Zur

öffentlichen Prüfung der Schüler

des

Königl. Friedrichsgymnasiums

zu

GUMBINNEN

am

1. und 2. October d. J.

ladet ergebenst ein

Prof. Dr. **J. Arnoldt,**
Director.

Inhalt: 1. Analytische Miscellen. Von Prof. Julius Sperling.
2. Jahresbericht des Directors.

Gumbinnen 1863.
Gedruckt bei Fr. Krauseneck und Sohn.

Analytische Miscellen.

Stroma I.

Wenngleich dem Lehrer mathematischer Disciplinen sich eine unübersehbare Masse von Gedanken und Fragen dieser Wissenschaft selbst ungesucht entgegenstellt und wenn das nähere Eingehen auf dieselben sich mit der Zeit zu voluminösen Ansammlungen von Arbeiten gestaltet, so können dennoch in dem besonderen Falle, dass er seinen Beitrag zu einem Schulprogramm zu liefern hat, ihn verschiedene, wesentlich zu beachtende Rücksichten in einige Verlegenheit in Beziehung darauf versetzen, was und wieviel er geben soll. Die Qualität wird nun freilich durch den Kreis derjenigen Leser bedingt, die mit den nöthigen Vorkenntnissen zugleich ein Interesse für die Sache verbinden und als die zu befriedigenden Empfänger der Gaben gedacht werden. Aber auch dieser nicht sehr ausgedehnte Leserkreis, fast nur beschränkt auf einen Theil der eigenen Schüler und die Fachlehrer anderer Anstalten, birgt so extreme Ansprüche in sich, dass man sich fragen muss, welcher von beiben Seiten die grössere Rücksicht gebühre. — Sicher, glaube ich, wird man sich mit mir dahin einverstanden erklären, dass der Inhalt sich vorzugsweise dem Fassungsvermögen der vorgerückten Schüler accommodire, ohne das Interesse derjenigen Leser gänzlich ausser Acht zu lassen, welche als Berufsverwandte sich in befreundeten Gedankensphären bewegen. Für diese freilich in keiner belehrenden, sondern mehr nur, sei es durch den Stoff, sei es durch die Behandlung, zu eigenem Nachdenken anregenden Weise. — Was aber in Betreff der äusseren Darstellung nicht wenig beengend wirkt, ist der Umstand, dass bei einer auf mathematischen Druck selten ausreichend eingerichteten Officin des Gymnasialortes die wunderlichen Zeichen, deren Gebrauch der mathematische Schriftsteller für nöthig erachtet und nicht umgehen kann, entweder gar nicht ihre Typen finden, oder kostspielig herbeigeschafft, unter den Händen eines unkundigen Setzers zu sinnverwirrenden Dingen und zur Qual für ihn, wie für den Corrector werden. Man muss also dieses Rebusfeld möglichst vermeiden und was die Quantität betrifft, den Raum und Kostenpunkt nicht ausser Acht lassen. Diese verschiedenen Rücksichten haben in mir den Entschluss hervorgerufen, das Nachfolgende, als einen Inbegriff analytischer Miscellen, den geehrten Lesern zu freundlicher Ansicht darzubieten.

I.

Unter den goniometrischen Formeln findet man in den Lehrbüchern der Trigonometrie, so gross deren Zahl auch ist, meines Wissens, zwei Formelgruppen, nämlich die für einwinklige und die für mehrwinklige Functionen, so von einander getrennt, dass ein innerer, obgleich existirender Zusammenhang, zwischen ihnen vermisst wird. Dieser scheint mir in folgender Weise herstellbar.

Sobald einmal allgemein feststeht, dass

1. $\operatorname{Cos}\alpha^2 + \sin\alpha^2 = 1$, folglich auch

2. $\operatorname{Cos}\beta^2 + \sin\beta^2 = 1$ und

3. $\operatorname{Cos}(\alpha+\beta)^2 + \sin(\alpha+\beta)^2 = 1$ ist, so erhält man durch Multiplication der Nro. 1 und 2 und Vergleich mit Nro. 3

4. $\operatorname{Cos}\alpha^2 \operatorname{Cos}\beta^2 + \sin\alpha^2 \sin\beta^2 + \sin\alpha^2 \operatorname{Cos}.\beta^2 + \operatorname{Cos}\alpha^2 \sin\beta^2 = \operatorname{Cos}(\alpha+\beta)^2 + \sin(\alpha+\beta)^2$.

Es ändert sich aber die linke Seite in Nichts, wenn man ihr noch die Glieder $-2\operatorname{Cos}\alpha\operatorname{Cos}\beta\sin\alpha\sin\beta + 2\sin\alpha\operatorname{Cos}\beta\operatorname{Cos}\alpha\sin\beta$ hinzufügt, indem man dann

5. $[\operatorname{Cos}\alpha^2 \operatorname{Cos}\beta^2 - 2\operatorname{Cos}\alpha\cos\beta\sin\alpha\sin\beta + \sin\alpha^2\sin\beta^2] + [\sin\alpha^2\operatorname{Cos}\beta^2 + 2\sin\alpha\operatorname{Cos}\beta\operatorname{Cos}\alpha\sin\beta + \operatorname{Cos}\alpha^2\sin\beta^2] = \operatorname{Cos}(\alpha+\beta)^2 + \sin(\alpha+\beta)^2$

oder auch

6. $[\operatorname{Cos}\alpha\operatorname{Cos}\beta - \sin\alpha\sin\beta]^2 + [\sin\alpha\operatorname{Cos}\beta + \operatorname{Cos}\alpha\sin\beta]^2 = \operatorname{Cos}(\alpha+\beta)^2 + \sin(\alpha+\beta)^2$ schreibt.

Die formelle Uebereinstimmung beider Seiten dieser analytischen Gleichung lässt also den Schluss zu, dass

7. $\operatorname{Cos}(\alpha+\beta) = \operatorname{Cos}\alpha\operatorname{Cos}\beta - \sin\alpha\sin\beta$ und

8. $\sin(\alpha+\beta) = \sin\alpha\operatorname{Cos}\beta + \operatorname{Cos}\alpha\sin\beta$ sein müsse.

Um diesem indirecten Schluss aber die gehörige Begründung zu geben, hat man sowohl bei der hier angewandten, wie bei der entgegengesetzten Einfügung der doppelten Producte die Vergleichung der beiderseitigen quadratischen Glieder in 6) mit allen möglichen Abänderungen zuförderst vorzunehmen und jede andere Gleichsetzung, als die in Nro. 7) und 8) als unstatthaft nachzuweisen. Diese Beweisführung wird indess einfach und leicht dadurch bewirkt, dass man unter Vertauschung des α mit β oder unter Anwendung anderer zweckmässiger Winkelwerthe die Ungereimtheit der vermeintlich richtigen Annahmen darthut. Bekanntlich aber bilden die ihrem Wesen nach identischen Formeln in 7) und 8) die alternative Grundlage aller goniometrischen Funktionen aggregirter Winkel.

Noch anders wäre ein Zusammenhang analytisch darzustellen, wenn man dem Ausdruck $\sin(a+x)$, indem man ihn vorläufig nur als eine Funktion des Winkels x betrachtet, die Form $A\operatorname{Cos}x + B\sin x$ imputirte und demgemäss

1. $\sin(a+x) = A\operatorname{Cos}x + B\sin x$, und folgeweise auch

2. $\sin(a-x) = A\operatorname{Cos}x - B\sin x$ setzte. Hieraus ergeben sich die constanten d. h. von x ganz unabhängigen Grössen:

3. $A = \dfrac{\sin(a+x) + \sin(a-x)}{2\operatorname{Cos}x}$ und

4. $B = \dfrac{\sin(a+x) - \sin(a-x)}{2\sin x}$. Die erwähnte Unabhängigkeit rechtfertigt den Schluss, dass A und B für alle Fälle gefunden sind, wenn man sie für einen besonderen berechnet hat. Der besondere Fall, welcher die Bestimmung des A am einfachsten herbeiführt, ist: $x = o$ und für $B : x = 90°$ zu setzen.

Alsdann wird:

5. $A = \dfrac{\sin a + \sin a}{2.1.} = \dfrac{2\sin a}{2} = \sin a$ und

6. $B = \dfrac{\sin(a+90°) - \sin(a-90°)}{2.1.} = \dfrac{\sin(90°+a) + \sin(90°-a)}{2.}$

$= \dfrac{\operatorname{Cos}a + \operatorname{Cos}a}{2} = \dfrac{2\operatorname{Cos}a}{2} = \operatorname{Cos}a$, wie es sein muss.

II.

Bei Berechnung eines unter jährlichem Zuschlage seiner Zinsen sich weiter verzinsenden Kapitals a ist die nach Verlauf von n Jahren erreichte Höhe c desselben, wenn der Procentsatz m dabei festgehalten und der sogenannte Zinsfuss durch p $\left(=\frac{100+m}{100}\right)$ bezeichnet wird, bekanntlich

1. $c = ap^n$ oder $c = a\left(\frac{100+m}{100}\right)^n$. Diese Formel und ihre Herleitung lässt aber auch die Annahme anderer Zeiträume für den einzelnen Zinsenertrag als ganze Jahre zu, indem etwa die halbjährigen, mit $\frac{1}{2}m\,\%$ berechneten Zinsen schon nach Verlauf halbjähriger Fristen, die vierteljährigen mit $\frac{1}{4}m\,\%$ berechneten Zinsen nach vierteljährigen Fristen (u. s. ähnlich weiter) zum Kapital geschlagen werden können. In diesen Fällen erhält dann n, welches offenbar nur die Zinsentermine zählt, einen 2mal, 4mal etc. so hohen Werth als für ganze Jahre und die Formel 1) geht über in

2. $c = a\left(\frac{100+\frac{1}{2}m}{100}\right)^{2n}$ oder in

3. $c = a\left(\frac{100+\frac{1}{4}m}{100}\right)^{4n}$ u. s. w., so dass man für x jährliche Zinsentermine zu setzen hat:

4. $c = a\left(\frac{100+\frac{1}{x}m}{100}\right)^{nx} = a\left(1+\frac{m}{100x}\right)^{nx}$. Die Grösse des x ist hierbei eine unbeschränkte und lässt die interessante Frage zu, was aus a in n Jahren werden muss, wenn man den Zinsenzuschlag continuirlich d. h. ohne trennende Zwischenzeiten vornimmt. — Der Beantwortung dieser Frage tritt man nur dadurch näher, dass man x unendlich gross setzt und demgemäss jede noch so grosse endliche Grösse neben x verschwinden lässt, gleichviel ob sie additiv oder subtractiv ihm beigesellt ist. Hiernach hat man denn, wenn

5. $c = a\left[\left(1+\frac{m}{100x}\right)^x\right]^n$ gesetzt und $\left(1+\frac{m}{100x}\right)^x$ in eine Reihe entwickelt wird,

6. $$\left(1+\frac{m}{100x}\right)^x = 1 + x.\frac{m}{100x} + \frac{x(x-1)}{1.2.}\cdot\frac{m^2}{100^2x^2} + \frac{x(x-1)(x-2)}{1.\ 2.\ 3.}\cdot\frac{m^3}{100^3x^3} + \text{etc. etc.}$$

$$= 1 + \frac{x.m}{100x} + \frac{x.x.}{1.2.}\cdot\frac{m^2}{100^2x^2} + \frac{x.x.x}{1.2.3}\cdot\frac{m^3}{100^3x^3} + \text{etc. etc.}$$

$$= 1 + \frac{m}{100} + \frac{m^2}{1.2.100^2} + \frac{m^3}{1.2.3.100^3} + \text{etc. etc.}$$

$$= 1 + \frac{\left(\frac{m}{100}\right)}{1} + \frac{\left(\frac{m}{100}\right)^2}{1.\ 2} + \frac{\left(\frac{m}{100}\right)^3}{1.2.3} + \text{etc. etc.}$$

$= e^{\frac{m}{100}}$, wo e die Basis der natürlichen Logarithmen bedeutet, und darf nun setzen:

7. $c = a\left(e^{\frac{m}{100}}\right)^n = a.e^{\frac{m.n}{100}}$. Diesen Ertrag könnte man das non plus ultra der mprocentigen Verzinsung nennen.

Wie sich derselbe zu dem gewöhnlichen Ertrage bei Zins von Zins stellt, will ich an einem Beispiel, etwa für 5% ($m=5$) und 1, 2, 3, ... bis 10 Jahre zeigen. Für diesen Zweck wäre also die speciellere Formel

8. $c = a\,e^{\frac{5n}{100}} = a\,e^{\frac{n}{20}}$ anzuwenden und hierin $e = 2{,}7182818$, dagegen $n = 1, 2, 3 \ldots$ bis 10 zu setzen. Man findet dann die in der nachstehenden Tabelle angegebenen Resultate.

Werth des Ausdrucks:	Nach Jahren				
	1.	2.	3.	4.	5.
$a \cdot e^{\frac{mn}{100}}$	1,051271 a.	1,105171 a.	1,161834 a.	1,221402 a.	1,284022 a.
$a\,p^{n}$.	1,050000 a.	1,102500 a.	1,157625 a.	1,215506 a	1,276281 a.
Differenz im Allgemeinen	0,001271 a.	0,002671 a.	0,004209 a.	0,005896 a.	0,007741 a
Differenz für $a = 100$ Rthl.	0,1271 Rthl.	0,2671 Rthl.	0,4209 Rthl.	0,5896 Rthl.	0,7741 Rthl.
$a = 1000$ Rthl.	1,271 Rthl.	2,671 Rthl.	4,209 Rthl.	5,896 Rthl.	7,741 Rthl.
$a = 10000$ Rthl.	12,71 Rthl.	26,71 Rthl.	42,09 Rthl.	58,96 Rthl.	77,41 Rthl.
$a = 100000$ Rthl.	127,1 Rthl.	267,1 Rthl.	420,9 Rthl.	589,6 Rthl.	774,1 Rthl.

	6.	7.	8.	9.	10.
	1,349859 a.	1,419061 a.	1,491824 a.	1,568312 a.	1,648721 a.
	1,340095 a	1,407110 a.	1,477455 a.	1,551328 a.	1,628900 a.
	0,009764 a.	0,011951 a.	0,014369 a.	0,016984 a.	0,019821 a.
	0,9764 Rthl.	1,1951 Rthl.	1,4369 Rthl.	1,6984 Rthl.	1,9821 Rthl.
	9,764 Rthl.	11,951 Rthl.	14,369 Rthl.	16,984 Rthl.	19,821 Rthl.
	97,64 Rthl.	119,51 Rthl.	143,69 Rthl.	169,84 Rthl.	198,21 Rthl.
	976,4 Rthl.	1195,1 Rthl.	1436,9 Rthl.	1698,4 Rthl.	1982,1 Rthl.

Wenngleich ein Gebrauch der Formel $a\,e^{\frac{mn}{100}}$ zur Berechnung der Kapitalsvergrösserung bei fliessendem Zinsenzuschlage im socialen Verkehr schwerlich zu erwarten steht, so dürfte die hierbei zu Grunde liegende Idee doch wissenschaftliches Interesse haben, insofern auch sie die mannigfachsten Fragen der Zinsen- und Rentenrechnung in Betracht ziehen und ohne Schwierigkeit beantworten lässt. Ja im Hinblick auf die geregelte Stetigkeit bei verschiedenen Naturprocessen scheint die Anwendung der Formel nothwendig und einer Befreiung von dem in ihr enthaltenen Zeitbegriff fähig zu sein.

III.

Die in Aufgabensammlungen unter den diophantischen Fragen mitunter anzutreffende Aufgabe*), drei positive ganze Zahlen zu finden, von denen je zwei, aber auch alle drei summirt ein Quadrat geben, lässt sich allgemein in folgender Weise lösen:

Bezeichnet man die drei Zahlen durch x, y und z und setzt

1. $x + y = (a - b)^2$,
2. $x + z = (a - c)^2$ und
3. $y + z = (b + c)^2$; dann ist
4. $2x + 2y + 2z = 2a^2 + 2b^2 + 2c^2 - 2ab - 2ac + 2bc$ oder
5. $x + y + z = a^2 + b^2 + c^2 - ab - ac + bc$. Dies sei
   $= (a - b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 - 2ab + 2ac - 2bc$. Dann muss
6. $-ab - ac + bc = -2ab + 2ac - 2bc$ oder
7. $3bc - 3ac + ab = 0$ sein und hieraus wird am zweckmässigsten:
8. $a = \dfrac{3bc}{3c - b} = b + \dfrac{b^2}{3c - b}$ bestimmt. Setzt man nun
9. $b = n(3c - b)$; also $b = \dfrac{3nc}{n + 1}$ und, um eine ganze Zahl zu erhalten,
10. $c = m(n + 1)$, so wird
11. $b = 3mn$ und
12. $a = 3mn(n + 1)$. Also ist:
13. $(a - b)^2 = 9m^2n^4$,
14. $(a - c)^2 = m^2(n + 1)^2.(3n - 1)^2 = m^2(9n^4 + 12n^3 - 2n^2 - 4n + 1)$,
15. $(b + c)^2 = m^2(4n + 1)^2 = m^2(16n^2 + 8n + 1)$. Nro. 4 zufolge hat man nun
16. $x + y + z = \frac{1}{2}[(a - b)^2 + (a - c)^2 + (b + c)^2]$
    $= m^2(9n^4 + 6n^3 + 7n^2 + 2n + 1) = m^2(3n^2 + n + 1)^2$, was mit

$(a - b + c)^2$, nach 12) 11) 10) übereinstimmt.

Zieht man nun von 16) Nro. 3, 2 und 1 ab und substituirt für a, b und c die Werthe aus 12) 11) und 10), so erhält man für die gesuchten Zahlen folgende Formeln:

17. $x = m^2(9n^4 + 6n^3 - 9n^2 - 6n) = 3m^2n(n - 1)(n + 1)(3n + 2)$,
18. $y = m^2(-6n^3 + 9n^2 + 6n) = 3m^2n(-2n^2 + 3n + 2)$ und
19. $z = m^2(6n^3 + 7n^2 + 2n + 1) = m^2(n + 1)(6n^2 + n + 1)$. Man hat nun

wirklich:

$$x + y = m^2(9n^4) = (3mn^2)^2$$
$$x + z = m^2(9n^4 + 12n^3 - 2n^2 - 4n + 1) = [m(3n^2 + 2n - 1)]^2$$
$$y + z = m^2(16n^2 + 8n + 1) = [m(4n + 1)]^2 \text{ und}$$
$$x + y + z = m^2(9n^4 + 6n^3 + 7n^2 + 2n + 1) = [m(3n^2 + n + 1)]^2.$$

*) z. B. W. Berkhan. Unbestimmte Analysik. S. 242 Nro. 101. (ein sehr empfehlenswerthes Lehrbuch.)

Werden für m und n ganze Zahlen gesetzt, so werden auch x, y und z in ganzen Zahlen, jedoch y negativ herauskommen. Der Faktor $n-1$ in 17) erfordert $n > 1$ zu setzen, damit x nicht negativ werde. Dagegen muss der Ausdruck $-2n^2 + 3n + 2$ in 18), welcher für $n = 2$ in 0 übergeht, durch $n < 2$ positiv gemacht werden, wenn alle drei Zahlen positiv herauskommen sollen. Setzt man deshalb $n = 1 + p/_q = \frac{p+q}{q}$ wobei $q > p$ genommen werden muss, und $m = q^2$, so ist

20. $x = 3p(p+q)(p+2q)(3p+5q)$,
21. $y = 3q(p+q)(-2p^2 - pq + 3q^2)$ und
22. $z = q(p+2q)(6p^2 + 13pq + 8q^2)$ zu setzen, um x, y und z immer in ganzen positiven Zahlen zu erhalten

Z. B. für $p = 1$ und $q = 2$ findet man
$x = 585$, $y = 144$ und $z = 640$ und hat dann wirklich
$\mathbf{x+y} = 729 = 27^2$; $\mathbf{x+z} = 1225 = 35^2$; $\mathbf{y+z} = 784 = 28^2$ und
$\mathbf{x+y+z} = 1369 = 37^2$. Für $p = 2$ und $q = 3$ erhält man:
$x = 5040$, $y = 585$, $z = 4176$, $\mathbf{x+y} = 5625 = 75^2$,
$\mathbf{x+z} = 9216 = 96^2$, $\mathbf{y+z} = 4761 = 69^2$ und $\mathbf{x+y+z} = 9801 = 99^2$.

IV.

Bekanntlich werden durch die drei Formeln $a^2 - b^2$, $2ab$ und $a^2 + b^2$ (und ihr Vielfaches) die Seiten eines rechtwinkligen Dreiecks so bestimmt, dass sie rational ausfallen, wenn a und b rational genommen werden. Ich will hieran die Frage knüpfen, ob zu derselben Hypotenuse $a^2 + b^2$ eines sogenannten pythagoreischen Dreiecks noch andere (und wie viele?) rechtwinklige Dreiecke mit rationalen Katheten gehören können? — Eine Antwort hierauf lässt sich in folgender Weise finden:

Man bezeichne die Katheten des einen Dreiecks durch x und y, des anderen durch x' und y' und die Hypotenuse beider durch z und setze dann:

1. $z = a^2 + b^2$, 2. $y = a^2 - b^2$,
3. $x = 2ab$ und ähnlich 4. $z = a'^2 + b'^2$,
5. $y' = a'^2 - b'^2$ und 6. $x' = 2a'b'$, um zu ermitteln, ob es Werthe für a' und b' giebt, welche $a'^2 + b'^2 = a^2 + b^2$ machen. Für diesen Zweck ist als Hauptbedingung aus 1) und 4) zu nehmen:

7. $a^2 + b^2 = a'^2 + b'^2$, also auch $a^2 - a'^2 = b'^2 - b^2$ oder
$(a + a')(a - a') = (b' + b)(b' - b)$. Setzt man nun:
8. $a + a' = n(b' + b)$ und deshalb
9. $a - a' = \frac{1}{n}(b' - b)$, wo n eine ganz beliebige Grösse ist, so folgt in algebraischer Weise:

10. $a' = \left(\frac{n^2-1}{n^2+1}\right)a + \left(\frac{2n}{n^2+1}\right)b$ und

11. $b' = \left(\frac{2n}{n^2+1}\right)a - \left(\frac{n^2-1}{n^2+1}\right)b$. Da diese Werthe an der Gleichung 7) erprobt werden müssen und dann zur Bestimmung des y' und x' in 5) und 6) dienen sollen, so sei der Abkürzung wegen

$\left(\frac{n^2-1}{n^2+1}\right) = \alpha$, $\frac{2n}{n^2+1} = \beta$, also $\alpha^2 + \beta^2 = 1$,

$\alpha^2 - \beta^2 = \frac{(n-1)^2 - 4n^2}{(n^2+1)^2} = \frac{(n^2+2n-1)(n^2-2n-1)}{(n^2+1)^2} = \frac{[(n+1)^2-2][(n-1)^2-2]}{(n^2+1)^2}$ und

$\alpha\beta = \frac{2n(n^2-1)}{(n^2+1)^2}$. Demnach ist zu schreiben:

12. $a' = \alpha . a + \beta . b$ und
$b' = \beta a - \alpha b$, also

13. $a'^2 + b'^2 = \alpha^2 . a^2 + 2\alpha\beta ab + \beta^2 b^2 + \beta^2 a^2 - 2\alpha\beta ab + \alpha^2 b^2$
$= (\alpha^2+\beta^2)(a^2+b^2) = (a^2+b^2)$, weil $(\alpha^2+\beta^2) = 1$

14. $y' = a'^2 - b'^2 = \alpha^2 a^2 + 2\alpha\beta ab + \beta^2 b^2 - \beta^2 a^2 + 2\alpha\beta ab - \alpha^2 b^2$
$= \alpha^2(a^2-b^2) + \beta^2(b^2-a^2) + 4\alpha\beta ab = (\alpha^2-\beta^2)(a^2-b^2) + 4\alpha\beta ab,$
$= \frac{[(n+1)^2-2][(n-1)^2-2](a^2-b^2)}{(n^2+1)^2} + \frac{4n(n^2-1).2ab}{(n^2+1)^2}$ und

15. $x' = 2a'b' = 2(\alpha a + \beta b)(\beta a - \alpha b) = 2\alpha\beta(a^2-b^2) - (\alpha^2-\beta^2)2ab,$
$= \frac{4n(n^2-1)(a^2-b^2)}{(n^2+1)^2} - \frac{[(n+1)^2-2][(n-1)^2-2]2ab}{(n^2+1)^2}$. Man kann nun wirklich ausser den Werthen des y und x in 2) und 3) auch die Werthe des y' und x' aus 14) und 15) als genügende für ein pythagoreisches Dreieck mit der Hypotenuse a^2+b^2 ansehen. Ohne Zweifel ist $(a^2-b^2)^2 + (2ab)^2 = (a^2+b^2)^2$ d.h.
$y^2 + x^2 = z^2$; aber auch — aus 14) und 15) genommen. —

16. $[(\alpha^2-\beta^2)(a^2-b^2) + 4\alpha\beta ab]^2 + [2\alpha\beta(a^2-b^2) - (\alpha^2-\beta^2)2ab]^2 =$
$(\alpha^2-\beta^2)^2 . (a^2-b^2)^2 + 8\alpha\beta(\alpha^2-\beta^2) ab (a^2-b^2) + 4\alpha^2\beta^2 . 4a^2b^2$
$+ 4\alpha^2\beta^2(a^2-b^2)^2 - 8\alpha\beta(\alpha^2-\beta^2) ab(a^2-b^2) + (\alpha^2-\beta^2)^2 . 4a^2b^2 =$
$(\alpha^2+\beta^2)^2 . (a^2-b^2)^2 + (\alpha^2+\beta^2)^2 . 4a^2b^2,$
$= (\alpha^2+\beta^2)^2 . (a^2+b^2)^2 = (a^2+b^2)^2$, (weil $\alpha^2 + \beta^2 = 1$) d.h. $y'^2 + x'^2 = z^2$.

Hiermit ist nun die Antwort gefunden und begründet, dass es wegen der mannigfaltigen Bestimmbarkeit des n unzählige pythagoreische Dreiecke zur Hypotenuse a^2+b^2 giebt. Einige belegende Beispiele stellt die nachfolgende Tabelle auf, in welcher die zusammengehörigen Werthe von y' und x' überall Quadrate geben, deren Summe $= (a^2 + b^2)^2$ ist.

n.	y'.	x'.	z.
1.	$-(a^2-b^2)$.	$2ab$.	a^2+b^2
2.	$-{}^7/_{25}(a^2-b^2) + {}^{24}/_{25} . 2ab$.	${}^{24}/_{25}(a^2-b^2) + {}^7/_{25} . 2ab$	do.
3.	${}^{28}/_{100}(a^2-b^2) + {}^{96}/_{100} . 2..b$	${}^{96}/_{100}(a^2-b^2) - \frac{28}{100} . 2ab$	do.
4.	${}^{161}/_{289}(a^2-b^2) + {}^{240}/_{289} . 2ab$.	${}^{240}/_{289}(a^2-b^2) - {}^{161}/_{289} . 2ab$	do.
5.	${}^{476}/_{676}(a^2-b^2) + {}^{480}/_{676}\ 2ab$.	${}^{480}/_{676}(a^2-b^2) - {}^{476}/_{676} . 2ab$	do
6.	${}^{1081}/_{1369}(a^2-b^2) + {}^{840}/_{1369} . 2ab$.	${}^{840}/_{1369}(a^2-b^2) - {}^{1081}/_{1369}\ 2ab$.	do.
7.	${}^{2108}/_{2500}(a^2-b^2) + \frac{1344}{2500} . 2ab$.	${}^{1344}/_{2500}(a^2-b^2) - {}^{2108}/_{2500} . 2ab$.	do.

u. s. w.

Augenscheinlich stellen sich die Werthe des y' und x' durchgehends in Bruchform dar und werden nur bei gewissen Werthen des a und des b zufällig davon abweichen.

Will man diese Adweichung zu einer Nothwendigkeit machen, so darf man nur n^2+1 sowohl in a als in b aufgehen lassen, folglich setzen:

17. $a = p(n^2+1)$ und $b = q(n^2+1)$. Nro. 14) und 15) gehen dann über in:
18. $y' = [(n+1)^2 - 2][(n-1)^2 - 2](p^2 - q^2) + 4n(n^2-1)\,2pq$ und
19. $x' = 4n(n^2-1)(p^2-q^2) - [(n+1)^2 - 2][(n-1)^2 - 2]\,2pq$. Dagegen ist nun
20. die Hypotenuse $z = a^2 + b^2 = (n^2+1)^2(p^2+q^2)$ zu setzen und
21. y in $(n^2+1)^2(p^2-q^2)$ und x in $(n^2+1)^2\;2pq$ umzuwandeln. Diese Formeln bilden die Grundlage zu der Behauptung, dass es zu einer Hypotenuse, deren Zahlenwerth die Form $(n^2+1)^2(p^2+q^2)$ nur auf einerlei Weise annehmen kann, höchstens zwei pythagoräische, von n, p und q abhängige Dreiecke, in ganzen Zahlen bestimmt, geben kann. Die nachstehende Tabelle zeigt hiervon Beispiele:

n.	p.	q.	$y^2 + x^2$.		$y'^2 + x'^2$.		z^2.
2.	2.	1.	75^2+100^2	=	75^2+100^2	=	125^2.
3.	2.	1.	300^2+400^2	=	468^2+176^2	=	500^2.
4.	2.	1.	867^2+1156^2	=	1443^2+76^2	=	1445^2.
2.	3.	1.	200^2+150^2	=	88^2+234^2	=	250^2.
3	3	1.	800^2+600^2	=	800^2+600^2	=	1000^2.
4.	3.	1	2312^2+1784^2	=	2728^2+954^2	=	2890^2.
2.	3.	2.	125^2+300^2	=	253^2+204^2	=	325^2.
3.	3.	2	500^2+1200^2	=	1292^2+144^2	=	1300^2.
4.	3.	2.	1445^2+3468^2	=	3685^2+732^2	=	3757^2.

u. s. w.

In anderer Weise und bedeutend einfacher liesse sich die vorliegende Frage beantworten, wenn man schliessen würde:

1. Da $(a^2-b^2)^2 + (2ab)^2 = (a^2+b^2)^2$ ist, so muss auch
2. $\left(\frac{a^2-b^2}{a^2+b^2}\right)^2 + \left(\frac{2ab}{a^2+b^2}\right)^2 = 1$ oder
3. $\left[\frac{(a/b)^2-1}{(a/b)^2+1}\right]^2 + \left[\frac{2\,a/b}{(a/b)^2+1}\right]^2 = 1$ oder
4. $\left(\frac{q^2-1}{q^2+1}\right)^2 + \left(\frac{2q}{q^2+1}\right)^2 = 1$ sein, wo $q = a/b$ die verschiedensten Werthe annehmen darf. Um nun noch ein anderes Hypotenusenquadrat als 1 zu erzielen, hätte man nur zu setzen:
5. $\left[\left(\frac{q^2-1}{q_2+1}\right)z\right]^2 + \left[\frac{2qz}{q^2+1}\right]^2 = z^2$ und dürfte auch hier dem q die beliebigsten Werthe α, β, γ etc. beilegen. Es gilt unbedingt

$$6.\quad \left(\frac{\alpha^2-1}{\alpha^2+1}.z\right)^2+\left(\frac{2\,\alpha z}{\alpha^2+1}\right)^2=\left(\frac{\beta^2-1}{\beta^2+1}.z\right)^2+\left(\frac{2\,\beta z}{\beta^2+1}\right)^2=\left(\frac{\gamma^2-1}{\gamma^2+1}.z\right)^2+\left(\frac{2\gamma z}{\gamma^2+1}\right)^2=\text{etc. etc.}=z^2.$$

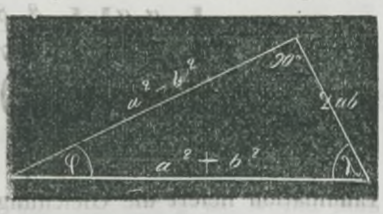
Demzufolge hat man es in seiner Gewalt, dem z Werthe der Art beizulegen, dass ihm jede beliebige Gruppenzahl von pythagoreischen Dreiecken zugehört. Setzt man nämlich $z=(\alpha^2+1)(\beta^2+1)$, so gehören ihm zwei Gruppen und für den Werth $(\alpha^2+1)(\beta^2+1)(\gamma^2+1)$ drei Gruppen zu u. s. w. Es ist nämlich im ersten Beispielsfalle sowohl

$[(\alpha^2-1)(\beta^2+1)]^2+[2\,\alpha(\beta^2+1)]^2$ als auch $[(\beta^2-1)(\alpha^2+1)]^2+[2\,\beta(\alpha^2+1)]^2=(\alpha^2+1)^2(\beta^2+1)^2$ und im zweiten Falle sowohl

$[(\alpha^2-1)(\beta^2+1)(\gamma^2+1)]^2+[2\alpha(\beta^2+1)(\gamma^2+1)]^2$, als auch $[(\beta^2-1)(\alpha^2+1)(\gamma^2+1)]^2+[2\,\beta(\alpha^2+1)(\gamma^2+1)]^2$, als auch $[(\gamma^2-1)(\alpha^2+1)(\beta^2+1)]^2+[(2\gamma(\alpha^2+1)(\beta^2+1)]^2=(\alpha^2+1)^2.(\beta^2+1)^2.(\gamma^2+1)^2$.

Die Entscheidung darüber, wieviele pythagoreische, in ganzen Zahlen bestimmte, Dreiecke zu einer gegebenen Hypotenuse z gehören, liegt nun darin, auf wievielerlei Weise man die Zahl z auf die Form $(\alpha^2+1)(\beta^2+1)$, oder auf die Form $(\alpha^2+1)(\beta^2+1)(\gamma^2+1)$ u. s. w bringen kann. Für $\alpha=3$, $\beta=5$, $\gamma=7$ hat man z. B., von α und β allein abhängig, $208^2+156^2=240^2+100^2=260^2$ und, von α, β und γ abhängig, $10400^2+7800^2=12000^2+5000^2=12480^2+3640^2=13000^2$.

Verlegt man ein pythagoreisches Dreieck der bequemen Construction wegen in einen Halbkreis (wodurch derselbe in zwei ungleiche Bogen getheilt wird) und verdoppelt den kleineren Bogen, so gewinnt man dadurch die Spitze eines zweiten pythagoreischen Dreiecks und kann dieses Verfahren mit dem jedesmal kleineren Bogen ohne Ende wiederholen d. h. eine unendliche Zahl pythagoreischer Dreiecke über derselben Hypotenuse erhalten. Es wird auf diese Weise das Resultat der analytischen Untersuchung auch geometrisch bestätigt und veranschaulicht.



Verdoppelt man z. B. φ, so werden die neuen Katheten $=(a^2+b^2)\sin 2\,\varphi$ und $(a^2+b^2)\operatorname{Cos} 2\,\varphi$ sein.

Es ist aber $\sin 2\,\varphi=2\sin\varphi\,.\cos\varphi=2\,\frac{2\,a\,b}{a^2+b^2}.\frac{a^2-b^2}{a^2+b^2}$ und

$$\cos 2\,\varphi=\operatorname{Cos}\varphi^2-\sin\varphi^2=\left(\frac{a^2-b^2}{a^2+b^2}\right)^2-\left(\frac{2\,a\,b}{a^2+b^2}\right)^2;$$ daher sowohl

$$(a^2+b^2)\sin 2\,\varphi=\frac{4\,ab\,(a^2-b^2)}{a^2+b^2},$$ als auch

$$(a^2+b^2)\operatorname{Cos}2\,\varphi=\frac{(a^2-b^2)^2-4\,a^2\,b^2}{a^2+b^2}$$ in rationalem Verhältniss unter sich wie zur Hypotenuse a^2+b^2. Und dass ausserdem

$$\left[\frac{4\,ab\,(a^2-b^2)}{a^2+b^2}\right]^2+\left[\frac{(a^2-b^2)^2-4\,a^2b^2}{a^2+b^2}\right]^2=\left[\frac{(a^2-b^2)^2+(2\,ab)^2}{a^2+b^2}\right]^2=\frac{[(a^2+b^2)^2]^2}{(a^2+b^2)^2}=\frac{(a^2+b^2)^4}{(a^2+b^2)^2}=(a^2+b^2)^2$$ ist, leidet ohnehin keinen Zweifel.

Die oben aufgestellte Behauptung gründet sich zuverlässig auf den Schluss, dass wenn einmal sin und Cos eines Winkels rational sind, die Zusammensetzungen $2 \sin \times \operatorname{Cos}$ und $\operatorname{Cos}^2 - \sin^2$ d. h. sin und Cos des doppelten Winkels ebenfalls rational sein müssen und dieses auch bleiben, wenn man sie mit (a^2+b^2) multiplicirt (wodurch sie in die Katheten des neuen Dreiecks übergehen).

Uebrigens findet die hier aufgestellte Behauptung auch in der bekannten rationalen Beziehung zwischen der Tangente des einfachen und doppelten Winkels ihre vollständige Unterstützung und Aufklärung.

Wenngleich nun noch als wissenschaftlich interessant die Frage erscheinen möchte, welches etwa das grösste oder kleinste unter den pythagoreischen Dreiecken über derselben Hypotenuse sei, so dürfte doch meinen Versuchen zufolge jede, unter Zuziehung der Werthe des y' und x' aus 14) und 15) zum Grunde gelegte Idee — und es gebe deren mehrere — unüberwindliche algebraische Schwierigkeiten für eine allgemeine Entscheidung der Frage herbeiführen.

V.

Die Gleichung 1. $x^3 - Ax^2 + Bx - C = 0$ habe die Wurzeln α, β und γ; folglich die durch Substitution von $x = \frac{1}{y}$ hieraus derivirte

2. $Cy^3 - By^2 + Ay - 1 = 0$ die Wurzeln $\frac{1}{\alpha}$, $\frac{1}{\beta}$ und $\frac{1}{\gamma}$. Nimmt man hierzu die Gleichung

3. $xy = p$ und eliminirt nun aus diesen drei Gleichungen x und y, so muss man voraussichtlich eine Gleichung für p erhalten, welche die Producte aus den ursprünglich vorausgesetzten Wurzeln (α, β, γ) und ihren reciproken Werthen $\left(\frac{1}{\alpha}, \frac{1}{\beta}, \frac{1}{\gamma}\right)$ als Wurzeln hat. Die Produkte hieraus können keine andere als

4. $\left[1, \frac{\alpha}{\beta}, \frac{\alpha}{\gamma}\right]$; $\left[1, \frac{\beta}{\alpha}, \frac{\beta}{\gamma}\right]$ und $\left[1, \frac{\gamma}{\alpha}, \frac{\gamma}{\beta}\right]$, oder anders gruppirt

5. $(1, 1, 1)$; $\left(\frac{\alpha}{\beta}, \frac{\beta}{\alpha}\right)$; $\left(\frac{\alpha}{\gamma}, \frac{\gamma}{\alpha}\right)$ und $\left(\frac{\beta}{\gamma}, \frac{\gamma}{\beta}\right)$, oder endlich

6. $(1, 1, 1)$; $\left(\frac{\alpha}{\beta}, \frac{\beta}{\gamma}, \frac{\gamma}{\alpha}\right)$ und $\left(\frac{\alpha}{\gamma}, \frac{\gamma}{\beta}, \frac{\beta}{\alpha}\right)$ sein. Die Ausführung der erwähnten Elimination liefert die Gleichung

7. $[A^2p(p+1) - B(p+1)(p^2+p+1)].[ACp(p+1)(p^2+p+1) - B^2p^2(p+1)] + [ABp^2 - C(p^2+p+1)^2]^2 = 0$, deren Entwickelung

8. $C^2p^8 - (ABC - 4C^2)p^7 + (B^3 - 6ABC + A^3C + 10C^2)p^6 - (12ABC + A^2B^2 - 3A^3C - 3B^3 - 16C^2)p^5 + (4B^3 - 16ABC - A^2B^2 + 4A^3C + 19C^2)p^4 - (12ABC + A^2B^2 - 3A^3C - 3B^3 - 16C^2)p^3 + (B^3 - 6ABC + A^3C + 10C^2)p^2 - (ABC - 4C^2)p + C^2 = 0$ giebt

Nach der in 5) aufgestellten Wurzelgruppe steht zu erwarten, dass die vorliegende Gleichung für p eine sogenannte reciproke sein und ausser den drei reciproken Wurzelpaaren noch die drei Wurzeln 1 (von denen man zwei als reciprok gegen einander und eine als reciprok zu sich selbst zu betrachten hat) enthalten werde. Diese Erwartung wird in Rücksicht auf die Reciprocität auch durch die Uebereinstimmung der correspondirenden Coefficienten vollständig gerechtfertigt; dagegen ist die Gleichung nicht vom 9ten Grade und enthält — was noch auffallender ist — die Wurzel 1 selbst nicht zweimal. Der Abfall der Gleichung um einen Grad und gleichzeitig der Ausfall einer Wurzel

($=1$) erklärt sich einfach aus dem bei der Elimination beobachteten Verfahren, indem nach Fortschaffung des y die übrig bleibenden beiden Gleichungen, als

9. $A(p-1)x^2-B(p^2-1)x+C(p^3-1)=0$ und

10. $(p^3-1)x^2-A(p^3-p)x+B(p^3-p^2)=0$, vor Beendigung des Eliminationsprocesses, durch $(p-1)$ gehoben sind. — Warum nun aber mit dem Faktor $(p-1)$ auch die andern beiden Wurzeln 1 und 1 verschwunden sind, erscheint als ein Räthsel und noch wunderbarer dadurch, dass wir gezwungen sind, die Existenz mathematischer Kobolde anzuerkennen, deren einer, der neckische Eliminationsgeist, uns an Stelle der escamotirten Faktoren den Wechselbalg (p^2+p+1) untergeschoben hat; denn dadurch ist die Gleichung 8) nun theilbar geworden. Die hieraus entspringenden, ich möchte sagen wilden Wurzeln: $\frac{-1+\sqrt{-3}}{2}$ und $\frac{-1-\sqrt{-3}}{2}$, sind aber nichts Anderes, als die beiden imaginären Kubikwurzeln aus 1, und zu einander reciprok

Verlassen wir diese gespenstische Erscheinung, so wird eine anderweitige Betrachtung uns dafür reeller entschädigen. Die Elimination des Faktors (p^2+p+1) aus Nr. 8 führt nämlich auf die Gleichung:

11. $C^2p^6-(ABC-3C^2)p^5+(A^3C-5ABC+B^3+6C^2)p^4-(A^2B^2-2A^3C+6ABC-2B^3-7C^2)p^3+(A^3C-5ABC+B^3+6C^2)p^2-(ABC-3C^2)p+C^2=0$ und diese kann wegen ihrer doppelt reciproken Beschaffenheit entweder in gewöhnlicher Weise dahin umgewandelt werden, dass

12. $C^2q^3-(ABC-3C^2)q^2+(A^3C-5ABC+B^3+3C^2)q-(A^2B^2-2A^3C+4ABC-2B^3-C^2)=0$ wird, sobald man $p+\frac{1}{p}=q$ setzt, folglich dem q die in 5) aufgestellten binären Reciprokwerthe $\left(\frac{\alpha}{\beta}+\frac{\beta}{\alpha}\right)$, $\left(\frac{\alpha}{\gamma}+\frac{\gamma}{\alpha}\right)$ und $\left(\frac{\beta}{\gamma}+\frac{\gamma}{\beta}\right)$ beilegt, oder indem man sie (die Gl. 11) in zwei kubische Faktoren zerlegt, deren Wurzeln die ternären Reciprokwerthe der Nr. 6) sind.

Bezeichnet man für diesen Zweck

13. $\frac{\alpha}{\beta}+\frac{\beta}{\gamma}+\frac{\gamma}{\alpha}$ durch A', $\frac{\alpha}{\gamma}+\frac{\gamma}{\beta}+\frac{\beta}{\alpha}$ durch B', also wiederum die Combinationen $\frac{\alpha}{\beta}\cdot\frac{\beta}{\gamma}+\frac{\alpha}{\beta}\cdot\frac{\gamma}{\alpha}+\frac{\beta}{\gamma}\cdot\frac{\gamma}{\alpha}$ oder $\frac{\alpha}{\gamma}+\frac{\gamma}{\beta}+\frac{\beta}{\alpha}$ durch B' und

$\frac{\alpha}{\gamma}\cdot\frac{\gamma}{\beta}+\frac{\alpha}{\gamma}\cdot\frac{\beta}{\alpha}+\frac{\gamma}{\beta}\cdot\frac{\beta}{\alpha}$ oder $\frac{\alpha}{\beta}+\frac{\beta}{\gamma}+\frac{\gamma}{\alpha}$ durch A', während $\frac{\alpha}{\beta}\cdot\frac{\beta}{\gamma}\cdot\frac{\gamma}{\alpha}$ so wie $\frac{\alpha}{\gamma}\cdot\frac{\gamma}{\beta}\cdot\frac{\beta}{\alpha}=1$ ist, so hat man

14. $[p^3-A'p^2+B'p-1][p^3-B'p^2+A'p-1]$ oder $p^6-(A'+B')p^5+(A'+A'B'+B')p^4-(A'^2+B'^2+2)p^3+(A'+A'B'+B')p^2-(A'+B')p+1$ gleich der durch C^2 gehobenen Linkseite der Gl 11), also wegen Identität der correspondirenden Coefficienten:

15 $A'+B'=(ABC-3C^2):C^2$,

16. $A'+A'B'+B'=(A^3C-5ABC+B^3+6C^2):C^2$ und

17. $A'^2+B'^2+2=(A^2B^2-2A^3C+6ABC-2B^3-7C^2):C^2$ zu setzen und daraus die dem A' und B' zukommenden Werthe herzuleiten Der Ueberfluss einer dieser drei Gleichungen könnte die Besorgniss erregen, dass dahinter ein Widerspruch in den Bestimmungen des A' und B' stecke, oder dass eine bedingende Relation durch A, B und C zu erfüllen sei, um ihn zu heben. Diese Besorgniss wird aber durch die leicht nachweisbare Dependenz unter den Gleichungen beseitigt Man darf daher bedingungslos und zuverlässig schliessen, dass stets, welche zwei Gleichungen man auch benutze,

18. $A' = \frac{AB - 3C \mp \sqrt{A^2B^2 + 18ABC - 27C^2 - 4A^3C - 4B^3}}{2C}$ und

19. $B' = \frac{AB - 3C \pm \sqrt{A^2B^2 + 18ABC - 27C2 - 4A^3C - 4B^3}}{2C}$ sein werde.

Wendet man diese Werthe an, so erhält man in

20. $p^3 - A'p^2 + B'p - 1 = 0$ und

21. $p'^3 - B'p^2 + A'p - 1 = 0$ zwei Gleichungen, welche zu der in 1) in solcher Beziehung stehen, dass sie deren Wurzeln α, β, γ in den oben erwähnten ternären Reciprokformen enthalten. Z. B. aus der Gleichung $x^3 - 6x^2 + 11x - 6 = 0$, deren Wurzeln 1, 2 und 3 sind, folgen die Gleichungen

$p^3 - {}^{25}/_6\, p^2 + {}^{23}/_6\, p - 1 = 0$ (mit den Wurzeln $^1/_2$, $^2/_3$ und $^3/_1$) und

$p^3 - {}^{23}/_6\, p^2 + {}^{25}/_6\, p - 1 = 0$ (mit den Wurzeln $^1/_3$, $^3/_2$ und $^2/_1$). Schon in Nro 13 konnte man die Bemerkung machen, dass das Wechselverhältniss zwischen den Coefficienten der beiden p-Gleichungen eine derartige Beziehung zwischen ihren gegenseitigen Wurzeln zur Folge hat, dass die Wurzeln der einen Gleichung immer die binären Producte aus den Wurzeln der andern sind. —

Ich komme nun auf die angedeutete beachtenswerthe Eigenschaft zurück, welche dem in 18) und 19) vorkommenden Ausdruck $\sqrt{A^2B^2 + 18ABC - 27C^2 - 4A^3C - 4B^3}$ oder abgekürzt $\sqrt{R}$ in allen Fällen, welche in einer kubischen Gleichung rücksichtlich ihres Wurzelverhältnisses eintreten können, als eine kritische beiwohnt.

Drückt man nämlich A, B und C durch die ursprünglich angenommenen Wurzeln α, β und γ aus, so ist

$R = (\alpha+\beta+\gamma)^2(\alpha\beta + \alpha\gamma + \beta\gamma)^2 + 18(\alpha+\beta+\gamma)(\alpha\beta+\alpha\gamma+\beta\gamma)\alpha\beta\gamma - 27\alpha^2\beta^2\gamma^2 - 4(\alpha+\beta+\gamma)^3\alpha\beta\gamma - 4(\alpha\beta+\alpha\gamma+\beta\gamma)^3$,

welcher Ausdruck sich ungeachtet seiner sehr ausgedehnten (66gliedrigen!) Auflösung doch auf den zu erwartenden symmetrischen und bedeutend einfacheren: $\{\alpha^2(\beta-\gamma)+\beta^2(\gamma-\alpha)+\gamma^2(\alpha-\beta)\}^2$ zurükführen*) lässt. Man hat daher $\sqrt{R} = \alpha^2(\beta-\gamma)+\beta^2(\gamma-\alpha)+\gamma^2(\alpha-\beta)$ oder auch $\sqrt{R} = \alpha\beta(\alpha-\beta)+\beta\gamma(\beta-\gamma)+\gamma\alpha(\gamma-\alpha)$.

Hieraus wird nun abzuleiten sein, welche Indicien in Rücksicht auf die Wurzeln einer kubischen Gleichung in $\sqrt{R}$ stecken.

Erstens. Setzt man lauter reelle und rationale Wurzeln voraus, so erfordert die Identität zwischen $\sqrt{R}$ und dem Wurzelcompositum, dass $\sqrt{R}$ wie dieses reell und rational werde.

z. B. Sei $x^3 + 2x^2 - 5x - 6 = 0$ die gegebene Gleichung, so dass hier $A = -2$, $B = -5$ und $C = 6$ zu setzen wäre, so hat man $\sqrt{R} = \sqrt{100 + 18 - 60 - 27.36 + 32.6 + 500} = \sqrt{900} = 30$, und nach dem Wurzelcompositum, wenn man die Wurzeln dieser Gleiehung (-1, $+2$ und -3) anwendet:

$(-1)^2.(2+3) + 2^2(-3+1) + (-3)^2(-1-2) = 5 - 8 - 27 = -30$, oder auch

$(-1)(+2)(-1-2) + (2)(-3)(2+3) + (-3)(-1)(-3+1) = +6 - 30 - 6 = -30$.

Die Differenz in den Vorzeichen kommt hierbei nicht in Betracht.

Zweitens. Hat die Gleichung unter dem Gewande reeller und rationaler Coefficienten irrationale und, wie dann vorkömmlich, zwei correlative Wurzeln verborgen, so dass man etwa $\alpha = p + q\sqrt{r}$ und $\beta = p - q\sqrt{r}$ zu setzen hat, so wird

*) Diese, wie manche später vorkommende Reduction ist verständigen Schülern zu einer Geduld und spähende Aufmerksamkeit erfordernden Uebung zu empfehlen.

$$\sqrt{R} = (p+q\sqrt{r})(p-q\sqrt{r})(2q\sqrt{r}) + (p-q\sqrt{r})\gamma(p-q\sqrt{r}-\gamma) + \gamma(p+q\sqrt{r})(\gamma-p-q\sqrt{r})$$

$= 2q[(p-\gamma)^2 - q^2r]\sqrt{r}$ und präsentirt demnach, möglichst reducirt, ausser dem irrationalen Theil der beiden Correlativwurzeln, $\sqrt{r}$ nach dessen doppelten Coefficienten (2q) als Faktoren, (was gleichbedeutend mit der Differenz dieser beiden Wurzeln ist). Diese Relation liesse sich beim Arbitriren mitunter vortheilhaft verwenden.

Zur Probe diene die Gleichung:

$x^3 - 13x^2 + 38x + 16 = 0$ (deren Wurzeln 8, $\frac{5+\sqrt{33}}{2}$ und $\frac{5-\sqrt{33}}{2}$ sind).

Da man hier $A = 13$, $B = 38$ und $C = -16$ hat, so ist

$$\sqrt{R} = \sqrt{244036 - 142272 - 6912 + 140608 - 219488} = \sqrt{15972} = 22\sqrt{33}.$$

Die hier geltenden Substitutionen $p = {}^5/_2$, $q = {}^1/_2$, $r = 33$ und $\gamma = 8$ geben $2q[(p-\gamma)^2 - q^2r]\sqrt{r} = 1.[(-{}^{11}/_2)^2 - {}^1/_4\, 33]\sqrt{33} = (\frac{121}{4} - \frac{33}{4})\sqrt{33} = 22\sqrt{33}$ übereinstimmend.

Drittens. Kommen in der Gleichung zwei imaginäre (complexe) Wurzeln vor, so dass man $p+q\sqrt{-r}$ und $p-q\sqrt{-r}$ für dieselben annehmen darf, so ist das Resultat in diesem Fall dem vorigen bis auf die nöthige Verwandelung des r in $-r$ gleich und man hat $\sqrt{R} = 2q[(p-\gamma)^2 + q^2r]\sqrt{-r}$, also wieder ein ähnliches Indicium für die heterogenen Bestandtheile der unmöglichen Wurzeln. Ist z. B. die Gleichung $x^3 - x^2 - x - 2 = 0$ (mit den Wurzeln $\frac{-1+\sqrt{-3}}{2}$, $\frac{-1-\sqrt{-3}}{2}$ und 2, also $p = -{}^1/_2$, $q = {}^1/_2$, $r = 3$ und $\gamma = 2$) so hat man (weil $A = 1$, $B = -1$ und $C = 2$)

$\sqrt{R} = \sqrt{1 - 36 - 108 - 8 + 4} = \sqrt{-147} = 7\sqrt{-3}$ übereinstimmend mit

$$2.{}^1/_2[(-{}^1/_2 - 2)^2 + {}^1/_4.3]\sqrt{-3} = [(-{}^5/_2)^2 + {}^3/_4]\sqrt{-3} = (\tfrac{25}{4} + {}^3/_4)\sqrt{-3} = 7\sqrt{-3}.$$

Viertens. Hat eine kubische Gleichung zwei gleiche Wurzeln, etwa α, α und ausserdem γ, so dass man in dem obigen allgemeingeltenden Wurzelcompositum β in α zu verwandeln hat, so wird

$\sqrt{R} = \alpha\alpha(\alpha-\alpha) + \alpha\gamma(\alpha-\gamma) + \gamma\alpha(\gamma-\alpha) = 0$ und die (drei) Wurzeln sind nun leicht durch die Formeln

$$\alpha = \frac{2(B^2 - 3AC)}{AB - 9C} \text{ oder}$$

$$\alpha = {}^1/_2 \left[\frac{AB - 9C}{A^2 - 3B}\right] \text{ und}$$

$\gamma = \frac{(A^2 - 3B)C}{B^2 - 3AC}$ zu bestimmen. Z. B. diene $x^3 - 7x^2 + 16x - 12 = 0$ (mit den Wurzeln 2, 2 und 3). Es ist also $A = 7$, $B = 16$ und $C = 12$, folglich

$$\sqrt{R} = \sqrt{12544 + 24192 - 3888 - 16464 - 16384} = \sqrt{36736 - 36736} = 0.$$

Daher hat man

$$\alpha = \frac{2(16^2 - 3.7.12)}{7.16 - 9.12.} = \frac{2(256 - 252)}{112 - 108} = \frac{2.4}{4} = 2, \text{ auch}$$

$$\alpha = {}^1/_2\left(\frac{7.16 - 9.12}{7^2 - 3.16}\right) = {}^1/_2\left(\frac{112 - 108}{49 - 48}\right) = {}^1/_2.4 = 2 \text{ und}$$

$\gamma = \frac{(49 - 48)12}{256 - 252} = \frac{12}{4} = 3.$ Statt dieser Formel für γ ist natürlich zweckmässiger $\gamma = \frac{C}{\alpha^2}$ zu gebrauchen, wenn man bereits α kennt. Ohne diese Kenntniss bleibt jene Formel aber unentbehrlich.

Ist die zum Grunde gelegte Gleichung von cardanischer Form, also etwa $x^3 - Px - Q = 0$, so verwandelt sich unsere allgemeine R-Formel in die specielle einfachere: $\sqrt{-27Q^2 + 4P^3}$ und zeigt so grosse Verwandtschaft mit dem inneren Wurzeltheil der cardanischen Lösungsformel. Welche Beziehung sie zu den Wurzeln der Gleichung selbst hat, übersieht man daraus, dass hier

$$\alpha + \beta + \gamma = 0 \text{ d. h. } \gamma = -(\alpha + \beta), \text{ folgl. } P = (\alpha + \beta)^2 - \alpha\beta,$$
$$Q = -\alpha\beta(\alpha + \beta) \text{ und deshalb}$$
$$\sqrt{R} = \sqrt{-27Q^2 + 4P^3} = \sqrt{-27\alpha^2\beta^2(\alpha+\beta)^2 + 4[(\alpha+\beta)^2 - \alpha\beta]^3}$$
$$= \sqrt{(\alpha-\beta)^2.[2(\alpha+\beta)^2 + \alpha\beta]^2} = (\alpha-\beta)[2(\alpha+\beta)^2 + \alpha\beta] \text{ oder}$$
$$= (\alpha-\beta)[2(\alpha-\beta)^2 + 9\alpha\beta] \text{ ist.}$$

Denselben Ausdruck giebt auch das allgemeine für $\sqrt{R}$ oben aufgestellte Wurzelcompositum, wenn man darin $-(\alpha+\beta)$ für γ substituirt.

Da sich die Resultate der drei wesentlich verschiedenen Voraussetzungen (Erstens bis Drittens) rücksichtlich der kubischen Gleichung so gegenseitig ausschliessen, wie die daraus hervorgehenden R-Formeln zeigen, so scheint damit ein retroverser Schluss von dem speciellen Ausfall dieser Formeln auf die Beschaffenheit der Wurzeln gerechtfertigt. Jedoch kann es auch hier einen eigenthümlichen Fall geben, der zu einer Täuschung Veranlassung wird und dem irreducibeln cardanischen vergleichbar ist. Als Beispiel können die Gleichungen gelten, welche sich auf das Verhältniss zwischen den Seiten und Diagonalen regelmässiger Siebenecke beziehen. Bezeichnet man diese respective durch a, d und D, setzt $\frac{d}{a} = x$, $\frac{D}{d} = y$ und $\frac{a}{D} = z$, dagegen $\frac{a}{d} = x'$, $\frac{d}{D} = y'$ $\frac{D}{a} = z$, so gelten die Gleichungen:

1) $x^3 - x^2 - 2x + 1 = 0$, oder cardanisch gemacht (durch $x = \xi + \frac{1}{3}$):
$\xi^3 - \frac{7}{3}\xi + \frac{7}{27} = 0$,
2) $y^3 + y^2 - 2y - 1 = 0$, oder cardanisch gemacht (durch $y = v - \frac{1}{3}$):
$v^3 - \frac{7}{3}v - \frac{7}{27} = 0$,
3) $z^3 - z^2 - 2z + 1 = 0$, oder cardanisch gemacht (durch $z = \zeta + \frac{1}{3}$):
$\zeta^3 - \frac{7}{3}\zeta + \frac{7}{27} = 0$ und für den reciproken Gegensatz:
4) $x'^3 - 2x'^2 - x' + 1 = 0$, oder unter cardanischer Form (durch $x' = \xi' + \frac{2}{3}$):
$\xi'^3 - \frac{7}{3}\xi^2 - \frac{7}{27} = 0$,
5) $y'^3 + 2y'^2 - y' - 1 = 0$, oder unter cardanischer Form (durch $y' = v' - \frac{2}{3}$):
$v'^3 - \frac{7}{3}v' + \frac{7}{27} = 0$ und
6) $z'^3 - 2z'^2 - z' + 1 = 0$, oder unter cardanischer Form (durch $z' = \zeta' + \frac{2}{3}$):
$\zeta'^3 - \frac{7}{3}\zeta' - \frac{7}{27} = 0$.

Eine vergleichende Betrachtung dieser Gleichungen lehrt, dass verschiedene Grundgleichungen zu derselben cardanischen Gleichung führen können, (wie 1, 3 oder 5 und 2, 4 oder 6). Ebenso bemerkt man (in natürlichem Zusammenhange mit den Substitutionen $\frac{d}{a} = x$ und $\frac{a}{d} = x'$ etc.) zwischen den Coefficienten (in 1, 4; 2, 5 und 3, 6) Beziehungen, wie sie in 20) und 21) dieses Abschnitts vorkommen und für ternäre Reciprokwurzeln gelten. Hierzu gesellt sich die auffallende Erscheinung, dass für jede obige Grund- und cardanische Gleichung $\sqrt{R} = 7$ wird.

Hieraus sollte man schliessen dürfen, alle jene Gleichungen haben reelle und rationale Wurzeln, während doch verschiedene andere Gründe und vergebliche Versuche, solche präcisirte Wurzeln aus ihnen zu finden, dagegen sprechen.

Wie sich dieser Widerspruch heben lässt, dürfte vielleicht die folgende Ansicht klar machen. Nimmt man als kubische Wurzeln drei Grössen an, die unter irrationaler oder selbst imaginärer Form auftretend, doch einfach durch α, β und γ bezeichnet, die Bedingung erfüllen, dass

$\alpha - \beta = \gamma$, folglich $\beta - \gamma = 2\beta - \alpha$ und $\gamma - \alpha = -\beta$ ist, so verwandelt sich das Wurzelcompositum

$\alpha\beta(\alpha-\beta) + \beta\gamma(\beta-\gamma) + \gamma\alpha(\gamma-\alpha)$ in $\alpha\beta\gamma + \beta\gamma(2\beta-\alpha) - \alpha\beta\gamma$ oder in

$\beta\gamma(2\beta-\alpha)$ oder in $\alpha\beta\gamma\left(\frac{2\beta}{\alpha}-1\right)$ oder in $\beta\gamma(\beta-\gamma)$ und verlangt, um reell und rational zu erscheinen, nur für einen dieser Ausdrücke die Erfüllung derselben Bedingung. Wo, wie in den obigen Beispielen $\alpha\beta\gamma = 1$ oder -1 ist, überträgt sich diese Bedingung schliesslich auf $\frac{\beta}{\alpha}$ oder auf $\frac{\beta-\gamma}{\alpha}$, also auch auf $\frac{\gamma}{\alpha}$. Doch muss ich offen bekennen, dass mich diese Erklärung deshalb noch selbst nicht befriedigt hat, weil sie auf das Räthsel verweist, wie dergleichen Ausdrücke für α, β und γ zu Stande zu bringen sind. Vielfache vergebliche Combinationen und Versuche, darunter auch das Zurückgehen auf die goniometrischen Relationen im Siebeneck, haben mich zu dem Glauben bewogen, dass wir hier vor dem tiefen Geheimniss gewisser Beziehungen unter den irrationalen Grössen stehen; ich musste mir zuletzt immer sagen: indicit in Scyllam, qui vult evitare Charybdin.

In meiner Erwartung rücksichtlich der Bogenzahl des Abdrucks von meinem Manuscript bedeutend getäuscht, habe ich mich genöthigt gesehen, den grösseren Theil dieser Abhandlung vorläufig wegzulassen und die Vollendung des Ganzen für die nächste Gelegenheit zu versparen.

Sperling.

Jahresbericht.

I. Schulchronik.

Das nunmehr ablaufende Schuljahr hat am 9. October v. J. begonnen.

Mit der Morgenandacht des ersten Schultags wurde im Kreise der versammelten Lehrer und Schüler von dem unterzeichneten Berichterstatter die Introduction des G. L. Alexander Adolf Alfred Hoppe verbunden, welcher vom 1. October v. J. ab provisorisch zur Wahrnehmung der an unserm Gymnasium erledigten Lehrerstelle berufen worden war (s. im Jahresbericht des vorjährigen Progr. III. A. 1.). Derselbe ist d. 20. April 1836 zu Wackenau bei Neustadt in Oberschlesien geboren und auf dem Gymnasium zu Liegnitz gebildet. Von dort mit dem Zeugnisse der Reife zur Universität entlassen, studirte er zuerst von Ostern 1856 bis um die Mitte des Jahres 1858 und dann, nachdem er fast drei Jahre in Westpreussen Hauslehrer gewesen, während des Sommerhalbjahres 1861 Philologie zu Breslau. Ebendaselbst bestand er am 21. December 1861 die vorschriftsmässige Prüfung pro facultate docendi, während er schon von Michael desselb. J. ab mit Genehmigung der Aufsichtsbehörde an dem Gymnasium zu Liegnitz als Hülfslehrer beschäftigt war, und diese Stellung hat er auch nachher so lange eingenommen, bis er in das Lehrercollegium unseres Gymnasiums übertrat.

Unterm 17. December v. J. ward dem Dr. Basse das Prädicat Oberlehrer verliehen und das Rangverhältniss des Lehrercollegiums insofern neu geordnet, als die durch des Berichterstatters Berufung zum Directorat erledigte zweite Oberlehrerstelle Professor Dewischeit erhielt, O. L. Dr. Kossak zum vierten Oberlehrer, Dr. Basse zum ersten, Dr. Waas zum zweiten und Dr. Witt zum dritten ordentlichen Lehrer befördert wurden.

Am 14. Februar d. J. nach der Morgenandacht hielt der Berichterstatter vor den versammelten Schülern und den zur Abhaltung der ersten Unterrichtsstunde anwesenden Lehrern einen besonders auf die untern Classen berechneten Vortrag über den siebenjährigen Krieg und den Abschluss des hubertsburger Friedens, um die Schuljugend auf die für den 15. Februar, den Sonntag Esto mihi, von des Königs Majestät angeordnete kirchliche Säcularfeier des hubertsburger Friedensabschlusses vorzubereiten, bei welcher freilich die Betheiligung des Gymnasiums wegen Mangels an Raum auf seinem Kirchenplatze nur eine beschränktere sein konnte.

Unterm 16. Februar wurde vom 1. Januar d. J. ab aus Mitteln der Anstalt die Dotation der Directorstelle, der vier Oberlehrerstellen und der ersten ordentlichen Lehrerstelle nicht unbedeutend erhöht. Ebenso war schon im December v. J. das Einkommen des Lehrers der Vorbereitungsclasse vom 1. October v. J. ab verbessert. Auch wurden, nachdem unterm 10. November v. J. der G. L. Hoppe eine Umzugsunterstützung erhalten hatte, unterm 24. Merz d. J. allen übrigen Lehrern der Anstalt und unserem Schuldiener aus vorjährigen Ersparnissen ausserordentliche Unterstützungen bewilligt. Für diese Fürsorge der hohen Staatsbehörden fühlt der Berichterstatter sich gedrungen denselben hier im Namen der Anstalt seinen tiefsten Dank auszudrücken.

Am 17. Merz wurde die von des Königs Majestät zum Andenken an die glorreiche Erhebung der Nation im Jahre 1813 angeordnete patriotische Feier in der Aula des Gymnasiums durch einen öffentlichen Schulactus begangen. Ein vierstimmiger Choral eröffnete und beschloss denselben. Die Festrede hielt der O. L. Dr. Basse, nachdem der Berichterstatter durch ein einleitendes Gebet im allgemeinen auf die Bedeutung des Tages hingewiesen hatte. Ausserdem wechselten dazwischen eingelegte patriotische Gesänge mit Declamationen von Schülern aus allen Classen ab.

Da diese Feier eben vorausgegangen war und der 22. Merz, der Geburtstag Sr. Majestät des Königs, in diesem Jahre auf einen Sonntag fiel, so wurde derselbe von unserem Gymnasium zwar nicht in gewohnter Weise durch eine öffentliche Festlichkeit begangen, doch im Kreise der Schule dadurch gefeiert, dass der Berichterstatter am 23. Merz bei der Morgenandacht die Majestät des Königs und das königliche Haus in sein Gebet einschloss.

Durch Bestallung vom 23. April erfolgte die definitive Anstellung des G. L. Alex. Hoppe als vierter ordentlicher Lehrer, und am 2. Mai wurde derselbe durch den Berichterstatter vor dem dazu versammelten Lehrercollegium vereidigt.

Vom 7—9. Mai unterzog der Königl. Provincialschulrath Herr Dr. Schrader unser Gymnasium einer dreitägigen Revision, bei welcher er dem Unterrichte aller Lehrer beiwohnte und von den schriftlichen Arbeiten der Schüler Kenntniss nahm. Zum Schlusse der Revision hielt er mit dem Lehrercollegium eine Conferenz, in welcher er im allgemeinen seine Zufriedenheit mit der Anstalt aussprach und über verschiedene Gegenstände der Disciplin und des Unterrichts seinen einsichtsvollen Rath ertheilte.

Nachdem am 31. Mai, dem Sonntage Trinitatis, in der hiesigen altstädtischen Kirche die Einsegnung vollzogen worden war, nahm am 3. Juni, dem darauf folgenden Mittwoch, die Anstalt in dieser Kirche an der Feier des heiligen Abendmahls Theil.

Am 23. Juni beging das Gymnasium in Kallnen unter allgemeinem Frohsinn sein jährliches Schulfest. Der Berichterstatter kann es nicht unterlassen auch noch an diesem Orte für die Güte zu danken, mit welcher mehrere geehrte Eltern unserer Schüler aus der Stadt und Umgegend uns so viele Fuhrwerke zur Verfügung stellten, dass wir den Rückweg alle zu Wagen machen konnten.

Unterm 25. Juni wurde O. L. Gerlach auf seinen Antrag vom 1. October d. J. ab mit der reglementsmässigen Pension in den Ruhestand versetzt. Er hat der Anstalt dreissig Jahre, davon siebzehn als Religionslehrer, seine Dienste gewidmet. Dieselbe begleitet ihn bei seinem scheiden mit den besten Wünschen.

Am 1. August feierte die Excellenz des Wirklichen Geheimen Raths und Oberpräsidenten der Provinz Preussen Herrn Dr. Eichmann ihr funfzigjähriges Amtsjubiläum. Das Gymnasium bekundete seine Theilnahme an diesem Feste durch eine schriftliche Gratulation und hatte die Ehre von dem Herrn Oberpräsidenten ein unterm 10. August an das Lehrercollegium gerichtetes Dankschreiben zu empfangen.

Unterm 10. August wurde die beim ausscheiden des O. L. Gerlach vacant werdende dritte Oberlehrerstelle in solcher Weise besetzt, dass vom 1. Octoder d. J. ab O. L. Dr. Kossak in die dritte, O. L. Dr. Basse in die vierte Oberlehrerstelle, Dr. Waas in die erste ordentliche Lehrerstelle aufrücken. Als zweiter ordentlicher Lehrer und Religionslehrer ist durch Bestallung vom 10. August Herr Eugen Albert Trosien, bisher Gymnasiallehrer zu Insterburg, vom 1. October d. J. ab an unserem Gymnasium angestellt.

Am 22. August fand unter dem Vorsitze des Königl. Provincialschulraths Herrn Dr. Schrader die Abiturientenprüfung statt. Von den sechs Abiturienten wurden zwei auf Grund des befriedigenden Ausfalls ihrer schriftlichen Arbeiten und wegen ihrer früheren Leistungen unter Entbindung von der mündlichen Prüfung einstimmig für reif erklärt, die vier andern wurden es nach abgelegter mündlicher Prüfung. Die Namen der abgehenden sind weiter unten in dem statistischen Abschnitte dieses Jahresberichts aufgeführt (IV. 2).

Im Laufe des ganzen Schuljahrs sind etwa fünf und dreissig Conferenzen gehalten worden, von denen die Fachconferenzen den Unterricht im deutschen, den Geschichtsunterricht und den Elementarunterricht im griechischen betrafen. Ausserdem vereinigte sich das Lehrercollegium während des Wintersemesters alle vierzehn Tage zu wissenschaftlichen Zusammenkünften.

Der Gesundheitszustand des Lehrercollegiums und der Schüler ist im Laufe dieses Schuljahrs ein im ganzen befriedigender gewesen. Nur O. L. Gerlach erkrankte gleich nach den Sommerferien auf mehrere Wochen, und seine Reconvalescenz ging so langsam von Statten, dass er sich genöthigt sah bis zum Schlusse des Schuljahrs Urlaub zu nehmen. Behufs seiner Vertretung musste in dieser Zeit der Lehrplan noch zuletzt einige Modificationen erleiden, die aber wegen der Kürze ihrer Dauer weder in der nächstfolgenden Darstellung der Lehrverfassung noch in der auf der vorletzten Seite dieses Jahresberichts entworfenen tabellarischen Uebersicht über die Vertheilung der Lehrstunden im Schuljahr 1862—63 berücksichtigt worden sind.

II. Lehrverfassung.

Vorbereitungsclasse.

Classenlehrer Klein.

1. Religion. 4 St. — 1. Abtheil. (mit entsprechender Betheiligung der beiden andern Abtheilungen): Die wichtigsten bibl. Geschichten des A. u. N. Testaments nach Woike; Bibelverse und Kirchenlieder. Das erste Hauptstück mit der lutherischen Erklärung, das zweite ohne dieselbe.

2. Deutsch. 7 St. — 3. Abtheil. Schreiblesen nach Hammers Lesefibel. 2. Abtheil. Leseübungen in deutscher und lateinischer Druckschrift nach Hammers Lesefibel. Orthograph. Uebungen durch abschreiben und dictiren. 1. Abtheil. Lesen im Kinderfreund von Preuss und Vetter; Uebungen im wiedererzählen und declamiren. Mündliche und schriftliche Uebungen in der Orthographie. Einübung der Redetheile, Declination des Nomens und Verbums, allgem. Kenntniss der Präpositionen.

3. Anschauungs- und Sprechübungen. 4 St. — 1. Abtheil. (mit entsprechender Betheiligung der beiden andern Abtheilungen): Erweiterung der Vorstellungen an sinnlichen Anschauungen mit Rücksicht auf Naturbeschreibung und Geographie.

4. Rechnen. 5 St. — 3. Abtheil. Die vier Species in dem Zahlenraum von 1—15 nach Dagott. 2. Abtheil. Die vier Species in dem Zahlenraum von 1—30 nach Dagott. 1. Abtheil. Kopfrechnen: Die vier Species in dem Zahlenraum von 1—72 nach Dagott; Tafelrechnen: Wiederholung und Befestigung der vier Species in erweitertem Zahlenkreise; Einübung des kleinen Einmaleins.

5. Kalligraphie. 6 St. — 3. Abtheil. Einübung der kleinen Buchstaben des deutschen Alphabets. 2. Abtheil. Wiederholung dieser Uebungen und Einübung der grossen Buchstaben des deutschen Alphabets. 1. Abtheil. Einübung der kleinen und grossen Buchstaben des lateinischen Alphabets. Uebung in deutscher und lateinischer Schrift nach dem Tacte.

Sexta.

Ordinarius: G. L. Hoppe. — Einjähriger Cursus.

1. Deutsch. 2 St. — Lehmann Leseb. 1 Thl. Lesen, wiedererzählen und declamiren; orthograph. und grammat. Uebungen. — G. L. Hoppe.

2. Latein. 10 St. — Scheele Vorschule. Erste Abtheilung. Zusammenstellung des wichtigeren aus der Formenlehre. §. 1—15. Zweite Abtheilung. Uebungssätze zur Formenlehre. §. 1—27. — G. L. Hoppe.

3. Religion. 3 St. — Biblische Geschichte des A. T. nach Kohlrausch. Das erste Hauptstück des luther. Katechismus. Katechetische Besprechung und Erlernung von Kirchenliedern. — Dr. Witt.

4. Rechnen. 4 St. — Die vier Species in unbenannten und benannten ganzen Zahlen und Brüchen. — G. L. Schwarz.

5. Geographie. 2 St. — Das hauptsächlichste aus der mathemat. Geographie und die aussereuropäischen Erdtheile nach Weiss kurz. Unterricht. — Dr. Witt.

6. Naturbeschreibung. 2 St. — Im W. Zoologie, im S. Botanik nach Burmeister, die letztere mit praktischer Anleitung zur Anlegung von Herbarien. — G. L. Hoppe.

7. Kalligraphie. 3 St. — Nach Becker. — G. L. Schwarz.

8. Zeichnen. 2 St. — G. L. Schwarz.

9. Gesang. 2 St. mit V. — Gehörsingübungen, Treffübungen; Choräle und Volkslieder. — G. L. Schwarz.

Quinta.

Ordinarius: Dr. Witt. — Einjähriger Cursus.

1. Deutsch. 2 St. — Lehmann Leseb. 1 Thl. Lese-, Declamir- und orthograph. Uebungen; Präpositionen und Conjunctionen. — Dr. Witt.

2. Latein. 10 St. — Siberti-Meiring lat. Schulgrammatik. Die Formenlehre mit besonderer Berücksichtigung der Verba anomala und die wichtigsten syntakt. Regeln. Wöchentlich ein Exercitium. Lat. Elementarb. von Jacobs. 1. Bdch. Beisp. zu den Regeln vom Acc. c. Inf. u. Ablat. absol., II. 1—20, IV. 1—27, V. lib. III, 1—9. — Dr. Witt.

3. Französisch. 3 St. — Plötz Elementarb. Lect. 1—40. — Dr. Witt.

4. Religion. 3 St. — Biblische Geschichte des N. T. nach Kohlrausch nebst Erlernung von Sprüchen und Kirchenliedern. Das 1. und 2. Hauptstück des lutherischen Katechismus. — O. L. Gerlach.

5. Rechnen. 2 St. — Wiederholung der Bruchrechnungen; einfache und zusammengesetzte Verhältnissrechnung. — G. L. Schwarz.

6. Geometrische Anschauungslehre. 1 St. — Nach Diesterweg. — G. L. Schwarz.

7. Geographie. 2 St. — Die Elemente der mathemat. Geographie und die Geographie von Europa mit besonderer Berücksichtigung Deutschlands nach E. v. Seydlitz. — G. L. Hoppe.

8. Naturbeschreibung. 2 St. — Im W. Mineralogie, im S. Botanik nach Burmeister, die letztere mit praktischer Anleitung zur Anlegung von Herbarien. — G. L. Hoppe.

9. Kalligraphie. 3 St. — Nach Becker. — G. L. Schwarz.

10. Zeichnen. 2 St. — G. L. Schwarz.

11. Gesang. 2 St. mit VI. S. oben. — G. L. Schwarz.

Quarta.

Ordinarius: Prof. Dewischeit. — Einjähriger Cursus.

1. Deutsch. 2 St. — Lehmann Leseb. 1. Thl. Aufsätze und Uebungen im declamiren; die Lehre von der Interpunction; einiges aus der Satzlehre. — Dr. Witt.

2. Latein. 10 St. — Wiederholung der Etymologie nebst den wichtigsten Regeln der Syntax, insbesondere der Syntaxis casuum nach Siberti-Meiring; wöchentliche Exercitien und Extemporalien. Gelesen wurde Cornelius Nepos (Miltiades, Themistocles, Aristides, Pausanias, Cimon, Lysander, Alcibiades, Eumenes, Phocion, Timoleon, de regibus, Hamilcar, Hannibal und Cato). — Prof. Dewischeit.

3. Griechisch. 6 St. — Formenlehre bis zu den Verba in μι inclus. nach Buttmann; kleine Exercitien; Jacobs Elementarb. 1. Cursus I, II u. III mit Auswahl, zuletzt einzelne Fabeln aus dem 2. Cursus. — O. L. Dr. Kossak.

4. Französisch. 2 St. — Wiederholung des Pensums der Quinta; Einübung der Pronomina und regelm. Verba; Uebungen im übersetzen nach d. Elementarb. von Plötz. — O. L. Gerlach.

5. Religion. 2 St. — Das 3., 4. und 5. Hauptstück des lutherischen Katechismus; Lectüre ausgewählter Psalmen nebst Erlernung von Sprüchen und Kirchenliedern. — O. L. Gerlach.

6. Mathematik und Rechnen. 3 St. — Planimetrie bis zum Kreise; — Decimalbrüche, Wurzeln. — Zusammengesetzte Regel de Tri. — G. L. Schwarz.

7. Geschichte und Geographie. 3 St. — Geschichte der Griechen und Römer nach dem Grundriss der alten Geschichte von F. Voigt. — Geographie der aussereuropäischen Erdtheile nach E. v. Seydlitz. — O. L. Dr. Kossak.

8. Zeichnen. 2 St. — G. L. Schwarz.

9. Gesang. 2 St., davon 1 mit III und 1 mit III, II u. I. — Mehrstimmige Gesänge. — G. L. Schwarz.

Tertia.

Ordinarius: O. L. Dr. Kossak. — Zweijähriger Cursus.

1. Deutsch. 2 St. — Monatliche Aufsätze nach vorheriger Besprechung des Themas oder gegebener Disposition; Uebungen im lesen, declamiren und im freien Vortrage; Besprechung von Musterstüken, bei poetischen mit Berücksichtigung der Metrik; Satzlehre; mündliche und schriftliche Uebungen im unterscheiden von Synonymen. — G. L. Hoppe.

2. Latein. 10 St. — Syntax nach Zumpt; wöchentliche Exercitien und Extemporalien. Cäsar B. G. VII u. I, B. C. I. 1—30. Privatlectüre der Obertertianer aus Justinus und Cornelius Nepos. 8 St. — O. L. Dr. Kossak. Ovid Metamorph. in dem Auszuge von G. K. F. Seidel III und IV. Stellen memorirt. Metrische Uebungen. 2 St. — G. L. Hoppe.

3. Griechisch. 6 St. — Wiederholung der Etymologie mit Berücksichtigung des ionischen Dialekts und die Hauptregeln der Syntax nach Buttmann; alle vierzehn Tage ein Exercitium; Extemporalien. Xenophon Anabasis V. 5—VII. 3, 33. Homer Odyssee XIX—XXI. 225. — Prof. Dewischeit.

4. Französisch. 2 St. — Formenlehre bis zu den Verba anomala inclus. nach Müller. Voltaire Charles XII. B. III. (erste Hälfte). — O. L. Gerlach.

5. Religion. 2 St. — Einleitung in das N. T.; Bibellesen; Erlernung von Sprüchen und Kirchenliedern; Wiederholung der fünf Hauptstücke des lutherischen Katechismus. — O. L. Gerlach.

6. Mathematik. 3 St. — Grunert f. d. mittleren Classen. 1 St. Arithmetik, 2 St. Geometrie. Lösung erläuternder Aufgaben. — Prof. Sperling.

7. Geographie. 1 St. — Europa nach E. v. Seydlitz. — O. L. Dr. Basse.

8. Geschichte. 2 St. — Geschichte der alten Welt bis zum Untergange der römischen Republik nach R. Dietsch. — O. L. Dr. Basse.

9. Naturkunde. 2 St. — Die Hauptlehren der Physik. (Erste Hälfte des Cursus.). — Prof. Sperling.

10. Gesang. 2 St., davon 1 mit IV und 1 mit IV, II und I. S. oben. — G. L. Schwarz.

Secunda.

Ordinarius: O. L. Dr. Basse. — Zweijähriger Cursus.

1. Deutsch. 2 St. — Theorie der Dichtungsarten, basirt auf zahlreiche Proben aus der neueren deutschen Litteratur seit dem Reformationszeitalter, als Vorbereitung auf den litterargeschichtlichen Cursus im folgenden Jahre; ausserdem deutsche Prosodie und Metrik, besonders in Bezug auf den deutschen Hexameter. Uebungen im disponiren und declamiren. Aufsätze über folgende Themata:

1) Getreue Nachbarn sind nach Luthers Ausspruch ein hohes Gut.
2) Die Sprache der herbstlichen Natur.
3) Der Sänger von Göthe gestellt neben des Sängers Fluch von Uhland.
4) Herzog Alba in Göthes Egmont.
5) Zwei Fabeln nach gegebenen Sentenzen.
6) a. Gold und Eisen verglichen in ihrem Nutzen.
   b. Inwiefern ist Schillers Gedicht „die Theilung der Erde" eine Parabel?
7) Die leergebrannte Stätte. Frei nach Schiller. Ein Versuch in Hexametern.
8) Ohne Wahl vertheilt die Gaben,
   Ohne Billigkeit das Glück:
   Denn Patroklus liegt begraben,
   Und Thersites kommt zurück! Schiller.
9) Die Jugend lebt von der Hoffnung, das Alter von der Erinnerung.
10) a. Philipps von Burgund Versöhnung mit Karl VII. in Schillers Jungfrau.
    b. Wie beweiset die Jungfrau in Schillers Tragödie gleiches Namens noch vor dem Kampfe mit den Engländern ihre höhere Sendung?
11) a. Antonio's Auftreten gegenüber dem Dichter in Göthes Tasso Act. II. Sc. 3.
    b. Die Furcht vor übler Nachrede, eine moralische Macht bei Homer. Rede.
    — Prof. Dewischeit.

2. Latein. 10 St. — Lehre von der Consecutio temporum, den Bedingungssätzen und Zeitpartikeln nach Dictaten; Wiederholung von Zumpt §. 379—450; wöchentliche Exercitien und Extemporalien; metrische Uebungen; Aufsätze der Obersecundaner über folgende Themata:

1) Solonis illa vox „Neminem ante mortem beatum iudicandum esse" exemplis ex antiquitate petitis illustretur.
2) Xerxis regis expeditio in Graeciam breviter enarratur.
3) Aura popularis est mobilis.
4) Sol occidens (Verss. elegiaci).
5) Quanto patriae amore fuerint Graeci, luculentis aliquot exemplis declaretur.
6) Superbiae et crudelitati, etsi serae, non leves tamen nonnunquam veniunt poenae (Liv. III. 56, 7).

Livius VI u. VII, Cicero pro Sulla, M. Seyfferts Lesestücke III. 19—23. Privatlectüre aus Cicero, Sallust und Livius. 8 St. — O. L. Dr. Basse.

Vergil Aeneis XI u. XII. Stellen memorirt. 2 St. — Der Director.

3. Griechisch. 6 St. — Syntax nach Buttmann und Dictaten; alle vierzehn Tage ein Exercitium; Extemporalien; Xenophon Memorabil. I u. II. 1 u. 2. 4 St. — Dr. Waas. Homer Odyssee XIX u. XX, Ilias I u. II. Privatlectüre der Obersecundaner aus Homer. 2 St. — Der Director.

4. Französisch. 2 St. — Syntax nach Müller; Exercitien nach Dictaten. L. Ideler und H. Nolte Handb. d. franz. Sprache und Litteratur 3. Thl. S. 36—75 (Mirabeau, Desèze, Grégoire). — O. L. Gerlach.

5. Hebräisch. 2 St. — Elementarlehre, Substantivum, Verbum nach Gesenius-Rödiger. 1. Kön. 21. 1. Mos. 1. 2. — Dr. Waas.

6. Religion. 2 St. — Einleitung in das A. T. und Wiederholung der Einleitung in das N. T. nach Hollenberg. Bibellesen. — O. L. Gerlach.

7. Mathematik. 4 St. — Grunert f. d. oberen Classen. Die Stereometrie mit Uebergehung des 3., 4. und 5. Capitels. Aus der Arithmetik die Potenzen und Wurzeln, die Progressionen und Logarithmen; aus der Algebra die Gleichungen des zweiten Grades. Aufgaben zur Erläuterung und Einübung in der Classe; alle vierzehn Tage eine häusliche Arbeit. — Prof. Sperling.

8. Physik. 1 St. — Magnetismus und Elektricität nach Koppe 6. und 7. Abschnitt. — Prof. Sperling.

9. Geographie. 1 St. — Die aussereuropäischen Erdtheile und Deutschland nach E. v. Seydlitz. — O. L. Dr. Basse.

10. Geschichte. 2 St. — Römische Geschichte bis zum Untergange der Republik nach R. Dietsch. — O. L. Dr. Basse.

11. Gesang. 2 St., davon 1 mit I und 1 mit IV, III und I. S. oben. — G. L Schwarz.

Prima.

Ordinarius: der Director. — Zweijähriger Cursus.

1. Deutsch und philosoph. Propädeutik. 3 St. — Logik und Psychologie. Einzelne Capitel aus der Rhetorik. Disponirübungen. Aufsätze über folgende Themata:

1) Was hat man vom Luxus zu halten?
2) Die Disputirkunst nach den Mitteln, welche sie im Verkehr der Menschen anzuwenden pflegt.
3) Der Freund und der Schmeichler.
4) Der Mensch bedarf des Menschen sehr
Zu seinem grossen Ziele:
Nur in dem ganzen wirket er;
Viel Tropfen geben erst das Meer,
Viel Wasser treibt die Mühle.
5) Die Verwendung der Epitheta bei Homer in ihrer Berechtigung nachzuweisen am 7. Buche der Ilias.
6) In wessen Diensten stehen die Menschen?
7) An rollenden Steinen wächst kein Moos.
8) Metrische Uebersetzung von Sophokles Trachinierinnen 1—63.
9) Der Jüngling gleicht dem Schiff auf erster Meerfahrt.

2. Latein. 8 St. — Stilistik; Exercitien und Extemporalien; metrische Uebungen; freie Vorträge und Aufsätze, die letztern über folgende Themata:

1) Epaminondas Thebarum decus.
2) Explicetur Augusti illud de Cicerone iudicium (Plutarch. Cic. 49 ad fin.): *Λόγιος ἀνὴρ, ὦ παῖ, λόγιος καὶ φιλόπατρις.*
3) Insignia quaedam amicorum paria laudentur.
4) a. Quae quisque legit privatim, de iis pauca disputet. Epistola ad amicum.
b. De bello a Pyrrho contra Romanos gesto.
5) Ferro nocentius aurum (Ovid. Metam. I. 141). Chrie.
6) Nithardus, Caroli M. nepos, avi imaginem his tribus verbis expressit: terribilis, amabilis, admirabilis.
7) Socrates dicebat optimo cuique ingenio maxime opus esse institutione (Xenoph. Memorab. IV. 1. 3). Chrie.

8) Quibus potissimum rebus factum est, ut Graeciae civitates communi quodam vinculo continerentur.
9) (Probeaufsatz) Multi et magni viri inconstantiae rerum testes gravissimi.
10) (Zuvor Abiturienten thema) Unum saepe virum fuisse, in quo niteretur civitatis salus, demonstretur exemplis e Graecorum et Romanorum historia depromptis.

Cicero Tusculanen I, IV u. V. Horaz Oden I u. II. Mehrere Oden memorirt. Privatlectüre Quintilian X und einige Reden Ciceros. — Der Director.

3. Griechisch. 6 St. — Wiederholung der Syntax; Exercitien und Extemporalien. Demosthenes Olynth. Reden und die 1. gegen Philipp. Sophokles Trachinierinnen; Homer Ilias VII—IX. Privatlectüre aus Homer. — Dr. Waas.

4. Französisch. 2 St. — Grammatische Wiederholungen und Ergänzungen; Exercitien nach Dictaten. L. Ideler und H. Nolte Handb. 3. Thl. S. 226—253 (Fourier und Cuvier). — O. L. Gerlach.

5. Hebräisch. 2 St. — Wiederholung der Etymologie und die Syntax bis zum Verbum nach Gesenius - Rödiger. Richt. 12—18. 20. 21. 1. Sam. 1—6. — Dr. Waas.

6. Religion. 2 St. — Die christliche Glaubenslehre. Lesung des Briefes an die Epheser im Grundtext. — O. L. Gerlach.

7. Mathematik. 4 St. — Grunert f. d. oberen Classen. Das 3., 4. und 5. Capitel der Stereometrie. Die Functionen und deren Entwickelung, namentlich gezeigt an der binomischen, der logarithmischen und an verschiedenen trigonometrischen Reihen. Uebungen im lösen von Aufgaben unter Aufsicht und Leitung des Lehrers; alle drei Wochen eine häusliche Arbeit. — Prof. Sperling.

8. Physik. 2 St. — Wissenschaftliche Erläuterung der mathematischen Geographie. Die Lehre vom Licht nach Koppe 9. Abschnitt. — Prof. Sperling.

9. Geschichte und Geographie. 3 St. — Geschichte des Mittelalters nach R. Dietsch. — Die aussereuropäischen Erdtheile nach E. v. Seydlitz. — O. L. Dr. Basse.

10. Gesang. 2 St., davon 1 mit II und 1 mit IV, III u. II. S. oben. — G. L. Schwarz.

Die Turnübungen, von denen Dispensation nur auf Grund eines ärztlichen Attestes stattfindet, wurden im Sommer (Mittwoch und Sonnabend nachmittags) mit Beobachtung der darüber von dem Königl. Provincialschulcollegium unterm 19. April 1861 erlassenen Verfügung durch den O. L. Dr. Kossak geleitet.

III. Abiturientenaufgaben.

Unsere im August d. J. geprüften Abiturienten haben zu ihren grösseren schriftlichen Arbeiten folgende Aufgaben gehabt:

1. Thema zum deutschen Aufsatz: Zum Werke, das wir ernst bereiten,
   Geziemt sich wohl ein ernstes Wort.
2. Thema zum lateinischen Aufsatz: Unum saepe virum fuisse, in quo niteretur civitatis salus, demonstretur exemplis e Graecorum et Romanorum historia depromptis.
3. Mathematische Aufgaben: In der geometrischen Progression x, xy, xy^2, xy^3, xy^4, xy^5 kennt man die Differenz der beiden äusseren Glieder ($=a$) und die Differenz der beiden mittleren Glieder ($=b$); wie kann hieraus die Summe aller Glieder gefunden werden?
2. Innerhalb eines Kreises sind zwei Punkte (a und b) gegeben; man soll in der Peripherie desselben zwei andere Puncte (x und y) so bestimmen, dass durch die gerad-

linigen Verbindungen (axyb) zwei gleiche Peripheriewinkel von gegebener Grösse (α) entstehen.

3) Zu zeigen, dass für jedes Sechseck im Kreise die goniometrische Relation $\operatorname{tng}(w_1 - w_2) + \operatorname{tng}(w_3 - w_4) + \operatorname{tng}(w_5 - w_6) = \operatorname{tng}(w_1 - w_2)\operatorname{tng}(w_3 - w_4)\operatorname{tng}(w_5 - w_6)$ gilt, wenn w_1, $w_2 \ldots w_6$ die ringsum gezählten Winkel desselben bedeuten, und hieran Betrachtungen zu knüpfen, welche eine Erweiterung dieser Wahrheit herbeiführen.

4) Ein Körper (K) ist von zwei regelmässigen nseitigen Polygonen (P und p) und ausserdem von 2n Dreiecken in der Art begrenzt, dass die Polygone, im Abstande h von einander, parallel über einander schweben und ihre Ecken wechselseitig den Seitenmitten des Gegenpolygons zugewandt haben, während die (gleichschenkligen) Dreiecke seitwärts ringsum den Verschluss bilden. Man soll aus n, P, p und h den Inhalt des Körpers berechnen.

IV. Statistik.

A. Lehrer.

Den gegenwärtigen Bestand des Lehrercollegiums ergiebt die tabellarische Uebersicht über die Vertheilung der Lehrstunden im Schuljahr 1862—63 auf der vorletzten Seite dieses Jahresberichts.

B. Schüler.

1. Im September v. J. belief sich die Frequenz der Anstalt auf 280 (S. 16 des vorjährigen Programms). Dieselbe stieg bei fast gleichem Ab- und Zugang im Winterhalbjahr 1862—63 effective nur um 2 und betrug nach Ostern d. J. wieder 280. Gegenwärtig, im September, wird die Anstalt von 272 Schülern besucht, die sich auf die einzelnen Classen also vertheilen, dass wir 12 Primaner, 28 Secundaner, 52 Tertianer, 50 Quartaner, 42 Quintaner, 46 Sextaner und 42 Schüler der Vorbereitungsclasse haben.

2. Zu Michael d. J. werden folgende Primaner mit dem Zeugnisse der Reife von dem Gymnasium entlassen.

1) Julius Wilh. Baumann, geb. in Ischdaggen Kr. Gumbinnen, 23 J. alt, evang. Confession, Sohn des Präcentors Baumann in Ischdaggen, 12 J. Schüler der Anstalt von Sexta ab, 2 J. in Prima; er beabsichtigt in Halle Theologie zu studiren.

2) Paul John Cramer, geb. in Brakupönen Kr. Gumbinnen, 18 J. alt, evang. Confession, Sohn des Oberamtmanns Cramer in Orzechowken Kr. Oletzko, 8¼ J. Schüler der Anstalt von Sexta ab, 2 J. in Prima; er beabsichtigt in Greifswald Forstwissenschaft zu studiren.

3) Ferdinand Rudolf Engel, geb. in Sodehnen Kr. Gumbinnen, 20 J. alt, evang. Confession, Sohn des in Sodehnen verstorbenen Elementarlehrers Engel, 9 J. Schüler der Anstalt von Quinta ab, 2 J. in Prima; er beabsichtigt in Königsberg Theologie zu studiren.

4) Louis Friedr. Laps, geb. in Gumbinnen, 20 J. alt, evang. Confession, Sohn des Schneidermeisters Laps hieselbst, 8 J. Schüler der Anstalt von Quinta ab, 2 J. in Prima; er beabsichtigt in Königsberg Philologie zu studiren.

5) Ernst Wilh. Richard Spilling, geb. in Frankfurt a. d. O., 19 J. alt, evang. Confession, Sohn des Königl. Ober-Regierungsraths Spilling in Coblenz, 10 J. Schüler der Anstalt von Quinta ab, 2 J. in Prima; er beabsichtigt auf einer noch zu erwählenden Universität Jura zu studiren.

6) Carl Friedr. Gustav Werner, geb. in Darkehmen, 20 J. alt, evang. Confession, Sohn des in Darkehmen verstorbenen Kaufmanns Werner, 8 J. Schüler der Anstalt von Quarta ab, 2 J. in Prima; er beabsichtigt in Königsberg Medicin zu studiren.

V. Bibliotheken und andere Sammlungen.

Die Bibliotheken und anderen Sammlungen der Anstalt sind aus den dazu verfügbaren Mitteln in gewohnter Weise vervollständigt und erweitert worden. Die Lehrerbibliothek ward auch in diesem Jahre von dem Herrn Minister der geistlichen, Unterrichts- und Medicinal-Angelegenheiten durch Büchergeschenke, namentlich durch die Fortsetzungen bedeutender und kostbarer Werke, bereichert und das Lehrercollegium dadurch zu ehrerbietigem Danke verpflichtet.

VI. Amtliche Verordnungen.

1. Vom 17. November v. J. Durch den Herrn Minister des Innern und den Herrn Kriegsminister ist im Einverständnisse mit dem Herrn Minister der geistlichen, Unterrichts- und Medicinal-Angelegenheiten §. 129 der Militärersatzinstruction vom 9. December 1858 dahin abgeändert, dass für die Zöglinge höherer Schulen, welche sich zum einjährigen freiwilligen Militärdienste melden, das Attest über ihre moralische Qualification „fortan nicht mehr von den Polizeibehörden, sondern von den Directoren, resp. den Rectoren der betreffenden Unterrichtsanstalten auszustellen ist."

2. Vom 8. December v. J. Von Seiten der Königl. Generalinspection des Militärbildungswesens ist bemerkt worden, dass in den Portepeefähnrichsprüfungen bei den von höheren Unterrichtsanstalten kommenden Aspiranten in der Regel eine auffallend geringe Kenntniss der Geographie angetroffen werde. Das Königl. Provincialschulcollegium nimmt daraus Veranlassung an die über diesen Unterrichtsgegenstand bestehenden Verordnungen zu erinnern und namentlich darauf hinzuweisen, „dass es zur Sicherheit und Klarheit der geographischen Kenntnisse in den oberen Classen der höheren Lehranstalten wesentlich beitragen werde, wenn die Zöglinge derselben dazu angehalten würden von Zeit zu Zeit Karten der wichtigsten Culturländer nach bestimmten Gesichtspuncten der politischen oder physischen Geographie selbst zu zeichnen."

3. Vom 23. December v. J. Vom 1. Januar 1863 ab wird bei dem hiesigen Königl. Friedrichsgymnasium der Schulgeldsatz für die Tertia und die Quarta von 16 Thlrn. jährlich auf 18 Thlr. jährlich und derjenige für die Quinta und Sexta von 12 Thlrn. jährlich auf 16 Thlr. jährlich erhöht.

4. Vom 27. December v. J. Mittheilung des Ministerialerlasses vom 13. December über den Unterricht im deutschen und in der philosophischen Propädeutik an den Gymnasien. Nach diesem Ministerialerlasse soll von Michael 1863 an in die Abiturientenzeugnisse „am Schlusse des Urtheils über das im deutschen erreichte auch eine Bemerkung darüber aufgenommen werden, ob der Abiturient mit den Elementen der Psychologie und der Logik sicher bekannt ist."

5. Vom 20. Januar d. J. Es wird der Ministerialerlass vom 9. Mai 1826 in Erinnerung gebracht, durch welchen im allgemeinen angeordnet worden ist, „dass den von einem andern Gymnasium kommenden Schülern keine höhere Classe angewiesen werden dürfe als die, in welcher sie bis dahin gewesen oder in welche sie nach dem von ihnen vorzulegenden Abgangszeugnisse versetzt worden seien." Ausserdem fügt das Königl. Provincialschulcollegium noch hinzu, „dass die Versetzung solcher Schüler in eine höhere Classe auch nicht durch eine sogenannte Nachprüfung, welche mit ihnen einige Wochen oder Monate nach deren Aufnahme veranstaltet werde, bewirkt werden dürfe." Vielmehr sollen „Schüler, welche zu einem andern Gymnasium kommen, jedenfalls erst nach Ablauf eines vollen Semesters in eine höhere Classe versetzt werden, als diejenige ist, für welche sie durch das Abgangszeugniss des früher von ihnen besuchten Gymnasiums als qualificirt bezeichnet sind." Diese Bestimmung „gelte auch für diejenigen Schüler, welche eine Anstalt aus irgend einem Grunde verliessen, dann

eine kurze Zeit Privatunterricht nähmen und sich nun behufs Aufnahme in eine höhere Classe wieder bei einem Gymnasium anmeldeten."

6. Vom 7. Februar d. J. Im Auftrage des Herrn Ministers der geistlichen, Unterrichts- und Medicinal-Angelegenheiten ordnet das Königl. Provincialschulcollegium an, dass die Schüler nach einer angemessenen historischen Belehrung zu veranlassen seien an der kirchlichen Feier des 15. Februar als des hundertjährigen Gedenktages des hubertsburger Friedensabschlusses Theil zu nehmen. Die Art der patriotischen Jubelfeier des 17. Merz wird im einzelnen den Directoren überlassen und denselben anheimgestellt „mit der Feier des 17. Merz diejenige Berücksichtigung des Geburtstages Sr. Majestät des Königs zu verbinden, welche sonst durch das diesjährige zusammentreffen des 22. Merz mit einem Sonntage in den Schulen beeinträchtigt werden würde."

7. Vom 11. Februar d. J. „Das Königl. Staatsministerium hat beschlossen, dass sämtliche Königl. Behörden fortan ihre amtlichen Bekanntmachungen, soweit nicht besondere gesetzliche Vorschriften oder ministerielle Anordnungen etwas anderes bedingen, in der periodischen Presse nur allein durch den preussischen Staatsanzeiger, die Regierungs-Amtsblätter und die amtlichen Kreisblätter oder die deren Stelle vertretenden zu kreisamtlichen Bekanntmachungen bestimmten Anzeigeblätter zu veröffentlichen haben" (Ministerialerlass vom 4. Februar d. J.).

8. Vom 28. Februar d. J. Im Auftrage des Herrn Ministers der geistlichen, Unterrichts- und Medicinal-Angelegenheiten ergänzt das Königl. Provincialschulcollegium seine Verfügung vom 11. December 1857 dahin, dass neben den Aufgaben zu den deutschen und lateinischen Abiturientenarbeiten fortan auch die mathematischen Prüfungsaufgaben in dem jährlichen Schulprogramm abgedruckt werden sollen.

9. Vom 18. Mai d. J. Vom 1. Juli d. J. ab wird bei dem hiesigen Königl. Friedrichsgymnasium der jährliche Beitrag jedes Schülers zum Turnunterricht von 20 Sgr. auf 1 Thlr. erhöht.

10. Vom 4. Juli d. J. Die Gesetzsammlung für die Königl. preussischen Staaten ist von dem Gymnasium ferner nicht mehr zu halten.

11. Vom 27. August d. J. Mittheilung des Ministerialerlasses vom 11. August d. J. in Betreff der Beschäftigung und Anstellung von Civilanwärtern im Postdienst. Durch das neue Reglement, welches der Herr Minister für Handel, Gewerbe und öffentliche Arbeiten unterm 3. Juni d. J. über die Beschäftigung und Anstellung von Civilanwärtern im Postdienst erlassen hat, werden die bisherigen Berechtigungen der höheren Schulen, namentlich der Realschulen zweiter Ordnung dahin modificirt, dass jetzt 1) Posteleven nur auf Grund eines Maturitätszeugnisses von einem Gymnasium oder einer Realschule erster Ordnung; 2) Postexpedientenanwärter nur nach mindestens einjährigem Besuch der Secunda eines Gymnasiums oder einer Realschule erster Ordnung in allen Lehrgegenständen, oder nach mindestens einjährigem Besuch der Secunda eines Gymnasiums oder einer Realschule erster Ordnung in allen Lehrgegenständen, oder nach mindestens einjährigem Besuch der Prima einer Realschule zweiter Ordnung in allen Lehrgegenständen, oder auf Grund des Abgangszeugnisses der Reife von einer anerkannten höheren Bürgerschule; 3) Postexpeditionsgehülfen nur bei nachgewiesener Reife für die Secunda eines Gymnasiums oder einer Realschule erster oder zweiter Ordnung angenommen werden.

Tabellarische Uebersicht
über die Vertheilung der Lehrstunden im Schuljahr 1862—63.

Namen der Lehrer.	VI.	V.	IV.	III.	II.	I.	Summa.
1. Prof. Dr. Arnoldt, Director. Ord. I.					2 Vergil. 2 Homer.	8 Latein.	12.
2. Prof. Sperling, 1. Oberl.				3 Mathematik. 2 Physik.	4 Mathematik. 1 Physik.	4 Mathematik. 2 Physik.	16.
3. Prof. Dewischeit, 2. Oberl. Ord. IV.			10 Latein.	6 Griechisch.	2 Deutsch.		18.
4. Gerlach, 3. Oberl.		3 Religion.	2 Religion. 2 Französisch.	2 Religion. 2 Französisch.	2 Religion. 2 Französisch.	2 Religion. 2 Französisch.	19.
5. Dr. Kossak, 4. Oberl. Ord. III.			6 Griechisch. 3 Geographie und Geschichte.	8 Latein.			17.
6. Dr. Basse, 1. ord. L. Ord. II.				2 Geschichte. 1 Geographie.	8 Latein. 2 Geschichte. 1 Geographie.	3 Geschichte und Geographie.	17.
7. Dr. Waas, 2. ord. L.					4 Griechisch. 2 Hebräisch.	3 Deutsch. 6 Griechisch. 2 Hebräisch.	17.
8. Dr. Witt, 3. ord. L. Ord. V.	3 Religion. 2 Geographie.	10 Latein. 2 Deutsch. 3 Französisch.	2 Deutsch.				22.
9. Hoppe, 4. ord. L. Ord. VI.	10 Latein. 2 Deutsch. 2 Naturbeschreibung.	2 Geographie. 2 Naturbeschreibung.		2 Deutsch. 2 Ovid.			22.
10. Schwarz, 5. ord. L.	4 Rechnen. 3 Kalligraphie. 2 Zeichnen.	2 Rechnen. 1 Geometr. Anschauungslehre. 3 Kalligraphie. 2 Zeichnen.	1 Rechnen. 2 Mathematik. 2 Zeichnen.				27.
	2 Gesang.		3* Gesang.				

11. Klein,
Lehrer der Vorbereitungsclasse: 4 Religion, 7 Deutsch (inclus. Lesen), 4 Anschauungs- und Sprechübungen, 5 Rechnen, 6 Kalligraphie. = 26 Stunden.

* Die obere Singclasse ist nämlich in 2 Cötus getheilt, von denen der eine aus Quartanern und Tertianern, der andere aus Secundanern und Primanern besteht. Der Gesanglehrer ertheilt jedem Cötus eine Stunde besonders und eine Stunde beiden Cötus zusammen, so dass in dieser Singclasse er 3 Stunden giebt, die Schüler aber nur 2 Stunden haben. Die beiden besonderen Stunden fallen innerhalb der gewöhnlichen Schulzeit, die gemeinschaftliche Stunde ausserhalb derselben (Mittwoch von 12—1).

Oeffentliche Prüfung.

Die öffentliche Prüfung sämtlicher Classen der Anstalt wird **Donnerstag**, d. 1., und **Freitag**, den 2. **October**, in folgender Ordnung abgehalten werden.

Donnerstag, den 1. October.

Vormittags 9—12 Uhr.
Vierstimmiger Choral.

1. (9—10) **Vorbereitungsclasse:** Religion. Classenlehrer Klein.
   Rechnen. Derselbe.
2. (10—11) **Sexta:** Latein. G L. Hoppe.
   Rechnen. G. L. Schwarz.
3. (11—12) **Quinta:** Französisch. Dr. Witt.
   Geographie. G. L. Hoppe.

Zwischen den einzelnen Lectionen werden Declamationen eingeschaltet.

Nachmittags $2\frac{1}{2}$—5 Uhr.

4. ($2\frac{1}{2}$—$3\frac{1}{2}$) **Quarta:** Latein. Prof. Dewischeit.
   Geschichte. Dr. Kossak.
5. ($3\frac{1}{2}$—$4\frac{1}{2}$) **Tertia:** Mathematik. Prof. Sperling.
   Latein. Dr. Kossak.

Zwischen den einzelnen Lectionen werden Declamationen eingeschaltet.

6. ($4\frac{1}{2}$—5) **Untere Singclasse:** Gesänge unter Leitung des G. L. Schwarz.

Freitag, den 2. October.

Vormittags 9—1 Uhr.
Vierstimmiger Choral.

7. (9—$10\frac{1}{2}$) **Secunda:** Geschichte. Dr. Basse.
   Griechisch. Dr. Waas.

Deutsche Rede des Obersecundaners Adolf Rieder.

8. ($10\frac{1}{2}$—12) **Prima:** Latein. Der Director.

Lateinische Rede des Primaners Richard Arnoldt.

   Hebräisch. Dr. Waas.
   Physik. Prof. Sperling.

9. (12—1) Abschiedsrede des Abiturienten Rudolf Engel; Erwiederung des Primaners Friedrich Embacher.

Entlassung der Abiturienten durch den Director.

Schlusschoral.

Am Nachmittag um 3 Uhr werden den in der Aula versammelten Schülern die Versetzungen bekannt gemacht und dann den einzelnen Classen in ihren Localen die Censuren ausgetheilt.

Das neue Schuljahr beginnt Donnerstag, d. 15. October. Zur Prüfung und Inscription neu eintretender Schüler bin ich vom 5. October ab mit Ausnahme des Sonntags jeden Vormittag von 10 Uhr an bereit.

Dr. J. Arnoldt.