengesch. Lesung der Augsburgschen Konfession. Wiederholung von Liedern, Sprüchen u. Luthers kl. Katechism. Hr. G. L. Henske. — Mathematik. 4 St. Goniometrie und Trigonometrie verbunden mit der Lehre von den Potenzen, Wurzeln u. Logarithmen so wie auch die Bestimmung der Flächeninhalte ebener Figuren. Uebersicht über den Inhalt der Stereometrie. Hr. Prof. Dr. Gützlaff. — Physik. 1 St. Das Hauptsächlichste von den flüssigen und luftförmigen Körpern, der Wärme, dem Magnetismus und der Elektrizität. Hr. Prof. Dr. Gützlaff. — Geschichte und Geographie. 3 St. Geschichte des Mittelalters von der 4. Periode bis 1500. Geogr. von Europa. W. Hr. G. L. Reddig. S. Hr. G. L. Dr. Breiter.

III. a. Ober-Tertia.

Ordinarius: Herr Oberlehrer Groß.

Deutsch. 3 St. Lehre vom verbundnen Satz. Aufsätze. Lesung in Lehmann II. Deklamiren. W. Hr. G. L. Reddig. S. Hr. G. L. Dr. Breiter. — Latein. 10 St. Gramm. Caes. civ. I. u. II. Ov. Met. XI u. XII. Exerzit. u. Extemp. nebst Memorirübungen. Hr. Oberl. Groß. — Griechisch. 4 St. Gramm. (Etymol. und die Lehre von den Präpp.) Exerzit. und Extempor. Xen. Anab. I. u. II. Hr. Oberl. Groß. 2 St. Hom. Od. X — XI. mit Memorirübungen. Hr. Prof. Dr. Schröder. — Französisch. 2 St. Volt. Charles XII 8 u. 1. Grammat. nach Plötz. 1 — 27. Hr. Gräser. — Religionslehre. 2 St. W. Kurze Einleitung in die Evangelien; Leben Jesu nach Lucä mit Bezugnahme auf die übrigen Evangelien. S. Einleitung in die Schriften des A. T. Lesung und Besprechung der Messianischen Weissagungen im A. T. Besprechung des 4. und 5. Hauptstücks im Luth. Katech. Erlernen von Liedern u. Sprüchen. Wiederholung des Katech. Hr. G. L. Henske. — Mathematik. W. 4 St. S. 3 St. Verhältnißrechnungen, Buchstabenrechnung u. Gleichungen vom 1. Grade. Cap. 5 — 12 der Planimetrie nach Grunert. Hr. Prof. Dr. Gützlaff. — Geschichte und Geographie. 4 St. Römische Geschichte 3. u. 4. Kursus nach Voigt. Kartenzeichnen. Hr. G. L. Reddig.

III. b. Unter-Tertia.

Ordinarius: Herr Gymnasial-Lehrer Reddig.

Deutsch. 2 St. Lehre vom einfachen und vom verbundenen Satz. Aufsätze. Lectüre in Lehmann II. 2. und Borussia. Deklamiren. Hr. G. L. Reddig. — Latein. 8 St. Gramm. nach Zumpt §. 1—230 u. §. 362—671. Exerzit. u. Extemp. Memorirübungen Caes. Gall. VII u. VIII. Hr. Oberl. Dr. Zeyß. 3 St. Ov. Met. W. XI. Hr. Oberl. Dr. Zeyß. S. XIII. Hr. G. L. Dr. Breiter. — Griechisch. 6 St. Gramm. bis zu den unregelm. Verben. Exerzit. u. Extemp. Lesung in Jacobs II. Hr. G. L. Reddig. — Französisch. 2 St. Volt. Charles XII. 6—7. Gramm. nach Plötz. 1—21. Hr. Gräser.— Religionslehre. 2 St. Lesung und Besprechung des Evangel. Matthäi. Wiederholung des Katechismus. Erlernung von Sprüchen und Liedern. Biblische Geschichten des A. T. W. Hr. G. L. Henske. S. Hr. G. L. Dr. Breiter. — Mathematik. 3 St. Nach Grunert Arithmet. c. 1—7 u. Planimetrie c. 1—3. Hr. Prof. Dr. Gützlaff. — Geschichte und Geographie. Deutsche Geschichte. Preußische Geschichte. 3. Kursus aus Voigt. Provinz Preußen. Kartenzeichnen. Hr. G. L. Reddig.

IV. Quarta.

Ordinarius: Herr Gymnasial-Lehrer Henske.

Deutsch. 2 St. Lectüre in Lehmanns Leseb. II. mit Anschluß der Grammatik. Aufsätze. Deklamiren. Hr. Rothe. — Latein. 10 St. Repetit. der Formenlehre. Einübung der Kasusregeln und der wichtigsten Regeln vom Gebrauch der Modi. Exerz. u. Extemp. Lectüre in Ellendts Materialien. Hr. G. L. Henske. — Griechisch. 6 St. Gramm. nach Buttmann §. 1—107. Lectüre in Jacobs I. Hr. Oberl. Dr. Zeyß. — Französisch. 2 St. Plötz Lehrbuch I. Wiederholung von Anfang an und Fortsetzung bis Lektion 57. Hr. Gräser. — Religionslehre. 2 St. Erklärung der 3 ersten Hauptstücke. Erlernung der beiden letzten, so wie mehrerer Lieder und Sprüche. Hr. Rothe. — Mathematik. 3 St. Wiederholung der Bruchrechnung. Dezimalbrüche. Einfache und zusammengesetzte Regeldetri. Gewinn- und Verlustrechnung. Quadrat- und Kubikwurzeln. W. Hr. Rothe. S. Hr. Dr. Künzer. — Geschichte und Geographie. 3 St. Griechische Geschichte. Geographie von Alt-Griechenland. Voigts 1. u. 2. Kursus. Kartenzeichnen. Hr. G. L. Reddig.

V. Quinta.

Ordinarius: W. Herr Kandidat Schröder. S. Herr Gymnasial-Lehrer Dr. Breiter.

Deutsch. 3 St. Lectüre in Lehmann I. 2 mit Anschluß der Gramm. Mündliche und schriftliche Uebungen. Deklamiren. W. Hr. Kand. Schröder u. Hr. Gräser. S. Hr. Rothe. — Latein. 9 St. Formenlehre, acc. c. inf. u. ablat. absol. Memoriren. Exerzit. u. Extemp. Lect. in Ellendts Leseb. W. Hr. Kand. Schröder. S. Hr. G. L. Dr. Breiter. — Französisch. 3 St. Plötz Lehrbuch I. Lekt. 1 — 40. Hr. Gräser. — Religionslehre.

2 St. Beendigung der Bibl. Gesch. des A. T. Bibl. Gesch. des N. T. Erlernung des 2. Hauptstücks u. mehrerer Lieder und Sprüche. W. Hr. Rothe. S. Hr. G. L. Dr. Breiter. — Rechnen. 4 St. Die 4 Spezies mit gebrochnen Zahlen. Einfache Regeldetri. Kopfrechnen. W. Hr. Kand. Schröder. S. Hr. Dr. Künzer. — Geographie. 2 St. Voigt I u. II. Im Anschluß hervorragende Thatsachen aus der Gesch. Kartenzeichnen. Hr. Rothe. — Naturgeschichte. 2 St. W. Zoologie. Hr. Kand. Schröder. S. Botanik. Hr. Dr. Künzer.

VI. Sexta.

Ordinarius: Herr Kandidat Rothe.

Deutsch. 3 St. Mündl. und schriftl. Uebungen. Lectüre in Lehmanns Leseb. I. 1. Deklamiren. W. Hr. Kand. Schröder. S. Hr. Dr. Künzer. — Latein. 9 St. Gramm. Lect. in Ellendts Lesebuch I. Mündl. u. schriftl. Uebungen. Hr. Rothe. — Religionslehre. 2 St. Bibl. Gesch. des A. T. bis zum Babyl. Exil. Erlernung des 1. Hauptstücks, der Bücher der heil. Schrift, und mehrerer Lieder. Hr. Rothe. — Rechnen. 4 St. Die 4 Spezies mit ganzen Zahlen, bes. Multipl. und Divis. benannter Zahlen. Bruchrechnung. W. Hr. Kand. Schröder. S. Hr. Dr. Künzer. — Geographie. 2 St. Voigt 1. Kursus. Flußnetz Europas. W. Hr. Gräser. S. Hr. Dr. Künzer. — Naturgeschichte. 2 St. W. Erste Elemente. Hr. Kand. Schröder. S. Botanik. Hr. Dr. Künzer.

Den Schreibunterricht ertheilte Hr. Berendt auf V u. VI in je 3 wöchentlichen Stunden, den Zeichenunterricht derselbe in VI, V u. IV in je 2, den Schülern aus den übrigen Klassen in 2 wöchentlichen Stunden, den Gesangunterricht Hr. Kantor Leder in 6 wöchentlichen Stunden (in 5 Abtheilungen).

Den Turnunterricht ertheilte Hr. Oberlehrer Groß während des Sommerhalbjahrs durch alle Klassen in zusammen 4 wöchentlichen Stunden. Hr. G. L. Reddig leistete Hülfe. — An diesem Unterricht nahmen von 328 Schülern 31 wegen Kränklichkeit nicht theil.

Den Privatunterricht im Englischen ertheilte für Schüler der 4 obern Klassen Hr. Gräser. Es haben 14 Schüler theilgenommen. Gelesen wurde das Sketchbook von Washington Irving. Die grammatischen Regeln wurden nach „Gräsers praktischer Schulgrammatik" durchgenommen. Dabei schriftliche Uebungen.

Verzeichniß

der von Michael 1857 bis Michael 1858 für die beiden obern Klassen aufgegebenen Themata zu freien Arbeiten im Deutschen und Lateinischen.

Prima.

I. Im Deutschen (bei dem Direktor).

a. Zu den Maturitäts-Prüfungen:

Ostern. Ueber die Quellen der Furchtsamkeit. —
Michael. Wer fischen will, scheue kein Wasser. —

b. Zu längern Abhandlungen *):

1) Blüt' oder Schnee, Lust oder Weh! Ein Windhauch schaukelt des Lebens Baum, Zerronnen ist Frühlings- und Winter-Traum. — 2) Unglück ist eine Schule der Weisheit (Nocumenta documenta). — 3) Grazien altern nicht. — 4) Schwarz wird stets gemalt der Teufel, Rosig wird er stets gesehen. — 5) Hagens Charakter nach dem Nibelungenliede. — 6) Charakteristik der Hauptpersonen in Lessings Nathan. — 7) Lessings Lustspiel „Die Juden". — 8) Charakteristik der Hauptpersonen in Lessings Lustspiel „Der Freigeist". — 9) Wenn sie nur schenkt, wird jede Hand verehrt. — 10) Von den Ursachen des Irrthums. — 11) Wo große Höh', ist große Tiefe. — 12) Gebeugtes Herz führt nicht behende Zunge. — 13) Nachahmung und Nachäffung. — 14) Wer sich die Musik erkiest, Hat ein himmlisch Gut gewonnen, Denn ihr erster Ursprung ist Von dem Himmel hergenommen, Da die lieben Engelein Selber Musikanten sein. — 15) Worin zeigt sich die Liebe zu unsrer Muttersprache? — 16) Die nachtheiligen Folgen der Vergnügungssucht. — 17) Raffe den Tag, nicht um ein Har trauend dem folgenden. — 18) Ueber die Langeweile. — 19) Die Unzufriedenheit des Weisen Ist seiner ew'gen Dauer Pfand.

c. Zu kleineren Aufsätzen:

1) Der erste Schnee. — 2) Ein Gesuch im Briefform. — 3) Die Britisch-Ostindische Kompagnie. — 4) Der öffentliche Gottesdienst. — 5) Der düstre Wald. — 6) Die Nordwestpassage. — 7) Die Brücken bei Dirschau und Marienburg. — 8) Inhalt der Klopstockschen Ode „Wingolf". — 9) Das Nordlicht. — 10) Das Gotteshaus. — 11) Das Gewitter. — 12) Der Regenbogen in der nordischen Mythologie. — 13) Der arktische Archipel. — 14) Der Erd' entsteigen nie des Strahles Flammen. — 15) Lobrede auf die Gans. — 16) Klopstocks Ode „Lehrling der Griechen". — 17) Klopstocks Oden „Unterricht" und „Mehr Unterricht". — 18) Ideengang in Platos Kriton.

d. Zu Extemporalien **):

1) Der Frosch hüpft wieder in den Pfuhl, Und säß' er auch auf goldnem Stuhl. — 2) Eine Welt liegt zwischen der Lipp' und dem Rande des Bechers.

e. Zu Reden. Freie Wahl.

f. Für metrische Uebungen (Distichen, Trimeter, Äolische Strophen, anapästische Systeme). Meistens freie Wahl.

---

*) Es wurden von diesen Themen je 3 oder 4 zugleich gegeben, und jeder Primaner wählte sich jedesmal eins derselben zur Bearbeitung. — Die Themen zu den kleineren Aufsätzen aber wurden sämmtlich von allen Primanern bearbeitet.

**) Seit vielen Jahren haben wir die Einrichtung getroffen, daß während der Zeit, da die Abiturienten in der Schule unter Aufsicht ihre Prüfungsarbeiten machen, die übrigen Primaner zu Hause andere Themata in denselben Fächern bearbeiten und diese Extemporalien den Lehrern zur Korrektur einreichen.

II. Im Lateinischen (bei Herrn Professor Dr. Schröder).

a. Zu den Maturitätsprüfungen.

Ostern. Vir bonus quomodo adversus cives ingratos agere debeat, Graecorum et Romanorum exemplis illustretur.

Michael. Exponatur et explicetur de triginta tyrannorum dominatione.

b. Zu den regelmäßigen Arbeiten.

1. a. Bella Punica numquid valuerint ad Romanorum mores et instituta immutanda, quaeritur. b. Otia dant vitia. — 2) a. Breviter exponatur de iis philosophiae disciplinis, quae post Socratem in Graecia exstiterunt. b. Quid sit futurum cras, fuge quaerere. Hor. — 3) a. Describatur interposito iudicio Manliana seditio duce T. Livio. b. Quae de moribus et institutis Britannorum a Julio Caesare et a Tacito in Agricola traduntur, colligantur et disposite inter se conparentur. — 4) a. Quinam sunt tres maximi viri omnium et temporum et nationum? b. De ludis gladiatoriis. — 5) Vir bonus quomodo adversus cives ingratos agere debeat, Graecorum et Romanorum exemplis illustretur. — 6) a. De utilitate, quam Graeci ex ludis sacris perceperunt. b. Tusculanar. disputationum liber secundus breviter disponatur. — 7) a. Quid Romani de poesi scenica meruerint, exponatur. b. Quibus rebus factum est, ut Graeciae civitates et ortu et moribus diversae tamen in unius populi corpus coalescere viderentur? c. Summatim referuntur, quae insunt in Ciceronis Philippica prima. — 8) a. Quaeritur, num Athenienses florentissima aetate vere fortunate vixisse putandi sint. b. Quae causa est, quamobrem veteres Graecos et Romanos tantopere admiremur? — 9) a. In rebus adversis maxime enituisse virtutem, comprobetur exemplis. b. De causis belli Peloponnesiaci. — 10) Exponatur et explicetur de triginta tyrannorum dominatione.

Sekunda.

I. Im Deutschen (bei Herrn Gymnasial-Lehrer Rebdig).

1) a. Liegt dir Gestern klar und offen; Wirkst du heute kräftig, frei: Kannst auch auf ein Morgen hoffen, Das nicht minder glücklich sei. b. Uebel angelegte Wohlthaten sind keine Wohlthaten. — 2) a. Wer ist größer? Ists der, deß Tugend Feinde selbst loben? Oder der Feind, der am Feinde selber die Tugend noch ehrt? b. Ach, daß das Leben so kurz ist! — 3) a. Des Lebens Mühe lehrt uns des Lebens Güter schätzen. b. Wie gelangt man am sichersten zum Wohlstande? — 4) a. Laß Neid und Mißgunst sich verzehren; Das Gute werden sie nicht wehren: Denn, Gott sei Dank, es ist ein alter Brauch, So weit die Sonne scheint, so weit erwärmt sie auch. b. Wohlthätig ist des Feuers Macht, Wenn sie der Mensch bezähmt, bewacht; Und was er bildet, was er schafft, Das dankt er dieser Himmelskraft. — 5) a. Neigung und Lust zu einem Berufe und wirkliche Anlage dazu. b. Ueber den Wunsch, in die Zukunft zu blicken. — 6) a. Sehr leicht zerstreut der Zufall, was er sammelt; Ein edler Mensch zieht edle Menschen an Und weiß sie festzuhalten. b. Ueber den Ausspruch: Man lebt nur einmal in der Welt! — 7) a. Die Macht der Gewohnheit. b. Warum sind die Menschen oft gerade gegen die Fehler am strengsten, welche sie selbst an sich haben? — 8) a. Warum gereicht den Unglücklichen fremdes Leiden zum Troste? b. Wäre das Vorherwissen unsrer Zukunft ein Glück?

II. Im Lateinischen (bei Herrn Oberlehrer Dr. Zeyß).

1) In quibus potissimum rebus Alexandri cernatur magnitudo. — 2) Enarrentur res belli Punici primi maxime memorabiles. — 3) Pericles num semper bene consuluerit Atheniensibus. — 4) Quo modo Philippus. rex Macedonum, rebus Graecorum sese immiscuerit. — 5) a. Roma a Gallis incendio delata, a Camillo refecta. b. Quaeritur, qua de causa Caesar Rubiconem transierit. — 6) Quo modo Pisistratus ad tyrannidem pervenerit.

B. Verordnungen
des Königl. Schul-Kollegiums der Provinz Preußen.

Vom 9. Novbr. 1857. Die G. Lehrer Dr. Zeyß, Reddig und Henske rücken resp. in die 4. Oberlehrer-, in die 1. und 2. ordentliche Lehrerstelle vom 1. Novbr. ab auf. — Vom 12. Novbr. 1857 und 14. Mai 1858. Betr. die Theilnahme von G. Lehrern an dem Kursus in der Königl. Zentral-Turnanstalt zu Berlin. — V. 17. Dezbr. 1857. Genehmigung, daß Prof. Dr. Gützlaff und Oberl. Groß die auf sie gefallne Wahl zu Stadtverordneten der hies. Stadt annehmen dürfen. — V. 22. Dezember 1857. Die von den Abiturienten bearbeiteten Themata der Deutschen und Lateinischen Aufsätze sollen jährlich durch die Programme kurz mitgetheilt werden. — V. 25. Januar 1858. Betr. den Unterricht hinsichts der Veränderungen in dem bisher üblichen Landesgewicht. — V. 2. Februar 1858. Für die Vertretungen, welche während des Wintersemesters für die vakante Lehrerstelle stattgefunden haben, werden die beantragten Renumerationen bewilligt. — V. 15. März 1858. Der Herr Minister hat vom 1. April ab eine kleine Erhöhung des Schulgeldes in 4 Klassen Behufs Gewinnung von Gehaltszuschüssen für Lehrer angeordnet (quartaliter in II um 9½ sgr., in IV um 19½ sgr., in V um 8½ sgr. und in VI um 12½ sgr.). — V. 25. Mai 1858. Betr. den Schreibunterricht und die Handschrift der Schüler.— V. 25. Mai 1858. Betr. die Theilnahme der Schüler an den sonntäglichen Liturgien sowie die Einübung der Responsorien und Festgesänge der Liturgie. — V. 16. Juli 1858. Betr. den Erweiterungsbau des Gymnasiums. — V. 19. Juli und 10. Aug. 1858. Betr. den Lektionsplan fürs nächste Schuljahr. — u. s. w.

C. Chronik.

1) Das Schuljahr hat am 27. Oktober begonnen.

2) Am 15. Oktober wurde der Geburtstag Sr. Majestät des Königs auf herkömmliche Weise im festlich geschmückten Hörsale vom Gymnasium in Gegenwart aller Lehrer und Schüler gefeiert. Gebet und Festrede hielt der Direktor. Hierauf wechselten patriotische Gesänge mit Vorträgen der Schüler. Ein Choral begann und schloß die Feier.

3) Lehrerkollegium.

a. Die Amtsgeschäfte des im Juli v. J. verstorbenen Oberlehrer Raymann haben bis Ostern d. J. die übrigen Lehrer übernommen gehabt, da erst Ostern die Anstellung eines neuen Lehrers erfolgen konnte.

b. Seit Novbr. sind der 1. ordentl. Lehrer Dr. Zeyß in die 4. Oberlehrerstelle, der 2. u. der 3. ordentl. Lehrer Reddig uud Henske in die 1. und in die 2. ordentl. Lehrerstelle gerückt, vom Direktor am 18. Novbr. eingeführt.

c. Ostern wurde zum 3. ordentl. Lehrer Dr. Breiter vom Gymnasium zu Hamm herberufen. — (Theodor Breiter, Sohn eines Pfarrers, geb. 2. Septbr. 1824, vorgebildet in Pforta, studirte in Halle und Berlin Philologie und Geschichte, war sodann an den Gymnasien zum Grauen Kloster in Berlin, zu Essen und zuletzt zu Hamm als Lehrer angestellt). —

Ostern verließ uns der Kandidat Schröder und ward Präzentor in Walterkehmen, nachdem er 2½ Jahre am hies. Gymnasiam mit Fleiß und Treue fungirt hatte.

In seine Stelle ward Dr. Künzer berufen. — (Hugo Joseph Ed. Künzer, geb. 22. Novbr. 1829 in Neiße, vorgebildet auf den Gymnasien zu Neiße und Sagan, studirte seit Mich. 1848 in Breslau und Halle Mathematik und Naturwissenschaften, und begann Oktbr. pr. das Probejahr an der Dorotheenstädtschen Realschule in Berlin). —

Am 13. April führte der Direktor die beiden neuen Lehrer Dr. Breiter und Dr. Künzer in ihre Aemter ein. Sie sind von treuem und gewissenhaftem Eifer für ihren Beruf beseelt, und ihre Thätigkeit und Tüchtigkeit ist auch hier schon von erfreulichen Erfolgen begleitet.

d. Der Gesundheitszustand der Lehrer ist in diesem Jahre nicht ganz der erwünschte gewesen. Wegen Krankheit mußte der Kandidat Schröder im Wintersemester ein paar Monate das

Unterrichten aussetzen, eben so der Gesanglehrer Kantor Leder 4 Wochen lang im Februar und am Anfang des Sommersemesters der Oberlehrer Dr. Zeyß gleichfalls 4 Wochen, wozu auch Krankheitsfälle von ein paar anderen Lehrern traten, so daß vom Juli v. J. bis Mai d. J., außer den oben vermerkten Vikariaten für die vakante Lehrerstelle, noch viele andre Vertretungen durch die andern Lehrer und den Unterzeichneten haben stattfinden müssen.

e. Die am Schlusse dieses Abschnitts mitgetheilte Tabelle enthält die Namen der Lehrer und ihre Lehrstunden fürs Sommerhalbjahr.

4) Die Anstalt hat den Tod zweier lieber, sehr hoffnungsvoller Zöglinge zu beklagen, des Primaners Karl Raymann, welcher am 12. Mai, und des Obersekundaners Roderich Mandel, welcher am 4. August verstorben ist.

5) Die mündlichen Abiturienten-Prüfungen haben den 22. März und den 30. Septbr. unter Vorsitz des Königl. Provinzial-Schulraths Herrn Dr. Schrader stattgefunden.

6) Die schriftlichen und mündlichen Versetzungsprüfungen sind im September und Oktober gehalten worden.

7) Am 6. Juli feierte das Gymnasium wieder das Stürmersfest in Stürmersberg. Nachmittag 2 Uhr begaben sich alle Schüler, von den Lehrern geführt, unter Musikbegleitung nach der Gymnasial-Besitzung Stürmersberg. Der lange Zug begab sich zunächst auf die waldige Anhöhe, wo an der blumenumkränzten Ruhestätte des sel. Amtsraths Stürmer ein 4stimmiger Grabgesang, von den Schülern ausgeführt, (gedruckte Exemplare des Textes wurden vertheilt) die Gefühle treuer Dankbarkeit erneuerte und ein stilles Gebet die Seelen zu Gott erhob. Hierauf wurde ins Dorf gegangen. Auf der Wiese und den angrenzenden Höhen wechselten unter Leitung der Lehrer fröhliche Jugendspiele, besonders Vogelschießen (mit 57 Prämien), mit Quartettgesängen, Instrumentalmusik und Tänzen (bei Illumination und Bengalischen Flammen) ab. Abends bald nach 10 ordneten sich wieder alle 7 Klassen mit ihren Lehrern zur Heimkehr. Nach einer Ansprache des Direktors erscholl dem allgeliebten Landesvater ein freudiges Lebehoch aus treuer Preußenbrust. Sodann begab sich der lange Zug wieder in derselben Ordnung unter Musikbegleitung nach der Stadt bis ans Gymnasium zurück.

Das Wetter begünstigte auch diesmal wieder das heitre Jugendfest, welches ganz im Sinne des liebreichen Wohlthäters und Jugendfreundes gefeiert wurde, und die freundliche Theilnahme des äußerst zahlreich versammelten Publikums aus der Stadt und vom Lande erhöhte die allgemeine Freude. —

Außerdem haben die Klassen auch einzeln unter Leitung ihrer Ordinarien öfters Ausflüge aufs Land, besonders botanische Exkursionen unter Leitung des naturhistorischen Lehrers, gemacht.

Tabellarische Uebersicht über die Lehrstunden der einzelnen Lehrer im Sommerhalbjahr 1858.

Lehrer.	I.	II.	Ober-III.	Unter-III.	IV.	V.	VI.	Wöchentliche Stundenzahl. an sich	Zurechnung für Korrekturen	Sa.
1. Prof. Dr. **Lehmann**, Direktor.	6 Griech. 3 Deutsch							9	Deutsch in I. = 2 Griech. in I. = 1	12
2. Prof. Dr. **Gützlaff**, Prorektor u. erster Oberlehrer, Rendant der Gymnasial-Kasse, Ordinarius von I.	4 Mathem. 2 Physik	4 Mathem. 1 Physik	3 Mathem.	4 Mathem.				18	Mathem. I. = 1	19
3. Prof. Dr. **Schröder**, Konrektor u. zweiter Oberlehrer, Ordinarius von II.	6 Latein	2 Latein 6 Griech.	2 Griech.					16	Latein I. = 2 Griech. II. = 1	19
4. **Groß**, dritter Oberlehrer, Ordinarius von Ober-III.	3 Geschichte u. Geographie 2 Latein		10 Latein 4 Griech.					19	(im Sommer noch 4 Turnstunden.)	19
5. Dr. **Zeyß**, vierter Oberlehrer.		8 Latein		8 Latein	6 Griechisch			22	Latein. Korrekt. in II. = 1	23
6. **Reddig**, erster ordentlicher Lehrer, Ordinarius von Unter-III.		2 Deutsch	4 Geschichte u. Geographie	2 Dtsch. u. Dekl. 4 Ges. u. Geog. 6 Griechisch	3 Geschichte u. Geographie			21	Deutsch II. = 1 (im Sommer noch 4 Turnstunden.)	22
7. **Henske**, zweiter ordentlicher Lehrer, Ordinarius von IV.	2 Religion 2 Hebräisch	2 Religion 2 Hebräisch	2 Religion		10 Latein			20		20
8. Dr. **Breiter**, dritter ordentlicher Lehrer, Ordinarius von V.		3 Geschichte u. Geographie	3 Deutsch und Dekl.	3 Latein 2 Religion		3 Religion 9 Latein		23		23
9. **Gräser**, Lehrer fürs Französ. u. Engl.	2 Franz.	2 Franz.	2 Franz.	2 Franz.	2 Franz.	3 Franz.		13		13
10. **Berendt**, Zeichen- u. Schreiblehrer.	2 Zeichnen				2 Zeichnen	2 Zeichnen 3 Schreiben	2 Zeichnen 3 Schreiben	14		14
11. Kantor **Leder**, Gesanglehrer.	Erste Abth. 2 St.			zweite, dritte, vierte und fünfte Abtheilung je 1 St. Singen.				6		6
12. Dr. **Künzer**, Erster Wissenschaftlicher Hülfslehrer,					3 Mathem.	2 Naturgesch. 3 Rechnen	2 Naturgesch. 2 Geogr. (Gef.) 4 Rechnen 3 Dtsch. u. Dekl.	19		19
13. Kand. **Rothe**, Zweiter Wissenschaftlicher Hülfslehrer. Ordinarius von VI.					2 Dtsch. u. Dekl. 2 Religion	2 Geogr. (Gef.) 3 Dtsch. u. Dekl.	3 Religion 9 Latein	21		21

D. Statistische Nachrichten.

I. In diesem Sommerhalbjahre haben 330 Schüler (darunter 122 Auswärtige) unsre Anstalt besucht, nämlich in

I.	II.	Ober-III.	Unter-III.	IV.	V.	VI.	
17.	42.	39.	60.	67.	63.	42.	Summa 330.

Das Zeugniß der Reife für die Universität haben Ostern 3, Michael 2 Primaner erlangt.

In diesem Schuljahre sind bis jetzt 29 Schüler zu anderweitigen Bestimmungen übergegangen, 2 gestorben, und 27 Schüler neu aufgenommen worden *).

II. Mit dem Zeugniß der Reife sind Ostern entlassen worden:

1) Joh. Herm. Aug. Karow, aus Bublitz in Pommern, Sohn des daselbst verstorbenen Kürschners K., 21½ J. alt, 7 J. im hies. Gymnasium, 2½ J. in I, studirt Theologie in Königsberg.

2) Herm. Ant. Ludw. Bluhm, aus Marienburg, Sohn des daselbst verstorbenen Arztes B., 21½ J. alt, 1 J. in der I des hies. Gymnasiums, studirt Medizin in Berlin.

3) Max Elisa Heinr. Ludw. Hirschfeld, aus Goldberg, Sohn des Herrn Appellationsgerichts-Rathes Hirschfeld hieselbst, 18¾ J. alt, 9½ J. auf dem hies. Gymnas., 2 J. in I, widmet sich der Landwirtschaft.

Jetzt werden folgende Zöglinge mit dem Zeugniß der Reife entlassen werden:

4) Hermann Gustav Adolf Preuß, aus Graudenz, Sohn des daselbst verstorbenen Kanzlei-Inspektors Preuß, 20 J. alt, 8 J. im hies. Gymnasium, 3 J. in I, gedenkt sich dem Postfach zu widmen.

5) Emil Georg Wilhelm John, aus Marienwerder, Sohn des Herrn Justizrath John hieselbst, 19¼ J. alt, 11 J. im hies. Gymnasium, 2 J. in I, gedenkt sich dem Kaufmannsstande zu widmen.

III. Stand des Lehrapparats.

Die Lehrerbibliothek hat sich seit vorigem Jahre um 212 Bände vermehrt und enthält jetzt, außer den Atlanten, Karten, Globen und Kunstgegenständen, 8220 Bände.

Die Schülerbibliothek enthält jetzt 4574 Bände (theils Lese- theils Schulbücher), also 318 Bände mehr als im vorigen Jahre.

Auch die übrigen Sammlungen sind vermehrt worden. Der physikalische Apparat umfaßt jetzt 136, die Notensammlung 101 Nummern, die Sammlung von Vorbildern 44, die Vorschriftensammlung 22 Rubriken. Das naturhistorische und Kunstkabinet ist um 11 Nummern vermehrt worden. Die Sammlung von Turnutensilien ist zum Theil renovirt worden.

a. Geschenke.

1) Vom Königl. Ministerium der Unterrichts-Angelegenheiten:

Dr. Zober, Geschichte des Stralsunder Gymnas. 4r Beitrag. — Rheinisches Museum für Philologie, 12r Jahrgang. — Crelle's Journal für Mathematik, 54r Bd. — Denkmäler des Mittelalters in den Rheinlanden, von Dr. aus 'm Weerth. — Zeitschrift für allg. Erdkunde, herausgg. von Neumann, 3r Bd.

2) Vom hies. seit 22 Jahren bestehenden historischen Lesezirkel (durch Herrn Professor Dr. Schröder) 35 Bände. Im Umlauf bleiben noch 83 Bände.

3) Durch den Sekretär der hies. Bibelgesellschaft Herrn G. L. Henske sind in diesem Jahre wieder mehrere vollständige Exemplare der Bibel bedürftigen Schülern auf Empfehlung des Direktors geschenkt worden.

4) Ueberdies haben der Anstalt Geschenke übergeben:

Die hiesige Königl. Provinzial-Landschafts-Direktion, Herr Regierungs-Chef-Präsident und Kammerherr Graf zu Eulenburg, Herr Oberlehrer Oldenberg,

*) Die obigen Zählungen gehn bis zum Druck dieser Nachrichten d. h. bis Ende September.

Herr Dr. Künzer, Herr Appellationsgerichts-Rath Förster, Herr E. Kortmann in Berlin, Herr Oekonom Hartmann.

Ferner die Abiturienten: Karow, Bluhm, Hirschfeld, Preuß und John.

Endlich der Primaner Lade, die Quartaner Bauer und Windmüller, und die Quintaner Mentz, Appelbaum, Burckhardt, Schröder und Worczewski.

Für alle diese ehrenden und erfreulichen Beweise von Wohlwollen und Theilnahme stattet der Unterzeichnete im Namen der Anstalt den aufrichtigsten Dank hiedurch auch öffentlich ab.

b. Sonstige Vermehrungen.

Aus den Fonds der Anstalt sind für die Lehrerbibliothek 132, für die Schülerbibliothek 225 Bände angeschafft worden. Auch die übrigen Sammlungen wurden durch Ankäufe vermehrt.

IV. Unterstützungen für Schüler.

1) Es genießen jetzt 60 Schüler die Gratuitschaft, 37 ganz, 23 halb. Der Erlaß an Schulgeld beträgt jährlich gegen 900 thlr.

2) An 69 Schüler sind gegenwärtig aus der Schülerbibliothek Schulbücher (zusammen 822 Bände) ausgeliehen.

3) Die Zinsen des Unterstützungsfonds sowie eines Stürmerschen Legats sind zu baren Unterstützungen an 6 Schüler (3 Primaner und 3 Sekundaner) verwandt worden.

4) Mehrere Familien haben die Güte gehabt, bedürftigen Schülern Freitische oder bare Unterstützungen zu gewähren.

E. Sonstiges.

Folgende Anordnungen werden wiederholentlich mitgetheilt.

1) Jeder Schüler, dessen Eltern sich nicht am hiesigen Orte befinden, muß in eine passende Pension aufgenommen sein. Nur mit Genehmigung des Direktors kann eine solche Pensionsaufnahme geschehen; geschieht sie gegen dessen Billigung, so ist es Pflicht des Direktors, dem betreffenden Schüler den Besuch des Gymnasiums nicht zu gestatten.

2) Soll ein Schüler das Gymnasium verlassen, so muß solches von den Eltern oder deren Stellvertretern dem Direktor persönlich oder schriftlich angezeigt werden. Geschieht die ordnungsmäßige Abmeldung eines Schülers nicht vor dem ersten Tage eines neuen Quartals, so muß das Schulgeld für das Quartal entrichtet werden. Der Abgehende ist so lange noch Schüler und als solcher zu allen Zahlungen des Schulgeldes 2c. verpflichtet, bis er sein Abgangszeugniß erhält.

3) Es ist den Gymnasiasten gesetzlich aufs strengste verboten, Wirts- und Gasthäuser, Billards, Konditoreien, u. s. w. ohne ihre Eltern zu besuchen. — Die Erfahrung lehrt, daß Ermahnungen von Seiten der Schule allein nicht im Stande sind, dem gesetzwidrigen Besuche der Art zu steuern, wenn nicht die Eltern und deren Stellvertreter auf alle Weise für die Aufrechthaltung dieses allgemeinen Gesetzes mitwirken. Die Ortspolizeibehörde hat es übernommen, durch Revision und Kontrolle auf jede Weise kräftig einzuschreiten, und die hiesige Königl. Regierung hat auch ihrerseits zur Aufrechthaltung des Gesetzes die geeigneten Maßregeln ergriffen. (Vergl. Amtsblatts-Verfügung 1831 S. 176 und 1833 S. 180, so wie April 1845 S. 153 und vom 22. Mai 1851).

4) Das Lektionsbuch, welches sich jeder Schüler der 5 untern Klassen (nur in Ober-Tertia wird bei vorgeschrittneren Schülern eine Ausnahme gemacht) halten muß, um seine Aufgaben täglich darin einzutragen und etwanige Noten der Lehrer einzuschreiben, hat zweierlei Bestimmung. Einmal soll es nicht allein dem Schüler selbst an seine Aufgaben genau und pünktlich denken helfen, sondern auch den Eltern und sonstigen Beaufsichtigern eine spezielle Angabe aller Schulaufgaben darbieten. Somit soll der Schüler, wo er kann und will, selbstständig, wo nicht, unter Anleitung der Eltern u. s. w. an eine ordnungsmäßige, vollständige Leistung alles von ihm Geforderten sich gewöhnen und den Grundsatz, ohne welchen der häusliche Fleiß die erwarteten Erfolge zu liefern nicht

im Stande ist, stets vor Augen haben, daß auf der Ordnung des Fleißes auch dessen Erfolge beruhen, und daß das erste Gesetz dieser Ordnung des Fleißes folgendes ist: arbeite deine Aufgaben, wo es irgend geht, gleich an demselben Tage, da sie dir aufgegeben werden, oder wenigstens sobald als möglich; denn der unnöthige Aufschub ist ein Räuber der Zeit und ein Verderber der redlichen Absicht beim Arbeiten!

Ist schon dieser erstere Zweck der Lektionsbücher bedeutsam, so tritt die Wichtigkeit des zweiten Zweckes noch deutlicher ins Auge. Es soll nämlich zweitens das Lektionsbuch dem Lehrer Gelegenheit darbieten, so oft und wie er es für zweckdienlich und nothwendig erachtet, den Eltern und sonstigen Erziehern der Schüler auf die kürzeste und schnellste Weise von deren Unordnung, Nachlässigkeit, Unfleiß, tadelhaftem Betragen u. s. w., so wie von den deshalb ergangenen Ermahnungen oder verhängten Strafen Nachricht zu geben. Dazu dienen die meistens von den Schülern selbst einzuschreibenden und von den betreffenden Lehrern zu unterzeichnenden Noten im Lektionsbuch, bei denen die Unterschrift des Vaters zur Vergewisserung seiner Kenntnißnahme des Mitgetheilten erwartet wird. Hiebei ist unumgänglich vorausgesetzt, daß jede sonstige Bemerkung des Vaters, die nicht vollkommen mit dem Verfahren des Lehrers oder mit dessen Ansicht übereinstimmt, keinesweges in dies Lektionsbuch eingetragen wird, sondern in einem besondern versiegelten Schreiben zur Kenntnißnahme des betreffenden Lehrers u. s. w. gelangt. Die Erwägung, wie durchaus nothwendig es sei, daß die Einheit zwischen Schule und Haus bei dem Erziehungs- und Unterrichtsgeschäft dem Schüler stets einleuchte, wird jeden einsichtsvollen und dankbaren Vater auf den Standpunkt hinführen, von welchem aus eine richtige Würdigung der hieher bezüglichen Verhältnisse nicht zu verfehlen ist.

Auf solche Weise erfahren die Eltern und Angehörigen unserer Schüler alles, was die Schule mitzutheilen hat, um ein einheitliches Mitwirken zur Erziehung und Heranbildung der Zöglinge desto sicherer erwarten zu können. — Wir freuen uns aufrichtig, von den Eltern unserer Zöglinge die wohlthätigen Folgen dieser bereits seit 22 Jahren bei uns durchgeführten Einrichtung anerkannt zu sehn.

5) In Bezug auf den Militärdienst ist die Bestimmung getroffen worden, daß die Schüler aus den drei obern Klassen der Gymnasien die Qualifikation zum einjährigen Militärdienst der Freiwilligen in wissenschaftlicher Beziehung durch ein Attest der Schul-Direktion nachweisen und von der Gestellung vor die Departements-Kommission befreit werden dürfen, sobald in diesem Attest ausgesprochen ist, daß sie nach einer mit ihnen vorgenommenen Prüfung in allen Zweigen des Schulunterrichts einen solchen Grad wissenschaftlicher Vorbereitung bekundet haben, welcher erwarten läßt, daß sie mit Nutzen den Wissenschaften sich widmen werden.

6) Jeder Schüler hat, wenn er um Urlaub für einen halben Tag oder für längere Zeit bittet, ein schriftliches Urlaubsgesuch seines Vaters oder Pensionsvaters vorzuweisen.

7) Es wird nur denjenigen Schülern der Unter- und Ober-Tertia so wie der Sekunda und Prima auf besondern Wunsch ihrer Eltern gestattet werden am Zeichenunterricht theilzunehmen, welche Anlagen und Neigung dazu haben.

8) Nach den Verfügungen des Königl. Provinzial-Schulkollegiums zu Königsberg v. 24. März und 14. Mai v. J. ist Folgendes festgesetzt.

Um den regelmäßigen Eingang der Hebungen von den Schülern zu sichern, soll die Gymnasial-Kasse jeden Rückstand, welcher 14 Tage nach dem Fälligkeitstermine nicht zur Kasse gezahlt ist, gleich nach Ablauf der 14 Tage dem Direktor anzeigen, und dieser sodann ohne Weiteres die Requisitionen an die zuständigen Ortspolizei-Behörden wegen exekutivischer Beitreibung der Reste erlassen und jede einzelne Angelegenheit bis zu ihrer vollständigen Beendigung verfolgen. Nur besonders begründete Ausnahmen können stattfinden.

F. Oeffentliche Prüfung.

Mittwoch den 13. Oktober 1858.

Vormittag von 8 Uhr ab.

Gesang und Gebet.

Sexta. Latein. Herr Rothe.
Rechnen. Herr Dr. Künzer.

Quinta. Religionslehre. Herr Gymnasial-Lehrer Dr. Breiter.
Naturgeschichte. Herr Dr. Künzer.

Quarta. Religionslehre. Herr Rothe.
Mathematik. Herr Dr. Künzer.

Unter-Tertia. Geschichte. Herr Gymnasial-Lehrer Reddig.
Latein. Herr Oberlehrer Dr. Zeyß.

Ober-Tertia. Griechisch. Herr Oberlehrer Groß.
Deutsch. Herr Gymnasial-Lehrer Dr. Breiter.

Gesang.

Nachmittag von 2 Uhr ab.

Sekunda. Geschichte. Herr Gymnasial-Lehrer Dr. Breiter.
Französisch. Herr Gräser.
Deutsch. Herr Gymnasial-Lehrer Reddig.

Prima. Religionslehre. Herr Gymnasial-Lehrer Henske.
Latein. Herr Professor Dr. Schröder.
Mathematik. Herr Professor Dr. Gützlaff.

Zwischen den Prüfungen der einzelnen Klassen tragen einige Zöglinge Gedichte vor. Probezeichnungen und Probeschriften werden vorgelegt.

Nach Beendigung der Prüfung findet die feierliche Entlassung der Abiturienten durch den Direktor statt.

Schlußgesang.

Freitag den 15. Oktober findet die Feier des Geburtstages Sr. Majestät des Königs im Gymnasium statt. Sonnabend den 16. Oktober ist die vierteljährige Zensur. Dann treten die Herbstferien ein, und Dienstag den 26. Oktober beginnt das neue Schuljahr.

Die Anmeldung neuer Schüler geschieht Montag den 18. Oktober.

Lehmann.