

PODEJŚCIE WIELOKRYTERIALNE DO WSPOMAGANIA DECYZJI W WARUNKACH RYZYKA

Andrzej ŁODZIŃSKI

Szkoła Główna Gospodarstwa Wiejskiego w Warszawie, Wydział Zastosowań Informatyki i Matematyki,
Katedra Ekonometrii i Statystyki

Streszczenie: W rozdziale przedstawiono podejście wielokryterialne do wspomaganie decyzji w warunkach ryzyka. Decyzje w warunkach ryzyka są wtedy, gdy wynik decyzji nie jest jednoznaczny i zależy od stanu otoczenia. Stany otoczenia przedstawiane są za pomocą scenariuszy o danym prawdopodobieństwie wystąpienia. Proces decyzyjny modeluje się w wyniku optymalizacji wielokryterialnej. Wybór decyzji dokonuje się przez rozwiązywanie problemu z parametrami sterującymi, które określają aspiracje decydenta, i ocenie otrzymywanych rozwiązań. Decydent zadaje parametr, dla którego wyznaczane jest rozwiązanie. Następnie ocenia otrzymane rozwiązanie, akceptując je lub odrzucając. W drugim przypadku decydent podaje nową wartość parametru i problem jest rozwiązywany ponownie dla nowego parametru.

Słowa kluczowe: decyzje w warunkach ryzyka, optymalizacja wielokryterialna, decyzja symetrycznie efektywna, funkcja skalaryzująca, metoda wyboru decyzji

1. Wprowadzenie

W większości sytuacji decyzyjnych zasadniczym elementem jest niepewność odnośnie do rezultatów decyzji. Wynika to z faktu, że problem decyzyjny dotyczy przyszłych działań i jest oceniany przeszłymi wynikami. Znaczna część parametrów określających warunki decyzji i ocenę wyników (np. ceny surowców i produktów, zapotrzebowanie) może ulec zmianie.

Podjęcie decyzji w warunkach ryzyka jest wtedy, gdy wyniki działań podejmowanych przez decydenta są niepewne ze względu na możliwość wystąpienia nieprzewidzianych okoliczności lub czynników zakłócających. Te nieprzewidziane okoliczności lub czynniki zakłócające – stany otoczenia – nazywa się scenariuszami. Są one powodowane przez czynniki niezależne od decydenta, mające istotny wpływ na wyniki decyzji. Jednocześnie każdy scenariusz określa jednoznacznie realizację wyników w przypadku poszczególnych decyzji. Podejmujący decyzje nie jest w stanie ustalić z całą pewnością, do którego wyniku doprowadzi każde z działań, potrafi natomiast przypisać prawdopodobieństwo temu, że dany wynik wystąpi (Luce i Raiffa 1996; Johnson i Busemeyer 2010; Goodwin i Wright 2011; Merigo 2014).

Wybór decyzji w warunkach ryzyka modeluje się za pomocą specjalnego zadania optymalizacji wielokryterialnej. Jest to zadanie z uporządkowanymi niemalejąco funkcjami ocen. Zadania optymalizacji wielokryterialnej nie mają jednoznacznego rozwiązania, a jego ostateczny wybór spośród zbioru rozwiązań efektywnych może się odbyć jedynie na podstawie preferencji decydenta. Decydent nie może dokonać wyboru rozwiązania bez pomocy odpowiedniego interaktywnego systemu informatycznego – systemu wspomagania decyzji. System taki umożliwia sterowany przegląd zbioru rozwiązań efektywnych. Na podstawie podawanych przez decydenta wartości pewnych parametrów sterujących system przedstawia różne rozwiązania efektywne do analizy. Decydent powinien mieć możliwość przeglądania całego zbioru rozwiązań. System wspomagania decyzji każdorazowo wyznacza jedno rozwiązanie efektywne odpowiadające bieżącym wartościom parametrów sterujących. System taki nie narzuca decydentowi żadnego sztywnego scenariusza analizy problemu decyzyjnego i dopuszcza możliwość modyfikacji jego preferencji w trakcie analizy w wyniku poznawania specyfiki problemu decyzyjnego. Proces podejmowania decyzji nie jest procesem jednorazowym, ale iteracyjnym procesem uczenia się decydenta o problemie decyzyjnym.

2. Modelowanie sytuacji decyzyjnej w warunkach ryzyka

Problem wyboru decyzji w warunkach ryzyka modeluje się, wprowadzając do problemu wyboru decyzji scenariusze. Dla scenariuszy dany jest ich rozkład prawdopodobieństwa. Jeżeli założymy, że prawdopodobieństwa wystąpienia poszczególnych scenariuszy są liczbami wymiernymi, to można przez wielokrotne powtarzanie odpowiednich scenariuszy doprowadzić do sytuacji, w której prawdopodobieństwo wystąpienia każdego scenariusza jest takie samo. Liczba wystąpień określonego scenariusza odpowiada przypisanemu mu prawdopodobieństwu. Określonym scenariuszom S_i , $i = 1, \dots, m$ odpowiadają realizacje funkcji oceny $f_i(x)$, $i = 1, \dots, m$. Przy każdym scenariuszu preferowana jest większa wartość funkcji oceny.

Rozpatrujemy sytuację, w której dla każdej decyzji $x \in X_0$ pojawia się jeden z m możliwych wyników $y_i = f_i(x)$, $i = 1, \dots, m$. Prawdopodobieństwa tych wyników są jednakowe i wynoszą $p = 1/m$.

Problem wyboru decyzji w warunkach ryzyka modeluje się jako zadanie optymalizacji wielokryterialnej:

$$\max_x \{(f_1(x), \dots, f_m(x)) : x \in X_0\} \quad (1)$$

gdzie:

- $x \in X_0$ – decyzja należąca do zbioru decyzji dopuszczalnych, $X_0 \subset R^n$,
- S_i , $i = 1, \dots, m$ – scenariusze (stany otoczenia),
- $f = (f_1, \dots, f_m)$ – funkcja wektorowa, która przyporządkowuje każdemu wektorowi zmiennych decyzyjnych $x \in X_0$ wektor ocen $y = f(x)$; poszczególne współrzędne $y_i = f_i(x)$, $i = 1, \dots, m$ – reprezentują skalarne funkcje ocen – wynik decyzji x przy zajściu scenariusza S_i , $i = 1, \dots, m$,
- X_0 – zbiór decyzji dopuszczalnych.

Jest to zadanie optymalizacji wielokryterialnej sprowadzone do jednakowo prawdopodobnych scenariuszy. Wyniki są tak samo prawdopodobne – każda współrzędna funkcji oceny ma taką samą wagę.

Funkcja wektorowa $y = f(x)$ przyporządkowuje każdemu wektorowi zmiennych decyzyjnych x wektor ocen $y \in Y_0$, który mierzy jakość decyzji x z punktu widzenia ustalonego układu wskaźników jakości y_1, \dots, y_m . Obraz zbioru dopuszczalnego X_0 dla funkcji f stanowi zbiór osiągalnych wektorów ocen Y_0 .

Zadanie (1) rozpatruje się w przestrzeni ocen, tzn. rozpatruje się następujące zadanie:

$$\max_x \{(y_1, \dots, y_m) : y \in Y_0\} \quad (2)$$

gdzie:

x – wektor zmiennych decyzyjnych,
 $y = (y_1, \dots, y_m)$ – wektorowy wskaźnik jakości, poszczególne współrzędne,
 $y_i = f_i(x)$, $i = 1, \dots, m$ reprezentują pojedyncze, skalarne kryteria,
 Y_0 – zbiór osiągalnych wektorów ocen.

Wektor ocen $y = (y_1, \dots, y_m)$ w problemie wielokryterialnym (2) reprezentuje wynik decyzji x w postaci wektora o m jednakowo prawdopodobnych $p = 1/m$ współrzędnych y_i , $i = 1, \dots, m$.

3. Rozwiązania symetrycznie efektywne

Podejmowanie decyzji w warunkach ryzyka modeluje się jako specjalne zadanie optymalizacji wielokryterialnej z relacją preferencji spełniającą własność anonimowości. Nie rozróżnia się wyników, które różnią się uporządkowaniem współrzędnych. Rozwiązaniem problemu wyboru decyzji jest decyzja symetrycznie efektywna. Jest to decyzja efektywna, która spełnia dodatkową własność – własność anonimowości relacji preferencji.

Rozwiązania niezdominowane (Pareto-optymalne) są definiowane za pomocą relacji preferencji, która odpowiada na pytanie: który z danej pary wektorów y' , y'' jest lepszy (Lewandowski i Wierzbicki 1989; Wierzbicki i in. 2000, Łodziński 2008):

$$y' \succ y'' \Leftrightarrow y'_i \geq y''_i \quad \forall i = 1, \dots, m \quad \wedge \quad \exists j \quad y'_j > y''_j \quad (3)$$

W przestrzeni rzeczowej określa się odpowiednie decyzje dopuszczalne. Decyzję $\hat{x} \in X_0$ nazywa się decyzją efektywną (Pareto-optymalną), jeśli odpowiadający jej wektor ocen $\hat{y} = f(\hat{x})$ jest wektorem niezdominowanym.

W problemie wielokryterialnym (1), który służy do podejmowania decyzji w warunkach ryzyka przy danym zestawie funkcji oceny, ważny jest tylko rozkład wartości osiągniętych przez te funkcje, a nie jest ważne, która funkcja jaką wartość przyjęła. Nie rozróżnia się wyników, które różnią się uporządkowaniem. Wymaganie to formuluje się jako własność anonimowości (bezstronności) relacji preferencji.

Relację nazywa się relacją anonimową wtedy, gdy dla każdego wektora ocen $y = (y_1, y_2, \dots, y_m) \in R^m$ i dla dowolnej permutacji P zbioru $\{1, \dots, m\}$ zachodzi następująca własność:

$$(y_{P(1)}, y_{P(2)}, \dots, y_{P(m)}) \approx (y_1, y_2, \dots, y_m) \quad (4)$$

Wektory ocen mające te same współrzędne, ale w innej kolejności, są utożsamiane. Relacje preferencji spełniającą dodatkowy warunek anonimowości nazywa się anonimową relacją preferencji. Wektor niezdominowany spełniający własność anonimowości nazywa się wektorem symetrycznie niezdominowanym. Zbiór wektorów symetrycznie niezdominowanych oznacza się \hat{Y}_{0S} . W przestrzeni decyzji określa się decyzję symetrycznie efektywną. Decyzję $\hat{x} \in X_0$ nazywa się decyzją symetrycznie efektywną, jeśli odpowiadający jej wektor ocen $\hat{y} = f(\hat{x})$ jest wektorem symetrycznie niezdominowanym. Zbiór decyzji symetrycznie efektywnych oznacza się \hat{X}_{0S} (Ogryczak 2002; Łodziński 2007).

Relację symetrycznej dominacji można wyrazić jako relację nierówności dla wektorów ocen, których współrzędne są uporządkowane w porządku niemalejącym. Relację tę można zapisać z użyciem przekształcenia $T: R^m \rightarrow R^m$ porządkującego niemalejąco współrzędne wektorów ocen, czyli wektor $T(y)$ jest wektorem z uporządkowanymi niemalejąco współrzędnymi wektora y , tzn. $T(y) = (T_1(y), T_2(y), \dots, T_m(y))$, gdzie: $T_1(y) \leq T_2(y) \leq \dots \leq T_m(y)$ oraz istnieje permutacja P zbioru $\{1, \dots, m\}$ taka, że $T_i(y) = y_{P(i)}$ dla $i = 1, \dots, m$.

Wektor ocen y' dominuje symetrycznie wektor y'' , jeśli spełniony jest warunek:

$$y' \succ_a y'' \Leftrightarrow T(y') \geq T(y'') \quad (5)$$

Relacja symetrycznej dominacji \succ_a jest zwykłą dominacją wektorową dla uporządkowanych niemalejąco wektorów (Ogryczak 2002; Łodziński 2007).

4. Skalaryzacja problemu

Do wyznaczenia rozwiązania symetrycznie efektywnego zadania wielokryterialnego (1) rozwiązuje się szczególne zadanie wielokryterialne. Jest to zadanie z uporządkowanymi w kolejności niemalejącej współrzędnymi wektora ocen, czyli:

$$\max_y \{(T_1(y), T_2(y), \dots, T_m(y)) : y \in Y_0\} \quad (6)$$

gdzie:

- $y = (y_1, y_2, \dots, y_m)$ – wektor ocen,
- $T(y)$ – uporządkowany niemalejąco wektor ocen;
- $T(y) = (T_1(y), T_2(y), \dots, T_m(y))$,
- gdzie: $T_1(y) \leq T_2(y) \leq \dots \leq T_m(y)$,
- Y_0 – zbiór osiągalnych wektorów ocen.

Wynik zadania optymalizacji wielokryterialnej (6) jest symetrycznie efektywnym rozwiązaniem zadania wielokryterialnego (1).

Aby wyznaczyć rozwiązanie zadania wielokryterialnego (6), rozwiązuje się skalaryzację tego zadania z funkcją skalaryzującą: $s : Y \times \Omega \rightarrow R^1$:

$$\max_x \{s(y, \bar{y}) : x \in X_0\}, \quad (7)$$

gdzie:

$y = (y_1, y_2, \dots, y_m)$ – wektor ocen,
 $\bar{y} = (\bar{y}_1, \bar{y}_2, \dots, \bar{y}_m)$ – wektor parametrów sterujących.

Jest to zadanie optymalizacji jednokryterialnej specjalnie utworzonej funkcji skalaryzującej dwóch zmiennych – wektora ocen $y \in Y_0$ i wektora parametrów sterujących $\bar{y} \in \Omega \subset R^m$ o wartości rzeczywistej, tzn. funkcji $s : Y_0 \times \Omega \rightarrow R^1$. Parametr jest w dyspozycji decydenta, co umożliwi mu przeglądanie zbioru rozwiązań symetrycznie efektywnych.

Rozwiązanie optymalne zadania (7) powinno być rozwiązaniem zadania wielokryterialnego (6). Funkcja skalaryzująca powinna spełniać pewne własności – własność zupełności i własność wystarczalności. Własność wystarczalności oznacza, że dla każdego parametru sterującego \bar{y} rozwiązanie zadania skalaryzacji jest rozwiązaniem symetrycznie efektywnym, tzn. $\hat{y} \in \hat{Y}_{0S}$. Własność zupełności oznacza, że za pomocą odpowiednich zmian parametru \bar{y} można osiągnąć dowolny rezultat $\hat{y} \in \hat{Y}_{0S}$. Taka funkcja w pełni charakteryzuje zbiór rozwiązań symetrycznie efektywnych. Każde maksimum takiej funkcji jest rozwiązaniem symetrycznie efektywnym. Rozwiązanie symetrycznie efektywne można osiągnąć, przyjmując odpowiednią wartość parametru sterującego \bar{y} .

Pełną i wystarczającą parametryzację zbioru rozwiązań symetrycznie efektywnych \hat{Y}_{0S} otrzymuje się, stosując metodę punktu odniesienia do zadania (6). Metoda ta używa jako parametrów sterujących poziomów aspiracji. Poziomy aspiracji są takimi wartościami funkcji ocen, które satysfakcjonują decydenta.

Funkcja skalaryzująca w metodzie punktu odniesienia ma następującą postać:

$$s(y, \bar{y}) = \min_{1 \leq i \leq m} (T_i(y) - T_i(\bar{y})) + \varepsilon \cdot \sum_{i=1}^m (T_i(y) - T_i(\bar{y})) \quad (8)$$

gdzie:

$y = (y_1, y_2, \dots, y_m)$ – wektor ocen,
 $T(y)$ – uporządkowany niemalejąco wektor ocen;
 $T(y) = (T_1(y), T_2(y), \dots, T_m(y))$,
 gdzie: $T_1(y) \leq T_2(y) \leq \dots \leq T_m(y)$,
 $\bar{y} = (\bar{y}_1, \bar{y}_2, \dots, \bar{y}_m)$ – wektor poziomów aspiracji,
 $T(\bar{y})$ – uporządkowany niemalejąco wektor poziomów aspiracji
 $T(\bar{y}) = (T_1(\bar{y}), T_2(\bar{y}), \dots, T_m(\bar{y}))$,
 gdzie: $T_1(\bar{y}) \leq T_2(\bar{y}) \leq \dots \leq T_m(\bar{y})$,
 ε – arbitralnie mały, dodatni parametr regularyzacyjny.

Taka funkcja skalaryzująca nazywa się funkcją osiągnięcia i mierzy bliskość danego rozwiązania od poziomu aspiracji. Dąży się do znalezienia rozwiązania, które zbliża się tak blisko, jak to możliwe, do spełnienia określonych wymagań – poziomów aspiracji (Lewandowski i Wierzbicki 1989; Wierzbicki i in. 2000; Łodziński 2008).

Maksymalizacja takiej funkcji ze względu na y wyznacza rozwiązanie symetrycznie efektywne \hat{y} i generującą je decyzję symetrycznie efektywną \hat{x} . Wyznaczone rozwiązanie symetrycznie efektywne \hat{x} zależy od wartości poziomów aspiracji \bar{y} .

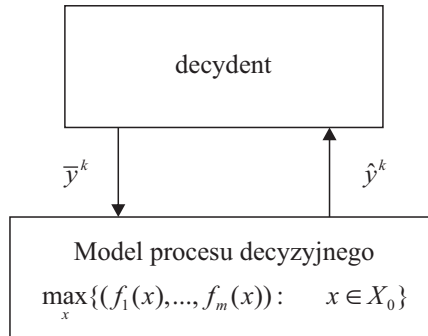
5. Metoda wyboru decyzji symetrycznie efektywnych

Rozwiązaniem zadania optymalizacji wielokryterialnej jest cały zbiór rozwiązań, więc decydent powinien dokonywać wyboru decyzji za pomocą interaktywnego systemu komputerowego. System taki umożliwia sterowany przegląd zbioru rozwiązań. Zadanie rozwiązywane jest na podstawie podawanych przez decydenta wartości parametrów sterujących. System przedstawia do analizy rozwiązanie odpowiadające bieżącym wartościom tych parametrów. Narzędziem do przeglądania zbioru rozwiązań jest funkcja (8). Jej maksimum zależy od parametru \bar{y} , którego decydent używa do wyboru rozwiązania. W metodzie punktu odniesienia decydent wyraża swoje preferencje przez określenie dla każdej funkcji oceny takiej wartości \bar{y}_i , $i = 1, \dots, m$, która by go w pełni satysfakcjonowała. Wartości te są poziomem aspiracji dla danej funkcji oceny. Parametr sterujący w postaci poziomów aspiracji reprezentuje łatwo rozumiane przez decydenta wielkości rzeczywiste charakteryzujące jego preferencje. Poziomy aspiracji wyrażone są w terminach wartości poszczególnych funkcji ocen.

Metoda wspomaganie wyboru decyzji jest metodą iteracyjną polegającą na przemianym wykonywaniu:

- obliczeń dających kolejne rozwiązania symetrycznie efektywne \hat{y}^k , $k = 1, \dots$,
- dialogu z decydentem będącym źródłem dodatkowej informacji o preferencjach decydenta \bar{y}^k , $k = 1, \dots$

Metoda wspomaganie wyboru decyzji została przedstawiona na rysunku 1.



Rys. 1. Metoda wspomaganie wyboru decyzji

Taki sposób wspomagania wyboru decyzji nie narzuca decydentowi żadnego sztywnego scenariusza analizy problemu decyzyjnego i dopuszcza możliwość modyfikacji jego preferencji w trakcie analizy problemu. W tym sposobie podejmowania decyzji decydent odgrywa rolę nadrzędną.

6. Przykład. Wybór w warunkach ryzyka

Aby zilustrować podejmowanie decyzji w warunkach ryzyka, pokazano problem wyboru decyzji (Rekhi 2021).

Rozpatrywany jest problem wyboru decyzji. Decydent ma do wyboru trzy decyzje: d_1 , d_2 i d_3 . Wynik decyzji zależy od trzech scenariuszy S_1 , S_2 i S_3 , które mogą wystąpić z odpowiednimi prawdopodobieństwami P_1 , P_2 i P_3 . Wyniki dla poszczególnych decyzji w zależności od wystąpienia danego scenariusza przedstawia tabela 1.

Tabela 1
Wyniki dla poszczególnych decyzji

Decyzja	Scenariusz		
	S_1 $P_1 = 0,3$	S_2 $P_2 = 0,4$	S_3 $P_3 = 0,3$
d_1	-20	200	400
d_2	-50	-100	600
d_3	200	-50	300

Źródło: (Rekhi 2021)

Problem decyzyjny przyjmuje postać zadania wielokryterialnego:

$$\max_x \{y^{d_1}, y^{d_2}, y^{d_3}\} \tag{9}$$

gdzie wyniki poszczególnych decyzji są następującymi wektorami:

$$y^{d_1} = (-20 \quad 200 \quad 400) \text{ dla decyzji } d_1,$$

$$y^{d_2} = (-50 \quad -100 \quad 600) \text{ dla decyzji } d_2,$$

$$y^{d_3} = (200 \quad -50 \quad 300) \text{ dla decyzji } d_3,$$

w których poszczególne współrzędne wektorów ocen występują z prawdopodobieństwami: $P_1 = 0,3$, $P_2 = 0,4$, $P_3 = 0,3$.

Zadanie polega na wyborze takiej decyzji, dla której wektor ocen jest maksymalny w sensie symetrycznej dominacji.

Powtarzając odpowiednie scenariusze, doprowadza się do sytuacji, gdzie prawdopodobieństwo każdego scenariusza jest takie samo i wynosi $p = 1/10$. Otrzymuje się zadanie równoważne zadaniu wyjściowemu, w którym wynikami dla każdej decyzji $x = d1, d2, d3$ są następujące wektory ocen o jednakowo prawdopodobnych współrzędnych:

$$\begin{aligned} y^{d1} &= (-20 \quad -20 \quad -20 \quad 200 \quad 200 \quad 200 \quad 200 \quad 400 \quad 400 \quad 400) \\ y^{d2} &= (-50 \quad -50 \quad -50 \quad -100 \quad -100 \quad -100 \quad -100 \quad 600 \quad 600 \quad 600) \\ y^{d3} &= (200 \quad 200 \quad 200 \quad -50 \quad -50 \quad -50 \quad -50 \quad 300 \quad 300 \quad 300) \end{aligned}$$

Aby móc porównywać wektory w sensie symetrycznej dominacji, porządkuje się współrzędne wektorów niemalejąco i otrzymuje się następujące wektory ocen dla każdej decyzji:

$$\begin{aligned} T(y^{d1}) &= (-20 \quad -20 \quad -20 \quad 200 \quad 200 \quad 200 \quad 200 \quad 400 \quad 400 \quad 400) \\ T(y^{d2}) &= (-100 \quad -100 \quad -100 \quad -100 \quad -50 \quad -50 \quad -500 \quad 600 \quad 600 \quad 600) \\ T(y^{d3}) &= (-50 \quad -50 \quad -50 \quad -50 \quad 200 \quad 200 \quad 200 \quad 300 \quad 300 \quad 300) \end{aligned}$$

Zbiór wektorów symetrycznie niezdominowanych jest następujący: $\hat{Y}_{os} = \{y^{d1}, y^{d2}\}$. Dwie decyzje, $d1$ i $d2$, są decyzjami symetrycznie efektywnymi. Dokonując wyboru, należy więc wybierać między nimi, a decyzję $d3$ odrzucić niezależnie od indywidualnych preferencji. Te dwie decyzje są nieporównywalne względem symetrycznej relacji preferencji. Wybór między nimi zależy od indywidualnych preferencji decydenta.

Do wyznaczania rozwiązań symetrycznie efektywnych zadania (10) stosuje się metodę punktu odniesienia dla zadania z uporządkowanymi w kolejności niemalejącej współrzędnymi wektora ocen. Decydent steruje wyborem decyzji, podając pożądaną wartość poziomu aspiracji dla każdego scenariusza:

$$\bar{y} = (\bar{y}_1, \bar{y}_1, \bar{y}_1, \bar{y}_2, \bar{y}_2, \bar{y}_2, \bar{y}_2, \bar{y}_3, \bar{y}_3, \bar{y}_3)$$

gdzie:

- \bar{y}_1 – wartość poziomu aspiracji dla scenariusza pierwszego,
- \bar{y}_2 – wartość poziomu aspiracji dla scenariusza drugiego,
- \bar{y}_3 – wartość poziomu aspiracji dla scenariusza trzeciego.

Przebieg analizy wielokryterialnej przedstawia tabela 2.

Tabela 2

Interaktywne poszukiwanie satysfakcjonującego rozwiązania

Iteracja	Poziom aspiracji	Rozwiązanie
1	$\bar{y} = (200 \quad 200 \quad 600)$	$d1$
2	$\bar{y} = (0 \quad 50 \quad 400)$	$d1$
3	$\bar{y} = (0 \quad 50 \quad 600)$	$d2$
4	$\bar{y} = (0 \quad -50 \quad 500)$	$d2$
5	$\bar{y} = (0 \quad 100 \quad 500)$	$d1$

Na początku wyboru decydent określa poziomy aspiracji jako najlepsze wartości, jakie można osiągnąć dla każdego scenariusza oddzielnie, w kolejnych iteracjach zmienia poziomy aspiracji w zależności od swoich preferencji.

W pierwszej iteracji decydent podaje wektor $\bar{y} = (200 \ 200 \ 600)$ jako poziom aspiracji i uzyskuje jako rozwiązanie $d1$. W następnej iteracji zmniejsza wymagania dla wszystkich scenariuszy i jako poziom aspiracji podaje wektor $\bar{y} = (0 \ 50 \ 400)$, i otrzymuje jako rozwiązanie ponownie $d1$. Decydent zwiększa teraz wymagania dla trzeciego scenariusza, pozostawiając wartości aspiracji dla scenariusza pierwszego i drugiego jak w poprzedniej iteracji i jako poziom aspiracji podaje wektor $\bar{y} = (0 \ 50 \ 600)$, i otrzymuje jako rozwiązanie $d2$. Decydent zmniejsza następnie wymagania dla scenariusza drugiego i trzeciego i jako poziom aspiracji podaje wektor $\bar{y} = (0 \ -50 \ 500)$, i otrzymuje jako rozwiązanie $d2$. Decydent zwiększa teraz wymagania dla scenariusza drugiego i jako poziom aspiracji podaje wektor $\bar{y} = (0 \ 100 \ 500)$, i otrzymuje jako rozwiązanie $d1$.

Metoda wyboru decyzji pozwala decydentowi na przyjęcie dowolnego rozwiązania symetrycznie efektywnego. Ostateczny wybór specyficznego rozwiązania zależy od preferencji decydenta. Przedstawiony przykład pokazuje, że taki sposób pozwala decydentowi poznać swoje możliwości decyzyjne w trakcie analizy interaktywnej i prowadzić poszukiwania satysfakcjonującego rozwiązania.

7. Zakończenie

W pracy przedstawiono metodę wyboru decyzji w warunkach ryzyka. Niepewność jest modelowana za pomocą zbioru scenariuszy o określonych prawdopodobieństwach. Wybór decyzji dokonuje się przez rozwiązywanie specjalnego zadania optymalizacji wielokryterialnej z uporządkowanymi w kolejności niemalejącej funkcjami ocen. Taki sposób modelowania pozwala na interaktywne wspomaganie decyzji. W podejściu wyboru wykorzystywana jest metoda punktu odniesienia pozwalająca na znajdowanie satysfakcjonującego rozwiązania oraz na naturalne odwzorowanie preferencji decydenta.

Proces wyboru decyzji nie jest aktem jednorazowym, ale procesem iteracyjnym i dokonuje się w następujący sposób:

- decydent określa poziomy aspiracji dla poszczególnych rezultatów decyzji – są one określane adaptacyjnie w procesie uczenia się;
- wybór decyzji nie jest pojedynczym aktem optymalizacji, ale dynamicznym procesem poszukiwania rozwiązań, w trakcie którego decydent uczy się i może zmienić swoje preferencje;
- proces ten kończy się, gdy decydent znajdzie taką decyzję, która pozwala na osiągnięcie rezultatów spełniających jego aspiracje lub w pewnym sensie najbliższych do tych aspiracji.

Metoda nie zastępuje decydenta w podejmowaniu decyzji. Całym procesem podejmowania decyzji steruje decydent, a zasadniczym zadaniem metody jest wspomaganie raczej uczenia się przez decydenta aniżeli końcowy akt wyboru.

Literatura

- Goodwin P., Wright G., 2011, *Analiza decyzji*, Wolters Kluwer, Warszawa.
- Heilpen S., 2000, *Podejmowanie decyzji w warunkach ryzyka*, Akademia Ekonomiczna we Wrocławiu, Wrocław.
- Johnson J.G., Busemeyer J.R., 2010, *Decision making under risk and uncertainty*, *Advanced Review*, 1, 5, s. 736–749.
- Keeney L., Raiffa H., 1993, *Decisions with Multiple Objectives. Preferences and Value Tradeoffs*, Cambridge University Press, <https://doi.org/10.1017/CBO9781139174084>.
- Lewandowski A., Wierzbicki A.P., 1989, *Aspiration Based Decision Support Systems – Theory, Software and Applications*, Springer, Berlin.
- Luce D., Raiffa H., 1996, *Gry i decyzje*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa.
- Łodziński A., 2007, *System wspomaganie decydenta w podejmowaniu decyzji zadawających*, [w:] *Zarządzanie przedsiębiorstwem: teoria i praktyka: Jubileuszowa X międzynarodowa konferencja naukowa, Kraków, 22–23 listopada 2007*, Uczelniane Wydawnictwa Naukowo-Dydaktyczne AGH, Kraków, s. 159–165.
- Łodziński A., 2008, *Interaktywny sposób analizy i podejmowania decyzji wielokryterialnych*, [w:] *Modelowanie i symulacja: MiS-5: V ogólnopolska konferencja naukowa, Kościelisko, 23–27 czerwca 2008 r.*, Polskie Towarzystwo Elektrotechniki Teoretycznej i Stosowanej, Warszawa, s. 301–309.
- Merigo J.M., 2014, *Decision-making under risk and uncertainty and its application in strategic management*, *Journal of Business Economics and Management*, 16, 1, s. 93–116.
- Ogryczak W., 2002, *Multicriteria Optimization and Decisions under Risk*, *Control and Cybernetics*, 31, s. 975–1002.
- Samuelson W.F., Marks S.G., 1998, *Ekonomia menedżerska*, PWE, Warszawa.
- Toma S., Chitita M., Sarpe D., 2012, *Risk and uncertainty*, *Procedia Economics and Finance*, 3, s. 975–980, [https://doi.org/10.1016/S2212-5671\(12\)00260-2](https://doi.org/10.1016/S2212-5671(12)00260-2).
- Rekhi S., 2021, *Decision-Making Under Risk and Uncertainty*, <https://www.economicsdiscussion.net/microeconomics/managerial-decision-making-under-risk-and-uncertainty/19621> [dostęp: 10.03.2022].
- Trzaskalik T., 2014, *Wielokryterialne wspomaganie decyzji. Metody i zastosowania*, PWE, Warszawa.
- Waters D., 2011, *Quantitative Methods for Business*, Prentice Hall, Upper Sadle River.
- Wierzbicki A., Makowski N., Wessels J. (eds.), 2000, *Model-Based Decision Support Methodology with Environmental Applications*, Springer, Dordrecht, <https://link.springer.com/book/10.1007/978-94-015-9552-0>.

THE MULTI-CRITERIA APPROACH TO SUPPORTING DECISIONS UNDER RISK

Summary: The paper presents a multi-criteria approach to supporting decisions under risk. Decisions under risk are when the result of a decision is ambiguous and depends on the state of the environment. The states of the environment are presented with the help of scenarios with a given probability of occurrence. The decision-making process is modeled using multi-criteria optimization. The choice of decision is made by solving the problem with control parameters that determine the aspirations of the decision maker and evaluating the solutions obtained. The decision maker sets the parameter for which the solution is determined. Then he evaluates the obtained solution, accepting or rejecting it. In the second case, the decision maker gives a new value for the parameter and the problem is solved again for the new parameter.

Keywords: decision under risk, multi-criteria optimization, symmetrically efficient decision, scalarizing function, method of decision selection