PROGRAMM

der

höheren Bürgerschule

zu

Gumbinnen,

durch welches zu der

öffentlichen Prüfung der Schüler

Freitags den 19. März d. J.

im Namen des Lehrer-Collegiums

ergebenst einladet

Rector Dr. H. Schwarz.

Inhalt: 1) Beiträge zum Rechenunterrichte
2) Schulnachrichten
von dem Rector.

Gumbinnen.
Gedruckt bei Wilh. Krauseneck.
1880.

1880. Programm Nr. 21.

Beiträge zu dem Rechenunterricht.

Der Rechenunterricht auf höheren Schulen hat vor allem die Aufgabe die grösstmögliche Fertigkeit des Kopf- und Zifferrechnens zu erzielen; aber er soll auch den wissenschaftlichen Cursus der Arithmetik, welcher in Quarta, resp. Tertia beginnt, gehörig vorbereiten und selber die Anfänge wissenschaftlicher Einsicht geben. Wie letzteres geschehen kann, zeigen des Unterzeichneten Grundzüge für den Rechenunterricht (Halle 1870 bei L. Neber); indessen sind dieselben nicht überall so einfach gehalten, wie sie es sein müssen, und bedürfen nach mehrerer Seiten der Ergänzung. Auch dürfte es nicht überflüssig sein, in mehreren einzelnen Fällen darzulegen, wie die Einübung des Lehrstoffes einzurichten sei. Aus diesen Erwägungen sind die nachfolgenden Ausführungen hervorgegangen.

1.

Das Pensum der Sexta umfasst eine eingehende Repetition der vier Species in ganzen Zahlen, die Anwendung derselben auf das Rechnen mit benannten Zahlen und eine möglichst anschauliche Einführung in die Bruchrechnung. Der bezeichneten Repetition muss sich eine derartige Erweiterung und Ergänzung des Lehrstoffes verknüpfen, dass die Lehre von den Grundrechnungsarten die wichtigsten Erklärungen und Sätze der allgemeinen Arithmetik in sich aufnimmt. Neues wird dadurch eigentlich nicht gebracht. Denn der vorbereitende Unterricht der Volks- und Vorschule, der überall, wo er vorschriftsmässig ertheilt wird, als mustergültig bezeichnet werden darf, hat durch Anschauung und zahlreiche Beispiele den Inhalt jener Sätze längst zum geistigen Eigenthum der Schüler gemacht und im Wesentlichen kommt es nur darauf an, dieselben unter Anwendung der technischen Benennungen zu formuliren.

Nach sorgfältiger Einübung und Einprägung der decadischen Zahlengesetze (§. 1, 2, 3 der Grundzüge), wird zur Addition übergegangen, für welche die Grundzüge in vier Paragraphen einen genügenden Anhalt darbieten:

§. 4. *Zwei oder mehrere Zahlen addiren heisst eine Zahl bilden, welche alle in den einzelnen Zahlen gesetzte Einheiten in sich zusammenfasst.* Das Zeichen der Addition ist + (gelesen plus oder mehr), die Zahlen, welche addirt werden, heissen Posten oder *Summanden*, die herauskommende Zahl *Summe*.

§. 5. *Die Ordnung der Summanden ist gleichgültig*, d. h. in welcher Reihenfolge die Summanden auch addirt werden mögen, es kommt immer dieselbe Summe heraus, z. B. $3 + 5 = 5 + 3$.

Der Beweis ist folgender: Die Einsen des Ausdruckes

$$\underline{1 + 1 + 1} \;+\; \underline{1 + 1 + 1 + 1 + 1}$$

von links nach rechts zusammen gezählt, ergeben die Summenformel $3 + 5$; dagegen von rechts nach links zusammengezählt, bringen sie die Summenformel $5 + 3$ hervor. Nun ist die Menge der gezählten Einsen in beiden Fällen eine und dieselbe: also folgt $3 + 5 = 5 + 3$.

§. 6. *Die Summanden können auch gruppenweise zusammengezogen und darauf die Summen der einzelnen Summanden zur Hauptsumme vereinigt werden:* z. B.

$$50 + 6 + 20 + 3 = 70 + 9 = 79.$$

§. 7. *Statt eine Zahl auf einmal kann man auch die Theile der Zahl hinter einander addiren*, z. B. $56 + 23 = 56 + 20 + 3$ oder auch $56 + 3 + 20$.

Zur Klarlegung und Befestigung dieser Sätze können verwandt werden:

1) Beispiele von Summen, die bei einer bestimmten Reihenfolge der Summanden leicht berechenbar sind, z. B. $38 + 7 + 3$;

2) Beispiele von gruppenweisen Additionen, welche demselben Zwecke dienen, z. B.

$$87 + 6 + 3 + 4 = 90 + 10 = 100.$$

3) die mündliche und schriftliche Berechnung dreigliedriger Summen in der Art, dass zu der Summe der 1ten und 2ten Zahl die 3te Zahl hinzugefügt wird;
„ „ „ „ 1 „ „ 3 „ „ „ 2 „ „ „ „
„ „ „ „ 2 „ „ 3 „ „ „ 1 „ „ „ „

4) die doppelte Ausführung von schriftlichen Additionen, indem man das eine Mal von oben nach unten und das andere Mal von unten nach oben addirt (Additionsprobe).

5) Addition durch Zerlegung eines Summanden, z. B.

$$18 + \underbrace{9}_{2+7} = 20 + 7 = 27; \quad 277 + \underbrace{69}_{23+46} = 300 + 46 = 346;$$

6) Zerlegung von einzelnen Zahlen in ihre Theile auf mehrfache Art, z. B.

$$12 = 3 + \underbrace{9}_{4+5} = 3 + 4 + 5.$$

7) Addition der Glieder von arithmetischen Progressionen, z. B. der 8 ersten ungeraden Zahlen, der 10 ersten durch 3 theilbaren Zahlen, der 9 ersten Zahlen, welche durch 5 dividirt den Rest 2 lassen.

Die zuletzt angedeutete Aufgabe kann etwa wie folgt behandelt werden:

$$2 + 7 + 12 + 17 + 22 + 27 + 32 + 37 + 42 = ?$$

Die doppelte Summe wird erhalten, indem man die ursprüngliche Reihe und die umgekehrte Reihe zu einander addirt; sie ist mithin gleich

$$\begin{array}{r} 2 + 7 + 12 + 17 + 22 + 27 + 32 + 37 + 42 \\ + 42 + 37 + 42 + 27 + 22 + 17 + 12 + 7 + 2 \end{array}$$

Wenn man zwei in derselben Verticalreihe befindliche Zahlen zusammenzieht, erhält man so oft 44, als Glieder vorhanden sind, also 9 . 44 = 396. Wenn aber die doppelte Summe 396 ist, so ist die einfache Summe die Hälfte von 396, also

$$2 + 7 + 12 + 17 + 22 + 27 + 32 + 37 + 42 = 198.$$

Die Anwendung von Klammern wird in den einfachsten Fällen schon jetzt zu erklären sein, z. B. $18 + (3 + 4) = 18 + 7$, $18 + 3 + 4 = 21 + 4$.

Nach diesen Vorbereitungen kann, zunächst unter Beschränkung auf zweiziffrige Zahlen an die Begründung der Regeln für das Zifferrechnen herangegangen werden: die Summanden werden als die Summe der Stellenwerthe ihrer Ziffern betrachtet und die Addition dann gruppenweise ausgeführt — zuerst sind die Einer und darauf die Zehner zu addiren — die Zehner, welche bei der Addition der Einer sich etwa ergeben, zieht man zu der Summe der Zehner — die Hunderte, welche bei der Addition der Zehner sich etwa ergeben, werden in der Stelle der Hunderte vermerkt. Die Addition drei oder mehrziffriger Zahlen ist hiernach leicht verständlich und kann etwa so verdeutlicht werden:

9583 =	0 Zehntausende	9 Tausende	5 Hunderte	8 Zehner	3 Einer.
285 =			2 „	8 „	5 „
997 =			9 „	9 „	7 „
2078 =		2 „	0 „	7 „	8 „
1132	1	1	3	2	
12943	1	$^{1}2$	$^{1}9$	$^{3}4$	$^{2}3$

Alle angedeuteten Uebungen fallen grossentheils dem mündlichen Unterrichte in der Classe anheim, da sie für häusliche Uebungen nur wenig Anlass bieten. Aufgaben für das Zifferrechnen müssen in mässiger Anzahl von Stunde zu Stunde nebenhergehen. Dieselben können den gewöhnlichen Sammlungen entnommen werden, sind aber unerlässlich, da die Unterrichtsstunden durch die Erörterung und Einübung des Lehrstoffes, welchem das Kopfrechnen von selbst sich verknüpft, in zweiter Linie auch durch die Anweisung zu der Anfertigung von schriftlichen Aufgaben völlig ausgefüllt werden. Ohne die häusliche Uebung kann mithin keine Fertigkeit und Sicherheit im Zifferrechnen erzielt werden.

Die Addition benannter Zahlen beruht auf denselben Gründen wie die Addition mehrziffriger Zahlen und bietet die willkommene Gelegenheit alle Additionssätze zu wiederholen.

Analog mit der Einübuug der Additionssätze erfolgt die Einprägung und Einübung der Sätze, welche die Subtraction, Multiplication, Division betreffen. Die für diesen Zweck dienlichen Aufgaben muss jeder Lehrer sich selber zusammentragen, da die bisher erschienenen Aufgabensammlungen nach dieser Seite hin nicht ausreichen.

2.

Indem man die Division als die Umkehrung der Multiplication betrachtet, kommt der Umstand zum Vorschein, dass sie einen doppelten Sinn zulässt. Die hieraus zu ziehenden Consequenzen werden in den Lehrbüchern für den Rechenunterricht nicht gehörig berücksichtigt. Sämmtliche Divisionssätze, sofern sie allgemein gültig sind, müssen auf doppelte Art, sowohl für den einen, wie für den anderen Sinn der Division hergeleitet werden. Bei Stellung der Aufgaben sind Divisionen, die ein Enthaltensein des Divisors in dem Dividendus ausdrückeu, stärker, als es bisher üblich war, zu berücksichtigen.

Weiterhin führt das Dividiren als ein Theilen aufgefasst auf die Bruchrechnung, die noch dem Elementarunterrichte anheim fällt. Hingegen die Lehre von den Verhältnissen und Proportionen, in welchen das Dividiren ein Messen ist, gehört schon in den wissenschaftlichen Unterricht.

Ein naheliegendes Beispiel aus der Bruchrechnung möge zeigen, wie die Auffassung der Division die Theorie beeinflusst.

Für die Division zweier Brüche pflegen zwei Regeln aufgestellt zu werden. Entweder wird der unveränderte Dividendus mit dem umgekehrten Divisor multiplicirt oder man macht die Brüche gleichnamig und dividirt die Zähler. Die Herleitung beider Regeln setzt voraus, dass die Division in dem einen Falle den Sinn einer Theilung, in dem andern Falle den Sinn eines Verhältnisses hat. Bei genauer Betrachtung erhellt, dass in beiden Fällen die nämlichen Zahlenoperationen vorzunehmen sind.

Nachfolgende Sätze enthalten den Versuch die Grundlagen der Theorie in einwendungsfreier Weise darzustellen.

1. ***Dividiren heisst aus einem Producte und dem einen Factor desselben den andern Factor ermitteln.*** Hierbei treten für das Product und den einen Factor desselben andere Benennungen ein. Das Product heisst ***Dividendus***, der eine gegebene Factor heisst ***Divisor*** und der andere zu ermittelnde Factor ***Quotient.***

Wenn in dem Producte, welches den Dividendus hervorbringt, der Divisor den Multiplicator und der Quotient den Multiplicandus darstellt, so ist das Zeichen der Division ein horizontaler Strich (Bruchstrich), über welchem der Dividendus und unter welchem der Divisor steht. Wenn dagegen in dem Producte, welches den Dividendus hervorbringt, der Divisor den Multiplicandus und der Quotient den Multiplicator darstellt, so ist das Zeichen der Division ein Doppelpunct, vor welchem der Dividendus und nach welchem der Divisor steht.

Die Formel $\frac{12}{3}$ wird gelesen: „der 3te Theil von 12“ oder „12 getheilt durch 3“ oder „12 durch 3“; dagegen die Formel $12 : 3$ heisst: „das Verhältniss von 12 zu 3“ oder „12 gemessen durch 3“ oder „3 ist in 12 enthalten“ oder „3 in 12“.

Nach der Definition hat man $\frac{12}{3} = 4$, denn $3 \,.\, 4 = 12$,

$$12 : 3 = 4, \text{ denn } 4 \,.\, 3 = 12.$$

2. a) ***Wenn die Division den Sinn einer Theilung hat, so ist der Quotient diejenige Zahl, welche mit dem Divisor multiplicirt den Quotienten hervorbringt***, z. B.

$$\frac{48}{6} = 8, \text{ denn } 6 \,.\, 8 = 48.$$

$$\frac{48\ M.}{6} = 8\ M., \text{ denn } 6 \,.\, 8\ M. = 48\ M.$$

$$\frac{48 \text{ cm}}{6} = 8 \text{ cm}, \text{ denn } 6 \,.\, 8 \text{ cm} = 48 \text{ cm}.$$

b) *Wenn die Division den Sinn eines Verhältnisses oder einer Messung hat, so ist der Quotient diejenige Zahl, mit welcher der Divisor multiplicirt den Quotienten hervorbringt,* z. B.

$48 : 6 = 8$, denn $8 . 6 = 48$
$48\ M. : 6\ M. = 8$, denn $8 . 6\ M. = 48\ M.$
48 cm : 6 cm $= 8$, denn $8 . 6$ cm $= 48$ cm.

c) *Der Quotient zweier Zahlen ist eine Zahl, welche mit dem Divisor durch Multiplication verbunden den Dividendus hervorbringt.*

3. a) *Wenn der Dividendus eine benannte, der Divisor eine unbenannte Zahl ist, so hat die Division den Sinn einer Theilung und der Quotient dieselbe Benennung wie der Dividendus.*

b) *Wenn dev Divisor eine unbenannte ganze Zahl ist, so lässt sich der Dividendus als ein Ganzes vorstellen, welches in soviel gleiche Theile zerfällt, als der Divisor anzeigt; der Quotient giebt die Grösse der gleichen Theile an.*

4. a) *Wenn der Dividendus und der Divisor beide benannte Zahlen sind, so hat die Division den Sinn eines Verhältnisses oder einer Messung und der Quotient ist eine unbenannte Zahl.*

b) *Wenn ber Quotient eine unbenannte ganze Zahl ist, so wird der Dividendus durch den Divisor im engeren Sinn des Wortes gemessen, der Divisor ist ein Mass das Dividendus und der Quotient giebt an, wieviel mal der Divisor in dem Dividendus enthalten ist.*

5. a) *Wenn der Dividendus und der Divisor beide unbenannte Zahlen sind, so ist auch der Quotient eine unbenannte Zahl und beide Divisionszeichen sind mit einander vertauschbar; die Division kann also nach Willkür in dem Sinne einer Theilung oder in dem Sinne einer Messung aufgefasst werden.*

b) *Wenn der Dividendus und der Divisor beide benannte Zahlen oder der Dividendus eine benannte und der Divisor eine unbenannte Zahl ist, so sind die beiden Divisionszeichen nicht vertauschbar und die eine wie die andere Division nur eindeutig.*

Der Beweis beruht darauf, dass jede Multiplikation mit einem benannten Multiplicator widersinnig ist.

In den obigen Sätzen kommt zweimal der Ausdruck „ganze Zahl“ vor und dieser Ausdruck ist allerdings nur verständlich, wenn der Bruchbegriff in das Bewusstsein aufgenommen ist. In der That hat dies der erste vorbereitende Unterricht bereits bewerkstelligt, indem er massenhaft Gleichungen wie: $\frac{1}{2}$ von $8 = 4$, $\frac{2}{3}$ von $12 = 8$, die Hälfte von 7 ist $3\frac{1}{2}$ eingeübt hat und es ist den Schülern nur noch mitzutheilen, dass Zahlen wie $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, $3\frac{1}{2}$ Brüche, dagegen die natürlichen Zahlen 1, 2, 3 u. s w. ganze Zahlen heissen. Wenn eine Anzahl mangelhaft vorgebildeter Schüler hiervon nichts verstehen sollten, so darf das Opfer einiger Stunden zur Aufklärung des in Rede stehenden Begriffes um so weniger gescheut werden, da das neue Mass die Einführung von Zehnteln, Hundertsteln, Tausendsteln schon auf Sexta unerlässlich macht. In letzterer Beziehung dürften folgende Definitionen, die mit Hülfe des neuen Masses selber, resp. der gewöhnlichen russischen Rechenmaschine zu veranschaulichen wären, für das vorhandene Bedürfniss ausreichen:

a) Wenn Eins in 10 gleiche Theile getheilt wird, so heisst jeder Theil 1 Zehntel,
„ „ „ 100 „ „ „ „ „ „ „ „ 1 Hundertstel,
„ „ „ 1000 „ „ „ „ „ „ „ „ 1 Tausendstel.

b) Um anzuzeigen, dass eine Zahl Zehntel, Hundertstel, Tausendstel hat, setzt man hinter die Einerstelle ein Komma und vermerkt die Anzahl der Zehntel in der ersten Stelle, welche rechts vom Komma auf die Einerstelle folgt, die Anzahl der Hundertstel in der zweiten Stelle und die Anzahl der Tausendstel in der dritten Stelle.

c) Dass eine Zahl keine Ganzen hat, wird durch eine Null in der ersten Stelle links vor dem Komma angezeigt.

Auf Grund dieser Regeln sind die Ziffern nach dem Komma vor der Hand nach ihren Stellenwerthen zu lesen, z. B.

207,056 = 207 Einer 0 Zehntel 5 Hundertstel 6 Tausendstel,
0,820 = 8 Zehntel 2 Hundertstel 0 Tausendstel.

Darauf wird man klar machen, dass
1 = 10 Zehntel, 2 = 20 Zehntel, 3 = 30 Zehntel, ...
1 Zehntel = 10 Hundertstel, 2 Zehntel = 20 Hundertstel, 3 Zehntel = 30 Hundertstel, ...
1 Zehntel = 100 Tausendstel, 2 Zehntel = 200 Tausendstel, 3 Zehntel = 300 Tausendstel, ...
1 Hundertstel = 10 Tausendstel, 2 Hundertstel = 20 Tausendstel, 3 Hundertstel = 30 Tausendstel, ...
und die Folgerung ziehen, dass

27,586 = 27 Einer $\underbrace{\text{5 Zehntel}}_{\text{500 Tausendstel}}$ $\underbrace{\text{8 Hundertstel}}_{\text{80 Tausendstel}}$ 6 Tausendstel = 27 Einer 586 Tausendstel,

0,58 = $\underbrace{\text{5 Zehntel}}_{\text{50 Hundertstel}}$ 8 Hundertstel = 58 Hundertstel.

Das Resultat ist die Fähigkeit der Schüler, alle in Betracht kommenden Decimalbrüche
mit 1 Decimalbruchstelle zu lesen als Einer und Zehntel,
2 Einer und Hundertstel,
3 Einer und Tausendstel.

Die Anwendung auf das neue Mass, von welchem die einfachsten Begriffe in rein anschaulicher Weise gleich hier vorzutragen sind, schliesst sich ganz von selbst an:

1. 1 Mark = 100 Pfennige oder 1 *M.* = 100 *Pf.*, also 1 *Pf.* = 1 Hundertstel *M.*
9 9
27 27
2,56 *M.* = 2 *M.* 56 Hundertstel *M.* = 2 *M.* 56 *Pf.*
0,91 *M.* = 91 Hundertstel *M.* = 91 *Pf.*

2. a) 1 Kilometer = 1000 Meter oder 1 km = 1000 m, also 1 m = 1 Tausendstel km,
8 8
37 37
246 246
23,892 km = 23 km 872 Tausendstel km = 23 km 892 m,
0,089 km = 89 Tausendstel km = 89 m.

2. b) 1 Meter = 100 Centimeter oder 1 m = 100 cm, also 1 cm = 1 Hundertstel m,
5 5
89 89
59,79 m = 59 m 79 Hundertstel m = 59 m 79 cm,
0,60 m = 60 Hundertstel m = 60 cm.

2. c) 1 Centimeter = 10 Millimeter oder 1 cm = 10 mm, also 1 mm = 1 Zehntel cm,
8 8
5,6 cm = 5 cm 6 Zehntel cm = 5 cm 6 mm,
0,9 cm = 9 Zehntel cm = 9 mm.

2. d) 1 Meter = 1000 Millimeter oder 1 m = 1000 mm, also 1 mm = 1 Tausendstel m,
7 7
83 83
461 461
3,708 m = 3 m 708 Tausendstel m = 3 m 708 mm,
0,900 m = 900 Tausendstel m = 900 mm.

3. 1 Hectoliter = 100 Liter oder 1 hl = 100 l, also 1 l = 1 Hundertstel hl,
2 2
45 45
207,58 hl = 207 hl 58 Hundertstel hl = 207 hl 57 l,
0,42 hl = 42 Hundertstel hl = 42 l.

4. a) 1 Kilogramm = 1000 Gramm oder 1 kg = 1000 g, also 1 g = 1 Tausendstel kg,
7 7
87 87
587 587
4322,580 kg = 4322 kg 580 Tausendstel kg = 4322 kg 580 g,
0,592 kg = 592 Tausendstel kg = 592 g.

4. b) 1 Gramm = 1000 Milligramm oder 1 g = 1000 mg, also 1 mg = 1 Tausendstel g,

4	4
81	81
729	729

837,526 g = 837 g 526 Tausendstel g = 837 g 526 mg,
0,080 g = 80 Tausendstel g = 80 mg.

Mit jeder Rechnungsart sind am Schlusse der Betrachtung mündliche und schriftliche Uebungen zu verbinden, welche sich auf die neuen, benannten oder unbenannten, Zahlen beziehen. Als Hauptregel für die Addition und Subtraction gillt hierbei und ist zu begründen; *Man setze Komma unter Komma und addire oder subtrahire stellenweise.* Bei der Multiplication beginne man mit einziffrigen Multiplicatoren und Divisoren und gebe denselben nicht mehr als 2 oder 3 Stellen. Selbstverständlich ist hierbei festzuhalten, dass sowohl der Multiplicator, als auch der Divisor immer nur als eine ganze Zahl gegeben ist. Auf eine bestimmte Form im schriftlichen Rechnen ist streng zu halten.

Endlich dürften noch die einfachen Bezeichnungen

$\frac{1}{2}$ *M.* = 50 *Pf.*
$\frac{1}{2}$ km = 500 m, $\frac{1}{2}$ m = 50 cm, $\frac{1}{2}$ cm = 5 mm,
$\frac{1}{2}$ hl = 50 l,
$\frac{1}{2}$ kg = 500 g, $\frac{1}{2}$ g = 500 mg

wiederum auf dem Wege der Anschauung zu erklären und einzuprägen sein.

In der beschriebenen Art kann man es erreichen, dass schon sehr früh Beispiele zur einfachen Regeldetri gegeben werden können, welche den Schülern keine Schwierigkeit machen und doch eine wirkliche Uebung im Zifferrechnen sind.

Beispiel 1. 28,046 + 0,89 + 300,004 + 24,4 + 6,81 = 360,150

```
 28,046
  0,89
300,004
 24,4
  6,81
-------
360,150
```

Beispiel 3. 78,507 × 9 = 706,563

Beispiel 4. 78,507 : 9 = 8,723

Beispiel 2. 7,04 — 0,061 — 1,506 + 23,451 = 28,924

```
 7,04
 0,061
------
 6,979
 1,506
------
 5,473
23,451
------
28,924
```

Beispiel 5. $\frac{699\ M.\ 24\ Pf.}{12} = \frac{699{,}24\ M.}{12} = 58{,}27\ M. = 58\ M.\ 27\ Pf.$

Erläuterung zu Beispiel 4 : a) 78 Einer : 9 = 8 Einer und es bleibt als Rest 6 Einer; 8 wird in den Quotienten geschrieben.

b) Der Rest 6 Einer = 60 Zehntel, 60 Zehntel + 5 Zehntel = 65 Zehntel, 65 Zehntel : 9 = 7 Zehntel und es bleibt als Rest 2 Zehntel, 7 wird in den Quotienten nach 8 geschrieben und zwischen 8 und 7 ein Komma gemacht.

c) Der Rest 2 Zehntel = 20 Hundertstel, 20 Hundertstel + 0 Hundertstel = 20 Hundertstel, 20 Hundertstel : 9 = 2 Hundertstel und es bleibt als Rest 2 Hundertstel; 2 wird in den Quotienten hinter 7 geschrieben.

d) Der Rest 2 Hundertstel = 20 Tausendstel, 20 Tausendstel + 7 Tausendstel = 27 Tausendstel, 27 Tausendstel : 9 = 3 Tausendstel und es bleibt kein Rest; 3 wird in den Quotienten hinter 2 geschrieben.

e) Die Divisionen haben hier am natürlichsten den Sinn einer Theilung. Da aber die zu dividirenden Zahlen beide abstract sind, so ist man berechtigt den Doppelpunct in Gedanken mit dem Bruchstriche zu vertauschen. In der That ist der Doppelpunct nur der Raumersparniss halber als das bequemere Divisionszeichen gesetzt worden. Selbstverständlich hält es nicht so schwer, jenen Divisionen auch dann noch einen deutlichen Sinn abzugewinnen, wenn sie das Enthaltensein des Divisors in den Dividendus ausdrücken sollen.

Die obige Erläuterung scheint sich durch Uebersichtlichkeit zu empfehlen und enthält den strengen Beweis so zu sagen in verhüllter Form. Letzterer beruht auf der wiederholten Anwendung von §. 29 c) der Grundzüge:

Es ist immer zulässig den Dividendus in eine Summe oder in eine Differenz zu zerlegen und darauf die Division gliedweise vorzunehmen

und gelangt in der folgenden Gleichungsreihe zur Darstellung:

78,507 : 9 = (78 Einer + 5 Zehntel + 7 Tausendstel) : 9
72 + 6
= 8 Einer + (6 Einer + 5 Zehntel + 7 Tausendstel) : 9
60 Zehntel
= 8 Einer + (65 Zehntel + 7 Tausendstel) : 9
63 + 2
= 8 Einer + 7 Zehntel + (2 Zehntel + 7 Tausendstel) : 9
20 Hundertstel
= 8 Einer + 7 Zehntel + (20 Hundertstel + 7 Tausendstel) : 9
18 + 2
= 8 Einer + 7 Zehntel + 2 Hundertstel + (2 Hundertstel + 7 Tausendstel) : 9
20 Tausendstel
= 8 Einer + 7 Zehntel + 2 Hundertstel + 27 Tausendstel : 9
= 8 Einer + 7 Zehntel + 2 Hundertstel + 3 Tausendstel = 8,723.

Von selber leuchtet es ein, dass eine so weitläufige Schlussweise die Auffasssungskraft eines Sextaners ermüdet, und dasselbe gilt von allen auf das Zifferrechnen bezüglichen Beweisen, für welche mithin gleichfalls eine abgekürzte Form der Herleitung gesucht werden muss. Der dem mitgetheilten Beweise zu Grunde liegende Satz ist demungeachtet sorgfältig einzuprägen und als einer der wichtigsten Grundlagen für das Kopfrechnen zu verwenden.

3.

Gleich nach Vollendung der Repetition der vier Species ist die Regeldetri in ganzen Zahlen zu üben. Theoretische Erörterungen über direct oder indirect proportionale Grössen und noch mehr Proportionssätze sind zu vermeiden und statt dessen an allbekannte Verhältnisse Schlüsse und Definitionen der einfachsten Art anzuschliessen, z. B.: 3 kg einer Waare kosten 12 *M.*; 3 kg und 12 *M.* sind zusammengehörige Grössen und bilden ein sogenanntes *Grössenpaar.* Die doppelte Waarenmenge hat den doppelten Preis, also 6 kg kosten 24 *M.* — 6 kg und 24 *M.* bilden ein zweites Grössenpaar. Der dritte Theil der Waare kann auch nur den dritten Theil des Preises haben, also 1 kg kostet 4 *M.* — 1 kg und 4 *M.* bilden ein drittes Grössenpaar. *So kann man aus einem Grössenpaare unendlich viele Grössenpaare herleiten, indem man die Zahlen desselben mit einer und derselben Zahl multiplicirt oder durch eine und dieselbe Zahl dividirt.* Die beiden Grössenarten, zu denen ein derartiges Grössenpaar gehört, heissen *direct proportional.*

3 Arbeiter brauchen zur Vollendung einer Arbeit 12 Tage — 3 Arbeiter und 12 Tage sind ein erstes Grössenpaar. Die doppelte Anzahl von Arbeitern wird mit derselben Arbeit in der halben Zeit fertig, also 6 Arbeiter brauchen 6 Tage — 6 Arbeiter und 6 Tage sind ein zweites Grössenpaar. Der dritte Theil der Arbeiter wird die Arbeit in der dreifachen Zeit vollenden, also 1 Arbeiter braucht 36 Tage Zeit — 1 Arbeiter und 36 Tage sind ein drittes Grössenpaar. *Auch hier ergeben sich aus einem Grössenpaar unendlich viele Grössenpaare, indem jeder Vervielfältigung der einen Zahl eine Theilung der andern Zahl und umgekehrt jeder Theilung der einen Zahl eine Vervielfältigung der andern Zahl entspricht.* Die beiden Grössenarten, zu denen ein derartiges Grössenpaar gehört, heissen *indirect oder umgekehrt proportional.*

Es ist zweckmässig, Reihen von solchen zusammengehörigen Grössenpaaren zu bilden, indem man das eine Mal von einer Vielheit auf ein Vielfaches derselben und das andere Mal von einer Vielheit auf einen Theiler derselben schliesst. Die Schlüsse von der Einheit auf eine Vielheit und von einer Vielheit auf die Einheit sind als besondere Fälle in jenen beiden Schlussreihen enthalten, aber wegen ihrer hervorragenden Wichtigkeit noch besonders einzuüben. Derartige Zusammenstellungen können dann später zur Bildung von Regeldetriaufgaben durch die Schüler selbst verwandt werden. Beispiele sind:

12 kg Zucker kosten	120 *Pf.*		5 *M.* Zinsen kommen in 1 Jahr ein von	100 *M.* Capital.
6	60		10	200
4	40		15	300
3	30		20	400
2	20		25	500
1	10			

Bei 1stündiger Arbeit täglich wird eine Abschrift in	24 Tagen fertig.
2	12
3	8
4	6
6	4
8	3
12	2

15 Kühe reichen mit einem Vorrath von Futter	2 Woch.	Eine Locomotive legt in	20 Min.	12000 m zurück.
5	6		10	6000
3	10		5	3000
1	30		4	2400
			2	1200
			1	600

An 60 kg Kaffe verdient ein Materialist	9 *M.*		Bei der täglichen Ausgabe von 12 *M.* kommt Jemand	8 Monate aus	
30	4 *M.*	50 *Pf.*	24	4	
20	3		36	2 Monate	20 Tage
15	2	25	48	2	
12	1	80	60	1	18
6		90	6	16	
4		60	4	24	
3		45	3	32	
2		30	2	48	
1		15	1	96	

Jede einfache Regeldetriaufgabe enthält zwei zusammengehörige Grössenpaare. Die beiden Zahlenwerthe des ersten sind bekannt, von den beiden Zahlenwerthen des zweiten ist der eine bekannt und der andere unbekannt. Behufs der Auflösung hat man zunächst den Ansatz zu bilden und darauf die Ausrechnung vorzunehmen.

Der Ansatz ist die Darstellung der Aufgabe in der für die Ausrechnung geeigneten Form. Er besteht aus zweien Sätzen, dem sogenannten *Fragesatz und Bedingungssatz.* Der Fragesatz enthält dasjenige Grössenpaar, von welchem der eine Zahlenwerth bekannt und der andere unbekannt ist; *der bekannte Zahlenwerth nimmt die erste und der unbekannte die zweite Stelle ein. Der Bedingungssatz enthält die beiden bekannten Zahlenwerthe des andern Grössenpaares in der durch den Fragesatz vorgeschriebenen Folge von Benennungen. Fragesatz und Bedingungssatz sind entsprechend gebildet.*

Die insbesondere für das schriftliche Rechnen mehr und mehr in den Vordergrund tretende Berechnungsmethode besteht darin, *dass man von dem ersten Gliede des Bedingungssatzes auf die Einheit und hierauf von der Einheit auf das erste Glied des Fragesatzes schliesst.* Jedoch sind in den geeigneten Fällen auch die einfacheren Schlussweisen anzuwenden, namentlich der Schluss von der Einheit auf eine Vielheit, von einer Vielheit auf ein Vielfaches derselben, von einer Vielheit auf die Einheit, von einer Vielheit auf ein Mass derselben, endlich auch der Schluss von dem ersten Gliede des Bedingungssatzes auf das erste Glied des Fragesatzes vermittelst eines beiden Gliedern gemeinsamen Masses oder Dividuus.

Von jetzt ab müssen Regeldetriaufgaben für das Zifferrechnen soviel als möglich neben dem mündlichen Unterrichte hergehen und dem Fortschreiten desselben sich anpassend allmälig auch benannte Grössen und Brüche in sich hinein nehmen. Gerade für die Multiplication und Division der Brüche sind sie ein vortreffliches Uebungsmittel. Bei dem Rechnen mit mehrfach benannten Grössen ist als practische Regel festzuhalten, ***dass jedes Glied vom Frage- odev Bedingungssatz nur eine einzige Benennung enthalten soll, noch wichtiger ist es***, von dem Zeitpuncte an, wo die erste Einführung in die Bruchrechnung erfolgt ist, ***die Ausführung der vorkommenden Multiplicationen und Divisionen bis an's Ende zu versparen***, weil unter Beobachtung dieser Vorsicht beim Zifferrechnen alle Hebungen, die überhaupt möglich sind, sich am leichtesten ausführen lassen.

Beispiele für die einfachsten Schlüsse auszuführen, dürfte überflüssig sein und die nachfolgenden beziehen sich demgemäss nur auf das hauptsächlichste Schlussverfahren.

Beispiel 1: Wenn man für 5 *M.* 15 kg einer Waare erhält, wieviel kg kauft man für 7 *M.*,

Frs.	Für 7 *M.* kauft man ? kg	
Bds.	5	15
	5	15
	1	$\frac{15}{5} = 3$
	7	$7 . 3 = 21.$

Also kauft man 21 kg für 7 *M.*

Beispiel 2: Zur Tapezirung eines Zimmers sind 16 Rollen Tapete von 3 Meter Breite nöthig. Wieviel Rollen von 2 Meter Breite sind erforderlich?

Frs.	Wenn die Tapete 2 m Breite hat, so sind erforderlich ? Rollen	
Bds.	3	16
	3	16
	1	$3 . 16 = 48$
	2	$\frac{48}{2} = 24$

Also sind 24 Rollen von 2 m Breite zur Tapezirung des Zimmers erforderlich.

Beispiel 3: Für 7 *M.* 80 *Pf.* erhält man 3 kg Kaffee. Wieviel kosten 7 kg?

Frs.	7 kg Kaffee kosten ? *M.*	
Bds.	3	7,80
	3	7,80
	1	$\frac{7{,}80}{3} = 2{,}60$
	7	$7 . 2{,}60 = 18{,}20$

Also kosten 7 kg Kaffee 18,20 *M.* = 18 *M.* 20 *Pf.*

Beispiel 4: Wie theuer sind $6\frac{2}{3}$ hl Wein, wenn $\frac{5}{8}$ hl 2 *M.* 4 *Pf.* kosten?

Frs.	$6\frac{2}{3}$ hl Wein kosten ? *M.*	
Bds.	$\frac{5}{8}$	$2\frac{1}{25}$
	$\frac{5}{8}$	$\frac{51}{25}$
	1	$\frac{8}{5} . \frac{51}{25}$
	$\frac{20}{3}$	$\frac{20}{3} . \frac{8}{5} . \frac{51}{25} = 21\frac{19}{25}$

Also kosten $6\frac{2}{3}$ hl Wein $21\frac{19}{25}$ *M.* = 21 *M.* 76 *Pf.*

Beispiel 5: Welche Wegstrecke wird eine Locomotive in 6 St. 12 Min. durchlaufen, wenn sie in 3 St. 10 Min. 146 km 300 m zurücklegt.

Frs.	In $6\frac{1}{5}$ St. legt die Locomotive ? km zurück?	
Bds.	$3\frac{1}{6}$	146,300
	$\frac{19}{6}$	146,300
	1	$\frac{6}{19} . 146{,}300$
	$\frac{31}{5}$	$\frac{31}{5} . \frac{6}{19} . 146{,}300 = 286{,}440$

Also legt die Locomotive in 6 St. 12 Min. 286,440 km = 286 km 440 m zurück.

Auch Aufgaben, welche bereits früher dagewesen sind, können der neuen Form angepasst werden.

Beispiel 6: Wieviel kleine Paquete zu 1 kg 712 g Kaffee lassen sich aus 59 kg 920 g Kaffee herstellen?

Frs.	$59\frac{23}{25}$ kg Kaffee geben	? Paquete Kaffee?
Bds.	$1\frac{89}{125}$	1
	$\frac{214}{125}$	1
	1	$\frac{125}{214}$
	$\frac{1498}{25}$	$\frac{1498}{25} \cdot \frac{125}{214} = 35$

Also aus 59 kg 920 g Kaffee lassen sich 35 Paquete herstellen, deren jedes 1 kg 712 g Kaffee fasst.

Beispiel 7: Wieviel ist das $3\frac{1}{5}$fache von 27 km 335 m?

Frs.	Das $3\frac{1}{5}$fache der Strecke ist	? km
Bds.	1	27,335
	1	27,335
	$\frac{16}{5}$	$\frac{16}{5} \cdot 27{,}335 = 87{,}472$

Also ist 87 km 472 m das $3\frac{1}{5}$fache der Strecke 27 km 335 m.

Von ganz besonderem Interesse sind einfache Aufgaben der Gesellschaftsrechnung. Denn wenn sie späterhin auch auf kürzerem Wege gelöst werden können, so lassen sie doch eine Menge gerade für das Zifferrechnen recht angemessener Aufgabenbildungen zu. Es sei z. B. die zu vertheilende Summe ganzzahlig in Mark ausgedrückt, so hat man, um bequeme Resultate sicher zu stellen, nur nöthig die Summe der Verhältnisszahlen gleich einem Theiler von 100 anzunehmen; enthält die zu theilende Summe eine Anzahl von Mark und ausserdem noch 5 oder 10 oder 20 oder 25 oder 50 *M.*, so bestimme man die Verhältnisszahlen so, dass ihre Summe beziehungsweise gleich 5 oder 10 oder 20 oder 50 ist. Allgemein erhält man stets bequeme Zahlen, wenn die zu vertheilende Grösse durch die Summe der Verhältnisszahlen theilbar ist.

Beispiel 8: 801 *M.* 90 *Pf.* sollen unter 4 Personen vertheilt werden. So oft A 21 *M.* nimmt, nimmt B 32 *M.*, C. 18 *M.* und D 28 *M.* Wieviel bekommt jeder?

Jedesmal wenn A 21 *M.*, B 32 *M.*, C 18 *M.* und D 28 *M.* nimmt, gehen von der zu vertheilenden Summe 21 + 32 + 18 + 28 = 99 *M.* ab.

a)

Frs.	Von 801,90 *M.* bekommt	A ? *M.*
Bds.	99	21
	99	21
	1	$\frac{21}{99}$
	801,90	$801{,}90 \cdot \frac{21}{99} = 8{,}10 \cdot 21 = 170{,}10$ *M.*

b)

Frs.	Von 801,90 *M.* bekommt	B ? *M.*
Bds.	99	32

Resultat: 8,10 . 32 = 259,20 *M.*

c)

Frs.	Von 801,90 *M.* bekommt	C ? *M.*
Bds.	99	18

Resultat: 8,10 . 18 = 145,80 *M.*

d)

Frs.	Von 801,90 bekommt	D ? *M.*
Bds.	99	28

Resultat: 8,10 . 28 = 226,80 *M.*

Also erhält	A	170 *M.* 10 *Pf.*
	B	259 *M.* 20 *Pf.*
	C	145 *M.* 80 *Pf.*
	D	226 *M.* 80 *Pf.*
Summa		801 *M.* 90 *Pf.* wie es sein soll.

Der Rest des Cursus für Sexta sind die einfachsten Sätze über die Theilbarkeit der Zahlen, die Auffindung des grössten gemeinsamen Masses und des kleinsten gemeinsamen Dividuus zwischen mehreren Zahlen, vor allem aber die Einführung in die Bruchrechnung, bei welcher es mehr auf Anschaulichkeit als auf strenge Begründung der Sätze ankommt. Aus diesem Grunde sind aus den Beispielen Brüche mit grösseren Zahlen zu verbannen. sowie das Kopfrechnen in erste, das Zifferrechnen in zweite Linie zu stellen. Der zahlentheoretische Theil des Pensums ist lediglich durch Beispiele zu verdeutlichen; die eigentlichen Gründe des Verfahrens fallen dem Cursus der Quinta zu.

4.

Der Cursus der Quinta umfasst die verschiedenen Prozentrechnungen, das Unentbehrliche aus der Zahlentheorie, die Repetition und strengere Begründung der Bruchrechnung, die zusammengesetzte Regeldetri, die Zins-, Gesellschafts- und Mischungsrechnung, endlich das unabgekürzte Rechnen mit Decimalbrüchen.

Zunächst sind die Grundbegriffe von den Grössenpaaren zu widerholen.

Wenn zwei Grössenarten direct oder indirect proportional sind, so existiren unendlich viele zusammengehörige Grössenpaare; z. B.:

I.		II.	
25 cbcm Kieferholz wiegen	18 g.	Durch einen Stoss von bestimmter Stärke rollt in der ersten Secunde eine 5 kg schwere Kugel	3 m weit.
50	36	1	15
75	54	$1\frac{1}{2}$	10
100	72	2	$7\frac{1}{2}$
5	$3\frac{3}{5}$	3	5
1	$\frac{18}{25}$	4	$3\frac{3}{4}$
2	$1\frac{11}{25}$	6	$2\frac{1}{2}$
$8\frac{1}{3}$	6		

Durch Betrachtung des ersten Systems von Grössenpaaren ergeben sich sofort *die Grundgesetze für direct proportionale Grössen:*

a) *Jedes Grössenpaar kann dadurch erhalten werden, dass man irgend ein beliebiges mit einer richtig gewählten Zahl vervielfältigt.*

So z. B. bekommt man das Grössenpaar 100 cbcm und 72 g, indem man das Grössenpaar 5 cbcm und $3\frac{3}{5}$ g mit 20 vervielfältigt.

b) *Die Zahlen aller Grössenpaare durch einander dividirt bringen einen und denselben Quotienten hervor.*

So z. B. ist der Quotient der Zahlen, welche das Grössenpaar 2 cbcm und $1\frac{11}{25}$ g befasst, $2 : 1\frac{11}{25}$ oder $\frac{2}{1\frac{11}{25}} = 1\frac{7}{18}$ und denselben Quotienten geben auch die Zahlen des Grössenpaares 50 cbcm und 36 g; denn $50 : 36$ oder $\frac{50}{36} = 1\frac{7}{18}$.

Der Satz unter b) ist übrigens eine unmittelbare Folge des Satzes unter a). Der Quotient zweier Zahlen bleibt derselbe, wenn beide Zahlen mit einer und derselben Zahl vervielfältigt werden. Hiernach giebt $2 : 1\frac{11}{25}$ denselben Quotienten wie $(25 \,.\, 2) : (25 \,.\, 1\frac{11}{25})$ oder $50 : 36$.

An die beiden Sätze unter a) und b) schliessen sich zwei neue Auflösungsarten von Aufgaben der geraden Regeldetri:

c) *Sovielmal das erste Glied des Bedingungssatzes in dem ersten Gliede des Fragesatzes enthalten ist, sovielmal muss man das zweite Glied des Bedingungssatzes nehmen.*

Beispiel 9: Ein senkrecht in die Erde gesteckter Stab von 4 m 75 cm Länge werfe einen Schatten von 7 m 60 cm Länge. Der Schatten eines in der Nähe befindlichen Thurmes ist zu derselben Zeit 50 m 80 cm lang. Wie hoch ist der Thurm?

Frs.	Auf $50\frac{4}{5}$ m Schattenlänge kommen	? m Höhe
Bds.	$7\frac{3}{5}$	$4\frac{3}{4}$

Sovielmal $7\frac{3}{5}$ m in $50\frac{4}{5}$ m enthalten sind, sovielmal $4\frac{3}{4}$ Höhe.

$$50\tfrac{4}{5}\text{ m} : 7\tfrac{3}{5}\text{ m} = \tfrac{254}{5} : \tfrac{38}{5} = \tfrac{254}{5} \,.\, \tfrac{5}{38} = \tfrac{127}{19};$$

$$\tfrac{127}{19} \,.\, 4\tfrac{3}{4}\text{ m} = \tfrac{127}{19} \,.\, \tfrac{19}{4}\text{ m} = \tfrac{127}{4}\text{ m} = 31\tfrac{3}{4}\text{ m}.$$

Also ist der Thurm 31 m 75 cm hoch.

Der Beweis ist sehr einfach und wird ganz besonders anschaulich, wenn man aus der Tabelle I Beispiele mit ganzen Zahlen entnimmt. — Der Fragesatz muss durch passende Vervielfältigung des Bedingungssatzes erhalten werden können (nach dem Satze unter a) dieses Abschnittes). Wenn man nun das erste Glied des Bedingungssatzes mit der Zahl $\frac{127}{19}$ multiplicirt, welche anzeigt, wievielmal dasselbe in dem ersten Gliede des Fragesatzes enthalten ist, so muss letzteres herauskommen. Also muss das zweite Glied des Bedingungssatzes mit derselben Zahl multiplicirt das zweite Glied des Fragesatzes hervorbringen — dieses kann also nach der angegebenen Regel berechnet werden.

d) ***Sovielmal die zweite Zahl des Bedingungssatzes*** (ohne Benennung gedacht) ***in der ersten Zahl enthalten ist, den sovielsten Theil muss man von der ersten Zahl des Fragesatzes nehmen.***

Beispiel 10: Wieviele Zinsen bringt ein Kapital von 630 *M.* jährlich ein, wenn 140 *M.* in jedem Jahre 7 *M.* Zinsen geben?

Frs.	630 *M.*	Kapital bringen jährlich	? *M.*	Zinsen ein
Bds.	140		7	

Sovielmal 7 in 140 enthalten ist, der sovielste Theil von 630 ist zu nehmen.

$140 : 7 = 20,\ \frac{630}{20} = \frac{63}{2} = 31\frac{1}{2}.$

Also bringen 630 *M.* Kapital $31\frac{1}{2}$ *M.* = 31 *M.* 50 *Pf.* jährliche Zinsen.

Der Beweis beruht auf dem Satze unter b).

7 ist in 140 20 mal enthalten; also ist 7 der 20te Theil von 140, mithin auch die Fragezahl der 20te Theil von 630; dieselbe kann also nach der aufgestellten Regel gefunden werden.

Wenn man die Tabelle II zu Anfange des Abschnittes berücksichtigt, so erhält man ***die Grundgesetze für indirect proportionale Grössen.***

a) ***Jedes Grössenpaar kann dadurch erhalten werden, dass man von irgend einem beliebigen Grössenpaare das eine Glied mit einer richtig gewählten Zahl vervielfältigt und das andere Glied durch dieselbe Zahl theilt.***

b) ***Die Zahlen aller Grössenpaare mit einander multiplicirt bringen ein und dasselbe Product hervor.***

Man betrachte z. B. die beiden Grössenpaare 3 kg und 5 m, 6 kg und $2\frac{1}{2}$ m. Das Product $3 . 5$, welches dem ersten entspricht, geht dadurch, dass man den ersten Factor mit 2 multiplicirt und den zweiten durch 2 dividirt, in das Product $6 . 2\frac{1}{2}$ über, welches dem zweiten Grössenpaar entspricht. Die Gleichheit dieser beiden Producte ist eine unmittelbare Folge des Satzes: Der Werth eines Productes ändert sich nicht, wenn man den einen Factor mit irgend einer Zahl multiplicirt und den anderen Factor durch dieselbe Zahl dividirt.

An die beiden Sätze unter a) und b) schliessen sich gleichfalls zwei neue Auflösungsarten von Aufgaben der umgekehrten Regeldetri:

c) ***Soviel mal das erste Glied des Bedingungssatzes in dem ersten Gliede des Fragesatzes enthalten ist, den sovielsten Theil von dem zweiten Gliede des Bedingungssatzes muss man nehmen.***

d) ***Die Fragezahl wird erhalten, indem man das Product der beiden von dem Bedingungssatze befassten Zahlen durch die bekannte Zahl des Fragesatzes dividirt.***

5.

Die verschiedenen Prozentbestimmungen können in Anlehnung an §. 103 — §. 105 der Grundzüge sachlich erläutert werden.

Jede Prozentbestimmung schliesst unmittelbar zwei Zahlen in sich ein, nämlich die Zahl 100 (Prozent = pro centum) und die Prozentzahl selbst. So z. B. heisst 4 % Tara zunächst: 100 kg Brutto enthalten 4 kg Tara. Indem aber hierbei das Bruttogewicht als Ganzes und das Taragewicht als Theil erscheint, so ist die Existenz das anderen Theiles, welcher Nettogewicht heisst, von selbst mit gegeben und man erhält den erweiterten Satz

100 kg Br. enthalten 4 kg T. und 96 kg N.,

in welchem drei zusammengehörige Grössenbestimmungen vorkommen. Dieser Satz heisst der Erklärungssatz zu 4 % Tara. Augenscheinlich ist in dem doppelten Bruttogewichte auch das doppelte Taragewicht und das doppelte Nettogewicht enthalten, ebenso in dem vierten Theile des Bruttogewichtes auch nur der vierte Theil des Taragewichtes und der vierte Theil des Nettogewichts. Also gelten die beiden neuen Erklärungssätze

200 kg Br. enthalten 8 kg T. und 192 kg N.
25 kg Br. enthalten 1 kg T. und 24 kg N.

Allgemein kann man aus jedem Erklärungssatze dadurch, dass man die drei befassten Zahlbestimmungen mit einer und derselben Zahl multiplicirt oder durch eine und dieselbe Zahl dividirt, unendlich viele Erklärungssätze herleiten, deren jeder den Sinn der zu Grunde liegenden Prozentbestimmung mit gleicher Vollkommenheit ausdrückt.

Der einfachste Erklärungssatz ist mit der Prozentbestimmung unmittelbar gegeben; er enthält in erster Stelle die Zahl 100 und in zweiter die Prozentzahl; die dritte Zahl folgt aus den beiden ersten durch Subtraction. Die übrigen Erklärungssätze mögen ***abgeleitete Erklärungssätze*** genannt werden; im Gegensatze dazu heisse jener einfachste ***der ursprüngliche Erklärungssatz.***

In sämmtlichen Erklärungssätzen hat man

$$\text{Br.} = \text{T.} + \text{N.},\quad \text{T.} = \text{Br.} + \text{N.},\quad \text{N.} = \text{Br.} + \text{T.};$$

also von den dreien Grössenarten, welche in einem beliebigen Erklärungssatze vorkommen, erhält man jede aus den beiden anderen entweder durch Addition oder durch Subtraction. Auch sind je zwei einander proportional, wie man durch die Betrachtung von Brutto- und Taragewicht, Brutto- und Nettogewicht, Tara- und Nettogewicht sofort erkennt.

Selbstverständlich ist es zur Erläuterung des Gesagten erforderlich, dass eine Reihe von Erklärungssätzen, etwa 4 bis 6, in Betracht gezogen werden.

Beispielsweise gehört zu $3\frac{1}{3}$ % Tara *der ursprüngliche Erklärungssatz*

100 kg Br. $3\frac{1}{3}$ kg T. $96\frac{2}{3}$ kg N.

Durch Vervielfältigung desselben mit $4\frac{1}{5}$ erhält man *den abgeleiteten Erklärungssatz*

420 kg Br. 14 kg T. 406 kg N.

Wenn nun der ursprüngliche Erklärungssatz ganz und gar, dagegen von dem abgeleiteten nur eine Zahlbestimmung gegeben ist, während die beiden anderen unbekannt sind, so kann man den erstern als einen Bedingungssatz und den letzteren als einen Fragesatz ansehen und man erhält entweder die Aufgabe

Frs.	420 kg Br.	? kg T.	? kg N.
Bds.	100	$3\frac{1}{3}$	$96\frac{2}{3}$

oder die Aufgabe

Frs.	? kg Br.	14 kg T.	? kg N.
Bds.	100	$3\frac{1}{3}$	$96\frac{2}{3}$

oder endlich die Aufgabe

Frs.	? kg Br.	? kg T.	406 kg N.
Bds.	100	$3\frac{1}{3}$	$96\frac{2}{3}$

Die Auflösung der so gestellten Aufgaben ist einfach. Der Fragesatz kann als durch Vervielfältigung des Bedingungssatzes entstanden angesehen werden und die Vervielfältigungszahl wird gefunden, indem man die bekannte Bestimmung des Fragesatzes durch die gleichnamige Bestimmung des Bedingungssatzes dividirt. Indem man dann die beiden andern Glieder des Bedingungssatzes mit dem gefundenen Quotienten multiplicirt, erhält man die beiden unbekannten Glieder des Fragesatzes.

Jede der obigen drei Hauptaufgaben zerfällt in je zwei Regeldetriaufgaben, die in analoger Weise sich lösen lassen und in der gewöhnlichen Form angesetzt so lauten:

1)	Frs.	420 kg Br.	? kg T.	2)	Frs.	420 kg Br.	? kg N.
	Bds.	100	$3\frac{1}{3}$		Bds.	100	$96\frac{2}{3}$
3)	Frs.	14 kg T.	? Br.	4)	Frs.	14 kg T	? kg N.
	Bds.	$3\frac{1}{3}$	100		Bds.	$3\frac{1}{3}$	$96\frac{2}{3}$
5)	Frs.	406 kg N.	? kg Br.	6)	Frs.	406 kg N.	? kg T.
	Bds.	$96\frac{2}{3}$	100		Bds.	$96\frac{2}{3}$	$3\frac{1}{3}$

Hervorzuheben ist, dass bei allen 6 Aufgaben der Bedingungssatz gebildet werden kann, wenn die Prozentbestimmung $3\frac{1}{3}$ % Tara gegeben ist, und diessr Fall gerade tritt in der Praxis regelmässig ein; die Aufgabe enthält keineswegs unmittelbar den Bedingungssatz, sondern statt dessen die Prozentbestimmung, aus welcher derselbe herausgeschält werden muss. Die bezüglichen 6 Aufgaben heissen in abgekürzter Form so:

1) $3\frac{1}{3}$ % T., 420 kg Br., ? kg T.
2) $3\frac{1}{3}$ % T., 420 kg Br., ? kg N.
3) $3\frac{1}{3}$ % T., 14 kg T, ? kg Br.
4) $3\frac{1}{3}$ % T., 14 kg T., ? kg N.
5) $3\frac{1}{3}$ % T., $96\frac{2}{3}$ kg N., ? kg Br.
6) $3\frac{1}{3}$ % T., $96\frac{2}{3}$ kg N., ? kg T.

Nunmehr hält es nicht schwer in Erklärungssatz, Fragesatz und Bedingungssatz diejenige Ansatzform dieser Aufgaben zu gewinnen, welche weiter unten formulirt sich vorfindet.

Wenn es nöthig erscheint, kann man die eine oder andere der Prozentbestimmungen

4 % Gutgewicht, 4 % Zinsen, 4 % Unkosten, 4 % Gewinn,
4 % Verlust, 4 % Rabatt, 4 % Disconto, 80 % haltig.

in ähnlicher Weise behandeln und erhält dann leicht folgende Sätze und Definitionen:

a) *Die Bedeutung einer prozentischen Bestimmung wird durch jeden einzelnen von unzählig vielen zusammengehörigen Erklärungssätzen angegeben, welche alle drei Zahlbestimmungen befassen. Irgend eine der drei Zahlbestimmungen folgt aus den beiden andern durch Addition oder Subtraction.*

b) *Die drei Zahlbestimmungen eines Erklärungssatzes können mit jeder beliebigen Zahl vervielfältigt oder durch dieselbe getheilt werden.*

c) *Je zwei Grössenarten von den dreien zusammengehörigen eines Erklärungssatzes sind zu einander proportional.*

d) *Der ursprüngliche Erklärungssatz enthält in erster Stelle die Zahl 100 und in zweiter Stelle die Prozentzahl; die dritte Zahl folgt aus den beiden ersten bald durch Addition, bald durch Subtraction. Jeder abgeleitete Erklärungssatz kann durch angemessene Vervielfältigung des ursprünglichen erhalten werden.*

Es bleiben noch die auf Metalllegirungen bezüglichen Zusammensetzungen mit den Wörtern *löthig, karätig, haltig, pfündig* übrig. Dieselben können sämmtlich als Prozentbestimmungen angesehen werden, in denen an Stelle der Zahl 100 beziehungsweise die Zahlen 16, 24, 1000, 1 treten. Mit dieser Modification behalten die so eben ausgesprochenen Sätze auch für die in Rede stehenden Bestimmungen ihre Gültigkeit.

Von besonderer Wichtigkeit ist es, die Erklärungssätze, welche den verschiedenen Prozentbestimmungen, resp. den mit solchen verwandten Bestimmungen wie löthig, karätig u. s. w. entsprechen, dem Gedächtnisse unter sorgfältiger Beachtung der vorkommenden Benennungen fest einzuprägen. Dies kann in abgekürzter Form wie folgt geschehen:

1) Ein Kapital ist zu 5 % verzinst heisst: 100 *M.* Kapital 5 *M.* Zinsen 105 *M.* Kapital und Zinsen oder angewachsenes Kapital (Endkapital).
2) 5 % Tara heisst: 100 kg Brutto 5 kg Tara 95 kg Netto.
3) 2 % Gutgewicht heisst: 100 kg N erhalten 2 kg Gutgewicht 98 kg bezahlt.
4) 5 % Unkosten haben heisst: 100 *M.* Einkaufspreis 5 *M.* Unkosten 105 *M.* Auslage.
5) 5 % Gewinn haben heisst, 100 *M.* Auslage 5 *M.* Gewinn 105 *M.* Verkaufspreis.
6) 5 % Verlust haben heisst: 100 *M.* Auslage 5 *M.* Verlust 95 *M.* Verkaufspreis.
7) Eine Grösse ist um 5 % grösser als eine andere heisst: Wenn auf die zweite Grösse 100 Einheiten kommen, so hat die erste Grösse 5 solcher Einheiten mehr, also im Ganzen 105 Einheiten. Dasselbe kann kurz auf folgende Art angedeutet werden: 100 Einheiten Betrag der zweiten Grösse, 5 Einheiten Mehrbetrag der ersten Grösse, 105 Einheiten Betrag der ersten Grösse.
8) Eine Grösse ist um 5 % kleiner als eine andere heisst: Wenn auf die zweite Grösse 100 Einheiten kommen, so hat die erste Grösse 5 solcher Einheiten weniger, also nur 95 Einheiten. Dasselbe kann kurz auf folgende Art ausgedrücht werden: 100 Einheiten Betrag der zweiten Grösse, 5 Einheiten Minderbetrag der ersten Grösse, 95 Einheiten Betrag der ersten Grösse.
9) 5 % Rabatt auf 100 heisst: 100 *M.* Baarzahlung 5 *M.* Rabatt 105 *M.* Schuldsumme.
   4 % Rabatt heisst: 100 *M.* Baarzahlung 4 *M.* Rabatt 104 *M.* Schuldsumme.
10) 5 % Rabatt in 100 heisst: 100 *M.* Schuldsumme 5 *M.* Rabatt 95 *M.* Baarzahlung.
11) 5 % Disconto heisst: 100 *M.* Schuldsumme 5 *M.* Disconto 95 *M.* Baarzahlung.
12) Eine Spirituslösung ist 80 % haltig heisst: 100 l Spiritns 80 l Alcohol oder Weingeist 20 l Wasser.
13) Eine Goldlegirung ist 20 karätig heisst: 24 kg Goldlegierung 20 kg feines Gold 4 kg Zusatzmetall (Silber oder Kupfer).
14) Eine Goldlegirung ist 800 haltig heisst: 1000 kg Goldlegirung 800 kg feines Gold 200 kg Zusatzmetall.

15) Eine Silberlegirung ist 12löthig heisst: 16 kg Silberlegirung 12 kg feines Silber 4 kg Zusatzmetall (Kupfer).

16) Eine Silberlegirung ist 600haltig heisst: 1000 kg Silberlegirung 600 kg feines Silber 400 kg Zusatzmetall.

17) Eine Zinnlegirung ist 3pfündig heisst: 1 kg Blei 3 kg Zinnlegirung 2 kg Zinn.
„ „ „ 5 „ „ : 1 kg Blei 5 kg Zinnlegirung 4 kg Zinn.

Die Regeldetriaufgaben, welche auf die Prozentrechnung führt, zerfallen in zwei Klassen:

I. *Gegeben ist die prozentische Bestimmung und von den dreien Grössenarten, welche damit zusammenhängen, ist die Menge der einen bekannt, eine der beiden andern wird gesucht.*

II. *Gesucht ist die prozentische Bestimmung und von den dreien Grössenarten, welche damit zusammenhängen, ist die Menge zweier bekannt.*

Die Aufgaben der ersten Klasse werden auf folgende Art angesetzt.

Der Erklärungssatz folgt unmittelbar aus der gegebenen Prozentbestimmung; der Fragesatz enthält die beiden anderen in der Aufgabe enthaltenen Zahlbestimmungen, von denen die eine bekannt und die andere unbekannt ist; der Bedingungssatz hat dieselbe Benennungen wie der Fragesatz und entnimmt die zugehörigen Zahlenwerthe aus dem Erklärungssatz.

Beispiel 11: Eine Waare wird mit $7\frac{1}{2}$ % Unkosten eingekauft, die Unkosten betragen 126 *M.* 3 *Pf.* Wie gross ist die Auslage?

Erkl. 100 *M.* Ekpr. $7\frac{1}{2}$ *M.* Unk. $107\frac{1}{2}$ *M.* Ausl.
Frs. $126\frac{3}{100}$ *M.* Unk. ? *M.* Ausl.
Bds. $7\frac{1}{2}$ $107\frac{1}{2}$

$\frac{15}{2}$ $\frac{215}{2}$
1 $\frac{2}{15} \cdot \frac{215}{2} = \frac{215}{15} = \frac{43}{3}$
$\frac{1263}{100}$ $\frac{1263}{100} \cdot \frac{43}{3} = 1806{,}43.$

Also beträgt die Auslage für die Waare 1806 *M.* 43 *Pf.*

Beispiel 11) Eine $18\frac{3}{4}$ karätige Goldlegirung enthält 2 kg 225 g feines Gold. Wieviel kg wiegt dieselbe?

Erkl. 24 kg Goldl. $18\frac{3}{4}$ kg fn. Gold $5\frac{1}{4}$ kg Zusatzmet.
Frs. $2\frac{9}{40}$ kg fn. Gold ? kg Goldl.
Bds. $18\frac{3}{3}$ 24

$\frac{75}{4}$ 24
1 $\frac{4}{75} \cdot 24 = \frac{32}{25}$
$\frac{89}{40}$ $\frac{89}{40} \cdot \frac{32}{23} = \frac{356}{225} = 2\frac{106}{125}.$

Also wiegt die Goldlegirung $2\frac{106}{125}$ kg = 1 kg 848 g.

Die Aufgaben der zweiten Klasse werden auf folgende Art angesetzt:

Der Erklärungssatz enthält die Mengen der drei Grössenarten, welche mit der prozentischen Bestimmung zusammenhängen, zwei derselben sind unmittelbar gegeben, die dritte folgt aus den beiden ersten durch Addition der Subtraction.

Der Fragesatz befasst im ersten Gliede die Zahl 100 oder deren Stellvertreter 24, 16, 1000, 1 und im zweiten Gliede die unbekannte Prozentzahl.

Der Bedingungssatz hat dieselben Benennungen wie der Fragesatz und entnimmt die zugehörigen Zahlenwerthe aus dem Erklärungssatze.

Gut ist es die den verschiedenen Prozentbestimmungen entsprechenden Fragesätze besonders einzuüben.

? % Zinsen — 100 *M.* Kapital ? *M.* Zinsen.
? % Tara — 100 kg Brutto ? kg Tara.
? % Gutgewicht — 100 kg Netto erhalten ? kg Gutgewlcht.
? % Unkosten — 100 *M.* Einkpr. ? *M.* Unk.
? % Gewinn — 100 *M.* Ausl. ? *M.* Gew.
? % Verlust — 100 *M.* Ausl. ? *M.* Verlust.

Um ? % ist eine Grösse grösser als eine andere — 100 Einheiten der zweiten Grösse ? Einheiten Mehrbetrag der ersten Grösse.

Um ? % ist eine Grösse kleiner als eine andere — 100 Einheiten der zweiten Grösse ? Einheiten Minderbetrag der ersten Grösse.

? % Rabatt auf 100 — 100 *M.* Baarzahlung ? *M.* Rabatt.

? % Rabatt in 100 — 100 *M.* Schuldsumme ? *M.* Rabatt.

? % Rabatt — 100 *M.* Baarzahlung ? *M.* Rabatt.

? % Disconto — 100 *M.* Schuldsumme ? *M.* Disconto.

? prozenthaltiger Spiritus — 100 l Spiritus ? l Alcohol (Weingeist).

? karätiges Gold — 24 kg Golglegirung ? kg feines Gold.

? haltiges Gold — 1000 kg Goldlegirung ? kg feines Gold.

? löthiges Silber — 16 kg Silberlegirung ? kg feines Silber.

? haltiges Silber — 1000 kg Silberlegirung ? kg feines Silber.

Beispiel 13: 54 kg 648 g Zinnlegirung enthalten 39 kg 468 g Zinn. Wieviel pfündig ist die Zinnlegirung.

Erkl. $54\,{}^{81}/_{125}$ kg Zinnleg. $39\,{}^{117}/_{250}$ kg Zinn $15\,{}^{9}/_{50}$ Blei.
Frs. 1 kg Blei ? kg Zinnleg.
Bds. $15\,{}^{9}/_{50}$ $54\,{}^{81}/_{125}$

${}^{759}/_{50}$ ${}^{6831}/_{125}$
1 ${}^{50}/_{759} \cdot {}^{6831}/_{125} = {}^{18}/_{5} = 3\,{}^{3}/_{5}$

Also ist die Zinnlegirung $3\,{}^{3}/_{5}$ pfündig.

Beispiel 14: A verdient täglich 12 *M.* 50 *Pf.*, B 13 *M.* 75 *Pf.* Wieviel verdient B mehr als A?

Erkl. A verdient $12\,{}^{1}/_{2}$ *M.*, B $13\,{}^{3}/_{4}$, also $1\,{}^{1}/_{4}$ *M.* mehr als A.
Frs. A verdient 100 *M.* ? *M.* verdient B mehr.
Bds. $12\,{}^{1}/_{2}$ $1\,{}^{1}/_{4}$

Sovielmal $12\,{}^{1}/_{2}$ *M.* in 100 *M.* enthalten ist, sovielmal $1\,{}^{1}/_{4}$ *M.*
100 *M.* : $12\,{}^{1}/_{2}$ *M.* $= 8$, $8 \cdot 1\,{}^{1}/_{4} = 10$

Also verdient B 10 % mehr als A.

Die dritte Auflösungsart giebt eine noch kürzere Rechnung. $1\,{}^{1}/_{4}$ ist der 10te Theil von $12\,{}^{1}/_{2}$; also ist auch die unbekannte Prozentzahl der 10 Theil von 100 oder 10.

Wenn die Frage umgekehrt gestellt wird, so findet man, dass A täglich $9\,{}^{1}/_{11}$ % weniger einnimmt als B.

Man kann auch *eine dritte Klasse* von einfachen Regeldetriaufgaben unterscheiden, nämlich *solche mit zweien Prozentbestimmungen, von denen die eine bekannt und die andere unbekannt ist.*

Die bekannte Prozentbestimmung führt sogleich auf den Erklärungssatz, die unbekannte auf den Fragesatz; der Bedingungssatz hat, wie immer, dieselben Benennungen, wie der Fragesatz und entnimmt die Zahlenwerthe aus dem Erklärungssatze.

Aufgaben dieser Art sind in allgemeiner Ausdrucksweise: Wieviel % Disconto sind a % Rabatt? Wieviel % Rabatt sind a % Disconto? — Wieviel haltig ist a karätiges Gold? Wieviel karätig ist a haltiges Gold? — Wieviel löthig ist a haltiges Silber? Wieviel haltig ist a löthiges Silber? — Wenn eine erste Grösse um a % kleiner ist als eine zweite, um wieviel % ist die zweite grösser als die erste? Wenn eine Grösse um a % grösser ist als eine zweite, um wieviel % ist die zweite kleiner als die erste? — Wieviel % des Gesammtgewichts macht das feine Gold einer a karätigen Goldlegirung aus? — Wieviel % des Verkaufspreises ist bei a % Gewinn die Auslage?

Alle erörterten Ansatzformen sind für das Kopfrechnen mindestens längere Zeit und für das Zifferrechnen andauernd in den untern Klassen beizubehalten. In den oberen Klassen können sie, sofern die Schüler in öfters wiederkehrender Uebung bleiben, ohne Bedenken fallen gelassen werden. Der fertige Rechner wird den zu Grunde liegenden Gedankengang im Kopfe ja doch durchmachen.

Behufs der bequemen Bildung von Prozentaufgaben empfiehlt es sich Tabellen von Erklärungssätzen zu bilden. Der ursprüngliche, welcher mit der Prozentbestimmung unmittelbar gegeben ist, werde in einem solchen umgeformt, der die kleinstmöglichen ganzen Zahlen enthält, und letzterer der Reihe nach mit sämmtlichen einziffrigen Zahlen multiplicirt. Aus den einziffrigen Vielfachen folgen dann durch Addition und Subtraction die mehrziffrigen Vielfachen; auch kann man von den zu addirenden Erklärungssätzen einigen höhere, anderen niedrigere Benennungen zutheilen und erhält dadurch Erklärungssätze, welche gehörig reducirt für das Zifferrechnen wohlgeeignete Bruchzahlen enthalten.

Jede Zusammenstellung des ursprünglichen Erklärungssatzes mit einem abgeleiteten gestattet die Bildung von 9 einfachen Regeldetriaufgaben. Bei der Formulirung aller tritt an Stelle des ursprünglichen Erklärungssatzes die entsprechende Prozentbestimmung. Ist dieselbe bekannt, so kann man 6 Regeldetriaufgaben erster Klasse aufstellen, worüber pag. 15 bereits gehandelt ist; ist sie unbekannt, so können von den dreien Zahlbestimmungen des abgeleiteten Erklärungssatzes entweder die erste und die zweite, oder die erste und dritte oder die zweite und dritte unmittelbar gegeben sein: dies giebt drei Regeldetriaufgaben der zweiten Klasse, welche allerdings in der eigentlichen Ausrechnung völlig übereinstimmen. Die sogleich folgende Bemerkung lässt sofort erkennen, dass die Zahl der möglichen Aufgaben noch vielmal grösser ist.

Zu jeder Prozentbestimmung existiren verwandte Prozentbestimmungen, d. h. solche, welche durch dieselben Erklärungssätze, wie die erste, gekennzeichnet werden. So hat man, wenn man von der Bestimmung $18\frac{3}{4}$ karätig ausgeht,

A	B	C		A	B	C
24	$18\frac{3}{4}$	$5\frac{1}{4}$		24	$18\frac{3}{4}$	$5\frac{1}{4}$
96	75	21		4	$3\frac{1}{8}$	$\frac{7}{8}$
32	25	7		100	$78\frac{1}{8}$	$21\frac{7}{8}$
16	$12\frac{1}{2}$	$3\frac{1}{2}$		1000	$781\frac{1}{4}$	$218\frac{3}{4}$

und erkennt durch Betrachtung der Schlussreihen sofort, dass die Zahlen in den soeben angeführten Erklärungssätzen auch den Bestimmungen

$12^1/_2$ löthig $21^7/_8$ % Tara $21^7/_8$ % Gutgewicht $21^7/_8$ % Disconto
$78\frac{1}{8}$ prozenthaltig, $781\frac{1}{4}$ haltig

zukommen. Die aufgeführten auf $21^7/_8$ bezüglichen Prozentbestimmungen können füglich unter der allgemeinen Bezeichnung $21^7/_8$ % in 100 kurz zusammengefasst werden.

Wenn man die Zahlenfolge in allen zu einer und derselben Tabelle gehörigen Horizontalreihen ändert, so entsprechen dieselben noch andern Prozentbestimmungen. So z. B. erhält man bei der Zahlenfolge CAB die Bestimmung $4^4/_7$ pfündig und bei der Zahlenfolge BCA jede der Bestimmungen

28 % Zinsen 28 % Unkosten 28 % Gewinn 28 % Rabatt,

für deren Gesammtheit man die kurze Bezeichnung 28 % auf 100 anwenden kann.

Einige Tabellen mögen folgen:

		A	B	C	D
ABC	$6^2/_3$ % auf 100	15	1	16	14
ABD	$6^2/_3$ % in 100	30	2	32	28
CAB	$22^1/_2$ karätig	45	3	48	42
	15 löthig	60	4	64	56
	$93^3/_4$ prozenthaltig	75	5	80	70
	$937^1/_2$ haltig	90	6	96	84
ADB	$22^2/_5$ karätig	105	7	112	98
	$14^{11}/_{15}$ löthig	120	8	128	112
	$93^1/_3$ prozenthaltig	135	9	144	126
	$933^1/_3$ haltig				
BCA	16 pfündig				
BAD	15 pfündig				
CBA	$6^1/_4$ % in 100				
DBA	$7^1/_7$ % auf 100				

		A	B	C	D
ABC	$20^5/_6$ % auf 100	24	5	29	19
ABD	$20^5/_6$ % in 100	48	10	58	38
CAB	$19^{25}/_{29}$ karätig	72	15	87	57
	$13^7/_{29}$ löthig	96	20	116	76
	$82^{22}/_{29}$ prozenthaltig	120	25	145	95
	$827^{17}/_{29}$ haltig	144	30	174	114
ADB	19 karätig	168	35	203	153
	$12^2/_3$ löthig	192	40	232	152
	$79^1/_6$ prozenthaltig	216	45	261	171
	$791^2/_3$ haltig				
BCA	$5^4/_5$ pfündig				
BAD	$4^4/_5$ pfündig				
CBA	$17^7/_{29}$ % in 100				
DBA	$26^6/_{19}$ % auf 100				

		A	B	C
		32	25	7
ABC	$18\frac{3}{4}$ karätig	64	50	14
	$12\frac{1}{2}$ löthig	96	75	21
	$78\frac{1}{8}$ prozenthaltig	128	100	28
	$781\frac{1}{4}$ haltig	160	125	35
ACB	$21\frac{7}{8}$ % in 100	192	150	42
BCA	28 % auf 100	256	200	56
CAB	$4\frac{4}{7}$ pfündig	288	225	63

		A	B	C
		15	11	4
ABC	$17\frac{3}{5}$ karätig	30	22	8
	$11\frac{11}{15}$ löthig	45	33	12
	$73\frac{1}{3}$ prozenthaltig	60	44	16
	$733\frac{1}{3}$ haltig	75	55	20
		90	66	24
ACB	$26\frac{2}{3}$ % in 100	105	77	28
BCA	$36\frac{4}{11}$ % auf 100	120	88	32
CAB	$3\frac{3}{4}$ pfündig	135	99	36

Zu jeder dreigliedrigen Tabelle gehören 12 Prozentbestimmungen, da die Bezeichnung % in 100 drei und die Bezeichnung % auf 100 sogar vier besondere Bestimmungen dieser Art in sich befasst, und jeder in einer Tabelle entweder direct enthaltene oder irgend wie daraus abgeleitete Erklärungssatz kann mit allen zwölf Prozentbestimmungen zusammengestellt werden. Nun liefert jede solche Zusammenstellung 9 verschiedene Aufgaben; also sind für jeden bestimmten Erklärungssatz 9 . 12 oder 108 verschiedene Aufgaben möglich, die zum Theil in den Zahlen übereinstimmen, aber auch in diesem Falle durch die Art der befassten Grössen unterschieden sind. Eine wirklich verschiedene Zahlenrechnung geben immerhin 7 . 7 = 49 Aufgaben; denn die 12 Prozentbestimmungen enthalten 7 verschiedene Prozentzahlen und jede giebt in dem bezeichneten Sinne zu 7 verschiedenen Aufgaben Anlass.

Die viergliedrigen Tabellen beziehen sich auf je 24 Prozentbestimmungen und würden den Stoff zu der doppelt so grossen Aufgabenmenge enthalten, wenn nicht einzelne Aufgaben, deren Zahl übrigens wenig beträchtlich ist, doppelt wiederkehrten.

Aus der dritten Tabelle entnehme man z. B. die beiden Erklärungssätze

96 75 21 und 288 225 63.

Indem man dem ersten der Reihe nach die Benennungen *M.*, hl, kg, dem zweiten der Reihe nach die Benennungen ₰., l, g giebt und dann addirt, erhält man die Erklärungssätze

	A	B	C
I	98 *M.* 88 ₰.	77 *M.* 25 ₰.	21 *M.* 63 ₰.
II	98 hl 88 l	77 hl 25 l	21 hl 63 l
III	96 kg 288 g	75 kg 225 g	21 kg 63 g

Die dazu passenden Prozentbestimmungen geben, in der Voraussetzung, dass zu den einzelnen Benennungen die sachgemässen Zusätze, wie Brutto, Tara, Netto, Einkaufspreis, Unkosten, Auslage u. s. w. hinzutreten, folgende Zusammenstellungen: III ABC mit $18\frac{3}{4}$ karätig, $12\frac{1}{2}$ löthig, $781\frac{1}{4}$ haltig, II ABC mit $78\frac{1}{8}$ prozenthaltig, III ACB mit $21\frac{7}{8}$ % Tara, $21\frac{7}{8}$ % Gutgewicht, I ACB mit $21\frac{7}{8}$ % Disconto, I BCA mit 28 % Zinsen, 28 % Unkosten, 28 % Gewinn, 28 % Rabatt, endlich III CAB mit $4\frac{4}{7}$ pfündig. Von den 49 in der Ausrechnung verschiedenen Aufgaben mögen folgende angemerkt werden:

a) $18\frac{3}{4}$ karätiges Gold	21 kg 63 g Zusatzmetall	? kg Goldlegirung.
b) 77 hl 25 l Weingeist	21 hl 63 l Wasser	? prozenthaltiger Spiritus.
c) 98 *M.* 88 ₰. Schuldsumme	77 *M.* 25 ₰. Baarzahlung	? % Disconto.
d) 98 *M.* 88 ₰. Schuldsumme	77 *M.* 25 ₰. Baarzahlung	? % Rabatt.

Zu dreigliedriger Tabellenbildung sind die Prozentbestimmungen: $3\frac{1}{5}$ % in 100, $7\frac{1}{5}$ % in 100, $8\frac{8}{9}$ % auf 100, $10\frac{2}{3}$ % in 100, dagegen zu viergliedriger Tabellenbildung die Prozentbestimmungen: $11\frac{4}{11}$ % in und auf 100, $9\frac{3}{8}$ % in und auf 100, $3\frac{4}{7}$ % in und auf 100, $10\frac{5}{7}$ % in und auf 100 zu empfehlen. Von den ganz einfachen Prozentbestimmungen, wie $8\frac{1}{3}$ %, $12\frac{1}{2}$ %, $16\frac{2}{3}$ %, $13\frac{1}{3}$ löthig, $10\frac{2}{3}$ löthig, $19\frac{1}{5}$ karätig u. s. w. ist hierbei abgesehen.

6.

Zusammengesetzte Aufgaben.

Nach sorgfältigster Einübung der einfachen Prozentaufgaben wird der grössere Theil der Lehrstunden im ersten Semester auf die Repetition und genauere Begründung der zahlentheoretischen Sätze und der Bruchrechnung, im zweiten Semester auf das unabgekürzte Rechnen mit Decimalbrüchen zu verwenden sein. Nebenher gehen Uebungen im Kopfrechnen und der Hausarbeit zufallende Aufgaben für das Zifferrechnen, für welches zusammengesetzte Regeldetri- und Prozentaufgaben mit und ohne Decimalbrüche zu verwenden sind. In theoretischer Beziehung kommt hierbei nicht viel Neues zum Vorschein; die gewöhnliche Gruppirung der Aufgaben wird indessen zweckmässig aufgegeben und etwa die folgende, in welcher von dem Leichteren zu dem Schwereren übergegangen wird, eingehalten werden.

1) Die Verknüpfung mehrerer Aufgaben der einfachen Regeldetri zu einer zusammengesetzten Aufgabe — die eigentliche sogenannte *zusammengesetzte Regeldetri.* Die Frage- und Bedingungssätze haben mehr als zwei Glieder. Indem man aber schrittweise immer nur ein bestimmtes Glied in Beziehung auf das Frageglied setzt und während jedes solchen Einzelprozesses die übrigen Glieder als unveränderlich ansieht, zerfällt die Aufgabe in verschiedene der Reihe nach aufzulösende Einzelaufgaben der einfachsten Art. Eine besondere Aufmerksamkeit ist jedoch darauf zu richten, ob die einzelnen Theilaufgaben der geraden oder der umgekehrten Regeldetri angehören.

Beispiel 14: Wieviel Wochen kann man 24 Arbeiter für 420 *M.* täglich 7 Stunden lang beschäftigen, wenn man an 20 Arbeiter, welche 12 Wochen lang täglich 5 Stunden arbeiten, 300 *M.* zahlen muss.

Frs.	24 Mann arbeiten bei	7 stündiger Tagesarbeit für	420 *M.*	? Wochen
Bds.	20	5	300	12
	20	5	300	12
	1	„	„	20 . 12
	24	„	„	$\frac{20 \cdot 12}{24}$
	„	1	„	$\frac{5 \cdot 20 \cdot 12}{24}$
	„	7	„	$\frac{5 \cdot 20 \cdot 12}{7 \cdot 24}$
	„	„	1	$\frac{5 \cdot 20 \cdot 12}{300 \cdot 7 \cdot 24}$
	„	„	420	$\frac{420 \cdot 5 \cdot 20 \cdot 12}{300 \cdot 7 \cdot 24}$

Nach den gehörigen Hebungen ergiebt sich hieraus 10 Wochen als Resultat, also können 24 Arbeiter bei 7stündiger Tagesarbeit für 420 *M.* 10 Wochen lang beschäftigt werden.

Beim Kopfrechnen schreibe man weiter nichts als Fragesatz und Bedingungssatz an und schliesse statt auf die Einheit lieber auf den grössten gemeinsamen Theiler und gewöhne sich daran, bei jedem Einzelschlusse das Resultat sofort zu berechnen und nicht etwa durch die Formel für die Berechnung bis zum Schlusse hin angedeutet zu lassen. Letzteres empfiehlt sich für das Zifferrechnen deshalb, weil es die Vornahme aller nur möglichen Hebungen in der Schlussformel erleichtert.

2) *Eine Aufgabe der einfachen Regeldetri und eine Prozentaufgabe sind mit einander verknüpft.*

a) *Die Regeldetriaufgabe läuft auf eine Preisbestimmung hinaus; die Prozentaufgabe bezieht sich auf Unkosten, Gewinn oder Verlust*, z. B.:

Je 1 kg einer Waare kostet im Einkaufe a *M.*; b kg werden mit c % Gewinn oder Verlust verkauft. Welches ist der Verkaufspreis?

a kg einer Waare kosten im Einkaufe b *M.* Dieselbe wird wegen Beschädigung mit nur c ₰. Gewinn pro kg verkauft. Wieviel % beträgt der Gewinn?

a Stück kosten im Einkaufe b *M.*, die Unkosten betragen c *M.* Beim Verkaufe werden an jedem Stück d ₰. gewonnen. Wieviel % sind gewonnen?

A erhält a Meter eines Stoffes, die Unkosten betragen b *M.* Der Verkaufspreis bei c % Gewinn beträgt d *M.* Zu welchem Preise ist 1 m des Stoffes eingekauft?

a kg einer Waare kosten im Einkaufe b *M.*; die Unkosten machen c % aus. Wie gross ist die Auslage für d kg der Waare?

Die Auslage für a kg einer Waare ist b *M.*; die Unkosten für je c kg machen d *M.* aus. Wieviel % Unkosten?

Bei der vierten und fünften dieser Aufgaben nimmt die Prozentaufgabe die erste, die Regeldetriaufgabe die zweite Stelle ein; mit den übrigen Aufgaben verhält es sich umgekehrt.

b) ***Gold- oder Silberwerth eines Gefässes und Zusammensetzung der Legirung, aus welcher das Gefäss gemacht ist***, z. B.:

Was kostet ein a kg schweres Gefäss aus b karätigem Golde, wenn 1 kg feines Gold c *M.* gilt? — zuerst Prozent-, dann Regeldetriaufgabe.

Wieviel haltig ist die Silberlegirung, aus welcher ein a kg schweres Gefäss gefertigt ist, wenn der Silberwerth des Gefässes b *M.* beträgt und 1 kg feines Silber c *M.* kostet? — zuerst Regeldetri-, dann Prozentaufgabe.

Beispiel 16: Die deutschen 20-Markstücke sind aus 900 haltigem Golde gemacht und 2 kg feines Gold werden zu 279 Stück ausgeprägt. Wieviel wiegt 1 Stück dieser Goldmünze?

1. Theilaufgabe:	900 haltiges Gold	2 kg feines Gold	? kg Legirung [1]
	Erkl. 1000 kg Goldleg.	900 kg f. Gold	100 kg Zusatzmetall
	Frs. 2 kg f. Gold	? kg Leg.	
	Bds. 900	1000	

1000 ist $^{10}/_{9}$ von 900, also auch die Fragezahl $^{10}/_{9}$ von 2, d. h. $^{20}/_{9}$; folglich wiegt die Goldlegirung $^{20}/_{9}$ kg.

2. Theilaufgabe:	Frs. 1 Stück wiegt	? kg
	Bds. 279	$^{20}/_{9}$
	1	$\frac{20}{279 \cdot 9} = \frac{20}{2511}$

Also wiegt 1 20-Markstück $^{20}/_{2511}$ kg = 7, 964 g

[1]) Man könnte die Theilaufgabe auch mit ? kg Zusatzmetall schliessen; aber es ist nicht nach dem Gewichte des Zusatzmetalles, sondern nach dem Legirungsgewichte eines 20-Markstückes gefragt. Der in Rede stehende Schluss der ersten Theilaufgabe würde also in keiner Weise zu der zweiten Theilaufgabe passen.

c) ***Aufgaben der einfachen Zinsrechnung, wo Zinsfuss und Zinszeit bekannt sind***

Der Zinsfuss bezieht sich stets auf die Zeit von 1 Jahr. Wenn es sich also um eine hiervon verschiedene Zinszeit handelt, so ist es immer erforderlich, von dem Zinsfusse für 1 Jahr auf den Zinsfuss für die in Rede stehende Zinszeit zu schliessen (Regeldetriaufgabe). Hieran schliesst sich dann die auf den so berechneten Zinsfuss bezügliche Prozentaufgabe.

Dreierlei Arten von Aufgaben der besprochenen Art sind möglich:

Bekannt Zinsfuss, Zinszeit und Anfangscapital,	unbekannt	Zinsen und Endcapital
„ „ „ „ Zinsen	„	Anfangs- und Endcapital
„ „ „ „ Endcapital	„	Anfangscapital und Zinsen.

Beispiel 17: Ein zu 5,125 % ausgeliehenes Capital ist vom 1. Dec. 1861 bis zum 1. Jan. 1865 auf 407623⅓ *M.* angewachsen. Wie gross war dasselbe?

Berechnung der Zinszeit:	1864 J.	0 M.
	1860	11
	3 J.	1 M. = $3^1/_{12}$ Jahr.

1. Theilaufgabe:	Frs. In $3^1/_{12}$ J.	? % Zinsen
	Bds. 1	$5^1/_8$
	$^{37}/_{12}$	$^{37}/_{12} \cdot {}^{41}/_8 = 15^{77}/_{96}$ % Zinsen.

2. Theilaufgabe: $15^{77}/_{96}$ % Zinsen 407623⅓ *M.* Endcapital ? Anfangscapital.
Die Ausrechnung ergiebt 352000 *M.* Anfangscapital.

d) ***Aufgaben der einfachen Zinsrechnung, indem entweder der Zinsfuss oder die Zinszeit unbekannt ist.***

Wenn der Zinsfuss unbekannt ist, so sind folgende drei Aufgaben möglich:

Bekannt Zinszeit, Anfangscapital, Zinsen; unbekannt Zinsfuss, Endcapital.
„ „ Anfangscapital, Endcapital; „ „ Zinsen
„ „ Zinsen, Endcapital; „ „ Anfangscapital.

Indessen sind diese Aufgaben nicht wesentlich von einander verschieden, denn da man hat

Endcapital = Anfangscapital + Zinsen,

so kann von zweien aus diesen Grössen die dritte mit solcher Leichtigkeit bestimmt werden, dass man sie als unmittelbar gegeben ansehen darf. Behufs Lösung der drei vorstehenden Aufgaben berechne man zuerst die Zinsen für 1 Jahr (Regeldetriaufgabe) und gehe dann zur Bestimmung des Zinsfusses über (Prozentaufgabe).

Auch die drei Aufgaben, welche die Zinszeit als Unbekannten enthalten, nämlich

bekannt Zinsfuss, Anfangscapital, Zinsen; unbekannt Zinszeit, Endcapital
„ „ Anfangscapital, Endcapital; „ „ Zinsen
„ „ Zinsen, Endcapital; „ „ Anfangscapital

sind im Grunde genommen als eine einzige anzusehen. Man berechne zuerst die jährlichen Zinsen des Anfangscapitales (Prozentaufgabe) und schliessen dann von den Zinsen für 1 Jahr auf die Zinsen für die gegebene Zinszeit (Regeldetriaufgabe).

Beispiel 18: Ein Capital von 2559 *M.* ist durch die Zinsen, welche es während der Zeit vom 8. Februar 1871 bis zum 23. Dec. 1877 getragen hat, auf 3497 *M.* 30 *pf.* angewachsen. Zu welchem Zinsfusse war es verzinst?

Zeitbestimmung: 1876 Jahre 11 Mon. 22 Tage — 3497,3 *M.* Endcapital
1870 1 7 — 2559 *M.* Anfangscapital
6 Jahre 10 Mon. 15 Tage = $6\frac{7}{8}$ Jahre — 938,3 *M.* Zinsen.

1. Theilaufgabe: Frs. In 1 Jahre ? *M.* Zinsen
Bds. $6\frac{7}{8}$ 938,3

$6\frac{7}{8}$ in 1 geht $\frac{8}{55}$ mal, also $\frac{8}{55} \cdot 938{,}3$ *M.* = 136,48 *M.* Zinsen.

2. Theilaufgabe: 2559 *M.* Anfangscapital 136,48 *M.* Zinsen ? % Zinsen
Resultat: $5\frac{1}{3}$ % Zinsen.

e) *Aufgaben, in denen die Rabatt- oder Discontoprozente nebst Zeitangabe gegeben sind.*

Auch diese Prozentbestimmungen beziehen sich, wenn es nicht ausdrücklich anders bestimmt wird, stets auf die Zeit von 1 Jahre. Wenn es sich also um den Rabatt oder Disconto für eine hiervon verschiedene Zeit handelt, so ist immer von der gegebenen, auf 1 Jahr bezüglichen Prozentbestimmung auf die der gegebenen Zeit entsprechende Prozentbestimmung zu schliessen (einfache Regeldetriaufgabe). Darauf kommt erst die Prozentaufgabe.

Alle nur möglichen Aufgaben dieser Art sind in folgendem Schema enthalten:

Bekannt: Rabattprozente, Zeit, Schuldsumme; unbekannt: Rabatt, Baarzahlung
„ „ „ Rabatt, „ Schuldsumme, Baarzahlung
„ „ „ Baarzahlung, „ Rabatt, Schuldsumme.
Bekannt: Discontoprozente, Zeit, Schuldsumme; unbekannt: Disconto, Baarzahlung
„ „ „ Disconto, „ Schuldsumme, Baarzahlung
„ „ „ Baarzahlung, „ Disconto, Schuldsumme.

f) *Aufgaben in denen entweder die Rabatt-, resp. Discontoprozente oder die Zeit unbekannt ist.*

Die Berechnung und Gruppirung dieser Aufgaben erfolgt nach denselben Grundsätzen, die unter d) angewandt sind; es ergeben sich mithin 6 hierher gehörige Aufgabeformen der Rabattrechnung und ebensoviele, die der Discontorechnung zugehören.

3) *Zwei Aufgaben der Prozentrechnung sind zu einer zusammengesetzten verknüpft* — alle diese Aufgaben haben das Gemeinsame, dass sie zwei Prozentbestimmungen enthalten, von denen wenigstens eine bekannt sein muss.

a) *Zwei Prozentbestimmungen und die Menge einer zugehörigen Grössenart sind gegeben.*

Die hierher gehörigen Aufgabenarten, deren Gesammtzahl 24 ausmacht. sind:

Bekannt: Tara- und Gutgewichtsprozente, Brutto- oder Taragewicht; unbek.: N. bezahlt, Gutgewicht
„ „ „ „ N. bezahlt oder Gutgewicht; „ Brutto-, Taragewicht.

Bekannt: Verlust- und Unkostenprozente, Verkaufspreis oder Verlust; unbek.: Einkaufspreis, Unkosten
„ „ „ „ Einkaufspreis oder Unkosten; „ Verkaufspreis, Verlust.
Bekannt: Gewinn- und Unkostenprozente, Verkaufspreis oder Gewinn; unbek.: Einkaufspreis, Unkosten
„ „ „ „ Einkaufspreis oder Unkosten; „ Verkaufspreis, Gewinn.

Die Auflösung jeder solchen zusammengesetzten Aufgabe besteht in der Bildung zweier Theilaufgaben. *In der ersten Theilaufgabe wird diejenige Grössenart, deren Menge gegeben ist, mit der dazu passenden Prozentbestimmung zusammengestellt; das Frageglied ist die beiden Prozentbestimmungen gemeinsame Grössenart. Die aus der Rechnung sich ergebende Menge dieser letzteren wird in der zweiten Theilaufgabe auf die andere Prozentbestimmung bezogen und die gesuchte Grösse als Frageglied hinzugefügt.*

Beispiel 19: Bei $6\frac{1}{4}$ % Tara und $1\frac{1}{5}$ % Gutgewicht werden 49 kg 230 g Gutgewicht angerechnet. Wieviel kg Br. erhalten?

1. Theilaufgabe: $1\frac{1}{5}$ % Gutgewicht, 49 kg 230 g Gutgewicht, ? kg N. erhalten [1])
Resultat: $16{,}41 \times 250$ kg N. erhalten.

2. Theilaufgabe: 16,41 . 250 kg N. erhalten, $6\frac{1}{4}$ % Tara, ? kg Br. erhalten
Resultat: 4376 kg Br. = 4 t 376 kg Br.

[1]) $1\frac{1}{4}$ % Gutgewicht und 49 kg 230 g Gutgewicht passen zusammen; denn Gutgewicht ist eine der drei Grössenarten, N. erhalten, Gutgewicht, N. bezahlt, welche in dem Erklärungssatze von $1\frac{1}{5}$ % Gutgewicht vorkommen. Dagegen $6\frac{1}{4}$ % Tara und 49 kg 230 g Gutgewicht können nicht zusammengestellt werden, weil Gutgewicht unter den drei Grössenarten (Brutto, Tara, Netto), welche mit der Prozentbestimmung $6\frac{1}{4}$ % Tara zusammenhängen, sich nicht vorfindet. N. erhalten hingegen darf man mit beiden Prozentbestimmungen zusammenbringen: denn es kommt ebensowohl in dem Erklärungssatze von $1\frac{1}{5}$ % Gutgewicht, als auch in dem Erklärungssatze von $6\frac{1}{4}$ % Tara vor.

Zu den oben aufgestellten Aufgabenarten kommen noch folgende drei hinzu:
Bekannt: Tara- und Gutgewichtsprozente nebst N. erhalten, unbek. Brutto, Tara, Gutgewicht, Netto bezahlt
„ Verlust- u. Unkostenprozente nebst Auslage, unbek. Verkaufspreis, Verlust, Einkaufspreis, Unk.
„ Gewinn- u. Unkostenprozente nebst Auslage, unbek. Verkaufspreis, Gewinn, Einkaufspreis, Unk.

Dieselben haben alle das gemeinsam, dass die Menge der zu beiden Prozentbestimmungen zugleich gehörenden Grössenart gegeben ist. Diese Menge kann sowohl mit der einen, als auch mit der anderen Prozentbestimmung zu einer besonderen Theilaufgabe zusammengestellt werden und das Frageglied ist eine der beiden anderen Grössenarten, welche mit der gewählten Prozentbestimmung zusammenhängen. Die beiden so entstehenden Aufgaben stehen streng genommen in keiner näheren Beziehung zu einander: eigentlich hat man also gar keine zusammengesetzte Aufgabe, sondern zwei für sich bestehende Einzelaufgaben.

Beispiel 20: Bei $6\frac{1}{4}$ % Tara und $1\frac{1}{5}$ % Gutgewicht werden einem Kaufmann $2362\frac{1}{2}$ kg N. von einer bestimmten Waare zugesandt. Wieviel kg Br. erhält er und wieviel kg N. muss er bezahlen?

1. Theilaufgabe: $6\frac{1}{4}$ % Tara, $2362\frac{1}{2}$ kg N. erh., ? kg. Br.
Resultat: 2520 kg Br. = 2 t 520 kg Br.
2. Theilaufgabe: $1\frac{1}{5}$ % Gutgewicht, $2362\frac{1}{2}$ kg N. erh., ? kg N. zu bezahlen.
Resultat: 2334,15 kg N. zu bezahlen = 2 t 334 kg 150 g N. zu bezahlen.

b) *Von den beiden Prozentbestimmungen ist die eine bekannt, die andere unbekannt und von den dreien Grössenarten, welche jeder Prozentbestimmung entsprechen, ist die Menge je einer gegeben.*

Die erste Theilaufgabe enthält die bekannte Prozentbestimmung und die gegebene Menge der dazu passenden Grössenart; das Frageglied ist die den Erklärungssätzen von beiden Prozentbestimmungen gemeinsame Grössenart. Die aus der Rechnung sich ergebende Menge dieser letzten Grössenart und die noch unbenutzte bekannte Zahlbestimmung bilden mit der unbekannten Prozentbestimmung die zweite Theilaufgabe.

Folgende Aufgabenarten, deren Gesammtmenge 24 ist, gehören hierher:

Bekannt:	Taraprozente,	Bruttogewicht,	Netto bezahlt;	unbekannt:	Gutgewichtsprozente
„	„	„	Gutgewicht;	„	„
„	„	Tara,	Netto bezahlt;	„	„
„	„	„	Gutgewicht;	„	„
Bekannt:	Gutgewichtsprozente,	Bruttogewicht,	Netto bezahlt;	unbekannt:	Taraprozente
„	„	„	Gutgewicht;	„	„
„	„	Tara,	Netto bezahlt;	„	„
„	„	„	Gutgewicht;	„	„
Bekannt:	Verlustprozente,	Verkaufspreis,	Einkaufspreis;	unbekannt:	Unkostenprozente
„	„	„	Unkosten;	„	„
„	„	Verlust,	Einkaufspreis;	„	„
„	„	„	Unkosten;	„	„
Bekannt:	Unkostenprozente;	Verkaufspreis,	Einkaufspreis;	unbekannt:	Verlustprozente
„	„	„	Unkosten;	„	„
„	„	Verlust,	Einkaufspreis;	„	„
„	„	„	Unkosten;	„	„
Bekannt:	Gewinnprozente,	Verkaufspreis,	Einkaufspreis;	unbekannt:	Unkostenprozente
„	„	„	Unkosten;	„	„
„	„	Gewinn,	Einkaufspreis;	„	„
„	„	„	Unkosten;	„	„
Bekannt:	Unkostenprozente;	Verkaufspreis,	Einkaufspreis;	unbekannt:	Gewinnprozente
„	„	„	Unkosten;	„	„
„	„	Gewinn;	Einkaufspreis;	„	„
„	„	„	Unkosten;	„	„

Beispiel 10: Die Unkosten, welche zu dem Einkaufspreise hinzutreten, machen $1\frac{1}{3}$ % hiervon aus und betragen 39 *M.* 48 ₰. Der Gewinn beim Verkaufe beträgt 562 *M.* 59 ₰. Wieviel % wird gewonnen?

1. Theilaufgabe: $1\frac{1}{3}$ % Unk., $39\frac{12}{25}$ *M.* Unk., ? *M.* Auslage
   Resultat: $3000\frac{12}{25}$ *M.* Auslage.
2. Theilaufgabe: $3000\frac{12}{25}$ *M.* Ausl., $562\frac{59}{100}$ *M.* Gewinn, ? % Gewinn
   Resultat: $18\frac{3}{4}$% Gewinn.

4) Die Bildung zusammengesetzter Aufgaben, welche zweckmässig gewählte Zahlen befassen, wird durch solche Tabellen, die sich auf zwei Prozentbestimmungen beziehen, ungemein erleichtert. So entsprechen z. B. den beiden Prozentbestimmungen $6\frac{1}{4}$ % Tara und $1\frac{1}{5}$ % Gutgewicht die Erklärungssätze:

100 kg Br.	$6\frac{1}{4}$ kg T.	$93\frac{3}{4}$ kg N. erh.	100 kg N. erh.	$1\frac{1}{5}$ kg Ggw.	$98\frac{4}{5}$ kg N. bez.
400	25	375	500	6	494
16	1	15	250	3	247

Der kleinste gemeinsame Dividuus der Zahlen 15 und 250, welche zu der beiden Erklärungssätzen gemeinsamen Grössenart gehören, ist 750; folglich multiplicire man den ersten mit 750 : 15 = 50 und den zweiten mit 750 : 250 = 3. Man erhält dadurch die beiden Erklärungssätze:

800 kg Br. 50 kg T. 750 kg N. erh. 750 kg N. erh. 9 kg Ggw. 741 kg N. bez.

welche die Zusammenziehung in den einen

800 kg Br. 50 kg T. 750 kg N. erh. 9 kg Ggw. 741 kg N. bez.

gestatten.

In ähnlicher Weise folgt aus $13\frac{8}{9}$ % Verlust und $1\frac{1}{4}$ % Unkosten

100 *M.* Al.	$13\frac{8}{9}$ *M.* Vl.	$86\frac{1}{9}$ *M.* Vk.	100 *M.* Ek.	$1\frac{1}{4}$ *M.* Uk.	$101\frac{1}{4}$ Al.
900	125	775	400	5	405
36	5	31	80	1	81
31 *M.* Vk.	5 *M.* Vl.	36 *M.* Al.	81 *M.* Al.	1 *M.* Uk.	80 *M.* Ek.
		36 . 9	81 . 4		
279	45	324	324	4	320

279 *M.* Vk. 45 *M.* Vl. 324 *M.* Al. 4 *M.* Uk. 320 *M.* Ek.

Der letzte Erklärungssatz lässt sich mit dem auf $13\frac{8}{9}$ % Gewinn und $1\frac{1}{4}$ % Unkosten bezüglichen Erklärungssatze

369 *M.* Vk. 45 *M.* Gw. 324 *M.* Al. 4 *M.* Uk. 320 *M.* Ek.

in folgender Art zusammenstellen:

$13\frac{8}{9}$ % Gw. $1\frac{1}{4}$ % Uk.

359 *M.* Vk. 279 *M.* Vk. 45 *M.* Gw. oder Vl. 324 *M.* Al. 4 *M.* Uk. 320 *M.* Ek.

$13\frac{8}{9}$ % Vl. $1\frac{1}{4}$ % Uk.

Indem man sich nun die einziffrigen Vielfachen von derartigen Erklärungssätzen, wie die eben hergeleiteten sind, bildet, erhält man die in Rede stehenden Tabellen, z. B.

$6\frac{1}{4}$ % T. und $1\frac{1}{5}$ % Ggw.

800 kg Br.	50 kg T.	750 kg N. erh.	9 kg Ggw.	741 kg N. bez.
1600	100	1500	18	1482
2400	150	2250	27	2223
3200	200	3000	36	2964
4000	250	3750	45	3705
4800	300	4500	54	4446
5600	350	5250	63	5187
6400	400	6000	72	5928
7200	450	6750	81	6669

$8\frac{1}{3}$ % T. und $1\frac{3}{5}$ % Ggw.

1500 kg Br.	125 kg T.	1375 kg N. erh.	22 kg Ggw.	1353 kg N. bez.
3000	250	2750	44	2706
4500	375	4125	66	4059
6000	500	5500	88	5412
7500	625	6875	110	6765
9000	750	8250	132	8118
10500	875	9625	154	9471
12000	1000	11000	176	10824
13500	1125	12375	198	12177

$18\frac{3}{4}$ % Gw. und $1\frac{1}{3}$ % Uk.

M. Vk.		*M.* Gw.	*M.* Al.	*M.* Uk.	*M.* Ek.
361	247	57	304	4	300
722	494	114	608	8	600
1083	741	171	912	12	900
1444	988	228	1216	16	1200
1805	1235	285	1520	20	1500
2166	1482	342	1824	24	1800
2527	1729	399	2128	28	2100
2888	1976	456	2432	32	2400
3249	2223	513	2736	36	2700
	M. Vk.	*M.* Vl.	*M.* Al.	*M.* Uk.	*M.* Ek.

$18\frac{3}{4}$ % Vl. und $1\frac{1}{3}$ % Uk.

$8\frac{1}{3}$ % Gw. und $1\frac{1}{4}$ % Uk.

M. Vk.		*M.* Gw.	*M.* Al.	*M.* Uk.	*M.* Ek.
369	279	45	324	4	320
738	558	90	648	8	640
1107	837	135	972	12	960
1476	1116	180	1296	16	1280
1845	1395	225	1620	20	1600
2214	1674	270	1944	24	1920
2583	1953	315	2268	28	2240
2952	2232	360	2592	32	2560
3321	2511	405	2916	36	2880
	M. Vk.	*M.* Vl.	*M.* Al.	*M.* Uk.	*M.* Ek.

$8\frac{1}{3}$ % Vl. und $1\frac{1}{4}$ % Uk.

Behufs der Bildung von Aufgaben hat man nur nöthig, die beiden prozentischen Bestimmungen mit einem in der Tabelle befindlichen oder auch mit einem irgend wie aus der Tabelle abgeleiteten Erklärungssatze zusammenzustellen, z. B.:

2583	1953	315	2268	28	2240
184,5	139,5	22,5	162	2	160
11,07	8,37	1,35	9,72	0,12	9,6
2778,57	2100,87	338,85	2439,72	30,12	2409,6; also

$8\frac{1}{3}$ % Gw. $1\frac{1}{4}$ % Uk. 2778,57 *M.* Vk. 338,85 *M.* Gw. 2439,72 *M.* Al. 30,12 *M.* Uk. 2409,6 *M.* Ek.

$8\frac{1}{3}$ % Vl. $1\frac{1}{4}$ % Uk. 2100,87 *M.* Vk. 338,85 *M.* Vl. 2439,72 *M.* Al. 30,12 *M.* Uk. 2409,6 *M.* Ek.

Hieraus folgen neben vielen anderen Aufgaben, deren Resultate aus den beiden Vorderzeilen zu entnehmen sind, z. B. folgende Aufgaben:

$8\frac{1}{3}$ % Gw. $1\frac{1}{4}$ % Uk. 2778 *M.* 57 ₰. Vk. ? *M.* Ek.
$8\frac{1}{3}$ % Vl. $1\frac{1}{4}$ % Uk. $338\frac{17}{20}$ *M.* Vl. ? *M.* Ek.
$8\frac{1}{3}$ % Gw. $338\frac{17}{20}$ *M.* Gw. $30\frac{3}{25}$ *M.* Uk. ? % Uk.
$8\frac{1}{3}$ % Vl. 2100 *M.* 87 ₰. Vk. 2409 *M.* 60 ₰. Ek. ? % Uk.
$1\frac{1}{4}$ % Uk. $338\frac{17}{20}$ *M.* Gw. $2409\frac{3}{5}$ *M.* Ek. ? % Gw.

Wohl kaum bedarf es der Bemerkung, dass die vorstehende Entwickelung die durchschnittliche Auffassungsfähigkeit eines Quintaners übersteigt: Dieselbe soll aber auch nur die Bildung von bequem ausrechenbaren Aufgaben in Decimal- und gemeinen Brüchen vermitteln helfen. Allenfalls könnte sie für einen Quartaner zu verwenden sein, um Aufgaben mit zweien gegebenen Prozentbestimmungen und dem Zahlenwerthe einer zugehörigen Grössenart in umfassendster Weise zu lösen.

Es werde z. B. die erste von obigen Aufgaben in Betracht gezogen.

Man bilde aus den beiden darin enthaltenen prozentischen Bestimmungen den zusammengezogenen Erklärungssatz

369 *M.* Vk. 45 *M.* Gw. 324 *M.* Al. 4 *M.* Uk. 320 *M.* Ek.

und erkennt sofort in der gegebenen Zahlbestimmung 2778,57 *M.* Vk. das erste Glied eines abgeleiteten Erklärungssatzes. Da nun 369 *M.* Vk. in 2778,57 *M.* Vk. genau 7,53mal enthalten ist, so findet man die übrigen Glieder des letzteren, indem man die entsprechenden Glieder des ersteren mit 7,53 multiplicirt. Man erhält also nicht blos den Einkaufspreis, nach welchem unmittelbar gefragt ist, sondern zugleich auch Gewinn, Auslage und Unkosten.

5) Zu den Aufgaben mit zweien Prozentbestimmungen gehören auch folgende:

Man verkauft eine Waare für a *M.* mit b % Gewinn. Wie theuer muss man die Waare verkaufen um c % zu gewinnen? — Wenn man eine Waare zu a *M.* verkauft, so hat man b % Gewinn. Wie theuer muss man bei c % Verlust verkaufen? — Bei dem Verkaufe einer Waare für a *M.* verliert man b %. Wieviel % verliert oder gewinnt man, wenn man sie zu (a + c) *M.* verkauft? — Wenn man eine Waare für a *M.* verkauft, so gewinnt man b %. Wieviel % gewinnt man, wenn man sie zu (a + c) *M.* verkauft?

Ueber die mehrfache Auflösung dieser Aufgaben vergleiche man Schellen's Materialien für den Rechenunterricht pag. 239. Neue Principien kommen hierbei nicht zum Vorschein. Die den beiden Prozentbestimmungen entsprechenden Erklärungssätze haben in 100 *M.* Al. ein gemeinsames Glied und können in einen einzigen zusammengezogen werden. Dieser zusammengezogene Erklärungssatz lautet z. B. für die erste der obigen Aufgaben

(100 + b) *M.* 1ter Vk. (Verkaufspreis) b *M.* Gw. 100 *M.* Al. c *M.* Gw. (100 + c) *M.* 2ten Vk.

und kann in bekannter Weise zur Aufgabenbildung verwendet werden.

6) Bei der grossen Wichtigkeit des Prozentbegriffes kann dessen besondere Einübung nicht entbehrt werden. Mit einer grossen Anzahl von Procentbestimmungen sind die Schüler bereits vertraut und es ist dadurch der Boden geebnet die abstracten Anwendungen dem Bewusstsein näher zuführen. Die schon erwähnten Materialien enthalten unter der Rubrik „allgemeine Rechnungen mit Prozenten" recht Brauchbares und es ist nur etwa darauf aufmerksam zu machen, dass gerade die einfachsten Aufgaben, z. B.:

Wieviel % macht es, wenn man $\frac{1}{5}$ von einem Ganzen nimmt?
Wieviel ist 6 % von 24? Wieviel % ist $1\frac{13}{20}$ von 55?
Welche Zahl ist um 10 % kleiner als $12\frac{1}{2}$? Welche Zahl ist um 10 % grösser als $12\frac{1}{2}$?

ganz besonders sorgfältiger Einprägung bedürfen.

7.

1) Alle einfachen Prozentaufgaben können durch die Zusammenstellung zweier Erklärungssätze, von welchen der eine lauter bekannte Glieder und der andere nur ein bekanntes Glied enthält, gelöst werden, z. B.:

100 *M.* Al.	15 *M.* Gw.	115 *M.* Vk.	250 *M.* Al.	$37\frac{1}{2}$ *M.* Gw.	$287\frac{1}{2}$ *M.* Vk.	100 *M.* Al.	15 *M.* Gw.	115 *M.* Vk.
260	$37\frac{1}{2}$	$287\frac{1}{2}$	100	?	?	250	?	?

In der Regel richtet sich das Interesse auf die Berechnung von einer der beiden Unbekannten in jeder Aufgabe. Deshalb schreibt man die jenen beiden Erklärungssätzen entsprechenden Aufgaben in abgekürzter Form, wie folgt, an:

250 *M.* Al. $287\frac{1}{2}$ *M.* Vk ? % Gw. — 15 % Gw. 250 *M.* Al. ? *M.* Gw. — 15 % Gw. 250 *M.* Al. ? *M.* Vk. und bildet hieraus in bekannter Weise den Ansatz. Der erste der obigen Sätze behält den Namen Erklärungssatz bei, der darunter stehende Satz unter Weglassung des Gliedes, auf dessen Berechnung es nicht ankommt, wird Fragesatz genannt; der Bedingungssatz endlich ist der nach dem Muster des Fragesatzes verkürzte Erklärungssatz.

Wenn man sich auf die obigen dreigliedrigen Erklärungssätze beschränkt und den einen mit lauter bekannten Grössen Bedingungssatz den anderen mit zweien unbekannten Grössen Fragesatz nennt, so erhält man überhaupt nur zwei Aufgaben, deren Lösung am einfachsten, wie folgt, sich gestaltet:

Sovielmal das bekannte Glied des Fragesatzes das entsprechende Glied des Bedingungssatzes in sich fasst, sozielmal muss man die anderen Glieder des Bedingungssatzes nehmen um die entsprechenden Glieder des Fragesatzes zu erhalten.

Dieselbe Regel kann auch für die Lösung zusammengesetzter Aufgaben mit zweien Prozentbestimmungen verwandt werden, wenn letztere beide bekannt sind.

2) An die so aufgefasste Prozentrechnung schliesst sich unmittelbar *die Gesellschafts-, Vertheilungs- und Mischungsrechnung* an. Hierbei handelt es sich stets um die Theilung einer Grösse nach gegebenem Verhältnisse und das Gesetz der Theilung kann durch einen mehrgliedrigen Erklärungssatz ausgedrückt werden, dessen Glieder die Summe der Verhältnisszahlen und diese Verhältnisszahlen selbst sind. Auch ist es statthaft alle Glieder des in Rede stehenden Erklärungssatzes mit einer beliebigen Zahl zu vervielfältigen oder durch solche zu theilen. Folglich existiren unendlich viele Erklärungssätze, die alle das Theilungsgesetz in gleicher Vollkommenheit ausdrücken. Unter denselben ist derjenige aufzusuchen, welcher die zu vertheilende Summe oder falls dieselbe unbekannt sein sollte, den einen bekannten Theil enthält. Von dem ersten Erklärungssatze sind alle Glieder bekannt und man kann ihn in Consequenz der früheren Bezeichnung Bedingungssatz nennen, auch stetz dafür Sorge tragen, dass er in den kleinstmöglichen ganzen Zahlen zum Vorschein kommt; der zweite Erklärungssatz, der bis auf ein gegebenes Glied lauter unbekannte Glieder enthält, muss dann Fragesatz heissen. Das vorausgesetzt passt die unter 1) mit Cursiv-Schrift gedruckte Auflösungsmethode auch auf beide Hauptaufgaben der einfachen Gesellschaftsrechnung.

a) *Man soll eine gegebene Summe nach gegebenem Verhältnisse theilen und die Grösse der einzelnen Theile bestimmen.*

b) *Wenn ein Theil der Summe und die Verhältnisszahlen, nach denen die Summe getheilt werden soll, gegeben sind, so soll man die übrigen Theile und die Summe selber finden.*

Beispiel 21: Ein Geschäftsgewinn von 16576 *M.* 5 ₰. soll unter die drei Theilhaber A, B, C des Geschäftes vertheilt werden. A hatte $2133\frac{1}{3}$ *M.*, B 2560 *M.* und C $1706\frac{2}{3}$ *M.* in die gemeinsame Kasse eingelegt. Wieviel von dem Gewinn kommt jedem zu?

	$2133\frac{1}{3}$ *M.*	2560 *M.*	$1706\frac{2}{3}$ *M.*	$\times$ 3
	6400	7680	5120	$\times$ $6\frac{1}{40}$
	10	12	8	$\times$ $\frac{1}{2}$
Bds.	5 *M.*	6 *M.*	4 *M.*	15 *M.* = (5 + 6 + 4) *M.*
Frs.	?	?	?	$16576\frac{1}{20}$

Sovielmal 15 *M.* in $16576\frac{1}{20}$ *M.* enthalten ist, sovielmal muss ich die übrigen Glieder des Bedingungssatzes nehmen. $16576\frac{1}{20}$ *M.* : 15 *M.* = $1105\frac{7}{100}$, also erhält

A $1105\frac{7}{100} \cdot 5$ *M.* = 5525 *M.* 35 ₰.
B $1105\frac{7}{100} \cdot 6$ *M.* = 6630 *M.* 42 ₰.
C $1105\frac{7}{100} \cdot 4$ *M.* = 4420 *M.* 28 ₰.
in Summa 16576 *M.* 5 ₰.

Beispiel 23: Drei Geschwister theilen das elterliche Vermögen. Zufolge des Testamentes soll der ältere Sohn $\frac{5}{12}$ des Vermögens, der jüngere $\frac{1}{3}$ desselben und die Tochter den Rest erhalten.

Die Tochter erhielt bei der Theilung $480\frac{3}{5}$ *M.* Wie gross war die ganze Erbschaft und wieviel erhielt jeder der Söhne.

Der ältere Sohn bekam $\frac{5}{12}$, der jüngere $\frac{1}{3}$, also die Tochter $(1 - \frac{5}{12} - \frac{1}{3} =)$ $\frac{1}{4}$ der Erbschaft. Mithin sind die Verhältnisszahlen

	$\frac{5}{12}$.	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}$	$\times$ 12
	5	4	3	12
Bds.	5 *M.*	4 *M.*	3 *M.*	12 *M.*
Frs.	?	?	$480\frac{3}{5}$	?

$480\frac{3}{5}$ *M.* : 3 *M.* = $160\frac{1}{5}$; also ist
der Antheil des älteren Sohnes $160\frac{1}{5}$. 5 *M.* = 801 *M.*
„ „ „ jüngeren „ $160\frac{1}{5}$. 4 *M.* = 640 *M.* 80 ₰.
die ganze Erbschaft $160\frac{1}{5}$. 12 *M.* = 1922 *M.* 40 ₰.
Probe: 480 *M.* 60 ₰. + 801 *M.* + 640 *M.* 80 ₰. = 1922 *M.* 40 ₰.

3) Die Multiplicationsformeln, welche die Gewinnantheile von A, B, C in dem 21ten Beispiele ausdrücken, können dadurch umgeformt werden, *dass man die Factoren des vor der Benennung befindlichen Zahlenproductes mit einander vertauscht.* Dadurch ergiebt sich der Antheil

von A = 5 . $1105\frac{7}{100}$ *M.*, von B = 6 . $1105\frac{7}{100}$ *M.*, von C = 4 . $1105\frac{7}{100}$ *M.*

Nun drückt $1105\frac{7}{100}$ *M.* genau den 15ten Theil von $16576\frac{1}{20}$ *M.* aus und A. erhält 5, B 6, C 4 solcher Theile und man hat, wie es sein muss, die Summe der Bestandtheile gleich dem Ganzen, nämlich

5 Theile + 6 Theile + 4 Theile = 15 Theile.

Aus der vorstehenden Betrachtung geht eine zweite Auflösungsart von Aufgaben der Gesellschaftsrechnung hervor und zugleich wird der Zusammenhang aufgedeckt, den sie mit der ersten hat.

Beispiel 24: Zur Fabrikation des Schiesspulvers nimmt man Kohle, Schwefel und Salpeter, nämlich 3mal soviel Schwefel als Kohle und 4mal soviel Salpeter als Schwefel. Wieviel von jeder Sorte muss man nehmen um 72 kg Pulver anzufertigen?

Die Verhältnisszahl für die Menge der Kohle sei 1, so ist die Verhältnisszahl für die Menge des Schwefels 3 . 1 = 3, die Verhältnisszahl für die Menge des Salpeters 4 . 3 = 12. Folglich nimmt man als die Bestandtheile des Pulvers 1 Gewichtstheil Kohle, 3 Gewichtstheile Schwefel, 12 Gewishtstheile Salpeter — im Gauzen (1 + 3 + 12 oder) 16 Gewichtstheile = 72 kg, mithin 1 Gewichtstheil = $4\frac{1}{2}$ kg. Also hat man

1 Gwth. K. = $4\frac{1}{2}$ kg, 3 Gwth. Schw. = 3 . $4\frac{1}{2}$ kg = $13\frac{1}{2}$ kg, 12 Gwth. Slp. = 12 . $4\frac{1}{2}$ kg = 54 kg und die in Rede stehenden 72 kg Pulver bestehen aus

4 kg 500 g K. 13 kg 500 g Schw. 54 kg Slp.

4) In manchen Fällen sind die Verhältnisszahlen, nach denen ein Ganzes zu theilen ist, von mehreren Umständen abgängig. Es mögen sich z. B. drei Bauern verpflichtet haben einen Weg för 3320 *M.* auszubessern; A stellt hierzu 4 Mann 6 Tage lang, B 3 Mann 9 Tage lang, C 4 Mann 8 Tage lang. Wieviel bekommt jeder?

Die 4 Mann	des A	auf 6 Tage	arbeiten soviel wie 1 Mann	auf 24 Tage	
3	B	9	1	27	
4	C	8	1	32	

Folglich ist die Summe von 3320 *M.* nach dem Verhältnisse der Zahlen 24, 27, 32 zu vertheilen und es ergiebt sich schliesslich, dass A 960 *M.*, B 1080 *M.*, C. 1280 *M.* bekommt.

5) Alle Aufgaben der Gesellschafts- oder Mischungsrechnung, welche neue Principien erfordern, gehören in den Kursus der Quinta nicht hinein; ja nach einer Seite wenigstens ist nunmehr die Grenze erreicht, welche überhaupt dem Rechenunterrichte an höheren Schulen gestellt ist. Die Auflösung zu dem Beispiel 24 ist nämlich im Grunde genommen mit der Lösung der Aufgabe durch Aufstellung einer Gleichung mit einer Unbekannten einerlei.

Aufgaben, welche das Unbekannte in verwickelter Form enthalten, sollten von Rechtswegen stets der Algebra zugewiesen werden. Denn die algebraische Behandlung ist jedenfalls die einfachere, weil die Aufstellung der Gleichung immer auf den einfachsten Principien beruht und die weitere Rechnung nach gleichförmigen Regeln erfolgt. Wenn man eine solche Aufgabe als Rechenaufgabe behandelt, so hat man allerlei Kunstgriffe nöthig, welche von Aufgabenart zu Aufgabenart wechseln und eine dem schwächern Durchschnitte der Schüler nicht zuzumuthende Erfindungskraft bedingen — oder man muss für jede Aufgabenclasse geradezu eine besondere Rechnung aufstellen und einüben, welche die Masse des zu bewältigenden Lehrstoffes ungebührlich vermehrt. Namentlich das Uebungsbuch von Schellen enthält zahlreiche derartige Aufgaben, welche in ihrer Art wahre Meisterstücke, aber doch mit dem angedeuteten Uebelstande behaftet sind. Wenn die Lösungen derselben beigebracht und geläufig geworden sind, so pflegen sie den Schülern für den Augenblick diejenige Befriedigung zu gewähren, welche dem Anblick jedes wohlaufgeführten Baues sich verbindet. Aber dem ungeachtet hat sie selbst der bessere Schülerdurchnitt nach einiger Zeit vergessen und die Arbeit der Einübung und Auffrischung beginnt von neuem.

Um es in voller Kürze und Bestimmtheit auszudrücken, zuerst diejenigen Aufgaben der Gesellschaftsrechnung, in denen der eine oder andere Theil durch Addition oder Subtraction von mehreren Theilen entsteht, ferner diejenigen Aufgaben der Mischungsrechnung, welche vermöge der beiden Sätze: Die Summe der Preise der Bestandtheile ist gleich dem Preise der Mischung; die Summe von dem Gewichte der Bestandtheile ist gleich dem Gewichte der Mischung, und vermöge des Prinzipes der Proportionalität nicht zu Ende geführt werden können, endlich alle zusammengesetzten Aufgaben, welche mehr als Regeldetriexempel und Prozentverhältnisse aneinanderreihen, sind entweder unbedingt aus dem Rechenunterrichte zu verbannen oder doch nur mit der grössten Sparsamkeit zu verwenden. Als Ausblick in ein höheres Gebiet können sie hier und da Platz finden.

6) Der wichtigste Theil des Rechencursus für Quarta ist das abgekürzte Rechnen mit Decimalbrüchen, daneben geht die Ausziehung der Quadrat- und Cubikwurzeln her und Aufgaben über Quadrat, Rechteck, Würfel, rechtwinkliges Parallelepipedon. Sonst treten in reichlicher Menge Aufgaben hinzu, die dem Lehrstoffe der Quinta entnommen, aber zusammengesetzterer Art sind und nach Möglichkeit mehrere Gebiete auf einmal berühren. Kettensatz, Terminrechnung und einige Mischungsrechnungen vervollständigen den Lehrstoff.

In den Vordergrund tritt die Darlegung des wissenschaftlichen Zusammenhanges, der zwischen den sogenannten bürgerlichen Rechnungsarten besteht. Im Grunde genommen umfassen dieselben nur zwei verschiedene Rechnungsformen: Regeldetri und Prozentrechnung. Durch Combination ergiebt sich hieraus: die zusammengesetzte Regeldetri, die Verbindung von Regeldetri und Prozentrechnung, die zusammengesetzte Prozentrechnung. Selbst die Gesellschaftsrechnung erscheint bei genauerer Betrachtung nur als eine eigenthümliche Abart der Prozentrechnung — an Stelle der Zahl 100 tritt die Summe der Verhältnisszahlen und an Stelle eines Theiles von 100 der Reihe nach jede Verhältnisszahl. Ebenso sind die sogenannte Tara-, Gewinn- und Verlustrechnung, sowie grosse Theile der Mischungsrechnung — Legirungen und andere Gemische betreffend — nichts weiter als einfache Prozentaufgaben, Zins-, Rabatt und Discontorechnung die Combination von Regeldetri und Prozentrechnung. Die Scheidung aller dieser Rechnungsarten in den Lehr- und Uebungsbüchern ist etwas sehr Ueberflüssiges.

7) Die leitenden Gesichtspuncte für den Rechenunterricht auf höheren Schulen sind folgende:

a) Der fundamentale Rechenunterricht fällt in dreien Stufen den drei unteren Klassen zu.

b) Der Cursus jeder Stufe muss den Cursus der vorhergehenden in sich aufnehmen und angemessen erweitern.

c) Das Zifferrechnen und das Kopfrechnen müssen zu gleichmässiger Fertigkeit gebracht werden.

d) Das Kopfrechnen fällt nur den Lehrstunden anheim und setzt am besten keine Präparation der Schüler voraus. Mithin muss es sich stets an einfache, leicht zu überschauende Zahlen und Grössenverhältnisse anschliessen und innerhalb der gezogenen Grenzen auch bei den minder begabten Schülern bis zur Schlagfertigkeit gebracht werden.

e) Das Zifferrechnen ist hauptsächlich durch Hausaufgaben zu üben, die einzelnen Uebungen sind während der Lehrstunden selbst umfassend und sorgfältig vorzubereiten.

f) Der Lehrstoff ist sowohl durch Ausstossung von allem Ueberflüssigen, als auch durch die Zusammenfassung des wirklich Verwandten möglichst zu beschränken.

g) Die Behandlung des Lehrstoffes ist wissenschaftlich zu vertiefen, damit der Rechenunterricht den eigentlichen arithmetischen Unterricht angemessen vorbereite und in nahe Beziehung zu demselben trete.

Dr. **H. Schwarz.**

Bericht
über das Schuljahr von Ostern 1879 bis Ostern 1880.

I. Chronik der Schule.

Zu Anfange des Schuljahres am 21. April 1879 wurde Herr Dr. Heyde und am 5. Januar dieses Jahres Herr Dr. Pockrandt als Lehrer der höheren Bürgerschule von dem Unterzeichneten eingeführt. Ersterer trat an die Stelle des im vorigen Schuljahre ausgeschiedenen Lehrers Dr. Müller, letzterer an Stelle des Schulamtscandidaten Atzler; der Abgang von beiden war ein herber Verlust für die Schule, Lehrer und Schüler bewahren ihnen ein bleibendes Andenken. Schon im Juni hatte Herr Atzler Urlaub Behufs wissenschaftlicher Studien genommen und wurde bis Michaeli von dem Schulamtscandidaten Guettke vertreten, dem für die willkommene Beihülfe der Unterzeichnete auch an dieser Stelle noch seinen besonderen Dank ausspricht.

Der Gesundheitszustand des Lehrercollegiums hat vielfältige Vertretungen nöthig gemacht. In Folge von Erkältungskrankheiten war der Unterzeichnete 3 Tage lang, der Schulamtscandidat Atzler 5 Tage lang, die ordentlichen Lehrer Blaskowitz, Puschke, Dr. Pockrandt beziehungsweise 10, 3, 4 Tage lang an Abhaltung ihrer Lectionen verhindert. Endlich hat der Zeichenlehrer Marold zuerst wegen einer Herzbeutelentzündung vom 6. Oct. bis zu Weihnachten und später vom 24. Februar bis jetzt ununterbrochen gefehlt und wird voraussichtlich auf längere Zeit hin nicht im Stande sein seiner Amtspflicht zu genügen.

Am 15. Juni vorigen Jahres wurde der Tertianer Hermann Bachler und am 24. Februar dieses Jahres der Sextaner Paul Reimann von allen Classen der höheren Bürgerschule zu Grabe geleitet, beide wohlgeartete, fleissige Knaben, deren frühen Tod ihre Lehrer und Mitschüler tief beklagen. Sonst, mit Ausnahme mehrerer Wochen vor und nach Weihnachten, in denen viele Schüler an Erkältungen litten, war der Gesundheitszustand in allen Klassen befriedigend.

Am 25. Mai, dem Sonntag Exaudi, fand in der hiesigen altstädtischen Kirche die Einsegnung der Confirmanden statt und am darauf folgenden Sonntag die gemeinsame Communion von Lehrern und Schülern der Anstalt.

Am 9. Juni revidirte im Auftrage des Königlichen Provinzial-Schul-Collegiums der Herr Geheime Regierungsrath Dr. Schrader die höhere Bürgerschule nebst Vorschule und hielt eine Schlussconferenz ab, welche durch eine Fülle der werthvollsten pädagogischen Anweisungen das ganze Lehrercollegium zum grössten Dank verpflichtet.

Am 11. Juni wurde die goldene Hochzeit Ihrer Kaiserlichen Majestäten des Kaisers und der Kaiserin durch einen öffentlichen Actus gefeiert, an welchem der ordentliche Lehrer Jordan über das Leben der beiden Kaiserlichen Majestäten sprach.

Am 17. Juni wurde das Schulfest durch einen Ausflug nach der Buyliner Forst unter vielfältiger Betheiligung der Angehörigen unserer Schüler fröhlich begangen. Von der Sammlung zur Bestreitung der allgemeinen Unkosten blieb ein der Bibliothek zugewiesener Rest von 8 M. 30 Pf. übrig.

Am 2. September wurde zur Feier des Sedanfestes ein öffentlicher Actus abgehalten; der Herr Schulamtscandidat Guettke sprach über die Bedeutung des Tages von Sedan, indem er einen kurzen Ueberblick über die Entwickelung des deutschen Kaiserthums gab.

Am 18. August des vorigen und am 23. Februar dieses Jahres fanden unter dem Vorsitz des Herrn Geheimen Regierungs- und Provinzial-Schulrathes Dr. Schrader die beiden Abiturientenexamen der Anstalt statt, über welche die näheren Angaben weiter unten folgen.

Die öffentliche Prüfung sämmtlicher Schüler wird den 19. März stattfinden und derselben die Entlassung der Abiturienten sich anschliessen.

Da der Geburtstag unseres allergnädigsten Kaisers und Herrn in die Ferien fällt, so kann dieses Mal zur Feier desselben ein öffentlicher Actus nicht veranstaltet werden, doch wird am Schlusse der Schule und der Vertheilung der Censuren Sonnabends am 20. März eine angemessene Vorfeier in der Schule selbst stattfinden. Der Beginn des neuen Schuljahres ist auf

Montag den 12. April 1880

angesetzt.

2. Amtliche Verordnungen von allgemeinerem Interesse.

Folgende Verfügungen des Königlichen Provinzial-Schul-Collegiums sind besonders hervorzuheben:

1) 22. Juli 1879: Dem Schulamtscandidaten Guettke wird die Abhaltung des Probejahres an der höheren Bürgerschule gestattet.

2) 24. Juli 1879: Die Beurlaubung des Schulamtscandidaten Atzler für August und September wird genehmigt.

3) 26. August 1879: Die Theilnahme der Rectoren von höheren Bürgerschulen an der Directorenconferenz der Provinz wird gestattet, wenn die Patronatsbehörde der Schule die Kosten aufbringt.

4) 15. December 1879: Die Anstellung des Gewerbeschullehrers Dr. Hermann Pockrandt zu Bautzen als ordentlicher Lehrer an der hiesigen höheren Bürgerschule wird genehmigt.

5) 13. Februar 1880: Vermöge des beigefügten Ministerialrescriptes sollen vom Beginne des Schuljahres 1880/81 an allen Schulen die

„Regeln und Wörterverzeichnis für das deutsche Rechtschreiben" Berlin Weidmann'sche Buchhandlung, Ladenpreis des gebundenen Exemplars 0,15 M.

als Norm für den orthographischen Unterricht eingeführt werden. Alle deutsche Lesebücher haben fortan die vorgeschriebene Orthographie einzuhalten. Insbesondere aus den Klassen Sexta, Quinta, Quarta der höheren Schulen sind innerhalb eines Zeitraumes von 5 Jahren auch alle anderweiten Schulbücher von abweichender Orthographie zu beseitigen.

6) 20. Februar 1880: Die Einführung der Lehrbücher für Physik, Chemie und Mineralogie von Baenitz wird genehmigt.

3. Lehrapparat.

Bibliothek und Sammlungen sind nach Massgabe der verfügbaren Mittel vervollständigt und erweitert worden.

4. Lehrverfassung.

Da das Programm pro 1878 eine ausführliche Darstellung der Lehrverfassung enthält, so wird hierauf um so mehr verwiesen, da keine wesentlichen Aenderungen eingetreten sind.

Gelesen und erklärt wurden in Secunda während des abgelaufenen Schuljahres neben der ständigen Lectüre „Nathan der Weise" von Lessing und „die Braut von Messina" von Schiller, die zweite catilinarische Rede von Cicero nebst den drei ersten Capiteln der dritten; Ov. Metamorph. lib. 1—540, das „Sketch-book von Irong und „Le Verre d'eau" von Scribe.

In Secunda wurden folgende Themata zu deutschen Aufsätzen bearbeitet:

1) Willst du dich selber erkennen, sieh, wie die andern es treiben; willst du die andern verstehn, blick in dein eigenes Herz.

2) Das menschliche Leben gleicht einer Blume (Probeaufsatz.)

3) Ohne Wahl vertheilt die Gaben, ohne Billigkeit das Glück; denn Patroclus liegt begraben und Thersites kehrt zurück.

4) Wer seinen ersten Fehl gesteht und umkehrt, weil er irre geht, ist muthiger als der tapfere Mann, der weiter geht, weil er begann.

5) Die drei Ringscenen in Lessings „Nathan der Weise". (Probeaufsatz.)

6) Die Blüthe ein Bild unserer Hoffnungen.

7) Welchen Einfluss hat America auf Europa ausgeübt?

8) Gott in der Natur, ein Dialog in fünffüssigen Jamben nach dem Englischen (Probeaufsatz).

9) Die Fahnenweihe, ein metrischer Versuch in fünffüssigen Jamben nach Herder.

10) Nicht an die Güter hänge dein Herz, die das Leben vergänglich zieren! Wer besitzet, lerne verlieren, wer im Glück' ist, lerne den Schmerz.

11) Die Fabel des Schiller'schen Stückes „die Braut von Messina".

12) Warum ist die Zunge das nützlichste und verderblichste Glied des Menschen (Probeaufsatz).

5. Tabellarische Uebersicht des Lehrplanes und der Vertheilung der Lectionen unter die Lehrer während des Schuljahres 1879|80.

<table>
<tr><th></th><th>Secunda.
Ord.:
Dr. Schwarz.</th><th>Tertia.
Ord.:
Atzler resp.
Guettke,
Dr.Pockrandt.</th><th>Quarta.
Ord.:
Blaskowitz.</th><th>Quinta.
Ord.:
Rieder.</th><th>Sexta.
Ord.:
Marold.</th><th>Erste
Vorclasse.
Ord.:
Puschke.</th><th>Zweite
Vorclasse.
Ord.:
Klein.</th><th>Wöchentlich Stunden.</th></tr>
<tr><td>Dr. Schwarz.</td><td>3 Deutsch.
6 Mathematik.</td><td>6 Mathematik.</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>15 St.</td></tr>
<tr><td>Blaskowitz.</td><td>2 Religion.
2 Geschichte.
1 Geographie.</td><td>2 Religion.
2 Geschichte.
1 Geographie.</td><td>6 Lateinisch.</td><td></td><td>8 Lateinisch.</td><td></td><td></td><td>24 St.</td></tr>
<tr><td>Atzler resp.
Guettke und
Dr. Pockrandt.</td><td>4 Französisch.
3 Englisch.</td><td>4 Französisch.
4 Englisch.</td><td>4 Französisch.</td><td>5 Französisch.</td><td></td><td></td><td></td><td>24 St.</td></tr>
<tr><td>Jordan.</td><td>4 Lateinisch.</td><td>5 Lateinisch.
3 Deutsch.</td><td>3 Deutsch.
2 Geschichte.</td><td>2 Geschichte.</td><td>1 Geschichte.</td><td></td><td></td><td>20 St.</td></tr>
<tr><td>Dr. Heyde.</td><td>2 Physik.
2 Chemie.
1 Naturgeschichte.</td><td>1 Physik.
2 Naturgeschichte.
(Chemie.)</td><td>2 Naturgeschichte.
5 Mathematik.
2 Rechnen.</td><td>6 Lateinisch.</td><td></td><td></td><td></td><td>23 St.</td></tr>
<tr><td>Rieder.</td><td></td><td></td><td>2 Religion.
2 Geographie.</td><td>3 Religion.
4 Deutsch.
2 Geographie.
4 Rechnen.</td><td>2. Geographie.</td><td>3 Religion.</td><td>3 Religion.</td><td>25 St.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Marold.</td><td>2 Zeichnen.</td><td>2 Zeichnen.</td><td>2 Zeichnen.
2 Schreiben.</td><td>2 Zeichnen.
2 Schreiben.</td><td rowspan="2">3 Religion.
2 Naturgeschichte.
2 Zeichnen.
2 Schreiben.
2 Singen.</td><td colspan="2" rowspan="2">1 Singen combinirt.</td><td rowspan="2">26 St.</td></tr>
<tr><td colspan="4">2 Singen combinirt.</td></tr>
<tr><td>Puschke.</td><td></td><td></td><td></td><td>2 Naturgeschichte.</td><td>6 Rechnen.</td><td>7 Deutsch.
2 Anschauung.
7 Rechnen.
2 Geographie.</td><td></td><td>26 St.</td></tr>
<tr><td>Klein.</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>4 Deutsch.</td><td>4 Schreiben.</td><td>8 Deutsch.
1 Anschauung.
5 Rechnen.
4 Schreiben.</td><td>26 St.</td></tr>
<tr><td>Wöchentlich</td><td>34 St.</td><td>34 St.</td><td>34 St.</td><td>33 St.</td><td>32 St.</td><td>26 St.</td><td>22 St.</td><td></td></tr>
</table>

Der Turnunterricht wird während des Sommers 2 mal wöchentlich in je 3 Stunden und in 2 Abtheilungen ertheilt.

6. Abiturientenexamen.

Für don Michaelistermin 1879 hatten sich 6 Abiturienten gemeldet, von denen einer nach der schriftlichen Prüfung freiwillig zurücktrat, einer die mündliche Prüfung nicht bestand, die übrigen vier das Zeugniss der Reife zur Prima einer Realschule erster Ordnung erlangten, einer mit dem Prädicate „gut bestanden“ und die anderen drei mit dem Prädicate „genügend bestanden“. Die Zahl der Meldungen für den Ostertermin 1880 betrug 7 und alle sieben haben die Prüfung bestanden, ndem 4 das Zeugniss der Reife mit dem Prädicate „gut bestanden“ und 3 das Zeugniss der Reife mit dem Prädicate „genügend bestanden“ erhielten.

Für den Michaelistermin war das deutsche Thema: Die Blüthe, ein Bild unserer Hoffnungen — für den Ostertermin: Wodurch lässt sich die Ueberlegenheit Europas über die anderen Erdtheile erklären?

Die mathematischen Aufgaben für beide Termine waren:

1. Ein Kaufmann zieht eine Schuld von 2295 *M.* mit $6\frac{1}{4}$ % Rabatt ein. Die dadurch verfügbare Summe baaren Geldes reicht gerade hin, nicht nur um von einem Fabrikanten 240 Ctr. einer Waare, von welcher 4 Pfd. 3 *M.* kosten, zu entnehmen, sondern auch alle durch dies Geschäft erwachsenden Unkosten für Fracht, Steuer und dergl. zu decken. Wenn er nun beim Verkaufe gerade so viel Prozent gewinnt, als er beim Einkaufe Prozent Unkosten gehabt hat, wie gross ist sein Gewinn?

2. $$x + y = 4 \quad ; \quad \sqrt{3 - x + \tfrac{1}{4} x^2} + \sqrt{3 - y + \tfrac{1}{4} y^2} = 3$$

3. Gegeben ein Winkel und ein Punct P. Man soll durch P eine die Schenkel in X und Y bescheidende Gerade so legen, dass $PX : PY = m : n$ sei.

4. Man berechne den Cubikinhalt des einem regelmässigen Tetraëder mit der Kante a umschriebenen, sowie den Cubikinhalt des demselben eingeschriebenen Kegels und bestimme das Verhältniss beider Körper zu einander.

5. Ein Kaufmann in Köln kaufte in Bordeaux 12 Ballen Wolle, deren jeder 102 kg Brutto wog; die Tara beträgt $2\frac{1}{2}$ % und 1 kg Netto kommt mit allen Unkosten auf 3 *M.* 25 ₰. zu stehen. Wie gross ist der Gewinn, wenn die Waare mit $6\frac{2}{3}$ % Gewinn verkauft wird?

6. Die Hauptwerthe der Winkelgrösse x, welche der Gleichung

$$\operatorname{ctg} x^2 = 7 + 2 \sec 2x$$

Genüge leisten, zu bestimmen.

7. Gegeben ist ein Winkel und innerhalb desselben ein Punct P. Man soll ein Dreieck construiren, welches einem gegebenen Dreieck ähnlich ist, dessen einer Eckpunct auf P fällt und dessen beide andere Eckpuncte auf den Schenkeln des gegebenen Winkels liegen.

8. Die Hypotenuse eines rechtwinkligen Dreiecks, dessen spitze Winkel 30° und 60° sind, sei gleich a cm. Wie lang sind die drei Halbirungslinien der Aussenwinkel, wenn jede von der Spitze des halbirten Aussenwinkel bis zur Gegenseite gerechnet wird?

Die persönlichen Verhältnisse der Abiturienten erhellen aus folgender Zusammenstellung:

Vor- und Zuname des Abiturienten.	Geburtsort.	Alter in Jahren.	Religion.	Name und Stand des Vaters.	Wie viel Jahre in der Schule.	Wie viel Jahre in Secunda.	Gewählter Beruf.	Wie bestanden.
				Michaelis 1879.				
Aurisch, Karl	Gumbinnen	$19\frac{5}{6}$	ev.	Carl Aurisch, Regierungsbotenmeister †	$10\frac{1}{2}$	$2\frac{1}{2}$	Gerichtssubalternen-Laufbahn.	genügend bestanden.
Keymel, Wilhelm	Gumbinnen	$17\frac{7}{12}$	ev.	Rudolph Keymel, Grundbesitzer und Buchhalter hierselbst	$9\frac{1}{2}$	$2\frac{1}{2}$	kaufmännischer Beruf.	genügend bestanden.
Kirchhoff, Louis	Kleinbuddern, Kreises Angerburg	$17\frac{1}{4}$	ev.	Heinrich Kirchhoff, Gutsbesitzer	$1\frac{1}{2}$	$2\frac{1}{2}$	Prima einer Realschule 1. Ordn.	genügend bestanden.
Luther, Wilhelm	Pentlack, Kreises Gerdauen	$17\frac{5}{12}$	ev.	Ferdinand Luther, Gutsbesitzer	$1\frac{1}{2}$	2	Prima einer Realschule 1. Ordn.	gut bestanden.
				Ostern 1880.				
Ostermeyer, Gustav	Gumbinnen	$17\frac{5}{12}$	ev.	Gustav Ostermeyer, Restaurateur †	9	2	Militärdienst	gut bestanden.
Scherbel, David	Schmiegel, Kreises Kosten	$17\frac{1}{2}$	jüd.	Moritz Scherbel, jüdischer Gemeinde-Lehrer und Prediger	9	3	kaufmännischer Beruf	gut bestanden.
Schneppat, Heinrich	Berszien, Kreises Insterburg	$20\frac{1}{3}$	ev.	Johann Schneppat, Gutsbesitzer	$1\frac{1}{2}$	$2\frac{1}{2}$	Prima einer Realschule 1. Ordn.	genügend bestanden.
Schumacher, Fritz	Gumbinnen	$17\frac{3}{4}$	ev.	Rudolph Schumacher, Gastwirth	9	2	Prima einer Realschule 1. Ordn.	genügend bestanden.
Timmler, Richard	Gumbinnen	$16\frac{5}{6}$	ev.	Rudolph Timmler, Regierungscanzlist †	7	2	Postdienst.	gut bestanden (dispensirt).
Toussaint, Hermann	Schmulken, bei Walterkehmen	$19\frac{3}{4}$	ev.	Johann Toussaint, Gutsbesitzer	8	2	kaufmännischer Beruf.	genügend bestanden.
Urbat, Richard	Gumbinnen	15	ev.	August Urbat, Fleischermeister †	6	2	Prima einer Realschule 1. Ordn.	gut bestanden.

7. Statistik der Schule.

Die Frequenzverhältnisse der höheren Bürgerschule und der damit verbundenen Vorschule erhellen aus folgender Zusammenstellung, in welcher die 3 Wochen nach Beginn des Schuljahres stattfindende Frequenz als Anfangsfrequenz und die Zahl der zu Ende des Schuljahres censirten Schüler als Schlussfrequenz bezeichnet ist.

Schuljahr.		Höhere Bürgerschule: II.	III.	IV.	V.	VI.	überhaupt	unter 100 Schülern waren Auswärtige.	Zahl der Abiturienten	nach Prima	Vorschule: 1	2	überhaupt	unter 100 Schülern waren Auswärtige
Ost. 1871/72	Anfangsfrequenz	12	13	28	44	65	162	21,0		1	combinirt.		81	16,0
	Schlussfrequenz	10	9	23	39	60	141	18,0	4				79	13,1
Ost. 1872/73	Anfangsfrequenz	10	18	29	43	70	170	23,0		1	44	35	79	11,0
	Schlussfrequenz	7	15	28	36	60	146	25,8	2		48	46	94	7,3
Ost. 1873/74	Anfangsfrequenz	11	25	30	49	65	180	27,6	1	0	48	35	83	8,3
	Schlussfreqrenz	9	25	25	40	55	154	31,0	4		49	29	78	11,4
Ost. 1874/75	Anfangsfrequenz	20	19	33	52	62	186	29,6	3	3	39	34	73	8,2
	Schlussfrequenz	16	18	31	45	59	169	30,8	2		37	32	69	9,7
Ost. 1875/76	Anfangsfrequenz	22	24	40	53	58	197	32,2	1	4	39	31	70	9,9
	Schlussfrequenz	20	20	32	52	54	178	30,1	10		53	39	92	16,6
Ost. 1876/77	Anfangsfrequenz	20	31	38	58	50	197	37,1	1	8	51	36	87	8,8
	Schlussfrequenz	21	32	34	50	50	187	37,4	13		52	43	95	12,7
Ost. 1877/78	Anfangsfrequenz	22	38	41	59	54	214	37,4		4	54	24	78	10,3
	Schlussfrequenz	24	36	42	56	54	212	37,3	7		54	27	81	14,1
Ost. 1878/79	Anfangsfrequenz	30	39	43	53	56	221	38,0	1	4	47	24	71	9,9
	Schlussfrequenz	25	33	38	53	54	203	37,3	4		48	23	71	11,9
Ost. 1879/80	Anfangsfrequenz	35	37	39	55	52	218	35,8	4	2	46	17	63	9,7
	Schlussfrequenz	20	28	24	51	51	174	32,6	7	3	53	21	74	9,5

Es erhellt hieraus die stetige Zunahme in der Frequenz der höheren Bürgerschule und namentlich auch die Thatsache, dass die oberen Klassen sich allmälig gefüllt haben. Die Vorschule zeigt gegen die Mitte des Zeitraumes eine etwas verminderte Frequenz, welche mit der damals eingetretenen Erhöhung des Schulgeldes zusammenhängt: darauf gelangte sie wieder auf den Höhepunkt ihrer früheren Frequenz und zeigt zuletzt wieder ein Herabgehen der Frequenzzahl.

Die Einnahme an Schulgeld

im Jahr 1871	betrug	5259	M.	bei den früheren niedrigen Sätzen.
„ „ 1872	„	5717	„	
„ „ 1873	„	6018	„	
„ „ 1874	„	9875	„	bei den erhöhten Sätzen.
„ „ 1875	„	10727	„	
„ „ 1876	„	11451	„	
„ „ 1877	„	12048	„	
in dem Quartal Neujahr-Ostern 1878	„	3069	„	
in dem Jahre Ostern 1878/79	„	12007	„	
1879/80	„	10908	„	

Der Schulgeldsbetrag vom letzten Jahre ist nur näherungsweise mit 10908 M. angegeben: in dieser Summe sind 152 M. inbegriffen, die im Augenblicke, wo diese Tabelle niedergeschrieben wird, noch nicht eingegangen sind und zum kleineren Theile vielleicht auch rückständig bleiben.

8. An die Eltern unserer Schüler.

Zur Vermeidung nachtheiliger Missverständnisse sei bemerkt, dass die Zeit unmittelbar nach Ostern als der Beginn des Schuljahres die zum Eintritt in die Schule geeignetste Zeit ist, während zu Michaelis nur ausnahmsweise, wenn bestimmte Gründe vorliegen und die eintretenden Schüler auch das Pensum des Wintersemesters absolvirt haben, Receptionen zulässig sind. Zu einer anderen Zeit kann keine Aufnahme stattfinden und werden die Eltern hierauf in ihrem Interesse ausdrücklich aufmerksam gemacht.

Die Aufnahme in die Elementarclassen der Anstalt kann in der Regel nicht vor dem vollendeten 6. Lebensjahre, der Eintritt in die Sexta nicht vor dem vollendeten 9. Lebensjahre erfolgen. Für die Aufnahme in die unterste Classe der Vorschule sind Vorkenntnisse weder erforderlich, noch wünschenswerth, die zum Eintritte in die Sexta nothwendigen elementaren Kenntnisse und Fertigkeiten sind: Geläufigkeit im Lesen deutscher und lateinischer Druckschrift, eine leserliche und reinliche Handschrift, Fertigkeit Dictirtes ohne grobe orthographische Fehler nachzuschreiben, Sicherheit in den vier Grundrechnungsarten mit unbenannten und gleichbenannten Zahlen, einige Bekanntschaft mit den Geschichten des alten und neuen Testaments, sowie mit Bibelsprüchen und Liederversen.

Solche Schüler, welche nach Alter und Vorkenntnissen in eine höhere Classe als Sexta einzutreten wünschen, haben ein Abgangszeugniss der bisher besuchten Schule vorzulegen und durch dieses dasjenige Mass von Kenntnissen nachzuweisen, welches sie befähigt mit den länger auf der Schule unterrichteten Schülern gleichen Schritt zu halten.

Auswärtige Schüler dürfen ihre Wohnung nur mit Vorwissen und nach vorher eingeholter Genehmigung des Rectors nehmen und verändern. Gelegenheit zu passenden Pensionen ist sowohl in respectabeln Bürgerhäusern, wie auch bei Lehrern der Anstalt hinlänglich geboten.

Um einem weit verbreiteten Irrthume zu begegnen wird hiermit ausdrücklich erklärt, dass der Cursus der ersten Vorclasse ein zweijähriger ist und dass nur ältere oder besonders begabte junge Schüler denselben mit einem Jahre sich aneignen können. Dem entsprechend findet zu Ostern jedes Jahres eine Versetzung aus der untern Abtheilung in die obere und aus der oberen nach Sexta statt. Zweijährig ist auch noch der Cursus in Tertia und Secunda, in allen übrigen Classen ist er einjährig.

Alle aufzunehmenden Schüler müssen ein Impfattest mitbringen oder, wenn sie das zwölfte Lebensjahr überschritten haben, den Nachweis der Revaccination liefern.

Die Aufnahmeprüfung findet Sonnabend am 3. April früh von 9 Uhr an in den Classenräumen der Anstalt statt.

Anmeldungen ist der Unterzeichnete schon am 2. April in seiner Amtswohnung entgegenzunehmen bereit.

Gumbinnen, am 15. März 1880.

Der Rector der höheren Bürgerschule

Dr. **Schwarz.**

Ordnung der öffentlichen Prüfung.

Freitag am 19. März c.

8 Uhr. **Erste Vorklasse:** Religion. Rieder.
Rechnen. Puschke.
Max Müller: „Phylax“ von Gellert.
Felix Brandtner: „Johann der Seifensieder“ von Hagedorn.

8 Uhr 50 Min. **Zweite Vorklasse:** Rechnen. Klein.
Deutsch. Klein.
Otto Sperber: „Die Hoffnung“ von Geibel.
Fritz Büttler: „Mittwoch Nachmittag“ von Fröhlich.

9 Uhr 30 Min. **Sexta:** Geschichte. Jordan.
Rechnen. Puschke.
Paul Schützler: „Wie Kaiser Karl in Büchern liest“ von Gerock.
Willy Broszat: „Der Schiffer“ von Gellert.

10 Uhr 15 Min. **Quinta:** Geographie. Rieder.
Französisch. Dr. Pockrandt.
Julius Lippert: „Das Riesenspielzeug“ von Chamisso.
Robert Nicolaus: „Eine Seeräubergeschichte“ von Emanuel von Geibel.

11 Uhr. **Quarta:** Mathematik. Dr. Heyde.
Lateinisch. Blaskowitz.
August Neumann: „Harras, der kühne Springer“ von Körner.
Otto Wieser: „Des Sängers Fluch“ von Uhland.

Gesang von der gesammten Singclasse.

Nachmittags.

3 Uhr. **Tertia:** Physik. Dr. Heyde.
Französisch. Dr. Pockrandt.
Otto Dumont: „Der letzte Dichter“ von Anastasius Grün.
Max Keil: „La Sainte alliance des peuples“ (Verfasser unbekannt).

3 Uhr 45 Min. **Secunda:** Religion. Blaskowiz.
Englisch. Dr. Pockrandt.
Hermann Demant: „The Orphans“ von Hemans.
Fritz Schumacher, Hermann Schwarz, Max Karschuck, Albert Führer, Otto Schinz: die 4 letzten Scenen aus Schillers „Braut von Messina.“

Entlassung der Abiturienten durch den Rector.

Schlusschoral.