PROGRAMM

des

Königl. Friedrichsgymnasiums zu Gumbinnen,

womit zur

öffentlichen Prüfung der Schüler

aller Classen

am 27. und 28. September 1877

ergebenst einladet

Dr. **Julius Arnoldt,**
Professor und Director.

Inhalt: 1. Ueber die Bestimmung der inneren Wärmeleitungsfähigkeit fester Körper. Von G. L. Georg Rumler.
2. Jahresbericht. Vom Director.

Gumbinnen 1877.
Gedruckt bei Wilh. Krauseneck.

1877. Progr. Nr. 10.

Ueber die Bestimmung der inneren Wärmeleitungsfähigkeit fester Körper.

Die Lösung der die Bewegung der Wärme betreffenden Probleme ist von der Kenntnis zweier Constanten, der inneren und der äusseren Wärmeleitungsfähigkeit, abhängig.

Die letztere Constante lässt sich aus der Geschwindigkeit der Erkaltung des betreffenden Körpers in einem Mittel, dessen Temperatur constant erhalten wird, bestimmen. Die Versuche haben gezeigt, dass dieselbe auch für geringe Temperaturunterschiede nicht unveränderlich ist, sondern sich mit der Natur des umgebenden Mittels ändert, so dass ihr Wert von den jedesmaligen Umständen eines Versuches abhängt.

Zur Bestimmung der inneren Leitungsfähigkeit hat man verschiedene Methoden in Anwendung gebracht; mehrere derselben liefern zugleich die Mittel zur Bestimmung der äusseren Leitungsfähigkeit.

Wiedemann und Franz beobachteten den stationären Temperaturzustand eines Stabes und benutzten nach dem Vorgange Langbergs zur Bestimmung der Temperatur eine kleine Thermosäule. Da bei dieser Methode die innere Leitungsfähigkeit durch die nur schwierig und unsicher zu bestimmende äussere Leitungsfähigkeit ausgedrückt wird, so lässt sich dieselbe nur zur Berechnung der Verhältnisse der inneren Leitungsfähigkeiten verschiedener Substanzen benutzen. (Pogg. Annal. Bd. LXXXIX.)

Ångström beobachtete den auf bestimmte Weise hervorgebrachten periodischen Temperaturzustand eines Stabes. (Pogg. Annal. Bd. CXIV.) Diese Methode dient, wie auch die folgenden, zur absoluten Bestimmung der inneren Leitungsfähigkeit. Eine nicht unwesentliche Vereinfachung und Verbesserung derselben hat F. Neumann im physikalischen Seminar zur Kenntnis seiner Schüler gebracht; nach dieser verbesserten Methode sind auch bereits Beobachtungen angestellt worden von H. Weber. (Pogg. Annal. Bd. CXXXXVI.)

Forbes verband die Beobachtung der Abkühlung eines Stabes mit der Beobachtung des stationären Temperaturzustandes eines Stabes von derselben Substanz. (Edinb. Transact. V. XXIII.)

F. Neumann endlich beobachtete bei guten Leitern (Metallen) den Gang der Abkühlung an zwei von den Enden gleich weit entfernten Stellen eines Stabes, welchem eine auf bestimmte Weise hervorgebrachte stationäre Temperatur als Anfangstemperatur gegeben worden war, und bei schlechten Leitern (Felsarten etc.) den Gang der Abkühlung einer Kugel, welche vorher ganz gleichmässig erwärmt worden war. (Annal. de chim. et de phys. Ser. III. T. LXVI.)

Schon vor längerer Zeit hatte ich Veranlassung, mich mit diesen Methoden eingehend zu beschäftigen. Meine ursprüngliche Absicht, die von mir gemachten Bemerkungen über Theorie und Anwendung derselben an dieser Stelle zu veröffentlichen, musste ich aufgeben, da hierdurch der mir zugewiesene Raum bedeutend überschritten worden wäre, auch verschiedene Bemerkungen bereits überflüssig sein möchten, wie ich jetzt bei einer Durchsicht der betreffenden Zeitschriften, die mir hier nicht zu Gebote stehen, gefunden habe. An keiner Stelle finde ich aber auch nur einigermassen genügende Andeutungen über die Theorie der Methoden F. Neumanns; es dürfte daher vielleicht nicht unerwünscht sein, wenn in folgendem die Theorie der Methode, welche in der Beobachtung der Abkühlung eines Stabes besteht, gegeben wird, wie ich mir dieselbe nach den Mitteilungen, welche ich von F. Neumann teils im physikalischen Seminar, teils privatim empfangen, zurechtgelegt habe. Ueber die Vorzüge dieser Methode in betreff der Einfachheit der nach derselben anzustellenden Beobachtungen und der Genauigkeit der aus diesen sich ergebenden Resultate unterlasse ich jede Bemerkung, da diese Vorzüge aus der Theorie sich sofort erkennen lassen.

Es sei

x die Entfernung eines beliebigen Punctes eines Stabes von einem Ende desselben,
v der Ueberschuss der Temperatur dieses Punctes über die Temperatur der Umgebung zur Zeit t,
L die Länge des Stabes,
$\varkappa$ die innere Wärmeleitungsfähigkeit,
h die äussere Wärmeleitungsfähigkeit,
C die specifische Wärme,
D die Dichtigkeit,
Q der Querschnitt,
P die Peripherie des Stabes.

Dann ist, wenn man den Querschnitt des Stabes so klein annimmt, dass alle Puncte eines Querschnittes dieselbe Temperatur haben,

$$\frac{dv}{dt} = K\frac{d^2v}{dx^2} - Hv,$$

worin zur Abkürzung

$$(1)\quad K = \frac{\varkappa}{CD}, \qquad H = \frac{hP}{CDQ}$$

gesetzt ist.

Strahlt der Stab an beiden Enden die Wärme frei aus, dann treten die Bedingungsgleichungen hinzu:

$$x = o : \varkappa\frac{dv}{dx} - hv = o,$$

$$x = L : \varkappa\frac{dv}{dx} + hv = o.$$

Ist ausserdem noch der Anfangszustand des Stabes

$$t = o : v = V$$

gegeben, dann reichen diese Gleichungen hin zur Bestimmung des Zustandes des Stabes für jede Zeit. Man erhält nämlich

$$(2)\quad v = \frac{2}{L}e^{-Ht}\left\{\Sigma\frac{\int_0^L V\cos\left(\omega\frac{\frac{L}{2}-x}{L}\right).\,dx}{1+\frac{\sin\,\omega}{\omega}}.\cos\left(\omega\frac{\frac{L}{2}-x}{L}\right).\,e^{-\frac{\omega^2}{L^2}Kt}\right.$$

$$\left.+\,\Sigma\frac{\int_0^L V\sin\left(\tilde{\omega}\frac{\frac{L}{2}-x}{L}\right).\,dx}{1-\frac{\sin\,\tilde{\omega}}{\tilde{\omega}}}.\sin\left(\tilde{\omega}\frac{\frac{L}{2}-x}{L}\right).\,e^{-\frac{\tilde{\omega}^2}{L^2}Kt}\right\},$$

worin die Summen nach den Wurzeln der transcendenten Gleichungen fortschreiten

$$(3)\quad \mathrm{tang}\,\frac{\omega}{2} = \frac{hL}{\varkappa\omega}, \qquad \mathrm{tang}\,\frac{\tilde{\omega}}{2} = -\frac{\varkappa\tilde{\omega}}{hL}.$$

Die Wurzeln dieser Gleichungen sind alle reell und wachsen sehr schnell. Man findet durch graphische Darstellung, dass die Wurzeln der ersten Gleichung $\left(\frac{\omega}{2}\right)$

$$\varepsilon_1\,,\ \pi+\varepsilon_2\,,\ 2\pi+\varepsilon_3\,,\ldots.,$$

die der zweiten $\left(\frac{\tilde{\omega}}{2}\right)$

$$\frac{\pi}{2}+\eta_1,\ \frac{3\pi}{2}+\eta_2,\ \frac{5\pi}{2}+\eta_3,\ \ldots.$$

sind, wenn alle $\varepsilon_1\ \varepsilon_2\ \varepsilon_3 \ldots$ und alle $\eta_1\ \eta_2\ \eta_3 \ldots$ kleiner als $\frac{\pi}{2}$ sind und sehr schnell zur **Null** convergiren. Die angenäherten Werte

$$(4)\quad \frac{\omega_n}{2}=(n-1)\,\pi, \qquad \frac{\tilde{\omega}_n}{2}=\frac{(2\,n-1)\,\pi}{2}$$

würden übrigens, wenn $\frac{h}{\varkappa}$ bekannt wäre, eine successive genauere Berechnung der Wurzeln ermöglichen.

Die beiden Classen von Wurzeln lassen sich trennen durch Combination der Temperaturen an zwei von den Enden gleichweit abstehenden Stellen des Stabes. Sind v_a, v_{L-a} die Temperaturen an den Stellen $x=a$, $x=L-a$, dann erhält man

$$(5)\quad \begin{cases} \sigma = v_a + v_{L-a} = \dfrac{4}{L}e^{-Ht}\,\Sigma\,\dfrac{\int_0^L V\cos\left(\omega\dfrac{\frac{L}{2}-x}{L}\right).\,dx}{1+\dfrac{\sin\omega}{\omega}}\,.\cos\left(\omega\dfrac{\frac{L}{2}-a}{L}\right).\,e^{-\frac{\omega^2}{L^2}Kt} \\[2ex] \delta = v_a - v_{L-a} = \dfrac{4}{L}e^{-Ht}\,\Sigma\,\dfrac{\int_0^L V\sin\left(\tilde{\omega}\dfrac{\frac{L}{2}-x}{L}\right).\,dx}{1-\dfrac{\sin\tilde{\omega}}{\tilde{\omega}}}\,.\sin\left(\tilde{\omega}\dfrac{\frac{L}{2}-a}{L}\right).\,e^{-\frac{\tilde{\omega}^2}{L^2}Kt} \end{cases}$$

Auf diesen Gleichungen beruht Neumanns Methode zur Bestimmung der inneren und äusseren Leitungsfähigkeiten. Man kann nämlich den Grössen σ und δ proportionale Grössen beobachten, wenn man an den beiden Stellen $x=a$ und $x=L-a$ Thermoketten angebracht hat (sie bestanden bei den Beobachtungen Neumanns aus je einem dünnen Neusilber- und einem dünnen Eisendrahte und waren an den Beobachtungsstellen in den Stab eingelötet) und zur Beobachtung von σ die in den beiden Thermoketten erzeugten Ströme in derselben Richtung, zur Beobachtung von δ in entgegengesetzter Richtung durch einen Multiplicator gehen lässt.

Da beide Classen von Wurzeln schnell merkliche Werte annehmen, so werden die Glieder der Reihen für σ und δ schnell abnehmen; wenn t, die Zeit der Beobachtung, genügend gross ist, wird daher sowohl σ, wie auch δ durch das erste Glied der betreffenden Reihe dargestellt werden können. Beobachtet man nun σ und δ in gleichen Zeiträumen τ, dann erhält man die Quotienten der beiden geometrischen Reihen, welche σ und δ bilden, nämlich

$$e^{-\left(H+\frac{\omega_1^2}{L^2}K\right)\tau} \text{ und } e^{-\left(H+\frac{\tilde{\omega}_1^2}{L^2}K\right)\tau}.$$

Aus den hierdurch bestimmten Grössen

$$(6)\quad H+\frac{\omega_1^2}{L^2}K=\alpha, \qquad H+\frac{\tilde{\omega}_1^2}{L^2}K=\alpha'$$

kann man aber in Verbindung mit den beiden Gleichungen (3), denen ω_1 und $\tilde{\omega}_1$ genügen, $\frac{\varkappa}{CD}$ und $\frac{h}{CD}$ bestimmen. Die Gleichungen (6) enthalten ausser $\frac{h}{CD}$, $\frac{\varkappa}{CD}$, ω_1, $\tilde{\omega}_1$ nur bekannte oder aus den Beobachtungen erhaltene Grössen; nimmt man daher für ω_1 und $\tilde{\omega}_1$ die ersten

Näherungswerte an, welche $\omega_1 = o$, $\tilde{\omega}_1 = \pi$ sind, dann erhält man aus diesen Gleichungen die ersten Näherungswerte für $\frac{\varkappa}{CD}$ und $\frac{h}{CD}$. Durch Benutzung dieser Werte erhält man aus den Gleichungen (3) zweite Annäherungen für ω_1 und $\tilde{\omega}_1$, die dann, in die Gleichungen (6) eingeführt wieder zweite Annäherungen für $\frac{\varkappa}{CD}$ und $\frac{h}{CD}$ zu finden gestatten. In dieser Weise wird man so lange fortfahren, bis zwei aufeinanderfolgende Annäherungen für $\frac{\varkappa}{CD}$ und $\frac{h}{CD}$ in genügender Weise mit einander übereinstimmen. Einfacher wird dieses Verfahren noch, wenn man angenäherte Werte von $\frac{\varkappa}{CD}$ und $\frac{h}{CD}$ bereits besitzt, da man diese dann von vornherein zur Ableitung genauerer Werte benutzen kann. —

Was nun die Beobachtung der den Temperaturen σ und δ proportionalen Grössen vermittelst eines Multiplicators betrifft, so ist zu bemerken, dass, da σ und δ variabel sind, die Multiplicatornadel keine constante Ablenkung erfahren, sondern um eine sich stets ändernde Ruhelage schwingen wird. Beobachtbar sind hierbei nur die grössten und kleinsten Ausschläge der Nadel, und es fragt sich daher noch, wie man durch Beobachtung dieser die Grössen σ und δ bestimmen kann.

Werden in obigen Reihen nur die ersten Glieder berücksichtigt und wird angenommen, dass die Intensität des erzeugten Stromes der Temperaturdifferenz der Lötstellen des Thermoelementes einfach proportional ist (was bei geringen Temperaturdifferenzen immer der Fall ist, bei einer aus einem Eisen- und einem Neusilberdrahte bestehenden Thermokette sogar zwischen den Grenzen $o°$ und $100°$ C. nach den Beobachtungen Neumanns), dann erhält man mit Berücksichtigung der der Geschwindigkeit proportionalen Widerstände folgende Differentialgleichung für die Ablenkung φ, die in dem vorliegenden Falle, da sie mit Fernrohr und Spiegel beobachtet wird, jedenfalls so klein sein wird, dass man nur die ersten Potenzen derselben zu berücksichtigen, also φ für $\sin\varphi$ zu setzen und die Multiplicatorfunction constant anzunehmen berechtigt sein wird:

$$(7)\quad \frac{d^2\varphi}{dt^2} = -a^2\varphi + b^2 e^{-\alpha t} - 2c\frac{d\varphi}{dt},$$

worin

$$(8)\quad \alpha = H + \frac{\omega_1^{\,2}}{L^2}K \text{ oder } = H + \frac{\tilde{\omega}_1^{\,2}}{L^2}K$$

ist, jenachdem man sich bei Beobachtung von σ oder von δ befindet.

Das vollständige Integral dieser Differentialgleichung ist

$$\varphi = \frac{b^2}{a^2+\alpha^2-2\alpha c}\, e^{-\alpha t} + e^{-ct}\left\{A \sin(t\sqrt{a^2-c^2}) + B\cos(t\sqrt{a^2-c^2})\right\}.$$

Da die Nadel zur Zeit $t = o$, in welcher wir die Verbindung der Thermoketten mit dem Multiplicator schliessen, im Gleichgewicht gestanden haben soll, so wird, wenn wir die Winkel φ von dieser Gleichgewichtsstellung an rechnen, für

$$(9)\quad t = o:\ \varphi = o \text{ und } \frac{d\varphi}{dt} = o$$

sein müssen. Aus diesen beiden Gleichungen ergeben sich die Werte der Constanten A und B. Bemerkt man ferner, dass

$$(10)\quad \sqrt{a^2-c^2} = \frac{\pi}{T}$$

ist, wenn T die Schwingungsdauer der Nadel in dem Falle bedeutet, wenn kein Thermostrom vorhanden ist, wohl aber die Widerstände wirken, dann erhält man

$$\varphi = \frac{b^2}{a^2+\alpha^2-2\alpha c}\left\{\left(\frac{\alpha-c}{\sqrt{a^2-c^2}}\sin\frac{\pi t}{T} - \cos\frac{\pi t}{T}\right)e^{-ct} + e^{-\alpha t}\right\},$$

und hieraus

$$\frac{d\varphi}{dt}=\frac{b^2}{a^2+\alpha^2-2\alpha c}\left\{\left(\frac{a^2-c\alpha}{\sqrt{a^2-c^2}}\sin\frac{\pi t}{T}+\alpha\cos\frac{\pi t}{T}\right)e^{-ct}-\alpha e^{-\alpha t}\right\}.$$

Setzt man

$$(11)\begin{cases}\dfrac{\alpha-c}{\sqrt{a^2-c^2}}=(\alpha-c)\dfrac{T}{\pi}=\operatorname{tang} u,\text{ also }\dfrac{\alpha-c}{\sqrt{a^2+\alpha^2-2\alpha c}}=\sin u\text{ und }\dfrac{\sqrt{a^2-c^2}}{\sqrt{a^2+\alpha^2-2\alpha c}}=\cos u,\\ \dfrac{c}{\sqrt{a^2-c^2}}=\dfrac{cT}{\pi}=\operatorname{tang} v,\text{ also }\dfrac{c}{a}=\sin v\text{ und }\dfrac{\sqrt{a^2-c^2}}{a}=\cos v,\end{cases}$$

dann wird

$$(12)\ \varphi=b^2\left(\frac{T}{\pi}\right)^2\cos u\left\{-e^{-ct}\cos\left(u+\frac{\pi t}{T}\right)+e^{-\alpha t}\cos u\right\}$$

$$(13)\ \frac{d\varphi}{dt}=b^2\left(\frac{T}{\pi}\right)\frac{\cos u}{\cos v}\left\{e^{-ct}\sin\left(u+v+\frac{\pi t}{T}\right)-e^{-\alpha t}\sin(u+v)\right\}$$

Die Zeit der Maxima und Minima der Ausschläge wird durch die Gleichung bestimmt

$$\frac{d\varphi}{dt}=o\ \text{ oder}$$

$$(14)\ \sin\left(u+v+\frac{\pi t}{T}\right)=\sin(u+v)\,.\,e^{-(\alpha-c)t}$$

Durch graphische Darstellung der beiden Seiten dieser Gleichung findet man die n^{te} Wurzel derselben

$$(15)\ t_n=nT+\left\{(-1)^n\varepsilon_n-(u+v)\right\}\frac{T}{\pi},$$

wenn ε_n eine kleine Grösse ist, die sich mit wachsendem n sehr schnell der Null nähert.

Führt man diesen Wert von t_n in die Gleichung (14) ein, entwickelt dann nach Potenzen von ε_n und berücksichtigt nur die erste Potenz, indem man annimmt, dass die Zeit bereits so weit vorgeschritten ist, dass die höheren Potenzen von ε_n unmerklich sind, dann erhält man

$$\varepsilon_n=\frac{\sin(u+v)\,.\,e^{-(\alpha-c)T\left(n-\frac{u+v}{\pi}\right)}}{1+(-1)^n\operatorname{tang} u.\sin(u+v)\,.\,e^{-(\alpha-c)T\left(n-\frac{u+v}{\pi}\right)}}$$

Das zweite Glied in dem Nenner dieses Ausdruckes ist eine kleine Grösse; man wird die Beobachtungszeit (nT) jedenfalls so gross wählen können, dass bei Ausführung der Division durch den Nenner nur die erste Potenz jenes Gliedes berücksichtigt zu werden braucht. Dann wird

$$(16)\ \varepsilon_n=\sin(u+v)\,.\,e^{-(\alpha-c)T\left(n-\frac{u+v}{\pi}\right)}\left\{1-(-1)^n\operatorname{tang} u.\sin(u+v)\,.\,e^{-(\alpha-c)T\left(n-\frac{u+v}{\pi}\right)}\right\}.$$

Für die zu beobachtenden Maxima und Minima der Ausschläge erhält man aus (12) mit Berücksichtigung der Gleichung (14)

$$\varphi_n=b^2\left(\frac{T}{\pi}\right)^2\cos u\left\{-\cos\left(u+\frac{\pi t_n}{T}\right)+\frac{\cos u.\sin\left(u+v+\frac{\pi t_n}{T}\right)}{\sin(u+v)}\right\}e^{-ct_n}.$$

Setzt man hier den durch (15) gegebenen Wert von t_n ein, entwickelt dann nach Potenzen von ε_n, behält nur die erste bei, setzt für ε_n den in (16) angegebenen Ausdruck und bezeichnet der Kürze wegen

$$(17)\quad \begin{cases} b^2\left(\dfrac{T}{\pi}\right)^2 \cos u \cos v \,.\, e^{\frac{u+v}{\pi} cT} = A \\ b^2\left(\dfrac{T}{\pi}\right)^2 \cos^2 u \,.\, e^{\frac{u+v}{\pi} \alpha T} = C \\ b^2\left(\dfrac{T}{\pi}\right)^2 \sin u \cos u \sin(u+v)\, e^{\frac{u+v}{\pi}(2\alpha - c)T} = B, \end{cases}$$

dann erhält man

$$(18)\quad \varphi_n = (-1)^{n-1}\left\{Ae^{-cTn} + Be^{-(2\alpha-c)Tn}\right\} + Ce^{-\alpha Tn}.$$

Hieraus bilde man

$$\varphi'_n = \varphi_n + \varphi_{n+1} =$$

$$(-1)^{n-1}\left\{Ae^{-cTn}\left(1 - e^{-cT}\right) + Be^{-(2\alpha-c)Tn}\left(1 - e^{-(2\alpha-c)T}\right)\right\} + Ce^{-\alpha Tn}\left(1 + e^{-\alpha T}\right)$$

Die Schwingungsdauer der Nadel T ist klein, der Widerstandscoefficient c wird auch keinen bedeutenden Wert haben, dagegen ist nT, die Zeit der Beobachtung, gross; es werden daher in vorstehendem Ausdrucke die beiden ersten Glieder im Verhältnis zum letzten bereits einen kleinen Wert haben. Sind die beiden ersten Glieder aber noch nicht so klein, dass sie gegen das letzte vernachlässigt werden können, dann bilde man weiter

$$\varphi''_n = \varphi'_n + \varphi'_{n+1} = \varphi_n + 2\varphi_{n+1} + \varphi_{n+2} =$$

$$(-1)^{n-1}\left\{Ae^{-cTn}\left(1 - e^{-cT}\right)^2 + Be^{-(2\alpha-c)Tn}\left(1 - e^{-(2\alpha-c)T}\right)^2\right\} + Ce^{-\alpha Tn}\left(1 + e^{-\alpha T}\right)^2$$

$$\varphi'''_n = \varphi''_n + \varphi''_{n+1} = \varphi_n + 3\varphi_{n+1} + 3\varphi_{n+2} + \varphi_{n+3} =$$

$$(-1)^{n-1}\left\{Ae^{-cTn}\left(1 - e^{-cT}\right)^3 + Be^{-(2\alpha-c)Tn}\left(1 - e^{-(2\alpha-c)T}\right)^3\right\} + Ce^{-\alpha Tn}\left(1 + e^{-\alpha T}\right)^3$$

u. s. w. f.

Man muss also jedenfalls zu einem $\varphi_n^{(\mu)}$ gelangen, in welchem die ersten beiden Glieder gegen das letzte vernachlässigt werden können, so dass

$$(19)\quad \varphi_n^{(\mu)} = Ce^{-\alpha Tn}\left(1 + e^{-\alpha T}\right)^{\mu}$$

ist. Die aus den beobachteten grössten und kleinsten Amplituden $\varphi_n, \varphi_{n+1}, \varphi_{n+2}, \ldots$ leicht bestimmbaren Grössen $\varphi_n^{(\mu)}, \varphi_{n+1}^{(\mu)}, \varphi_{n+2}^{(\mu)}, \ldots$ bilden dann eine geometrische Reihe, deren Quotient $e^{-\alpha T}$ ist. Da die Schwingungsdauer T (unter denselben sonstigen Bedingungen, aber ohne dass ein Strom durch den Multiplicatordraht geht) durch eine vorgängige Untersuchung ein für alle Mal bestimmt sein kann, so erhält man aus dem durch eine ganze Reihe von aufeinanderfolgenden Beobachtungen bestimmten Quotienten $e^{-\alpha T}$ die gesuchte Grösse α unmittelbar und hat hierbei noch den grossen Vorteil, der isochronen Schwingungen der Nadel wegen die Zeit selbst gar nicht beobachten zu dürfen. — Es lassen übrigens die beobachteten Amplituden $\varphi_n, \varphi_{n+1}, \varphi_{n+2}, \ldots$

selbst erkennen, welche Combination derselben $\left(\text{welches } \varphi_n^{(\mu)}\right)$ man zur Berechnung von α zu wählen hat; man muss nämlich diese Combinationen so lange fortsetzen, bis sie eben eine geometrische Reihe bilden.

Nachdem ich hiermit die Grundzüge der Methode Neumanns angegeben habe, will ich nun hinzufügen, auf welche Weise dieselbe noch bedeutend vervollkommnet worden ist.

Es ist oben angenommen worden, dass in den Ausdrücken für σ und δ (5) nur die ersten Glieder einen zu berücksichtigenden Wert haben sollen. Allerdings werden die zweiten und späteren Glieder dieser Reihen bereits an und für sich im Verhältnis zu den ersten einen kleinen Wert haben, man wird auch durch geeignete Disposition über die Länge L des Stabes diesen Wert noch mehr zu verringern im Stande sein; jedoch dürfte es — besonders bei weniger guten Leitern — wünschenswert erscheinen, es in der Macht zu haben, in beiden Reihen eine gewisse Anzahl von Gliedern, die dem ersten Gliede folgen, ganz verschwinden zu lassen, so dass dann unzweifelhaft σ und δ durch die ersten Glieder allein dargestellt werden. Dieses kann man in der Tat durch geeignete Disposition über den Anfangszustand und über die Beobachtungsstellen erreichen. Neumann wählte bei seinen Beobachtungen einen stationären Zustand als Anfangszustand; ein solcher hängt ab von der Anzahl und der Lage der Stellen des Stabes, welche auf einer constanten Temperatur erhalten werden.

Bezeichnet man den stationären Temperaturzustand, der dadurch hervorgebracht wird, dass ein Querschnitt in der Entfernung $x = b$ die constante Temperatur B erhält, in dem zwischen $x = o$ und $x = b$ liegenden Teile des Stabes durch V_1, in dem zwischen $x = b$ und $x = L$ liegenden Teile durch V_2, dann müssen V_1 V_2 folgende Gleichungen erfüllen:

$$K\frac{d^2V_1}{dx^2} - HV_1 = o \quad , \quad K\frac{d^2V_2}{dx^2} - HV_2 = o \, ,$$

$$x = o \, : \, \varkappa\frac{dV_1}{dx} - hV_1 = o \, ,$$

$$x = L \, : \, \varkappa\frac{dV_2}{dx} + hV_2 = o \, ,$$

$$x = b \, : \, V_1 = V_2 = B \, .$$

Hieraus folgt

$$V_1 = B\,\frac{\left(\varkappa\sqrt{\frac{H}{K}} + h\right)e^{x\sqrt{\frac{H}{K}}} + \left(\varkappa\sqrt{\frac{H}{K}} - h\right)e^{-x\sqrt{\frac{H}{K}}}}{\left(\varkappa\sqrt{\frac{H}{K}} + h\right)e^{b\sqrt{\frac{H}{K}}} + \left(\varkappa\sqrt{\frac{H}{K}} - h\right)e^{-b\sqrt{\frac{H}{K}}}}$$

$$V_2 = B\,\frac{\left(\varkappa\sqrt{\frac{H}{K}} + h\right)e^{(L-x)\sqrt{\frac{H}{K}}} + \left(\varkappa\sqrt{\frac{H}{K}} - h\right)e^{-(L-x)\sqrt{\frac{H}{K}}}}{\left(\varkappa\sqrt{\frac{H}{K}} + h\right)e^{(L-b)\sqrt{\frac{H}{K}}} + \left(\varkappa\sqrt{\frac{H}{K}} - h\right)e^{-(L-b)\sqrt{\frac{H}{K}}}}$$

Führt man diesen stationären Zustand als Anfangszustand des vorhin bestimmten variablen Zustandes ein, dann lassen sich die Integrale ausführen (am einfachsten vermittelst der Differential- und Bedingungsgleichungen), und man erhält

$$(20)\quad\begin{cases}\sigma = v_a + v_{L-a} = \dfrac{4K}{L}\left[\dfrac{dV_1}{dx} - \dfrac{dV_2}{dx}\right]_{x=b}\cdot\Sigma\dfrac{\cos\left(\omega\dfrac{\frac{L}{2}-a}{L}\right)\cos\left(\omega\dfrac{\frac{L}{2}-b}{L}\right)}{\left(\dfrac{\omega^2}{L^2}K+H\right)\left(1+\dfrac{\sin\omega}{\omega}\right)}e^{-\left(H+\frac{\omega^2}{L^2}K\right)t},\\[2ex] \delta = v_a - v_{L-a} = \dfrac{4K}{L}\left[\dfrac{dV_1}{dx} - \dfrac{dV_2}{dx}\right]_{x=b}\cdot\Sigma\dfrac{\sin\left(\tilde{\omega}\dfrac{\frac{L}{2}-a}{L}\right)\sin\left(\tilde{\omega}\dfrac{\frac{L}{2}-b}{L}\right)}{\left(\dfrac{\tilde{\omega}^2}{L^2}K+H\right)\left(1-\dfrac{\sin\tilde{\omega}}{\tilde{\omega}}\right)}e^{-\left(H+\frac{\tilde{\omega}^2}{L^2}K\right)t}.\end{cases}$$

Da man sowohl über die Erwärmungsstelle b, als auch über die Beobachtungsstelle a verfügen kann, so wird man es auch so einrichten können, dass die Factoren der zweiten Glieder dieser beiden Reihen, nämlich

$$\cos\left(\omega_2\frac{\frac{L}{2}-a}{L}\right)\cos\left(\omega_2\frac{\frac{L}{2}-b}{L}\right) \quad \text{und} \quad \sin\left(\tilde{\omega}_2\frac{\frac{L}{2}-a}{L}\right)\sin\left(\tilde{\omega}_2\frac{\frac{L}{2}-b}{L}\right)$$

zugleich verschwinden. Setzt man $\omega_2 = 2\pi$, $\tilde{\omega}_2 = 3\pi$, welchen Werten diese Wurzeln nach (4) sehr nahe kommen, dann erkennt man, dass zu diesem Zwecke entweder

$$a = \frac{L}{6},\ L - a = \frac{5L}{6} \text{ und } b = \frac{L}{4} \text{ oder } \frac{3L}{4},$$

oder

$$a = \frac{L}{4},\ L - a = \frac{3L}{4} \text{ und } b = \frac{L}{6} \text{ oder } \frac{5L}{6}.$$

gemacht werden muss.

Auf diese Weise hat man also in σ und δ die zweiten Glieder fortgeschafft, es werden σ und δ jetzt durch ihre ersten Glieder allein dargestellt werden bis auf Grössen von der Ordnung

$$e^{-\left(\frac{16\pi^2}{L^2}K+H\right)t},\quad e^{-\left(\frac{25\pi^2}{L^2}K+H\right)t}.$$

Sollte dieses noch nicht hinreichen, dann wird man dadurch, dass man den stationären Anfangszustand durch constante Erwärmung mehrerer Stellen des Stabes hervorbringt und über diese, sowie über die Beobachtungsstellen geeignet disponirt, auch noch die dritten, vierten Glieder fortschaffen können. Ich gehe auf die betreffenden Formeln jedoch nicht weiter ein, da das Obige in der Anwendung wohl stets genügen wird.

Es ist bis jetzt der Einfluss der beiden an den Beobachtungsstellen eingelöteten Thermoketten auf die Wärmeverteilung nicht berücksichtigt worden. In der Tat wird derselbe wegen der gegen den Querschnitt des Stabes sehr geringen Grösse der Querschnitte der Drähte nur sehr gering sein können; in jedem Falle wird es aber wünschenswert sein, diesen Einfluss durch die Rechnung wirklich bestimmen zu können.

Es seien an zwei von den Enden gleichweit abstehenden Stellen des Stabes Drähte eingelötet, und zwar an jeder Stelle zwei Drähte (ein Eisen- und ein Neusilber-Draht). Diese Drähte mögen so lang sein, dass ihre entfernten Enden keine Temperaturerhöhung zeigen. Der Abstand der Lötstellen von den Enden sei a, die Entfernung der beiden Lötstellen von einander sei l, so dass $l + 2a = L$ die ganze Länge des Stabes ist. Die Temperatur des ersten Stabstückes (von $x_1 = o$ bis $x_1 = a$) sei v_1, die des zweiten (von $x_2 = x_1 - a = o$ bis $x_2 = l$) sei v_2, die des dritten (von $x_3 = x_1 - (a + l) = o$ bis $x_3 = a$) sei v_3. Die Temperaturen der Drähte seien $w_1\ w_2\ w_3\ w_4$, die Abstände der einzelnen Stellen derselben von den Lötstellen seien $\xi_1\ \xi_2\ \xi_3\ \xi_4$, ihre Längen, inneren und äusseren Leitungsfähigkeiten, Querschnitte, Peripherien, specifischen Wärmen, Dichtigkeiten seien L_h, $\varkappa_h$, h_h, Q_h, P_h, C_h, D_h; endlich sei p_1 der Umfang der beiden ersten, p_2 der Umfang der beiden anderen an ihrer Lötstelle.

Man hat dann zur Bestimmung des Temperaturzustandes folgende Differential- und Bedingungsgleichungen:

$$(21)\begin{cases} \dfrac{dv_h}{dt} = K\dfrac{d^2v_h}{dx_h^2} - Hv_h \quad \text{und} \quad \dfrac{dw_h}{dt} = K_h\dfrac{d^2w_h}{d\xi_h^2} - H_h w_h; \\ x_1 = o: \varkappa\dfrac{dv_1}{dx_1} - hv_1 = o, \\ x_3 = a: \varkappa\dfrac{dv_3}{dx_3} + hv_3 = o, \\ \xi_h = L_h: w_h = o, \\ x_1 = a, x_2 = o, \xi_1 = \xi_2 = o: \dfrac{dv_1}{dx_1} = \dfrac{dv_2}{dx_2} + \dfrac{\varkappa_1 Q_1}{\varkappa Q}\dfrac{dw_1}{d\xi_1} + \dfrac{\varkappa_2 Q_2}{\varkappa Q}\dfrac{dw_2}{d\xi_2} - \dfrac{2h\,p_1}{\varkappa P}v_1 \text{ und } v_1 = v_2 = w_1 = w_2, \\ x_2 = l, x_3 = o, \xi_3 = \xi_4 = o: \dfrac{dv_2}{dx_2} = \dfrac{dv_3}{dx_3} + \dfrac{\varkappa_3 Q_3}{\varkappa Q}\dfrac{dw_3}{d\xi_3} + \dfrac{\varkappa_4 Q_4}{\varkappa Q}\dfrac{dw_4}{d\xi_4} - \dfrac{2h\,p_2}{\varkappa P}v_2 \text{ und } v_2 = v_3 = w_3 = w_4, \\ t = o: v_h = V_h, w_h = W_h, \end{cases}$$

worin

$$(22)\quad K = \frac{\varkappa}{CD}, \qquad H = \frac{hP}{QCD}, \qquad K_h = \frac{\varkappa_h}{C_h D_h}, \qquad H_h = \frac{h_h P_h}{Q_h C_h D_h}$$

ist. — In der Folge werden wir die wohl berechtigte Annahme machen, dass die beiden Neusilberdrähte unter sich, sowie die beiden Eisendrähte unter sich gleichartig sind, dass also L_1 $\varkappa_1$ h_1 Q_1 P_1 C_1 D_1 K_1 H_1 dieselben Werte wie L_3 $\varkappa_3$ h_3 Q_3 P_3 C_3 D_3 K_3 H_3 und L_2 $\varkappa_2$ h_2 etc. dieselben Werte wie L_4 $\varkappa_4$ h_4 etc. haben, und dass $p_1 = p_2$ ist.

Setzt man

$$v_h = e^{-(\lambda^2 K + H)t} X_h,$$
$$w_h = e^{-(\lambda^2 K + H)t} Y_h,$$

worin X_h nur noch eine Function von x_h, Y_h von ξ_h sein soll, dann erhält man für X_h Y_h die Differnetialgleichungen

$$(23)\quad \frac{d^2X_h}{dx_h^2} = -\lambda^2 X_h \quad \text{und} \quad \frac{d^2Y_h}{d\xi_h^2} = -\nu_h^2 Y_h,$$

wenn zur Abkürzung

$$(24)\quad \nu_h^2 = \frac{\lambda^2 K - H_h + H}{K_h}$$

gesetzt wird; ausserdem erkennt man, dass in sämmtlichen Bedingungsgleichungen mit Ausnahme der für $t = o$ geltenden v_h durch X_h, w_h durch Y_h sich ersetzen lässt.

Aus (23) folgt

$$(25)\begin{cases} X_h = A_h \sin \lambda x_h + B_h \cos \lambda x_h, \\ Y_h = C_h \sin \nu_h \xi_h + D_h \cos \nu_h \xi_h, \end{cases}$$

so dass wir nun in

$$(26)\begin{cases} v_h = e^{-(\lambda^2 K + H)t}(A_h \sin \lambda x_h + B_h \cos \lambda x_h), \\ w_h = e^{-(\lambda^2 K + H)t}(C_h \sin \nu_h \xi_h + D_h \cos \nu_h \xi_h) \end{cases}$$

eine particuläre Lösung der ursprünglichen Differentialgleichungen gefunden haben.

Setzt man in allen Bedingungsgleichungen — mit Ausnahme der beiden

$$(27)\begin{cases} x_1 = a,\ x_2 = o,\ \xi_1 = \xi_2 = o: \dfrac{dX_1}{dx_1} = \dfrac{dX_2}{dx_2} + \dfrac{\varkappa_1 Q_1}{\varkappa Q}\dfrac{dY_1}{d\xi_1} + \dfrac{\varkappa_2 Q_2}{\varkappa Q}\dfrac{dY_2}{d\xi_2} - \dfrac{2h p_1}{\varkappa P} X_1, \\ x_2 = l,\ x_3 = o,\ \xi_3 = \xi_4 = o: \dfrac{dX_2}{dx_2} = \dfrac{dX_3}{dx_3} + \dfrac{\varkappa_3 Q_3}{\varkappa Q}\dfrac{dY_3}{d\xi_3} + \dfrac{\varkappa_4 Q_4}{\varkappa Q}\dfrac{dY_4}{d\xi_4} - \dfrac{2h p_2}{\varkappa P} X_2 \end{cases}$$

und der für $t = o$ geltenden — für $X_h\ Y_h$ die in (25) angegebenen Werte, dann erhält man 12 Gleichungen, welche die 14 willkührlichen Constanten $A_h\ B_h\ C_h\ D_h$ durch zwei auszudrücken gestatten, und zwar folgendermassen:

$$(28)\begin{cases} A_1 = \dfrac{h}{\varkappa\lambda \cos\lambda a + h \sin\lambda a}\cdot F, & B_1 = \dfrac{\varkappa\lambda}{\varkappa\lambda\cos\lambda a + h\sin\lambda a}\cdot F, \\ A_2 = \dfrac{G - \cos\lambda l\,.\,F}{\sin\lambda l}, & B_2 = F, \\ A_3 = \dfrac{\varkappa\lambda \sin\lambda a - h\cos\lambda a}{\varkappa\lambda\cos\lambda a + h\sin\lambda a}\cdot G, & B_3 = G, \\ C_1 = -\operatorname{cotang}\nu_1 L_1\,.\,F, & D_1 = F, \\ C_2 = -\operatorname{cotang}\nu_2 L_2\,.\,F, & D_2 = F, \\ C_3 = -\operatorname{cotang}\nu_3 L_3\,.\,G, & D_3 = G, \\ C_4 = -\operatorname{cotang}\nu_4 L_4\,.\,G, & D_4 = G. \end{cases}$$

Substituirt man dieselben Werte für $X_h\ Y_h$ in den Gleichungen (27) und benutzt die Gleichungen (28), dann erhält man

$$F\left\{\frac{h\cos\lambda a - \varkappa\lambda\sin\lambda a}{h\sin\lambda a + \varkappa\lambda\cos\lambda a} + \operatorname{cotang}\lambda l + \frac{\nu_1\varkappa_1 Q_1}{\lambda\varkappa Q}\operatorname{cotang}\nu_1 L_1 + \frac{\nu_2\varkappa_2 Q_2}{\lambda\varkappa Q}\operatorname{cotang}\nu_2 L_2 + \frac{2h p_1}{\varkappa\lambda P}\right\} - \frac{G}{\sin\lambda l} = o$$

und

$$G\left\{\frac{h\cos\lambda a - \varkappa\lambda\sin\lambda a}{h\sin\lambda a + \varkappa\lambda\cos\lambda a} + \operatorname{cotang}\lambda l + \frac{\nu_3\varkappa_3 Q_3}{\lambda\varkappa Q}\operatorname{cotang}\nu_3 L_3 + \frac{\nu_4\varkappa_4 Q_4}{\lambda\varkappa Q}\operatorname{cotang}\nu_4 L_4 + \frac{2h p_2}{\varkappa\lambda P}\right\} - \frac{F}{\sin\lambda l} = o.$$

Lässt man nun die oben bereits angedeutete Annahme eintreten, dass die Neusilberdrähte, sowie die Eisendrähte unter sich gleichartig sind, dann folgt aus diesen Gleichungen

entweder $F = G$ und die Gleichung für λ:

$$\frac{h\cos\lambda a - \varkappa\lambda\sin\lambda a}{h\sin\lambda a + \varkappa\lambda\cos\lambda a} + \operatorname{cotang}\lambda l + \frac{\nu_1\varkappa_1 Q_1}{\lambda\varkappa Q}\operatorname{cotang}\nu_1 L_1 + \frac{\nu_2\varkappa_2 Q_2}{\lambda\varkappa Q}\operatorname{cotang}\nu_2 L_2 + \frac{2h p_1}{\varkappa\lambda P} - \frac{1}{\sin\lambda l} = o,$$

oder $F = -G$ und die Gleichung für λ:

$$\frac{h\cos\lambda a - \varkappa\lambda\sin\lambda a}{h\sin\lambda a + \varkappa\lambda\cos\lambda a} + \operatorname{cotang}\lambda l + \frac{\nu_1\varkappa_1 Q_1}{\lambda\varkappa Q}\operatorname{cotang}\nu_1 L_1 + \frac{\nu_2\varkappa_2 Q_2}{\lambda\varkappa Q}\operatorname{cotang}\nu_2 L_2 + \frac{2h p_1}{\varkappa\lambda P} + \frac{1}{\sin\lambda l} = o.$$

Setzt man der Kürze halber

$$(29)\quad \left(\frac{\nu_1\varkappa_1 Q_1}{\lambda\varkappa Q}\operatorname{cotang}\nu_1 L_1 + \frac{\nu_2\varkappa_2 Q_2}{\lambda\varkappa Q}\operatorname{cotang}\nu_2 L_2 + \frac{2h p_1}{\varkappa\lambda P}\right)(h\sin\lambda a + \varkappa\lambda\cos\lambda a) = J$$

und bezeichnet die Wurzeln der ersten Gleichung durch λ, die der zweiten durch λ', die zu diesen Wurzeln gehörenden Werte von ν_h und J durch ν_h und ν'_h, J und J', dann erhält man nach einigen Reductionen die Gleichungen für λ und λ' in der Form:

$$(30)\begin{cases} \operatorname{tang}\dfrac{\lambda L}{2} = \dfrac{h + J\cos\lambda a}{\varkappa\lambda - J\sin\lambda a} \text{ und es ist dann } F - G = o, \\ \operatorname{tang}\dfrac{\lambda' L}{2} = -\dfrac{\varkappa\lambda' - J'\sin\lambda' a}{h + J'\cos\lambda' a} \text{ und es ist dann } F + G = o. \end{cases}$$

Die Grössen J, J' sind von der Ordnung $\frac{Q_1}{Q}$, $\frac{Q_2}{Q}$, welche Verhältnisse bei der Beobachtung jedenfalls sehr kleine Grössen sein werden. Es werden daher die Wurzeln der Gleichungen

$$\operatorname{tang}\frac{\lambda L}{2} = \frac{h}{\varkappa\lambda} \quad \text{und} \quad \operatorname{tang}\frac{\lambda' L}{2} = -\frac{\varkappa\lambda'}{h},$$

die mit den früheren Gleichungen (3) (wenn nur $\lambda L = \omega$, $\lambda' L = \bar{\omega}$ gesetzt wird) identisch sind, schon sehr nahe mit den Wurzeln unserer jetzigen Gleichungen (30) übereinstimmen; jedenfalls wird man die bekannten Wurzeln der früheren Gleichungen zu einer genaueren Berechnung der Wurzeln der jetzigen Gleichungen benutzen können, indem man mit diesen Werten von λ und λ' (und annäherungsweise bekannten $\varkappa_1$ h_1 $\varkappa_2$ h_2) die kleinen Grössen J und J' berechnet, die Werte dieser in obigen Gleichungen einsetzt, dann $\lambda\,\lambda'$ von neuem berechnet u. s. w.

Setzt man zur Erlangung einfacherer Formeln

$$(31) \quad \frac{h}{\varkappa\lambda} = \operatorname{tang}\beta \quad \text{und} \quad -\frac{\varkappa\lambda'}{h} = \operatorname{tang}\beta',$$

dann erhält man

$$(32) \begin{cases}
v_1 = e^{-Ht}\left\{\Sigma\, M e^{-\lambda^2 K t}\dfrac{\cos(\lambda x_1 - \beta)}{\cos(\lambda a - \beta)} + \Sigma\, M' e^{-\lambda'^2 K t}\dfrac{\sin(\lambda' x_1 - \beta')}{\sin(\lambda' a - \beta')}\right\} \\
v_2 = e^{-Ht}\left\{\Sigma\, M e^{-\lambda^2 K t}\dfrac{\cos\lambda\left(\frac{l}{2} - x_2\right)}{\cos\frac{\lambda l}{2}} + \Sigma\, M' e^{-\lambda'^2 K t}\dfrac{\sin\lambda'\left(\frac{l}{2} - x_2\right)}{\sin\frac{\lambda' l}{2}}\right\} \\
v_3 = e^{-Ht}\left\{\Sigma\, M e^{-\lambda^2 K t}\dfrac{\cos(\lambda a - \beta - \lambda x_3)}{\cos(\lambda a - \beta)} - \Sigma\, M' e^{-\lambda'^2 K t}\dfrac{\sin(\lambda' a - \beta' - \lambda' x_3)}{\sin(\lambda' a - \beta')}\right\} \\
w_1 = e^{-Ht}\left\{\Sigma\, M e^{-\lambda^2 K t}\dfrac{\sin\nu_1(L_1 - \xi_1)}{\sin\nu_1 L_1} + \Sigma\, M' e^{-\lambda'^2 K t}\dfrac{\sin\nu'_1(L_1 - \xi_1)}{\sin\nu'_1 L_1}\right\} \\
w_2 = e^{-Ht}\left\{\Sigma\, M e^{-\lambda^2 K t}\dfrac{\sin\nu_2(L_2 - \xi_2)}{\sin\nu_2 L_2} + \Sigma\, M' e^{-\lambda'^2 K t}\dfrac{\sin\nu'_2(L_2 - \xi_2)}{\sin\nu'_2 L_2}\right\} \\
w_3 = e^{-Ht}\left\{\Sigma\, M e^{-\lambda^2 K t}\dfrac{\sin\nu_1(L_3 - \xi_3)}{\sin\nu_1 L_3} - \Sigma\, M' e^{-\lambda'^2 K t}\dfrac{\sin\nu'_1(L_3 - \xi_3)}{\sin\nu'_1 L_3}\right\} \\
w_4 = e^{-Ht}\left\{\Sigma\, M e^{-\lambda^2 K t}\dfrac{\sin\nu_2(L_4 - \xi_4)}{\sin\nu_2 L_4} - \Sigma\, M' e^{-\lambda'^2 K t}\dfrac{\sin\nu'_2(L_4 - \xi_4)}{\sin\nu'_2 L_4}\right\}.
\end{cases}$$

Zur Bestimmung der Constanten M M' benutzen wir ein allgemeines Theorem, welches, wenn $X^{(p)}$, $X^{(q)}$, $Y^{(p)}$, $Y^{(q)}$ Werte der Functionen X, Y bedeuten, die zu zwei verschiedenen Wurzeln $\lambda^{(p)}$, $\lambda^{(q)}$ der Gleichungen (30) gehören, für den vorliegenden Fall folgende Relation liefert:

$$(33) \quad CDQ\int_0^a dx_1\, X_1^{(p)} X_1^{(q)} + CDQ\int_0^l dx_2\, X_2^{(p)} X_2^{(q)} + CDQ\int_0^a dx_3\, X_3^{(p)} X_3^{(q)} + C_1 D_1 Q_1 \int_0^{L_1} d\xi_1\, Y_1^{(p)} Y_1^{(q)}$$

$$+ C_2 D_2 Q_2 \int_0^{L_2} d\xi_2\, Y_2^{(p)} Y_2^{(q)} + C_3 D_3 Q_3 \int_0^{L_3} d\xi_3\, Y_3^{(p)} Y_3^{(q)} + C_4 D_4 Q_4 \int_0^{L_4} d\xi_4\, Y_4^{(p)} Y_4^{(q)} = 0.$$

Die Richtigkeit dieser Relation kann man auch auf folgende Weise einsehen. Es ist nach früherem

$$\frac{d^2 X_h^{(p)}}{dx_h^2} = -\lambda^{(p)^2} X_h^{(p)} \qquad \text{und} \qquad \frac{d^2 Y_h^{(p)}}{d\xi_h^2} = -\nu_h^{(p)^2} Y_h^{(p)}$$

$$\frac{d^2 X_h^{(q)}}{dx_h^2} = -\lambda^{(q)^2} X_h^{(q)} \qquad\qquad \frac{d^2 Y_h^{(q)}}{d\xi_h^2} = -\nu_h^{(q)^2} Y_h^{(q)}.$$

Hieraus folgt

$$\left(-\lambda^{(p)^2}+\lambda^{(q)^2}\right)\int_0^{a_h} dx_h\, X_h^{(p)} X_h^{(q)} = \int_0^{a_h} dx_h \left(\frac{d^2 X_h^{(p)}}{dx_h^2} X_h^{(q)} - \frac{d^2 X_h^{(q)}}{dx_h^2} X_h^{(p)}\right) = \left[X_h^{(q)} \frac{dX_h^{(p)}}{dx_h} - X_h^{(p)} \frac{dX_h^{(q)}}{dx_h}\right]_0^{a_h},$$

wobei $a_1 = a_3 = a$, $a_2 = 1$ zu setzen ist, und

$$\left(-\nu_h^{(p)^2}+\nu_h^{(q)^2}\right)\int_0^{L_h} d\xi_h\, Y_h^{(p)} Y_h^{(q)} = \int_0^{L_h} d\xi_h \left(\frac{d^2 Y_h^{(p)}}{d\xi_h^2} Y_h^{(q)} - \frac{d^2 Y_h^{(q)}}{d\xi_h^2} Y_h^{(p)}\right) = \left[Y_h^{(q)} \frac{dY_h^{(p)}}{d\xi_h} - Y_h^{(p)} \frac{dY_h^{(q)}}{d\xi_h}\right]_0^{L_h}.$$

Mit Rücksicht hierauf und weil nach (24) und (22)

$$-\nu_h^{(p)^2}+\nu_h^{(q)^2} = \left(-\lambda^{(p)^2}+\lambda^{(q)^2}\right)\frac{K}{K_h} = \left(-\lambda^{(p)^2}+\lambda^{(q)^2}\right)\frac{\varkappa C_h D_h}{\varkappa_h CD}, \text{ also}$$

$$\left(-\lambda^{(p)^2}+\lambda^{(q)^2}\right)\frac{C_h D_h Q_h}{CDQ} = \left(-\nu_h^{(p)^2}+\nu_h^{(q)^2}\right)\frac{\varkappa_h Q_h}{\varkappa Q}$$

ist, geht die Relation (33), nachdem dieselbe mit dem Ausdrucke $\frac{-\lambda^{(p)^2}+\lambda^{(q)^2}}{CDQ}$, welcher nicht verschwinden kann, so lange $\lambda^{(p)}$, $\lambda^{(q)}$ eben zwei verschiedene Wurzeln sind, multiplicirt worden ist, in folgende über:

$$\left[X_1^{(q)} \frac{dX_1^{(p)}}{dx_1} - X_1^{(p)} \frac{dX_1^{(q)}}{dx_1}\right]_0^a + \left[X_2^{(q)} \frac{dX_2^{(p)}}{dx_2} - X_2^{(p)} \frac{dX_2^{(q)}}{dx_2}\right]_0^1 + \left[X_3^{(q)} \frac{dX_3^{(p)}}{dx_3} - X_3^{(p)} \frac{dX_3^{(q)}}{dx_3}\right]_0^a$$

$$+\frac{\varkappa_1 Q_1}{\varkappa Q}\left[Y_1^{(q)} \frac{dY_1^{(p)}}{d\xi_1} - Y_1^{(p)} \frac{dY_1^{(q)}}{d\xi_1}\right]_0^{L_1} + \frac{\varkappa_2 Q_2}{\varkappa Q}\left[Y_2^{(q)} \frac{dY_2^{(p)}}{d\xi_2} - Y_2^{(p)} \frac{dY_2^{(q)}}{d\xi_2}\right]_0^{L_2} + \frac{\varkappa_3 Q_3}{\varkappa Q}\left[Y_3^{(q)} \frac{dY_3^{(p)}}{d\xi_3} - Y_3^{(p)} \frac{dY_3^{(q)}}{d\xi_3}\right]_0^{L_3}$$

$$+\frac{\varkappa_4 Q_4}{\varkappa Q}\left[Y_4^{(q)} \frac{dY_4^{(p)}}{d\xi_4} - Y_4^{(p)} \frac{dY_4^{(q)}}{d\xi_4}\right]_0^{L_4} = 0$$

Die Bedingungsgleichungen, denen $X_h^{(p)}$ $Y_h^{(p)}$ und $X_h^{(q)}$ $Y_h^{(q)}$ genügen, zeigen die Richtigkeit dieser Relation. Der erste Ausdruck verschwindet für die untere Grenze nach der Bedingungsgleichung für $x_1 = o$, der dritte Ausdruck für die obere Grenze nach der Gleichung für $x_3 = a$, die vier letzten Ausdrücke verschwinden für die oberen Grenzen, da $Y_h = o$ ist für $\xi_h = L_h$; ferner hebt sich der erste Ausdruck gegen den zweiten für die untere Grenze und den vierten und fünften in Folge der Bedingungsgleichungen für $x_1=a$, $x_2=o$, $\xi_1=\xi_2=o$, endlich der zweite Ausdruck für die obere Grenze gegen den dritten, den sechsten und siebenten in Folge der Bedingungsgleichungen für $x_2=l$, $x_3=o$, $\xi_3=\xi_4=o$ fort. —

Setzt man daher in (32) $t=o$ und $v_h=V_h$, $w_h=W_h$, dann erhält man bei Benutzung der Gleichung (33) für die Constante M den Ausdruck

$$\frac{\int_0^a dx_1 V_1 \frac{\cos(\lambda x_1-\beta)}{\cos(\lambda a-\beta)} + \int_0^l dx_2 V_2 \frac{\cos\lambda\left(\frac{l}{2}-x_2\right)}{\cos\frac{\lambda l}{2}} + \int_0^a dx_3 V_3 \frac{\cos(\lambda a-\beta-\lambda x_3)}{\cos(\lambda a-\beta)} + \frac{C_1C_1Q_1}{CDQ}\int_0^{L_1} d\xi_1 (W_1+W_3)\frac{\sin\nu_1(L_1-\xi_1)}{\sin\nu_1 L_1} + \frac{C_2D_2Q_2}{CDQ}\int_0^{L_2} d\xi_2 (W_2+W_4)\frac{\sin\nu_2(L_2-\xi_2)}{\sin\nu_2 L_2}}{\int_0^a dx_1 \left(\frac{\cos(\lambda x_1-\beta)}{\cos(\lambda a-\beta)}\right)^2 + \int_0^l dx_2 \left(\frac{\cos\lambda\left(\frac{l}{2}-x_2\right)}{\cos\frac{\lambda l}{2}}\right)^2 + \int_0^a dx_3 \left(\frac{\cos(\lambda a-\beta-\lambda x_3)}{\cos(\lambda a-\beta)}\right)^2 + \frac{2C_1D_1Q_1}{CDQ}\int_0^{L_1} d\xi_1 \left(\frac{\sin\nu_1(L_1-\xi_1)}{\sin\nu_1 L_1}\right)^2 + \frac{2C_2D_2Q_2}{CDQ}\int_0^{L_2} d\xi_2 \left(\frac{\sin\nu_2(L_2-\xi_2)}{\sin\nu_2 L_2}\right)^2}$$

und für die Constante M' den Ausdruck

$$\frac{\int_0 dx_1 V_1 \frac{\sin(\lambda' x_1-\beta')}{\sin(\lambda' a-\beta')} + \int_0^l dx_2 V_2 \frac{\sin\lambda'\left(\frac{l}{2}-x_2\right)}{\sin\frac{\lambda' l}{2}} - \int_0^a dx_3 V_3 \frac{\sin(\lambda' a-\beta'-\lambda' x_3)}{\sin(\lambda' a-\beta')} + \frac{C_1D_1Q_1}{CDQ}\int_0^{L_1} d\xi_1 (W_1-W_3)\frac{\sin\nu_1'(L_1-\xi_1)}{\sin\nu_1' L_1} + \frac{C_2D_2Q_2}{CDQ}\int_0^{L_2} d\xi_2 (W_2-W_4)\frac{\sin\nu_2'(L_2-\xi_2)}{\sin\nu_2' L_2}}{\int_0^a dx_1 \left(\frac{\sin(\lambda' x_1-\beta')}{\sin(\lambda' a-\beta')}\right)^2 + \int_0^l dx_2 \left(\frac{\sin\lambda'\left(\frac{l}{2}-x_2\right)}{\sin\frac{\lambda' l}{2}}\right)^2 + \int_0^a dx_3 \left(\frac{\sin(\lambda' a-\beta'-\lambda' x_3)}{\sin(\lambda' a-\beta')}\right)^2 + \frac{2C_1D_1Q_1}{CDQ}\int_0^{L_1} d\xi_1 \left(\frac{\sin\nu_1'(L_1-\xi_1)}{\sin\nu_1' L_1}\right)^2 + \frac{2C_2D_2Q_2}{CDQ}\int_0^{L_2} d\xi_2 \left(\frac{\sin\nu_2'(L_2-\xi_2)}{\sin\nu_2' L_2}\right)^2}. —$$

Für den stationären Zustand, welcher durch constante Erwärmung einer zwischen den beiden Lötstellen liegenden Stelle $x_2=b_2$ hervorgebracht wird, gelten die Gleichungen

$$(34)\begin{cases} \dfrac{d^2V_h}{dx_h^2}=\dfrac{H}{K}V_h \quad \text{und} \quad \dfrac{d^2W_h}{d\xi_h^2}=\dfrac{H_h}{K_h}W_h\,; \\ x_1=o:\ \varkappa\dfrac{dV_1}{dx_1}-hV_1=o\,, \\ x_3=o:\ \varkappa\dfrac{dV_3}{dx_3}+hV_3=o\,, \\ \xi_h=L_h:\ W_h=o\,, \\ x_1=a,\ x_2=o,\ \xi_1=\xi_2=o:\ \dfrac{dV_1}{dx_1}=\dfrac{dV_2}{dx_2}+\dfrac{\varkappa_1Q_1}{\varkappa Q}\dfrac{dW_1}{d\xi_1}+\dfrac{\varkappa_2Q_2}{\varkappa Q}\dfrac{dW_2}{d\xi_2}-\dfrac{2hp_1}{\varkappa P}V_1 \text{ und } V_1=V_2=W_1=W_2, \\ x_2=l,\ x_3=o,\ \xi_3=\xi_4=o:\ \dfrac{dV_2}{dx_2}=\dfrac{dV_3}{dx_3}+\dfrac{\varkappa_3Q_3}{\varkappa Q}\dfrac{dW_3}{d\xi_3}+\dfrac{\varkappa_4Q_4}{\varkappa Q}\dfrac{dW_4}{d\xi_4}-\dfrac{2hp_2}{\varkappa P}V_2 \text{ und } V_2=V_3=W_3=W_4, \\ x_2=b_2:\ V_2=B. \end{cases}$$

Führt man den hierdurch bestimmten Temperaturzustand als Anfangszustand oben ein, dann lassen sich die Zähler der für die Constanten M, M' gefundenen Ausdrücke in folgender Weise bestimmen.

Aus den Differentialgleichungen, welchen V_h, W_h, X_h, Y_h unterliegen, folgt

$$\int_0^{a_h} dx_h V_h X_h = \frac{1}{\lambda^2+\frac{H}{K}}\left[X_h\frac{dV_h}{dx_h}-V_h\frac{dX_h}{dx_h}\right]_0^{a_h}$$

für h=1 und h=3, wobei $a_1 = a_3 = a$ zu setzen ist; ferner

$$\int_0^1 dx_2\, V_2 X_2 = \frac{1}{\lambda^2 + \frac{H}{K}} \left\{ \left[X_2 \frac{dV_2'}{dx_2} - V_2' \frac{dX_2}{dx_2} \right]_0^{b_2} + \left[X_2 \frac{dV_2''}{dx_2} - V_2'' \frac{dX_2}{dx_2} \right]_{b_2}^{1} \right\},$$

wenn V_2 den stationären Temperaturzustand des zwischen den beiden Lötstellen liegenden Stabstückes, und zwar V_2' den des ersten (von $x_2 = o$ bis $x_2 = b_2$), V_2'' den des zweiten Teiles (von $x_2 = b_2$ bis $x_2 = l$) bezeichnet; endlich

$$\int_0^{L_h} d\xi_h\, W_h Y_h = \frac{1}{\nu_h^2 + \frac{H_h}{K_h}} \left[Y_h \frac{dW_h}{d\xi_h} - W_h \frac{dY_h}{d\xi_h} \right]_0^{L_h}.$$

Da nun nach (24)

$$\nu_h^2 + \frac{H_h}{K_h} = \frac{\lambda^2 K + H}{K_h},$$

so ist

$$\frac{C_h D_h Q_h}{CDQ\left(\nu_h^2 + \frac{H_h}{K_h}\right)} = \frac{\varkappa_h Q_h}{\varkappa Q} \frac{1}{\lambda^2 + \frac{H}{K}},$$

und es wird jeder der zu bestimmenden Zähler, welche in der Form geschrieben werden können

$$\int_0^a dx_1\, V_1 X_1 + \int_0^1 dx_2\, V_2 X_2 + \int_0^a dx_3\, V_3 X_3 + \frac{C_1 D_1 Q_1}{CDQ} \int_0^{L_1} d\xi_1\, W_1 Y_1 + \frac{C_2 D_2 Q_2}{CDQ} \int_0^{L_2} d\xi_2\, W_2 Y_2$$
$$+ \frac{C_3 D_3 Q_3}{CDQ} \int_0^{L_3} d\xi_3\, W_3 Y_3 + \frac{C_4 D_4 Q_4}{CDQ} \int_0^{L_4} d\xi_4\, W_4 Y_4,$$

gleich dem Ausdrucke

$$\frac{1}{\lambda^2 + \frac{H}{K}} \left\{ \left[X_1 \frac{dV_1}{dx_1} - V_1 \frac{dX_1}{dx_1} \right]_0^a + \left[X_2 \frac{dV_2'}{dx_2} - V_2' \frac{dX_2}{dx_2} \right]_0^{b_2} + \left[X_2 \frac{dV_2''}{dx_2} - V_2'' \frac{dX_2}{dx_2} \right]_{b_2}^1 \right.$$
$$+ \left[X_3 \frac{dV_3}{dx_3} - V_3 \frac{dX_3}{dx_3} \right]_0^a + \frac{\varkappa_1 Q_1}{\varkappa Q} \left[Y_1 \frac{dW_1}{d\xi_1} - W_1 \frac{dY_1}{d\xi_1} \right]_0^{L_1} + \frac{\varkappa_2 Q_2}{\varkappa Q} \left[Y_2 \frac{dW_2}{d\xi_2} - W_2 \frac{dY_2}{d\xi_2} \right]_0^{L_2}$$
$$\left. + \frac{\varkappa_3 Q_3}{\varkappa Q} \left[Y_3 \frac{dW_3}{d\xi_3} - W_3 \frac{dY_3}{d\xi_3} \right]_0^{L_3} + \frac{\varkappa_4 Q_4}{\varkappa Q} \left[Y_4 \frac{dW_4}{d\xi_4} - W_4 \frac{dY_4}{d\xi_4} \right]_0^{L_4} \right\}.$$

In Folge der Bedingungsgleichungen verschwinden hierin wieder sämmtliche Glieder mit Ausnahme derjenigen, in welchen $x_2 = b_2$ zu setzen ist; diese geben

$$(35) \quad \frac{1}{\lambda^2 + \frac{H}{K}} [X_2]_{x_2 = b_2} \left[\frac{dV_2'}{dx_2} - \frac{dV_2''}{dx_2} \right]_{x_2 = b_2}.$$

Ist λ eine Wurzel der ersten Gleichung (30), dann erhält man den Zähler von M

$$\frac{1}{\lambda^2+\frac{H}{K}}\left[\frac{dV'_2}{dx_2}-\frac{dV''_2}{dx_2}\right]_{x_2=b_2}\cdot\frac{\cos\lambda\left(\frac{l}{2}-b_2\right)}{\cos\frac{\lambda l}{2}};$$

ist dagegen λ eine Wurzel der zweiten Gleichung (30), dann erhält man den Zähler von M′

$$\frac{1}{\lambda'^2+\frac{H}{K}}\left[\frac{dV'_2}{dx_2}-\frac{dV''_2}{dx_2}\right]_{x_2=b_2}\cdot\frac{\sin\lambda'\left(\frac{l}{2}-b_2\right)}{\sin\frac{\lambda' l}{2}}.$$

Bezeichnet man noch die Nenner der Ausdrücke für die Constanten M und M′ bezüglich durch

$$\frac{N_\lambda}{\cos^2(\lambda a-\beta)} \quad \text{und} \quad \frac{N'_{\lambda'}}{\sin^2(\lambda' a-\beta')},$$

dann wird

$$(36)\quad \begin{cases} M=\dfrac{1}{\lambda^2+\frac{H}{K}}\left[\dfrac{dV'_2}{dx_2}-\dfrac{dV''_2}{dx_2}\right]_{x_2=b_2}\cdot\dfrac{\cos\lambda\left(\frac{l}{2}-b_2\right)\cos^2(\lambda a-\beta)}{N_\lambda\cos\frac{\lambda l}{2}} \\[2ex] M'=\dfrac{1}{\lambda'^2+\frac{H}{K}}\left[\dfrac{dV'_2}{dx_2}-\dfrac{dV''_2}{dx_2}\right]_{x_2=b_2}\cdot\dfrac{\sin\lambda'\left(\frac{l}{2}-b_2\right)\sin^2(\lambda' a-\beta')}{N'_{\lambda'}\sin\frac{\lambda' l}{2}}. \end{cases}$$

Setzt man diese Werte der Constanten in obigen Ausdrücken (32) für die Temperaturen der einzelnen Stabstücke ein und bildet die Summe und die Differenz der Temperaturen der Beobachtungsstellen $x_1=a$ und $x_3=o$, dann erhält man

$$(37)\quad \begin{cases} \sigma=v_a+v_{L-a}=2\left[\dfrac{dV'_2}{dx_2}-\dfrac{dV''_2}{dx_2}\right]_{x_2=b_2}\cdot\Sigma\,\dfrac{\cos\lambda\left(\frac{l}{2}-b_2\right)\cos^2(\lambda a-\beta)}{N_\lambda\left(\lambda^2+\frac{H}{K}\right)\cos\frac{\lambda l}{2}}\,e^{-(\lambda^2K+H)t} \\[2ex] \delta=v_a-v_{L-a}=2\left[\dfrac{dV'_2}{dx_2}-\dfrac{dV''_2}{dx_2}\right]_{x_2=b_2}\cdot\Sigma\,\dfrac{\sin\lambda'\left(\frac{l}{2}-b_2\right)\sin^2(\lambda' a-\beta')}{N'_{\lambda'}\left(\lambda'^2+\frac{H}{K}\right)\sin\frac{\lambda' l}{2}}\,e^{-(\lambda'^2K+H)t} \end{cases}$$

Um die zweiten Glieder dieser Reihen zum verschwinden zu bringen, muss man es also so einrichten, dass zugleich

$$\cos\lambda_2\left(\frac{l}{2}-b_2\right)\cos(\lambda_2 a-\beta_2)=o \quad \text{und} \quad \sin\lambda'_2\left(\frac{l}{2}-b_2\right)\sin(\lambda'_2 a-\beta'_2)=o$$

wird. Da nun sehr nahe

$$\frac{\lambda_2 L}{2}=\beta_2=\frac{\omega_2}{2}=\pi \quad \text{und} \quad \frac{\lambda'_2 L}{2}=\beta'_2=\frac{\tilde{\omega}_2}{2}=\frac{3\pi}{2}$$

ist, so findet man, dass folgende Einrichtung getroffen werden muss, wenn b $(=b_2+a)$ den Abstand der erwärmten Stelle vom Anfang des Stabes bezeichnet:

$$(38)\quad a=\frac{L}{6},\ L-a=\frac{5L}{6} \quad \text{und} \quad b=\frac{L}{4}\ \text{oder}\ \frac{3L}{4}.$$

Hiernach werden σ und δ also auch jetzt durch die ersten Glieder der Reihen allein dargestellt sein, und man wird daher ebenso wie oben, als der Einfluss der Thermoketten nicht berücksichtigt wurde, verfahren können; nur die Berechnung von $\frac{\varkappa}{CD}$ und $\frac{h}{CD}$ wird in diesem Falle mehr Zeit und Mühe erfordern. —

Man sieht, wie bei dieser Methode allen das Resultat beeinflussenden Factoren durch theoretische Betrachtungen Rechnung getragen ist. Wenn man nur dafür sorgt, dass die Dimensionen des zu untersuchenden Stabes so beschaffen sind, dass in jedem Querschnitte überall dieselbe Temperatur vorhanden ist, sowie dass die Temperatur des umgebenden Mittels während der Beobachtung constant erhalten wird, dann wird man durch eine Reihe von Beobachtungen, die sehr genau ausgeführt werden können, Werte für $\frac{\varkappa}{CD}$ und $\frac{h}{CD}$ erhalten, deren Genauigkeit kaum etwas zu wünschen übrig lassen wird.

Später sind von F. Neumann auch Stäbe von grösserer Dicke derartigen Versuchen unterworfen worden; bei den diesen Versuchen zu Grunde liegenden theoretischen Untersuchungen musste natürlich die Dicke der Stäbe berücksichtigt werden. Ich gehe jedoch auf diese Untersuchungen an dieser Stelle nicht ein.

Zum Schlusse teile ich noch die mir bekannt gewordenen Resultate mit, welche Neumann nach seiner Methode erhalten hat.

Metall	D	C	CD	$\frac{\varkappa}{CD}$	$\varkappa$
Kupfer	8,73	0,0949	0,828	1602,7	1327,0
Zink	7,19	0,0955	0,687	542,4	372,6
Messing	8,48	0,0939	0,796	456,2	363,1
Eisen	7,74	0,1138	0,881	218,6	192,6
Zinn	7,31	0,0569	0,416	436,1	181,4
Neusilber	8,54	0,0966	0,825	155,9	128,6
Blei	11,35	0,0314	0,356	284,8	101,4

Die Constanten C und D sind von Neumann durch eine vorgängige Untersuchung für die betreffenden Metalle bestimmt worden.

Als Einheiten sind hierbei die Pariser Linie, die Minute und diejenige Wärmemenge angenommen worden, welche die Temperatur einer Kubiklinie Wasser um 1° C. zu erhöhen im Stande ist.

Um die Werte von $\varkappa$ in den Einheiten Ångströms (Centimeter, Minute) oder in den Einheiten H. Webers (Millimeter, Secunde) zu erhalten, muss man die Zahlen Neumanns bezüglich mit 0,0509 oder 0,0848 multipliciren.

G. Rumler.

Jahresbericht.

I. Schulchronik.

Das mit dem 29. September ablaufende Schuljahr hat am 12. October v. J. seinen Anfang genommen.

Noch am letzten Tage des vorhergehenden Schuljahrs, am 30. September v. J., traf von dem Königlichen Provincialschulcollegium die Benachrichtigung ein, dass mittelst Allerhöchster Ordre vom 17. desselb. Mts. dem mit dem 1. October in den Ruhestand tretenden Professor Dewischeit (Progr. 1876. S. 33) der rote Adlerorden vierter Classe verliehen worden sei, und der Berichterstatter war mit dem Auftrage beehrt demselben die Insignien des Ordens zu überreichen und ihm zu dieser Auszeichnung den Glückswunsch des Königlichen Provincialschulcollegiums auszusprechen.

Nachdem an Stelle des bei dem Königlichen Gymnasium zu Strasburg in Westpreussen angestellten Gymnasiallehrers Gortzitza (Progr. 1876. S. 32) der Schulamtscandidat Dr. Karl Knorr vom 1. October v. J. ab dem hiesigen Gymnasium als wissenschaftlicher Hilfslehrer war überwiesen worden, wurde derselbe am ersten Tage des neuen Schuljahrs, d. 12. October, bei der Morgenandacht von dem Director in sein neues Amt eingeführt.

Durch Verfügung des Königlichen Provincialschulcollegiums vom 14. December v. J. wurde vom 1. desselb. Mts. ab der Schulamtscandidat Anton Franz Schmidt als vierter ordentlicher Lehrer des Gymnasiums definitiv angestellt und am 21. December v. J. von dem Director vereidigt. Er ist am 18. November 1854 zu Kobilinnen Kreises Lyck geboren und auf dem Gymnasium zu Lyck gebildet, von dem er Ostern 1871 mit dem Zeugnisse der Reife entlassen wurde. Darauf hat er auf der Universität zu Königsberg Philologie studiert, im November 1875 ebendaselbst die Prüfung pro facultate docendi bestanden und dann vom 1. December 1875 bis zum 1. December 1876 an dem hiesigen Gymnasium sein Probejahr abgehalten.

Vom 19. Februar bis zum 2. Merz d. J. war der Lehrer der zweiten Vorschulclasse Susat zu einer militärischen Uebung einberufen.

Am 28. Februar fand unter dem Vorsitze des Königlichen Geheimen Regierungsrats Herrn Dr. Schrader die für den Ostertermin auf diesen Tag angesetzte Abiturientenprüfung statt. Es hatte zu derselben nur ein Primaner sich gemeldet, welchem nach abgehaltener Prüfung das Zeugnis der Reife einstimmig zuerkannt wurde. Sein Name ist weiter unten in dem statistischen Abschnitte dieses Jahresberichts aufgeführt (IV. B. 2).

Dem im vorigen Jahre aus dem Lehrercollegium geschiedenen O. L. Dr. Kossak war es nicht vergönnt der ihm durch seine Emeritierung zu Teil gewordenen Ruhe lange zu geniessen. Noch leidend an dem Hüftübel, das er durch eine Muskelverletzung sich zugezogen hatte, wurde er Ende Februar von einer Lungenentzündung befallen und starb hier am 2. Merz in Folge eines Schlaganfalls, nachdem er fast das zwei und siebzigste Lebensjahr vollendet. Bei seiner Beerdigung am 5. Merz wurde er von dem Lehrercollegium und den vier ersten Classen des Gymnasiums zur letzten Ruhestätte geleitet. Das Lehrercollegium hatte ihm an dem Tage seines Begräbnisses in der hiesigen preussisch-littauischen Zeitung folgenden Nachruf gewidmet: „Der am 2. d. Mts. verstorbene Oberlehrer Dr. Kossak, welcher bis zu seiner vom 1. April v. J. ab erfolgten Emeritierung dem Lehrercollegium des hiesigen Königlichen Friedrichsgymnasiums angehörte, hat an dieser Anstalt fast volle sechs und vierzig Jahre in reichem Segen gewirkt. Denn beseelt von der edelsten Gesinnung verband er mit wissenschaftlichem Eifer und musterhafter Amtstreue ein tiefes Gemüt und eine Liebenswürdigkeit des Wesens, die ihm die Herzen aller seiner Schüler und Amtsgenossen gewann. So wird sein Gedächtnis unter uns stets in Ehren bleiben, und wir alle werden ihm ein treues Andenken bewahren. Have anima candida!"

Auf den Antrag des Königlichen Provincialschulcollegiums wurde von dem Herrn Cultusminister unterm 20. Merz dem O. L. Dr. Basse der Professortitel verliehen.

Den 22. Merz, den Geburtstag Seiner Majestät des Kaisers und Königs, begieng die Anstalt in gewohnter Weise mit einer öffentlichen Schulfeier, bei welcher O. L. Dr. Küsel die Festrede hielt.

Am 24. Merz, dem letzten Schultage vor den Osterferien, verband der Director mit der von ihm gehaltenen Morgenandacht die Entlassung des Abiturienten, der bei der Prüfung am 28. Februar das Zeugnis der Reife erhalten hatte.

Vom 9. bis zum 14. April war der Religionslehrer der Anstalt Dr. Rieder beurlaubt, um in Königsberg das Examen pro ministerio zu machen.

Am 29. April starb hier an chronischer Tuberculose nach mehrjährigem leiden der Schuldiener Christian Meinekat, welcher seit dem 1. April 1866, im ganzen also etwas über elf Jahre, dieses Amt bekleidet (Progr. 1867. S. 24). An seine Stelle tritt vom 1. October d. J. ab der civilversorgungsberechtigte Militäranwärter Johann Herzogkeit von hier.

Gleich nach dem Pfingstfeste, vom 24 bis einschliesslich zum 26. Mai, waren nach einer Zwischenzeit von drei Jahren wider die Directoren der Gymnasien und Realschulen I. Ordnung unserer Provinz in Danzig zu einer Conferenz versammelt, deren Verhandlungen die Gegenstände betrafen, die im vorjährigen Programm S. 41 mitgeteilt sind. Die Teilnahme an dieser Conferenz ist dem Berichterstatter ebenso genussreich als belehrend gewesen.

Auf den Antrag des Königlichen Provincialschulcollegiums hat der Herr Cultusminister durch Erlass vom 18. Mai dem G. L. Schwarz als Beihilfe zur Deckung der Kosten einer ihm verordneten Badecur eine ausserordentliche Unterstützung von dreihundert Mark bewilligt, für welche Fürsorge der hohen Staatsbehörden auch der Berichterstatter an dieser Stelle seinem gehorsamsten Danke Ausdruck zu geben sich gedrungen fühlt.

Vom 1. Juni bis zum 29. Juli war der Schulamtscandidat Pöhlmann zu einer militärischen Uebung einberufen, wobei er dem Schuldienste allerdings nur während eines Monats entzogen wurde, da in den Monat Juli die vierwöchentlichen Sommerferien fielen.

Nachdem am 3. Juni, dem 1. Sonntage nach Trinitatis, in der hiesigen altstädtischen Kirche die Einsegnng der Confirmanden vollzogen worden war, nahm am 6. Juni, dem darauf folgenden Mittwoch, die Anstalt in dieser Kirche an der Feier des heiligen Abendmahls Teil.

Auch im Sommer dieses Jahres hat das Königliche Commando des am hiesigen Orte garnisonierenden zweiten Bataillons des zweiten ostpreussischen Grenadierregiments No. 3 die hieselbst eingerichtete Militärschwimmanstalt den Schülern des Gymnasiums zugänglich gemacht und sich dadurch gerechten Anspruch auf die Dankbarkeit desselben erworben.

Am 15. Juni feierte unsere ganze Anstalt in Kallnen bei schönem Wetter und unter allgemeinem Frohsinn ihr jährliches Schulfest. Ausserdem haben dreimal einzelne Classenlehrer mit ihren Classen kleinere Ausflüge in die Umgegend gemacht: am 23. Juni G. L. Schmidt mit den Quintanern nach dem pruszischker Walde, am 17. August G. L. Rumler mit den Unter-Tertianern nach Plicken, am 23. August Schulamtscandidat Pöhlmann mit den Sextanern nach dem bei der Stadt gelegenen Fichtenwalde.

Am 16. Juni starb hier in seinem fünf und achtzigsten Lebensjahre der emeritierte Oberlehrer August Friedrich Wilhelm Brunckow, welcher vom 28. Juli 1817 bis zum 1. October 1858, wo er auf sein nachsuchen in den Ruhestand versetzt wurde, an unserer Anstalt Lehrer gewesen war (Progr, 1859. S. 15). Auch an seinem Leichenbegängnis, das am 19. Juni stattfand, beteiligte sich das Lehrercollegium des Gymnasiums.

Nachdem das Königliche Provincialschulcollegium den Director unterm 13. Juli davon benachrichtigt hatte, dass Herr Eckler, Civillehrer an der Königlichen Centralturnanstalt zu Berlin, während des Monats August die höheren Unterrichtsanstalten und die Schullehrerseminare in den

Regierungsbezirken Königsberg und Gumbinnen bereisen werde, um von dem Stande und Betriebe des Turnunterrichts Kenntnis zu nehmen, traf derselbe am 18. August hier ein und revidierte noch an diesem Tage die Turnanstalten und den Turnunterricht des Gymnasiums.

Am 25. August fand unter dem Vorsitze des Königlichen Geheimen Regierungsrats Herrn Dr. Schrader die für den Michaelistermin auf diesen Tag angesetzte Abiturientenprüfung statt. Es hatten zu derselben elf Primaner sich gemeldet, von denen einer, weil er bei Anfertigung einer schriftlichen Prüfungsarbeit ein unerlaubtes Hilfsmittel benutzt hatte, von dem Examen ausgeschlossen werden muste, ein anderer vor der mündlichen Prüfung zurücktrat. Den neun übrigen wurde das Zeugnis der Reife einstimmig zuerkannt, dreien von ihnen ohne mündliche Prüfung. Ihre Namen sind weiter unten in dem statistischen Abschnitte dieses Jahresberichts aufgeführt (IV. B. 2).

Am 28. August traf der Geheime Regierungs- und vortragende Rat in dem Königlichen Ministerium der geistlichen, Unterrichts- und Medicinal-Angelegenheiten Herr Dr. Gandtner hier ein, um das Gymnasium zu revidieren. Diese Revision führte er an den beiden nächstfolgenden Tagen aus, indem er nicht nur dem Unterrichte aller Lehrer und zwar bei der Mehrzahl derselben in je zwei verschiedenen Lectionen beiwohnte, sondern auch von den schriftlichen Arbeiten der Schüler teils in seiner Wohnung, teils in den Classen Kenntnis nahm. Zum Schlusse der Revision hielt er mit dem Lehrercollegium eine Conferenz, in welcher er im allgemeinen seine Zufriedenheit mit der Anstalt aussprach und dann in eingehender Darlegung seiner gemachten Beobachtungen das einzelne einer ebenso humanen als lehrreichen Beurteilung unterzog.

Da der 2. September, der Tag von Sedan, in diesem Jahre auf einen Sonntag fiel, so hat das Gymnasium diesmal von einer besonderen Feier desselben Abstand genommen.

Während des ganzen Schuljahrs sind fünf und dreissig Conferenzen gehalten worden. Der Unterricht hat im Wintersemester durch Krankheiten bei Lehrern und Schülern manche Störung erlitten. So waren von den ersteren aus diesem Grunde an der Abhaltung ihrer Lectionen verhindert: G. L. Rumler vom 14. bis zum 25. October, der Lehrer der zweiten Vorschulclasse Susat vom 6. bis zum 11. November, O. L. Dr. Küsel vom 4. bis zum 11. December, der Lehrer der ersten Vorschulclasse Klein vom 11. bis zum 13. Januar und vom 25. Januar bis zum 7. Februar, O. L. Hoppe vom 25. Januar bis zum 1. Februar, endlich G. L. Schwarz, der ein tückisches Nervenfieber zu überstehen gehabt, vom 17. Februar bis zum 9. April. Denn er trat erst nach den Osterferien wider ein und war damals noch so angegriffen, dass er den Gesangunterricht erst mit dem 30. April wider aufnehmen konnte. Unter den Schülern aber, namentlich den jüngeren herschten während der letzten beiden Monate des vorigen Jahres Masern und Scharlach in einem Grade, dass in der ersten Vorschulclasse längere Zeit mehr als die Hälfte der Schüler, in Sexta und Quinta je ein Drittel, mitunter fast die Hälfte fehlte. Auch hat die Anstalt in diesem Jahre wider zwei Schüler durch den Tod verloren. Es starb am 17. Februar aus der ersten Vorschulclasse Hans Witt am Scharlach, in der Nacht vom 29. zum 30. April aus Ober-Tertia Arthur Schwarz am Nervenfieber, der erstere ein Sohn des O. L. Dr. Witt, der letztere ein Brudersssohn des G. L. Schwarz. Beide waren gute, hoffnungsvolle Knaben, deren früher Verlust uns alle tief betrübt hat und die Herzen ihrer Eltern und Angehörigen noch immer mit schwerem Kummer erfüllt.

II. Unterricht.

In der Lehrverfassung unserer Anstalt ist seit dem erscheinen des vorjährigen Programms keine wesentliche Aenderung eingetreten. Es wird daher Entschuldigung finden, wenn in diesem Jahre die Darstellung des Lectionsplans unterbleibt und an dieser Stelle nur das Verzeichnis der eingeführten Lehrbücher und der Themata gegeben wird, welche während des letzten Schuljahrs von den Schülern unserer beiden ersten Classen in ihren deutschen und lateinischen Aufsätzen bearbeitet worden sind. In Bezug auf den Ministerialerlass vom 29. Februar 1872 (Progr. 1872. S. 24) ist zu bemerken, dass in unserer Anstalt nur evangelischer Religionsunterricht erteilt wird, und dass von demselben bisher noch kein Schüler dieser Confession dispensiert gewesen ist.

1. Verzeichnis der eingeführten Lehrbücher mit Ausschluss der in den einzelnen Classen gelesenen altclassischen Autoren.

A. In den Gymnasialclassen.

Deutsch: *Hopf* und *Paulsiek* deutsches Lesebuch. Teil I, 1 (VI), Teil I, 2 (V), Teil I, 3 (IV).

Lateinisch: *Scheele* Vorschule zu den lat. Classikern (VI), *Siberti-Meiring* Lat. Schulgrammatik (V u. IV), *O. Schulz* Aufgaben zur Einübung der lat. Grammatik (V), *Jacobs* Lat. Elementarbuch. Bdch. 1. (V), *Zumpt* Lat. Grammatik (III—I), *Ostermann* Uebungsbuch zum übersetzen aus dem deutschen ins lateinische. Abteil. 4 (III), *Seyffert* Lesestücke (II u. I).

Griechisch: *Buttmann* Griech. Grammatik (IV—I), *Jacobs* Elementarbuch der griech. Sprache (IV u. IIIB.)

Französisch: *Plœtz* Elementarbuch der franz. Sprache (V u. IV), *Plœtz* Franz. Schulgrammatik (III—I), *Voltaire* Charles XII (III), *Ideler* und *Nolte* Handbuch der franz. Sprache und Litteratur. Teil. 3 (II u. I), einzelne Stücke von *Corneille*, *Racine* und *Molière* (I).

Hebräisch: *Gesenius-Rödiger* Hebräische Grammatik (II u. I), *Gesenius-Heiligstedt* Hebräisches Lesebuch (II), Biblia Hebraica (I).

Religion: Vier und sechzig Kirchenlieder für die Schule (VI–I), *Kohlrausch* die Geschichten und Lehren der heiligen Schrift alten und neuen Testaments (VI u. V), *Luthers* kleiner Katechismus (VI—III), *Luthers* Bibelübersetzung (IV–I), Novum Testamentum Graece (II u. I), *Hollenberg* Hilfsbuch f. den evangel. Religionsunterricht in Gymnasien (II u. I).

Mathematik: *Kambly* Elementarmathematik. Teil 1 u. 2 (III), Teil 1, 2, 3 u. 4 (II u. I), *Bardey* Methodisch geordnete Aufgabensammlung (III—I), *Gauss* Fünfstellige vollständige logarithmische und trigonometrische Tafeln (II und I).

Geographie: *Daniel* Leitfaden f. den Unterricht in der Geographie (VI), *E. v. Seydlitz* Schulgeographie (V—I). Ein Atlas der neuen Welt (VI—I).

Geschichte: *Voigt* Grundriss der alten Geschichte (IV), *Eckertz* Hilfsbuch f. den ersten Unterricht in der deutschen Geschichte (III), *Dietsch* Grundriss der allgemeinen Geschichte. Teil 1 (II), Teil 2 u. 3 (I). Ein Atlas der alten Welt (IV—I).

Naturkunde: *Koppe* Anfangsgründe der Physik f. den Unterricht in den beiden oberen Classen der Gymnasien und Realschulen.

B. In den Vorschulclassen.

Deutsch: *Hammers* Lesefibel (II), *K.* und *L. Seltzsam* Lesebuch f. das mittlere Kindesalter (II u. I).

Religion: *Woike* Zweimal acht und vierzig biblische Historien und *G. B. Weiss* Dr. Martin Luthers kleiner Katechismus nebst kurzer Auslegung (I).

2. Verzeichnis der Themata, welche während des letzten Schuljahrs von den Schülern unserer beiden ersten Classen in ihren deutschen und lateinischen Aufsätzen bearbeitet worden sind.

A. Secunda.

Deutsche Aufsätze. (O. L. Dr. *Küsel.*)

1) Gut macht Mut. (Chrie.)
2) Das Wesen der Fabel nach Lessings gleichnamiger Abhandlung.
3) (Classenarbeit) Der Winter als Techniker.
4) Die Familie des Wortes Mut.

5) Was lässt sich für und wider den Ausspruch Ovids sagen: Differ, habent parvae commoda magna morae?
6) Götz von Berlichingen, sein Recht und seine Schuld.
7) Sokrates, sein Leben und Wirken, nach Xenophons Memorabilien I.
8) Hans Sachs, im Anschluss an Göthes Gedicht: Erklärung eines alten Holzschnittes, vorstellend Hans Sachsens poetische Sendung.
9) (Classenarbeit) Euch, ihr Götter, gehört der Kaufmann: Güter zu suchen,
Geht er; doch an sein Schiff knüpfet das Gute sich an! Schiller.
10) a. Lust und Liebe sind die Fittiche zu grossen Taten.
b. Xerxes und Artabanos, ein metrischer Versuch in Hexametern, nach Herodot VII 10 ff.

Lateinische Aufsätze der Ober-Secundaner. (Prof. Dr. *Basse.*)

1) Quid Romani primo rei publicae anno fecerint et tulerint.
2) Quibus potissimum rebus Athenienses laudem atque admirationem consecuti sint.
3) Quibus potissimum rebus Athenienses in odium atque invidiam incurrerint.
4) Argumentum orationis, quam habuit Cicero pro T. Annio Milone.
5) Ea data Romanis sors fuit, ut magnis omnibus bellis victi vincerent.
6) Omnia sunt hominum tenui pendentia filo:
Et subito casu, quae valuere, ruunt. Ovid. ex Ponto ep. IV 3, 35 et 36.

B. Prima.

Deutsche Aufsätze. (O. L. Dr. *Küsel.*)

1) Welches Volk sich selbst empfunden,
Wird vom Feind nie überwunden. Matthäus von Collin.
2) (Classenarbeit) Ueber den Wert der Beschätfigung mit dem classischen Altertum.
3) Gedankengang in Schillers Abhandlung über naive und sentimentalische Dichtung.
4) Es soll der Sänger mit dem König geh'n,
Sie beide wohnen auf der Menschheit Höh'n. Schiller.
5) Der Mensch bedarf des Menschen sehr
Zu seinem grossen Ziele;
Viel Tropfen geben erst das Meer,
Viel Wasser treibt die Mühle. Schiller.
6) Worin gibt sich im Götz von Berlichingen der Beginn einer neuen Zeit kund?
7) Charakteristik des Demosthenes nach seinen drei Reden gegen Philipp.
8) Walther von der Vogelweide, sein Leben und Wirken, nach seinen Gedichten.
9) (Zuvor Abituriententhema) Inwiefern ist in Herders Wahlspruch: „Licht, Liebe, Leben!" die Bestimmung jedes Menschen vorgezeichnet?

Lateinische Aufsätze. (Der *Director.*)

1) Hannibal post vitam cum summa gloria actam misere periit.
2) Demosthenis orationes Philippicae cum praeclarae essent ac paene divinae, quid in causa fuit, ut patriam non possent servare aut quod orator voluit efficere?
3) Quomodo factum sit, ut Cicero in exsilium eiceretur.
4) (Zuvor Abituriententhema) Non solum ipsa Fortuna caeca est, sed eos etiam plerumque efficit caecos, quos complexa est.
5) Nocturna Ulixis et Diomedis expeditio comparetur cum expeditione Nisi et Euryali.
6) Socrates hanc viam ad gloriam proximam et quasi compendiariam dicebat esse, si quis id ageret, ut, qualis haberi vellet, talis esset. Cic. de Off. II 12, 43. (Chrie.)
7) (Classenarbeit) Primi qui dicitur triumviratus auctores omnes misere perierunt.

8) C. Marius, vir in bello hostibus, in otio civibus infestissimus quietisque impatientissimus (Vell II 23, 1).
9) (Zuvor Abituriententhema) Exemplis comprobetur quod ait Cicero, in maximis animis splendidissimisque ingeniis plerumque exsistere honoris, imperii, potentiae, gloriae cupiditates.

III. Abiturientenaufgaben.

A. Ostern 1877.

1. Thema zum deutschen Aufsatz: Inwiefern hat Schiller Recht, wenn er in seinen Idealen die „Freundschaft" und die „Beschäftigung, die nie ermattet", als die einzig treuen Begleiter des Lebens preist.

2. Thema zum lateinischen Aufsatz: Non solum ipsa Fortuna caeca est, sed eos etiam plerumque efficit caecos, quos complexa est.

3. Mathematische Aufgaben: 1) Ein Dreieck zu zeichnen, von welchem das Verhältnis zweier Seiten, $a:b = m:n$, die auf die dritte Seite gefällte Höhe, h_3, und die nach dieser Seite gezogene Mittellinie, m_3, gegeben sind.

2) In einen Kreis, dessen Radius r ist, wird ein Quadrat gezeichnet, in das Quadrat ein Kreis, in diesen Kreis wider ein Quadrat u. s. w. fort. Wie gross ist die Summe aller gezeichneten Kreise — den gegebenen nicht mitgerechnet —, und wie gross ist die Summe aller Quadrate?

3) Wie gross ist der Radius einer Kugel, für welche das umschriebene Oktaeder denselben Inhalt hat, wie das in eine Kugel mit dem Radius r beschriebene Tetraeder?

4) Ein Dreieck zu berechnen, von welchem eine Seite, c, die Differenz der Quadrate der beiden anderen Seiten, $a^2 - b^2 = d^2$, und das Verhältnis der Summe dieser Seiten zur Summe der auf sie gefällten Höhen, $a + b : h_1 + h_2 = m : n$, gegeben sind. Beisp. $m = 65$, $n = 16$, $c = 52^{\text{m}}$, $d^2 = 9464 \square^{\text{m}}$.

B. Michaelis 1877.

1. Thema zum deutschen Aufsatz: Inwiefern ist in Herders Wahlspruch: „Licht, Liebe, Leben!" die Bestimmung jedes Menschen vorgezeichnet?

2. Thema zum lateinischen Aufsatz: Exemplis comprobetur quod ait Cicero, in maximis animis splendidissimisque ingeniis plerumque exsistere honoris, imperii, potentiae, gloriae cupiditates.

3. Mathematische Aufgaben: 1) Ein Dreieck zu zeichnen, von welchem eine Seite (c), die Differenz der Quadrate der beiden anderen Seiten ($a^2 - b^2 = d^2$) und das Verhältnis der nach diesen beiden Seiten gezogenen Mittellinien ($m_1 : m_2 = \mu : \nu$) gegeben ist.

2) A. und B., welche $84\frac{1}{2}$ Meile von einander entfernt wohnen, brechen gleichzeitig auf und gehen einander entgegen. A. macht den ersten Tag 1 Meile, jeden folgenden Tag $\frac{1}{3}$ Meile mehr als am vorhergehenden. B. legt den ersten Tag 2 Meilen zurück, jeden folgenden Tag $\frac{1}{4}$ Meile mehr als am vorhergehenden. Wann und wo werden sie sich treffen?

3) Ein Dreieck zu berechnen aus der Summe zweier Seiten ($a + b = s$), der Summe der Radien der zu diesen beiden Seiten gehörenden äusseren Berührungskreise ($\varrho_1 + \varrho_2 = \sigma$) und der Differenz des Radius des dritten äusseren Berührungskreises und des Radius des inneren Berührungskreises ($\varrho_3 - \varrho = d$). Beisp. $s = 429^{\text{m}}$; $\sigma = 351^{\text{m}}$; $d = 212{,}333^{\text{m}}$.

4) Von einem Trapez sind die beiden parallelen Seiten a und b gegeben ($a < b$), ferner die Seite s und der Winkel β, welchen sie mit a bildet. Wie gross ist das Volumen des durch Umdrehung des Trapezes um a beschriebenen Körpers?

IV. Statistik.

A. Lehrer.

Den dermaligen Bestand des Lehrercollegiums ergibt die tabellarische Uebersicht über die Verteilung der Lehrstunden im Schuljahre 1876—77 auf S. 27 dieses Jahresberichts.

B. Schüler.

1) Die Schülerzahl, welche sich am 30. September v. J. auf 334 belief (Progr. 1876. S. 40), stieg im Laufe des Winters auf 351. Gegenwärtig wird die Anstalt von 343 Schülern besucht, die sich auf die einzelnen Classen also verteilen, dass wir 21 Primaner, 41 Secundaner, 31 Ober-Tertianer, 49 Unter-Tertianer, 48 Quartaner, 51 Quintaner, 45 Sextaner und 57 Schüler der Vorschulclassen haben, von welchen letzteren 31 in der ersten Vorschulclasse, 26 in der zweiten sitzen. Von diesen Schülern sind 214 hier einheimisch, 129 aus anderen Orten; 331 von ihnen gehören der evangelischen Confession an, 1 ist katholisch, die 11 übrigen sind mosaischen Glaubens.

2) Zu Ostern d. J. ist nur ein Primaner mit dem Zeugnisse der Reife von dem Gymnasium entlassen worden, Karl Eduard Walther Strohmann, geboren in Plaschken Kreises Tilsit, evangelischer Confession, 19½ J. alt, Sohn des Pfarrers Strohmann zu Pillupönen Kreises Stallupönen, 9½ J. Schüler der Anstalt von Sexta ab, 2½ J. in Prima; er studiert Medicin in Königsberg.

Am 28. September d. J. werden folgende neun Primaner, die alle zwei Jahre in Prima gesessen haben und die mit Ausnahme des Scherbel, welcher mosaischen Glaubens ist, der evangelischen Confession angehören, mit dem Zeugnisse der Reife von dem Gymnasium entlassen:

1) Heinrich Karl Buth, geboren in Gumbinnen, 20½ J. alt, Sohn des Schneidermeisters Buth zu Gumbinnen, 7 J. Schüler der Anstalt von Quarta ab; er beabsichtigt in Königsberg Theologie zu studieren.

2) Ferdinand Moriz Georg Kersten, geboren in Laugallen Kreises Insterburg, 20 J. alt, Sohn des Gutsbesitzers Kersten zu Paadern Kreises Stallupönen, 10 J. Schüler der Anstalt von Sexta ab; er beabsichtigt in Königsberg Jura zu studieren.

3) Bartholomäus Friedrich Albert Georg Kreysern, geboren in Gumbinnen, 19 J. alt, Sohn des verstorbenen Forstmeisters Kreysern, 12 J. Schüler der Anstalt von der Vorbereitungsclasse ab; er beabsichtigt in Berlin Medicin zu studieren.

4) Eduard Alfred Wilhelm Max Lange, geboren in Marggrabowa (Oletzko), 17¾ J. alt, Sohn des verstorbenen Postsecretärs Lange, 11 J. Schüler der Anstalt von der Vorbereitungsclasse ab; er beabsichtigt in Berlin Medicin zu studieren.

5) Simon Scherbel, geboren in Schmiegel Kreises Kosten (Prov. Posen), 18¾ J. alt, Sohn des jüdischen Predigers Scherbel zu Gumbinnen, 8 J. Schüler der Anstalt von Quinta ab; er beabsichtigt in Berlin Medicin zu studieren.

6) Friedrich Wilhelm Theodor Otto Schütz, geboren in Lippstadt (Prov. Westfalen), 19¼ J. alt, Sohn des Katastercontroleurs Schütz zu Gumbinnen, 12 J. Schüler der Anstalt von der Vorbereitungsclasse ab; er beabsichtigt in Neustadt-Eberswalde das Forstfach zu studieren.

7) Arthur Oskar Robert Stadthaus, geboren in Gumbinnen, 19¾ J. alt, Sohn des Particuliers Stadthaus zu Gumbinnen, 7 J. Schüler der Anstalt von Quarta ab; er beabsichtigt in Berlin Philologie zu studieren.

8) Johann Friedrich Vogelreuter, geboren in Darkemen, 19¼ J. alt, Sohn des verstorbenen Gutsbesitzers Vogelreuter, 8 J. Schüler der Anstalt von Quinta ab; er beabsichtigt in Berlin Philologie zu studieren.

9) Ernst Moriz Eduard Wollermann, geboren in Pillkallen, 19¾ J. alt, Sohn des Sanitätsrats Dr. Wollermann zu Stallupönen, 6 J. Schüler der Anstalt von Unter-Tertia ab; er beabsichtigt in Königsberg Jura zu studieren.

V. Bibliotheken und andere Sammlungen.

Die Bibliotheken und anderen Sammlungen der Anstalt sind aus den dazu verfügbaren Mitteln in gewohnter Weise vervollständigt und erweitert worden. Die Lehrerbibliothek ist auch in diesem Jahre von dem Herrn Cultusminister durch wertvolle Geschenke, namentlich durch die Fortsetzung bedeutender und kostbarer Werke bereichert, und das Lehrercollegium dadurch zu ehrerbietigem Danke verpflichtet. Ebenso hat der Berichterstatter im Namen der Anstalt dem verehrlichen hiesigen Lesezirkel den ergebensten Dank für die nicht unbeträchtliche Anzahl schätzbarer Bücher und Schriften auszusprechen, die er auch in diesem Jahre der genannten Bibliothek hat zugehen lassen.

VI. Amtliche Verordnungen von allgemeinerem Interesse.

1. Verfügung des Königlichen Provincialschulcollegiums vom 22. Januar 1877. Die im Justizministerialblatt vom 22. December 1876 No. 45. S. 253 enthaltene statistische Uebersicht ergebe, dass die Zahl der wegen Meineides eingeleiteten Untersuchungen in dem grösten Teile des preussischen Staats in Besorgnis erregender Weise anwachse. Von 649 solcher Untersuchungen im Jahre 1873 sei diese Zahl für das Jahr 1875 auf 787 gestiegen. Das Jahr 1876 habe für den Bezirk der königsberger Königlichen Oberstaatsanwaltschaft gleichartige Ergebnisse zu Tage gefördert; insbesondere dränge sich hierbei die Wahrnehmung auf, dass sowol frivole Aeusserungen über die sittliche und religiöse Bedeutung der gerichtlichen Eide als auch die Ableistung von Eiden unter unzulässigen Mentalreservationen sich in bedenklicher Weise mehrten, und dass überhaupt das Bewustsein von der Heiligkeit des gerichtlichen Eides im schwinden begriffen sei. Wenngleich nun diese betrübenden Beobachtungen vorwiegend auf Vorkommnissen in den unteren Volksschichten zu beruhen schienen, so lasse sich doch die Besorgnis nicht abweisen, dass die in einem Teile unserer Tageslitteratur mit grossem Nachdruck verbreiteten und demzufolge auch in manche Gesellschaftskreise eingedrungenen atheistischen Anschauungen ihre Einwirkung auf die Jugend der höheren Stände nicht verfehlen und dieselbe zu einer leichtsinnigeren Auffassung des Eides verleiten könnten. Dieser Gefahr nach Kräften und bei geeigneter Gelegenheit mit Lehre und Ermahnung entgegenzutreten, gehöre zu den sittlichen Erziehungsaufgaben unserer höheren Unterrichtsanstalten; insbesondere würden die Directoren und Religionslehrer zur Lösung dieser Aufgabe befugt und befähigt sein.

2. Erlass des Königlichen Ministeriums der geistlichen, Unterrichts- und Medicinal-Angelegenheiten vom 7. Merz 1877, mitgeteilt durch Verfügung des Königlichen Provincialschulcollegiums vom 23. Merz 1877. Während gegenwärtig die philosophischen Facultäten der preussischen Universitäten einschliesslich der Akademie zu Münster die philosophische Doctorwürde durchweg nur nach vorgängigem mündlichem Examen und auf Grund einer gedruckten Dissertation erteilten, werde an einzelnen nicht preussischen Universitäten die Erfüllung der genannten Vorbedingungen für die Promotion zum Doctor philosophiae nicht gefordert. Es beruhe hierin ein so wesentlicher Unterschied in der Bedeutung der Würde, dass es geboten erscheine ihn im Bereich der diesseitigen Verwaltung künftig dadurch zur amtlichen Geltung zu bringen, dass die Unterrichtsbehörden nur diejenigen dem Unterrichtswesen angehörenden Personen im amtlichen Verkehr mit der Doctorwürde bezeichneten, welche sie auf die in Preussen vorgeschriebene Art erworben. Eine Ausnahme sei nur bei Lehrern zu machen, welche aus fremdem Staats- und Schuldienst in den diesseitigen überträten und bei diesem Uebertritt bereits den Doctortitel einer nicht preussischen philosophischen Facultät besitzen sollten.

3. Verfügung des Königlichen Provincialschulcollegiums vom 4. Mai 1877. Im Auftrage des Herrn Cultusministers veranlasst das Königliche Provincialschulcollegium die Directoren sämtlicher Gymnasien und Realschulen der Provinz den Folgen der Entbindung jüdischer Schüler vom Schulbesuch sowol für diese selbst als für die übrigen Schüler auch während des nächsten dreijährigen Zeitraums besondere Beachtung zuzuwenden und die Ergebnisse dieser Beobachtung in den jährlichen Verwaltungsberichten darzulegen.

4. Erlass des Königlichen Ministeriums der geistlichen, Unterrichts- und Medicinal-Angelegenheiten vom 29. Mai 1877, mitgeteilt durch Verfügung des Königlichen Provincialschulcollegiums vom 9. Juni 1877. Das Reichskanzleramt habe unter dem 22. April d. J. allgemeine Anordnungen empfohlen, durch welche bei den in die Kategorien a und b des §. 90, 2 der deutschen Wehrordnung vom 28. September 1875 eingereihten Lehranstalten ohne Beeinträchtigung der ihnen verliehenen Berechtigung das Zeugnis der wissenschaftlichen Befähigung für den einjährig freiwilligen Militärdienst auf Grund eines Conferenzbeschlusses zu erteilen die Strenge in der Ausübung dieses Rechtes möglichst gesichert werde. In Anerkennung des hohen Wertes, der darauf zu legen sei, dass die Ausübung jenes wichtigen Rechtes von jedem Scheine einer ungerechtfertigten Nachsicht frei bleibe, finde sich in dieser Hinsicht folgendes zu verordnen.

Die Gefahr ungerechtfertigter Nachsicht trete aus leicht erklärlichen Gründen bei denjenigen Schülern ein, welche an der Stelle, an welcher das fragliche Qualificationszeugnis überhaupt erreichbar sei, die Schule zu verlassen beabsichtigten. Manche Schulen hätten zur Abwehr der Gefahr oder des Scheins einer ungerechtfertigten Nachsicht aus eigenem Antriebe die Einrichtung getroffen die Bewerber um das Zeugnis jedesfalls einer schriftlichen und mündlichen Prüfung zu unterziehen. Es sei empfehlenswert, dass diese als zweckmässig anzuerkennende Einrichtung da, wo sie bestehe, erhalten bleibe; indessen könne dieselbe von Lehranstalten, welche den Classen a oder b a. a. O. angehörten, nicht ausdrücklich gefordert werden.

Dagegen sei zu fordern, dass die Zuerkennung des militärischen Befähigungszeugnisses mit derselben Strenge und nach denselben Grundsätzen erfolge, nach welchen über die Versetzung der Schüler in die höhere Classe, bezw. Abteilung einer Classe entschieden werde. Es seien dabei fortan folgende Bestimmungen einzuhalten:

1. Der Beschluss über Zuerkennung des militärischen Qualificationszeugnisses dürfe nicht früher gefasst werden als in dem Monate, in welchem der einjährige Besuch der zweiten, bezw. der ersten Classe der betreffenden Schule abgeschlossen werde.

2. In der Conferenzberatung über die Zuerkennung des Qualificationszeugnisses hätten alle beim Unterrichte des Bewerbers um das Zeugnis beteiligten Lehrer ihr Votum abzugeben. Für die daraus zu ziehende Entscheidung über die Zuerkennung seien dieselben Grundsätze einzuhalten, welche für die Versetzung in eine höhere Classe in Geltung seien. Das Protokoll müsse die Begründung der Zuerkennung vollständig ersichtlich machen, und zwar unter ausdrücklicher Bezugnahme auf den vollständigen Inhalt der Schulzeugnisse des letzten Jahres, bezw. unter Beilegung einer Abschrift dieser Zeugnisse.

3. Das Protokoll über die Verleihung des militärischen Befähigungszeugnisses in den vorbezeichneten Fällen, d. h. an diejenigen Schüler, die nach Erwerbung des Zeugnisses die Schule zu verlassen beabsichtigten, sei abgesondert von dem allgemeinen Conferenzprotokoll zu führen; in dem letzteren sei an der entsprechenden Stelle eine Verweisung auf das Protokoll über Zuerkennung der Militärzeugnisse zu geben.

5. Verfügung des Königlichen Provincialschulcollegiums vom 30. Juni 1877. Es sei zur Kenntnis des Herrn Cultusministers gelangt, dass widerum eine für Schüler höherer Lehranstalten bestimmte Zeitung unter dem Namen „deutsche Schulzeitung“ vorbereitet werde und Prospecte, welche zum Abonnement und zugleich zur Einsendung von Beiträgen aufforderten, an den höheren Schulen verbreitet worden seien. In einer Anmerkung zu dem Prospecte werde zwar die Versicherung gegeben, dass diese Zeitung mit Unternehmungen wie „Walhalla“, „Freya u. s. w.“ nichts gemein habe; aber die Gründe, welche den Herrn Minister bestimmt hätten durch Circularverfügung vom 12. Mai 1875 der Beschäftigung der Schüler mit den genannten Zeitschriften, insbesondere dem mitarbeiten an denselben entgegenzutreten, hätten selbstverständlich auch für die beabsichtigte Schülerzeitung Geltung.

6. Verfügung des Königlichen Provincialschulcollegiums vom 17. Juli 1877. Da der Herr Finanzminister unter dem 22. Mai d. J. an sämtliche Provincialsteuerdirectoren eine Verfügung erlassen hat, in welcher die durch die Verfügungen vom 18. Merz und 15. Juni 1875 einstweilen nachgegebenen Erleichterungen der Anforderungen an die wissenschaftliche Vorbildung der Candidaten für das Supernumeriat bei der Verwaltung der indirecten Steuern aufgehoben und die Anforderungen wider auf das in der Verfügung vom 14. November 1859

(Wiese V. u. G. I² S. 231) vorgeschriebene Mass erhöht sind, so hat das Königliche Provincialschulcollegium auf ersuchen des Herrn Provincialsteuerdirectors zu Königsberg den Gymnasial- und Realschuldirectoren der Provinz eine Abschrift dieser Bestimmungen mitgeteilt mit dem veranlassen den Schülern der oberen Classen in geeigneten Zeiträumen davon Kenntnis zu geben. Nach diesen Bestimmungen erfolgt die Annahme zum Steuersupernumeriat jetzt nur, wenn die Bewerber:

1) die erforderliche wissenschaftliche Vorbildung besitzen, d. h. entweder

a) die erste Classe eines Gymnasiums oder einer vollständigen Realschule erster Ordnung mindestens ein Jahr lang mit gutem Erfolge besucht haben, oder

b) aus einer zu Entlassungsprüfungen berechtigten Realschule zweiter Ordnung mit dem Zeugnis der Reife entlassen sind, oder

c) durch ein auf Grund vorhergegangener Prüfung ausgestelltes Attest des Vorstehers einer der zu b benannten Anstalten dartun, dass sie diejenigen Kenntnisse besitzen, welche in der ersten Classe derselben gelehrt werden, dass sie mithin die Reife zur Entlassung haben und durch die Schulzeugnisse den Nachweis über bewiesenen Fleiss, gutes Betragen und gute Fähigkeiten führen;

2) die Militärpflicht als einjährig Freiwillige durch befriedigend geleistete Militärdienste erfüllt haben und einen gesunden, Anstrengung ertragenden Körper besitzen;

3) durch zuverlässige Sustentationszeugnisse nachweisen, dass sie im Besitze der Mittel sind, um sich überall, wo sie zu ihrer Ausbildung beschäftigt werden sollen, im ganzen mindestens drei Jahre und auf erfordern noch länger ohne Beihilfe des Staats zu erhalten (diese Zeugnisse müssen von dem zuständigen Landratsamte, bezw. Polizeipräsidium dahin bescheinigt sein, dass derjenige, welcher die Verpflichtung zur Unterhaltung des Supernumerars übernimmt, auch dazu im Stande ist);

4) wenn die für den Provincialbereich vorgeschriebene Anzahl der Supernumerare nicht überschritten wird.

Unter den vorstehenden Bedingungen ist nach dem Staatsministerialbeschlusse vom 21. Juli 1868 (Centralblatt S. 411) und nach Art. III der Reichsverfassung die Annahme auch solcher junger Leute zulässig, welche einem anderen deutschen Bundesstaate angehören.

Die Meldungen zum Eintritt in das Supernumeriat sind mit den erforderlichen Attesten an diejenigen Provincialsteuerdirectoren zu richten, in deren Bezirk die Annahme gewünscht wird.

Junge Leute, welche eine der vorstehenden Bedingungen nicht erfüllen, können nur in besonders dazu angetanen Fällen und mit Genehmigung des Herrn Finanzministers angenommen werden.

7. Erlass des Königlichen Ministeriums der geistlichen, Unterrichts- und Medicinal-Angelegenheiten vom 16. Februar 1877, mitgeteilt durch Verfügung des Königlichen Provincialschulcollegiums vom 23. Juli 1877. Der Herr Cultusminister macht auf die erst kürzlich in Hannover gebildete Versicherungsgesellschaft für Beamte, Geistliche und Lehrer aufmerksam, weil die bei dieser Einrichtung beteiligten Personen, sowie die jeden privativen Gewinn ausschliessenden Bestimmungen ihrer Statuten zu günstigen Erwartungen von der Wirksamkeit dieser Gesellschaft berechtigen. Doch bemerkt das Königliche Provincialschulcollegium, dass der Herr Cultusminister nicht, wie bei den Unterbeamten der Post geschehen, einen Teil der zu zahlenden Prämie zu übernehmen sich bereit erklärt habe, und dass dem Königlichen Provincialschulcollegium dazu keine Mittel zu Gebote ständen.

Tabellarische Uebersicht
über die Verteilung der Lehrstunden im Schuljahre 1876—77.

Namen der Lehrer.	VI.	V.	IV.	III B.	III A.	II.	I.	Summe.
1. Prof. Dr. Arnoldt, Director. Ord. I.						2 Vergil. 2 Homer.	8 Latein.	12.
2. Prof. Dr. Basse, 1. Oberl. Ord. II.					2 Geschichte. 1 Geographie.	8 Latein. 2 Geschichte. 1 Geographie.	3 Geschichte und Geographie.	17.
3. Dr. Witt, 2. Oberl. Ord. IV.			2 Deutsch. 10 Latein. 2 Französisch.		2 Deutsch. 2 Ovid.			18.
4. Dr. Küsel, 3. Oberl.	3 Religion.			2 Ovid.		2 Deutsch. 4 Griechisch.	3 Deutsch. 4 Griechisch.	18.
5. Hoppe, 4. Oberl. Ord. III A.				2 Französisch.	8 Latein. 2 Französisch.	2 Französisch.	2 Griech. Dichterlectüre. 2 Französisch.	18.
6. Religionslehrer Dr. Rieder, 1. ord. L.		3 Religion.	2 Religion. 6 Griechisch.	2 Religion.	2 Religion.	2 Religion. 2 Hebräisch.	2 Religion. 2 Hebräisch.	23.
7. Rumler, 2. ord. L. Ord. III B.				4 Mathematik. 1 Naturkunde.	4 Mathematik. 1 Naturkunde.	4 Mathematik. 1 Physik.	4 Mathematik. 2 Physik.	21.
8. Schwarz, 3. ord. L.	4 Rechnen. 3Kalligraphie. 2 Zeichnen.	2 Rechnen. 1 Geometr. Anschauungslehre. 3Kalligraphie. 2 Zeichnen.	1 Rechnen. 2 Mathematik. 2 Zeichnen.	2 Zeichnen. (III B – I)				29.
	2 Gesang. (VI – V)		3* Gesang. (IV – I)					
9. Schmidt, 4. ord. L. Ord. V.		3 Deutsch. 10 Latein. 3 Französisch.			6 Griechisch.			22.
10. Sch. A. C. Pöhlmann. Ord. VI.	3 Deutsch. 10 Latein.			6 Griechisch.				19.
11. Sch. A. C. Dr. Knorr.	3 Geographie.	3 Geographie.	2 Geschichte. 1 Geographie.	2 Deutsch. 8 Latein. 2 Geschichte. 1 Geographie.				22.

12. Klein, Lehrer der ersten Vorschulclasse:
4 Religion, 7 Deutsch (incl. Lesen), 4 Anschauungs- und Sprechübungen, 5 Rechnen, 6 Kalligraphie = 26 Stunden.

13. Susat, Lehrer der zweiten Vorschulclasse:
3 Religion, 7 Deutsch (incl. Lesen), 3 Anschauungs- und Sprechübungen, 6 Rechnen, 3 Kalligraphie = 22 Stunden.

---

* Die obere Singclasse ist nämlich in zwei Cötus geteilt, von denen der eine aus Quartanern und Tertianern, der andere aus Secundanern und Primanern besteht. Der Gesanglehrer erteilt jedem Cötus eine Stunde besonders und eine beiden gemeinsam, so dass in dieser Singclasse er 3 Stunden wöchentlich gibt, alle Schüler aber nur 2 Stunden wöchentlich haben. Die beiden besonderen Stunden fallen innerhalb der gewöhnlichen Schulzeit, die gemeinsame Stunde ausserhalb derselben (Mittwoch von 12—1).

Oeffentliche Prüfung.

Die öffentliche Prüfung aller Classen der Anstalt wird Donnerstag, den 27., und Freitag den 28. September, in folgender Ordnung abgehalten werden.

Donnerstag, den 27. September. Vormittags 8—12½ Uhr.

Vierstimmiger Choral.

1.	(8—9)	**Zweite Vorschulclasse:**	Anschauungs- und Sprechübungen.	Classenlehrer Susat.
			Rechnen.	Derselbe.
2.	(9—10)	**Erste Vorschulclasse:**	Religion.	Classenlehrer Klein.
			Deutsch.	Derselbe.
3.	(10—11)	**Sexta:**	Latein.	Sch. A. C. Pöhlmann.
			Rechnen.	G. L. Schwarz.
4.	(11—12)	**Quinta:**	Französisch.	G. L. Schmidt.
			Geographie.	Sch. A. C. Dr. Knorr.

Zwischen den einzelnen Lectionen werden Declamationen eingeschaltet.

5. (12—12½) Gesänge, ausgeführt von der oberen Singclasse unter Leitung des G. L. Schwarz.

Nachmittags 3—5 Uhr.

6.	(3—4)	**Quarta:**	Latein.	O. L. Dr. Witt.
			Griechisch.	G. L. Dr. Rieder.
7.	(4—5)	**Tertia B.:**	Mathematik.	G. L. Rumler.
			Latein.	Sch. A. C. Dr. Knorr.

Zwischen den einzelnen Lectionen werden Declamationen eingeschaltet.

Freitag, den 28. September. Vormittags 8—1 Uhr.

Vierstimmiger Choral.

8.	(8—9)	**Tertia A.:**	Geschichte.	Professor Dr. Basse.
			Griechisch.	G. L. Schmidt.

Declamation zweier Schüler der Classe.

9.	(9—10½)	**Secunda:**	Religion.	G. L. Dr. Rieder.
			Mathematik.	G. L. Rumler.

Deutsche Rede des Ober-Secundaners Ernst Schimmelpfennig.

10.	(10½—12)	**Prima:**	Griechisch.	O. L. Hoppe.

Lateinische Rede des Abiturienten Friedrich Vogelreuter.

			Deutsch.	O. L. Dr. Küsel.

11. (12—1) Deutsche Rede des Primaners Martin Hinz.
Abschiedsrede des Abiturienten Robert Stadthaus.
Entlassung der Abiturienten durch den Director.

Schlusschoral.

Sonnabend, den 29. September, um 8 Uhr morgens werden den in der Aula versammelten Schülern die Versetzungen bekannt gemacht und dann den einzelnen Classen in ihren Localen die Censuren ausgeteilt.

Das neue Schuljahr beginnt Donnerstag, den 11. October, um 8 Uhr morgens. Zur Prüfung und Inscription neu aufzunehmender Schüler werde ich am 8., 9. und 10. October jeden Vormittag von 9 Uhr an in meinem Geschäftszimmer bereit sein. In die zweite Vorschulclasse werden Schüler auch ohne alle Vorkenntnisse aufgenommen, und wie auf allen Classen ist es auch bei dieser am förderlichsten, wenn die Knaben gleich mit dem Beginne des neuen Schuljahrs eintreten. Jeder neu aufzunehmende Schüler hat ein Attest über stattgehabte Impfung, nach zurückgelegtem zwölftem Lebensjahre ein Revaccinationsattest, und wenn er schon eine öffentliche Lehranstalt besucht, auch ein Abgangszeugnis beizubringen.

Dr. J. Arnoldt.