Programm

des

Schiller-Realgymnasiums

zu

STETTIN.

Ostern 1906.

INHALT:

1. Transformation der Ausdrücke $[\varphi\ \psi]$, deren Variablen Bedingungsgleichungen erfüllen.
   Von Oberlehrer Dr. Ernst Schultz.
2. Schulnachrichten. Von Dir. Dr. Lehmann.

1906. Progr. Nr. 191.

Die Transformation der Ausdrücke $[\varphi\psi]$ in solche, deren Variablen Bedingungsgleichungen erfüllen.

Jacobi behandelt in seiner Abhandlung: „Nova methodus aequationes differentiales partiales primi ordinis inter numerum variabilium quemqunque propositas integrandi" die Aufgabe, den Ausdruck $[\varphi\psi]$ in einen solchen zu transformieren, dessen Variablen Bedingungsgleichungen erfüllen. Dieses Problem führt Jacobi mit den Worten ein: Quum propter rei utilitatem, tum propter egregiam eius difficultatem, tum etiam, qui accurate examinare iuvat, quaecunque spectant ad expressionem $[\varphi\psi]$ tantis proprietatibus gaudentem, investigabo hic expressionem." Um am Schlusse seiner Untersuchung über diesen Gegenstand besonders auf die Schwierigkeit hinzudeuten, führt er die Worte an: „Quae formula generalis satis difficilis erat investigatu". Diese Schwierigkeit, welche das genannte Problem zeigt, reizte mich, dasselbe noch einmal zu behandeln in der Absicht, Gleichungssysteme aufzustellen, aus denen direct die zur Transformation notwendigen Gleichungen abgeleitet werden können. Hierbei ergeben sich auf natürliche Weise die von Jacobi eingeführten Grössen, deren Einführung in der betreffenden Abhandlung recht künstlich erscheint. Gewiss werde ich hierbei auf dieselhen Ausdrücke geführt, aber durch meine Behandlung wird der innere Zusammenhang der betreffenden eingeführten Grössen dargetan. Zum Schlusse werde ich einige Umkehrungen der von Jacobi aufgestellten Sätze ableiten, wenn eine der Functionen φ oder ψ eine Lösung des Systems der Differentialgleichungen ist, deren Variabeln die Bedingungsgleichungen erfüllen.

1.

Ist H eine Function der Grössen $q_1, q_2, \ldots q_m, q_1', q_2' \ldots q'_m$, wo $q_i' = \frac{dq_i}{dt}$ $(i = 1, 2, \ldots m)$ und setzt man ferner $p_i = \frac{\partial H}{\partial q'_i}$ $(i = 1, 2, \ldots m)$, so besteht das System der Differentialgleichungen:

1) $$\frac{dq_i}{dt} = \frac{\partial H}{\partial p_i}\,;\ \frac{dp_i}{dt} = -\frac{\partial H}{\partial p_i} \qquad (i = 1, 2 \ldots m)$$

Werden für die m Variablen q die μ Variablen $\xi_1, \xi_2 \ldots \xi_\mu$ eingeführt, welche die Bedingungsgleichungen erfüllen,

2) $$F_i(\xi_1, \xi_2, \ldots \xi_\mu) = 0 \qquad (i = 1, 2, \ldots \mu - m)$$

so entspricht dem System 1) das Gleichungssystem

3) $$\frac{d\xi_i}{dt} = \frac{\partial H}{\partial v_i} \qquad (i = 1, 2 \ldots \mu)$$

$$\frac{dv_i}{dt} = -\frac{\partial H}{\partial \xi_i} - \lambda_1 \frac{\partial F_1}{\partial \xi_i} - \lambda_2 \frac{\partial F_2}{\partial \xi_2} \ldots - \lambda_{\mu - m} \frac{\partial F_{\mu - m}}{\partial \xi_i}$$

wo $\lambda_1, \lambda_2 \ldots \lambda_{\mu-m}$ die bekannten Lagrange'schen Multiplicatoren sind. Ersetzt man in den Gleichungssystemen 2) und 3) die Variabeln ξ durch die Variabeln q, so werden die Gleichungen des Systems 2) identisch erfüllt, und das System 3) geht in das System 1) über. Sind φ und ψ zwei Functionen der Grösse $\xi_1 \ldots \xi_\mu, \xi'_1, \ldots \xi'_\mu$ oder $q_1 \ldots q_m, q'_1 \ldots q'_m$, so soll die Form für $[\varphi\psi]$ gesucht werden, in welche sie übergeht, wenn für die Variabeln q die Variabeln ξ eingeführt werden. Es ergiebt sich

$$[\varphi\psi] = \sum_{k,k',i} \left\{ \frac{\partial\varphi}{\partial\xi_k} \frac{\partial\psi}{\partial v_{k'}} - \frac{\partial\varphi}{\partial v_{k'}} \frac{\partial\psi}{\partial\xi_k} \right\} \frac{\partial\xi_k}{\partial q_i} \frac{\partial v_{k'}}{\partial p_i} +$$

$$+ \sum_{k,k,'i} \left\{ \frac{\partial\varphi}{\partial v_k} \frac{\partial\psi}{\partial v_{k'}} - \frac{\partial\varphi}{\partial v_{k'}} \frac{\partial\psi}{\partial v_k} \right\} \frac{\partial v_k}{\partial q_i} \frac{\partial v_{k'}}{\partial p_i}$$

wo die Summen über k und k′ sich erstrecken von 1 bis μ, die Summe über i sich von 1 bis m erstreckt.

Die Ableitung der Formeln

$$\frac{\partial\xi'_i}{\partial q'_s} = \frac{\partial\xi_i}{\partial q_s} \qquad \begin{pmatrix} i = 1, 2, \ldots \mu \\ s = 1, 2, \ldots m \end{pmatrix}$$

ergiebt sich aus den Gleichungen

$$\xi'_i = \frac{\partial\xi_i}{\partial q_i} q'_1 + \ldots \frac{\partial\xi_i}{\partial q_m} q'_m \qquad (i = 1, 2 \ldots \mu).$$

4) Zur Ableitung der Formeln

$$p_i = v_1 \frac{\partial\xi_1}{\partial q_i} + v_2 \frac{\partial\xi_2}{\partial q_i} + \ldots v_\mu \frac{\partial\xi_\mu}{\partial q_i} \qquad (i = 1, 2 \ldots m)$$

denken wir uns in den Formeln $p_i = \frac{\partial H}{\partial q'_i}$ $(i = 1, 2, \ldots m)$ H als Function der Variablen ξ, so ergiebt sich

$$p_i = \sum_{\sigma_2,}^{\mu} \frac{\partial H}{\partial\xi'_\sigma} \frac{\partial\xi'_\sigma}{\partial q'_i}$$

Setzen wir $v_\sigma = \frac{\partial H}{\partial\xi_\sigma}$ $(\sigma = 1, 2 \ldots \mu)$ und wenden wir die Gleichung 3) an, so ergiebt sich die Formel

$$p_i = v_1 \frac{\partial\xi_1}{\partial q_i} + v_2 \frac{\partial\xi_2}{\partial q_i} + \ldots v_\mu \frac{\partial\xi_\mu}{\partial q_i}$$

Was die Bedingungsgleichungen $F_1 = 0; \ldots F_{\mu-m} = 0$ betrifft, so werden diese zu Identitäten, wenn wir für die Variablen ξ die aus der Integration des Systems 3) sich ergebenden Funktionen der Zeit einsetzen.

Führen wir dann die Differentiation nach t aus, so erhalten wir

$$\frac{\partial F_r}{\partial\xi_1} \frac{d\xi_1}{dt} + \frac{\partial F_r}{\partial\xi_2} \frac{d\xi_2}{dt} + \ldots + \frac{\partial F_r}{\partial\xi_\mu} \frac{d\xi_\mu}{dt} = 0 \qquad (r = 1, 2, \ldots \mu - m),$$

woraus wir erhalten

$$\frac{\partial F_r}{\partial\xi_1} \frac{\partial H}{\partial v_1} + \frac{\partial F_r}{\partial\xi_2} \frac{\partial H}{\partial v_2} + \ldots + \frac{\partial F_r}{\partial\xi_\mu} \frac{\partial H}{\partial v_\mu} = 0 \qquad (r = 1, 2, \ldots \mu - m)$$

Setzen wir die linke Seite gleich A_r, so erhalten wir das System

5) $$A_r = 0 \qquad (r = 1, 2, \ldots \mu - m)$$

Dieses Gleichungssystem muss zwischen den Variablen ξ und v bestehen, wenn die Bedingungsgleichungen 2) erfüllt werden sollen. Führt man für die Variabeln ξ und v die Variabeln q und p ein, so muss das Gleichungssystem 5) identisch befriedigt werden.

2.

Der Ausdruck $\sum_{i=1}^{m} \frac{\partial \xi_k}{\partial q_i} \frac{\partial v_{k'}}{\partial p_i}$.

Nach Jacobi setzen wir:

$$
6) \qquad \begin{aligned}
\sum_{i=1}^{\mu-m} \frac{\partial \xi_k}{\partial q_i} \frac{\partial v_{k'}}{\partial p_i} &= k_{k'} \\
\sum_{i=1}^{\mu-m} \frac{\partial \xi_k}{\partial q_i} \frac{\partial v_k}{\partial p_i} &= k_k
\end{aligned} \qquad (k, k' = 1, 2, \ldots \mu).
$$

Um diese Ausdrücke in den Variabeln ξ und v darzustellen, gehen wir von den Formeln 4) aus. Da die angeführten Gleichungen durch Einsetzen der Variabeln q und p identisch befriedigt werden müssen, so ergiebt sich durch Differentiation nach der Variablen p_i das System:

$$
7) \qquad \begin{aligned}
&\frac{\partial v_1}{\partial p_i} \frac{\partial \xi_1}{\partial q_1} + \frac{\partial v_2}{\partial p_i} \frac{\partial \xi_2}{\partial q_1} + \ldots + \frac{\partial v_\mu}{\partial p_i} \frac{\partial \xi_\mu}{\partial q_1} = 0 \\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
&\frac{\partial v_1}{\partial p_i} \frac{\partial \xi_1}{\partial q_2} + \frac{\partial v_2}{\partial p_i} \frac{\partial \xi_2}{\partial q_2} + \ldots + \frac{\partial v_\mu}{\partial p_i} \frac{\partial \xi_\mu}{\partial q_2} = 0 \\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
&\frac{\partial v_1}{\partial p_i} \frac{\partial \xi_1}{\partial q_i} + \frac{\partial v_2}{\partial p_i} \frac{\partial \xi_2}{\partial q_i} + \ldots + \frac{\partial v_\mu}{\partial p_i} \frac{\partial \xi_\mu}{\partial q_i} = 1 \\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
&\frac{\partial v_1}{\partial p_i} \frac{\partial \xi_1}{\partial q_m} + \frac{\partial v_2}{\partial p_i} \frac{\partial \xi_2}{\partial q_m} + \ldots + \frac{\partial v_\mu}{\partial p_i} \frac{\partial \xi_\mu}{\partial q_m} = 0
\end{aligned}
$$

Multiplicieren wir diese Gleichungen der Reihe nach mit $\frac{\partial v_{k'}}{\partial p_1}, \frac{\partial v_{k'}}{\partial p_2}, \ldots \frac{\partial v_{k'}}{\partial p_m}$ und addieren wir die alsdann erhaltenen Gleichungen, so ergiebt sich bei Einführung der Grössen $k_{k'}$

$$
8) \qquad \begin{aligned}
&\frac{\partial v_1}{\partial p_1} 1_{k'} + \frac{\partial v_2}{\partial p_1} 2_{k'} + \ldots + \frac{\partial v_\mu}{\partial p_1} \mu_{k'} = 0 \\
&\frac{\partial v_1}{\partial p_2} 1_{k'} + \frac{\partial v_2}{\partial p_2} 2_{k'} + \ldots + \frac{\partial v_\mu}{\partial p_2} \mu_{k'} = 0 \\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
&\frac{\partial v_1}{\partial p_m} 1_{k'} + \frac{\partial v_2}{\partial p_2} 2_{k'} + \ldots + \frac{\partial v_\mu}{\partial p_m} \mu_{k'} = 0
\end{aligned}
$$

Um ein System von μ Gleichungen zu erhalten, differentieren wir das System $F_1 = 0 \ldots F_{\mu - m} = 0$ nach den Variabeln $q_1, q_2 \ldots q_m$, sodass wir erhalten

9) $$\begin{aligned} &\frac{\partial F_r}{\partial \xi_1}\frac{\partial \xi_1}{\partial q_1} + \ldots + \frac{\partial F_r}{\partial \xi_\mu}\frac{\partial \xi_\mu}{\partial q_1} = 0 \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots \qquad (r = 1, 2, \ldots \mu - m) \\ &\frac{\partial F_r}{\partial \xi_1}\frac{\partial \xi_1}{\partial q_m} + \ldots + \frac{\partial F_r}{\partial \xi_\mu}\frac{\partial \xi_\mu}{\partial q_m} = 0 \end{aligned}$$

Multiplicieren wir diese Gleichungen der Reihe nach mit $\frac{\partial v_{k'}}{\partial q_1} \ldots \frac{\partial v_{k'}}{\partial q_m}$ und addieren wir die so erhaltenen Gleichungen, so ergiebt sich mit Einführung der Grössen k_k das System

10) $$\begin{aligned} &\frac{\partial F_1}{\partial \xi_1} 1_{k'} + \frac{\partial F_1}{\partial \xi_2} 2_{k'} + \ldots + \frac{\partial F_1}{\partial \xi_\mu} \mu_{k'} = - \frac{\partial F_1}{\partial \xi_{k'}} \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots \qquad (k' = 1, 2, \ldots \mu) \\ &\frac{\partial F_{\mu - m}}{\partial \xi_1} 1_{k'} + \frac{\partial F_{\mu - m}}{\partial \xi_2} 2_{k'} + \ldots + \frac{\partial F_{\mu - m}}{\partial \xi_\mu} \mu_k = - \frac{\partial F_{\mu - m}}{\partial \xi_{k'}} \end{aligned}$$

Die Gleichungen 8) und 10) liefern nun ein System, um die Grössen $1_{k'}, \ldots \mu_{k'}$ linear durch $\frac{\partial F_1}{\partial \xi_{k'}} \ldots \frac{\partial F_{\mu - m}}{\partial \xi_{k'}}$ auszudrücken.

Bezeichnen wir die Determinante dieses Systems mit O und die zu dem Gliede O_{ik} gehörende Unterdeterminante mit ω_{ik}, so erhalten wir:

11) $$- O_{ik'} = \frac{\partial F_1}{\partial \xi_{k'}} \omega_{m+1, i} + \frac{\partial F_2}{\partial \xi_{k'}} \omega_{m+2, i} + \ldots \frac{\partial F_{\mu - m}}{\partial \xi_{k'}} \omega_{\mu, i} \qquad (i, k' = 1, 2, \ldots \mu)$$

Um die Ausdrücke $\frac{\omega_{m+1, i}}{O}, \ldots \frac{\omega_{\mu, i}}{O}$ durch die Variabeln ξ und v auszudrücken, gehen wir von den Formeln 5) aus. Beachten wir, dass die Grössen p nur infolge der Grössen v eingeführt werden, so erhalten wir durch Differentiation der A_r nach der Grösse $p_1, p_2 \ldots p_m$

12) $$\begin{aligned} &\frac{\partial A_r}{\partial v_1}\frac{\partial v_1}{\partial p_1} + \frac{\partial A_r}{\partial v_2}\frac{\partial v_2}{\partial p_1} + \ldots + \frac{\partial A_r}{\partial v_\mu}\frac{\partial v_\mu}{\partial p_1} = 0 \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots \qquad (r = 1, 2, \ldots \mu - m) \\ &\frac{\partial A_r}{\partial v_1}\frac{\partial v_1}{\partial p_m} + \frac{\partial A_r}{\partial v_2}\frac{\partial v_2}{\partial p_m} + \ldots + \frac{\partial A_r}{\partial v_\mu}\frac{\partial v_\mu}{\partial p_m} = 0 \end{aligned}$$

Multiplicieren wir diese Gleichungen der Reihe nach mit $\frac{\partial \xi_k}{\partial q_1}, \frac{\partial \xi_k}{\partial q_2}, \ldots \frac{\partial \xi_k}{\partial q_m}$ und addieren die so erhaltenen Gleichungen, so ergiebt sich

$$\frac{\partial A_r}{\partial v_k} = - \sum_{i=1}^{\mu} \frac{\partial A_r}{\partial v_i} k_i \qquad \begin{pmatrix} r = 1, 2, \ldots \mu - m \\ k = 1, 2, \ldots \mu \end{pmatrix}$$

Setzen wir den in 11) für $i_{k'}$ erhaltenen Ausdruck ein, so erhalten wir

13) $$O \frac{\partial A_r}{\partial v_k} = \omega_{m+1,k} \sum_{\sigma=1}^{\mu} \frac{\partial A_r}{\partial v_\sigma} \frac{\partial F_1}{\partial \xi_\sigma} + \omega_{m+2,k} \sum_{\sigma=1}^{\mu} \frac{\partial A_r}{\partial v_\sigma} \frac{\partial F_2}{\partial \xi_\sigma} + \cdots$$

$$+ \omega_{\mu,k} \sum_{\sigma=1}^{\mu} \frac{\partial A_r}{\partial v_\sigma} \frac{\partial F_{\mu-m}}{\partial \xi_\sigma} \qquad \begin{pmatrix} r = 1, 2 \ldots \mu - m \\ k = 1, 2 \ldots \mu \end{pmatrix}$$

Die Coefficienten der Grössen ω sind die von Jacobi mit a_1, a_2, b_1 ... bezeichneten Ausdrücke. Bei Jacobi erscheinen diese Ausdrücke meines Erachtens völlig unvermittelt. Der Symmetrie wegen wollen wir diese Coefficienten mit b_{ik} $(i, k = 1, 2 \ldots \mu - m)$ bezeichnen, so dass

14) $$b_{ik} = \sum_{\sigma=1}^{\mu} \frac{\partial A_i}{\partial v_\sigma} \frac{\partial F_k}{\partial \xi_\sigma} \qquad (i, k = 1, 2, \ldots \mu - m)$$

ist, von denen sich leicht nachweisen lässt, dass $b_{ik} = b_{ki}$ ist. Mit Einführung der Grössen b_{ik} gehen die Gleichungen 3) über in

$$O \frac{\partial A_r}{\partial v_k} = b_{r1}\, \omega_{m+1,k} + b_{r2}\, \omega_{m+2,k} + \cdots b_{r,\mu-m}\, \omega_{\mu k} \qquad \begin{pmatrix} r = 1, 2, \ldots \mu - m \\ k = 1, 2, \ldots \mu \end{pmatrix}$$

Aus diesem System von $\mu - m$ Gleichungen lassen sich die $\mu - m$ Grössen $\omega_{m+1,k}, \ldots \omega_{\mu,k}$ linear durch die $\frac{\partial A_r}{\partial v}$ ausdrücken. Bezeichnen wir die Determinante dieses Systems mit $B = |b_{ik}|$ und die zu b_{ik} gehörende Unterdeterminante mit β_{ik}, so ist

$$B\omega_{m+s,k} = O \frac{\partial A_1}{\partial v_k} \beta_{1s} + O \frac{\partial A_2}{\partial v_k} \beta_{2s} + \cdots + O \frac{\partial A_{\mu-m}}{\partial v_k} \beta_{\mu-m,s} \qquad \begin{pmatrix} s = 1, 2, \ldots \mu - m \\ k = 1, 2, \ldots \mu \end{pmatrix}$$

Jetzt lässt sich zeigen, dass $B = O \,.\, D$ ist, wo

$$D = \begin{vmatrix} \frac{\partial \xi_1}{\partial q_1} & \frac{\partial \xi_2}{\partial q_1} & \cdots\cdots & \frac{\partial \xi_\mu}{\partial q_1} \\ \cdot & \cdot & \cdots\cdots\cdots & \cdot \\ \frac{\partial \xi_1}{\partial q_m} & \frac{\partial \xi_2}{\partial q_m} & \cdots\cdots & \frac{\partial \xi_\mu}{\partial q_m} \\ \frac{\partial A_1}{\partial v_1} & \frac{\partial A_1}{\partial v_2} & \cdots\cdots & \frac{\partial A_1}{\partial v_m} \\ \cdot & \cdot & \cdots\cdots\cdots & \cdot \\ \frac{\partial A_{\mu-m}}{\partial v_1} & \frac{\partial A_{\mu-m}}{\partial v_2} & \cdots & \frac{\partial A_{\mu-m}}{\partial v_\mu} \end{vmatrix}$$

die Determinante des Systems der Gleichungen 7) und 10) ist. Um die Ableitung durch den Beweis nicht zu unterbrechen, will ich ihn am Ende derselben liefern. Somit erhalten wir, wenn wir $O \,.\, D$ für B einführen, nach Division beider Seiten durch O

15) $$D\omega_{m+s,k} = \frac{\partial A_1}{\partial v_k} \beta_{1s} + \frac{\partial A_2}{\partial v_k} \beta_{2s} + \cdots + \frac{\partial A_{\mu-m}}{\partial v_k} \beta_{\mu-m,s} \qquad \begin{pmatrix} s = 1, 2 \ldots \mu - m \\ k = 1, 2 \ldots \mu \end{pmatrix}$$

Setzt man die für ω erhaltenen Werte in 11) ein, so ergiebt sich

$$- O_{ik'} = \frac{1}{D}\frac{\partial F_1}{\partial \xi_{k'}}\left[\frac{\partial A_1}{\partial v_i}\beta_{11} + \frac{\partial A_2}{\partial v_i}\beta_{21} + \cdots + \frac{\partial A_{\mu-m}}{\partial v_i}\beta_{\mu-m,1}\right] +$$
$$+ \frac{1}{D}\frac{\partial F_2}{\partial \xi_{k'}}\left[\frac{\partial A_1}{\partial v_i}\beta_{12} + \frac{\partial A_2}{\partial v_i}\beta_{22} + \cdots + \frac{\partial A_{\mu-m}}{\partial v_i}\beta_{\mu-m,2}\right] +$$
$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$
$$+ \frac{1}{D}\frac{\partial F_{\mu-m}}{\partial \xi_{k'}}\left[\frac{\partial A_1}{\partial v_i}\beta_{1,\mu-m} + \frac{\partial A_2}{\partial v_i}\beta_{2,\mu-m} + \cdots + \frac{\partial A_{\mu-m}}{\partial v_i}\beta_{\mu-m,\mu-m}\right]$$
$$(i,k = 1, 2, \ldots \mu)$$

Dividieren wir beide Seiten durch $-O$ und ersetzen wir OD durch B, so ist

16) $$i_{k'} = -\frac{1}{B}\sum_{r,s=1}^{\mu-m}\frac{\partial F_r}{\partial \xi_{k'}}\frac{\partial A_s}{\partial v_i}\beta_{sr} \qquad (i,k' = 1, 2, \ldots \mu)$$

Somit haben wir den Ausdruck $\sum_{i=1}^{m}\frac{\partial \xi_k}{\partial q_i}\frac{\partial v_{k'}}{\partial p_i}$ in den Variabeln ξ und v dargestellt. Die von Jacobi in dem § 41 eingeführten Grössen $\lambda_s^{(i)}$ sind in meiner Bezeichnung gleich $-\frac{\omega_{m+s,i}}{O}$, was sich aus den Gleichungen 11) ergiebt. Mit Einführung der aus 15) sich ergebenden Werte für $\omega_{m+s,i}$, erhalten wir

$$\lambda_s^{(i)} = -\frac{\partial A_1}{\partial v_i}\frac{\beta_{1s}}{\partial B} - \frac{\partial A_2}{\partial v_i}\frac{\beta_{2s}}{B} - \cdots - \frac{\partial A_{\mu-m}}{\partial v_i}\frac{\beta_{\mu s}}{B} \qquad \begin{pmatrix} s = 1, 2 \ldots \mu - m \\ i - 1, 2 \ldots \mu \end{pmatrix},$$

was zu zeigen war.

3.

Beweis der Gleichung $B = O \,.\, D$.

Die Richtigkeit dieser Gleichung lässt sich leicht nachweisen mit Hülfe des Multiplicationstheorems der Determinanten. Multiplicieren wir die Zeilen der Determinante D mit den Zeilen der Determinante O, so erhalten wir Glieder folgender Form:

$$\sum_{\sigma=1}^{\mu}\frac{\partial \xi_\sigma}{\partial q_i}\frac{\partial v_\sigma}{\partial p_k}\,;\quad \sum_{\sigma=1}^{\mu}\frac{\partial \xi_\sigma}{\partial q_i}\frac{\partial F_k}{\partial \xi_\sigma}\,;\quad \sum_{\sigma=1}^{\mu}\frac{\partial A_i}{\partial v_\sigma}\frac{\partial v_\sigma}{\partial p_k}\,;\quad \sum_{\sigma=1}^{\mu}\frac{\partial A_i}{\partial v_\sigma}\frac{\partial F_k}{\partial \xi_\sigma}$$

Mit Berücksichtigung der Gleichungen 7, 9, 12, 14 wird

$$O \,.\, D = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & \cdots & & & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \cdots & & & 0 \\ \cdots & & & & & & \cdots \\ \cdots & & & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ \cdots & & & b_{11} & b_{12} & \cdots & b_{1,\mu-m} \\ \cdots & & & b_{21} & b_{22} & \cdots & b_{2,\mu-m} \\ \cdots & & & & & & \cdots \\ \cdots & & & b_{\mu-m,1} & b_{\mu-m,2} & \cdots & b_{\mu-m,\mu-m} \end{vmatrix}$$

Folglich wird $O \,.\, D = |b_{ik}| = B$, was zu zeigen war.

4.

Der Ausdruck $\sum_{i=1}^{m} \frac{\partial v_k}{\partial q_i} \frac{\partial v_{k'}}{\partial p_i}$

Nach Jacobi setzen wir $(k)_{k'} = \sum_{i=1}^{m} \frac{\partial v_k}{\partial q_i} \frac{\partial v_{k'}}{\partial p_i}$ und um diesen Ausdruck $(k)_{k'}$ in den Variabeln ξ, v darzustellen, gehen wir von den Gleichungen 4) aus. Da diese Gleichungen zu Identitäten werden, wenn für die Variabeln p und q die Grössen v und ξ eingeführt werden, so erhalten wir durch Differentiation der für p_i geltenden Gleichung nach q_r und der für p_r geltenden Gleichung nach q_i

$$\sum_{\sigma=1}^{\mu} \frac{\partial v_\sigma}{\partial q_i} \frac{\partial \xi_\sigma}{\partial q_r} + \sum_{\sigma=1}^{\mu} v_\sigma \frac{\partial^2 \xi_\sigma}{\partial q_i \partial q_r} = 0$$

$$\sum_{\sigma=1}^{\mu} \frac{\partial v_\sigma}{\partial q_r} \frac{\partial \xi_\sigma}{\partial q_i} + \sum_{\sigma=1}^{\mu} v_\sigma \frac{\partial^2 \xi_\sigma}{\partial q_r \partial q_i} = 0$$

Durch Subtraction der zweiten Gleichung von der ersten erhalten wir

17) $$\sum_{\sigma=1}^{\mu} \frac{\partial v_\sigma}{\partial q_i} \frac{\partial \xi_\sigma}{\partial q_r} = \sum_{\sigma=1}^{\mu} \frac{\partial v_\sigma}{\partial q_r} \frac{\partial \xi_\sigma}{\partial q_i}$$

Solche Gleichungen gelten für $i, r = 1, 2, \ldots m$.

Die noch $\mu - m$ fehlenden Gleichungen erhalten wir aus den Gleichungen $A_\varrho = 0$ $(\varrho = 1, 2, \ldots m)$, wenn wir diese Gleichungen nach q_i differentieren. Es ergiebt sich alsdann:

18) $$\sum_{\sigma=1}^{\mu} \frac{\partial A_\varrho}{\partial v_\sigma} \frac{\partial v_\sigma}{\partial q_i} = - \sum_{\sigma=1}^{\mu} \frac{\partial A_\varrho}{\partial v_\sigma} \frac{\partial \xi_\sigma}{\partial q_i} \qquad \begin{pmatrix} \varrho = 1, 2, \ldots \mu - m \\ i = 1, 2, \ldots m \end{pmatrix}$$

Die für den Index i geltenden Gleichungen liefern ein System von μ Gleichungen für

$$\frac{\partial v_1}{\partial q_i}, \frac{\partial v_2}{\partial q_i}, \ldots \frac{\partial v_\mu}{\partial q_i}$$

Die Determinante dieses Systems ist die in § 2 eingeführte Determinante D. Durch Auflösung dieses Systems erhalten wir

19) $$D \frac{\partial v_k}{\partial q_i} = D_{1k} \sum_{\sigma=1}^{\mu} \frac{\partial v_\sigma}{\partial q_1} \frac{\partial \xi_\sigma}{\partial q_i} + D_{2k} \sum_{\sigma=1}^{\mu} \frac{\partial v_\sigma}{\partial q_2} \frac{\partial \xi_\sigma}{\partial q_i} + \cdots + D_{mk} \sum_{\sigma=1}^{\mu} \frac{\partial v_\sigma}{\partial q_m} \frac{\partial \xi_\sigma}{\partial q_i}$$

$$- D_{m+1,k} \sum_{\sigma=1}^{\mu} \frac{\partial A_1}{\partial \xi_\sigma} \frac{\partial \xi_\sigma}{\partial q_i} - \cdots - D_{\mu,k} \sum_{\sigma=1}^{\mu} \frac{\partial A_{\mu-m}}{\partial \xi_\sigma} \frac{\partial \xi_\sigma}{\partial q_i}$$

$$\begin{pmatrix} k = 1, 2, \ldots \mu \\ i = 1, 2, \ldots m \end{pmatrix}$$

Aus den Gleichungssystemen 7) und 12) ergiebt sich, wenn wir die für den Index k geltenden Gleichungen zusammenfassen

20) $$D_{ik} = D\,\frac{\partial v_k}{\partial p_i} \qquad \begin{pmatrix} k = 1, 2 \ldots \mu \\ i = 1, 2 \ldots m \end{pmatrix}$$

Setzen wir dies in 19) ein, so erhalten wir:

$$D\,\frac{\partial v_k}{\partial q_i} = D\,\frac{\partial v_k}{\partial p_1}\sum_{\sigma=1}^{\mu}\frac{\partial v_\sigma}{\partial q_1}\,\frac{\partial \xi_\sigma}{\partial q_i} + D\,\frac{\partial v_k}{\partial p_2}\sum_{\sigma=1}^{\mu}\frac{\partial v_\sigma}{\partial q_2}\,\frac{\partial \xi_\sigma}{\partial q_2} + \cdots$$

$$- D_{m+1,k}\sum_{\sigma=1}^{\mu}\frac{\partial A_1}{\partial \xi_\sigma}\,\frac{\partial \xi_\sigma}{\partial q_i} \cdots - D_{\mu,k}\sum_{\sigma=1}^{\mu}\frac{\partial A_{\mu-m}}{\partial \xi_\sigma}\,\frac{\partial \xi_\sigma}{\partial q_i}$$

Diese Gleichung lässt sich auch in der Form schreiben:

$$D\,\frac{\partial v_k}{\partial q_i} = D\sum_{\sigma=1}^{\mu}\frac{\partial \xi_\sigma}{\partial q_i}\sum_{s=1}^{\mu}\frac{\partial v_\sigma}{\partial q_s}\,\frac{\partial v_k}{\partial p_s} - D_{m+1,k}\sum_{\sigma=1}^{\mu}\frac{\partial A_1}{\partial \xi_\sigma}\,\frac{\partial \xi_\sigma}{\partial q_i} \cdots - D_{\mu,k}\sum_{\sigma=1}^{\mu}\frac{\partial A_{\mu-m}}{\partial \xi_\sigma}\,\frac{\partial \xi_\sigma}{\partial q_i}$$

Die über s von 1 bis m erstreckte Summe ist die Grösse $(\sigma)_k$, so dass wir mit Einführung dieser Grösse erhalten:

21) $$\frac{\partial \xi_1}{\partial q_i}(1)_k + \frac{\partial \xi_2}{\partial q_i}(2)_k + \cdots + \frac{\partial \xi_\mu}{\partial q_i}(\mu)_k = \frac{\partial v_k}{\partial q_i} + \frac{D_{m+1,k}}{D}\sum_{\sigma-1}^{\mu}\frac{\partial A_1}{\partial \xi_\sigma}\,\frac{\partial \xi_\sigma}{\partial q_i} + \cdots$$

$$+ \frac{D_{\mu,k}}{D}\sum_{\sigma=1}^{\mu}\frac{\partial A_{\mu-m}}{\partial \xi_\sigma}\,\frac{\partial \xi_\sigma}{\partial q_i} \qquad \begin{pmatrix} k = 1, 2 \ldots \mu \\ i = 1, 2 \ldots m \end{pmatrix}$$

Die weiteren $\mu - m$ Gleichungen ergeben sich aus dem Gleichungssystem 18). Multiplicieren wir nämlich die Gleichungen 18) der Reihe nach mit $\frac{\partial v_k}{\partial p_1}, \frac{\partial v_k}{\partial p_2}, \ldots \frac{\partial v_k}{\partial p_m}$ und addieren die so erhaltenen Gleichungen, so ergiebt sich mit Einführung der Klammergrössen

22) $$\frac{\partial A_\varrho}{\partial v_1}(1)_k + \frac{\partial A}{\partial v_2}(2)_k + \cdots + \frac{\partial A_\varrho}{\partial v_\mu}(\mu)_k = -\frac{\partial A_\varrho}{\partial \xi_k} + \frac{D_{m+1,k}}{D}\sum_{\sigma=1}^{\mu}\frac{\partial A_\varrho}{\partial \xi_\sigma}\,\frac{\partial A_1}{\partial v_\sigma} +$$

$$+ \cdots + \frac{D_{\mu,k}}{D}\sum_{\sigma=1}^{\mu}\frac{\partial A_\varrho}{\partial \xi_\sigma}\,\frac{\partial A_{\mu-m}}{\partial v_\sigma} \qquad \begin{pmatrix} \varrho = 1, 2 \ldots \mu - m \\ k = 1, 2 \ldots \mu \end{pmatrix}$$

Dieses Gleichungssystem befindet sich bei Jacobi in § 43. Die Quotienten

$$\frac{D_{m+1,k}}{D}, \frac{D_{m+2,k}}{D} \ldots$$

sind dort mit $\alpha_1, \alpha_2 \ldots$ bezeichnet. Fassen wir die μ für den Index k der Klammergrössen geltenden Gleichungen 21) und 22) zusammen, so lassen sich die Grössen $(\varrho)_k$ durch die ξ und v ausdrücken.

Es ergiebt sich μ_k

$$D(r)_k = \left[\frac{\partial v_k}{\partial q_1} + \frac{D_{m+1,k}}{D} \sum_{\sigma=1}^{\mu} \frac{\partial A_1}{\partial \xi_\sigma} \frac{\partial \xi_\sigma}{\partial q_1} + \frac{D_{m+2,k}}{D} \sum_{\sigma=1}^{\mu} \frac{\partial A_2}{\partial \xi_\sigma} \frac{\partial \xi_\sigma}{\partial q_1} + \cdots \right] D_{1r}$$

$$+ \left[\frac{\partial v_k}{\partial q_2} + \frac{D_{m+1,k}}{D} \sum_{\sigma=1}^{\mu} \frac{\partial A_1}{\partial \xi_\sigma} \frac{\partial \xi_\sigma}{\partial q_2} + \frac{D_{m+2,k}}{D} \sum_{\sigma=1}^{\mu} \frac{\partial A_2}{\partial \xi_\sigma} \frac{\partial \xi_\sigma}{\partial q_2} + \cdots \right] D_{2r} + \cdots$$

$$+ \left[\frac{\partial v_k}{\partial q_m} + \frac{D_{m+1,k}}{D} \sum_{\sigma=1}^{\mu} \frac{\partial A_1}{\partial \xi_\sigma} \frac{\partial \xi_\sigma}{\partial q_m} + \frac{D_{m+2,k}}{D} \sum_{\sigma=1}^{\mu} \frac{\partial A_2}{\partial \xi_\sigma} \frac{\partial \xi_\sigma}{\partial q_m} + \cdots \right] D_{mr} +$$

$$+ \left[- \frac{\partial A_1}{\partial \xi_k} + \frac{D_{m+1,k}}{D} \sum_{\sigma=1}^{\mu} \frac{\partial A_1}{\partial \xi_\sigma} \frac{\partial A_1}{\partial v_\sigma} + \frac{D_{m+2,k}}{D} \sum_{\sigma=1}^{\mu} \frac{\partial A_1}{\partial \xi_\sigma} \frac{\partial A_2}{\partial v_\sigma} + \cdots \right] D_{m+1,r}$$

$$+ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

$$+ \left[- \frac{\partial A_{\mu-m}}{\partial \xi_k} + \frac{D_{m+1,k}}{D} \sum_{\sigma=1}^{\mu} \frac{\partial A_{\mu-m}}{\partial \xi_\sigma} \frac{\partial A_1}{\partial v_\sigma} + \frac{D_{m+2,k}}{D} \sum_{\sigma=1}^{\mu} \frac{\partial A_{\mu-m}}{\partial \xi_\sigma} \frac{\partial A_2}{\partial v_\sigma} + \cdots \right] D_{\mu,r}$$

Mit Anwendung der Gleichung 20) erhalten wir nach einer kleinen Umformung:

$$D(r)_k = D \left\{ \frac{\partial v_k}{\partial q_1} \frac{\partial v_r}{\partial p_1} + \cdots \frac{\partial v_k}{\partial q_m} \frac{\partial v_r}{\partial p_m} \right\} - \frac{\partial A_1}{\partial \xi_k} D_{m+1,r} - \frac{\partial A_2}{\partial \xi_k} D_{m+2,r} \ldots - \frac{\partial A_{\mu-m}}{\partial \xi_k} D_{\mu r}$$

$$+ \frac{D_{m+1,k}}{D} \sum_{\sigma=1}^{\mu} \frac{\partial A_1}{\partial \xi_\sigma} \left[\frac{\partial \xi_\sigma}{\partial q_1} D_{1r} + \frac{\partial \xi_\sigma}{\partial q_2} D_{2r} + \cdots + \frac{\partial \xi_\sigma}{\partial q_m} D_{mr} + \frac{\partial A_1}{\partial v_\sigma} D_{m+1,r} + \cdots + \frac{\partial A_{\mu-m}}{\partial v_\sigma} D_{\mu r} \right] + \cdots$$

$$+ \frac{D_{\mu k}}{D} \sum_{\sigma=1}^{\mu} \frac{\partial A_{\mu-m}}{\partial \xi_\sigma} \left[\frac{\partial \xi_\sigma}{\partial q_1} D_{1r} + \cdots \frac{\partial \xi_\sigma}{\partial q_m} D_{\mu r} + \frac{\partial A_1}{\partial v_\sigma} D_{m+1,r} \cdots + \frac{\partial A_{\mu-m}}{\partial v_\sigma} D_{\mu r} \right]$$

$$+ \frac{D_{m+1,k}}{D} D_{m+2,r} \sum_{\sigma=1}^{\mu} \frac{\partial A_2}{\partial \xi_\sigma} \frac{\partial A_1}{\partial v_\sigma} - \frac{D_{m+1,k}}{D} D_{m+2\,r} \sum_{\sigma=1}^{\mu} \frac{\partial A_1}{\partial \xi_\sigma} \frac{\partial A_k}{\partial v_\sigma} +$$

$$+ \frac{D_{m+2,k}}{D} D_{m+1,r} \sum_{\sigma=1}^{\mu} \frac{\partial A_1}{\partial \xi_\sigma} \frac{\partial A_2}{\partial v_\sigma} - \frac{D_{m+2,k}}{D} D_{m+1,r} \sum \frac{\partial A_2}{\partial \xi_\sigma} \frac{\partial A_1}{\partial v\sigma} +$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

$$+ \frac{D_{\mu k}}{D} D_{\mu-1,r} \sum_{\sigma=1}^{\mu} \frac{\partial A_{\mu-m+1}}{\partial \xi_\sigma} \frac{\partial A_{\mu-m}}{\partial v_\sigma} - \frac{D_{\mu k}}{D} D_{\mu-1,r} \sum_{\sigma=1}^{\mu} \frac{\partial A_{\mu-m}}{\partial \xi_\sigma} \frac{\partial A_{\mu-m+1}}{\partial v_\sigma}.$$

Beachten wir, dass die Ausdrücke in den Klammern [ ] gleich null oder gleich D sind, je nachdem σ gleich oder ungleich r ist, setzen wir ferner mit Jacobi:

$$[A_i\, A_k]' = \sum_{\sigma=1}^{\mu} \left(\frac{\partial A_i}{\partial \xi_\sigma} \frac{\partial A_k}{\partial v_\sigma} - \frac{\partial A_i}{\partial v_\sigma} \frac{\partial A_k}{\partial \xi_\sigma} \right),$$

so erhalten wir nach Division durch D schliesslich die Formel:

$$(r)_k - (k)_r = \frac{D_{m+1,k}}{D}\frac{\partial A_1}{\partial \xi_r} + \frac{D_{m+2,k}}{D}\frac{\partial A_2}{\partial \xi_r} + \cdots + \frac{D_{\mu k}}{D}\frac{\partial A_{\mu-m}}{\partial \xi_\sigma}$$

$$- \frac{D_{m+1,r}}{D}\frac{\partial A_1}{\partial \xi_k} - \frac{D_{m+2,r}}{D}\frac{\partial A_2}{\partial \xi_k} - \cdots - \frac{D_{\mu k}}{D}\frac{\partial A_{\mu-m}}{\partial \xi_k}$$

$$+ \left(\frac{D_{m+1,r}}{D}\frac{D_{m+2,k}}{D} - \frac{D_{m+1,k}}{D}\frac{D_{m+2,r}}{D}\right)[A_1, A_2]' + \cdots$$

$$+ \left(\frac{D_{\mu-1,r}}{D}\frac{D_{\mu,k}}{D} - \frac{D_{\mu-1,r}}{D}\frac{D_{\mu,r}}{D}\right)[A_{\mu-m+1}, A_{\mu-m}]' \qquad (r, k = 1, 2 \cdots \mu)$$

Dies ist die von Jacobi in § 43 angeführte Formel, welche ich meines Erachtens viel übersichtlicher mit Hülfe der Determinantensätze aus den betr. Gleichungen abgeleitet habe. In der letzten Formel kommen die Quotienten $\frac{D_{m+1,k}}{D}$, $\frac{D_{m+2,k}}{D}$, $\cdots$ $\frac{D_{\mu,k}}{D}$ vor, von welchen zu zeigen ist, dass sie Functionen von $\xi_1, \ldots \xi_\mu$, $v, \ldots v_\mu$ sind. Der Übersichtlichkeit wegen will ich hier nochmals den Beweis führen, welcher bei Jacobi in § 43 sich befindet.

Zu diesem Zweck gehe ich von den Gleichungen 9) und 14) aus. Aus ihnen ergiebt sich

$$\frac{\partial F_k}{\partial \xi_\sigma} = \frac{D_{m+1,\sigma}}{D} b_{1k} + \frac{D_{m+2,\sigma}}{D} b_{2k} + \cdots + \frac{D_{\mu\sigma}}{D} b_{\mu-m,k}. \qquad (k = 1, 2, \ldots \mu - m)$$

Wir haben somit ein System von $\mu - m$ Gleichungen für $\frac{D_{m+1,\sigma}}{D}$, $\cdots$ $\frac{D_{\mu\sigma}}{D}$ erhalten, aus welchen sich mit Anwendung der in § 2 eingeführten Bezeichnungen ergiebt

23) $$\frac{D_{m+i,\sigma}}{D} = \frac{\partial F_1}{\partial \xi_\sigma}\frac{\beta_{1i}}{B} + \frac{\partial F_2}{\partial \xi_\sigma}\frac{\beta_{2i}}{B} + \cdots + \frac{\partial F_{\mu-m}}{\partial \xi_\sigma}\frac{\beta_{\mu-m,i}}{B} \qquad \begin{pmatrix} i = 1, 2, \ldots \mu - m \\ \sigma = 1, 2, \ldots \mu \end{pmatrix}$$

und da die rechte Seite nur die Variabeln ξ und v enthält, so ist der angeführte Beweis geliefert. Mit Hülfe der Gleichungen 23) lässt sich der Ausdruck für $(i)_{k'}$ der Gleichungen 16) einfacher schreiben, so dass wir erhalten

24) $$(i)_{k'} = -\sum_{s=1}^{\mu-m} \frac{\partial A_s}{\partial v_i}\frac{D_{m+s,k'}}{D}. \qquad (i, k' = 1, 2, \ldots \mu)$$

5.

Der Ausdruck für $[\varphi\psi]$.

Führen wir in dem Ausdruck für $[\varphi\psi]$ des § 1 die Grössen i_k und $(i)_{k'}$ ein, so erhalten wir

$$[\varphi\psi]' = \sum_{k=1}^{\mu}\left(\frac{\partial\varphi}{\partial\xi_k}\frac{\partial\psi}{\partial v_k} - \frac{\partial\varphi}{\partial v_k}\frac{\partial\psi}{\partial\xi_k}\right) + \sum_{k,k'=1}^{\mu}\left(\frac{\partial\varphi}{\partial\xi_k}\frac{\partial\psi}{\partial v_{k'}} - \frac{\partial\varphi}{\partial v_k}\frac{\partial\psi}{\partial\xi_{k'}}\right)k_{k'}$$

$$+ \sum_{k,k'=1}^{\mu}\frac{\partial\varphi}{\partial v_k}\frac{\partial\psi}{\partial v_{k'}}\left\{(k)_{k'} - (k')_k\right\}.$$

Mit Berücksichtigung der Gleichungen für $k_{k'}$ und $(k)_{k'} - (k')_k$ erhalten wir

$$[\varphi\,\psi] = [\varphi\,\psi]' - \sum_{k,k'=1}^{\mu} \left(\frac{\partial\varphi}{\partial\xi_k}\,\frac{\partial\psi}{\partial v_{k'}} - \frac{\partial\varphi}{\partial v_{k'}}\,\frac{\partial\psi}{\partial\xi_k}\right) \sum_{s=1}^{\mu-m} \frac{\partial A_s}{\partial v_k} - \frac{D_{m+s,k'}}{D} +$$

$$+ \sum_{k,k'=1}^{\mu} \frac{\partial\varphi}{\partial v_k}\,\frac{\partial\psi}{\partial v_{k'}} \sum_{s=1}^{\mu-m} \left(\frac{D_{m+s,k'}}{D}\,\frac{\partial A_s}{\partial\xi_k} - \frac{D_{m+s,k}}{D}\,\frac{\partial A_s}{\partial\xi_{k'}}\right) +$$

$$+ [A_1\,A_2]' \sum_{k,k'=1}^{\mu} \frac{\partial\varphi}{\partial v_k}\,\frac{\partial\psi}{\partial v_{k'}} \left(\frac{D_{m+1,k}}{D}\,\frac{D_{m+2,k'}}{D} - \frac{D_{m+1,k'}}{D}\,\frac{D_{m+2,k}}{D}\right)$$

. . . .

$$+ [A_{\mu-m+1}\,A_{\mu-m}]' \sum_{k,k'=1}^{\mu} \frac{\partial\varphi}{\partial v_k}\,\frac{\partial\psi}{\partial v_{k'}} \left(\frac{D_{\mu-1,k}}{D}\,\frac{D_{\mu,k'}}{D} - \frac{D_{\mu-1,k'}}{D}\,\frac{D_{\mu,k}}{D}\right).$$

Die Differenzen in den dreifachen Summen lassen sich so umformen, dass in ihnen als Coefficienten die entsprechend $[A_i\,A_k]'$ gebildeten Ausdrücke $[\varphi A]'$ und $[\psi A]'$ auftreten, so erhalten wir endgültig

$$[\varphi\,\psi] = [\varphi\,\psi]' - [\varphi A_1]' \sum_{\sigma=1}^{\mu} \frac{D_{m+1,\sigma}}{D}\,\frac{\partial\psi}{\partial v_\sigma} - \cdots - [\varphi A_{\mu-m}]' \sum_{\sigma=1}^{\mu} \frac{D_{\mu,\sigma}}{D}\,\frac{\partial\psi}{\partial v_\sigma}$$

$$+ [\psi A_1]' \sum_{\sigma=1}^{\mu} \frac{D_{m+1}}{D}\,\frac{\partial\varphi}{\partial v_\sigma} + \cdots + [\psi A_{\mu-m}]' \sum_{\sigma=1}^{\mu} \frac{D_{\mu,\sigma}}{D}\,\frac{\partial\varphi}{\partial v_\sigma}$$

25)
$$+ [A_1\,A_2]' \left\{ \sum_{\sigma=1}^{\mu} \frac{D_{m+1,\sigma}}{D}\,\frac{\partial\varphi}{\partial v_\sigma} \sum_{\varrho=1}^{\mu} \frac{D_{m+2,\sigma}}{D}\,\frac{\partial\psi}{\partial v_\varrho} - \sum_{\sigma=1}^{\mu} \frac{D_{m+1,\sigma}}{D}\,\frac{\partial\psi}{\partial v_\sigma} \sum_{\varrho=1}^{\mu} \frac{D_{m+2,\sigma}}{D}\,\frac{\partial\varphi}{\partial v_\varrho} \right\}$$

. . . .

$$+ [A_{\mu-m+1}\,A_{\mu-m}]' \left\{ \sum_{\sigma=1}^{\mu} \frac{D_{\mu-1,\sigma}}{D}\,\frac{\partial\varphi}{\partial v_\sigma} \sum_{\varrho=1}^{\mu} \frac{D_{\mu,\sigma}}{D}\,\frac{\partial\psi}{\partial v_\varrho} - \sum_{\sigma=1}^{\mu} \frac{D_{\mu-1,\sigma}}{D}\,\frac{\partial\psi}{\partial v_\sigma} \sum_{\varrho=1}^{\mu} \frac{D_{\mu,\sigma}}{D}\,\frac{\partial\varphi}{\partial v_\varrho} \right\}$$

Dies ist die von Jacobi in § 46 erhaltene Formel, mit welcher das gestellte Problem gelöst ist.

6.

Fälle, in denen $[\varphi\,\psi] = [\varphi\,\psi]'$ wird.

Jacobi knüpft einige Untersuchungen an über die Fälle, in denen $[\varphi\,\psi] = [\varphi\,\psi]'$ wird. Ich will hier einige Umkehrungen geben.

Nach Gleichung 25) des § 5 wird $[\varphi\,\psi] = [\varphi\,\psi]'$, wenn

$$\sum_{\sigma=1}^{\mu} \frac{D_{m+i}}{D}\,\frac{\partial\psi}{\partial v_\sigma} = 0\ ;\ \sum_{\sigma=1}^{\mu} \frac{D_{m+i}}{D}\,\frac{\partial\varphi}{\partial v_\sigma} = 0. \qquad (i = 1, 2, \ldots \mu - m)$$

Diese Bedingungsgleichungen werden erfüllt, wenn $[F_i \varphi]' = 0$ und $[F_i \psi]' = 0$ $(i = 1, 2, \ldots \mu - m)$. Um dies zu beweisen, multiplicieren wir die Gleichungen 23) der Reihe nach mit $\frac{\partial \varphi}{\partial v_\sigma}$ und addieren die erhaltenen Gleichungen für $\sigma = 1, 2, \ldots \mu$. Es ergiebt sich alsdann

$$\sum_{\sigma=1}^{\mu} \frac{D_{m+i,\sigma}}{D} \frac{\partial \varphi}{\partial v_\sigma} = \frac{\beta_{1i}}{B} [F_1 \varphi]' + \frac{\beta_{2i}}{B} [F_2 \varphi]' + \cdots \frac{\beta_{\mu-m,i}}{B} [F_{\mu-m}, \varphi]'.$$
$$(i - 1, 2, \ldots \mu - m)$$

Da die linke Seite dieser Gleichungen gleich null sein soll, die Determinante sowie die Unterdeterminanten dieses Systems von null verschieden sind, so muss jeder einzelne Ausdruck

1) $$[F_1 \varphi]' = 0 \; ; \; \ldots \; [F_{\mu-m} \varphi]' = 0 \text{ sein.}$$

In gleicher Weise folgt auch, dass

2) $$[F_1 \psi]' = 0 \; ; \; -- \; [F_{\mu-m} \psi]' = 0.$$

Ferner wird $[\varphi \psi] = [\varphi \psi]'$, wenn

3) $$[\varphi A_1]' = 0 \; ; \; \ldots \; [\varphi A_{\mu-m}]' = 0$$

$$\text{und} \sum_{\sigma=1}^{\mu} \frac{D_{m+1,\sigma}}{D} \frac{\partial \varphi}{\partial v_\sigma} = 0 \; ; \; \cdots \; \sum_{\sigma=1}^{\mu} \frac{D_{\mu,\sigma}}{D} \frac{\partial \varphi}{\partial v_\sigma} = 0$$

oder auch die Function ψ diese Bedingungen erfüllt.

Ist $\varphi = \text{const.}$ eine Lösung des Systems der Differentialgleichungen 3) in § 1 und erfüllt φ die Bedingungen 1), so ist auch φ eine Lösung des Systems

4) $$\frac{d \xi_\sigma}{dt} = \frac{\partial H}{\partial v_\sigma} \; ; \; \frac{d v_\sigma}{dt} = - \frac{\partial H}{\partial \xi_\sigma}. \qquad (\sigma = 1, 2, \ldots \mu)$$

Jacobi zeigt in seiner Abhandlung, dass, wenn $\varphi = \text{const.}$ eine Lösung des Systems 2) in § 1 ist, und die Bedingungen 1) erfüllt, die Bedingungen 3) erfüllt werden müssen, und somit $[\varphi \psi] = [\varphi \psi]'$ wird. Es lässt sich auch die Umkehrung beweisen, dass, wenn φ eine Lösung von 4) ist, und die Bedingungen 3) erfüllt, die Bedingungen $[F_i \varphi]' = 0; \ldots [F_{\mu-m} \varphi]' = 0$ erfüllt werden müssen.

Ist nämlich $\varphi = \text{const}$ eine Lösung von 4), so lässt sich diese bekanntlich schreiben $[H \varphi]' = 0$. Nach dem bekannten Jacobischen Satze ist nun

$$[H [\varphi F_i]']' + [\varphi [F_i H]']' + [F_i [H \varphi]']' = 0.$$

Es ist jedoch $[F_i H]' = A_i$ $\qquad (i = 1, 2, \ldots \mu - m)$

und da die Bedingungen 3) erfüllt werden sollen, so muss sein $[H [\varphi F_i]']' = 0$. $\qquad (i = 1, 2, \ldots \mu - m)$

Hieraus folgt, dass $[F_i \varphi]' = \text{const.}$ $(i = 1, 2, \ldots \mu - m)$ eine Lösung des Systems 4) sein muss. Es lässt sich nun zunächst zeigen, dass diese Constante den Wert null haben muss. Führen wir nämlich für die Variabeln ξ und v die Variabeln q und p ein, und beachten, dass die Variabeln p allein die Grössen v explicite enthalten, so wird

$$[F_i \varphi]' = \sum_{\sigma-1}^{\mu} \frac{\partial F_i}{\partial \xi_\sigma} \sum_{\sigma=1}^{m} \frac{\partial \varphi}{\partial p_\varrho} \frac{\partial p_\varrho}{\partial v_\sigma} = \text{const.} \qquad (i = 1, 2 \ldots \mu - m)$$

Aus den Formeln 4) des § 1 folgt $\frac{\partial p_\varrho}{\partial v_\sigma} = \frac{\partial \xi_\sigma}{\partial p_\varrho}$ $\qquad \begin{pmatrix} \sigma = 1, 2 \ldots \mu \\ \varrho = 1, 2 \ldots m \end{pmatrix}$

Infolgedessen liefert die vorhergehende Formel

$$\sum_{\varrho=1}^{m} \frac{\partial \varphi}{\partial p_\varrho} \sum_{\sigma=1}^{\mu} \frac{\partial F_i}{\partial \xi_\sigma} \frac{\partial \xi_\sigma}{\partial q_\varrho} = \text{const.} \qquad (i = 1, 2 \dots \mu - m)$$

Es ist nun $\sum_{\sigma=1}^{\mu} \frac{\partial F_i}{\partial \xi_\sigma} \frac{\partial \xi_\sigma}{\partial q_\varrho} = 0 \qquad \begin{pmatrix} i = 1, 2 \dots \mu - m \\ \varrho = 1, 2 \dots m \end{pmatrix}$,

folglich wird die linke Seite der vorhergehenden Gleichung gleich null, also muss auch die Constante gleich null sein. Mithin ist $[F_i \varphi]' = 0 \qquad (i = 1, 2 \dots \mu - m)$

Die Gleichungen müssen jedoch von der Lösung $\varphi = \text{const.}$ identisch befriedigt werden, da in dem entgegengesetzten Falle zwischen Variabeln ξ und v mehr Gleichungen bestehen müssten als die gegebenen: $A_1 = [F_1 H]' = 0; \dots A_{\mu-m} = [F_{\mu-m} H]' = 0$,

was ausgeschlossen ist.

Wir sind also zu folgender Umkehrung gelangt:

Ist $\varphi = const.$ eine Lösung des Systems der Differentialgleichungen

$$\frac{d\xi_\sigma}{dt} = \frac{\partial H}{\partial v_\sigma}; \quad \frac{dv_\sigma}{dt} = -\frac{\partial H}{\partial \xi_\sigma} \qquad (\sigma = 1, 2, \dots \mu)$$

und erfüllt die Lösung die Bedingungen

$$[\varphi A_1]' = 0; \dots [\varphi A_{\mu-m}]' = 0$$

wo $A_i = [F_i H]' \quad (i = 1, 2, \dots \mu - m)$ *ist, so müssen auch identisch die Bedingungen erfüllt werden*

$$[F_1 \varphi]' = 0; \dots [F_{\mu-m} \varphi]' = 0$$

und $\varphi = const.$ wird dann auch eine Lösung des Systems

$$\frac{d\xi_\sigma}{dt} = \frac{\partial H}{\partial v_\sigma}; \quad \frac{dv_\sigma}{dt} = -\frac{\partial H}{\partial \xi_\sigma} + \lambda_1 \frac{\partial F_1}{\partial \xi_\sigma} + \dots + \lambda_{\mu-m} \frac{\partial F_{\mu-m}}{\partial \xi_\sigma} \qquad (\sigma = 1, 2, \dots \mu).$$

7.

Über die Lösungen, welche das System der Differentialgleichungen befriedigen.

Ist ψ eine Lösung des Systems

(H) $$\frac{d\xi_\sigma}{dt} = \frac{\partial H}{\partial v_\sigma}; \quad \frac{dv_\sigma}{dt} = -\frac{\partial H}{\partial \xi_\sigma} + \lambda_1 \frac{\partial F_1}{\partial \xi_\sigma} + \dots + \lambda_{\mu-m} \frac{\partial F_{\mu-m}}{\partial \xi_\sigma} \qquad (\sigma = 1, 2, \dots \mu)$$

so muss bekanntlich die Bedingung

1) $$[H\psi]' = \sum_{\sigma=1}^{\mu} \left(\frac{\partial (H + \lambda_1 F_1 + \dots \lambda_{\mu-m} F_{\mu-m})}{\partial \xi_\sigma} \frac{\partial \psi}{\partial v_\sigma} - \frac{\partial H}{\partial v_\sigma} \frac{\partial \psi}{\partial \xi_\sigma} \right) = 0$$

identisch befriedigt werden. Gelten keine Bedingungsgleichungen, oder erfüllen die Variabeln die Bedingungsgleichungen identisch, so geht das System (H) über in

(*H*) $$\frac{d\xi_\sigma}{dt} = \frac{\partial H}{\partial v_\sigma}; \quad \frac{dv_\sigma}{dt} = -\frac{\partial H}{\partial \xi_\sigma} \qquad \sigma = 1, 2, \dots \sigma$$

2) und es muss hierfür $[H\psi]' = 0$ sein.

In § 49 seiner nova methodus zeigt Jacobi, dass stets eine Function ψ_o gefunden werden kann, welche die Bedingungen

3) $$[F_i\, \psi_o]' = 0 \qquad (i = 1, 2, \ldots \mu - m)$$

identisch befriedigt, und immer $[H\psi_o]' = [\mathit{H}\psi_o]'$ wird.

Ist also ψ_o eine Lösung des Systems (H), so muss es auch Lösung des Systems (H) sein. Ich will jetzt den Satz beweisen, dass, wenn ψ_o in der Form $\psi + \lambda_1'\, A_1 + \lambda_2'\, A_2 + \ldots$ sich darstellen lässt, wo $\lambda_1', \ldots \lambda'_{\mu - m}$ Functionen von ξ und v sind, ψ auch eine Lösung des Systems (H) sein muss. Setzen wir in 1)

4) $$\psi_o = \psi + \lambda_1'\, A_1 + \lambda_2'\, A_2 + \cdots \lambda'_{\mu - m}\, A_{\mu - m},$$

so erhalten wir mit Berücksichtigung der Gleichungen 5) des § 1

$$[H\psi_o]' = [H\psi]' + \lambda_1'\, [H A_1]' + \cdots \lambda'_{\mu - m}\, [H A_{\mu - m}]'.$$

Setzen wir für $[H A_i]'$ die Summe $[\mathit{H} A_i]' + \lambda_1\, [\mathit{H} F_1]' + \cdots + \lambda_{\mu - m}\, [\mathit{H} F_{\mu - m}]'$

$$(i = 1, 2, \ldots \mu - m)$$

so ergiebt sich:

$$[H\psi_o]' = [H\,\psi]' + \lambda_1'\, [\mathit{H} A_1]' + \cdots + \lambda'_{\mu - m}\, [\mathit{H} A_{\mu - m}]' +$$

$$+ \lambda'_1 \sum_{i=1}^{\mu - m} \lambda_i\, [F_i\, A_1]' + \cdots \lambda'_{\mu - m} \sum_{i=1}^{\mu - m} \lambda_i\, [F_i\, A_{\mu - m}]'$$

Da nun $\lambda_i = \frac{\beta_{i1}}{B}\, [A_1\, \mathit{H}]' + \frac{\beta_{i2}}{B}\, [A_2\, \mathit{H}]' + \cdots \frac{\beta_{\mu - m}}{B}\, [A_{\mu - m}\, \mathit{H}]'$

$$(i = 1, 2, \ldots \mu - m)$$

ist, so wird

$$[H\psi_o]' = [H\psi]' + \lambda_1'\, [\mathit{H} A_1]' \left\{ 1 - \frac{\beta_{11}}{B}\, [F_1\, A_1]' - \cdots \frac{\beta_{1\, \mu - m}}{B}\, [F_{\mu - m}\, A_1]' \right\}$$

$$+ \lambda_1'\, [A_2\, \mathit{H}]' \left\{ \frac{\beta_{21}}{B}\, [F_1\, A_1]' + \frac{\beta_{22}}{B}\, [F_2\, A_1]' + \cdots \frac{\beta_{2, \mu - m}}{B}\, [F_{\mu - m}\, A_1]' \right\}$$

$$+ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

$$+ \lambda_1'\, [A_{\mu - m}\, \mathit{H}]' \left\{ \frac{\beta_{\mu - m, 1}}{B}\, [F_1\, A_1]' + \frac{\beta_{\mu - m, 2}}{B}\, [F_2\, A_1]' + \cdots \frac{\beta_{\mu - m, \mu - m}}{B}\, [F_{\mu - m}\, A_1]' \right\}$$

$$+ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

$$+ \lambda_i'\, [A_1\, \mathit{H}]' \left\{ \frac{\beta_{11}}{B}\, [F_1\, A_i]' + \frac{\beta_{12}}{B}\, [F_2\, A_i]' + \cdots + \frac{\beta_{i, \mu - m}}{B}\, [F_{\mu - m}\, A_i]' \right\}$$

$$+ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

$$+ \lambda_i'\, [\mathit{H} A_i]' \left\{ 1 - \frac{\beta_{i1}}{B}\, [F_1\, A_i]' - \frac{\beta_{i2}}{B}\, [F_2\, A_i]' - \cdots - \frac{\beta_{i, \mu - m}}{B}\, [F_{\mu - m}\, A_i]' \right\}$$

$$+ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

$$+ \lambda_i'\, [A_{\mu - m}\, \mathit{H}]' \left\{ \frac{\beta_{\mu - m, 1}}{B}\, [F_1\, A_i]' + \cdots + \frac{\beta_{\mu - m, \mu - m}}{B}\, [F_{\mu - m}\, A_i]' \right\}$$

$$+ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

Beachtet man, dass $b_{ik} = b_{ki} = [F_k A_i]'$. $(i, k = 1, 2, \ldots \mu - m)$

ist und $\sum_{i=1}^{\mu - m} \frac{\beta_{si}}{B} b_{ki} = \begin{cases} 1 & s = k \\ 0 & s \lesseqgtr k \end{cases}$ ist, so werden die Ausdrücke in den $\{\ \}$ gleich null, und wir erhalten

$$[H\psi_0]' = [H\psi]'.$$

Dieses Ergebnis können wir in folgendem Satz aussprechen:

Ist $\psi_0 = const.$ eine Lösung des Systems der Differentialgleichungen

$$\frac{d\xi_\sigma}{dt} = \frac{\partial H}{\partial v_\sigma}; \quad \frac{dv_\sigma}{dt} = -\frac{\partial H}{\partial \xi_\sigma} + \lambda_1 \frac{\partial F_1}{d\xi_\sigma} + \cdots$$

und lässt sich ψ_0 in die Summe $\psi + \lambda_1' A_1 + \lambda_2 A_2 + \cdots \lambda'_{\mu - m} A_{\mu - m}$ zerlegen, wo $\lambda'_1, \ldots \lambda'_{\mu - m}$ beliebige Coefficienten sind und

$$A_r = [F_r H]' \qquad (r = 1, 2 \ldots \mu - m)$$

so ist auch $\psi = const.$ eine Lösung des Systems der Differentialgleichungen.

Es besteht auch ebenso die Umkehrung:

Ist $\psi = const.$ eine Lösung des Systems der Differentialgleichungen, so muss auch $\psi_0 = \psi + \lambda_1' A_1 + \cdots \lambda'_{\mu - m} A_{\mu - m} = const.$ eine Lösung des betreffenden Systems sein.

Werden die Coefficienten $\lambda_1', \lambda_2', \cdots \lambda'_{\mu - m}$ so bestimmt, dass $[F_1 \psi_0]' = 0; \ldots$ $[F_{\mu - m} \psi_0]' = 0$, so wird nach dem vorhergehenden $[H\psi_0]' = [H\psi_0]'$. Nach dem letzten Theorem ist jedoch $[H\psi_0]' = [H\psi]'$, so dass wir die Gleichungen erhalten $[H\psi_0]' = [H\psi]' = [H\psi_0]'$. Ist aber $\psi_0 = const.$ eine Lösung des Systems H, so ist auch $[H\psi]' = 0$ und $[H\psi_0]' = 0$. Wir sind also zu folgendem Theorem gelangt:

Ist $\psi_0 = const.$ eine Lösung des Systems der Differentialgleichungen:

$$\frac{d\xi_i}{dt} = \frac{\partial H}{\partial v_\sigma}; \quad \frac{dv_i}{dt} = -\frac{\partial H}{\partial \xi_\sigma} \qquad (i = 1, 2, \ldots \mu)$$

und lässt sich ψ_0 in die Form $\psi + \lambda_1' A_1 + \cdots \lambda'_{\mu - m} A_{\mu - m}$ zerlegen, wo $A_r = [F_r H]' = 0$ $(r = 1, 2, \ldots \mu - m)$ und $\lambda_1', \lambda_2' \ldots \lambda'_{\mu - m}$ vermittelst der Gleichungen $[F_1 \psi_0]' = 0; \ldots$ $[F_{\mu - m} \psi_0]' = 0$ sich bestimmen lassen, so ist ψ eine Lösung des Systems

$$\frac{d\xi_i}{dt} = \frac{\partial H}{\partial v_\sigma}; \quad \frac{dv_i}{dt} = -\frac{\partial H}{\partial \xi_\sigma} + \lambda_1 \frac{\partial F_1}{\partial \xi_\sigma} \cdots + \lambda_{\mu - m} \frac{\partial F_{\mu - m}}{\partial \xi_\sigma} \qquad (i = 1, 2, \ldots \mu$$

Zum Schlusse will ich direct beweisen, dass $[H\psi]' = [H\psi_0]'$ ist, wenn die Gleichungen
5) $[F_i \psi_0]' = 0$ $(i = 1, 2, \ldots \mu - m)$ erfüllt werden sollen. Da $H + \lambda_1 F_1 + \ldots \lambda_{\mu - m} F_{\mu - m}$ für H gesetzt werden kann, so wird $[H\psi]' = [H\psi]' + \lambda_1 [F_1 \psi]' + \ldots \lambda_{\mu - m} [F_{\mu - m} \psi]'$.

Unter Berücksichtigung der Gleichungen 5) wird

$$[H\psi]' = \left\{ \frac{\beta_{11}}{B} [A_1 H]' + \frac{\beta_{12}}{B} [A_2 H]' + \cdots + \frac{\beta_{1, \mu - m}}{B} [A_{\mu - m} H] \right\} [F_1 \psi]'$$

$$+ \left\{ \frac{\beta_{21}}{B} [A_1 H]' + \frac{\beta_{22}}{B} [A_2 H]' + \cdots + \frac{\beta_{2, \mu - m}}{B} [A_{\mu - m} H] \right\} [F_2 \psi]'$$

$$+ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

Aus den Gleichungen 5) ergiebt sich:

$$\lambda_1' [F_1 A_1]' + \lambda_2' [F_1 A_2]' + \cdots + \lambda'_{\mu - m} [F_1 A_{\mu - m}]' = - [F_1 \psi]'$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

$$\lambda_1' [F_{\mu - m} A_1]' + \lambda_2' [F_{\mu - m} A_2]' + \cdots \lambda'_{\mu - m} [F_{\mu - m} A_{\mu - m}]' = - [F_{\mu - m} \psi]'.$$

Setzen wir das in die vorhergehende Gleichung ein, so erhalten wir unter Berücksichtigung von $[F_i A_k]' = b_{ik} = b_{ki}$,

$$\begin{aligned}[H\psi]' = [H\psi]' - \lambda_1' \Big\{ [A_1 H]' \Big(\frac{\beta_{11}}{B} b_{11} + \frac{\beta_{21}}{B} b_{21} + \cdots \Big) \\ + [A_2 H]' \frac{\beta_{12}}{B} b_{11} + \cdots \Big) + \cdots \Big\} \\ - \lambda_2' \Big\{ [A_1 H]' \Big(\frac{\beta_{11}}{B} b_{11} + \frac{\beta_{21}}{B} b_{22} + \cdots \Big) + \\ + [A_2 H]' \frac{\beta_{12}}{B} b_{12} + \frac{\beta_{22}}{B} b_{22} + \cdots \Big) + \cdots \Big\} \\ + \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\end{aligned}$$

Mit Hilfe bekannter Determinantensätze ergiebt sich dann

$$[H\psi]' = [H\psi]' - \lambda_1' [A_1 H]' - \lambda_2' [A_2 H]' \ldots,$$

wofür man auch schreiben kann:

$$[H\psi]' = [H\psi_0]' .$$

Ist also $[H\psi]' = 0$, so ist auch $[H\psi_0]' = 0$, was zu zeigen war.

I. Allgemeine Lehrverfassung.

1.

Die Verteilung der einzelnen Lehrgegenstände auf die Klassen entspricht dem Lehrplane der Realgymnasien in „Lehrpläne und Lehraufgaben“ für die höheren Schulen in Preussen. 1901. Verlag der Buchhandlung des Waisenhauses in Halle a. S.

2.

Es unterrichten an der Anstalt: Dir. Dr. Lehmann; die Professoren: Dr. Winkelmann, Dr. Krankenhagen, Dr. Kolisch, Boehmer, Dr. Müller, Dr. von Niessen, Pahl, Dr. Gülzow, Tank, Dr. Haas; die Oberlehrer: Dr. Schultz, Kortüm, Dr. Schreiber, Dr. Plathe, Dr. Schröder, Dreist, Gippe; Zeichenlehrer Lotze, Musiklehrer Prof. Dr. Lorenz; die Vorschullehrer Martens, Bootz I, Kasten, Bootz II, Supply, Kath, Wächter und i. V. Gruner.

A. Abiturientenaufgaben.

Deutsch. a) Michaelis 1905. Der Kampf in der Seele der Iphigenie und ihr erhabener Sieg.

b) Ostern 1906. In wiefern regen uns Hebbels Nibelungen und Grillparzers Goldenes Vliess zu einer vergleichenden Betrachtung an?

Französisch. a) Michaelis 1905. Lutte entre la maison de Hohenstaufen et la papauté.

b) Ostern 1906. Grandeur et Chute d'Athènes.

Mathematik. a) Michaelis 1905. 1. Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass es gelingt, aus einer Urne mit 4 weissen, 5 roten und 3 schwarzen Kugeln entweder 3 weisse, 2 rote und 1 schwarze oder 4 weisse und 2 schwarze Kugeln herauszugreifen? 2. Alcyone hat die Rektaszension $54^0\ 38'$ und die Deklination $23^0\ 38'$. Welches ist ihre Länge und Breite, wenn die Schiefe der Ekliptik $23^0\ 27^1/_4{}'$ beträgt? 3. Ein Brennpunkt F, zwei Punkte P und P' und die Länge 2a der grossen Achse einer Ellipse sind gegeben. Den Durchschnitt der Tangenten in P und P' zu finden, ohne die Tangenten zu ziehen. 4. Ein Kreis ist durch seine Gleichung $x^2 + y^3 - 8x - 10y + 5 = 0$ gegeben. Man soll die Polare des Koordinatenanfangs mit Hülfe der Gleichung dieser Polare konstruieren.

b) Ostern 1906. 1) Die grössten und kleinsten Werte der Funktion $4x + 5 \cdot \sqrt{x^2 + 2x + 10}$ zu ermitteln. 2. Um wieviel Uhr in Sternzeit kulminiert die Sonne am 10. Februar, wenn ihre Deklination an diesem Tage $13^0\ 30'\ 43''$ südlich ist? ($E = 23^0\ 27'$). 3. In eine gegebene Parabel ein Trapez zu zeichnen, wenn die beiden parallelen Seiten ihrer Länge nach bekannt sind und die eine von ihnen durch den gegebenen Punkt R der Parabel gehen soll. 4) Man verlängert die Ordinate jedes Punktes einer Ellipse soweit, dass die Ordinate mit der Verlängerung zusammen gleich dem Abstande des Ellipsenpunktes vom Mittelpunkte ist. Auf welcher Kurve liegen die Endpunkte der Verlängerungen?

Physik. Michaelis 1905. Was wissen wir von den elektrischen Wellen? — Nach Beantwortung dieser Frage ist folgende Aufgabe zu lösen: Welche mechanische Leistung muss eine Dampfmaschine besitzen, wenn sie eine Dynamomaschine treibt, die bei einem Nutzeffekt von 75 Prozent eine Spannung von 220 Volt und eine Stromstärke von 300 Ampère liefert?

Ostern 1906. Nach einer Besprechung der Erscheinungen der totalen Reflexion ist folgende Aufgabe zu lösen: Unter welchem Einfallswinkel trifft ein Lichtstrahl die eine Seitenfläche eines gleichschenkligen Prismas mit einem Kantenwinkel von 40^0 und dem Brechungsexponenten 1,525, wenn er nach totaler Reflexion an der anderen Seitenfläche senkrecht auf die Grundfläche fällt?

Stundenverteilungsplan für das Winter-Semester 1905/1906.

		Ord.	a I	b I	O OII	M OII	O UII	M UII	O OIII	M OIII	O UIII	M UIII	O IV	M IV	O V	M V	O VI	M VI	O 1	M 1	O 2	M 2	O 3	M 3		
1	Director Dr. Lehmann			3 Dtsch.		3 Gesch.	1 Erdk.			2 Erdk.							2 Erdk.						1 Turnspiel		12	
2	Prof. Dr. Winkelmann		2 Chem.	2 Chem.	2 Chem.	2 Chem.	2 Ntrg.	2 Ntrg.					2 Ntrg. 2 Erdk.		2 Ntrg. 2 Erdk.										20	
3	Prof. Dr. Krankenhagen	a I	5 Math. 3 Phys.	5 Math. 3 Phys.			2 Phys.	2 Phys.																	20	
4	Prof. Dr. Kolisch	M V	4 Lat.	4 Lat.												8 Lat. 3 Dtsch. 1 Trnsp.									20	
5	Prof. Boehmer	M UII	3 Gesch.	3 Gesch.				4 Lat. 3 Dtsch. 2 Gesch. 1 Erdk.			2 Erdk.	2 Erdk.													20	
6	Prof. Dr. Müller	M OIII				4 Lat. 3 Dtsch.			5 Lat.	5 Lat. 3 Dtsch.															20	
7	Prof. Dr. von Niessen	O OIII	2 Relig.	2 Relig.	2 Relig. 3 Gesch.				2 Relig. 3 Dtsch. 2 Gesch. 2 Erdk.					2 Gesch. 2 Erdk.											22	
8	Prof. Pahl	U I	4 Franz. 3 Engl.	4 Franz. 3 Engl.		3 Engl.				4 Franz.															21	
9	Prof. Dr. Gülzow (u. Cand. Nieder)									5 Math. 2 Ntrg.			4 Math.	4 Math.		2 Ntrg. 2 Erdk.		2 Erdk.							21	
10	Prof. Tank	M OII	3 Turnen			5 Math. 3 Phys.		5 Math.			5 Math.														21	
11	Prof. Dr. Haas	O UIII									5 Lat. 3 Dtsch. 2 Gesch. 2 Relig.			7 Lat. 2 Relig.											21	und Schüler-biblioth.
12	Oberl. Plathe	M IV			4 Franz. 3 Engl.				4 Franz. 3 Engl.					5 Franz. 3 Dtsch.											22	
13	Oberlehrer Dr. Schultz	O OII			5 Math. 3 Phys.		5 Math.		5 Math. 2 Ntrg.		2 Ntrg.														22	
14	Oberl. Kortüm	O V	3 Dtsch.			2 Relig.		2 Relig.		2 Relig.					2 Relig. 3 Dtsch. 8 Lat.										22	
15	Oberlehrer Dr. Schreiber	O UII					2 Relig. 4 Franz. 3 Engl.	3 Engl.				3 Engl.					8 Lat.								23	
16	Oberlehrer Dr. Schroeder	M VI				4 Franz.		4 Franz.		3 Engl.	3 Engl.							8 Lat.							22	
17	Oberl. Dreist	M UIII			4 Lat. 3 Dtsch.					2 Gesch.		2 Relig. 5 Lat. 3 Dtsch. 2 Gesch.			1 Trnsp.										22	
18	Oberl. Gippe	O IV					4 Lat. 3 Dtsch. 2 Gesch.						2 Relig. 3 Dtsch. 7 Lat. 2 Gesch.												23	
19	Oberl. Meyer i. V. Wächter									6 Turn.	4 Franz.	4 Franz. 5 Math.	3 Turn.	3 Turn.				3 Turn.							22	und 6 honor. Turnst.
20	Zeichenlehrer Lotze		2	2	2 facultativ 2		2	2	2	2	2	2	2	2	2	2									26	+ 2 facult. Zeichn.
21	Prof. Dr. Lorenz		2 Chorgesang												2 Sing.	2 Sing.									6	
22	Vorschullehr. Martens	O VI										2 Ntrg. 2 Schr.		2 Ntrg.			3 Relig. 2 Ntrg. 4 Dtsch. 4 Rechn.	3 Relig. 2 Ntrg.							24	
23	Vorschullehr. Kasten	O 2															2 Sing.	2 Sing.	2 Singen		1 Singen 19				26	
24	Vorschullehr. Bootz	M 2														4 Rechn. 2 Relig.		2 Schr.				19			27	
25	Vorschullehr. Supply	O 3													2 Turn. 4 Rechn. 2 Schr.		1 Trnsp.						18		27	
26	Vorschullehr. Kath	M 1			6 Turnen													4 Dtsch. 4 Rechn.		20					28	und 6 honor. Turnst.
27	Vorschullehr. Wächter i. V. Gruner	M 3														2 Schr. 2 Turn.	2 Schr. 2 Turn.			2Trn.				18	28	
28	Vorschullehr. Richter	O 1											5 Franz.						2Trn. 20		1 Turnen				28	

B. Aufsatzthemata.

Deutsche Aufsätze.

O I. 1. Die Seelenstimmung Iphigeniens, die sich in ihrem ersten Monologe ausspricht, und die Bedeutung, die dieser für das ganze Drama hat. 2. Wie wird in Goethes Iphigenie über den Gegensatz zwischen Mann und Weib geurteilt? 3. Malerische und nichtmalerische Scenen aus dem Nibelungenliede. 4. Inwiefern bilden Goethes „Prometheus" und seine „Grenzen der Menschheit" einen reizvollen und zugleich einen Einblick in die Seele des Dichters gewährenden Gegensatz? 5. „Das ist nun das Geschick der Grossen hier auf Erden, Erst wenn sie nicht mehr sind, so recht erkannt zu werden." 6. Wer ist der tragische Held in Grillparzers „Argonauten? 7. Die tragische Schuld Othellos. 8. Drei Formen des tragischen Unterganges. Kortüm.

U I. 1. Welche Beispiele für „Mut" und seine Komposita (Edelmut, Grossmut usw.) bietet uns Schillers Balladendichtung? 2. Welche Charakterzüge Appianis und Marinellis finden wir in den beiden ersten Aufzügen der „Emilia Galotti"? 3a. Welches Kulturbild gewähren uns die Klöster in Scheffels „Ekkehard"? 3b. Wie rüsten sich Schloss und Hütte, Burg und Kloster zum Kampf gegen die Ungarn? n. Scheffels Ekkehard. 4. Welche Werke der Renaissance sind Gegenstand unserer Betrachtung gewesen? 5. Was hat die Natur gegeben, und was hat der Mensch getan, um Stettin zu einer Seestadt zu machen? 6. Graf York von Wartenburg, der Soldat, der Patriot, der Charakter. 7. Wie unterscheiden sich Agamemnon, Oidipus und Kreon in ihrem Verhalten gegen die Seher Kalchas und Teivesias? (nach Ilias I und Sophokles). 8. Wie offenbart sich Goethes Einfluss auf Schiller in der „Braut von Messina" und im „Tell"?

O II O. Sommer 1905. 1. Der sittliche Gedanke in Schillers „Kampf mit dem Drachen". 2. Vaterlandsliebe und Weltbürgertum (Patriotismus und Kosmopolitismus). 3. Charakteristik Siegfrieds. 4a. Die Stellung Walthers von der Vogelweide in dem Streite nach dem Tode Heinrichs VI. (Kl.-Aufs.). 4b. Gedankengang des Gedichtes von Walther von der Vogelweide „Ir sult sprechen willekommen". (Kl.-Aufs.).

Winter 1905/6. 1. Die Anlässe zum 2. punischen Kriege (nach Livius XXI.). 2. Questenbergs Anklage gegen Wallenstein und dessen Verteidigung (Kl.-Aufs.). 3. Wie beurteilen wir Oktavios Handlungsweise? 4. Vergleich der Reden der beiden Oberfeldherren vor der Schlacht am Ticin (Liv. XXI, 40—44). Dreist.

O II M. Sommer 1905. 1. Früh übt sich, was ein Meister werden will. 2. Eine deutsche Jagd im Mittelalter. 3. Die Vorzüge der Fussreisen. 4. Walther von der Vogelweide als Schöpfer des deutschen Vaterlandsliedes (Kl.-Aufs.). Schroeder.

Winter 1905/6. 1. Der Hunnenkönig Attila und der Ostgotenkönig Theoderich in Wahrheit und Dichtung (Hausaufs.). 2. Das tragische Ende Rüdigers von Bechlaren (Kl.-Aufs.). 3. Ernst ist das Leben, heiter ist die Kunst (Hausaufs.). 4. Eroberung Sagunts durch Hannibal (Kl.-Aufs.). Müller.

U II O. 1905/6. 1. Die Kaiserin Gisela in Uhlands Drama: „Ernst, Herzog von Schwaben". 2. Inwiefern wird in Lessings „Minna von Barnhelm" die deutsche Treue verherrlicht. 3. Der Gang der Handlung im ersten Akt der „Jungfrau von Orleans". 4. Inwiefern führt uns das erste Kapitel von Raabes „Schwarzer Galeere" in die Stimmung des Ganzen ein. 5. Rossbach und Jena. 6. Was unten tief dem Erdensohne Das wechselnde Verhängnis bringt, Das schlägt an die metallne Krone, Die es erbaulich weiter klingt. 7. Die Zusammenkunft der drei Vertreter der Schweizer im Hause Walter Fürsts zu Altorf. 8. Die Belagerung von Avarikum. 9. Inhalt und Gedankengang von Tells Monolog (Kl.-Aufs.) Gippe.

U II M. Sommer. 1. Das Wunderbare in Schillers romantischer Tragödie „Die Jungfrau von Orleans". 2. Schillers Gedicht „Kassandra" und der zweite Monolog aus der „Jungfrau von Orleans" (Kl.-Arbeit). 3. Der erste Akt in Schillers „Wilhelm Tell" (Kl.-Arbeit). 4. Tell und seine Tat. Müller.

Winter. 1. Wie begründen die Eidgenossen in der Rütliscene die Rechtmässigkeit ihrer Handlung? 2. Tell und der Apfelschuss. 3. Was berichtet Cäsar über Land und Leute von Germanien? 4. In welcher Weise begründet Lessing durch die Exposition die Handlungsweise der „Minna von Barnhelm"? 5. Was Phaeton bei Vater Sol zu sehen bekam? Boehmer.

Französische Aufsätze.

O I. Sommer. 1. Apogée de la monarchie absolue en France. 2. La noblesse et le clergé sous l'Ancien Régime. 3. Lutte entre la maison de Hohenstaufen et la papauté.

Winter. 1. L'Émile de Rousseau. 2. Qu'est-ce que c'est que la Patrie? 3. La Réforme religieuse. Pahl.

U I. Sommer. 1. Invasion de la Gaule par les Germains et par les Huns. 2. Expédition d'Égypte en 1798. 3. Jules César.

Winter. 1. Les Francs et Clovis. 2. Crimes des successeurs de Clovis. 3. Charlemagne Pahl.

O II M. 1. Premières Aventures de la Chanson des Nibelungs (Klasse). 2. Brunhild, reine d'Islande. 3. Préparatifs de Xerxès pour l'expédition de Grèce. 4. Le Requiem de Mozart. (Klasse). Schröder.

O II O. 1. Le départ de Tartarin. 2. Les phares de la côte. 3. Quels moyens les navigateurs ont-ils de connaître les points cardinaux? 4. Sur qnelle question des Biens nationaux la comédie de Sandeau „Mademoiselle de la Seiglière“ repose-t-elle? Plathe.

4.

Turnbetrieb.

Die Anstalt besuchten (mit Ausnahme der Vorschulklassen) im Sommer 551, im Winter 539 Schüler. Von diesen waren befreit:

	vom Turnen:		von einzelnen Übungen:	
auf Grund ärztlichen Zeugnisses	im S. 43,	im W. 50,	im S. 1,	im W. 2,
aus anderen Gründen	im S. 5,	im W. 2,	im S. 2,	im W. 2,
zusammen	im S. 48,	im W. 52,	im S. 3,	im W. 4,
also von der Gesamtzahl der Schüler	im S. 8,7 %,	im W. 9,6 %,	im S. 0,6%,	im W. 0,7 %.

Freischwimmer waren 291 von 539 Schülern.

Es bestanden bei 16 getrennt zu unterrichtenden Klassen 12 Abteilungen. Den Turnunterricht erteilten vornehmlich: Tank, Kath und Wächter. Gespielt wurden hauptsächlich Ballspiele und Barlauf. Im Laufe des Sommers machten mehrere Ordinarien mit ihren Klassen Ausflüge in die Umgegend.

Über die Seefahrt und den Nachtmarsch vergl. Chronik der Anstalt.

II. Aus den Verfügungen der vorgesetzten Behörden.

Das Königliche Provinzial-Schulkollegium bestimmt die Ausdehnung der Ferien für das Jahr 1906 folgendermassen:

Osterferien: von Mittwoch, den 4. April mittags, bis Donnerstag, den 19. April früh.

Pfingstferien: von Freitag, den 1. Juni nachmittags, bis Donnerstag, den 7. Juni früh.

Sommerferien: von Freitag, den 29. Juni mittags, bis Dienstag, den 31. Juli früh.

Herbstferien: von Sonnabend, den 29. Septbr. mittags, bis Dienstag, den 16. Oktober früh.

Weihnachtsferien: von Sonnabend, den 22. December mittags, bis Freitag, den 4. Januar 1907 früh.

III. Statistische Mitteilungen.

A. Frequenz-Tabelle für das Schuljahr 1905/1906.

	A. Real-Gymnasium.																	B. Vorschule.						
	Ia	Ib	IIa O.	IIa M.	IIb O.	IIb M.	IIIa O.	IIIa M.	IIIb O.	IIIb M.	IV O.	IV M.	V O.	V M.	VI O.	VI M.	**Sa.**	1 O.	1 M.	2 O.	2 M.	3 O.	3 M.	**Sa.**
1. Bestand am 1. Februar 1905 .	20	30	19	16	32	24	34	29	42	44	45	43	34	30	45	53	540	47	35	38	23	20	23	186
2. Abgang bis zum Schluss des Schuljahres 1905	9	1	1	2	8			1	1	3	1	1		1	5	10	46	4		1	1		1	7
3a. Zugang durch Versetzung zu Ostern 1905	17	6	21		31		27		38		33		31		43			37		19				
Zugang durch Übergang in den Coetus M.			2	12	1	3	1	3	7	14	11	6	1	1	10	9				1				
3b. Zugang durch Aufnahme zu Ostern 1905			2		2	1	3		1			2	1	2			14	4	4	3	1	19	1	32
4. Frequenz am Anfange d. Schuljahres 1905/6	28	18	25	24	34	27	31	30	46	48	44	39	33	29	53	42	551	41	39	23	23	19	23	168
5. Zugang im Sommer-Semester 1905												1	1	1			3				3			3
6. Abgang im Sommer-Semester 1905	8	1	2	6		15	4	1	4		3	3	1	4	4	7	63	1	2			1		4
7a. Zugang durch Versetzung zu Michaelis 1905	10	15		10		28		35		31		23		26		31			24		23			
Zugang durch Übergang in den Coetus O.			3	2	2		1	3	13	10	6	4	3	6	9	9		6	2	2				
7b. Zugang durch Aufnahme zu Michealis 1905	1			2	1			2				1	1	5	1	3	17	4	7	2	1	2	24	40
8. Frequenz am Anfang d. Winter-Semesters 1905	30	23	24	14	37	28	25	40	45	41	43	28	31	37	50	43	539	48	33	27	24	20	24	176
9. Zugang im Winter-Semester 1905/6											1					1	2	3	2	1		1		7
10. Abgang im Winter-Semester 1905/6		1										1				2	4	1	1			2		4
11. Frequenz am 1. Februar 1906	30	22	24	14	37	28	25	40	45	41	44	27	31	37	50	42	537	50	34	28	24	19	24	179
12. Durchschnittsalter am 1. Febr. 1906	19,2	18,0	17,1	16,8	16,2	15,4	15,0	14,7	14,3	13,5	12,8	12,1	11,6	11,3	10,5	9,8		9,4	8,7	8,2	7,7	7,0	6,5	

B. Religions- und Heimats-Verhältnisse der Schüler.

	A. Real-Gymnasium.							B. Vorschule.						
	Evngl.	Kath.	Dissid	Juden	Einh.	Ausw.	Ausl.	Evngl.	Kath.	Dissid	Juden	Einh.	Ausw.	Ausl.
1. Am Anfang des Sommersemesters 1905	505	7	1	38	465	86		146	1		21	163	5	
2. Am Anfang des Wintersemesters 1905/06	487	9	1	42	460	79		154			22	170	6	
3. Am 1. Februar 1906	485	9	1	42	459	78		157			22	173	6	

C. Übersicht der mit dem Zeugnis der Reife entlassenen Schüler.

Nr.		Namen	Geburtstag	Geburtsort	Konfession oder Religion	Stand des Vaters	Wohnort des Vaters	Jahre auf dem Real-Gymnasium	Jahre in Prima	Gewählte Berufsart
227	Michaelis 1905	Lenz, Fritz	9. 3. 87	Pflugrade Kreis Naugard	evangelisch	Gutsbesitzer	Pflugrade	9	2	Mathematiker
228		Schroeder, Willy	14. 1. 87	Stettin	„	Kaufmann	Stettin	9½	2	Mathematiker
229		Flügel, Fritz	7. 2. 86	Stettin	„	†Kaufmann	Stettin	6	2	Mathematiker
230		Jurisch, Ernst	23. 11. 86	Wolgast Kreis Greifswald	„	Apothekenbesitzer	Wolgast	3½	2	Jurist
231		Rosenthal, Alfons	15. 4. 87	Berlin	mosaisch	Kaufmann	Stettin	9	2	Theologe
232		Stöhr, Alfred	4. 2. 86	Stettin	evangelisch	Steuersekretär	Stettin	8	2	Bankier
233		Kirstein, Adolf	10. 3. 84	Stettin	„	Kaufmann	Stettin	10	3	Ingenieur (Maschinenbau)
234		Damrow, Paul	21. 1. 86	Kolberg	„	Regierungs-Kanzlist	Stettin	10	2½	Verwaltungsbeamter
235	Ostern 1906	Eiermann, Walter	27. 7. 87	Münster	„	Telegraphen-Sekretär	Stettin	7	2	Historiker
236		Schoenbeck, Otto	7. 9. 87	Gollnow Kreis Naugard	„	Lehrer	Gollnow	4	2	Arzt
237		Kaselow, Max	18. 5. 86	Penkun Kreis Randow	„	Landwirt	Penkun	7	2	Tierarzt
238		Ehrhardt, Otto	27. 9. 87	Stettin	„	Kaufmann	Stettin	9	2	Bankfach
239		Kasch, Alfred	6. 1. 85	Bärwalde Kr. Neustettin	„	Bürgermeister a. D.	Stettin	4	3	Zollbeamter
240		Grube, Gustav	5. 11. 85	Stettin	„	Rentenbank-Sekretär	Stettin	10½	2½	Bankfach
241		Scharbach, Carl	24. 5. 85	Stettin	„	Ingenieur	Regensburg		2	Neusprachler
242		Fischer, Ulrich	9. 1. 87	Stettin	„	Baumeister	Stettin	4	2	Ingenieur (Schiffsbau)
243		Zeeck, Walter	23. 3. 88	Wolgast Kreis Greifswald	„	Kaufmann	Wolgast	3	2	Jurist
244		Dahms, Otto	6. 1. 86	Ückermünde	„	Ziegeleibesitzer	Ückermünde	6	2	Marine-Zahlmeister
245		Kuppermann, Ernst	31. 7. 84	Wangerin Kr. Regenwalde	„	Kaufmann	Wangerin	10	3½	Arzt
246		Haase, Carl	28. 2. 86	Wolgast Kr. Greifswald	„	Fabrikinspektor	Wolgast	2	2	Neusprachler
247		Bratring, Kurt	11. 8. 86	Schönfeld b. Sammenthin	„	Kgl. Domänenpächter	Schönfeld	10	2	Forstmann

Das Zeugnis der Berechtigung zum einjährig-freiwilligen Dienst erhielten Michaelis 1905 25 Schüler, von denen 15 die Anstalt verliessen, Ostern 1906 30 Schüler, von denen 14 abgingen.

Schreiben des Provinzial-Schulkollegiums.

Die von den Standesbeamten an Stelle der Geburtsurkunden ausgestellten Geburtsscheine für Schul- und Unterrichtszwecke einschliesslich des Konfirmationsunterrichts sind in der Regel für die Aufnahme als genügend anzusehen (Ministerialerlass vom 8. 3. 05).

17. 6. 05. Statistische Erhebungen über die Berufswahl der Abiturienten des Kalenderjahres 1903 (Ostern und Michaelis) sind sorgfältig und genau anzustellen (Ministerialerlass).

28. 7. 05. Falls Prüflinge erst während der Lehrzeit der Prima in die Anstalt eingetreten sind, ist in Spalte 12 des Vordrucks A (Reifeprüfung) genau die Verfügung anzugeben, durch die ihre Aufnahme genehmigt und über die Anrechnung des Halbjahrs, in welches der Wechsel der Anstalt fiel, Entscheidung getroffen worden ist.

25. 7. 05. Es ist bisher in den preussischen Schulen allgemein guter Brauch gewesen, am Sedantage unter Ausfall des Unterrichts eine entsprechende Schulfeier zu veranstalten. Dieser Brauch ist auch weiterhin beizubehalten (Ministerialerlass vom 11. 7. 05).

16. 8. 05. Untersuchung über die Berufswahl der Abiturienten ist auch für weiter zurückliegende Zeit, und zwar zunächst versuchsweise für das Kalenderjahr 1894 anzustellen. (Min.-Erl.).

25. 9. 05. Das Königliche Provinzial-Schulkollegium hat den Herrn Regierungs-Präsidenten ersucht, das hiesige Schiller-Realgymnasium im Jahre 1908 hinsichtlich der hygienischen Verhältnisse einer Besichtigung unterziehen zu lassen.

20. 10. 05. Über die Teilnahme von Schülern am Stenographie-Unterricht ist nach dem Stande beim Beginne des Winterjalbjahres zu berichten.

7. 11. 05. Der Königlichen General-Ordenskommission sind alljährlich zum 15. 10. Veränderungs-Nachweisungen zur Ordensliste (nach einem beiliegenden Muster) einzureichen. Rücklieferung der durch Todesfälle erledigten Auszeichnungen wird geordnet (Min.-Erlass.).

11. 12. 05. Mit Rücksicht auf den Aufruf der Prima des Kaiser-Wilhelms-Gymnasiums in Hannover ist Sorge zu tragen, dass dem Fortgange der durch den Aufruf gegebenen Anregung keine Hindernisse in den Weg gelegt werden, andererseits aber auch alles fern gehalten wird, wodurch etwa die vollständige Freiwilligkeit der Beteiligung an der Spende in Frage gestellt werden könnte (Min.-Erlass vom 8. 12. 05).

Schreiben des Magistrats.

8. 4. 05. Die Glaserreparaturarbeiten an dem Schiller-Realgymnasium sind für das Etatsjahr 1905/6 dem Glasermeister Th. Hass, Grenzstrasse 28a, übertragen worden; die Preise sind (No. 1—11) vereinbart.

3. 5. 05. Zur Beschaffung der nötigen Unterrichtsmittel zur Durchführung des Zeichenunterrichts nach der neuen Methode sind für das Schiller-Realgymnasium 200 Mark bewilligt worden.

31. 5. 05. An den Tagen der Hochzeitsfeierlichkeiten Seiner Kaiserlichen und Königlichen Hoheit des Kronprinzen, am 4., 5. und 6. Juni d. J., sind auf allen städtischen Gebäuden die Flaggen zu ziehen.

24. 5. 05. An Brennmaterial ist für 1905/6 festgesetzt: Holz 15 cbm, Steinkohlen 150 Ctr., Braunkohlen-Briketts 1400 Ctr.

8. 5. 05. Der Schuldiener hat, falls er nach stattgehabten grösseren Reparaturen zur unentgeltlichen Reinigung nicht verpflichtet zu sein glaubt, vor Inangriffnahme der Arbeit die Entscheidung der Stadt-Schul-Deputation herbeizuführen, die über Notwendigkeit und Höhe einer besonderen Entschädigung bestimmt.

20. 6. 05. Die Veränderung des Etats, welche wir betreffs der Schulbibliotheken vorgenommen haben, soll lediglich verhüten, dass kostbare Werke in mehr als nötiger Zahl angeschafft werden. Auf die Komplettierung vorhandener Fortsetzungswerke und einstweilige Fortführung vorhandener Zeitschriften bezieht sich die Änderung danach bei Ihrer Schulbibliothek nicht.

16. 8. 05. Für die Schulen halten wir die Abhaltung von feierlichen Akten am 2. Sept. für zweckentsprechend und ersuchen, in diesem Sinne die nötigen Veranstaltungen zu treffen.

30. 11. 05. Die im diesjährigen Etat befindliche Klausel betreffend die Lehrerbibliotheken der Gymnasien ist gestrichen unter gleichzeitiger Genehmigung der in der Konferenz vom 31. Okt. formulierten Vereinbarung.

20. 1. 06. Bei dem sehr grossen Verkehr zwischen der Schulverwaltung und den Leitern der Schulen dient es zur wesentlichen Erleichterung der Geschäfte, dass nur ausnahmsweise Sachen geschlossen übermittelt werden. Es hat sich ein Übelstand umso weniger ergeben, als die Schuldiener eben so gut wie das Bureaupersonal ihre Pflichten als Beamte kennen. Sollte einmal einer diese verletzen, so ist es für den Herrn Schulleiter ein Leichtes, ihn darauf hinzuweisen.

IV. Chronik der Schule.

Das Schuljahr begann am 27. April, morgens 8 Uhr.

Zu vertreten waren im Laufe des Jahres:

Prof. Kuntze bis zum 1. Juli, Prof. Dr. Haas bis zu den Sommerferien, Prof Gülzow in der halben Stundenzahl während des ganzen Jahres und in allen Stunden von den Sommerferien bis zu den Herbstferien, Oberlehrer Kortüm vom 22. August bis zu den Herbstferien, Prof. Dr. Lorenz vom 22. 5. bis 5. 8. 05.

Ausserdem fehlten wegen Krankheit, nebenamtlicher Tätigkeit u. a. a. U.:

Lotze 11 Tage, Lehmann 10, Krankenhagen, Gülzow, Supply und Nieder 9, Dreist und Kortüm 7, Kath $5^1/_2$, von Niessen und Richter 4, Kolisch, Boehmer und Bootz 3, Winkelmann $2^1/_2$, Kasten 2, Martens 1; Schroeder und Plathe je einen halben Tag.

Zur Unterstützung in der Vertretung war unsere Anstalt während des ganzen Jahres vom Magistrat Herr Lehrer Gruner zugewiesen und ausserdem wurden dem vom Prov.-Schul-Koll. zugewiesenen Herrn Cand. Nieder die Vertretungskosten für eine halbe Stelle bewilligt. Der für die frei gewordene Oberlehrerstelle gewählte Oberlehrer Meyer tritt erst zu Ostern 1906 sein Amt bei uns an.

Otto Richter, geb. den 17. 2. 73, trat am 1. 4. 93 in den öffentlichen Schuldienst. Er war vom 1. 10. 97 bis zu seinem Übergang an die Vorschule des Schiller-Real-Gymnasiums an der 17. Gemeindeschule Stettins Lehrer.

Den Professoren Dr. von Niessen und Pahl wurde am 10. 5. 05 der Rang der Räte IV. Klasse verliehen.

Dem Professor Kuntze wurde am 22. 5. 05 der Rote Adler-Ordeu IV. Klasse verliehen. Da die physischen Kräfte dem lebhaften Geiste zu oft versagten und ihm die Ausübung seiner Lehrtätigkeit unmöglich machten, schied Otto Kuntze am 1. Juli aus unsern Reihen, die damit ärmer wurden um einen Mann von vielseitiger, tiefgründiger Bildung, echter patriotischer Empfindung und einer Martin Luther nacheifernden Wahrheitsliebe. Seine liebevolle Beschäftigung mit den Geistesheroen vergangener Zeiten wirkt mittelbar weiter auf die für den Hauch klassischer Dichtung empfängliche Jugend unserer Anstalt.

Die Oberlehrer Dr. Gülzow, Tanke und Dr. Haas erhalten das Professoren-Patent am 27. 1. 05 und den Rang der Räte IV. Kl. am 12. 3. 06.

Der Gesundheitszustand unserer Schüler war gut.

Die Festrede bei der Schillerfeier am 9. Mai hielt der Direktor. Die Klassen IV—VI machten einen Ausflug unter den Herren Tank, Kath und Wächter.

Am 29. August begab sich die Schule am Vormittage nach dem Königlichen Bauhofe zur Besichtigung des Stapellaufes von dem Dampfer Kaiser Wilhelm II.

Am 30. August fuhren 13 Lehrer, 11 Gäste und 413 Schüler zur Besichtigung der britischen Flotte nach Swinemünde und in die Ostsee. Am Nachmittage machten die einzelnen Klassen

Spaziergänge auf Usedom und Wollin. Für unsere Extrafahrt zahlten wir — abgesehen von 33 Schülern, die Freikarten erhielten — jeder 1,50 Mark. 4 Mark Zuschuss leistete die Schülerkasse.

Bei der Sedanfeier erhielten 2 Turner die Medaille, 21 die Schleife. Ein Quintaner erhielt die Franz-Ehrenwerthprämie.

Am 23. September fuhr der Direktor mit 22 Schülern zur Ödipusaufführung nach Anklam.

Am 10. Februar 06 machten der Direktor und die Kollegen Tank, Kath und Wächter mit 134 Turnern von Podejuch aus einen Nachtmarsch durch die mondbeleuchtete Schneelandschaft der Buchheide.

Die Festrede am Geburtstage des Kaisers hielt Oberlehrer Dreist. Als Geschenk Seiner Majestät erhielt der Primus der Schule, Eiermann, das Buch von Bohrt „Deutsche Schiffahrt".

Bei der Feier der Silbernen Hochzeit unseres Kaiserpaares hielt die Festrede Professor Dr. von Niessen.

Die Reifeprüfungen unter dem Vorsitze des Herrn Provinzialschulrat Dr. Friedel wurden abgehalten am 16. September 1905 und am 31. März 1906.

Der Bestand der Schülerkasse betrug zu Ostern 1905 603,59 Mark (Sparkassenbuch 450 Mark und 153,59 baar).

Ausgaben = 294,10 Mark (Beitrag für die Schülerbibliothek, deren Etat nur für neue Einbände reichte, 100 Mark; Unterstützung eines Abiturienten 100 Mark, Beitrag an die Ödipusfahrer 56 Mk., zur Flottenschau 4 Mk., für 1 Buch der Schülerbibliothek 6,75 Mk., Ausbesserung der Fahne 3,64 Mk., instrumenta rustica im geograph. Schulgarten 23,71 Mk.).

Einnahmen für drei plattdeutsche Vorträge des Direktors 371,35 Mark. Bestand 450 Mk. (Sparkassenbuch) + 230,25 Mk. baar.

V. Sammlung von Lehrmitteln.

1. Vermehrung der Lehrerbibliothek. (Bibliothekar: Prof. Dr. Krankenhagen.)

A. Durch Anschaffung aus den etatsmässigen Mitteln: Schwindrazheim, Deutsche Bauernkunst. — Pommersches Urkundenbuch, V. — Wehrmann, Geschichte von Pommern, II. — Verhandlungen der Direktoren-Versammlungen, Bd. 70. — Stieler, Hand-Atlas, 9. Aufl. — Stettiner Adressbuch für 1906. — Von den folgenden Werken die 1905 erschienenen Fortsetzungen: Grimm, Wörterbuch; Knackfuss, Künstler-Monographien; Geographisches Jahrbuch; Encyklopädie der mathematischen Wissenschaften; Leimbach, Die deutschen Dichter der Gegenwart; Goethe, Weimarsche Ausgabe; Migula, Kryptogamen. — Jahrgang 1905 der folgenden Zeitschriften: Centralblatt für die gesamte Unterrichtsverwaltung; Naturwissenschaftliche Rundschau; Zeitschrift für das Gymnasialwesen; Literaturblatt für germanische und romanische Philologie; Petermanns Mitteilungen; Zeitschrift für den deutschen Unterricht; Zeitschrift des Vereins für Volkskunde; Historische Zeitschrift (Sybel); Zeitschrift für den französischen und englischen Unterricht. —

B. Durch Geschenke: Vom Herrn Minister: Annalen der Physik, Vierte Folge, Bd. 16, 17, 18; Deutsche Literaturzeitung, herausg. von Hinneberg, 26. Jahrg.; Jahrbuch für Volks- und Jugendspiele, 1905; Universitäts-Kalender, 1905; Offizier-Ergänzungs-Vorschrift vom 18. 3. 1905. — Vom Herrn Direktor Sievert: Programme des Friedr.-Wilh.-Realgymnasiums in Stettin, 1842—1902. — Von den Herren Vorstehern der Kaufmannschaft: Bericht der Vorsteher der Kaufmannschaft zu Stettin, 1904, 2 und 1905, 1. — Vom Herrn Verfasser: von Niessen, Geschichte der Neumark. —

2. Erwerbungen der **Schülerbibliothek** (verwaltet durch Prof. Dr. Haas).

B. Otto, Unser Besuch im Kieler Kriegshafen. 2 Ex., geschenkt vom Königl. Provinzial-Schulkollegium. — K. Neumann-Strela, Unser Kaiserpaar. Geschenkt und durch den Direktor überwiesen. — Dem deutschen Kaiserpaar im Silberkranze. Geschenkt und durch den Direktor überwiesen. — Lehmann-Schiller, Geschichten aus Homers Odyssee, geschenkt vom Direktor.

Die folgenden 43 Werke sind sämtlich aus einer von Herrn Gymn.-Direktor Dr. Lehmann überwiesenen Schenkung von 100 Mark beschafft: Th. Carlyle, Friedrich der Grosse (ed. K. Linnebach). — K. Tanera, Das Erbe der Abencerragen. — S. Gr. Wolf-Baudissin, Ums Vaterland. — M. Twain, Prinz und Bettelknabe (ed. H. Lobedan). — F. v. Köppen, Das deutsche Reich (ed. J. Vogel). — P. Rosegger, Wildlinge. — P. Rosegger, Als ich jung noch war. — A. Ohorn, Unter deutscher Eiche. — P. Kuckuck, Der Strandwanderer. — M. Eyth, Hinter Pflug und Schraubstock. — J. C. Heer, An heiligen Wassern. — P. Regell, Das Riesen- und Isergebirge. — M. Lenz, Napoleon. — P. Lehmann-Schiller, Geschichten aus Homers Odyssee. — C. Blümlein, Im Kampf um die Saalburg. — K. Kraepelin, Naturstudien in der Sommerfrische. — W. Fischer, Helft einander! — Fr. Rochlitz, Tage der Gefahr (ed. R. Siegemund). — R. v. Werner, Erinnerungen aus dem Seeleben. — O. Klaussmann, Die Nibelungen. — J. Pederzani-Weber, Junge Helden. — M. Felde, Der Arrapahu. — Bernstorff, Auf grosser Fahrt. — G. Jahn, die deutschen Freiheitskriege 1813—1815. — W. Wittgen, Die Salzburger. — Fr. Bidlingmaier, Zu den Wundern des Südpols. — H. Braun, Heideblumen. — J. Pederzani-Weber, Die Hussiten in der Mark. — B. Clement, Das Rebenhäusel. — R. Roth, Der Tolpatsch. — B. Jakobi, Die Rache u. and. Erz. — G. Nieritz, Die Hunnenschlacht. — G. Nieritz, Das vierte Gebot. — W. Frey, Die Hütte am See. — F. Schmidt, Bilder aus der Zeit Friedr. Wilh. III und Luisens. — H. Lange, Klar zum Gefecht. — M. Spörlin, Der Kaisersberger Doktor u. and. Erz. — J. Spyri, Die Stauffer Mühle. — J. W. O. Richter, Ein deutscher Seemann aus der Zeit Friedrichs d. Gr. — J. W. O. Richter, Stralsund zur Zeit der Seeräuber. — H. Wiessner, Das Darsemoor. — Fr. Hoffmann, Das grosse Los. — R. Roth, Spät vergolten.

3. Für die **geschichtlich-erdkundliche Sammlung** (unter Aufsicht von Professor Boehmer) wurden angeschafft: Gaebler, Australien (physik.); Gaebler, Asien (physik.).

4. Für das **physikalische Kabinett** (verwaltet von Prof. Dr. Krankenhagen) wurden angeschafft: Ein Objectiv für das Skioptikon. 2 kg Widerstandsdraht. Polklemmen. 1 kg Quecksilber. Einige Chemikalien. Dynamomaschine für Wechsel- und Drehstrom, Tesla-Motor. — Geschenkt wurden vom Kreis-Krieger-Verbande Stettin-Randow: 15 m Leitungs-Kabel und ein Hebel-Ausschalter.

5. Für die **naturwissenschaftliche Sammlung** (verwaltet von Prof. Winkelmann) wurde eine Eiersammlung angekauft. Es wurden geschenkt: Herr Regierungsbaumeister Schütz mehrere Eidechsen, Schlangen und besonders eine grössere Anzahl schöner Käfer (darunter mehrere Goliath, Oryctes), Heuschrecken aus Kamerun; Herr Oberlehrer Kortüm einen Buccard; Herr Schiffskapitän Krüger einen Kopf vom Albatros, vier Schildkröten (Cistudo carolina, Cinixys belliana und erosa, Testudo graeca), Monazitsand aus Brasilien; Herr Rector Schröder eine schöne Sammlung einheimischer Fliegen; Herr Zeichenlehrer Lotze eine Blaumeise; Herr Kaufmann Wossidlo einen Zweig von Phoenix farinifera mit Früchten; Herr Kaufmann Brandt verschiedene Mineralien und Producte aus der schwedischen Feldspatindustrie; Herr Studiosus Christ eine Flasche mit Kieselfluorwasserstoffsäure und Calciummetall. Von Schülern der Anstalt gingen folgende Geschenke ein: Freybe UII ein zerschossener und durch Überwallung wieder verwachsener Schenkel vom Reh; Schirmer IV ein Schädel vom Wildschwein; Uebner VI ein Geweih vom Reh; Koosch UIII einen Eichelhäher; Stein IV einen Turmfalk; Schlüter V eine Ohreule, einen Halsbandpapagei; ferner aufgestellte Beine von der Pute und dem Haushuhn; Steinhöfel VI eine Raubmöve; Breitenfeld VII die abgestossene Haut der Ringelnatter; Miller IV eine ebensolche der Äskulapschlange; Salis I drei Neunaugen (darunter die seltene gelbe Form; Metzler OIII einen Stachelfisch (Diodon hystrix); Scharbach OI einen Hummer aus dem Bosporus; Wagner UII mehrere Insecten; Dittmer IV einen Zweig der Libanonceder mit Zapfen, eine Mandelfrucht; Scharbach OI zwei Flaschen mit rumänischem Rohpretoleum; Erdmann OI Producte der Stärkezuckerindustrie; Helm VI zwei Stettiner Kugeln mit schöner Pectenmuschel. — Ausserdem eine Tafel, das Innere eines Kohlenbergwerks darstellend, und eine auf welcher die in Deutschland und den angrenzenden Ländern vorkommenden Salzbergwerke, Salinen und Solquellen verzeichnet sind. Herr Mertens sechs Stangen vom Damhirsch.

6. Für das **chemische Laboratorium** (verwaltet von Prof. Winkelmann) wurden die verbrauchten Geräte und Chemikalien ersetzt.

7. Die **Kunstsammlung** (verwaltet vom Direktor) ist vermehrt durch ein Geschenk des Herrn Ministers: Wandbilder zur deutschen Geister- und Sagenwelt. II. Serie 1—4.

8. Der **Zeichenapparat** (Zeichenlehrer Lotze) ist vermehrt: 1. durch Schenkung: 1 Eichelhäher von Herrn Dr. Lober, 1 Turmfalk von Obersekundaner Stein, 1 Rehkrone. 2. durch Ankauf: 1 Nautilusgehäuse; 5 versch. Schneckengehäuse; 17 versch. teils glasierte, teils unglasierte Steingutgefässe; 2 Bronzegefässe; 1 Kanne und 1 Becher aus Zinn; 1 kleines Jagdhorn; 1 verkupferter Trichter; 1 Leuchter und 1 Rosette aus Schmiedeeisen; 1 Palme; 1 Maiskolben; 2 versch. Spankörbe; 1 Holzschuh; 17 verschiedene einheimische und exotische Schmetterlinge.

VI. Stiftungen und Unterstützungen von Schülern.

Vergl. das Programm vom Jahre 1904.

VII. Mitteilung an die Eltern.

Das neue Schuljahr beginnt am 9. April, morgens 8 Uhr. Die Aufnahme neuer Schüler erfolgt am Mittwoch, den 18. April, für die Realgymnasialklassen um 10 Uhr, für die Vorschule um 11 Uhr.

Die letzte und die erste Woche des Semesters eignen sich am wenigsten zu Besprechungen mit dem ohnehin überbürdeten Direktor.

Dir. Dr. Paul Lehmann.

34351

Gedruckt bei Hermann Saran, Stettin.