

AKADEMIA TECHNICZNO-ROLNICZA  
IM. JANA I JĘDRZEJA ŚNIADECKICH  
W B Y D G O S Z C Z Y



ZESZYTY NAUKOWE

Nr 38

BUDOWNICTWO

(10)

ANTONI MATYSIAK

PRZESTRZENNE WSPÓLDZIAŁANIE SZKIELETU  
WYBRANYCH UKŁADÓW KONSTRUKCJI HAL PRZEMYSŁOWYCH

B Y D G O S Z C Z - 1976



01.12.1976  
AKADEMIA TECHNICZNO-ROLNICZA  
IM. JANA I JĘDRZEJA ŚNIADECKICH  
W B Y D G O S Z C Z Y

ZESZYTY NAUKOWE

Nr 38

BUDOWNICTWO

10)

ANTONI MATYSIAK

PRZESTRZENNE WSPÓLDZIAŁANIE SZKIELETU  
WYBRANYCH UKŁADÓW KONSTRUKCJI HAL PRZEMYSŁOWYCH



B Y D G O S Z C Z - 1976

REDAKTOR NACZELNY

*Zbigniew Kikiewicz*

OPINIODAWCA

*Prof. Wiesław Jankowiak*

REDAKTOR NAUKOWY

*Zbigniew Wiśniewski*

REDAKTOR TECHNICZNY

*Ewa Błażejewicz*

Wydano za zgodą Rektora  
Akademii Techniczno-Rolniczej  
w Bydgoszczy

WYDAWNICTWO UCZELNIANE AKADEMII TECHNICZNO-ROLNICZEJ  
W BYDGOSZCZY

*Wyd. 1. 1977*

---

ZP UMK, zam. 1045, nakł. 150 egz., ark. 6, A-6, cena zł 10,—

---

*D. 8/77*

## SPIS TREŚCI

	Strona
Przedmowa .....	7
1. Wstęp .....	8
2. Klasyfikacja konstrukcji .....	11
2.2. Cechy ogólne hal .....	11
2.2. Rodzaje elementów konstrukcji.....	12
2.3. Rodzaje hal przemysłowych .....	14
2.4. Rola elementów szkieletu oraz ich wpływ na przestrzenną współpracę ...	18
3. Kryteria oceny obciążenia konstrukcji pod- pierających tory suwnicowe i pracujące w układach przestrzennych .....	21
3.1. Uwagi ogólne .....	21
3.2. Reakcje podporowe belki ciągłej opar- tej na pięciu jednakowo sprężystych podporach .....	22
3.3. Obciążenie belki mostami suwnicowymi.	27
3.4. Wnioski .....	41
4. Hale o słupach połączonych sztywno z fun- damentami i przegubowo z więzarami dachu oraz o ciężkim i sztywnym pokryciu .....	43
4.1. Układ ogólny hali .....	43
4.2. Założenia .....	45
4.3. Hale z wolnopodpartymi belkami podsu- wnicowymi .....	46
4.4. Hale z ciągłymi belkami podsuwnicowy- mi .....	52

4.4.1.	Opis metody wieloetapowej .....	53
4.4.2.	Przemieszczenia słupów na poziomie toru suwnicowego .....	57
4.4.3.	Obciążenie toru suwnicowego siłami poziomymi .....	60
4.4.4.	Obciążenie toru suwnicowego siłami pionowymi .....	61
4.4.5.	Obciążenie słupów wybranego rzędu ....	62
4.5.	Kryteria oceny wpływu obciążenia słupów na przemieszczenie tarczy .....	62
4.5.1.	Wpływ sztywności i wysokości słupów na przemieszczenie tarczy .....	63
4.5.2.	Stałe sztywności słupów w rzędzie ....	66
4.5.3.	Stałe wysokości słupów w rzędzie .....	69
4.6.	Kryteria oceny wpływu przemieszczenia tarczy na zróżnicowanie przemieszczeń słupów na poziomie toru suwnicowego .....	73
4.7.	Współpraca ciągłych belek podsuwnicowych ze szkieletem o jednolitych parametrach słupów w rzędzie .....	78
4.7.1.	Charakterystyka ustroju .....	78
4.7.2.	Rozwiązanie ustroju .....	78
4.8.	Hale o jednolitych parametrach słupów w rzędzie z wolnopodpartymi belkami podsuwnicowymi .....	81
4.9.	Hale z suwnicami podwieszonymi .....	82
4.10.	Hale o specjalnej konstrukcji dachu .....	83
4.11.	Wnioski .....	91
5.	Hale o słupach sztywno połączonych z fundamentami i przegubowo z wiązarami dachowymi oraz o określonej sztywności stężeń połączeni dachu .....	92
5.1.	Hale jedno lub wielonawowe o jednolitej połączeni dachu .....	92

5.2. Hale o specjalnym rozwiązaniu .....	95
6. Hale ramowe o węzłach sztywnych i jednej po- łaci dachu.....	96
6.1. Hale o dużej sztywności rygla .....	96
6.2. Hale o określonej sztywności rygla .....	101
7. Hala ramowa o węzłach sztywnych, dwunawowa o różnych poziomach połaci dachu.....	104
7.1. Założenia i warunki .....	104
7.2. Poziome przemieszczenie układu .....	106
7.3. Sprężyste oddziaływanie stężeń nieobciąż- zonych siłami zewnętrznymi .....	115
7.3.1. Równanie warunkowe układu obciążone- go symetrycznie .....	116
7.3.2. Równania warunkowe układu obciążone- go symetrycznie i stałych współczyn- nikach sprężystej podatności podpór	122
7.3.3. Analiza charakterystyk układu ramo- wego .....	127
7.3.4. Wyniki rozwiązania równań układu ob- ciążonego symetrycznie i stałych współ- czynnikach sprężystej podatności pod- pór .....	132
7.3.5. Układ obciążony niesymetrycznie i sta- łych współczynnikach sprężystej po- datności podpór .....	142
7.3.5.1. Równania warunkowe .....	142
7.3.5.2. Sprężyste oddziaływanie stężeń na środkową podpórę /ramę układu/ ...	150
7.3.5.3. Sposób przybliżony określenia sprę- żystego oddziaływania stężeń na środkową podpórę /układ/ .....	151
7.4. Sprężyste oddziaływanie stężeń obciążo- nych bezpośrednio siłami zewnętrznymi...	154
7.4.1. Symetryczne obciążenie układu .....	154

7.4.2. Niesymetryczne obciążenie układu .....	155
7.5. Sumaryczne siły sprężystego oddziaływania stężeń .....	156
8. Hala ramowa o węzłach sztywnych trójnawowa, o różnych poziomach konstrukcji dachu .....	158
8.1. Wprowadzenie .....	158
8.2. Poziome przemieszczenie układu .....	160
8.3. Sprężyste oddziaływanie stężeń wywołane przemieszczeniem podpór .....	164
9. Wnioski .....	183
Literatura .....	184
Załączniki .....	190



Antoni Matysiak

PRZESTRZENNE WSPÓLDZIAŁANIE SZKIELETU WYBRANYCH  
UKŁADÓW KONSTRUKCJI HAL PRZEMYSŁOWYCH

Przedmowa

W pracy przedstawiono problematykę dotyczącą współdziałania elementów szkieletu hal przemysłowych, głównie w oparciu o rozważania własne, które znalazły zastosowanie i były wykorzystane przy realizacji hal projektu autora.

Teoretyczne podstawy rozwiązań dotyczą zarówno obiektów o schematach statycznych powszechnie stosowanych jak też o schematach oryginalnych.

Charakter obciążenia konstrukcji mostami suwnicowymi w zasadniczy sposób różni się od charakteru obciążenia stałego, śniegiem, wiatrem itp. Autor uważa, że duże znaczenie w praktycznym wykorzystaniu zjawiska współdziałania elementów szkieletów hali zachodzi w przypadku

obciążenia konstrukcji mostami suwnicowymi. Pozostałe obciążenia mają znaczenie drugorzędne. Stąd w pracy ograniczono się do zagadnień związanych z obciążeniem hal mostami suwnicowymi.

Opisane zależności i wynikające z nich rozwiązanie, przedstawiono w postaci wzorów i wykresów, mogą być wykorzystane przez inżynierów i badaczy zajmujących się problematyką dotyczącą hal przemysłowych.

Należy wyrazić pogląd, że prezentowana praca przyczyni się do szerszego niż dotychczas uwzględniania współdziałania elementów szkieletu hali przemysłowej w działalności inżynierskiej przy projektowaniu obiektów.

## 1. Wstęp

Tematykę dotyczącą rozważań nad współdziałaniem elementów konstrukcyjnych szkieletu hal przemysłowych i konstrukcji wsporczych pod mosty suwnicowe, należy zaliczyć do pierwszoplanowej w zakresie pracy statycznej tego rodzaju konstrukcji.

W rozwiązaniach inżynierskich realizowanych do tej pory niezmiernie rzadko uwzględniano w obliczeniach statycznych współdziałanie elementów szkieletu konstrukcji hali lub konstrukcji wsporczej.

Wielu autorów [2, 6, 9, 22] dostrzega, że w praktyce projektowej konstrukcje hal przemysłowych oblicza się w sposób przybliżony, polegający na wyodręb -

nieniu z konstrukcji układów płaskich. Potwierdzeniem tego jest publikacja [13] oraz długoletnie doświadczenie inżynierskie autora.

Z przeprowadzonej analizy 35 hal przemysłowych [13] wynika, że jedynie w dwóch przypadkach uwzględniono współdziałanie elementów szkieletu hali. Jeden z tych przypadków dotyczył projektu autora.

Doświadczenie autora wykazało pozatem, że w pewnych przypadkach przed zaprojektowaniem hali należało przeprowadzić odpowiednie rozważania teoretyczne [25,27]. Dopiero na podstawie tych rozważań można było wykonać odpowiednią analizę statyczno-wytrzymałościową.

Godnym odnotowania jest fakt, że w ostatnim okresie ukazało się wiele publikacji dotyczących tego tematu [2, 3,6,10,12,14,15,21,39] co, świadczy o wzmożonym zainteresowaniu ważnym problemem z punktu widzenia bezpieczeństwa i ekonomiki projektowania tych konstrukcji.

W publikacjach, które ukazały się w ostatnim okresie w sposób dostateczny, udokumentowano konieczność obliczania szkieletu konstrukcji hal przemysłowych, z uwzględnieniem ich przestrzennej współpracy. Wykazano również [9], że w wielu przypadkach sposób obliczania tylko nieznacznie różni się od sposobu obliczania układów płaskich.

Uwzględniając złożoną problematykę hal przemysłowych i uogólniając zagadnienie, różnice w sposobie rozwiązania i nakładzie pracy rachunkowej w rozwiązywaniu układów pła-

skich i współpracujących przestrzennie są zdecydowanie odmienne. Spotyka się opinie [10], że np. obliczanie uwzględniające współdziałanie w układach przestrzennych ciągłych belek podsuwnicowych jest skomplikowane. W rzeczywistości dociekania niektórych badaczy dotyczące prostych konstrukcyjnych układów doprowadziły do złożonych rozwiązań [6, 9], mimo zastosowania uproszczeń.

W dobie rozwijającego się przemysłu jest nie do przyjęcia pomijanie w obliczeniach współdziałania elementów szkieletu hal, z następujących względów:

1. Konstrukcje szkieletowe w budownictwie systemowym muszą być tak projektowane aby w maksymalny sposób odzwierciedlały rzeczywistą pracę konstrukcji.
2. Rozwiązania indywidualne przeważnie dotyczą konstrukcji o dużych wymiarach i obciążeniach np. według [24]. Efekt współdziałania elementów szkieletu jest tutaj dominujący.
3. Modernizacja przemysłu w ogromnej liczbie przypadków wymaga zwiększonego obciążenia suwnicami. Uwzględniając współdziałanie elementów można uniknąć kosztownego wzmocnienia konstrukcji wsporczej.
4. Konstrukcje unikalne [27], rozwiązane w układzie płaskim mogą okazać się rozwiązaniem błędnym prowadzącym do awarii.
5. Jednym z podstawowych czynników warunkujących powstanie udanego dzieła inżynierskiego jest przeprowadze -

nie takich rozważań i obliczeń statyczno - wytrzymałościowych, które w maksymalny sposób odzwierciedlą rzeczywistą pracę konstrukcji. Stąd wniosek, że udanym rozwiązaniem hali przemysłowej jest konstrukcja, przy projektowaniu której w obliczeniach statycznych uwzględniono współdziałanie elementów szkieletu.

## 2. Klasyfikacja konstrukcji

### 2.1. Cechy ogólne hal

Hale przemysłowe z suwnicami mostowymi stanowią odrębną grupę konstrukcji inżynierskich charakteryzującą się takimi cechami, które decydują o kształtowaniu konstrukcji oraz pracy poszczególnych elementów. Do cech tych należy zaliczyć:

- 1/ szkieletowy charakter konstrukcji oraz wzajemne powiązanie poszczególnych elementów konstrukcyjnych,
- 2/ dominacja obciążeń zmiennych nad obciążeniami stałymi, zasadniczym obciążeniem zmiennym jest przy tym ruchome obciążenie wywołane mostami suwnicowymi,
- 3/ praktyka inżynierska zna rozwiązania hal, które można ująć w pewne rodzaje z ograniczoną możliwością wariantowania poszczególnych elementów pod względem charakterystyk geometrycznych, statycznych i układów konstrukcyjnych.

Wyszczególnione wyżej cechy decydować muszą o metody-

ce postępowania podczas projektowania hal przemysłowych. Realizacja udanej konstrukcji hali jest możliwa jedynie w tym przypadku, kiedy twórca obiektu w prawidłowy sposób odczyta rzeczywistość jej pracę. Istotna jest przy tym ocena czynników wpływających na końcowy wynik i odrzucenie z rozważań tych czynników, które mają znaczenie drugorzędne.

Przedstawione wywody mają kapitalne znaczenie w przypadku konstruowania hal przemysłowych z uwzględnieniem współdziałania poszczególnych elementów konstrukcji. Do ich spełnienia konieczna jest klasyfikacja elementów szkieletu i konstrukcji hal.

## 2.2. Rodzaje elementów konstrukcji

W praktyce inżynierskiej spotkać można realizacje hal, które wykonano z różnych materiałów. Rozpatrując obiekty pod tym względem można przeprowadzić następującą klasyfikację:

1. Szkielet konstrukcji jest całkowicie stalowy; obudowa może być lekka lub ciężka.
2. Szkielet konstrukcji hali jest żelbetowy i stalowy - słupy są żelbetowe a więzary dachowe, belki podsuwnicowe i stężenia są stalowe; obudowa może być lekka lub ciężka.

3. Szkielet konstrukcji hali jest żelbetowy z belkami podsuwnicowymi stalowymi; obudowa hali jest typu ciężkiego.
4. Szkielet konstrukcji hali jest żelbetowy z belkami podsuwnicowymi żelbetowymi; obudowa hali jest typu ciężkiego.
5. Szkielet konstrukcji hali jest drewniany / elementy klejone/; belki podsuwnicowe są stalowe a obudowa lekka.
6. Szkielet konstrukcji hali jest stalowy i drewniany. Słupy, stężenia i belki podsuwnicowe są stalowe a wiązary są drewniane; obudowa hali jest typu lekkiego.

Szkielet konstrukcji może być zbudowany z następujących elementów:

- wiązarów dachowych
- słupów o różnych charakterystykach geometrycznych, statycznych i konstrukcyjnych
- stężeń pionowych usztywniających słupy w kierunku podłużnym hali i pracujących jako samodzielne układy konstrukcyjne; stężenia mogą być usytuowane w skrajnych lub środkowych partiach hali
- elementów ciężkiej obudowy ścian spełniających rolę usztywnień podłużnych
- usztywnień ścian szczytowych lub elementów ciężkiej obudowy spełniających rolę usztywnień

- stężeń poziomych, pracujących jako samodzielne układy konstrukcyjne
- stężeń poziomych współpracujących z ciężkimi elementami pokrycia
- elementów ciężkiego pokrycia, spełniających rolę stężeń poziomych
- belek podsuwnicowych ciągłych lub wolnopodpartych
- innych elementów szkieletu pokrycia i obudowy

### 2.3. Rodzaje hal przemysłowych

W oparciu o opis poszczególnych elementów szkieletu hali należy wyodrębnić pewne ich rodzaje, które można zaliczyć do wspólnej grupy.

Klasyfikację przeprowadzono w ten sposób, że wyszczególnione rodzaje obejmują te cechy, które decydują o sposobie i metodzie rozwiązania stytycznego danego układu konstrukcyjnego.

Jako podstawowe przyjęto te cechy, których charakter wynika ze sposobu łączenia słupów z pozostałymi elementami konstrukcyjnymi. Wynikają stąd następujące rodzaje hal:

- hale ze słupami połączonymi z fundamentami w sposób przegubowy lub sztywny i z wiązarami w sposób sztywny
- hale ze słupami połączonymi z fundamentami w sposób



przegubowy lub sztywny i z więzarami dachowymi w sposób przegubowy

- hale o kombinowanym, lecz mających charakter uporządkowany sposobie łączenia słupów z fundamentami i więzarami dachowymi np. w jednym z rzędów słupy są połączone z więzarami w sposób przegubowy a w innym w sposób sztywny
- hale o dowolnym łączeniu słupów z fundamentami i więzarami dachowymi to znaczy, że kombinacja sposobu łączenia sąsiednich słupów w rzędzie może być dowolna

Każdy z przedstawionych rodzajów hal może mieć kilka odmian. Odmiany będą zależały od wielu parametrów, które można sklasyfikować następująco:

- hale o równej wysokości naw
- hale o różnej wysokości naw ale z połacią dachu znajdującą się na jednym poziomie
- hale o różnej wysokości naw ale z połacią dachu znajdującą się na różnych poziomach
- hale o jednakowych wymiarach słupów w poszczególnych rzędach
- hale o zróżnicowanych, ale uporządkowanych wymiarach słupów w poszczególnych rzędach
- hale o dowolnych wymiarach słupów
- hale o jednakowym rozstawie układów poprzecznych w po-

szczególnych nawach

- hale o zróżnicowanych, ale uporządkowanych rozstawach układów poprzecznych
- hale o dowolnych rozstawach układów poprzecznych
- hale z transportem podpartym
- hale z transportem podwieszonym
- hale z belkami podsuwnicowymi wolnopodpartymi
- hale z belkami podsuwnicowymi ciągłymi
- hale z usztywnieniami pionowymi poszczególnych rzędów słupów
- hale bez usztywnień pionowych słupów
- hale z konstrukcją dachu o sztywności, którą można uznać za nieskończenie wielką
- hale z konstrukcją dachu o określonej sztywności
- hale o specjalnym rozwiązaniu
- hale o konstrukcji dowolnej

Należy zwrócić uwagę, że istnieje możliwość wyboru określonego schematu hali, który będzie określony jedną z cech, uznanych wyżej za podstawową, przy równoczesnym spełnieniu kilku warunków podanych odmian.

Z inżynierskiego punktu widzenia, hale przemysłowe mogą charakteryzować się zawężonymi odmianami poszczególnych elementów konstrukcji. Odmiany tych elementów można nawet ująć w nieliczne grupy. Dla przykładu podaje się

rodzaj hali bardzo powszechnie stosowany, o następujących charakterystykach:

- wszystkie słupy hali są połączone z fundamentami w sposób sztywny, więzarami dachowymi zaś w sposób przegubowy
- wszystkie słupy hali mają jednakowe wymiary podłużne i poprzeczne
- rozstaw wszystkich słupów w rzędzie jest jednakowy
- słupy są żelbetowe a wolnopodparte belki podsuwnicowe są stalowe
- tory podsuwnicowe są na jednym poziomie
- zastosowano stężenia pionowe słupów
- sztywność poziomą konstrukcji dachu /ciężkie pokrycie/ można uznać za nieskończenie wielką.

Rzadziej można spotkać halę o podobnych charakterystykach, lecz o różnych długościach słupów w poszczególnych rzędach. Bardzo rzadkie są natomiast przypadki, aby długości słupów w poszczególnych rzędach ulegały dowolnemu różnicowaniu. To samo dotyczy założenia, że belki podsuwnicowe w różnych częściach tej samej nawy mogą pracować na innych poziomach.

Dlatego też rozważania dotyczące hali, której poszczególne elementy szkieletu mają dowolne parametry geometryczne, statyczne i konstrukcyjne, z inżynierskiego punktu widzenia można uznać za teoretyczne oraz niezmiernie

rzadkim zastosowaniu praktycznym.

#### 2.4. Rola elementów szkieletu oraz ich wpływ na przestrzenną współpracę

Konstrukcję przestrzenną stanowi zespół elementów szkieletu i obudowy. Poszczególne elementy i zespoły konstrukcji współdziałają ze sobą przy przenoszeniu obciążeń eksploatacyjnych.

Ocena współpracy poszczególnych elementów szkieletu jest, w przypadku ogólnym, zagadnieniem złożonym. Wpływ szeregu czynników jest trudny do określenia ilościowego. Faktu tego nie można jednak przeceniać [2,22,] bowiem wiele zrealizowanych i spotykanych w praktyce rozwiązań można jednoznacznie zakwalifikować i ustalić dla tego rozwiązania schemat statyczny. Analogicznie postępuje się przy ustalaniu schematów statycznych przy rozwiązywaniu konstrukcji w układzie płaskim.

W konkretnych przypadkach rozwiązywanej konstrukcji, istotne jest zagadnienie, które jej elementy oraz czynniki mają wpływ na pracę szkieletu hali.

Do najważniejszych elementów konstrukcyjnych, które decydują o współdziałaniu szkieletu należy zaliczyć:

- słupy i więzary dachowe
- pokrycia dachowe i stężenia połączeń dachu
- ściany podłużne i ich stężenia

- ściany poprzeczne i ich stężenia
- belki podsuwnicowe
- mosty suwnicowe
- fundamenty

Wpływ wymienionych elementów na efekt przestrzennej współpracy zależy od charakterystyk tych elementów. Niektóre z nich można jednoznacznie określić lub ocenić na podstawie odpowiedniej analizy. Inne natomiast można określić jedynie na podstawie odpowiednich badań prowadzonych na realizowanych obiektach [ 21 ].

W wyniku odpowiedniej analizy i w oparciu o istniejące opracowania można określić lub ocenić rolę takich czynników jak:

- sprężyste odkształcenie podłoża pod fundamentami
- wpływ sposobów łączenia poszczególnych elementów konstrukcji
- wpływ tolerancji wymiarowych poszczególnych elementów konstrukcji
- wpływ stężeń konstrukcyjnych w halach o lekkiej obudowie
- wpływ ciężkiego pokrycia w pewnych rodzajach konstrukcji, a zwłaszcza w przypadku sztywnego łączenia poszczególnych elementów
- wpływ pionowych stężeń słupów niezależnie od rodzaju obudowy ścian

- wpływ wybranych rodzajów stężeń /np. przy stężeniu całych połaci dachu/ w przypadku pokrycia hali niektórymi typami ciężkich pokryć

Czynniki trudne do oceny analitycznej i wymagające odpowiednich badań kształtują się następująco:

- sztywność podłużna budynku z ciężką obudową w przypadku braku stężeń podłużnych
- sztywność ścian szczytowych przy ciężkiej obudowie
- wpływ ciężkiego pokrycia w przypadku braku sztywnego łączenia poszczególnych elementów
- udział mostu suwnicowego w przekazywaniu sił

Dotychczasowe opracowania poruszające problematykę udziału elementów konstrukcji hali w pracy przestrzennej odnoszą się głównie do przypadków o zdeterminowanych schematach statycznych [4,8,10]. Istniejące opracowania mimo, że dotyczą konstrukcji stalowych i żelbetowych, obejmują jedynie niektóre przypadki konstrukcyjne, spotykane w bogatej praktyce inżynierskiej.

### 3. Kryteria oceny obciążenia konstrukcji podpierających tory suwnicowe i pracujących w układach przestrzennych

#### 3.1. Uwagi ogólne

Czynnikiem decydującym o przestrzennym współdziałaniu elementów szkieletu konstrukcji jest sposób obciążenia układu mostami suwnicowymi. W praktyce inżynierskiej spotkać można obciążenie torów jedną, dwiema lub więcej suwnicami o różnych udźwigach i różnym ustawieniu na torze poszczególnych suwnic.

Rozpowszechniony pogląd o mniejszym obciążeniu słupów skrajnych zakwestionowano [39] w oparciu o uzyskane wyniki dotyczące przedstawionego tam konkretnego przykładu hali. Podobny wniosek wynika z materiałów przedstawionych w pracy [2].

Dlatego też rozważania prowadzone nad współdziałaniem elementów szkieletu konstrukcji należy rozpocząć od analizy obciążenia poszczególnych podpór.

W ogólnym przypadku, tzn. przy zróżnicowanych rozpiętościach przęseł, zróżnicowanych współczynnikach sprężystej podatności podpór oraz przy zróżnicowanych obciążeniach teoretycznie, zagadnienie jest złożone i pracochłonne. W związku z tym postanowiono przeprowadzić analizę dla przypadku powszechnie spotykanego w praktyce, tzn. przy jednakowych rozpiętościach przęseł i jednako-

wych współczynnikach sprężystej podatności podpór. Wnioski uzyskane z tych rozważań można rozszerzyć na przypadki ogólne.

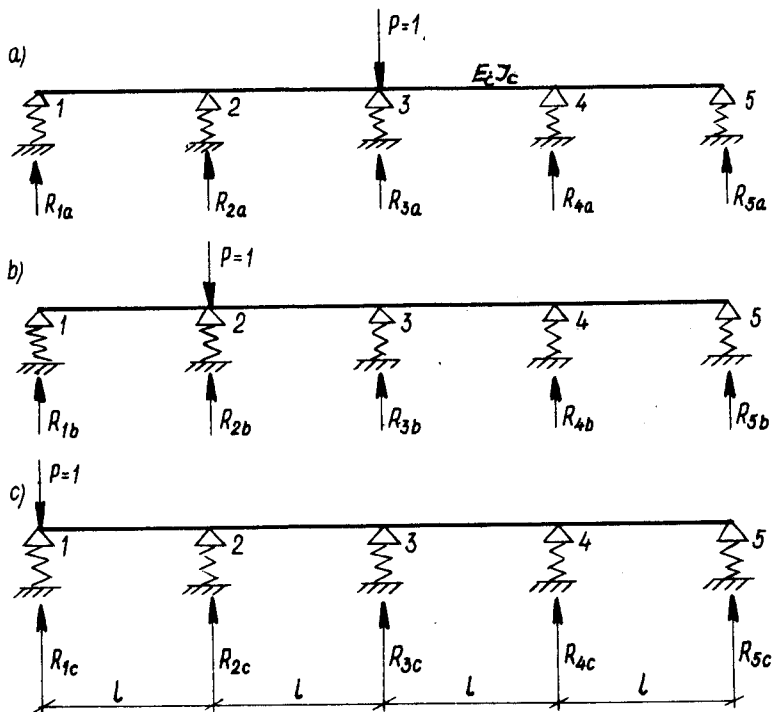
### 3.2. Reakcje podporowe belki ciągłej opartej na pięciu jednakowo sprężystych podporach

Analiza przedstawionego w publikacji [8] rozwiązania wykazuje, że wyniki uzyskane dla hali o długości pięciu ram są z inżynierskiego punktu widzenia identyczne z wynikami uzyskanymi dla siedmiu ram. Spostrzeżenia te potwierdzają wyniki uzyskane za pomocą eto dla belki opartej na dziewięciu podporach [22]. Odrzucono tam, jako mało znaczące, wyniki dotyczące reakcji podporowych czterech skrajnych podpór. W konsekwencji korzystano z wyników dla belki opartej na pięciu podporach. Podkreślić należy również i to; że przedmiotowa analiza dotyczy obciążenia podpór skrajnych. W związku z tym obciążenie drugiego końca belki ma tym bardziej nikły wpływ na rozważaną podporę skrajną.

Opierając się na podanej argumentacji analizę obciążenia podpór skrajnych przeprowadzoną dla belki opartej na pięciu podporach, należy uznać za uzasadnioną. Wniosek ten dotyczy konstrukcji o określonej sztywności. W przypadku konstrukcji o sztywności nieskończenie wielkiej zagadnienie znacznie upraszcza się. W tych przypadkach wniosek łatwo odczytać z materiałów zawartych w dalszej części pracy.



Korzystając z równań "pięciu momentów" [37] dla belki opartej na jednakowo sprężystych podporach, przy czterech jednakowej długości przęsłach i jednakowej ich sztywności otrzymano następujące rozwiązania:



Rys.3.1. Schematy czteroprzęsłowej belki opartej na sprężystych podporach o stałym współczynniku podatności podpór

dla schematu według rysunku 3.1.a.

$$R_{1a} = R_{5a} \frac{\eta / \eta - 3/}{5 \eta^2 + 34 \eta + 7} \quad (3.1)$$

$$R_{2a} = R_{4a} = \frac{\eta / \eta + 11/}{5 \eta^2 + 34 \eta + 7} \quad (3.2)$$

$$R_{3a} = 1 - \frac{4\eta / \eta + 4/}{5\eta^2 + 34\eta + 7} \quad (3.3)$$

dla schematu według rysunku 3.1b

$$R_{1b} = \frac{\eta / 20\eta^2 + 101\eta + 34/}{2/25\eta^3 + 190\eta^2 + 171\eta + 28} \quad (3.4)$$

$$R_{2b} = 1 - \frac{\eta / 35\eta^2 + 228\eta + 92 /}{2/25\eta^3 + 190\eta^2 + 171\eta + 28} \quad (3.5)$$

$$R_{3b} = \frac{\eta / 10\eta^2 + 118\eta + 88/}{2/25\eta^3 + 190\eta^2 + 171\eta + 28/} \quad (3.6)$$

$$R_{4b} = \frac{\eta / 5\eta^2 + 44\eta - 36/}{2/25\eta^3 + 190\eta^2 + 171\eta + 28/} \quad (3.7)$$

$$R_{5b} = \frac{\eta / 6 - 35\eta /}{2/25\eta^3 + 190\eta^2 + 171\eta + 28/} \quad (3.8)$$

dla schematu według rysunku 3.1c

$$R_{1c} = 1 - \frac{\eta / 20\eta^2 + 56\eta + 15/}{2/25\eta^3 + 190\eta^2 + 171\eta + 28/} \quad (3.9)$$

$$R_{2c} = \frac{\eta / 20\eta^2 + 101\eta + 34/}{2/25\eta^3 + 190\eta^2 + 171\eta + 28/} \quad (3.10)$$

$$R_{3c} = \frac{\eta / 10\eta^2 - 22\eta - 24/}{2/25\eta^3 + 190\eta^2 + 171\eta + 28/} \quad (3.11)$$

$$R_{4c} = \frac{\eta/6 - 35\eta}{2/25\eta^3 + 190\eta^2 + 171\eta + 28/} \quad (3.12)$$

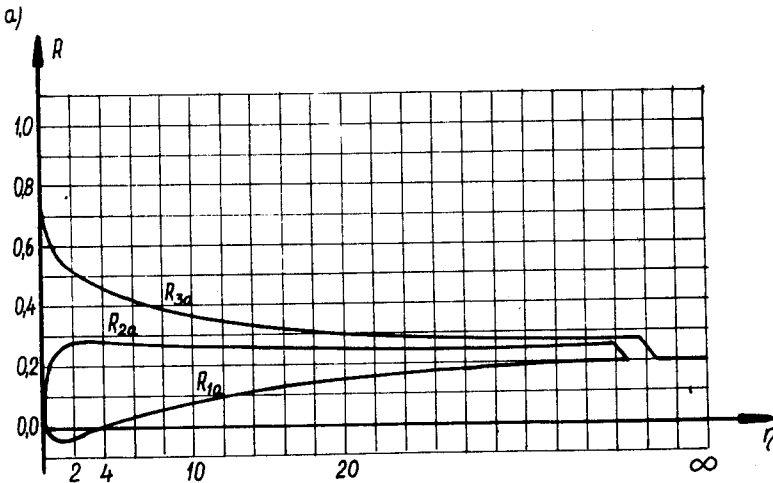
$$R_{5c} = \frac{\eta/10\eta^2 - 12\eta + 1/}{2/25\eta^3 + 190\eta^2 + 171\eta + 28/} \quad (3.13)$$

gdzie:

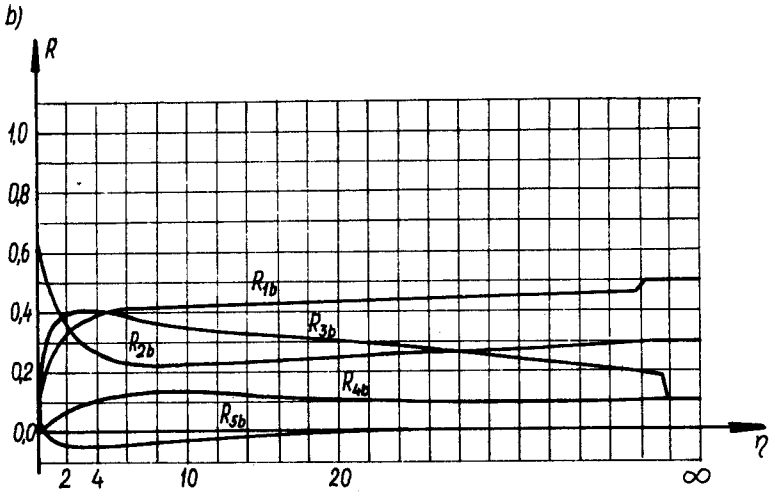
$$\eta = \frac{6E_c \cdot I_c}{l^3} k$$

$k$  - współczynnik podatności podpór

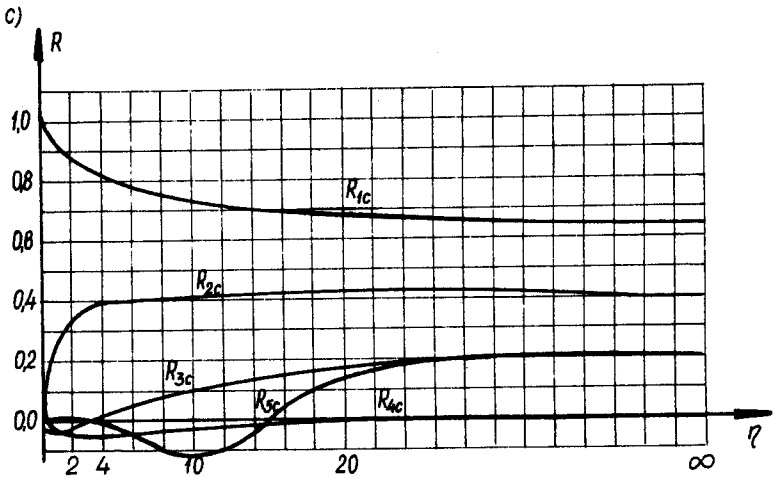
Reakcje podporowe belki jako funkcje współczynnika przedstawiono na rysunku 3.2. oraz w tabelicy 3-I załącznika. Końcowe wartości podane na wykresach wg [27] dotyczą przypadku dla którego  $J_c = \infty$



Rys. 3.2.a.



Rys. 3.2.b.



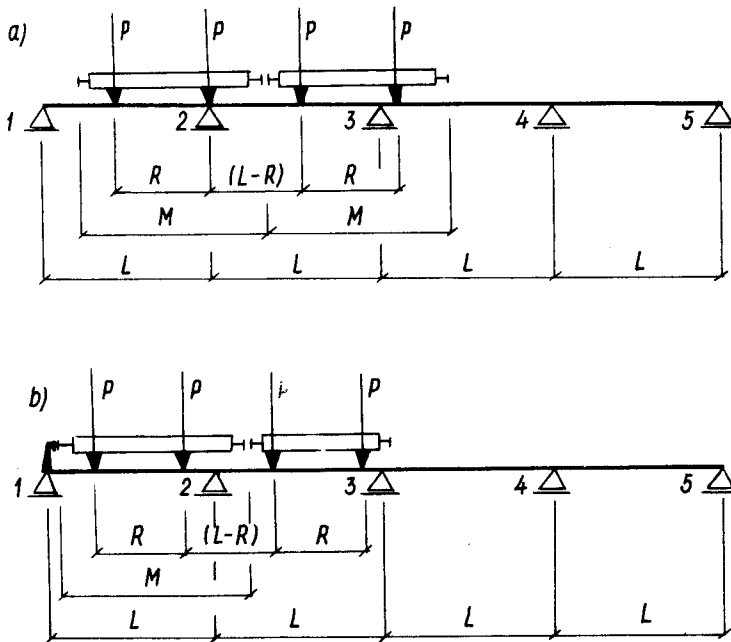
Rys. 3.2.c.

Rys. 3.2. Reakcje sprężystych podpór czteroprzęsłowej belki: a/ przypadek obciążenia podpory środkowej, b/ przypadek obciążenia podpory drugiej, c/ przypadek obciążenia podpory skrajnej

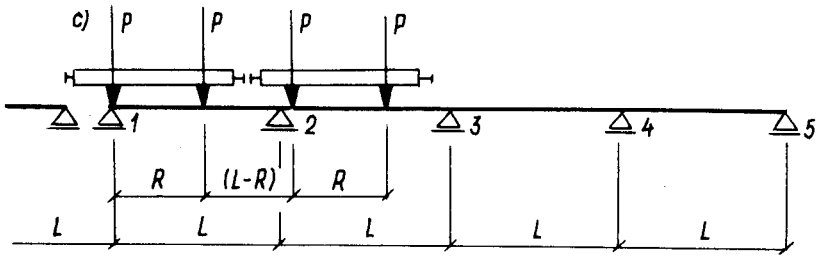
## 3.3. Obciążenie belki mostami suwnicowymi

Obciążenie podpór belek podsuwnicowych zależy od typu i ilości suwnic pracujących na torze. Obecnie w kraju w halach pracują suwnice kratowe starego typu, suwnice skrzynkowe produkowane w okresie minionym oraz suwnice produkowane według aktualnych katalogów. Mają one różny rozstaw kół oraz różne długości czołownic.

Najczęściej spotykane przypadki obciążenia suwnicami poszczególnych podpór belki przedstawiono na rysunku 3.3.



Rys. 3.3. a, b



Rys. 3.3.c

Rys. 3.3. Maksymalne obciążenie mostami sumnicowymi podpór belki podtorza: a/ obciążenie podpór środkowych, b/ obciążenie podpory skrajnej, c/ obciążenie podpory skrajnej przy dylatacji

Obciążenie poszczególnych podpór dla przedstawionych schematów belki można scharakteryzować współczynnikiem rozkładu obciążenia. Dla schematu obciążenia belki według rysunku 3.3.a współczynniki rozkładu obciążenia na poszczególne podpory wynoszą

$$\gamma_i = \frac{R_{ka}}{\max R_a} \quad (3.15)$$

gdzie:

$$i = 1, 2, 3, 4$$

$$k = 1, 3, 4, 5 \text{ lub } k = 1, 2, 4, 5$$

Dla schematów obciążenia belki według rysunków 3.3b i 3.3c współczynniki rozkładu obciążenia wynoszą

$$\gamma'_i = \frac{R_{kc,b}}{\max R_a} \quad (3.16)$$

gdzie:

$\max R_a$  - największa reakcja według schematu 3.3a

$R_{ka}$  - kolejno reakcje według schematu 3.3a

$R_{kb}$ ,  $R_{kc}$  - reakcje podpór według schematu 3.3b lub  
3.3c

Współczynniki rozkładu obciążenia dla suwnic skrzynkowych o różnych obciążeniach i dla typowych rozpiętości dla toru obciążonego dwiema jednakowymi suwnicami, zamieszczono w tabelicy 3-II Załącznika, a dla toru obciążonego jedną suwnicą w tabelicy 3-III Załącznika.

Wykorzystując zasadę superponowania skutków wywołanych poszczególnymi siłami, uzyskujemy następujące wyrażenia określające reakcje podporowe poszczególnych podpór czteroprzęsłowej belki według schematu podanego na rysunku 3.1.

$$R_1 = R_{1c} \gamma'_1 + R_{1b} \cdot \gamma'_2 + R_{1a} \gamma'_3 + R_{3b} \gamma'_4$$

$$R_2' = R_{2b} + R_{2a} [\gamma_1 + \gamma_2] + R_{2c} \gamma_2$$

(3.17)

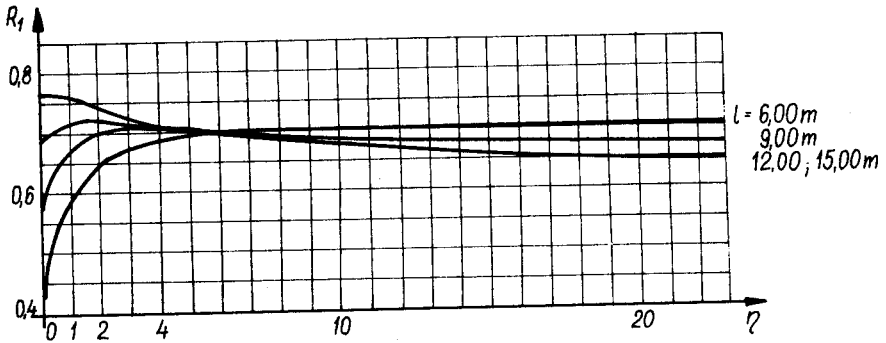
$$R_2'' = R_{2b} + R_{2a} [\gamma_2 + \gamma_3] + R_{2c} \cdot \gamma_1$$

$$R_3 = R_{3a} + R_{3b} [\gamma_1 + \gamma_2] + R_{3c} \gamma_3$$

Korzystając ze wzorów (3.17) określono reakcje podporowe belek dla szeregu typowych rozpiętości oraz dla szeregu typów suwnic.

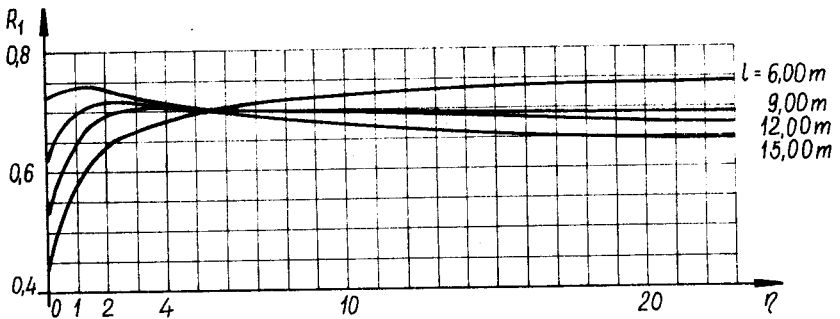
Otrzymane wyniki dla toru obciążonego dwiema jednakowymi suwnicami zawierają tablice 3-IV do 3-VI załącznika, a dla toru obciążonego jedną suwnicą tablica 3-VII i 3-VIII załącznika. Na podstawie wyników zawartych w tablicach wykonano wykresy podane na rysunkach 3.4 do 3.7.

a)



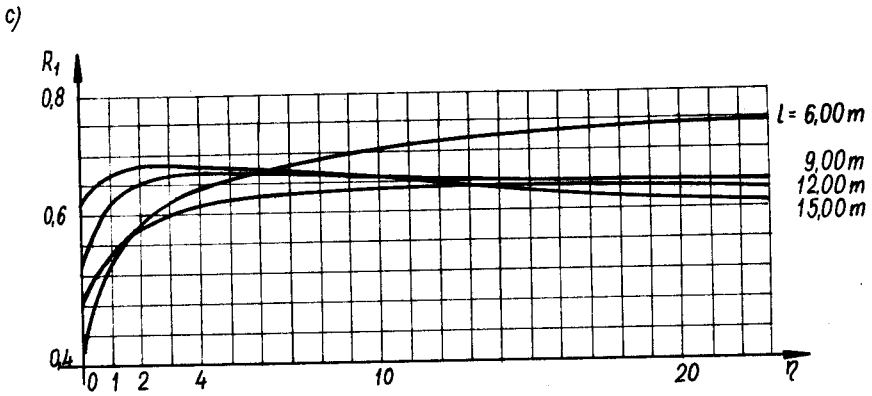
Rys. 3.4a. Reakcja podpora skrajnej  $R_1$  wywołana dwiema jednakowymi suwnicami przy rozpiętości pręseł 6,00; 9,00; 12,00; 15,00 m  
 a, b, c, d, e - udźwig suwnic odpowiednio: 5,0; 15,0; 30,0; 50,0; 75,0 T

b)

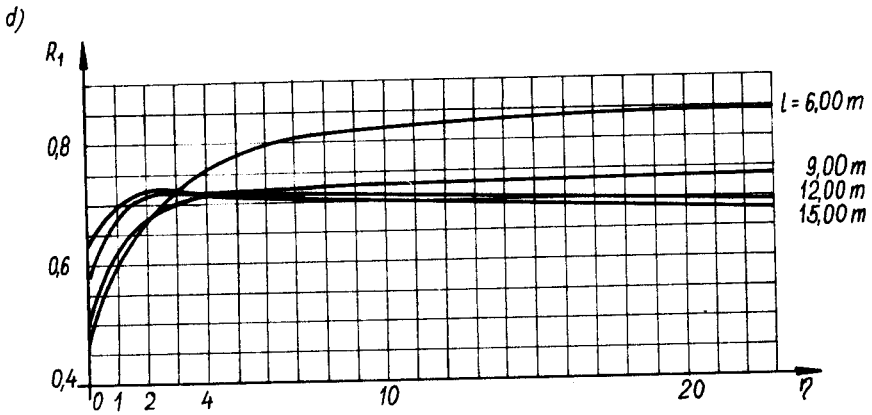


Rys. 3.4 b

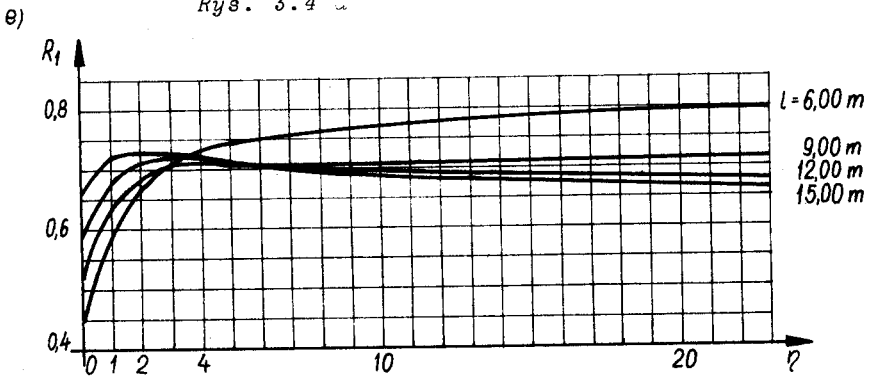




Rys. 3.4 c

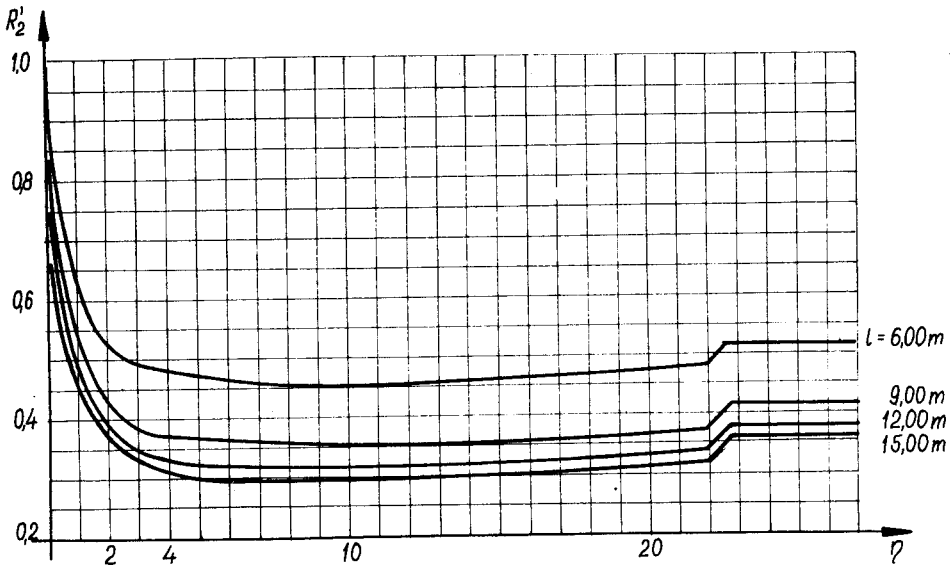


Rys. 3.4 d



Rys. 3.4 e

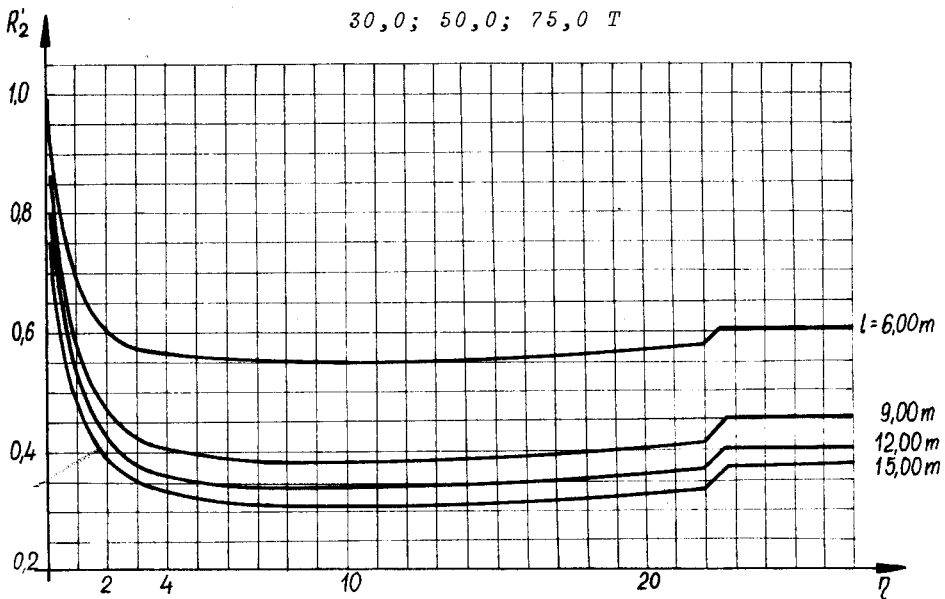
a)



Rys. 3.5a. Reakcja podpory drugiej  $R'_2$  wywołana dwiema jednakowymi suwnicami przy rozpiętości przęseł :

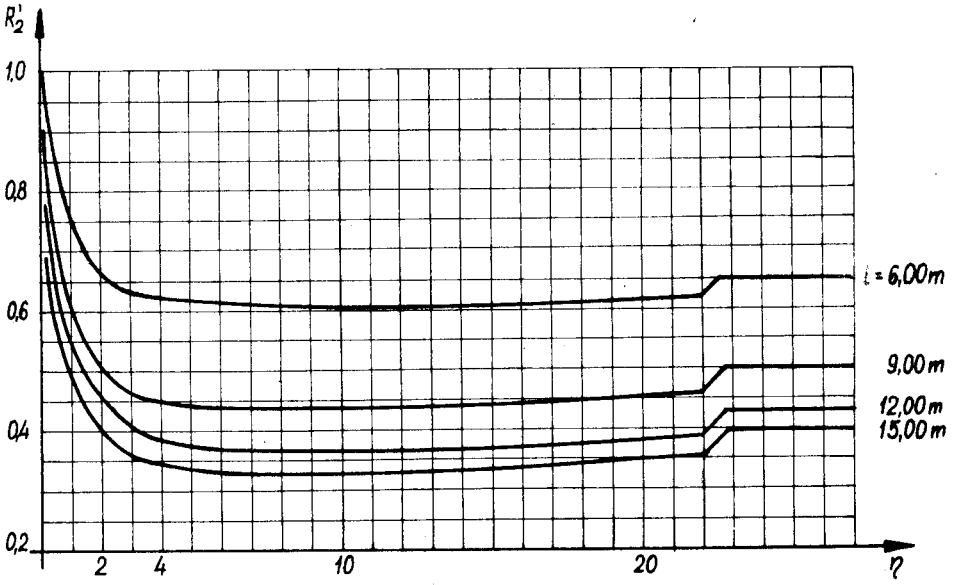
6,00; 9,00; 12,00; 15,00 m

b) a, b, c, d, e - udźwig suwnic odpowiednio: 5,0; 15,0; 30,0; 50,0; 75,0 T

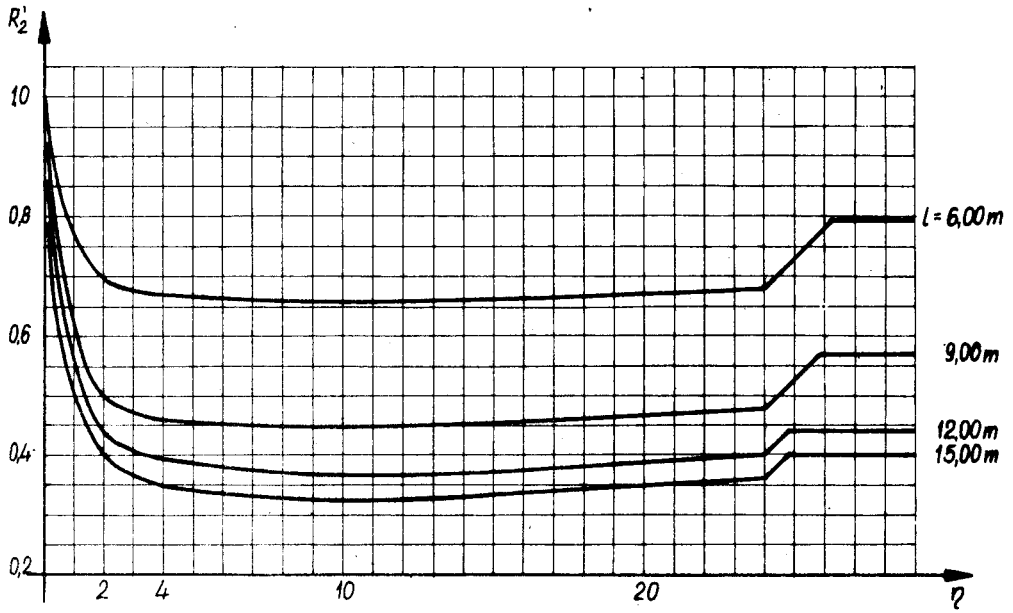


Rys. 3.5 b

c)

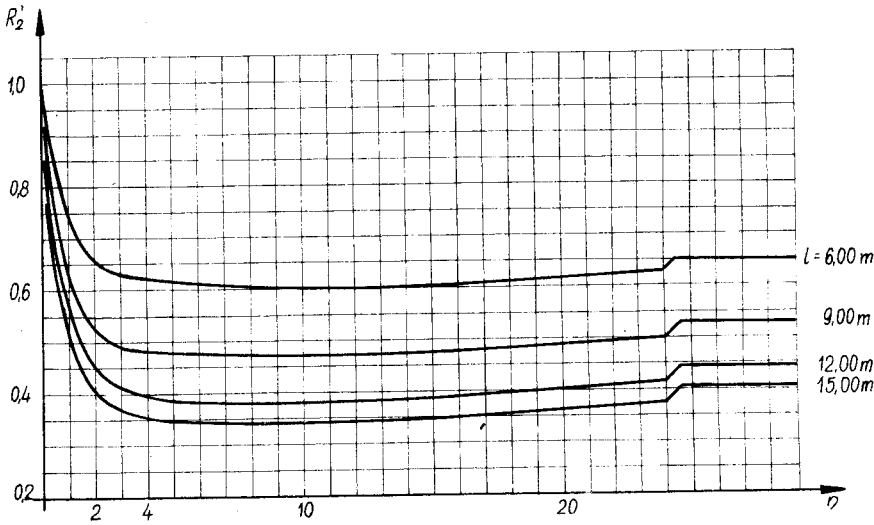


Rys. 3.5 c



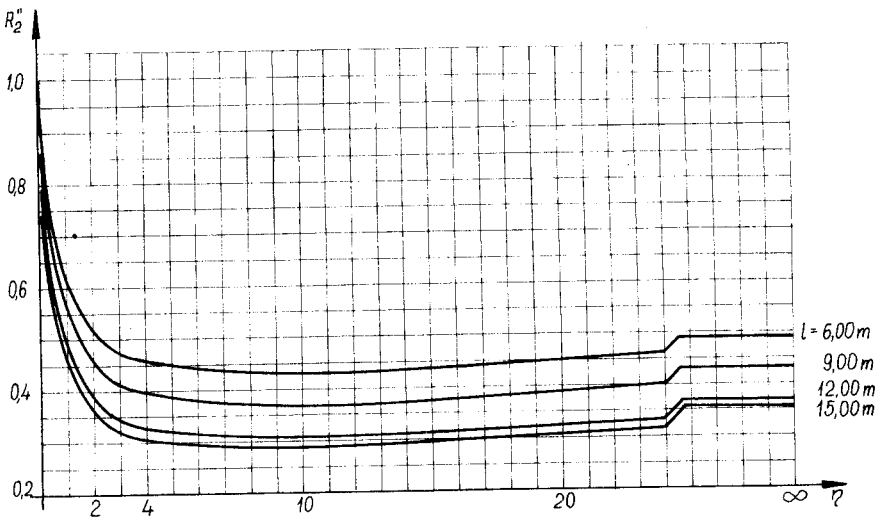
Rys. 3.5 a

d)



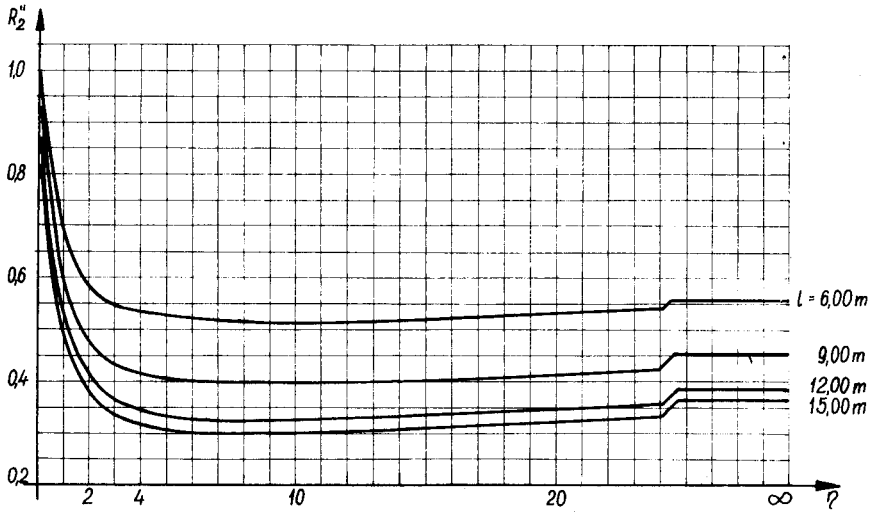
Rys. 3.5 e

a)



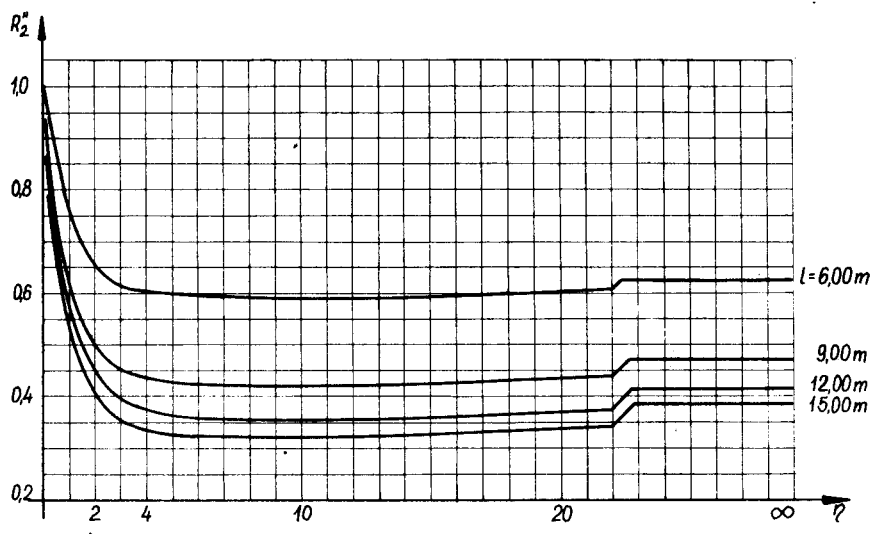
Rys. 3.6 a. Reakcja podpory drugiej  $R''_2$  wywołana dwiema jednakowymi suwnicami przy rozpiętości pręseł: 6,00; 9,00; 12,00; 15,00 m, a, b, c, d, e- udźwig suwnic odpowiednio: 5,0; 15,0; 30,0; 50,0; 75,0 T

b)



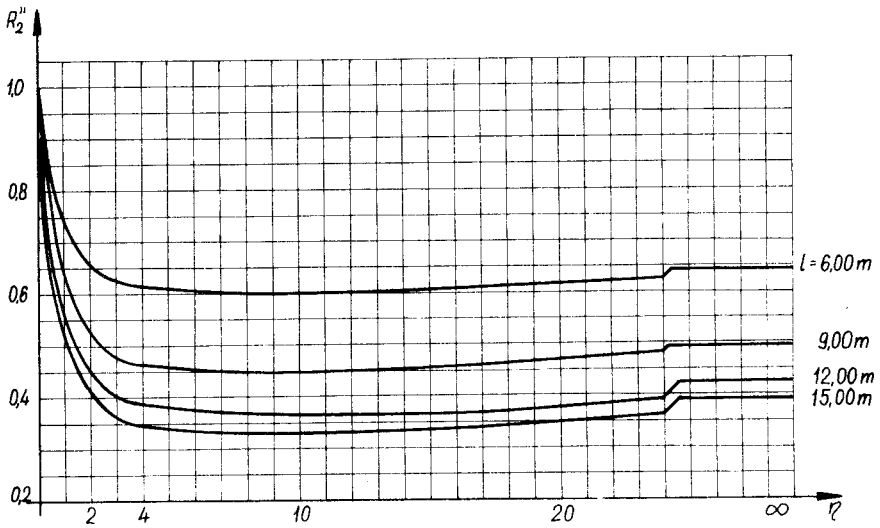
Rys. 3.6 b

c)



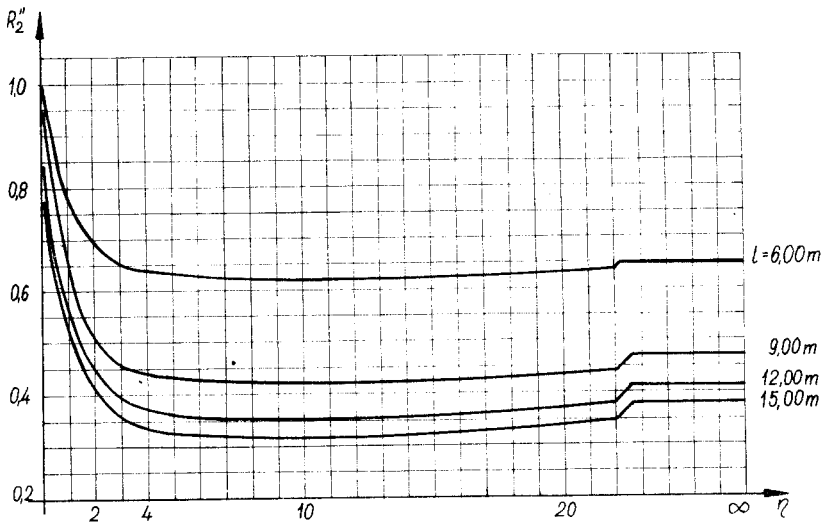
Rys. 3.6 c

d)



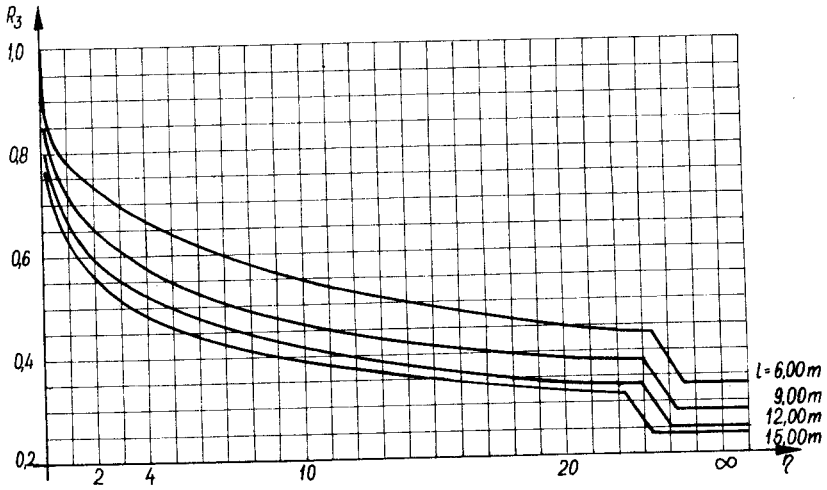
Rys. 3.6 d

e)



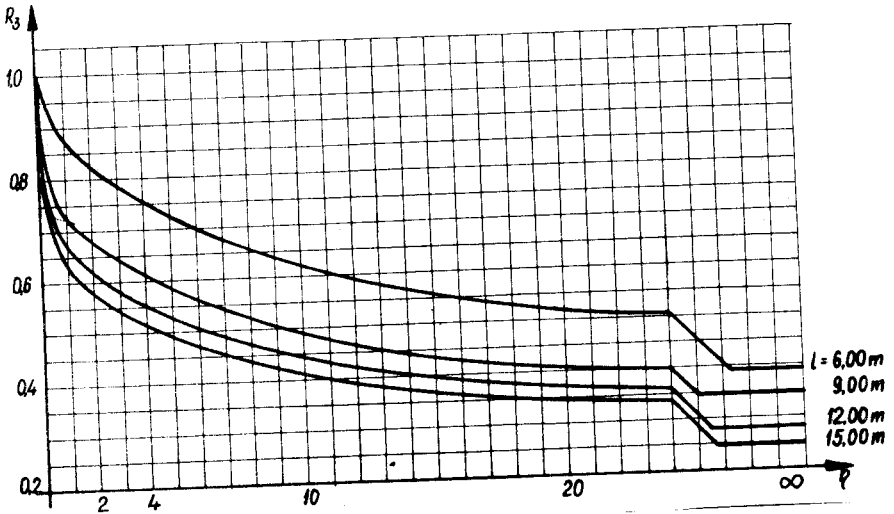
Rys. 3.6 e

a)



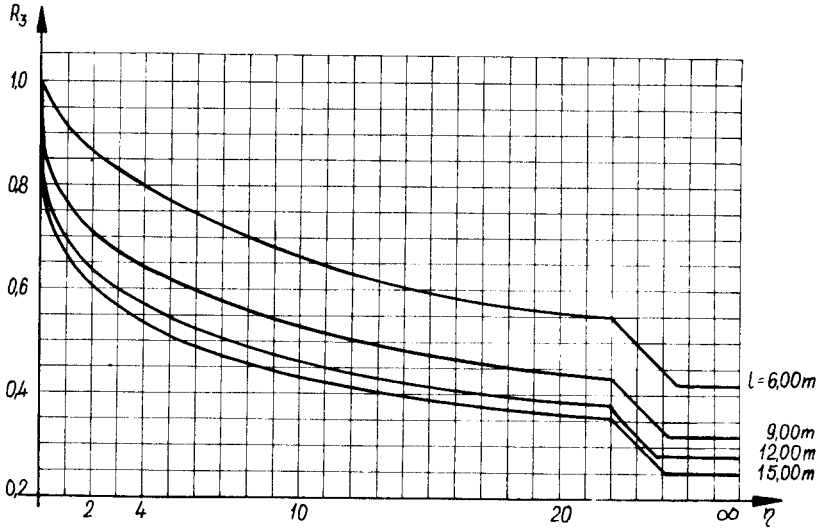
Rys. 3.7a. Reakcje podpory środkowej wywołane dwiema jednokowymi suwnicami przy rozpiętości przęsł: 6,00; 9,00; 12,00; 15,0 m  
 a, b, c, d, e - udźwig suwnic odpowiednio: 5,0; 15,0; 30,0; 50,0; 75,0 T

b)



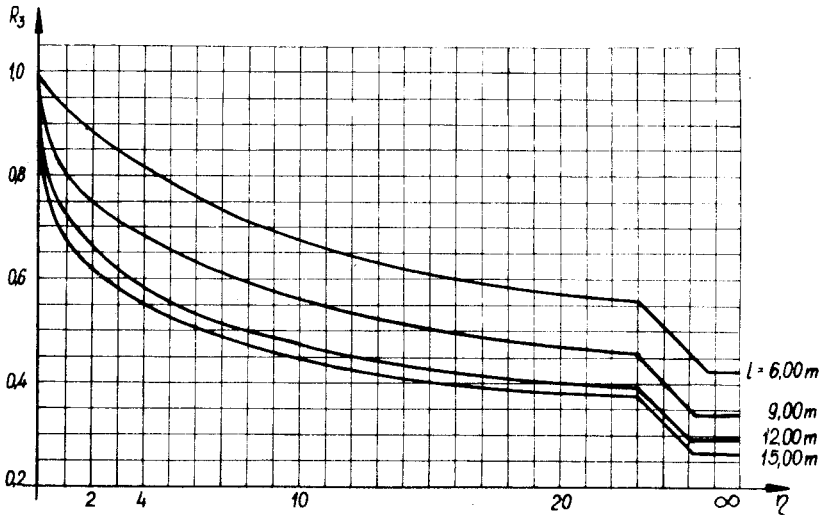
Rys. 3.7 b

c)



Rys. 3.7 c

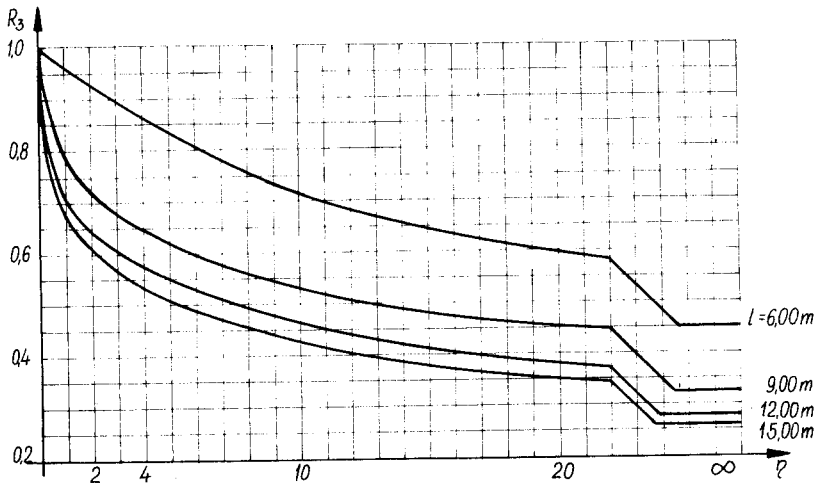
d)



Rys. 3.7 d



e)



Rys. 3.7 e

Celem przeprowadzenia analizy obciążenia podpór wprowadzono wskaźnik obciążenia podpór zdefiniowany jako stosunek obciążenia badanej podpory do obciążenia podpory środkowej. Wskaźniki obciążenia podpory pierwszej i drugiej wynoszą

$$\omega_1 = \frac{R_1}{R_3}$$

(3.18)

$$\omega_2 = \frac{R_2}{R_3}$$

Tablica 3.1

L m	Q T	$\omega_1$	0	2	4	
6,0	5,0	$\omega_1$	0,426	0,880	1,020	2,400
		$\omega_2$	1,000	0,704	0,712	1,550
		$\omega_1'$	0,717	1,220	1,380	2,740
	75,0	$\omega_1$	0,400	0,690	0,800	2,090
		$\omega_2$	1,000	0,745	0,780	1,780
		$\omega_1'$	0,506	1,050	1,230	2,800
9,00	5,0	$\omega_1$	0,572	1,070	1,220	2,560
		$\omega_2$	1,000	0,655	0,643	1,470
		$\omega_1'$	0,417	0,880	1,045	2,370
	75,0	$\omega_2$	1,000	0,862	0,712	1,560
		$\omega_1'$	0,700	1,250	1,380	2,780
12,00	5,0	$\omega_1$	0,690	1,230	1,380	2,700
		$\omega_2$	1,000	0,666	0,642	1,520
		$\omega_1'$	0,886	1,340	1,530	2,860
	75,0	$\omega_1$	0,556	1,090	1,245	2,650
		$\omega_2$	1,000	0,767	0,687	1,540
		$\omega_1'$	0,788	1,420	1,480	3,150
15,00	5,0	$\omega_1$	0,767	1,320	1,480	2,820
		$\omega_2$	1,000	0,836	0,643	1,520
		$\omega_1'$	0,910	1,462	1,560	2,900
	75,0	$\omega_1$	0,661	1,215	1,365	2,880
		$\omega_2$	1,000	0,655	0,655	1,540
		$\omega_1'$	0,900	1,495	1,540	3,090

L - rozpiętość przęsła, m; Q - udźwig suwnicy, T

W tabelicy 3.1 podano wskaźniki obciążenia podpór dla podstawowych rozpiętości toru i dwóch typów suwnic.

Wskaźniki  $\omega_1$  i  $\omega_2$  dotyczą toru obciążonego dwiema suwnicami, natomiast wskaźniki  $\omega_1'$  dotyczy obciążenia toru jedną suwnicą.

### 3.4. Wnioski

1. Wskaźnik obciążenia podpory skrajnej toru obciążonego dwiema suwnicami różni się od wskaźnika uzyskanego przy obciążeniu toru jedną suwnicą. Podpory skrajne toru obciążonego jedną suwnicą pracują w bardziej niekorzystnych warunkach.
2. Obciążenie podpory skrajnej konstrukcji pracującej w układzie przestrzennym jest mniejsze niż obciążenie podpór środkowych rozwiązywanych w układzie płaskim.
3. Wraz ze wzrostem rozpiętości belki wzrasta wskaźnik obciążenia podpory skrajnej.
4. Efekty ekonomiczne wynikające z przestrzennej pracy konstrukcji są tym większe im wyższy jest współczynnik  $\eta$ . Jednak ze wzrostem współczynnika  $\eta$  wzrasta wskaźnik obciążenia podpory skrajnej. Już przy  $\eta = 2,0$  w wielu przypadkach wskaźnik obciążenia podpory skrajnej jest wyższy od jedności. Znaczy to, że podpora skrajna jest bardziej obciążona niż podpory środkowe. Bardzo niekorzystny jest wskaźnik obciążenia podpory skrajnej dla  $\eta = \infty$ .

Dla rozważanych rozpiętości pręseł i typów suwnic waha się on w granicach:

$$\text{dwie suwnice} \quad \omega_1 = 2,40 \div 2,82$$

$$\text{jedna suwnica} \quad \omega_1 = 2,70 \div 3,15$$

5. Wskaźnik obciążenia słupa drugiego jest większy niż środkowych, jednak mniejszy od skrajnych. Dla podanych rozpiętości pręseł oraz obciążenia dwiema suwnicami waha się w granicach:

$$\omega_2 = 1,47 \div 1,78$$

6. Wskaźnik obciążenia słupów przy dylatacji / podwójne słupy/ jest wyższy niż słupów skrajnych
7. Wzory (3.1) do (3.13) albo wykresy podane na rysunkach 3.2 a,b,c mogą służyć do praktycznego wykorzystania przy projektowaniu hal przemysłowych z uwzględnieniem przestrzennej pracy konstrukcji.
8. Obciążenie podpory skrajnej ma minimalny wpływ na podporę środkową i istnieje tylko przy małych rozpiętościach pręseł i przy równoczesnym obciążeniu dużymi suwnicami.

4. Hale o słupach połączonych sztywno z fundamentami i przegubowo z więzarami dachu oraz o ciężkim i sztywnym pokryciu

#### 4.1. Układ ogólny hali

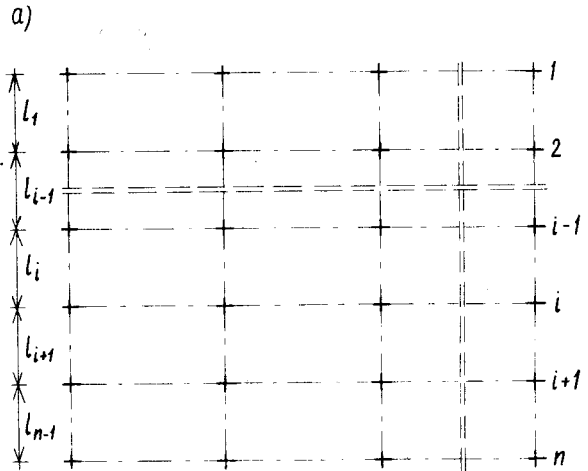
Przedstawiona tematyka dotyczy hal o dowolnej ilości naw, lecz o pokryciu znajdującym się na jednym poziomie. Założono również, że konstrukcja ciężkiego pokrycia spełnia rolę tarczy sztywnej.

Jak już powiedziano, w praktyce istnieją hale o zróżnicowanej lecz określonej sztywności konstrukcji usztywniającej hale w płaszczyźnie poziomej /dachu/. Usytuowanie konstrukcji usztywniającej w poszczególnych nawach może znajdować się na różnych poziomach.

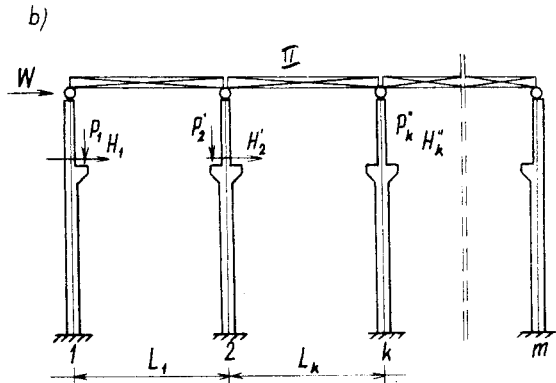
Jako przykład hali, której pokrycie spełnia rolę tarczy sztywnej można wymienić halę pokrytą żelbetowymi płytami żebrowymi powiązаныmi monolitycznie z dźwigarami strunobetonowymi. Sztywność połączenia takiego dachu w stosunku do sztywności innych elementów, można uznać za nieskończenie dużą. Założenie to oparto głównie na doświadczeniu inżynierskim autora. Niezbędne jest jednak przeprowadzenie obszernych badań zarówno na gotowych obiektach jak i modelach i naukowego opracowania, które umożliwi ocenę sztywności elementów obudowy ciężkiej czy też lekkiej.

Rozważaniom poddaje się więc szczególny przypadek hali. Stąd analiza statyczna tej konstrukcji jest prosta w stosunku do analizy hali przyjętej jako rozwiązanie ogólne.

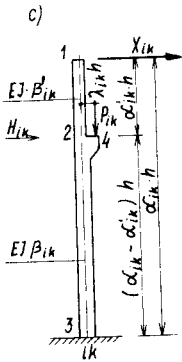
Wymiary poszczególnych elementów hali opisano za pomocą odpowiednich współczynników, np. charakterystyki geometryczne słupów w kierunku ich wysokości opisano współczynnikami  $\alpha$  i  $\alpha'$  a w kierunku wymiaru poprzecznego współczynnikami  $\beta$  i  $\beta'$ /znaczenie współczynników podano na rysunku 4.1c/.



Rys. 4.1 a



Rys. 4.1 b



Rys. 4.1 c

Rys.4.1. Schemat hali "jednotarczowej"

a/ siatka słupów hali

b/ przekrój poprzeczny

c/ ukształtowanie i schemat obciążenia słupa "ik"

#### 4.2. Założenia

- górne końce słupów są na jednym poziomie połączone z konstrukcją dachu w sposób przegubowy wzajemnie nieprzesuwany
- charakterystyki geometryczne słupów i związane z nimi sztywności są dowolne
- rozstaw słupów w rzędzie jest dowolny
- hala jest usztywniona w kierunku podłużnym
- belki podsuwnicowe są w poszczególnych nawach zamontowane na jednakowym poziomie
- belki podsuwnicowe i słupy mogą być wykonane z różnych materiałów
- liczba naw w hali jest dowolna

#### 4.3. Hale z wolnopodpartymi belkami podsuwnicowymi

Układ konstrukcyjny hali charakteryzuje się tym, że poziome przemieszczenie wierzchołka dowolnego słupa jest związane z przemieszczeniem konstrukcji /tarczy/dachu. Przyjęte warunki ograniczają dowolne przemieszczanie się tarczy. Pionowe stężenia podłużne uniemożliwiają powstanie przemieszczeń w kierunku osi podłużnej oraz obrót tarczy. Możliwe są jedynie przemieszczenia w kierunku/poprzecznym/ prostopadłym do podłużnej osi hali. Wystarczy zatem znajomość łatwego do określenia, poprzecznego przemieszczenia tarczy, aby jednocześnie uzyskać jednoznacznie określone przemieszczenie wierzchołka dowolnego słupa. Tę interesującą cechę hali należy w rozważaniach w odpowiedni sposób wykorzystać.

Przemieszczenie tarczy zależy od charakterystyk geometrycznych i statycznych wszystkich słupów hali. W przedstawionych rozważaniach wygodnie będzie posługiwać się współczynnikami wirtualnych poziomych przemieszczeń słupa "i" rzędu "k". Schemat hali i słupa "ik" oraz znalezienie współczynników charakteryzujących geometrię słupa podano na rysunku 4.1.

Wirtualne współczynniki przemieszczeń dla poszczególnych przekrojów słupa przedstawiają się następująco:



$V_{ik}^I$  - przemieszczenie p.1 wywołane poziomą siłą jednostkową przyłożoną w p.1

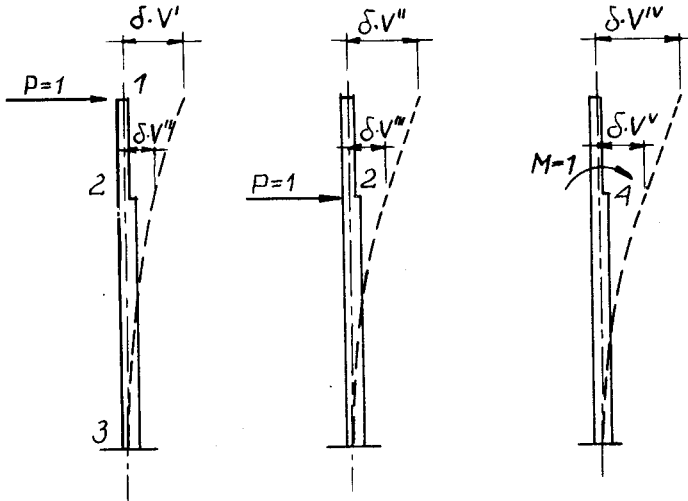
$V_{ik}^{II}$  - przemieszczenie p.2 wywołane poziomą siłą jednostkową przyłożoną w p.1

$V_{ik}^{III}$  - przemieszczenie p.2 wywołane poziomą siłą jednostkową przyłożoną w p.2

$V_{ik}^{IV}$  - przemieszczenie p.1 wywołane pionową siłą jednostkową przyłożoną w p.4

$V_{ik}^V$  - przemieszczenie p.2 wywołane pionową siłą jednostkową przyłożoną w p.4

Znaczenie współczynników  $V_{ik}$  podano na rysunku 4.2.



Rys. 4.2. Zestawienie wirtualnych poziomych przemieszczeń słupa

Wirtualne współczynniki poziomych przemieszczeń słupa  $ik$  można określić następującymi wzorami:

$$V_{ik}^I = \frac{\alpha_{ik}^3}{\beta_{ik}} + \frac{\alpha'_{ik}{}^3}{\beta'_{ik} \cdot \beta_{ik}} / \beta_{ik} - \beta'_{ik} /$$

$$V_{ik}^{II} = \frac{1}{\beta_{ik}} / \alpha_{ik}^3 - 1,5 \alpha_{ik}^2 \cdot \alpha'_{ik} + 0,5 \alpha'_{ik}{}^3 / (4.1)$$

$$V_{ik}^{III} = \frac{1}{\beta_{ik}} / \alpha_{ik} - \alpha'_{ik} / ^3$$

$$V_{ik}^{IV} = 1,5 \cdot \lambda_{ik} \frac{\alpha_{ik}^2 - \alpha'_{ik}{}^2}{\beta_{ik}}$$

$$V_{ik}^V = 1,5 \lambda_{ik} \frac{/\alpha_{ik} - \alpha'_{ik} / ^2}{\beta_{ik}}$$

Przemieszczenie wierzchołka słupa wynosi:

$$\delta_{ik}^W = \frac{x_{ik} \cdot h^3}{3 EJ} V_{ik}^I + \frac{H_{ik} \cdot h^3}{3 EJ} V_{ik}^{II} + \frac{P_{ik} \cdot h^3}{3 EJ} V_{ik}^{IV} \quad (4.2)$$

Wyprowadzając oznaczenie

$$\Delta = \frac{3 EJ}{h^3} \cdot \delta_{ik}^W \quad (4.3)$$

z równania (4.2) i (4.3) uzyskano

$$x_{ik} = \frac{1}{V'_{ik}} \Delta - \frac{V_{ik}^{II}}{V_{ik}^I} H_{ik} - \frac{V_{ik}^{IV}}{V_{ik}^I} P_{ik} \quad (4.4)$$

Obciążenie słupów wybranego rzędu  $k$  wywoła spowodowane przemieszczenie tarczy  $\Delta_k$ . Obciążenie słupów wszystkich rzędów wywoła spowodowane przemieszczenie, które moż-

na określić wzorem

$$\Delta = \Delta_1 + \Delta_2 + \dots + \Delta_k + \Delta_{k+1} + \dots + \Delta_m \quad (4.5)$$

Pisząc warunek równowagi tarczy

$$X_{ik} = 0 \quad (4.6)$$

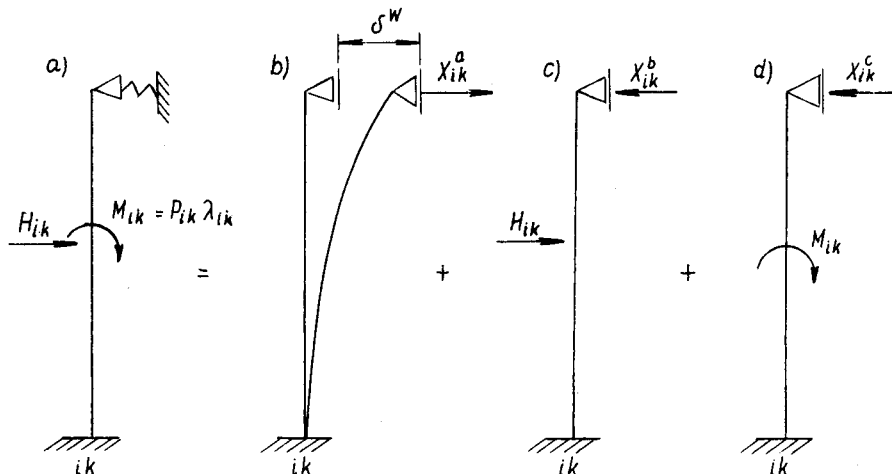
i korzystając z wyrażeń (4.4), (4.5) i (4.6) uzyskano

$$\Delta_1 = \frac{\sum_1^n \frac{v_{ik}^{II}}{v_{il}^I} H_{il} + \sum_1^n \frac{v_{il}^{IV}}{v_{il}^I} P_{il}}{\sum_1^n \sum_1^m \frac{1}{v_{il}^I}}$$

$$\Delta_k = \frac{\sum_1^n \frac{v_{ik}^{II}}{v_{ik}^I} H_{ik} + \sum_1^n \frac{v_{ik}^{IV}}{v_{ik}^I} P_{ik}}{\sum_1^n \sum_1^m \frac{1}{v_{ik}^I}} \quad (4.7)$$

$$\Delta_m = \frac{\sum_1^n \frac{v_{im}^{II}}{v_{im}^I} H_{im} + \sum_1^n \frac{v_{im}^{IV}}{v_{im}^I} P_{im}}{\sum_1^n \sum_1^m \frac{1}{v_{im}^I}}$$

Przemieszczenie tarczy wywoła odkształcenie wyodrębnionego z konstrukcji słupa, którego schemat zastępczy przedstawia rysunek 4.3b.



Kys.4.3. Schematy statyczne słupa

a/ schemat statyczny

b/ odkształcenie słupa po przemieszczeniu tarczy i jego obciążenie związane z tym odkształceniem

c, d/ schematy zastępcze i obciążenie zeometryczne słupa

Przemieszczenie to można wyrazić w sposób następujący

$$\delta_{ik}^W = \frac{\alpha_{ik}^3}{\beta_{ik}} \cdot \frac{h^3}{3 E J} \cdot X_{ik}^a \quad (4.8)$$

Po przyrównaniu (4,3) do (4,8) mamy

$$X_{ik}^a = \frac{\beta_{ik}}{\alpha_{ik}^3} \Delta \quad (4.9)$$

Analiza wzorów (4.7) wskazuje, że nie jest obojętne, które rzędy słupów są obciążone /w których nawach pracują suwnice/ ani też, które słupy w danym rzędzie są obciążone. W związku z powyższym chcąc obliczyć maksymalne przemieszczenie tarczy dachu należy przeprowadzić odpowiednią analizę sposobu obciążenia hali.

W wyniku bezpośredniego obciążenia słupa "ik" wg ry-

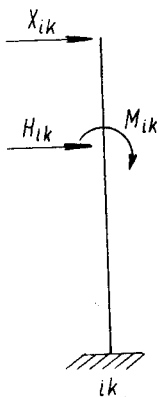
sunku 4.3c,d nadliczbową reakcją podporową działającą na górny koniec słupa określają wzory

$$x_{ik}^b = \frac{a_{ik}^3 - 1,5a_{ik}^2 \cdot a'_{ik} + 0,5a'_{ik}{}^3}{a_{ik}^3 \cdot \beta'_{ik} + a'_{ik}{}^3 / \beta_{ik} - \beta'_{ik} /} \beta'_{ik} \cdot H_{ik} \quad (4.10)$$

$$x_{ik}^c = \frac{1,5 \lambda_{ik} \cdot \beta'_{ik} / a_{ik}^2 - a'_{ik}{}^2 /}{a_{ik}^3 \beta'_{ik} + a'_{ik}{}^3 / \beta_{ik} - \beta'_{ik} /} P_{ik} \quad (4.11)$$

Ostateczne obciążenie słupa, w wyniku superpozycji sił przedstawiono na rysunku 4.4 oraz określono wzorami

$$x_{ik} = x_{ik}^a - x_{ik}^b - x_{ik}^c \quad (4.12)$$



Opierając się na przedstawionych wzorach, sporządzenie wykresów momentów zginających i sił poprzecznych, wywołanych obciążeniem suwnicami, nie nas - tręcza już trudności.

Rys.4.4. Schemat i końcowe obciążenie słupa

Należy jednak pamiętać o przeprowadzeniu analizy maksymalnego obciążenia słupa "ik" w nawiązaniu do obciąże-

nia hali, które wywołuje przemieszczenie tarczy  $\delta^W$ .

#### 4.4. Hale z ciągłymi belkami podsuwnicowymi

Jak już powiedziano wyżej, omawiany rodzaj hali jest przypadkiem szczególnym z uwagi na konstrukcję dachu, której sztywność uznano za nieskończenie wielką.

Rozwiązanie tego szczególnego układu z uwzględnieniem współpracy ciągłych belek podsuwnicowych, w przypadku dowolnych wymiarów słupów i ich rozstawu, jest złożone.

Trudności wynikają głównie z faktu, że nie są znane kryteria określające położenie ruchomego obciążenia suwnicami, które wywoła powstanie ekstremalnych sił wewnętrznych oraz przemieszczeń poszczególnych elementów konstrukcji.

Przy założeniu jednakowych rozpiętości i sztywności przęseł belek podsuwnicowych oraz jednakowej charakterystyce sprężystych podpór, konieczna jest odpowiednia analiza ustawienia mostów suwnicowych na torze, w celu określenia maksymalnych reakcji torów suwnicowych na słupy. Jest to przypadek najprostsz, na co zwrócono uwagę w 3 rozdziale. Nie istnieje możliwość ujęcia problemu w ramy prostych równań, jak to przedstawiono w publikacji [6]. Należy również podkreślić, że rozwiązanie według [6] jest przybliżone z uwagi na fakt, że zostało oparte na "równaniach trzech momentów", a nie na "równaniach pięciu momen-

tów". Tak więc rozwiązanie według [6], mimo przyjętych uogólnień, umożliwia obliczenie jedynie szczególnych przypadków konstrukcji obciążonych konkretnymi siłami.

Przedstawione zależności i cechy hali pozwalają rozważać niezależnie skutki wynikające z przemieszczenia tarczy oraz skutki wynikające z bezpośredniego obciążenia toru suwnicowego, a zatem i obciążenia dowolnego słupa. Można zatem wykorzystać zasadę superponowania przyczyn i skutków oraz zastosować metodę wieloetapowego rozwiązania.

Nie istnieje potrzeba, jak to przedstawiono w publikacjach [6] i [9], wiązania przemieszczenia tarczy jako elementu wspólnego dla wszystkich słupów, z indywidualnymi przemieszczeniami poszczególnych słupów.

#### 4.4.1. Opis metody wieloetapowej

Wieloetapowa metoda rozwiązania zagadnienia polega na niezależnym rozważeniu następujących problemów:

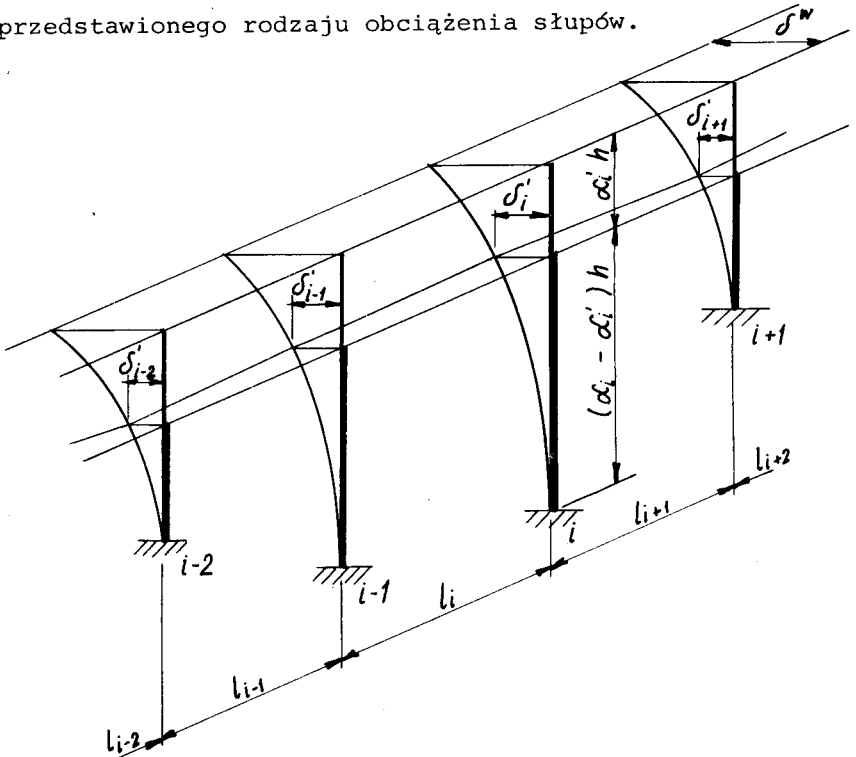
a/ rodzaju obciążenia słupów, które następuje w wyniku przemieszczenia tarczy

b/ rodzaju obciążenia słupów wynikającego ze sprężystego oddziaływania toru suwnicowego będącego skutkiem względnych przemieszczeń słupów na poziomie toru /patrz rysunek 4.5/; mają one bezpośredni związek z przemieszczeniami tarczy dachowej

c/ rodzaju obciążenia słupów wynikającego z bezpośrednie-

go obciążenia toru suwnicowego

Poszczególne etapy rozwiązania wynikają bezpośrednio z przedstawionego rodzaju obciążenia słupów.



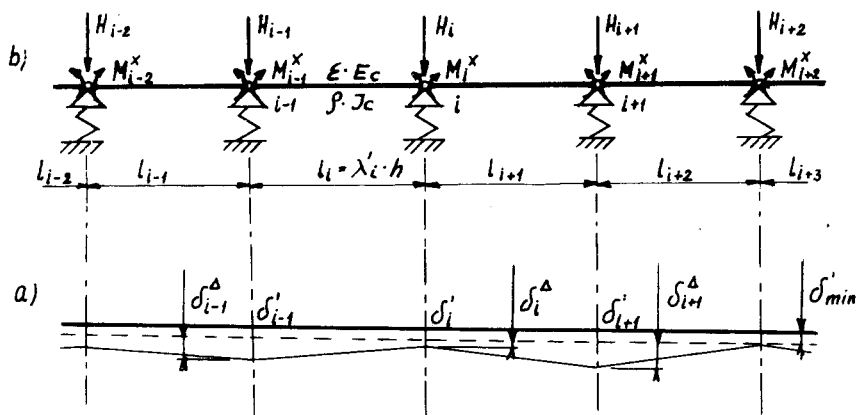
nys.4.5. Odkształcenia i przemieszczenia charakterystycznych przekrojów słupów rzędu "k" w wyniku przemieszczenia tarczy

W wyniku obciążenia dowolnego słupa "i" w dowolnym rzędzie "k" hali nastąpi przemieszczenie tarczy oraz odkształcenie wszystkich nieobciążonych słupów. Odkształcenia słupów oraz charakterystyczne przemieszczenia dachu i toru suwnicowego przedstawiono na rysunku 4.5. Skutki przemieszczeń łatwo odczytać z rysunku:

- z przemieszczeniem tarczy  $\delta^W$  jest związane powstanie sił wewnętrznych we wszystkich słupach hali



- z przemieszczeniem tarczy jest związane powstanie przemieszczeń  $\delta'_i$  wszystkich słupów hali na poziomie torów suwnicowych; przemieszczenia  $\delta'_i$  zależą od poprzecznych i podłużnych wymiarów danego słupa; przemieszczenia względne  $\delta_i^\Delta = \delta'_i - \delta'_{\min}$  /rys.4.6a/ uwidaczniają się jako obniżenie podpory ciągłej belki podsuwnicowej opartej na sprężystych podporach.



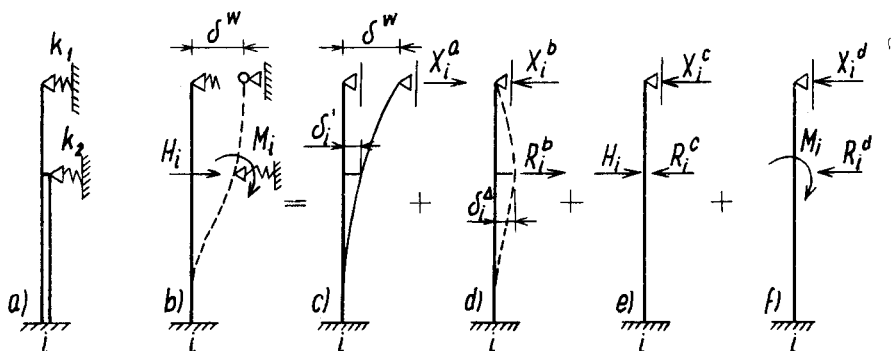
Rys.4.6. Schemat ciągłej poziomej belki toru suwnicowego

a/ schemat przemieszczenia oraz przemieszczenia względnego poszczególnych podpór spowodowanego przemieszczeniem tarczy

b/ schemat obciążenia toru poziomymi siłami

Oddzielnym zagadnieniem jest praca toru suwnicowego bezpośrednio obciążonego reakcjami kół mostu suwnicowego.

Schemat statyczny słupa "i" przedstawia rysunek 4.7a. Na rysunku 4.7b podano schemat statyczny słupa bezpośrednio obciążonego z uwzględnieniem przemieszczenia tarczy. Stosując zasadę superpozycji przyczyn i skutków, schemat 4.7b można zastąpić schematami 4.7c,d,e,f.



Rys.4.7. Schematy statyczne słupa "l" w rzędzie "k"

a/ schemat statyczny słupa

b/ schemat statyczny po przemieszczeniu tarczy i obciążenie zewnętrzne

c/ zastępczy schemat statyczny i obciążenie słupa związane z przemieszczeniem tarczy

d/ zastępczy schemat statyczny i obciążenie słupa wynikające z obniżenia podpór belki toru

e,f/ schematy zastępcze i obciążenie słupa wynikające z bezpośredniego obciążenia i sprężystego oddziaływania toru

W pierwszym etapie rozwiązania układ jest jednokrotnie geometrycznie niewyznaczalny.

w drugim i następnych etapach statyczna niewyznaczalność układu wynosi:

$$S = n - 2$$

gdzie:

n - liczba słupów w rzędzie

W pierwszym etapie rozwiązania biorą udział wszystkie słupy hali. W drugim i następnych etapach rozwiązania biorą udział jedynie słupy rozważanego rzędu.

Pierwszy etap rozwiązania polega na obliczeniu prze-

mieszczenia tarczy według wzorów (4.7). Obliczone przemieszczenie według tych wzorów jest przybliżone. Przybliżenie wynika z faktu, że na tym etapie rozwiązania nie są znane reakcje ciągłego toru suwnicowego na słupy. Przybliżenie będzie tym większe im mniej będą zróżnicowane charakterystyki słupów hali. Istnieje jednak możliwość oceny przybliżenia. Można tego dokonać na podstawie podanych w dalszej części wzorów i wykresów.

#### 4.4.2. Przemieszczania słupów na poziomie toru suwnicowego

W drugim etapie rozważania dotyczą współpracy toru suwnicowego ze słupami wyodrębnionego rzędu "k". W dalszej części pracy można zatem pominąć indeks "k".

W wyniku przemieszczenia tarczy  $\delta^W$ , będącego równocześnie przemieszczeniem wierzchołka słupa  $\delta_i^W$ , nastąpi na poziomie toru suwnicowego przemieszczenie tego słupa  $\delta'_i$  / rys. 5/. Przemieszczenie to dla ciągłej belki podsuwnicowej opartej na sprężystych podporach, uwidoczni się jako przesunięcie podpory.

Z powodu przemieszczenia wszystkich słupów na uwagę zasługuje jedynie względne przemieszczenie na poziomie toru, powodujące włączenie się do współpracy, z pozostałymi elementami hali, toru suwnicowego. Miarodajną różnicę przemieszczeń  $\delta_i^\Delta$  uznana za wielkość osiadania /obniżenia/ podpory "i", określa zależność /rys.4.6a/

$$\delta_i^A = \delta'_i - \delta_{\min} \quad (4.13)$$

Przesunięcie poziome /obniżenie/ podpory "i" o wielkość  $\delta_i^A$  w wyniku sprężystego oddziaływania ciągłego toru suwnicowego, wywoła powstanie sił obciążających pozostałe słupy w rzędzie. Siły te można określić na podstawie równania pięciu momentów belki ciągłej, opartej na sprężystych podporach /rys.4.6a/.

Współczynnik określający sprężystą podatność podpory wyraża następujący wzór:

$$k_i = \left[ \frac{1}{\beta_1} / \alpha_i - \alpha_i'^3 - \frac{\beta_i' / \alpha_i^3 - 1,5 \alpha_i^2 \alpha_i' + 0,5 \alpha_i'^3 / 2}{\alpha_i^3 \beta_1 + \alpha_i'^3 / \beta_i - \beta_i'} \right] \frac{h^3}{3EJ} \quad (4.14)$$

Równanie pięciu momentów ma postać

$$a_{i,i-2} \cdot M_{i-2}^x + a_{i,i-1} \cdot M_{i-1}^x + a_{i,i} \cdot M_i^x + a_{i,i+1} \cdot M_{i+1}^x + a_{i,i+2} \cdot M_{i+2}^x = N_i$$

$$a_{i,i-2} = 6 E_c J_c \cdot \frac{k_{i-1}}{l_{i-1} l_i} \quad (4.15)$$

$$a_{i,i-1} = l_i' - \frac{6 E_c J_c}{l_i} \left[ k_{i-1} / \frac{1}{l_{i-1}} + \frac{1}{l_i} + k_i / \frac{1}{l_i} + \frac{1}{l_{i+1}} \right]$$

$$a_{i,i} = 2/l_i' + l_{i+1}' / + 6E_c J_c \left[ \frac{k_{i-1}}{l_i^2} + k_i / \frac{1}{l_i} + \frac{1}{l_{i+1}} / 2 + \frac{k_{i+1}}{l_{i+1}^2} \right] \quad (4.16)$$

$$a_{i,i+1} = l'_{i+1} - \frac{6E_c J_c}{l_{i+1}} \left[ k'_i \frac{1}{l_i} + \frac{1}{l_{i+1}} + k_{i+1} \frac{1}{l_{i+1}} + \frac{1}{l_{i+2}} \right]$$

$$a_{i,i+2} = 6 E_c J_c \frac{k_{i+1}}{l_{i+1} \cdot l_{i+2}}$$

$$l'_i = \frac{J_c}{J_i} \cdot l_i \quad (4.17)$$

$$N_i = -6E_c J_c \left[ \frac{\delta_{i-1}^\Delta}{l_i} - \delta_i \frac{1}{l_i} + \frac{1}{l_{i+1}} + \frac{\delta_{i+1}^\Delta}{l_{i+1}} \right] \quad (4.18)$$

Rozwiązując układ równań (4.15) i określając oddziaływanie toru na słup /reakcje  $R_i^b$ / można dalej określić siły  $X_i^b$ , /schemat obciążenia słupa według rys.4.7d/ wyrażone wzorem

$$X_i^b = \frac{\alpha_i^3 - 1,5 \alpha_i^2 \cdot \alpha'_i + 0,5 \cdot \alpha_i'^3}{\alpha_i^3 \cdot \beta'_i + \alpha_i'^3 / \beta_i - \beta'_i} \beta'_i \cdot R_i^b \quad (4.19)$$

Siły  $R_i^b$  są reakcjami sprężystego oddziaływania ciągłego toru suwnicowego na słupy.

## 4.4.3. Obciążenie toru suwnicowego siłami poziomymi

W następnym etapie należy uwzględnić obciążenie ciągłego toru suwnicowego siłami poziomymi  $H_i$  /rys.6b/. Siły te wywołają sprężyste oddziaływanie toru suwnicowego na słupy w postaci sił  $R_i^C$ . Można je określić na podstawie równania (4.15) przyjmując prawą stronę tego równania jak następuje

$$N_i = -6E_C J_C \left[ H_{i-1} \cdot \frac{k_{i-1}}{l_i} - H_i \cdot k_i / \frac{1}{l_i} + \frac{1}{l_{i+1}} + H_{i+1} \frac{k_{i+1}}{l_{i+1}} \right] \quad (4.20)$$

gdzie:

$H_{i-1}, H_i, H_{i+2}$  - reakcje podporowe belki wolnopodpartej wywołane poziomymi naciskami kół suwnicowych na tor

Analogicznie jak w punkcie 4.4.2. w oparciu o równania (4.15) i (4.20) oraz schemat według rysunku 4.7e siły  $X_i^C$  można wyrazić następująco:

$$X_i^C = /H_i - R_i^C/ \frac{\alpha_1^3 - 1,5\alpha_i^2 \cdot \alpha'_i + 0,5 \alpha_i^3}{\alpha_i^3 \cdot \beta'_i + \alpha_i^3 / \beta_i - \beta'_i /} \cdot \beta'_i \quad (4.21)$$

Siły  $R_i^C$  są siłami sprężystego oddziaływania toru na słupy.

## 4.4.4. Obciążenie toru suwnicowego siłami pionowymi

Obciążenie słupa pionową reakcją toru suwnicowego wywoła powstanie momentu zginającego obciążającego słup:

$$M_i = P_i \cdot h \cdot \lambda_i \quad (4.22)$$

Moment  $M_i$  wywoła przemieszczenie słupa w miejscu oparcia toru, określone wzorem

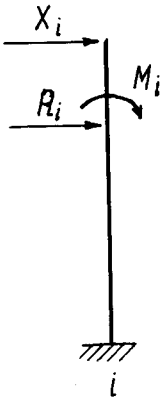
$$\delta_i^M = \frac{P_i \cdot h \cdot \lambda_i}{3EJ} \cdot \frac{\alpha_i^2 - \alpha_i'^2 / \alpha_i^3 - 1,5 \alpha_i^2 \cdot \alpha_i' + 0,5 \alpha_i'^3 / \beta_i'}{\alpha_i^3 \cdot \beta_i' + \alpha_i'^3 / \beta_i - \beta_i' / \beta_i} \quad (4.23)$$

Opierając się na wzorach (4.14) do (4.18) oraz schemat 4.7d, wartość siły  $X_i^d$  wywołaną sprężystym oddziaływaniem toru suwnicowego na słupy /siłą  $R_i^d$ / określono wzorem

$$X_i^d = \frac{\beta_i'}{\alpha_i^3 \beta_i' + \alpha_i'^3 / \beta_i - \beta_i' / \beta_i} \left[ 1,5 P_i \lambda_i / \alpha_i^2 - \alpha_i'^2 / - \right. \\ \left. - R_i^d / \alpha_i^3 - 1,5 \alpha_i^2 \alpha_i' + 0,5 \alpha_i'^3 / \right] \quad (4.24)$$

#### 4.4.5. Obciążenie słupów wybranego rzędu

Ostateczne obciążenie słupów rzędu  $k$  uzyskamy w wyniku superpozycji sił uzyskanych w rozwiązaniach poszczególnych etapów. W konsekwencji uzyskano siły zewnętrzne obciążające słupek o schemacie prostego wspornika /rys.4.8/.



Rys.4.8. Schemat i końcowe obciążenie słupa

Siły zewnętrzne określają następujące wzory

$$X_i = X_i^a - X_i^b - X_i^c - X_i^d \quad (4.25)$$

$$R_i = H_i + R_i^b - R_i^c - R_i^d \quad (4.26)$$

$$M_i = P_i \cdot h \cdot \lambda_i \quad (4.27)$$

W oparciu o wzory (4.25), (4.26) i (4.27) nie nastęrcza już trudności sporządzanie wykresów momentów zginających i sił poprzecznych, wywołanych obciążeniem suwnicami, dla dowolnego słupa rzędu "k".

#### 4.5. Kryteria oceny wpływu obciążenia słupów na przemieszczenie tarczy

Zastosowana metoda wieloetapowego rozwiązania, w przypadku zróżnicowanych parametrów słupów i torów suwnicowych, pozwala uzyskać wyniki jedynie przybliżone.



Przybliżenie wynika z trudności ustalenia, w początkowej fazie rozwiązywania, sił obciążających poszczególne słupy. Istnieje jednak możliwość ustalenia kryteriów oceny wpływu obciążenia dowolnego słupa na przemieszczenie tarczy. W tym celu analizie należy poddać wzory (4.25), (4.26) i (4.27).

Szczególnie łatwe jest, w prostszych przypadkach kombinacji parametrów słupów i torów suwnicowych, przeprowadzenie analizy sposobu obciążenia hali, przy których uzyskuje się maksymalne przemieszczenie tarczy.

Na poziome przemieszczenie tarczy mają wpływ następujące czynniki:

- sztywność słupów na zginanie  $/EJ/$  oraz wysokość wszystkich słupów jako elementy decydujące o wartości przemieszczenia tarczy
- sztywność na zginanie i wysokość słupów rzędu "k" oraz sztywność na zginanie ciągłego toru suwnicowego, jako elementy wpływające na rozkład sił obciążających tor na poszczególne słupy rzędu "k"
- sposób obciążenia hali mostami suwnicowymi

#### 4.5.1. Wpływ sztywności i wysokości słupów na przemieszczenie tarczy

Wpływ sztywności i wysokości słupów na przemieszczenie tarczy można określić w wyniku analizy wzorów (4.7). Wynika z niej przede wszystkim, że nie jest obo-

jętne, które ze słupów hali poddane zostaną obciążeniu. Dotyczy to zarówno obciążenia poszczególnych rzędów jak i obciążenia słupów w poszczególnych rzędach.

O wartości przemieszczenia tarczy decydują następujące wyrażenia /wskaźniki/:

$$m^I = \frac{V_i^{II}}{V_i^I} H_i \quad (4.28a)$$

$$m^{II} = \frac{V_i^{II}}{V_i^I} P_i \quad (4.28b)$$

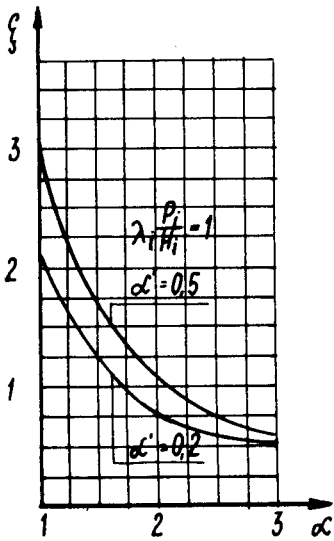
Stosunek wyrażen (4.28a) i (4.28b) daje:

$$\xi = \frac{m^{II}}{m^I} = \frac{V_i^{IV} P_i}{V_i^{II} H_i} = \frac{1,5 / \alpha_i^2 - \alpha_i'^2 /}{\alpha_i^3 - 1,5 \alpha_i^2 \alpha_i' + 0,5 \alpha_i'^3} \cdot \frac{P_i}{H_i} \quad (4.29)$$

oraz

$$m^{II} = \xi \cdot m^I \quad (4.30)$$

Współczynnik  $\xi$  nie zależy od momentów bezwładności słupów a jedynie od ich geometrii w kierunku podłużnej osi. Zmienność współczynnika  $\xi$  w zależności od podłużnych wymiarów słupa przedstawiono na rysunku 4.9. Należy zwrócić uwagę, że obie krzywe zostały wykonane dla praktycz-

Rys. 4.9. Wykresy współczynnika  $\xi$ 

nie dolnych i górnych wartości współczynnika  $\alpha'$ .

W celu dokonania oceny wpływu zmiany sztywności oraz długości słupów na przemieszczenie tarczy, należy przeprowadzić analizę współczynników  $m^I$  i  $m^{II}$  określonych wzorami (4.28a i b).

Wygodniej jest prowadzić analizę przyjmując, że  $\alpha \geq 1$ .

Równocześnie  $\beta \geq 1$ , przy czym przy  $\alpha = 1$  jest  $\beta = 1$ .

$$m^I = \frac{\alpha_i^3 - 1,5 \alpha_i^2 \cdot \alpha'_i + 0,5 \alpha_i^3}{\alpha_i^3 \beta'_i + \alpha_i^3 / \beta_i - \beta'_i} \beta'_i \quad (4.31a)$$

$$m^{II} = \frac{\alpha_i^3 - 1,5 \alpha_i^2 \cdot \alpha'_i + 0,5 \alpha_i^3}{\alpha_i^3 \beta'_i + \alpha_i^3 / \beta_i - \beta'_i} \beta'_i \cdot \xi \quad (4.31b)$$

Z rysunku 4.1 wynika, że współczynnik  $\alpha'_i$  określa miejsce zmiany sztywności słupa oraz miejsce przyłożenia sił wywołanych przez mosty suwnicowe. Dlatego też dla poszczególnych rzędów słupów współczynnik  $\alpha'_i$  należy uznać za stały. Nie jest bowiem możliwy taki przypadek, aby

na odcinku hali określonym przerwami dylatacyjnymi, tory suwnicowe mogły zmieniać poziomy. Możliwe są natomiast sytuacje, kiedy przy stałych sztywnościach słupów w rzędzie, zmieniać się będą ich wysokości. Może być również odwrotnie - przy stałych wysokościach zmieniać się będą sztywności słupów w rzędzie. Wygodnie będzie zatem prowadzić analizę dla każdego z tych przypadków niezależnie.

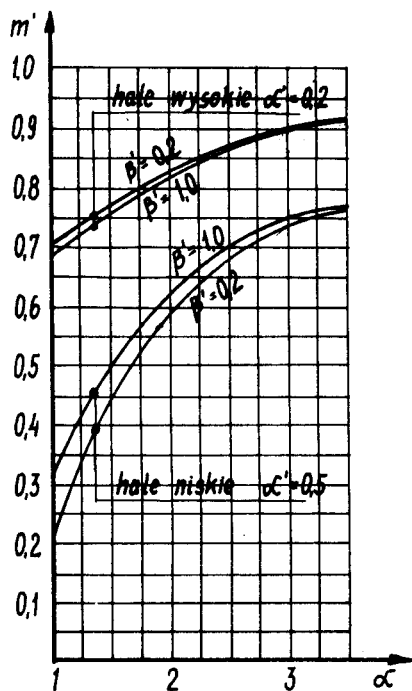
#### 4.5.2. Stałe sztywności słupów w rzędzie

W przypadku stałych sztywności słupów, tzn dla  $\beta = 1$ , przy obciążeniu słupa siłami poziomymi otrzymujemy

$$m' = \frac{\alpha_i^3 - 1,5 \alpha_i^2 \cdot \alpha'_i + 0,5 \alpha_i'^3}{\alpha_i^3 \cdot \beta'_i + \alpha_i'^3 / (1 - \beta'_i)} \beta'_i \quad (4.32)$$

Wykres współczynnika  $m'$  jako funkcję  $\alpha$  przedstawiono na rysunku 4.10. Dwie górne krzywe, wykonane dla  $\alpha' = 0,2$  oraz  $\beta' = 0,2$  i  $\beta' = 1,0$  dotyczą hal wysokich, których część podsuwnicowa wynosi 0,8 h. Dwie dolne krzywe dotyczą hal niskich /zostały wykonane dla  $\alpha' = 0,5$  oraz  $\beta' = 0,2$  i  $\beta' = 1,0$ /, których część podsuwnicowa równa jest nadsuwnicowej i wynosi 0,5 h.

Wprowadzenie pojęcia hali wysokiej lub niskiej jest możliwe z uwagi na fakt, że nadsuwnicowa część słupa ma określone wymiary, ściśle związane z rodzajem suwnicy.



Rys. 4.10. Wykresy współczynnika  $m'$  przy  $\beta = 1$

jest dwukrotnie większa /  $\alpha = 2,0/$

- odpowiednia proporcja współczynników wynosi:

$$\frac{m' / \alpha' = 0,2/}{m' / \alpha' = 1,0/} = 0,945$$

- w halach wysokich zmiana długości słupa nawet do  $2 h$  /  $\alpha = 2,0/$  wpływa stosunkowo nieznacznie na zmianę współczynnika  $m'$ , np.

$$\frac{m' / \alpha = 1/}{m' / \alpha = 2/} = 0,825$$

Z wykresu odczytano interesujące zależności:

- można uznać, że w halach wysokich /  $\alpha' = 0,2/$  zmiana sztywności nadsuwnicowej części słupa /zmiana wsp.  $\beta'/$  nie ma wpływu na zmianę współczynnika  $m'$
- w halach niskich /  $\alpha' = 0,5/$  zmiana sztywności górnej części słupa nieznacznie wpływa na zmianę współczynnika  $m'$  np dla słupów, których wysokość

- w halach niskich zmiana wysokości słupa w sposób istotny wpływa na zmianę współczynnika  $m'$ , np.

$$\frac{m'/\alpha = 1/}{m'/\alpha = 2/} = 0,353$$

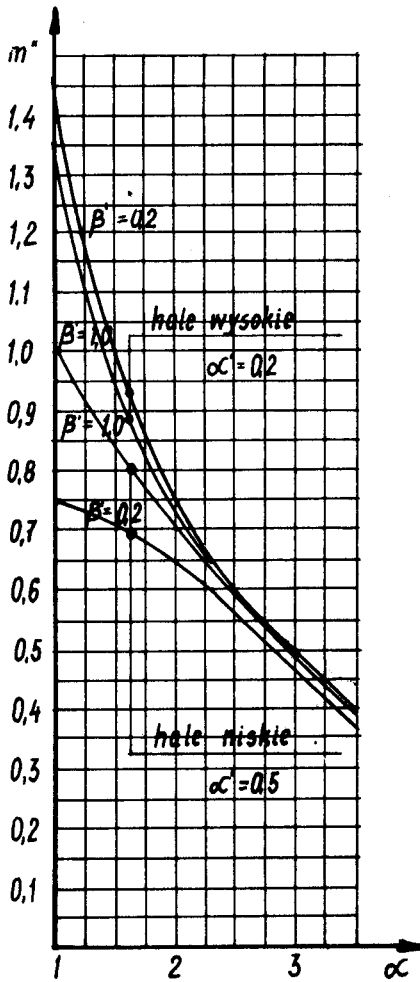
W przypadku obciążenia słupów siłami pionowymi uzyskujemy

$$m^{II} = \frac{\alpha_1^3 - 1,5 \alpha_i^2 \alpha'_i + 0,5 \alpha_i'^3}{\alpha_1^3 \beta'_i + \alpha_i'^3 / 1 - \beta'_i /} \beta'_i \quad (4.33)$$

Wykresy współczynnika  $m''$  jako funkcji  $\alpha$  dla charakterystycznych wartości  $\beta'_i$  podano na rysunku 4.11.

Zależności wynikające z wykresów przedstawiają się następująco:

- w halach wysokich zmiana sztywności górnej części słupa nie ma wpływu na zmianę współczynnika  $m''$ .
- w halach niskich zmiana sztywności górnej części słupa zdecydowanie wpływa na zmianę współczynnika  $m''$
- ze wzrostem długości słupa maleje współczynnik  $m''$ ; współczynnik maleje tym szybciej im większa jest wysokość hali oraz przy halach niskich - im sztywność górnej części słupa jest większa.

Rys. 4.11. Wykresy współczynnika  $m''$  przy  $\beta = 1$ 

## 4.5.3. Stałe wysokości słupów w rzędzie

Dla stałych wysokości słupów w rzędzie  $\alpha_i = 1$  wzory

(4.31) przyjmą postać:

$$m' = \frac{1 - 1,5 \alpha'_i + 0,5 \alpha'^3_i}{\beta'_i + \alpha'^3_i / \beta_i - \beta'_i / \beta_i} \beta'_i \quad (4.34)$$

$$m'' = \frac{1 - 1,5 \alpha'_i + 0,5 \alpha'^3_i}{\beta'_i + \alpha'^3_i / \beta_i - \beta'_i / \beta_i} \beta'_i \cdot \xi' \quad (4.35)$$

gdzie:

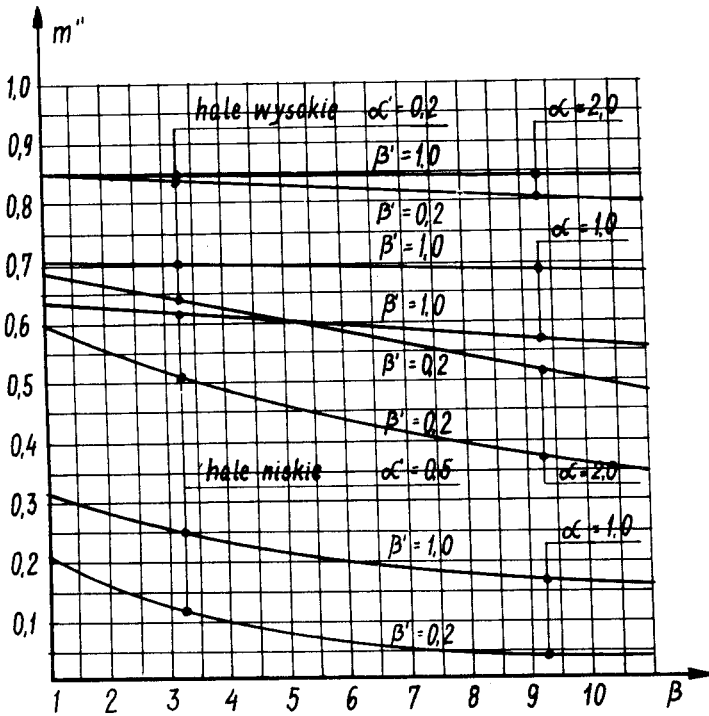
$$\xi' = \frac{1,5 / 1 - \alpha'^2_i / \lambda_i}{1 - 1,5 \alpha'_i + 0,5 \alpha'^3_i} \cdot \frac{P_i}{H_i} \quad (4.36)$$

Na rysunku 4.12 przedstawiono wykresy funkcji  $m' / \beta$  określonej wzorem 4.34 dla charakterystycznych współczynników  $\alpha'_i$  i  $\beta'_i$ .

Z wykresów wynikają następujące zależności:

- ze wzrostem sztywności słupa maleje współczynnik  $m'$
- w przypadku słupów niskich wartość współczynnika  $m'$  jest mała; wartość  $m'$  jest tym mniejsza im mniejszy jest współczynnik  $\beta$ ; przy dwukrotnym wzroście sztywności współczynnik  $m'$  maleje o 12%
- w halach wysokich /  $\alpha = 0,2$ / i przy stałej sztywności słupa /  $\beta' = 1$ / współczynnik  $m'$  ma wysoką wartość /  $m' = 0,7$ / i praktycznie nie zależy od zmiany jego sztywności.





Rys. 4.12. Wykresy współczynnika  $m'$  przy  $\alpha = \text{const}$

- w halach wysokich przy skokowej zmianie sztywności słupa /  $\beta' = 0,2$ / współczynnik  $m'$  ma wysoką wartość i tylko nieznacznie zmienia wartość ze zmianą jego sztywności np. przy dwukrotnym wzroście sztywności współczynnik  $m'$  maleje tylko o 4%

Na rysunku 4.12. naniesiono też krzywe zmiany współczynnika  $m'$  dla podwójnej wysokości słupa /  $\alpha = 2$ /. Z porównania krzywych wykonanych dla  $\alpha = 1$  i  $\alpha = 2$  można odczytać następujące zależności:

- w halach wysokich w przypadku słupów o stałej sztywności-

ności /  $\beta' = 1/ \frac{m'/\alpha = 1/}{m'/\alpha = 2/} = \text{const}$ , i praktycznie nie zależy od wzrostu sztywności słupa

- w halach niskich również można uznać, że

$$\frac{m'/\alpha = 1/}{m'/\alpha = 2/} = \text{const}$$

jednak stosunek tych współczynników jest znacznie mniejszy niż w przypadkach hal wysokich

- z wykresów na rysunku 4.10, i 4.12 wynika, że wraz ze wzrostem wysokości słupów wzrasta współczynnik  $m'$ , natomiast ze wzrostem sztywności współczynnik  $m'$  maleje; wpływ zmiany wysokości jest znacznie większy niż wpływ sztywności.

W celu przeprowadzenia analizy wzoru (4.35) określono wartości współczynników  $\xi'$  dla  $\frac{P_i}{H_i} \cdot \lambda = 1$  dla hal wysokich /  $\alpha' = 0,2/$  i hal niskich /  $\alpha' = 0,5/$ . W przypadku hali wysokiej  $\xi' = 2,00$ , w przypadku hali niskiej  $\xi' = 3,60$ .

Wartość współczynnika  $\xi'$  jest więc stała dla określonego typu hali, gdyż jest ona zależna jedynie od wartości  $\alpha'$ . W związku z powyższym przedstawiona analiza wzoru (4.35) obowiązuje w zakresie dowolnego obciążenia hali oraz dowolnego współczynnika  $\lambda$ .

4.6. Kryteria oceny wpływu przemieszczenia tarczy na zróżnicowanie przemieszczeń słupów na poziomie toru suwnicowego

Analiza dotyczy, jak poprzednio, wybranego rzędu słupów. Założono, że jest znane przemieszczenie tarczy  $\delta^W$ , które odpowiada przemieszczeniu wierzchołka dowolnego słupa  $\delta_i^W$ .

Określając ugięcie wierzchołka słupa wywołane poziomą siłą skupioną działającą w wierzchołku uzyskano

$$f = \frac{Ph^3}{3EJ} \left[ \alpha_i^3 \cdot \alpha'_i + \beta_i - \beta'_i / \alpha_i^3 \right] \frac{1}{\beta_i \beta'_i} \quad (4.37)$$

Rozważmy przypadek, dla którego  $\delta_i^W = f$

Wzór (4.37) przekształcono do postaci

$$P = \frac{3 E J \beta_i \cdot \beta'_i}{h^3 \left[ \alpha_i^3 \beta_i + \beta_i - \beta'_i / \alpha_i^3 \right]} \cdot \delta^W \quad (4.38)$$

Szukamy przemieszczenia  $\delta'_i$  /przemieszczenia słupa na poziomie toru suwnicowego/, które powstanie w wyniku działania siły P

$$\delta'_i = \frac{Ph^3}{3EJ} \left[ \frac{1}{\beta_i} / \alpha_i^3 - 1,5 \alpha_i^2 \alpha'_i + 0,5 \alpha_i^3 \right] \quad (4.39)$$

Po podstawieniu wyrażenia (4.38) do (4.39) uzyskano

$$\delta'_i = \frac{\alpha_i^3 - 1.5\alpha_i^2\alpha'_i + 0,5\alpha_i^3}{\alpha_i^3\beta'_i + \beta'_i - \beta'_i/\alpha_i^3} \cdot \beta'_i \cdot \delta^W \quad (4.40)$$

Biorąc pod uwagę wyrażenie (4.31a) można napisać

$$\delta'_i = m' \cdot \delta^W \quad (4.41)$$

Wyżej uzasadniono już wygodę prowadzenia analizy niezależnie dla  $\alpha = 1$  oraz  $\beta = 1$ . We wzorze (4.41) wyrażenie  $\delta^W$  dla konkretnego obciążenia hali jest wartością stałą.

W związku z powyższymi zależnościami określone tym wzorem graficznie przedstawiono na rysunku 4.10 i 4.12, natomiast wnioski z nich wynikające opisano w punkcie 4.5.

Zróżnicowane charakterystyki poszczególnych słupów, w wyniku przemieszczenia tarczy, uwidocznia się we współpracy toru ze słupami tylko w przypadku, kiedy przemieszczenie względne

$$\delta_i^A = \delta'_i - \delta'_{\min} > 0 \quad (4.42)$$

Interesujące jest zatem przeprowadzenie analizy przemieszczenia względnego słupów na poziomie toru suwnicowego. Można przyjąć, że minimalne przemieszczenie  $\delta'_{\min}$  dotyczy słupa porównawczego, dla którego  $\alpha = 1$  oraz  $\beta = 1$ ,

bowiem konsekwencją wzrostu wysokości słupa może być wzrost jego sztywności.

Przyjmując dalej oznaczenia dla tego słupa, że  $\alpha'_1 = \alpha'$  oraz  $\beta'_i = \beta'$  otrzymujemy

$$\delta'_{\min} = m''' \cdot \delta^W \quad (4.43)$$

gdzie:

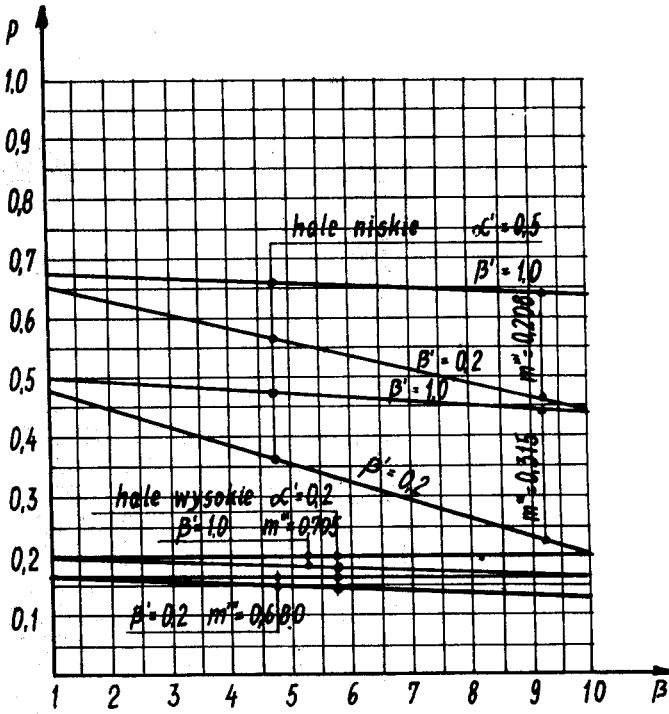
$$m''' = \frac{1 - 1,5\alpha' + 0,5\alpha'^3}{\alpha'^3 + \sqrt{1 - \alpha'^3/\beta'}} \cdot \beta' \quad (4.44)$$

Wartości liczbowe współczynnika  $m'''$  łatwo odczytać z wykresów na rysunku 4.12. Przyjmuje on następujące wartości dla hal niskich i wysokich;

dla $\alpha' = \beta' = 0,2$	$m''' = 0,68$
dla $\alpha' = 0,2 \quad \beta' = 1,0$	$m''' = 0,705$
dla $\alpha' = 0,5 \quad \beta' = 0,2$	$m''' = 0,208$
dla $\alpha' = 0,5 \quad \beta' = 1,0$	$m''' = 0,315$

Stosunek przemieszczenia względnego do przemieszczenia danego słupa wyraża wzór

$$p = \frac{m^I - m'''}{m^I} = 1 - \frac{m'''}{m^I} \quad (4.45)$$



Rys. 4.13. Wykresy współczynnika  $p$

Przemieszczenie względne wpływające na współpracę toru suwnicowego z konstrukcją można wyrazić wzorem

$$\delta_i^{\Delta} = p \cdot \delta_i' \quad (4.46)$$

lub

$$\delta_i^{\Delta} = p \cdot m' \cdot \delta_i^W \quad (4.47)$$

oraz

$$\delta_i = \frac{1}{m'} - m' \delta^W \quad (4.48)$$

Analizę wzoru (4.45) przedstawiono graficznie na rysunku 4.13. Wykresy wykonano dla słupów o wysokości od h do 2h. Z analizy wynika, że w halach wysokich zmiana sztywności słupa nie wpływa na zmianę przemieszczenia względnego słupów oraz, że przemieszczenie względne wynosi od 14 do 20 % przemieszczenia słupa. W halach niskich natomiast przy  $\beta' = 1$  zmiana sztywności słupa nieznacznie wpływa na zmianę przemieszczenia względnego. Przy  $\beta' = 0,2$  zmiana sztywności słupa znacznie wpływa na zmianę przemieszczenia względnego. Przemieszczenie względne wynosi tu - tutaj 67 % przemieszczenia słupa.

Wykonane wykresy dla  $\alpha = 2$  przedstawiają przypadek skrajny z inżynierskiego punktu widzenia. W rzeczywistości różnica wysokości poszczególnych słupów jest znacznie mniejsza. Stąd wniosek, że w przypadku hal wysokich, przemieszczenie względne  $\delta_i^{\Delta}$  jest na tyle małe, że jego wpływ na współpracę toru ze słupami jest nieistotny i może być pominięty.

4.7. Współpraca ciągłych belek podsuwnicowych ze szkieletem o jednolitych parametrach słupów w rzędzie

#### 4.7.1. Charakterystyka ustroju

Rozważany przypadek jest ogólny jednak zawężony w stosunku do przypadku przedstawionego uprzednio. Zawężenie polega na tym, że w danym rzędzie słupy muszą mieć jednokowe charakterystyki geometryczne i statyczne. Charakterystyki te mogą być natomiast różne w różnych rzędach słupów.

Należy podkreślić, że ten przypadek rozwiązania konstrukcyjnego hali ma bardzo szerokie zastosowanie w praktyce inżynierskiej.

#### 4.7.2. Rozwiązanie ustroju

Rozwiązanie polega na zastosowaniu, jak poprzednio, metody wieloetapowej.

W pierwszym etapie rozwiązania niczym nie różnią się od rozwiązania podanego w punkcie poprzednim.

Rozwiązanie etapu drugiego upraszcza się w sposób istotny w stosunku do hali o dowolnych charakterystykach słupów. Rozwiązanie będzie dokładne po uwzględnieniu porozważonych założeń. Wynika to z faktu, że przemieszczenie tarczy nie powoduje pracy ciągłej belki podsuwnicowej oraz, że wszystkie słupy danego rzędu /podpory toru/ mają



jednakowe współczynniki sprężystej podatności.

Rozważając rząd słupów  $k$  można przyjąć, że  $\alpha_{ik} = 1$  oraz  $\beta_{ik} = 1$ .

Korzystając ze wzoru (4.14) określamy współczynnik charakteryzujący sprężystość podpory

$$k = \left[ \frac{1 - \alpha'^3 - \frac{1 - 1,5\alpha' + 0,5\alpha'^3}{\alpha'^3 + 1 - \alpha'^3} \beta'}{\alpha'^3 + 1 - \alpha'^3} \beta' \right] \frac{h^3}{3EJ} \quad (4.49)$$

Równanie pięciu momentów belki opartej na jednakowo sprężystych podporach, przy jednakowej sztywności belki i rozpiętości przęseł, przedstawia się następująco:

$$\eta M_{i-2}^x + \frac{1 - 4\eta/M_{i-1}^x}{4} + 6\eta/M_i^x + \frac{1 - 4\eta/M_{i+1}^x}{4} + \eta M_{i+2}^x = - \eta \left[ H_{i-1} - 2H_i + H_{i+1} \right] - \frac{\eta}{k} \left[ \delta_{i-1}^M - 2\delta_i^M + \delta_{i+1}^M \right] \quad (4.50)$$

gdzie:

$$\eta = \frac{6 \mathcal{M}_E \cdot J}{h^3} k \quad \chi = \frac{E\rho}{\lambda^3} \quad (4.51)$$

W przypadku obciążenia słupa tylko siłami  $H_{ik}$  korzystamy z pierwszego członu prawej strony równania (4.50). Rozwiązując układ równań znajdujemy reakcje podporowe belki ciągłej  $R_{ik}^C$ .

W przypadku gdy długość hali sprowadza się do przecięcia słupów, wówczas można korzystać z gotowych rozwiązań podanych w 3 rozdziale.

Po określeniu sił  $R_{ik}^c$  rozwiązujemy układ przedstawiony na rysunku 4.7c. Nadliczbową  $X_{ik}^c$  określa wzór

$$X_{ik}^c = / H_{ik} - R_{ik}^c / \frac{/1-1,5\alpha'+0,5\alpha'^3/\beta'}{\alpha'^3 + /1-\alpha'^3/\beta'} \quad (4.52)$$

W przypadku obciążenia słupa momentem zginającym  $M_{ik}$  określamy przemieszczenie się go w miejscu oparcia toru następującym wzorem

$$\delta_{ik,M} = 1,5 \lambda_{ik} \left[ /1-\alpha'/2 - \frac{/1-\alpha'^2/1-1,5\alpha'+0,5\alpha'^3/\beta'}{\alpha'^3 + /1-\alpha'^3/\beta'} \right] \frac{P_{ik} h^3}{3EJ} \quad (4.53)$$

gdzie:

$$P_{ik} \cdot \lambda_{ik} \cdot h = M_{ik} \quad (4.54)$$

Przemieszczenie  $\delta_{ik}^M$  stanowi obciążenie belki ciągłej o -partej na sprężystych podporach. Po rozwiązaniu układu równań (4.50) i określeniu reakcji belki na słupy  $R_{ik}^d$ , rozwiązuje się układ według rysunku 4.7d. Nadliczbową  $X_{ik}^d$  określa wzór

$$X_{ik}^d = \frac{\beta'}{\alpha'^3 + /1+\alpha'^3/\beta'} \left[ 1,5 \cdot \lambda_{ik} \cdot P_{ik} /1-\alpha'^2/ - R_{ik}^d /1-1,5\alpha' + 0,5\alpha'^3/ \right] \quad (4.55)$$

Ostateczne siły zewnętrzne obciążające słup, o schemacie prostego wspornika zamocowanego w fundamencie według rysunku 4.8 określają wzory:

$$X_{ik} = X_{ik}^a - X_{ik}^c - X_{ik}^d \quad (4.56)$$

$$R_{ik} = R_{ik}^H - R_{ik}^c - R_{ik}^d \quad (4.57)$$

Metoda rozwiązania oraz podane wzory mogą mieć zastosowanie również w przypadku hal mających dodatkowo usztywnienia ścian szczytowych. Uzyskujemy tutaj dodatkowy warunek  $\delta^W = 0$ .

Wzór (4.56) przyjmuje wtedy postać

$$X_{ik} = -X_{ik}^c - X_{ik}^d \quad (4.58)$$

Wzór (4.57) pozostaje bez zmian.

Przykład podano w publikacji [33].

#### 4.8. Hale o jednolitych parametrach słupów w rzędzie z wolnopodpartymi belkami podsuwnicowymi

Jednotarczowe hale przemysłowe bez współdziałania toru suwnicowego przedstawiono w publikacji [9]. Zagadnienie to można rozwiązać również na podstawie wzorów (4.25) do (4.27) zakładając, /rys. 4.7/, że

$$R_i^b = R_i^c = R_i^d = 0 \quad (4.59)$$

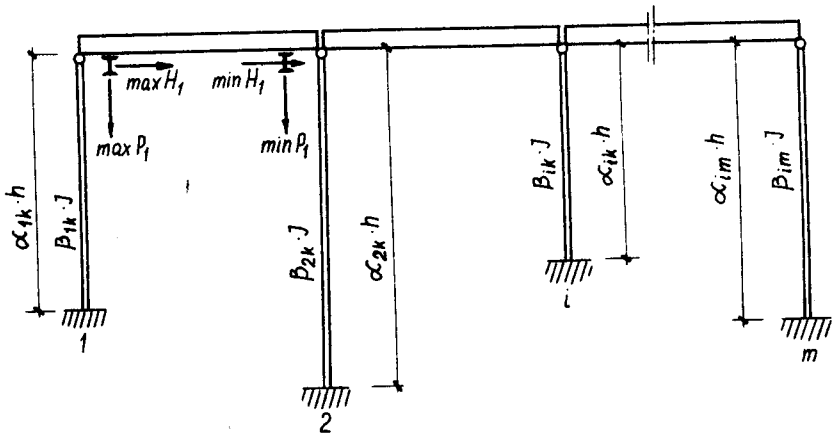
Hale o jednakowych charakterystykach słupów można rozwiązać stosując wzory (5.56) i (5.57) i przyjmując warunek (4.59).

#### 4.9. Hale z suwnicami podwieszonymi

Hale przemysłowe ze słupami utwierdzonymi w fundamentach i przegubowo połączonymi z wiązarami dachowymi w przypadku suwnic podwieszonych, mają stałe lub w sposób ciągły zmieniające się sztywności słupów na wysokości /rysunek 4.14/.

Przyjęto założenia

- na swej wysokości słupy mają stałą sztywność
- słupy mają dowolne wymiary podłużne i poprzeczne
- w kierunku podłużnym hala jest usztywniona



Rys.4.14. Schemat hali "jednotarczowej" z podwieszonymi torami suwnicowymi

Opierając się na wzorach określonych w punkcie 4.3, można podać wyrażenie, które określi względne przemieszczenie tarczy. Wynosi ono

$$\Delta = \frac{\sum_1^n \sum_1^m H_{ik}}{\sum_1^n \sum_1^m \frac{1}{v_{ik}}} \quad (4.60)$$

Zakładając jednolite wymiary słupów otrzymamy

$$\Delta = \frac{\sum H_{ik}}{m \cdot n} \quad (4.61)$$

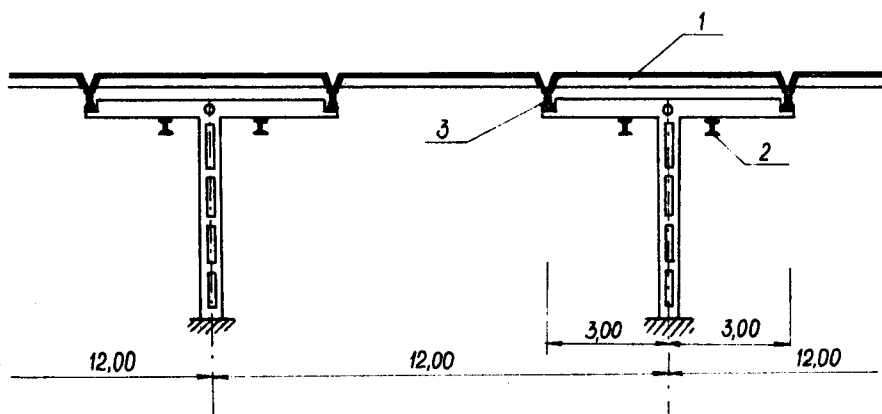
#### 4.10. Hale o specjalnej konstrukcji dachu

W praktyce można spotkać hale o oryginalnych rozwiązaniach, np. hala projektu autora [27]. Schemat konstrukcji hali łatwo odczytać z rysunku 4.15 i 4.17.

##### Charakterystyki hali

- wszystkie słupy mają jednolite wymiary,
- usztywnienia podłużne hali znajdują się w środkowej części,
- sztywność dachu, w płaszczyźnie połaci, można uznać za nieskończenie dużą

Szczegółowy opis konstrukcji zamieszczono w publikacji [27]. Należy zaznaczyć, że tory suwnicowe można podwieszać w obu wzajemnie prostopadłych kierunkach. W jednym kierunku tory podwiesza się do poziomych ramion słupa mającego kształt litery "T" a w drugim do dźwigarów opartych na końcach poziomej części słupa. Przyjęte warunki konstrukcyjne powodują, że zarówno pionowe jak i poziome oddziaływania torów wywołują przemieszczenie tarczy. Obciążenia i przemieszczenie tarczy przedstawiono na rysunku 4.16.

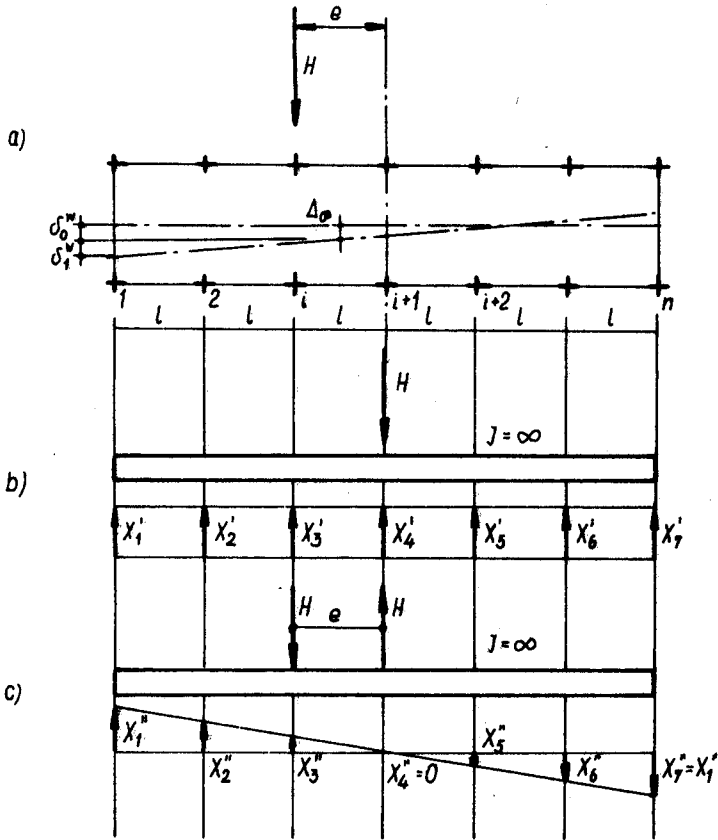


Rys.4.15. Schemat hali o siatce słupów 12,00 x 12,00

1- płyty żelbetowe żebrowe

2- podwieszane tory suwnicowe

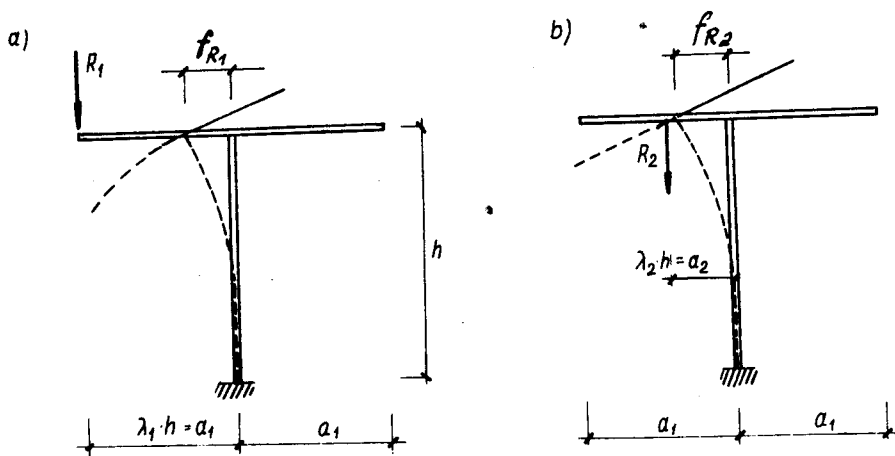
3- wiązary strunobetonowe dług. 12,00 m



Rys. 4.16. Rzut tarczy dachu

- a/ przemieszczenie tarczy wywołane dowolnym obciążeniem zewnętrznym
- b/ układ sił wywołany obciążeniem symetrycznym
- c/ układ sił wywołany obciążeniem antysymetrycznym

Przemieszczenie tarczy można rozbić na dwa niezależne, mianowicie; na przemieszczenie równoległe oraz obrót.



Rys. 4.17. Odkształcenie wyodrębnionego z konstrukcji słupa

a/ odkształcenie wywołane reakcją torów suwnicowych podwieszonych do dźwigarów strunobetonowych

b/ odkształcenie wywołane reakcją toru suwnicowego podwieszony do poziomej części słupa

W przypadku pierwszym obciążenia /obciążenie symetryczne/ według rysunku 4.16b mamy do czynienia z jednokowym obciążeniem wszystkich słupów. Siły obciążające słupy określa wzór

$$X_1^f = X_2^f = \dots = X_n^f = \frac{H}{\sqrt{n+1/m}} \quad (4.62)$$



gdzie:

$n$  - liczba przęseł

$m$  - liczba rzędów słupów

W drugim przypadku obciążenia /rys.4.16a/ moment wywołujący obrót układu i przypadający na jeden rząd słupów wynosi

$$M = \frac{H \cdot Q}{m} \quad (4.63)$$

Moment ten wywoła powstanie sił obciążających słupy liniowo zależnych od odległości słupów w stosunku do osi układu.

$$M = X_1'' n l + X_2'' /n-2/1 + \dots + X_i'' n - 2/i-1/ \quad (4.64)$$

$$\frac{X_1''}{n} = \frac{X_2''}{n-2} = \dots = \frac{X_i''}{n-2/i-1/} \quad (4.65)$$

$$i = 1, 2, 3 \dots p$$

Dla hali, gdy oś symetrii tarczy pokrywa się z osią środkowych słupów

$$p = \frac{n}{2} - 0,5 \quad (4.66)$$

W przypadku, kiedy oś symetrii tarczy nie pokrywa się z osiami słupów

$$p = \frac{n}{2} \quad (4.67)$$

Rozwiązując układ równań (4.64) i (4.65) otrzymano

$$x_i'' = \frac{M}{l} \frac{n - 2/i - 1/}{\sum_{i=1}^{i=p} [n - 2/i - 1/]^2} \quad (4.68)$$

Obciążenie wybranego słupa wynosi

dla  $i < \frac{n}{2}$

$$x_i^H = x_i + x_i'' \quad (4.69)$$

natomiast dla  $i > \frac{n}{2}$

$$x_i^H = x_i - x_i'' \quad (4.70)$$

W przypadku, kiedy słup znajduje się na osi symetrii

$$x_i^H = x_i' \quad (4.71)$$

W publikacji [27] zestawiono siły obciążające słupy hali o długości czterech przęseł a wywołane zewnętrzną siłą obciążającą jeden rząd słupów. Siły te określono na pod-

stawie wzorów (4.68) do (4.71). Te same wyniki można otrzymać ze wzorów (3.1) do (3.4).

Rozwiązanie konstrukcyjne hali charakteryzuje się również i tym, że reakcje pionowe suwnic podwieszonych powodują odkształcenie słupa w płaszczyźnie, na której słup kształtuje literę "T". Reakcje pionowe suwnic, niezależnie od kierunku zamontowania torów suwnicowych, wywołują odkształcenie wyodrębnionego z konstrukcji słupa według schematu podanego na rysunku 4.17.

Przemieszczenie wierzchołka słupa wywołane poziomą siłą  $H$  /rys.4.16/ wynosi

$$f_H = \frac{H \cdot h^3}{3EJ} \quad (4.72)$$

Przemieszczenie wierzchołka słupa wywołane pionową siłą  $R$  wynosi

$$f_R = \frac{1,5 \lambda R h^3}{3EJ} \quad (4.73)$$

Stosunek tych przemieszczeń wynosi

$$\frac{f_R}{f_H} = 1,5 \lambda \cdot \frac{R}{h} \quad (4.74)$$

Stosując współczynnik  $f_R/f_H$  zagadnienie można rozwiązać poprzez wykorzystanie rozwiązania określonego wzorami (4.69), (4.70) i (4.71).

dla  $i < \frac{n}{2}$

$$X_i^R = /X_i' + X_i''/ \frac{f_R}{f_H} \quad (4.75)$$

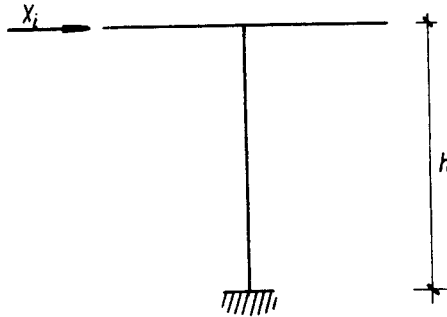
dla  $i > \frac{n}{2}$

$$X_i^R = /X_i' - X_i''/ \frac{f_R}{f_H} \quad (4.76)$$

oraz dla słupa leżącego na osi symetrii tarczy

$$X_i^R = X_i \frac{f_R}{f_H} \quad (4.77)$$

Siły  $X_i$  obciążające słup podano na rysunku 4.18



Rys.4.18. Obciążenie wyodrębnionego z konstrukcji słupa nieobciążonego bezpośrednio działającymi siłami zewnętrznymi

Przykład liczbowy dotyczy praktycznego zastosowania zamieszczonego w [27].

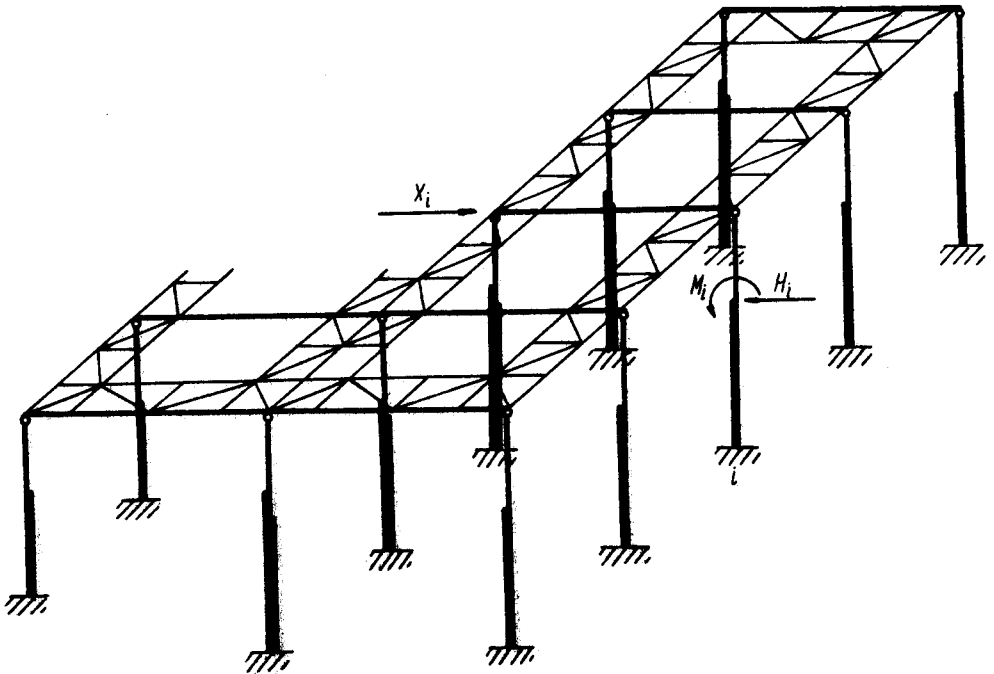
## 4.11. Wnioski

- 1/ Przedstawiona metoda pozwala rozwiązać w sposób przejrzysty i szybko prowadzący do celu halę typu "jednotarczowego" ze słupami utwierdzonymi w fundamencie i przegubowo połączonymi z wiązarami dachowymi, z uwzględnieniem przestrzennej współpracy ciągłych belek podsuwnicowych.
- 2/ Do rozwiązywania zagadnienia można wykorzystać podane proste wzory oraz zastosować eto.
- 3/ Zastosowanie metody stwarza możliwości przeprowadzenia analizy obciążenia hali nawet przy zróżnicowanych parametrach słupów i torów suwnicowych oraz przy obciążeniu hali wieloma różnymi suwnicami. Analiza taka jest niezbędna w celu określenia ekstremalnych sił wewnętrznych w poszczególnych elementach konstrukcji.
- 4/ Przybliżone rozwiązania przypadku ogólnego /zróżnicowane parametry hali/ można ocenić na podstawie podanych w tekście zależności i wykresów.
- 5/ W przypadkach zbliżonych charakterystyk słupów hali uzyskane rozwiązanie można uznać za dokładne.
- 6/ Pewne przypadki zróżnicowania charakterystyk słupów hali nie mają wpływu na wynik rozwiązania.

5. Hale o słupach sztywno połączonych z fundamentami i przegubowo z więzarami dachowymi oraz o określonej sztywności stężeń połąci dachu

5.1. Hale jedno lub wielonawowe o jednolitej połąci dachu

Układ konstrukcyjny hali przedstawiono na rysunku 5.1. Jak wynika z tematu, konstrukcja dachu w swej poziomej płaszczyźnie ma określoną sztywność. Pozostałe założenia są takie same jak w punkcie 4.2.



Rys. 5.1. Schemat hali ze stężeniami połąci dachu o określonej sztywności

W wyniku obciążenia poszczególnych układów poprzecznych reakcjami torów suwnicowych usztywnienia poziome dachu o określonej sztywności muszą pracować jak belka ciągła oparta na sprężystych podporach. Sprężystymi podporami są poszczególne układy poprzeczne. Współczynniki charakteryzujące sprężystość podpór można określić na podstawie rozważań podanych w 4 rozdziale. Biorąc pod uwagę rysunek 4.1 i wzory (4.1) oraz przyjmując obciążenie siłą  $P_{zi}$  uzyskano

$$k_i = \frac{h^3}{3EJ \sum_{k=1}^{k=m} \frac{1}{V_k}} \quad (5.1)$$

Przyjmując słupy o jednakowych charakterystykach geometrycznych, wzór (5.1) przybiera postać

$$k = \frac{h^3}{3E \sum J} \quad (5.2)$$

Znając współczynnik  $k_i$  określający sprężystość podpory można obliczyć przesunięcie wierzchołków słupów  $\delta_i^W$  wywołane siłą zewnętrzną  $P_{zi}$  działającą na poziomie więzarów dachu

$$\delta_i^W = k_i \cdot P_{zi} \quad (5.3)$$

Chcąc wyznaczyć przesunięcie  $\delta_i^W$  wywołane siłą zewnętrzną działającą na dowolnej wysokości słupa "ik", należy obliczyć siłę zastępczą  $p_{zi}$ , która działając na poziomie wiązarów wywoła takie samo przesunięcie. Można zatem przyrównać przesunięcie  $\delta_i^W$  do przesunięcia wywołanego siłą zastępczą  $p_{zi}$ . Z warunku (5.3), można określić siłę zastępczą

$$p_{zi} = \frac{\delta_i^W}{k_i} \quad (5.4)$$

Wykorzystując (4.7) i (5.1) uzyskano

$$p_{zi} = \sum_1^m \frac{V''_{ik}}{V'_{ik}} H_{ik} + \sum_1^m \frac{V^{IV}_{ik}}{V'_{ik}} P_{ik} \quad (5.5)$$

W przypadku hal z transportem podwieszonym /rys.4.14/siła zastępcza

$$p_z = \sum_1^m H_{ik} \quad (5.6)$$

Nieznane siły  $X_i$  sprężystego oddziaływania stężeń należy określić na podstawie rozważań 3 rozdziału.

W rozwiązaniu należy przyjąć kratownicę /stężeń połączonych/ o określonej sztywności opartą na podporach o współczynnikach sprężystej podatności podpór  $k$  określonych wzorami (5.1) lub (5.2) oraz obciążoną na podporach siłami zewnętrznymi  $p_z$ .

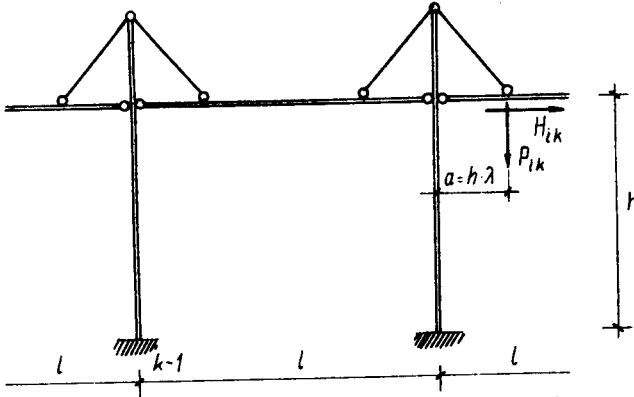


Przedstawione rozwiązanie dotyczy hal z wolnopodpartymi belkami podsuwnicowymi.

## 5.2. Hale o specjalnym rozwiązaniu

W publikacji [29] przedstawiono rozwiązanie konstrukcyjne hali projektu autora.

Schemat układu poprzecznego hali podano na rysunku 5.2. Wszystkie słupy mają jednakowe charakterystyki geometryczne. W hali istnieją pionowe stężenia podłużne oraz stężenia połączniowe o określonej sztywności.



Rys.5.2. Schemat hali o oryginalnym schemacie statycznym

Rozwiązanie statyczne układu dla przypadku działania sił poziomych jest analogiczne jak dla hali z transportem podwieszonym omówionej w punkcie 5.1.

Praca statyczna układu przypadku działania sił pionowych  $P_{ik}$  jest podobna jak dla pionowego obciążenia hali o kształcie litery "T" opracowanej w rozdziale 4. W tymże rozważano jednak halę o nieskończenie dużej sztywności połaci dachu. W tym przypadku stężenia dachu mają określoną sztywność. Współczynnik sprężystości podpór określa wzór (5.2). Przemieszczenie układu poprzecznego słupów na poziomie dachu wywołane siłami  $P_{ik}$  wynosi

$$\delta_i^W = \frac{1,5 \lambda}{\sum_1^m \frac{1}{V_{k'}}} \cdot \frac{P_{ik} \cdot h^3}{3EJ} \quad (5.7)$$

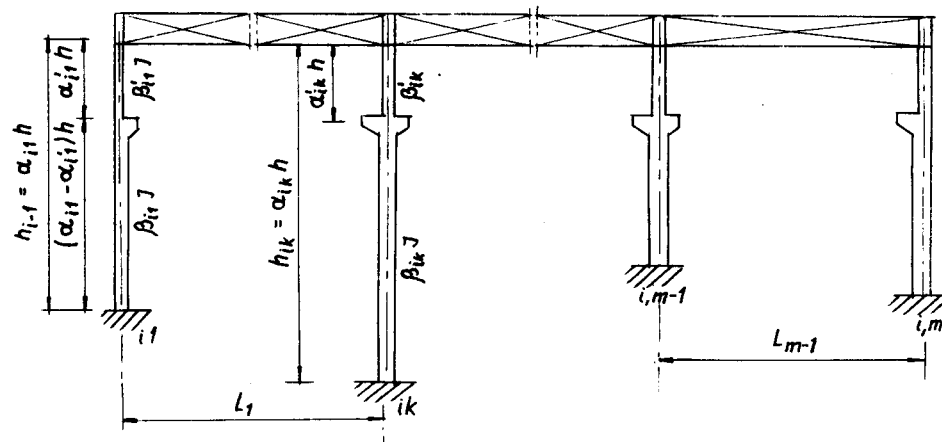
Przemieszczenie  $\delta_i^W$  należy potraktować jak obniżenie podpory belki ciągłej /stężeń/ opartej na sprężystych podporach.

Dalsze rozważania należy przeprowadzić według zasad opracowania w punkcie 5.1.

## 6. Hale ramowe o węzłach sztywnych i jednej połaci dachu

### 6.1. Hale o dużej sztywności rygla

Wprowadzenie pojęcia konstrukcji o dużej sztywności rygla dotyczy tych konstrukcji, których poziome przemieszczenie wywołane poziomymi siłami jest równoznaczne z przemieszczeniem konstrukcji mającej rygiel o nieskończenie dużej sztywności /rys. 6.1/.

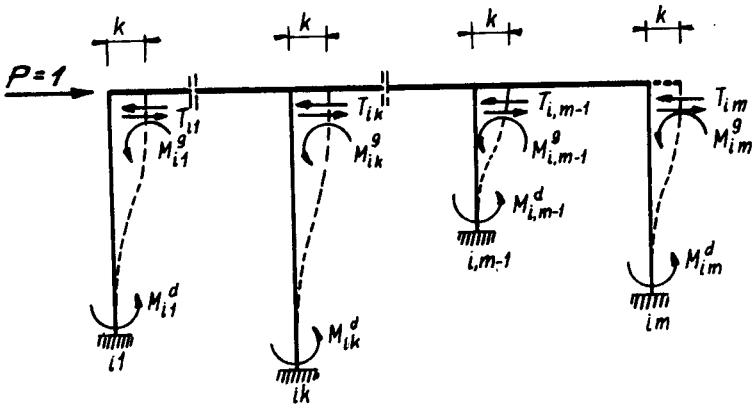


Rys.6.1. Schemat hali ramowej o dużej sztywności rygła

Przyjęto następujące założenia:

- sztywność rygła można uznać za nieskończoną
- charakterystyki geometryczne słupów są dowolne
- rozstaw słupów w rzędzie jest dowolny
- hala jest usztywniona w kierunku podłużnym
- belki podsuwnicowe są wolnopodparte i w poszczególnych nawach zamontowane na jednym poziomie
- liczba naw w hali jest dowolna
- stężenia połączeń dachu mają określoną sztywność

W wyniku obciążenia układu poprzecznego hali siłą zewnętrzną  $P_{z1} = 1$  działającą na poziomie rygła, nastąpi odkształcenie układu oraz w przekrojach przywęzłowych powstaną siły wewnętrzne oznaczone na rysunku 6.2.



Rys.6.2. Odkształcenie hali o dużej sztywności rygla i siły wewnętrzne w przekrojach przywęzłowych

Opierając się na równaniach transformacyjnych metody deformacji i [37] momenty zginające w przekrojach przywęzłowych określono wzorami

$$M_{i1}^g = n'_{i1} \frac{EJ_{i1}}{h_{i1}^2}$$

$$M_{i1}^d = n''_{i1} \frac{EJ_{i1}}{h_{i1}^2}$$

·  
·  
·

$$M_{ik}^g = n'_{ik} \frac{EJ_{ik}}{h_{ik}^2}$$

$$M_{ik}^d = n''_{ik} \frac{EJ_{ik}}{h_{ik}^2}$$

(6.1)

$$M_{im}^g = n'_{im} \frac{EJ_{im}}{h_{im}^2}$$

$$M_{im}^d = n''_{im} \frac{EJ_{im}}{h_{im}^2}$$

Wprowadzamy oznaczenie

$$n^{\phi}_{ik} = n'_{ik} + n''_{ik} \quad (6.2)$$

Dla stałych sztywności poszczególnych słupów tzn. dla  $\alpha'_{ik} = 0$  oraz  $\beta_{ik} = 1$

$$n'_{ik} = n''_{ik} = 6$$

Uwzględniając współczynniki charakteryzujące geometrię słupów /por. rys. 6.1/ oraz /6.2/ określono siły poprzeczne w przekrojach słupów przy ryglu

$$T_{il} = n^{\phi}_{il} \frac{\beta_{il}}{\alpha_{il}^3} \cdot \frac{EJ}{h^3} \cdot k$$

$$T_{ik} = n_{ik}^{\phi} \frac{\beta_{ik}}{\alpha_{ik}^3} \cdot \frac{EJ}{h^3} \cdot k \quad (6.3)$$

$$T_{im} = n_{im}^{\phi} \frac{\beta_{im}}{\alpha_{im}^3} \cdot \frac{EJ}{h^3} \cdot k$$

Równanie równowagi rygla przedstawia wzór

$$\sum_{k=1}^{k=m} T_{ik} k - 1 = 0 \quad (6.4)$$

Po podstawieniu (6.3) do (6.4) przemieszczenie układu według rysunku 6.2 wynosi

$$k = \frac{h^3}{EJ \sum_{k=1}^{k=m} n_{ik}^{\phi} \frac{\beta_{ik}}{\alpha_{ik}^3}} \quad (6.5)$$

Dla jednakowej długości i stałej sztywności słupów wzór (6.5) przyjmuje postać

$$k = \frac{h^3}{12 E \sum_1^m J_{ik}} \quad (6.6)$$

Przyjmując dalej słupy o jednakowej długości ale o skokowej zmianie sztywności ze wzoru (6.5) uzyskano

$$k = \frac{h^3}{E \sum_{k=1}^{k=m} n_{ik}^{\phi} J_{ik}} \quad (6.7)$$

Dalsze rozważania należy prowadzić zgodnie z podanymi zależnościami w poprzednich rozdziałach.

## 6.2. Hale o określonej sztywności rygla

W publikacji [4] podano, że w halach ramowych o węzłach sztywnych, dla określenia poziomego przemieszczenia rygla wywołanego poziomym obciążeniem, sztywność rygla można uznać za nieskończenie wielką jeśli jest spełniony warunek:

$$\frac{J_r}{J_s} \cdot \frac{h}{L} > 3,5$$

Jednak w wielu konstrukcjach warunek ten nie jest spełniony.

Wpływ sztywności rygla na wartość poziomego przemieszczenia dla hali jednonawowej o jednakowych słupach, można przeanalizować w sposób podany niżej.

Momenty zginające w przekrojach przywęzłowych słupa wywołane obrotem węzła górnego o kąt  $\varphi = 1$  /rys.6.3/określają wzory

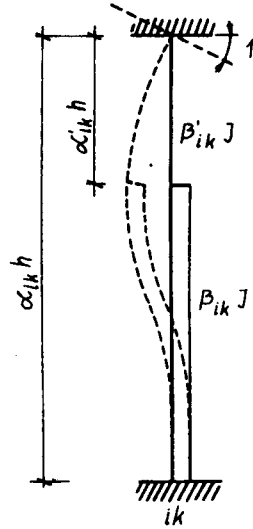
$$M_{ik}^g = n_{ik}^{III} \frac{EJ_{ik}}{h_{ik}} \quad (6.8)$$

$$M_{ik}^d = n_{ik}^{IV} \frac{EJ_{ik}}{h_{ik}}$$

Wprowadzając oznaczenie

$$n_{ik}^\varphi = n_{ik}^{III} + n_{ik}^{IV} \quad (6.9)$$

$$\eta_1 = \frac{J_r}{J_s} \cdot \frac{L}{h} \quad (6.10)$$



Rys.6.3. Schemat słupa ramy przy obrocie górnego końca o kąt jednostkowy

Przeszczenie układu według rysunku 6.1 przy jednokowej wysokości słupów i ograniczeniu liczby naw do jednej, wyrazić można wzorem

$$k = \frac{h^3}{\mu_{12} E 2 J} \quad (6.11)$$

gdzie:

$$\mu = \frac{n^\varphi - n \cdot n^\varphi \cdot \eta_1}{12/6 + n^{III} \cdot \eta_1 /} \quad (6.12)$$

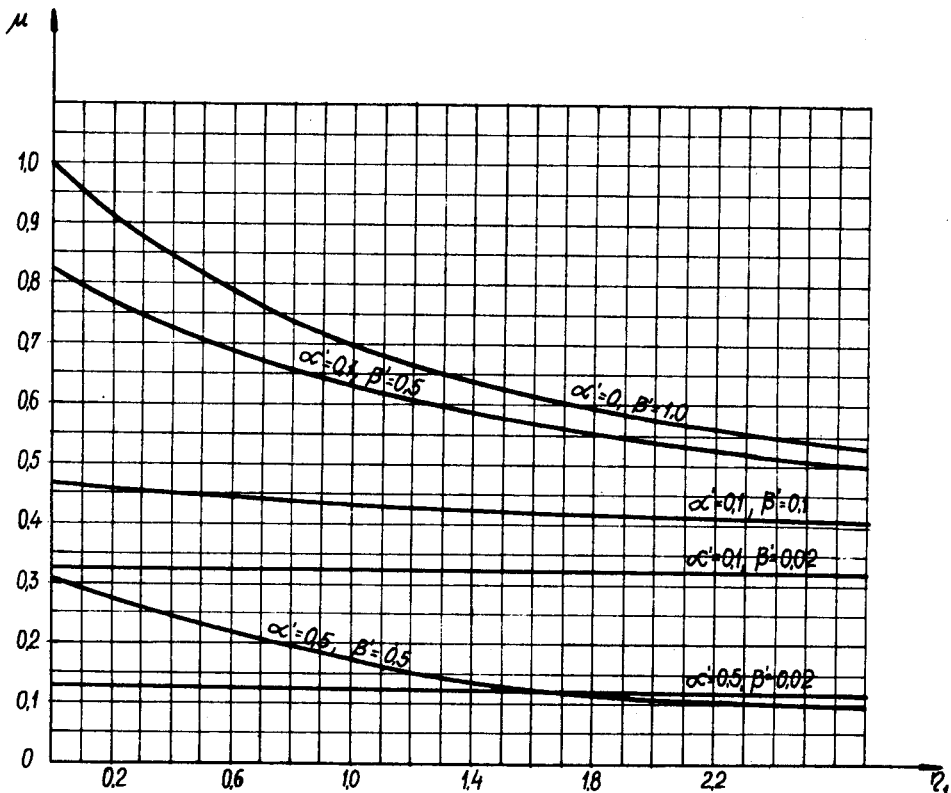


Zakładając stałą sztywność słupów, wzór (6.12) można wyrazić następująco

$$\mu = \frac{\eta_1 + 6}{4 \eta_1 + 6} \quad (6.13)$$

Niektóre współczynniki  $n_{ik}^{\varphi}$  oraz  $n_{ik}^{\phi}$  zawiera tablica 6-1.

Zależność (6.11) i (6.13) przedstawiono na rysunku 6.4.



Rys. 6.4. Krzywe określające sztywności układu w zależności od sztywności rygla

Górna krzywa wykonana dla  $\alpha' = 0$  i  $\beta' = 1$  jest określona zależnością (6.13). Dla małych  $\eta_1$  krzywa ta jest dosyć stroma. Oznacza to, że wpływ sztywności rygla na poziome przemieszczenie układu nie jest bez znaczenia.

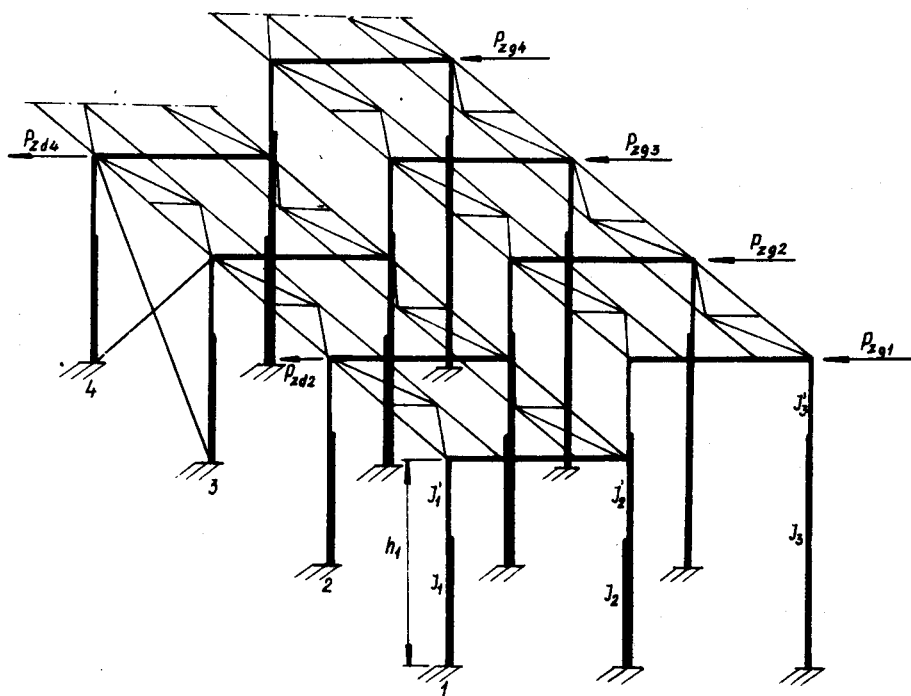
Ze wzrostem współczynnika  $\alpha'$  krzywe stają się bardziej łagodne. Charakter krzywych bardzo silnie zależy od współczynnika  $\beta'$ ; np. dla  $\alpha' = 0,1$  i  $\beta' = 0,1$  praktycznie można przyjąć, że krzywa jest linią poziomą. Jest to równoznaczne z założeniem, że w tym przypadku sztywność rygla nie wpływa na wartość poziomego przemieszczenia układu.

## 7. Hala ramowa o węzłach sztywnych, dwunawowa o różnych poziomach połączeń dachu

### 7.1. Założenia i warunki

Schemat statyczny hali oraz współpracujące elementy szkieletu przedstawiono na rysunku 7.1. Elementy stężające konstrukcję znajdują się na dolnym i górnym poziomie połączeń dachu. Zastosowane elementy konstrukcyjne pozwalają wprowadzić następujące warunki:

- wszystkie słupy danego rzędu mają jednakowe charakterystyki geometryczne i statyczne
- fundamenty wszystkich słupów danego rzędu znajdują się na jednym poziomie



Rys.7.1. Układ konstrukcyjny hali ramowej dwunawowej o konstrukcji dachu na różnych poziomach

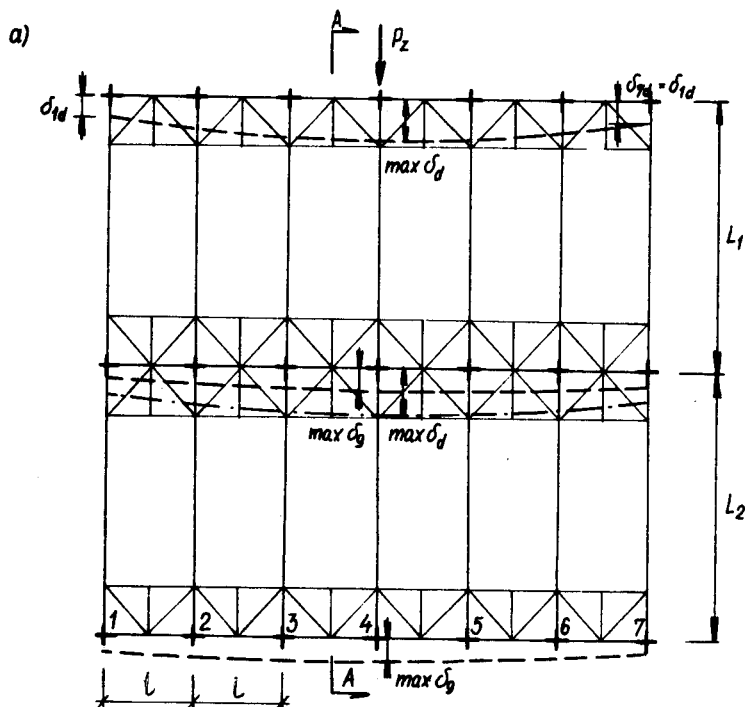
- belki podsuwnicowe są wolnopodparte
- rozstaw ram jest stały
- wszystkie pręty układu poprzecznego w poszczególnych węzłach są łączone w sposób sztywny
- hala jest usztywniona w kierunku podłużnym

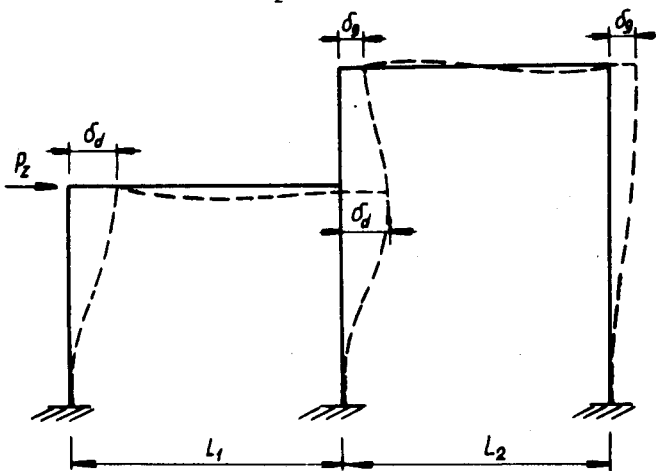
W celu rozwiązania zagadnienia przyjęto następujące założenie upraszczające:

- ograniczono długość hali do pięciu układów poprzecznych
- poziome przemieszczenia rygli wywołane siłami poziomymi określono przy założeniu nieskończenie dużej sztywności rygli

## 7.2. Poziome przemieszczenie układu

W wyniku obciążenia konstrukcji zastępczymi poziomymi siłami  $P_{zdi}$  działającymi na poziomie rygla naw niższej lub wyższej, występuje współdziałanie konstrukcji stężeń obu poziomów /rys.7.2 i 7.3/. Dla wyjaśnienia zagadnienia

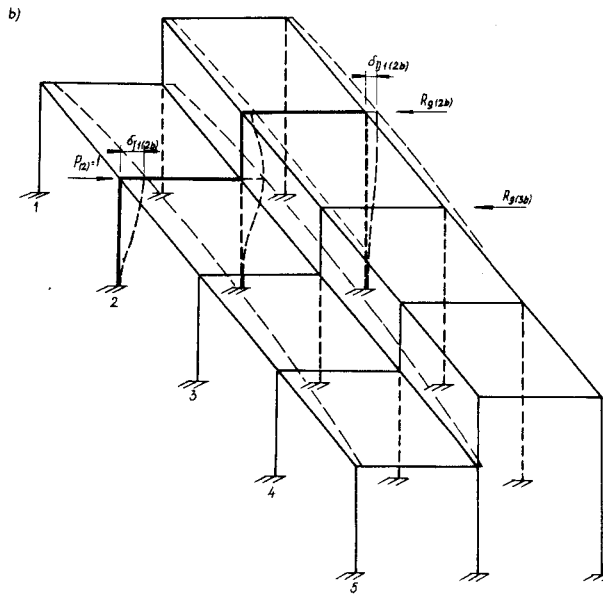
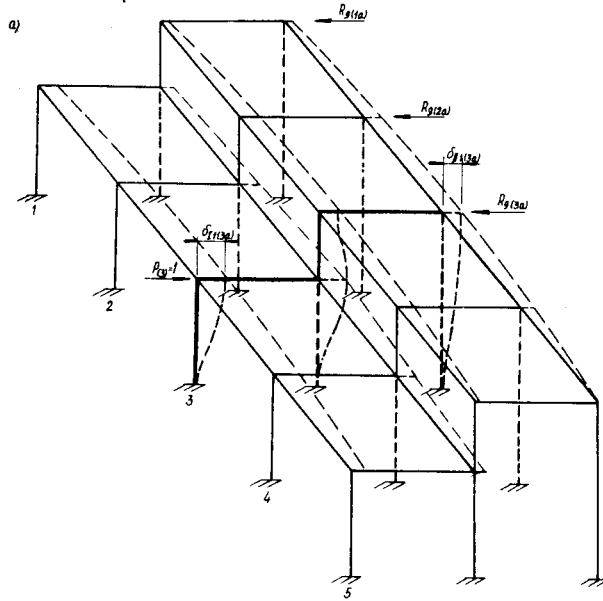


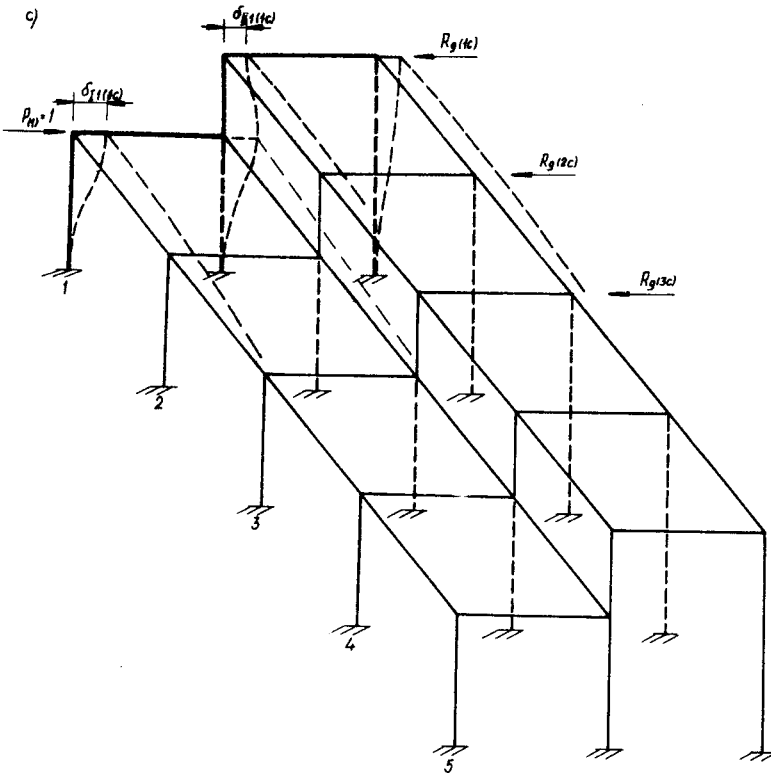


Rys.7.2. Schemat elementów szkieletu hali  
 a/ rzut elementów przed i po odkształceniu  
 b/ schemat układu poprzecznego przed i po obciążeniu

przyjmujemy, w pierwszej fazie rozumowania, że obciążenie działa jedynie na poziomie dolnego rygla w połowie długości hali / w osi symetrii/. Obciążenie to wywoła odkształcenie się stężenia dolnego / obciążonego bezpośrednio/ oraz odkształcenia się stężenia górnego/ nieobciążonego bezpośrednio/. Współdziałanie elementów szkieletu wywołane sprężystym oddziaływaniem stężenia dolnego można określić na podstawie rozważań przedstawionych w 3 rozdziale. Konieczna jest jednak znajomość współczynnika określającego sprężystą podatność podpór stężenia. Współczynnik ten zależy jednak od parametrów konstrukcji całego poprzecznego układu oraz równocześnie od sprężystego oddziaływania stężeń nawy wyższej. Sprężyste oddziaływanie stężeń nawy wyższej, na tym etapie rozwiązania, uwidacznia się w

postaci niewiadomej " $R_g$ " oznaczonej na rysunku 7.3a,b,c.





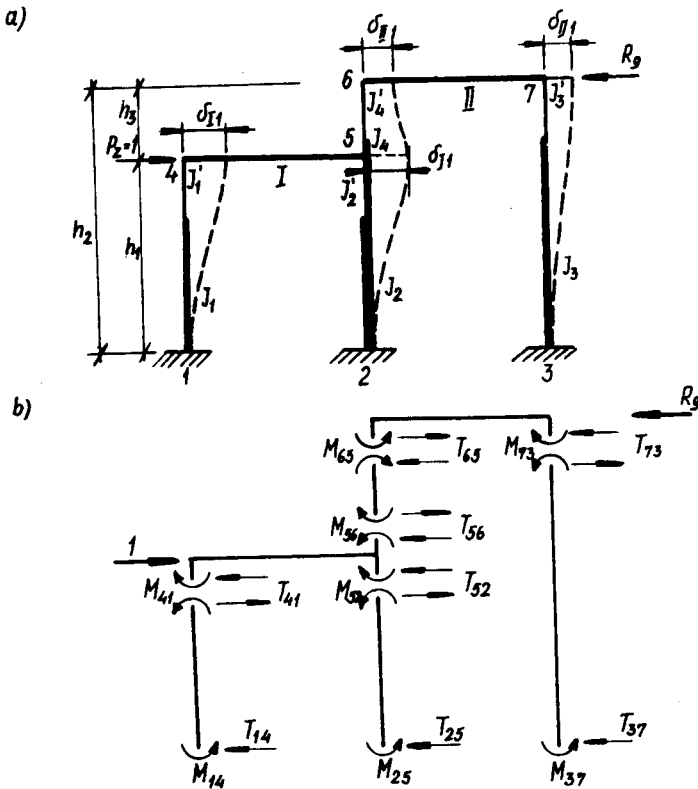
Rys.7.3. Schemat elementów szkieletu hali po obciążeniu układu poprzecznego  
 a/ obciążenie układu trzeciego /środkowego/  
 b/ obciążenie układu drugiego  
 c/ obciążenie układu skrajnego

Zakładając z kolei obciążenie siłą zewnętrzną  $P_{zgi}$  tylko nawy wyższej, skutki współpracy poszczególnych elementów szkieletu będą podobne do opisanych poprzednio.

Z przedstawionego opisu wynika, że mamy do czynienia ze wzajemnym powiązaniem nieznanymi sił sprężystego oddziaływania stężeń poziomu niższego i wyższego.

Na rysunku 7.4a przedstawiono układ poprzeczny ob-

ciężony na poziomie dolnego rygla siłą zewnętrzną  $P_{zd}=1$ . Pod wpływem obciążenia zewnętrznego nastąpi odkształcenie układu i jego przemieszczenie się. Spowoduje to powstanie nieznannej jeszcze reakcji sprężystego oddziaływania stężeń poziomu górnego. Nieznana reakcja  $R_g$  obciąża układ na poziomie górnego rygla i jest przeciwnie skierowana do zewnętrznej siły  $P_{zd} = 1$ .



Rys. 7.4. Schemat układu poprzecznego:  
 a/ odkształcenie układu po obciążeniu siłą zewnętrzną na poziomie dachu dolnego i siłą sprężystego oddziaływania stężeń na poziomie dachu górnego  
 b/ układ sił wewnętrznych w przekrojach przywęzłowych



Siły wewnętrzne w przekrojach przywęzłowych układu wywołane tym obciążeniem podano na rysunku 7.4b. Korzystając z równań transformacyjnych metody deformacji, dla przyjętych warunków, można określić w przekrojach przywęzłowych podane niżej momenty zginające.

Momenty zginające w przekrojach przywęzłowych

$$M_{14} = n'_1 \frac{EJ_1}{h_1^2} \delta_{II}$$

$$M_{41} = n''_1 \frac{EJ_1}{h_1^2} \delta_{II}$$

$$M_{25} = n'_2 \frac{EJ_2}{h_1^2} \delta_{II}$$

$$M_{52} = n''_2 \frac{EJ_2}{h_1^2} \delta_{II}$$

(7.1)

$$M_{56} = n'_4 \frac{EJ_4}{h_3^2} / \delta_{II} - \delta_{III} /$$

$$M_{65} = n''_4 \frac{EJ_4}{h_3^2} / \delta_{II} - \delta_{III} /$$

$$M_{37} = n'_3 \frac{EJ_3}{h_3^2} \delta_{III}$$

$$M_{73} = n''_3 \frac{EJ_3}{h_2^2} \delta_{III}$$

Siły tnące w przekrojach przywęzłowych

$$T_{41} = / n'_1 + n'_2 / \frac{EJ_1}{h_1^3} \delta_{II} = n'_1 \frac{EJ_1}{h_1^3} \delta_{II}$$

$$T_{52} = n_2^\phi \frac{EJ_2}{h_1^3} \delta_{II} \quad (7.2)$$

$$T_{56} = T_{65} = - n_4^\phi \frac{EJ_4}{h_3^3} / \delta_{II} - \delta_{III} /$$

$$T_{73} = n_3^\phi \frac{EJ_3}{h_2^3} \delta_{III}$$

Równoważąc rygle uzyskujemy układ równań

$$1 - n_1^\phi \frac{EJ_1}{h_1^3} \delta_{II} - n_2^\phi \frac{EJ_2}{h_1^3} \delta_{II} - n_4^\phi \frac{EJ_4}{h_3^3} / \delta_{II} - \delta_{III} / = 0 \quad (7.3)$$

$$n_4^\phi \frac{EJ_4}{h_3^3} / \delta_{II} - \delta_{III} / - n_3^\phi \frac{EJ_3}{h_2^3} \delta_{III} - R_g = 0$$

Rozwiązując układ równań (7.3) uzyskano

$$\delta_{II1} = \frac{c - R_g}{b E n_3^\phi J_3} \cdot h_1^3 \quad (7.4a)$$

$$\delta_{III1} = \frac{1 - aR_g}{b E \cdot n_3^\phi J_3} h_1^3 \quad (7.4b)$$

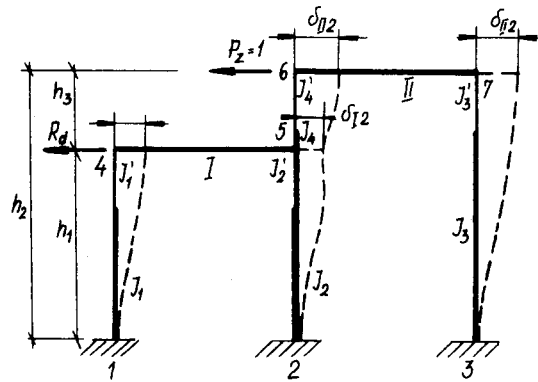
$$a = \frac{n_1^\phi \cdot J_1 + n_2^\phi \cdot J_2}{n_4 \cdot J_4} \cdot \frac{h_3^3}{h_1^3} + 1 \quad (7.5)$$

$$c = \frac{n_3^\phi}{n_4^\phi} \cdot \frac{J_3}{J_4} \cdot \frac{h_3^3}{h_2^3} + 1 \quad (7.6)$$

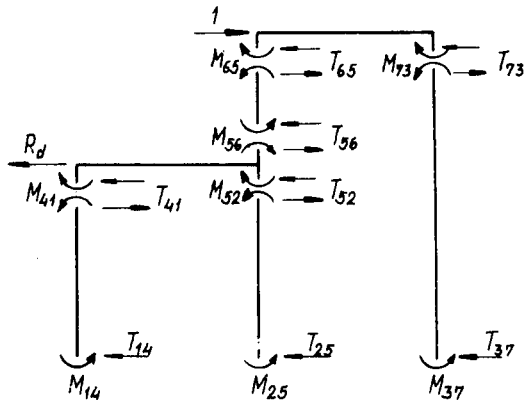
$$b = \frac{n_1^\phi \cdot J_1 + n_2^\phi \cdot J_2}{n_3^\phi \cdot J_3} \cdot c + \frac{h_1^3}{h_2^3} \quad (7.7)$$

W przypadku drugim obciążenia układu siłą zewnętrzną  $P_{zg} = 1$  działającą na poziomie rygla górnego oraz siłą sprężystego oddziaływania stężeń dolnych - odkształcenie konstrukcji wywołane działaniem tych sił oraz układ sił wewnętrznych działających w przekrojach przywęzłowych przedstawiono na rysunku 7.5.

a)



b)



Rys.7.5. Schemat układu poprzecznego

a/ odkształcenie układu po obciążeniu siłą zewnętrzną na poziomie dachu górnego i siłą sprężystego oddziaływania stężeń na poziomie dachu dolnego

b/ układ sił wewnętrznych w przekrojach przywęzłowych

Pisząc warunki równowagi rygli uzyskujemy

$$n_1^\phi \frac{EJ_1}{h_1^3} \delta_{I2} - n_2^\phi \frac{EJ_2}{h_3^3} \delta_{I2} + n_4^\phi \frac{EJ_4}{h_3^3} / \delta_{II2} - \delta_{I2} / -R_d = 0$$

(7.8)

$$- n_4^\phi \frac{EJ_4}{h_3^3} / \delta_{II2} - \delta_{I2} / - n_3^\phi \frac{EJ_3}{h_2^3} \delta_{II2} + 1 = 0$$

Rozwiązując układ równań (7.8) uzyskano

$$\delta_{I2} = \frac{1 - c \cdot R_d}{b E \eta_3 J_3} h_1^3 \quad (7.9a)$$

$$\delta_{II2} = \frac{a - R_d}{b E \eta_3 J_3} \cdot h_1^3 \quad (7.9b)$$

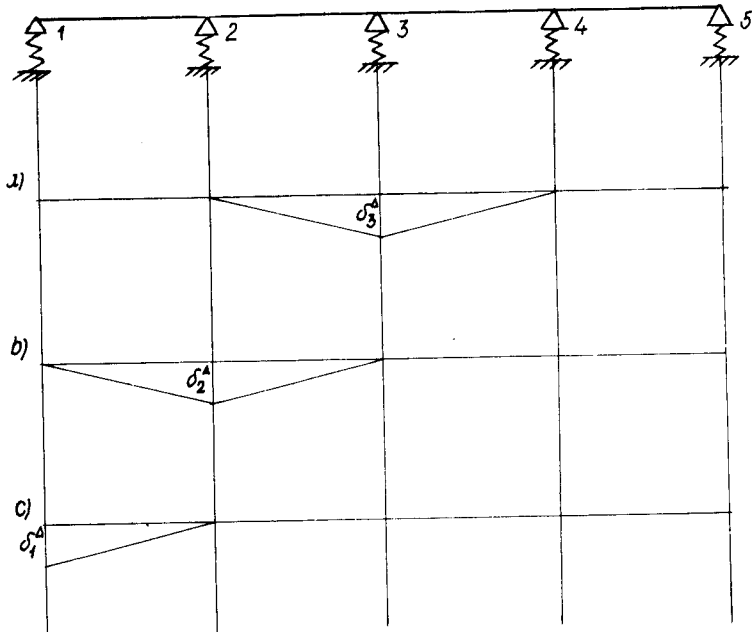
### 7.3. Sprężyste oddziaływanie stężeń nieobciążonych siłami zewnętrznymi

Jak wynika z dotychczasowych rozważań, sprężyste oddziaływanie stężeń nieobciążonych siłami zewnętrznymi na układ ramowy, uwidacznia się w postaci sił  $R$  lub  $R_d$ . Chcąc znaleźć te siły należy sformułować warunki, które umożliwiają napisanie odpowiednich równań.

Stężania połączi dachu dolnego lub górnego traktujemy jako belkę ciągłą opartą na wielu /pięciu/ sprężystych podporach. W wyniku obciążenia siłą zewnętrzną podpory belki górnej, otrzymujemy jednocześnie przemieszczenie podpory belki dolnej, /rys.7.4/. Natomiast w wyniku obciążenia siłą zewnętrzną belki górnej, uzyskujemy równoczesne przemieszczenie podpory belki dolnej /rys.7.5/. Przemieszczenia te traktujemy jak osiadanie podpory belki ciągłej dolnej lub górnej.

## 7.3.1. Równanie warunkowe układu obciążonego symetrycznie

W przypadku symetrycznego obciążenia hali przemieszczenie środkowej podpory belki /rys.7.3a i 7.6a/ odpowiada przemieszczeniu rygla  $\delta_3^A = \delta_{III/3a/}$ .



Rys.7.6. Schemat belki opartej na sprężystych podporach doznającej przemieszczeń podpór  
 a/ przemieszczenie podpory trzeciej /środkowej/  
 b/ przemieszczenie podpory drugiej  
 c/ przemieszczenie podpory skrajnej

Biorąc pod uwagę rygiel dolny możemy przyjąć następujące zależności:

współczynnik sprężystej podatności podpór belki dolnej określa wzór (7.4a). Mamy zatem

$$k_d = \frac{c - R_g}{b E \eta_3^3 J_3} h_1^3 \quad (7.10)$$

Przemieszczenie podpory środkowej określa wzór (7.9a)

czyli

$$\delta_d = \frac{1 - c R_d}{b E n_3^4 J_3} h_1^3 \quad (7.11)$$

Analogicznie dla rygla górnego napiszemy według wzoru (7.9b)

$$k_g = \frac{a - R_b}{b \cdot E n_3^4 J_3} h_1^3 \quad (7.12)$$

Według wzoru (7.4b)

$$\delta_g = \frac{1 - a R_g}{b \cdot E n_3^4 J_3} h_1^3 \quad (7.13)$$

Analizując przemieszczenia sił podanych na rysunku 7.3a,b,c, jak również wzory (7.9) i (7.10) nietrudno zauważyć, że dla każdego przypadku obciążenia "a", "b" i "c" można napisać warunki

$$\begin{aligned} \delta_{I2/3a/} &\neq \delta_{II/2b/} \neq \delta_{II/1c/} \\ \delta_{III/3a/} &\neq \delta_{III/2b/} \neq \delta_{III/1c/} \quad (7.14a) \\ R_g /3a/ &\neq R_g /2b/ \neq R_g /1c/ \end{aligned}$$

Analogicznie jest w przypadku obciążenia siłami zewnętrznymi rygla górnego:

$$\delta_{I2/3a/} \neq \delta_{I2/2b/} \neq \delta_{I2/1c/}$$

$$\delta_{II2/3a/} \neq \delta_{II2/2b/} \neq \delta_{II2/1c/} \quad (7.14b)$$

$$R_{d/3a/} \neq R_{d/2b/} \neq R_{d/1c/}$$

Z warunków (7.14a) i (7.14b) wynika, że mimo jednakowych charakterystyk wszystkich układków poprzecznych i jednakowego ich rozstawu uzyskujemy różne współczynniki sprężystej podatności podpór.

$$k_{d1} \neq k_{d2} \neq k_{d3} \quad (7.15a)$$

$$k_{g1} \neq k_{g2} \neq k_{g3}$$

Rozwiązanie zagadnienia polega przede wszystkim na określeniu następujących niewiadomych sił sprężystego oddziaływania stężeń

$$R_{g/3a/}, R_{g/2b/}, R_{g/1c/}$$

$$R_{d/3a/}, R_{d/2b/}, R_{d/1c/} \quad (7.15b)$$

Współczynniki sprężystej podatności podpór można wy-



razić wzorami:

$$k_{d1} = \frac{c - R_g/1c/}{b E n_3^\psi J_3} h_1^3$$

$$k_{d2} = \frac{c - R_g/2b/}{b E n_3^\psi J_3} h_1^3 \quad (7.16a)$$

$$k_{d3} = \frac{c - R_g/3a/}{b E n_3^\psi J_3} h_1^3$$

$$k_{g1} = \frac{a - R_d/1c/}{b E n_3^\psi J_3} h_1^3$$

$$k_{g2} = \frac{a - R_d/2b/}{b E n_3^\psi J_3} h_1^3 \quad (7.16b)$$

$$k_{g3} = \frac{a - R_d/3a/}{b E n_3^\psi J_3} h_1^3$$

Analogicznie można przedstawić przemieszczenia, dla poszczególnych przypadków obciążenia, na podstawie wzorów (7.11) i (7.13)

$$\delta_{d1} = \frac{1 - c R_d/1c/}{b E n_3^\phi J_3} h_1^3$$

$$\delta_{d2} = \frac{1 - c R_d/2b/}{b E n_3^\phi J_3} h_1^3 \quad (7.17)$$

$$\delta_{d3} = \frac{1 - c R_d/3a/}{b E n_3^\phi J_3} h_1^3$$

$$\delta_{g1} = \frac{1 - a R_g/1c/}{b E n_3^\phi J_3} h_1^3$$

$$\delta_{g2} = \frac{1 - c R_g/2b/}{b E n_3^\phi J_3} h_1^3 \quad (7.18)$$

$$\delta_{g3} = \frac{1 - c R_g/3a/}{b E n_3^\phi J_3} h_1^3$$

Równania warunkowe uzyskamy stwierdzając, że reakcje podpory belki dolnej lub górnej ujawniają się jako sprężyste oddziaływanie belki ciągłej na układ poprzeczny hali.

Otrzymamy zatem dla belki dolnej i górnej

$$R_{1/} \delta_{d1/} = - R_{d/1c/} \quad (7.19a)$$

$$R_{2/} \delta_{d2/} = - R_{d/2b/} \quad (7.19b)$$

$$R_{3/} \delta_{d3/} = - R_{d/3a/} \quad (7.19c)$$

$$R_{1/} \delta_{g1/} = - R_{g/1c/} \quad (7.19d)$$

$$R_{2/} \delta_{g2/} = - R_{g/2b/} \quad (7.19e)$$

$$R_{3/} \delta_{g3/} = - R_{g/3a/} \quad (7.19f)$$

Wyrażenia  $R_{1/} \delta_{d1/} \dots R_{3/} \delta_{g3/}$  należy określić korzystając z równania (4.15).

Matematyczna strona rozwiązywania zagadnienia jest bardzo złożona. Dlatego też przedstawiono tutaj jedynie metodykę postępowania w zakresie rozwiązania tego, mimo wszystko prostego w zasadzie układu konstrukcji.

Wprowadzając założenie stałego współczynnika sprężystej podatności podpór, zagadnienie znacznie upraszcza się. Uzyskane tą drogą wyniki umożliwiają wyciągnięcie szeregu interesujących wniosków.

7.3.2. Równania warunkowe układu obciążonego symetrycznie i stałych współczynnikach sprężystej podatności podpór

Rozważania obejmują przypadek symetrycznego obciążenia według rysunku 7.2 i 7.3.

Zgodnie z przyjętymi założeniami, nieznanymi reakcjami sprężystego oddziaływania stężeń są  $R_g/3a/$  i  $R_d/3a/$ .

Potrzebne dwa warunki uzyskamy po przyrównaniu środkowej reakcji belki ciągłej do wielkości sprężystego oddziaływania stężeń.

Dla rygla dolnego jest

$$R_{3/} \delta_{d3/} = - R_{d/3a/} \quad (7.20)$$

Dla rygla górnego jest

$$R_{3/} \delta_{g3/} = - R_{g/3a/} \quad (7.21)$$

Reakcję podpory środkowej można skreślić na podstawie następującego wzoru /por. rozdz. 3/

$$R_{3/} \delta_{3/} = - \frac{4 \eta / \eta + 4 /}{5 \eta^2 + 34 \eta + 7} \cdot \frac{\delta_3}{k} \quad (7.22)$$

gdzie:

$$\eta = \frac{6 E J_k}{l^3} \cdot k \quad (7.23)$$

Współczynniki sprężystej podatności podpór określają wzory (7.10) i (7.12). Natomiast przemieszczenie podpór środkowych belki określają wzory (7.11) i (7.13).

W celu uproszczenia zapisów przyjęto oznaczenie

$$R_d/3a/ = x \quad R_g/3a/ = y$$

Wprowadzamy następujące wyrażenie

$$\frac{\delta_{d3}}{k_d} = \frac{1 - c \cdot x}{c - y} \quad (7.24)$$

$$\frac{\delta_{g3}}{k_g} = \frac{1 - ay}{a - x} \quad (7.25)$$

$$\eta_d = \frac{6 E J_{kd}}{l^3} k_d = \frac{h_1^3}{l^3} \frac{6 J_{kd}}{b \eta_3^4 J_3} /c - y/$$

$$\eta_d = \eta'_d /c - y/ \quad (7.26)$$

$$\eta_g = \eta'_g / a - x / \quad (7.27)$$

gdzie:

$$\eta'_d = \frac{h_1^3}{1^3} \frac{6 J_{gd}}{b \cdot J_3 \eta_3^\phi} \quad (7.28)$$

$$\eta'_g = \frac{h_1^3}{1^3} \frac{6 J_{cg}}{b \cdot J_3 \eta_3^\phi} \quad (7.29)$$

Wykorzystując warunki (7.20) i (7.21) mamy

$$\frac{x}{1 - cx} = \frac{4 \eta'_d \sqrt{\eta'_d / c - y / + 4}}{5 \eta'^2_d / c - y / + 34 \eta'_d / c - y / + 7} \quad (7.30a)$$

$$\frac{y}{1 - ay} = \frac{4 \eta'_g \sqrt{\eta'_g / a - x / + 4}}{5 \eta'^2_g / a - x / + 34 \eta'_g / a - x / + 7} \quad (7.30b)$$

Wynik określony wzorami (3.30) można uzyskać na innej drodze, korzystając ze wzorów (3.3) i (4.50) napiszemy proporcję

$$\frac{R_{3/P}}{R_{3/\delta}} = \frac{k}{\delta} P \quad (7.31)$$

W przypadku układu sił według rysunku 7.4 i 7.5

$$\frac{R_{3/P_d}}{R_{3/\delta_d}} = \frac{c - y}{1 - cx} \quad (7.32a)$$

$$\frac{R_{3/P_g/}}{R_{3/\delta_g/}} = \frac{a-x}{1-ay} \quad (7.32b)$$

Ze wzoru (3.3) mamy

$$R_{3/P_d/} = \frac{4 \eta'_d/c-y/ \left[ \eta'_d/c-y/ + 4 \right]}{5 \eta'^2_d/c-y/ + 34 \eta'_d/c-y/ + 7} \quad (7.33a)$$

$$R_{3/P_g/} = \frac{4 \eta'_g/a-x/ \left[ \eta'_g/a-x/ + 4 \right]}{5 \eta'^2_g/a-x/ + 34 \eta'_g/a-x/ + 7} \quad (7.33b)$$

Przyjmując, że  $R_{3/\delta_d/} = x$

$$R_{3/\delta_g/} = y$$

okazuje się, że wyrażenia (7.32) i (7.33) prowadzą do wzorów (7.30).

Wzory (7.30) przedstawia się w następującej postaci

$$A_1 xy^2 + A_2 xy + A_2 x + A_4 y + A_5 = 0 \quad (7.34)$$

$$B_{1x^2} y + B_{2xy} + B_3 y + B_4 x + B_5 = 0$$

gdzie:

$$A_1 = 5 \eta'^2_d$$

$$A_2 = -14 \eta'_d{}^2 c - 34 \eta'_d$$

$$A_3 = 9 \eta'_d{}^2 c^2 + 50 \eta'_d c + 7$$

$$A_4 = 4 \eta'_d{}^2 \tag{7.35}$$

$$A_5 = -4 \eta'_d{}^2 c - 16 \eta'_d$$

$$B_1 = 5 \eta'_g{}^2$$

$$B_2 = -14 \eta'_g{}^2 a - 34 \eta'_g$$

$$B_3 = 9 \eta'_g{}^2 a^2 + 50 \eta'_g a + 7$$

$$B_4 = 4 \eta'_g{}^2$$

$$B_5 = -4 \eta'_g{}^2 a - 16 \eta'_g$$

Rozwiązanie układu równań (7.34) daje

$$C_1 X^5 + C_2 X^4 + C_3 X^3 + C_4 X^2 + C_5 X + C_6 = 0$$

$$Y = \frac{B_4 X + B_5}{B_1 X^2 + B_2 X + B_3} \tag{7.36}$$

gdzie:

$$C_1 = A_3 B_1^2$$



$$C_2 = A_2 B_1 B_4 + 2A_3 B_1 B_2 + A_5 B_1^2$$

$$C_3 = A_1 B_4^2 + A_2 B_2 A_4 + A_2 B_1 B_5 + A_3 B_2^2 + 2A_3 B_1 B_3 + \\ + 2A_5 B_1 B_2 + A_4 B_1 B_4$$

$$C_4 = 2A_1 B_4 B_5 + A_2 B_3 B_4 + A_2 B_2 B_5 + 2A_3 B_2 B_3 + \\ + A_5 B_2^2 + 2A_5 B_1 B_3 + A_4 B_2 B_4 + A_4 B_1 B_5 \quad (7.37)$$

$$C_5 = A_1 B_5^2 + A_2 B_3 B_5 + A_3 B_3^2 + 2A_5 B_2 B_3 + \\ + A_4 B_3 B_4 + A_4 B_2 B_5$$

$$C_6 = A_5 B_3^2 + A_4 B_4 B_5$$

### 7.3.3. Analiza charakterystyk układu ramowego

W równaniach (7.34) występują współczynniki określone wzorami (7.5.) i (7.6). Współczynniki te charakteryzują geometrię prętów oraz geometrię układu ramowego. Analiza współczynników ułatwi rozwiązanie równań (7.34).

Wprowadzono oznaczenia

$$\varphi = \frac{h_3}{h_1} \quad (7.38)$$

przy czym  $\varphi > 0$

$$\psi = \frac{n_1^\psi \cdot J_1 + n_2^\psi \cdot J_2}{n_3^\psi \cdot J_3} \quad (7.39)$$

Podstawiając do (7.5) i (7.6) wyrażenia (7.38) i (7.39) uzyskano

$$a = \zeta \cdot \psi \cdot \varphi^3 + 1 \quad (7.40)$$

$$c = \zeta \cdot \left/ \frac{\varphi}{1 + \varphi} \right/ ^3 + 1 \quad (7.41)$$

gdzie:

$$\zeta = \frac{n_3^\psi \cdot J_3}{n_4^\psi \cdot J_4} \quad (7.42)$$

Dla  $J_1 = J_1$ ;  $J_2' = J_2$ ;  $J_3' = J_3$ ;  $J_4' = J_4$

$$n_1^\psi = n_2^\psi = n_3^\psi = n_4^\psi = 12$$

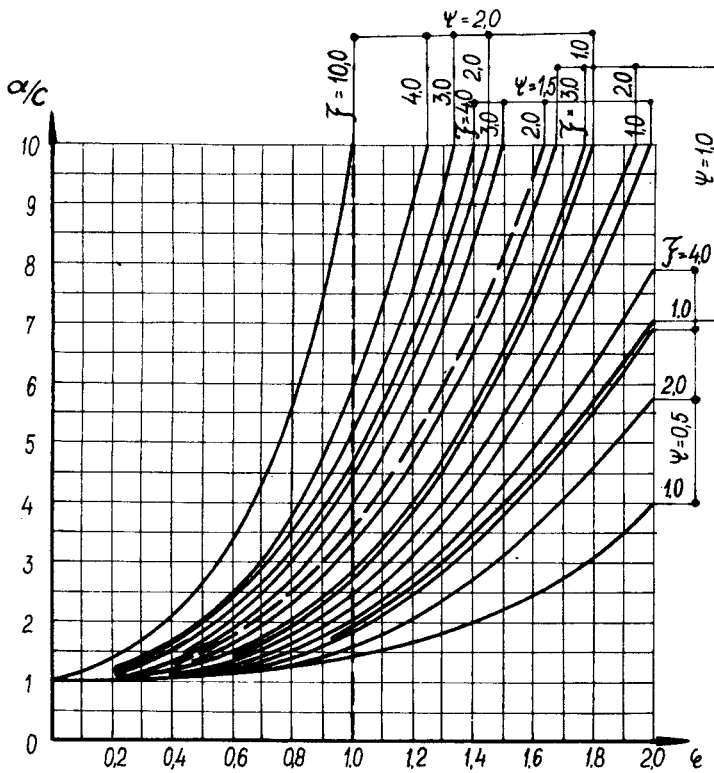
względny techniczne warunkują

$$\zeta > 1 \quad \text{oraz} \quad \varphi < 2,0$$

W dalszych rozważaniach istotne jest wyrażenie

$$\frac{a}{c} = \frac{\zeta \cdot \psi \cdot \varphi^3 + 1}{\zeta \cdot \left/ \frac{\varphi}{1 + \varphi} \right/ ^3 + 1} \quad (7.43)$$

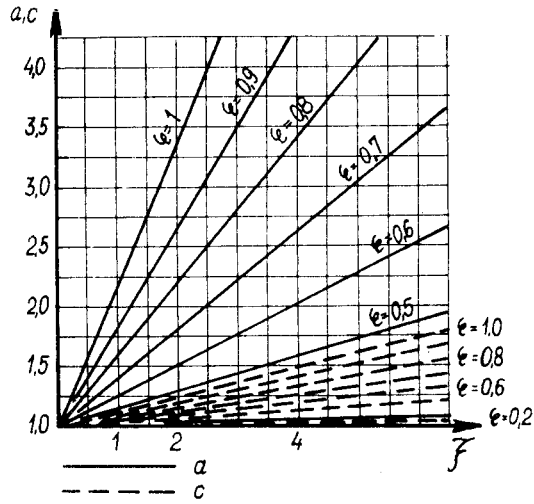
Zależność (7.43) dla charakterystycznych parametrów konstrukcji przedstawiono na rysunku 7.7. Na rysunku uwi-



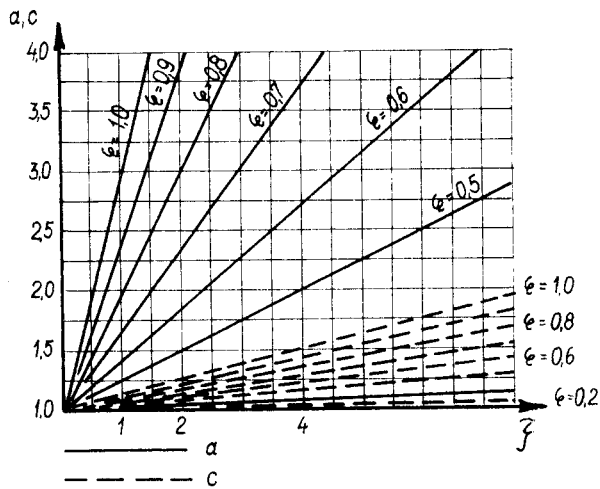
Rys.7.7. Krzywe charakteryzujące układ ramowy

doczniono obszar, uwarunkowany względami technicznymi, określający ważności współczynników charakteryzujących geometrię prętów i układów.

Odpowiednie wykresy oparte na wyrażeniach (7.40) i (7.41) przedstawiono na rysunku 7.8 i 7.9. Z wykresów można odczytać następujące zależności:



Rys. 7.8. Wykresy współczynników  $a, c$  dla  $\psi = 1, 2$



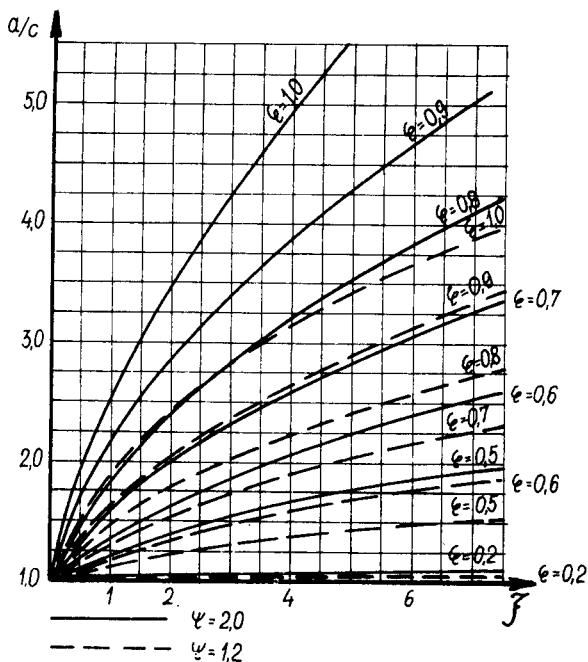
Rys. 7.9. Wykresy współczynników  $a, c$  dla  $\psi = 2, 0$

1. Wartości liczbowe współczynnika  $c$  są wielokrotnie mniejsze niż współczynnika  $a$ .
2. Dla określonych wartości  $\varphi, \psi$  i  $\zeta$  można z wykresów

odczytać wartości współczynnika  $a$  i związanej z nią wartości współczynnika  $c$ .

3. Im większe jest zróżnicowanie wysokości naw /wzrost współczynnika  $\varphi$  / tym szybciej rośnie współczynnik  $a$ .
4. Ze wzrostem wartości współczynnika  $\varphi$  maleje współczynnik  $\psi$ . Przy wysokiej wartości  $\varphi$  współ  $\psi < 2$ .

Na rysunku 7.10 przedstawiono wykresy zależności

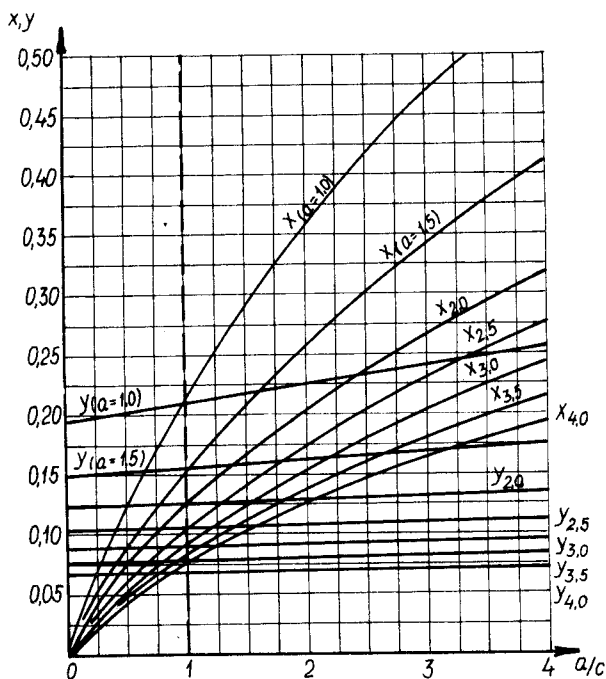


Rys. 7.10. Wykresy współczynników  $d/c$

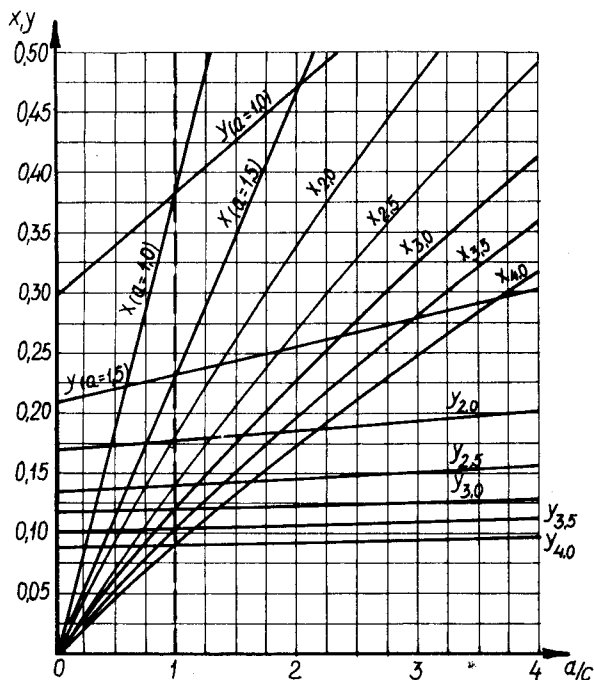
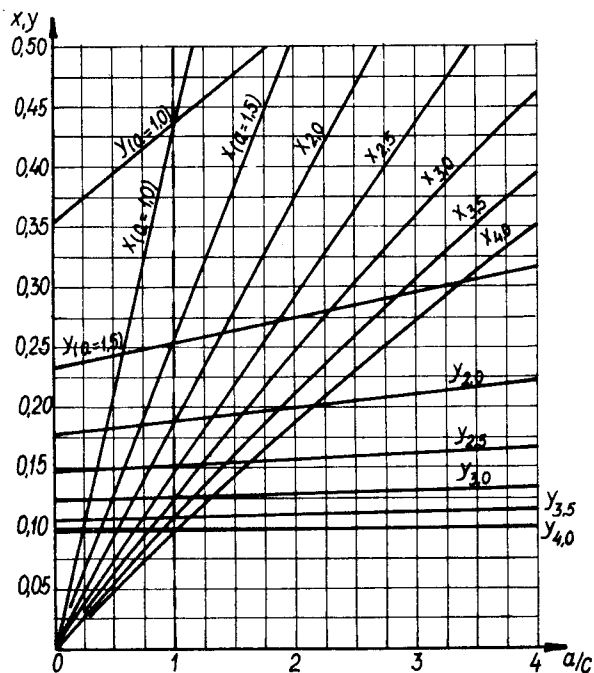
określonej wzorem (7.43). Znając wartości  $\psi$ ,  $\varphi$  oraz  $\zeta$ , z wykresów odczytujemy potrzebną w dalszych rozważaniach wartość liczbową wyrażenia (7.43).

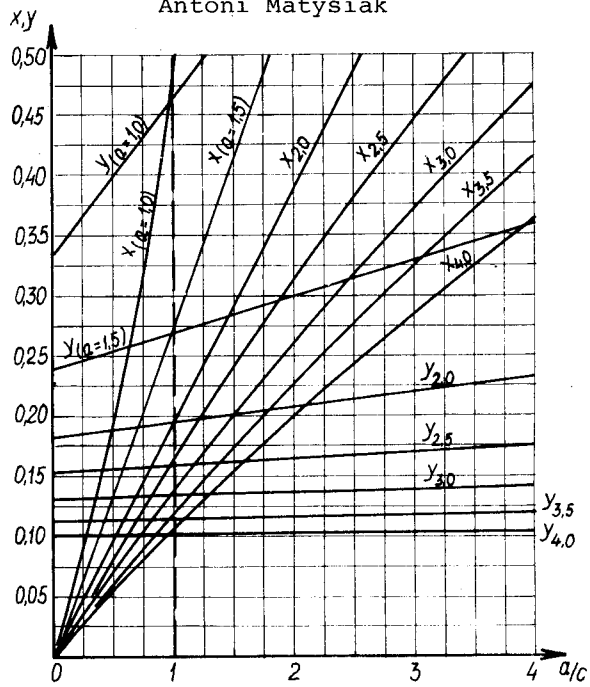
7.3.4. Wyniki rozwiązania równań układu obciążonego symetrycznie i stałych współczynnikach sprężystej podatności podpór

Układ równań (7.36) rozwiązano przy zastosowaniu eto. Niektóre z uzyskanych wyników w zależności od odpowiednich współczynników  $a$ ,  $c$ ,  $\eta'_d$  oraz  $\eta'_g$  opracowane w postaci wykresów umieszczono na rysunkach 7.11 do 7.22.

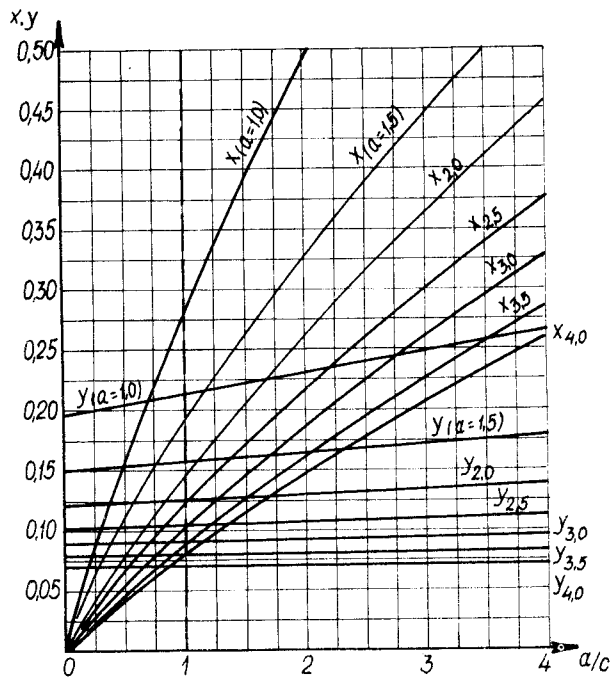


Rys. 7.11. Reakcje sprężystego oddziaływania stężeń dla  $\eta'_d = \eta'_g = 0,2$

Rys.7.12. Reakcje sprężystego oddziaływania stężeń dla  $\eta'_d = \eta'_g = 1,0$ Rys.7.13. Reakcje sprężystego oddziaływania stężeń dla  $\eta'_d = \eta'_g = 1,8$

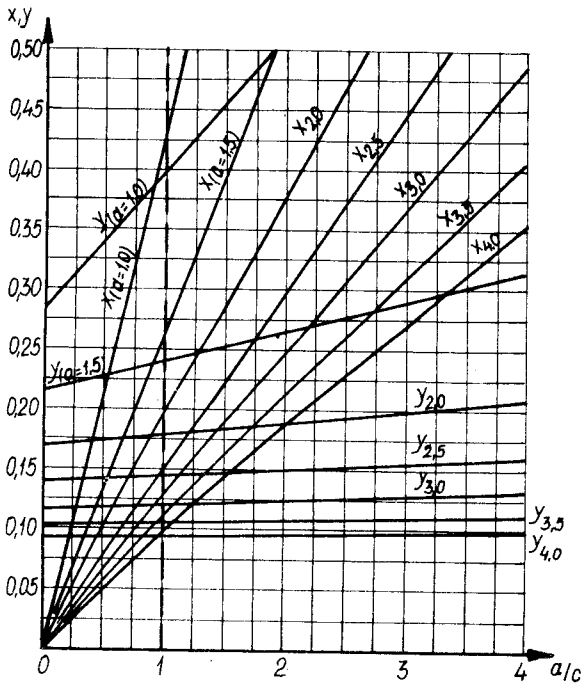


Rys.7.14. Reakcje sprężystego oddziaływania stężeń dla  $\eta'_d = \eta'_g = 2,6$

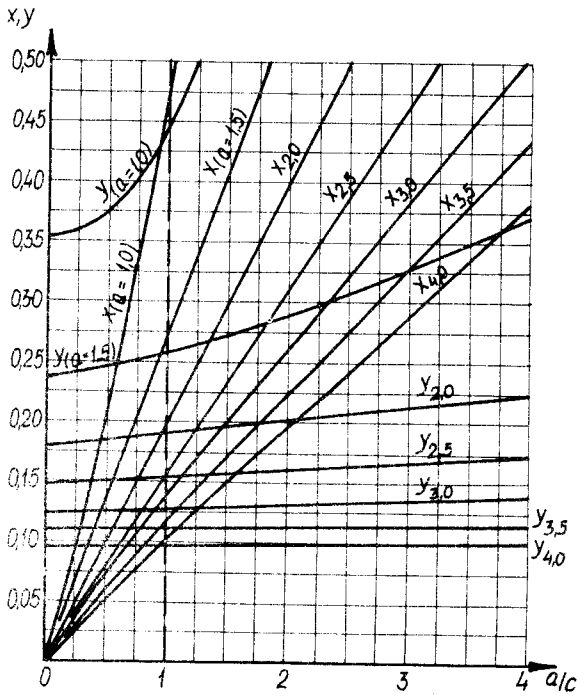


Rys.7.15. Reakcje sprężystego oddziaływania stężeń dla  $\eta'_g = 0,2; \eta'_d = 0,4$

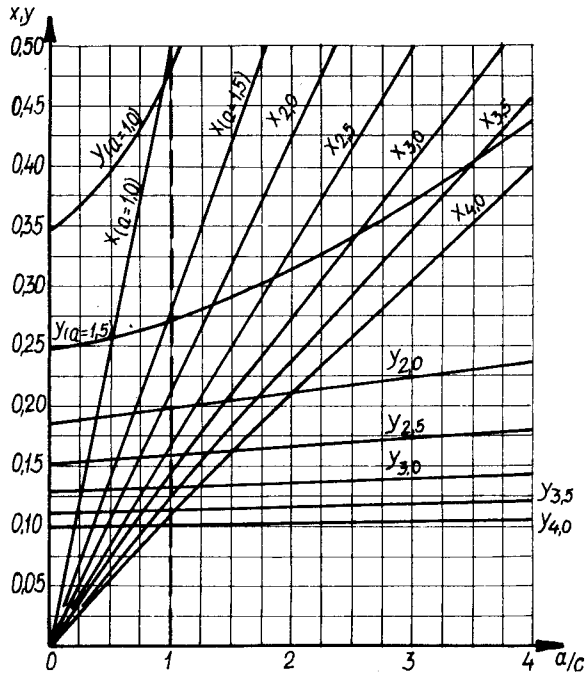




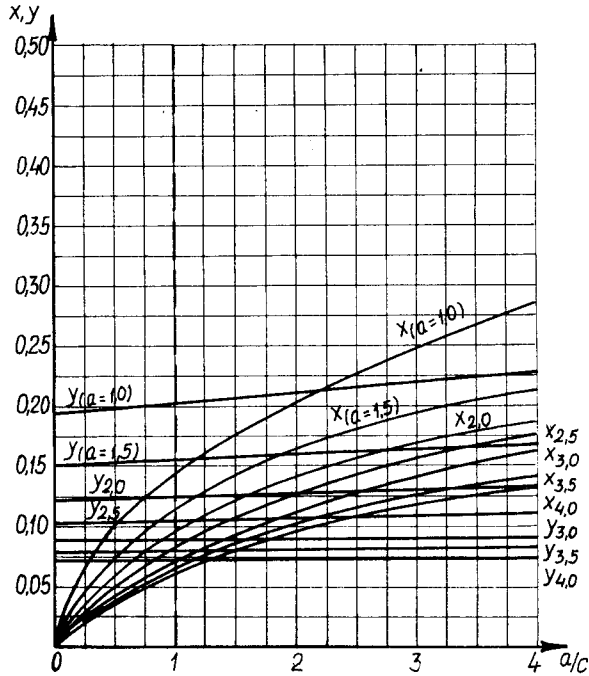
Rys.7.16. Reakcje sprężystego oddziaływania stężeń dla  $\eta'_g=1,0$ ;  $\eta'_c=2,0$



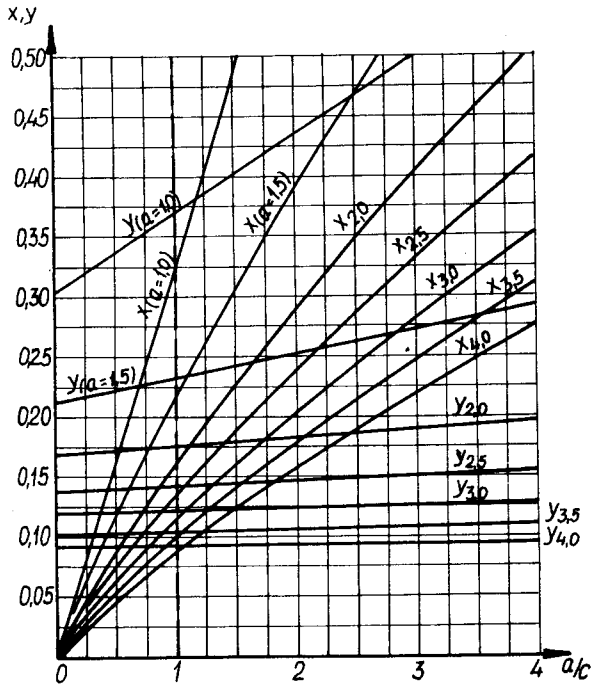
Rys.7.17. Reakcje sprężystego oddziaływania stężeń dla  $\eta'_c=1,6$ ;  $\eta'_g=3,6$



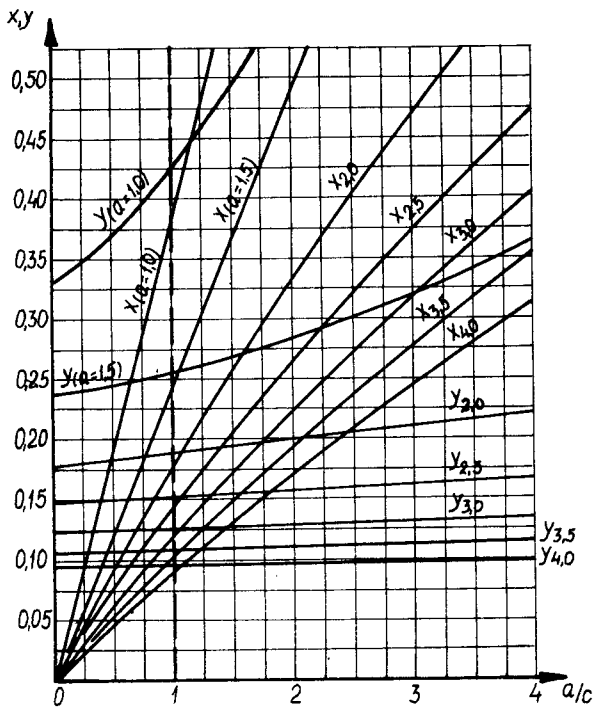
Rys.7.18. Reakcje sprężystego oddziaływania stężeń dla  $\eta'_g=2,6$ ;  $\eta'_d=5,2$



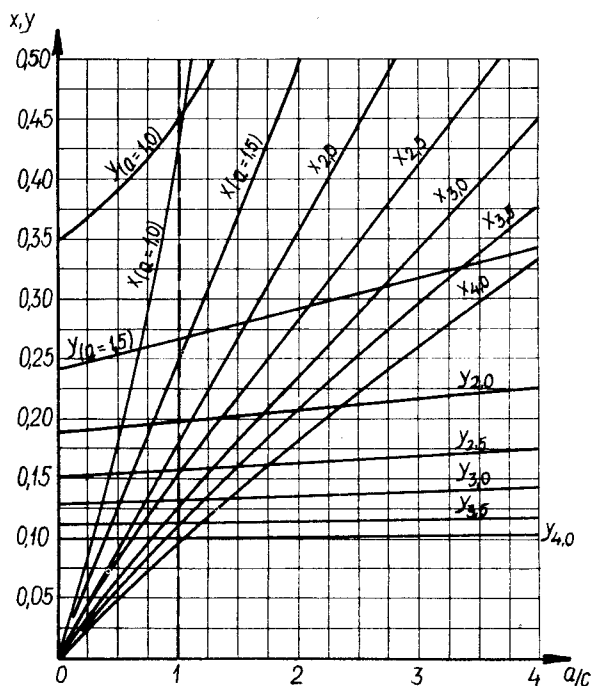
Rys.7.19. Reakcje sprężystego oddziaływania stężeń dla  $\eta'_g=0,2$ ;  $\eta'_d=0,1$



Rys.7.20. Reakcje sprężystego oddziaływania stężeń dla  $\eta'_g=1,0$ ;  $\eta'_d=0,5$



Rys.7.21. Reakcje sprężystego oddziaływania stężeń dla  $\eta'_g=1,8$ ;  $\eta'_d=0,9$



Rys. 7.22. Reakcja sprężystego oddziaływania stężeń dla  $\eta'_g = 2,6$ ;  $\eta'_d = 1,3$

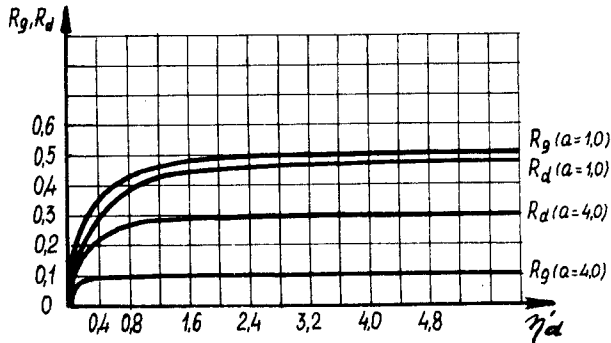
Z wykresów wynikają następujące wnioski:

1. Wyniki zawarte na wykresach stanowią rozwiązanie równań (7.34) dla konkretnych wartości współczynników  $\eta'_d$  i  $\eta'_g$  w zależności od wartości  $a$  i  $c$ .
2. Wykresy zawarte na rysunkach 7.8 do 7.22 mogą służyć do wykorzystania przy rozwiązywaniu konkretnych zagadnień inżynierskich. Znając wartość współczynników  $\eta'_g$ ,  $\eta'_d$ ,  $a$  oraz  $a : c$  z wykresów, znajdujemy wartości sił sprężystego oddziaływania stężeń na konstrukcję ramową.

3. Ze wzrostem współczynnika  $a$  /również  $c$ / maleją siły  $R_{d/3a/}$  i  $R_{g/3a/}$ .  
Wysoka wartość liczbowa współczynnika  $a$  wynika przede wszystkim z dużej różnicy wysokości naw. Wzrost wartości  $\zeta$  i  $\phi$  również wpływa na wzrost współczynnika  $a$ .
4. Wzrost współczynników  $\eta'_g$  i  $\eta'_d$  decyduje o wzroście sił  $R_{g/3a/}$  i  $R_{d/3a/}$ .
5. Ze wzrostem współczynnika  $\eta'_d$  wyraźnie wzrasta siła  $R_{d/3a/}$  natomiast ze wzrostem współczynnika  $\eta'_g$  wyraźnie wzrasta siła  $R_{g/3a/}$ . Przy czym wzrost siły  $R_{d/3a/}$  jest wyraźniejszy niż wzrost siły  $R_{g/3a/}$ .
6. Dla  $\eta'_g > \eta'_d$  oraz dla  $\frac{a}{c} = 1,0$  siła  $R_{g/3a/} > R_{d/3a/}$ . Natomiast dla  $\frac{a}{c}$  zdecydowanie różnych od jedności jest  $R_{g/3a/} < R_{d/3a/}$ .
7. Dla  $\eta'_d > \eta'_g$  jest zawsze  $R_{d/3a/} > R_{g/3a/}$ .
8. Dla  $a > 3,0$  siła  $R_{g/3a/}$  praktycznie nie zależy od zmiany współczynników  $a/c$ .
9. Dla wysokiego  $a$  oraz przy  $\eta'_d > 0,5$  i  $\eta'_g > 0,5$  wzrost  $\eta'_g$  lub  $\eta'_d$  bardzo nieznacznie wpływa na zmianę siły  $R_{g/3a/}$ . Można przyjąć, że w tych przypadkach  $R_{g/3a/} = 0,10$ .
10. W przypadkach konstrukcyjnych kiedy  $\eta'_d = \eta'_g$  oraz przy  $\frac{a}{c} \approx 1,0$  wartości siły  $R_{g/3a/}$  i  $R_{d/3a/}$  są do siebie zbliżone. Można przyjąć, że  $R_{g/3a/} = R_{d/3a/}$ .

11. Dla wysokich  $a$  oraz dla  $\frac{a}{c} = 1$   $R_{d/3a/} \neq R_{g/3a/}$  przy czym  $R_{g/3a/} < R_{d/3a/}$ . Prawidłowość ta wynika z warunków  $a \gg 1,0$ ,  $a/c \neq 1,0$ .
12. Ze wzrostem współczynnika  $\varphi$  maleją wartości sił  $R_{d/3a/}$  i  $R_{g/3a/}$ .
13. Dla konkretnej wartości współczynnika  $a$  i związanej z nią wartości współczynnika  $c$  istnieje tylko jedna para wartości sił  $R_{d/3a/}$  i  $R_{g/3a/}$ .

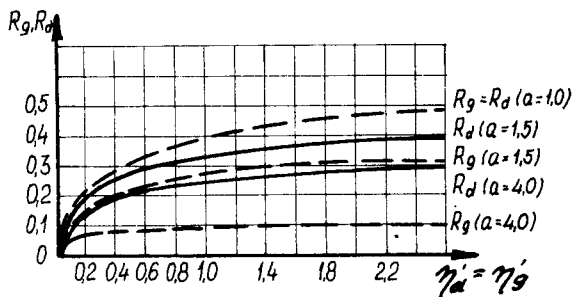
Na podstawie wykresów według rysunków 7.11 do 7.22 można opracować wykresy jakie przykładowo podano na rysunkach 7.23 do 7.25. Na podstawie tych wykresów łatwo określa się wartości sił  $R_d$  i  $R_g$  korzystając ze znajomości współczynników  $a$ ,  $\eta'_d$  i  $\eta'_g$ .



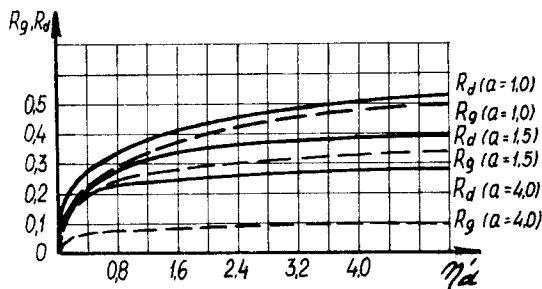
Rys. 7.23. Reakcje sprężystego oddziaływania stężeń jako funkcji  $\eta'_d$  wykonanych dla  $\eta'_d / \eta'_g = 0,5$

Z wykresów wynikają dalsze interesujące nas wnioski:

1. W przypadku  $\eta'_g = \eta'_d$  /rys. 7.24/ oraz dla  $a = 1,0$  siły  $R_{g/3a/}$  i  $R_{d/3a/}$  są identyczne. Ze wzrostem współ-



Rys. 7.24. Reakcje sprężystego oddziaływania stężeń jako funkcji  $\eta'_d$  wykonanych dla  $\eta'_d / \eta'_g = 1,0$



Rys. 7.25. Reakcje sprężystego oddziaływania stężeń jako funkcji  $\eta'_d$  wykonanych dla  $\eta'_d / \eta'_g = 2,0$

czynnika  $a$  różnica między siłami  $R_{d/3a/}$  i  $R_{g/3a/}$  wzrasta, przy czym jest zawsze  $R_{g/3a/} < R_{d/3a/}$ .

2. W przypadku  $\eta'_d = 0,5 \eta'_g$  wartości liczbowe sił  $R_{d/3a/}$  i  $R_{g/3a/}$  szybko przyjmują wartość, którą możemy uznać za stałą.
3. W przypadku  $\eta'_g = \eta'_d$  maksymalna wartość sił  $R_{g/3a/} = R_{d/3a/}$  /przy  $a = 1,0$ / nie przekracza wartości 0,5.
4. W przypadku  $\eta'_d = 2,0 \eta'_g$  siła  $R_{g/3a/}$  przekracza wartość 0,5 natomiast  $R_{d/3a/}$  nie przekracza wartości 0,5.

### 7.3.5. Układ obciążony niesymetrycznie i stałych współczynnikach sprężystej podatności podpór

#### 7.3.5.1. Równania warunkowe

Analogicznie jak w przypadku obciążenia symetrycznego założono, że współczynniki sprężystej podatności podpór są stałe dla dolnego lub górnego układu elementów stężających.

Współczynnik sprężystej podatności podpór stężania dolnego oraz przemieszczenie podpory drugiej /rys. 7.6b/ określają wzory (7.10) i (7.11) a stężenia górnego wzory (7.12) i (7.13). Reakcje podpory środkowej wywołanej przemieszczeniem  $\delta_2$  można podać na podstawie następującego wzoru /por. rozdz. 3/

$$R_{2/} \delta_{2/} = \frac{-\eta / 35 \eta^2 + 228 \eta + 92/}{2/25 \eta^3 + 190 \eta^2 + 171 \eta + 28/} \frac{\delta_2}{k} \quad (7.44)$$

Sprężyste oddziaływanie stężeń na układ poprzeczny hali, na poziomie rygli, uwidacznia się jako reakcje podpór środkowych. Stąd uzyskujemy następujące warunki:

$$R_{2/} \delta_{d2/} = - R_{d/2b/} \quad (7.45a)$$

$$R_{2/} \delta_{g2/} = - R_{g/2b/} \quad (7.45b)$$



W celu uproszczenia zapisu dla rozwiązania równań przyjęto oznaczenia

$$R_{d/2b/} = X \quad R_{g/2b/} = Y$$

Korzystając z warunków (7.45a,b) i wzoru (7.44) piszemy

$$2 \frac{c-y}{1-cx} x = \frac{\eta'_{d/c-y/} \left[ 35 \eta'^2_{d/c-y/} + 228 \eta'_{d/c-y/} + 92 \right]}{25 \eta'^3_{d/c-y/} + 190 \eta'^2_{d/c-y/} + 171 \eta'_{d/c-y/} + 28}$$

7.46a

$$2 \frac{a-x}{1-ay} Y = \frac{k_{g/a-x/} \left[ 35 \eta'^2_{g/a-x/} + 228 \eta'_{g/a-x/} + 92 \right]}{25 \eta'^3_{g/a-x/} + 190 \eta'^2_{g/a-x/} + 171 \eta'_{g/a-x/} + 28}$$

(7.46b)

Równania (7.46) można przedstawić w następującej postaci

$$A_{11}XY^3 + A_{12}XY^2 + A_{13}XY + A_{14}Y^2 + A_{15}X + A_{16}Y + A_{17} = 0$$

(7.47)

$$B_{11}X^3Y + B_{12}YX^2 + B_{13}XY + B_{14}X^2 + B_{15}Y + B_{16}X + B_{17} = 0$$

gdzie:

$$A_1 = 25 \eta'_d{}^3$$

$$A_2 = 190 \eta'_d{}^2 - 5 \eta'_d{}^3 c$$

$$A_3 = 5 \eta'_d{}^3$$

$$A_4 = 171 \eta'_d - 114 \eta'_d{}^2 c$$

$$A_5 = 114 \eta'_d{}^2$$

$$A_6 = 28 - 46 c \eta'_d$$

$$A_7 = 46 \eta'_d$$

$$B_1 = 25 \eta'_g{}^3$$

$$B_2 = 190 \eta'_g{}^2 - 5 \eta'_g{}^3 a$$

(7.48)

$$B_3 = 5 \eta'_g{}^3$$

$$B_4 = 171 \eta'_g - 114 \eta'_g{}^2 a$$

$$B_5 = 114 \eta'_g{}^2$$

$$B_6 = 28 - 46 \eta'_g a$$

$$B_7 = 46 \eta'_g$$

$$A_{11} = -A_1$$

$$A_{12} = 3A_1 c + A_2$$

$$A_{13} = -3 A_1 c^2 - 2A_2 c - A_4$$

$$A_{14} = A_3$$

$$A_{15} = A_1 C^3 + A_2 C^2 + A_4 C + A_6$$

$$A_{16} = -2A_3 C - A_5$$

$$A_{17} = A_3 C^2 + A_5 C + A_7$$

$$B_{11} = -B_1$$

$$B_{12} = -3B_1 a + B_2$$

$$B_{13} = -3B_1 a^2 - 2B_2 a - B_4$$

$$B_{14} = B_3$$

$$B_{15} = B_1 a^3 + B_2 a^2 + B_4 a + B_6$$

$$B_{16} = -2B_3 a - B_5$$

$$B_{17} = B_3 a^2 + B_5 a + B_7$$

lub też

$$A_{11} = -25 \eta'_d{}^3$$

$$A_{12} = 70 \eta'_d{}^3 c + 190 \eta'_d{}^2$$

$$A_{13} = -65 \eta'_d{}^3 c^2 - 261 \eta'_d{}^2 c - 171 \eta'_d$$

$$A_{14} = 5 \eta'_d{}^3$$

$$A_{15} = 20 \eta'_d{}^3 c^3 + 76 \eta'_d{}^2 c^2 + 125 \eta'_d c + 28$$

$$A_{16} = -35 \eta'_d{}^3 c - 114 \eta'_d{}^2$$

$$\begin{aligned}
 A_{17} &= 5 \eta'_d{}^3 c^2 + 114 \eta'_d{}^2 c + 46 \eta'_d \\
 B_{11} &= -25 \eta'_g{}^3 \\
 B_{12} &= 70 \eta'_g{}^3 a + 190 \eta'_g{}^2 \\
 B_{13} &= -65 \eta'_g{}^3 a^2 - 370 \eta'_g{}^2 a - 171 \eta'_g \quad (7.49) \\
 B_{14} &= 5 \eta'_g{}^3 \\
 B_{15} &= 20 \eta'_g{}^3 a^3 + 76 \eta'_g{}^2 a^2 + 125 \eta'_g a + 28 \\
 B_{16} &= -35 \eta'_g{}^3 a - 114 \eta'_g{}^2 \\
 B_{17} &= 5 \eta'_g{}^2 a^2 + 114 \eta'_g{}^2 a + 46 \eta'_g
 \end{aligned}$$

Z układu równań (7.47) otrzymano

$$\begin{aligned}
 C_{10}X^{10} + C_9X^9 + C_8X^8 + C_7X^7 + C_6X^6 + C_5X^5 + C_4X^4 + \\
 + C_3X^3 + C_2X^2 + C_1X + C_0 = 0 \quad (7.50)
 \end{aligned}$$

$$Y = - \frac{B_{14}X^2 + B_{16}X + B_{17}}{B_{11}X^3 + B_{12}X^2 + B_{13}X + B_{15}}$$

gdzie:

$$\begin{aligned}
 C_{10} &= + A_{15}B_{44} \\
 C_9 &= - A_{13}B_{35} + A_{15}B_{45} + A_{17}B_{44} \\
 C_8 &= + A_{12}B_{27} - A_{13}B_{36} - A_{16}B_{35} + A_{15}B_{46} + A_{17}B_{45} \\
 C_7 &= -A_{11}B_{20} + A_{12}B_{28} + A_{14}B_{27} + A_{14}B_{28} - A_{13}B_{37} - A_{16}B_{36} + A_{15}B_{47} + A_{17}B_{46} \\
 C_6 &= -A_{11}B_{21} + A_{12}B_{29} + A_{14}B_{28} - A_{13}B_{38} - A_{16}B_{37} + A_{15}B_{48} + A_{17}B_{47} \\
 C_5 &= -A_{11}B_{22} + A_{12}B_{30} + A_{14}B_{29} - A_{13}B_{39} - A_{16}B_{38} + A_{15}B_{49} + A_{17}B_{48} \\
 C_4 &= -A_{11}B_{23} + A_{12}B_{31} + A_{14}B_{30} - A_{13}B_{40} - A_{16}B_{39} + A_{15}B_{50} + A_{17}B_{49} \\
 C_3 &= -A_{11}B_{24} + A_{12}B_{32} + A_{14}B_{31} - A_{13}B_{41} - A_{16}B_{40} + A_{15}B_{51} + A_{17}B_{50} \\
 C_2 &= -A_{11}B_{25} + A_{12}B_{33} + A_{14}B_{32} - A_{13}B_{42} - A_{16}B_{41} + A_{15}B_{52} + A_{17}B_{51} \\
 C_1 &= -A_{11}B_{26} + A_{12}B_{34} + A_{14}B_{33} - A_{13}B_{43} - A_{16}B_{42} + A_{15}B_{53} + A_{17}B_{52} \\
 C_0 &= + A_{14}B_{34} - A_{16}B_{43} + A_{17}B_{53}
 \end{aligned}$$

(7.51)

$$B_{20} = B_{14}^3$$

$$B_{21} = 3B_{14}^2 B_{16}$$

$$B_{22} = 3B_{14}/B_{16}^2 + B_{14} \cdot B_{17}/$$

$$B_{23} = B_{16}/B_{16}^2 + 6 B_{14} \cdot B_{17}/$$

$$B_{24} = 3B_{17}/B_{16}^2 + B_{14} \cdot B_{17}/$$

$$B_{25} = 3B_{16} \cdot B_{17}^2$$

$$B_{26} = B_{17}^3 \quad (7.51a)$$

$$B_{27} = B_{11} \cdot B_{14}^2$$

$$B_{28} = 2B_{11}B_{14}B_{16} + B_{12}B_{14}^2$$

$$B_{29} = B_{11} \cdot B_{16}^2 + 2B_{11}B_{14}B_{17} + 2B_{12}B_{14}B_{16} + B_{13}B_{14}^2$$

$$B_{30} = 2B_{11} \cdot B_{16}B_{17} + B_{12}B_{16}^2 + 2B_{16}^2 + 2B_{12}B_{14}B_{17} + 2B_{13}B_{14}B_{16} + B_{15}B_{14}^2$$

$$B_{31} = B_{11}B_{17}^2 + 2B_{12}B_{16}B_{17} + B_{13}B_{16}^2 + 2B_{13}B_{14}B_{17} + 2B_{15}B_{14}B_{16}$$

$$B_{32} = B_{12}B_{17}^2 + 2B_{13}B_{16}B_{17} + B_{15}B_{16}^2 + 2B_{14}B_{15}B_{17}$$

$$B_{33} = B_{13}B_{17}^2 + 2B_{15}B_{16}B_{17}$$

$$B_{34} = B_{15}B_{17}^2$$

$$B_{35} = B_{11}^2 \cdot B_{14}$$

$$B_{36} = 2B_{11}B_{12}B_{14} + B_{11}^2 \cdot B_{16}$$

$$B_{37} = 2B_{11}B_{13}B_{14} + 2B_{11}B_{12}B_{16} + B_{12}^2 B_{14}$$

$$B_{38} = 2B_{11}B_{14}B_{15} + 2B_{11}B_{13}B_{14} + 2B_{11}B_{13}B_{16} + B_{16}B_{12}^2 + 2B_{11}B_{12}B_{17}$$

$$B_{39} = B_{14}B_{13}^2 + 2B_{12}B_{14}B_{15} + 2B_{11}B_{15}B_{16} + 2B_{12}B_{13}B_{16} + B_{12}^2 B_{17} + 2B_{11}B_{13}B_{17}$$

$$B_{40} = 2B_{13}B_{14}B_{15} + B_{16}B_{13}^2 + 2B_{12}B_{15}B_{16} + 2B_{11}B_{15}B_{17} + 2B_{12}B_{13}B_{17}$$

$$B_{41} = B_{14}B_{15}^2 + 2B_{13}B_{15}B_{16} + B_{13}^2 B_{17} + 2B_{12}B_{15}B_{17}$$

$$B_{42} = B_{15}^2 B_{16} + 2B_{13}B_{15}B_{17}$$

$$B_{43} = B_{15}^2 B_{17}$$

$$B_{44} = B_{11}^2$$

$$B_{45} = 3B_{11}^2 B_{12}$$

$$B_{46} = 3B_{11}^2 B_{13} + 3B_{11} B_{12}^2$$

$$B_{47} = B_{12}^3 + 3B_{11}^2 B_{15} + 6B_{11} B_{12} B_{13}$$

$$B_{48} = 3B_{12}^2 B_{13} + 3B_{11} B_{13}^2 + 6B_{11} B_{12} B_{15}$$

$$B_{49} = 3B_{12}^2 B_{15} + 3B_{13}^2 B_{12} + 6B_{11} B_{13} B_{15}$$

$$B_{50} = B_{13}^3 + 3B_{11} B_{15}^2 + 6B_{12} B_{13} B_{15}$$

$$B_{51} = 3B_{13}^2 B_{15} + 3B_{12} B_{15}^2$$

$$B_{52} = 3B_{13} B_{15}^2$$

$$B_{53} = B_{15}^3$$

### 7.3.5.2. Sprężyste oddziaływanie stężeń na środkową podporę /ramę układu/

Po określeniu reakcji sprężystego oddziaływania stężeń na podporę drugą w postaci sił  $R_g/2b/$  i  $R_d/2b/$  można obliczyć reakcję sprężystego oddziaływania na podporę środkową /trzecią/ a więc siły  $R_g/3b/$  i  $R_d/3b/$ .

W dalszym ciągu przyjmujemy obliczone i znane już siły według oznaczeń



$$R_{g/2b/} = y$$

$$R_{d/2b/} = x$$

Siły sprężystego oddziaływania na podporę drugą określimy na podstawie wzorów (3.6)

(7.52)

$$R_{d/3b/} = - \frac{\eta'_d/c-y/ [ 10\eta'_d{}^2/c-y/{}^2 + 118\eta'_d/c-y/+ 88] c-y}{2 [ 25\eta'_d{}^3/c-y/{}^3 + 190\eta'_d{}^2 + 17\eta'_d/c-y/ + 28] 1-cx}$$

(7.53)

$$R_{g/3b/} = - \frac{\eta'_g/a-x/ [ 10\eta'_g{}^2/a-x/{}^2 + 118\eta'_g/a-x/ + 88] a-x}{2 [ 25\eta'_g{}^3/a-x/{}^3 + 190\eta'_g{}^2/a-x/+ 171\eta'_g/a-x/+28] 1-ay}$$

7.3.5.3. Sposób przybliżony określenia sprężystego oddziaływania stężeń na środkową podporę /układ/

Równania (7.47) są bardziej złożone niż równania (7.34), stąd też rozwiązanie jest bardziej skomplikowane niż w przypadku obciążenia układu w sposób symetryczny.

Interesujące okazuje się przyjęcie rozwiązania na podstawie przedstawionego niżej rozumowania.

Reakcję sprężystego oddziaływania stężeń na podporę środkową, w przypadku bezpośredniego obciążenia tej podpory siłą zewnętrzną, można określić za pomocą wzoru

$$R_{3/P_3}/ = \frac{4\eta/\eta + 4/}{5\eta^2 + 34\eta + 7} \cdot P_3 \quad (7.52)$$

W przypadku przemieszczenia podpory środkowej uzyskujemy

$$R_{3/} \delta_{3/} = - \frac{4\eta/\eta + 4/}{5\eta^2 + 34\eta + 7} \cdot \frac{\delta_3}{k} \quad (7.53)$$

Analogicznie będzie w przypadkach niesymetrycznego/podpora druga/ obciążenia lub przemieszczenia podpory

$$R_{3/P_2}/ = \frac{\eta/10\eta^2 + 118\eta + 88/}{2/25\eta^3 + 190\eta^2 + 171\eta + 28/} P_2 \quad (7.54)$$

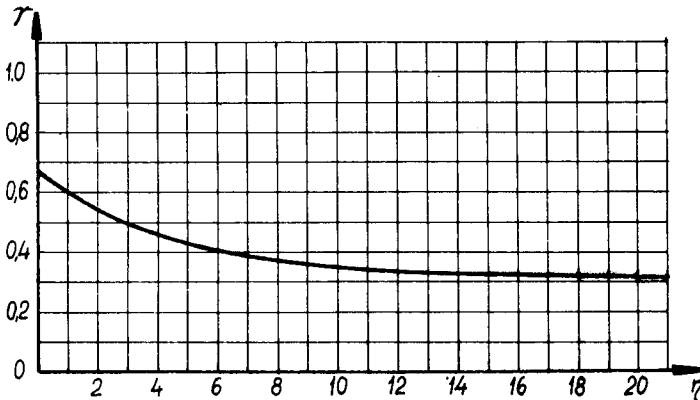
$$R_{3/} \delta_{2/} = \frac{\eta/10\eta^2 + 118\eta + 88/}{2/25\eta^3 + 190\eta^2 + 171\eta + 28/} \frac{\delta_2}{k} \quad (7.55)$$

Widoczną analogię matematyczną zachodzącą we wzorach (7.52) do (7.55) można wykorzystać określając proporcję reakcji przypadku obciążenia niesymetrycznego i symetrycznego

(7.56)

$$r = \frac{R_3/P_2/}{R_3/P_3/} = \frac{R_3/\delta_2/}{R_3/\delta_3/} = - \frac{10\eta^2 + 118\eta + 88/5\eta^2 + 34\eta + 7/}{8/25\eta^3 + 190\eta^2 + 171\eta + 28/\eta + 4/}$$

Wartości liczbowe zależności (7.56) naniesiono na wykresie ich rysunku 7.26.



Rys. 7.26. Wykres współczynnika określającego zależności między sprężystym oddziaływaniem belki na poszczególne podpory

Rozwiązanie zadania przypadku obciążenia konstrukcji w sposób symetryczny oparto na wyrażeniu (7.53). Chcąc uzyskać wyniki obciążenia konstrukcji w sposób niesymetryczny można zatem uzyskane wyniki przypadku symetrycznego pomnożyć przez wyrażenie (5.56).

Rozwiązanie to będzie przybliżone, ponieważ współczynnik  $\eta$  zależy od współczynnika sprężystej podatności podpór, który z kolei zależy od nieznannej wartości  $R_g$  lub  $R_d$  zawartych we wzorach (7.18) i (7.19).

Biorąc pod uwagę małą wrażliwość zmienności mnożnika /rys.7.26/ można przyjąć

$$\eta''_d = \eta'_d/c - 0,5 R_g/ \quad (7,57a)$$

$$\eta''_g = \eta'_g/a - 0,5 R_d/ \quad (7,57b)$$

Współczynnik liczbowy 0,5 zastosowany we wzorach (7.57) przyjęto z rysunku 7.26 jako pewną wartość mnożnika  $\Gamma$ .

Ostateczne rozwiązanie przypadku obciążenia niesymetrycznego /drugiej podpory/ wyrażają wzory

$$R_{g/3b/} = \Gamma \cdot R_{g/3a/} \quad (7.58)$$

$$R_{d/3b/} = \Gamma \cdot R_{d/3a/} \quad (7.59)$$

#### 7.4. Sprężyste oddziaływanie stężeń obciążonych bezpośrednio siłami zewnętrznymi

##### 7.4.1. Symetryczne obciążenie układu

Sprężyste oddziaływanie stężeń na poprzeczny układ środkowy, w przypadku obciążenia tego układu siłą zewnętrzną, należy określić na podstawie wzoru (7.52).

Chcąc określić obciążenie pozostałych układów poprzecznych należy stosować wzory (3.1) i (3.2).

Współczynniki sprężystej podatności podpór należy przyjąć dla stężeń dolnych według wzoru (7.10) a dla stężeń górnych według wzoru (7.12).

W tej fazie rozwiązania, we wzorach (7.10) i (7.12) siły  $R_d$  lub  $R_g$  są wielkościami znanymi.

Sprężyste oddziaływanie stężeń wywołane ich bezpośrednim obciążeniem siłą zewnętrzną określać będziemy symbolami

$$Z_{d/ia/} \quad \text{lub} \quad Z_{g/ia/}$$

#### 7.4.2. Niesymetryczne obciążenie układu

Sprężyste oddziaływanie stężeń na układ środkowy, w przypadku obciążenia podpory sąsiedniej /2 lub 4/, można określić na podstawie wzoru (7.54). Obciążenie pozostałych układów poprzecznych wynika ze wzorów od (3.4) do (3.13). Współczynniki sprężystej podatności podpór podają wzory (7.10) i (7.12).

Sprężyste oddziaływanie stężeń określać będziemy tutaj symbolami

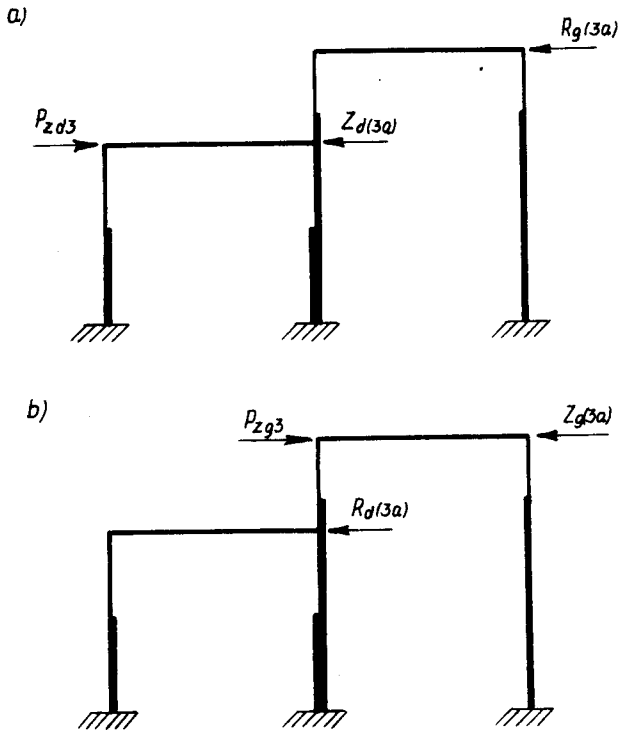
$$Z_{d/ib/} \quad Z_{g/ib/}$$

$$Z_{d/ic/} \quad Z_{g/ic/}$$

## 7.5. Sumaryczne siły sprężystego oddziaływania stężeń

Chcąc określić ostateczne siły sprężystego oddziaływania stężeń należy wziąć przede wszystkim pod uwagę wywody podane w rozdziale 3. W tym miejscu przykładowo określa się sumaryczne oddziaływanie stężeń na podpórę środkową.

Zakładamy obciążenie zastępczą siłą zewnętrzną  $P_{zd3}$  układu środkowego na poziomie dolnego ryglu /rys. 7.27a/.

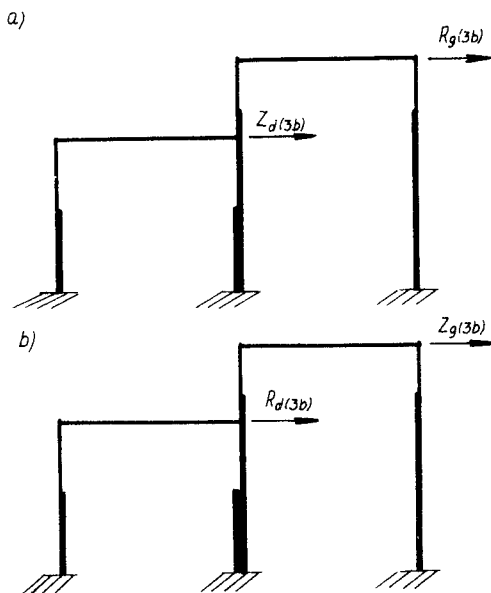


Rys.7.27. Ostateczne obciążenie układu uwzględniające sprężyste oddziaływanie stężeń w przypadku symetrycznego obciążenia  
 a/ obciążenie siłą zewnętrzną części dolnej  
 b/ obciążenie siłą zewnętrzną części górnej

W wyniku tego obciążenia nastąpi pojawienie się sił sprężystego oddziaływania stężeń dolnych i górnych. Siły te podane na rysunku 7.27a należy określić na podstawie podanych wyżej wzorów.

Układ sił sprężystego oddziaływania stężeń wywołany obciążeniem zewnętrznym  $P_{zg3}$  przedstawiono na rysunku 7.27b.

W przypadku obciążenia sąsiedniego ustroju poprzecznego, na poziomie rygla dolnego siłą  $P_{zd2}$  lub na poziomie rygla górnego siłą  $P_{zg2}$  siły sprężystego oddziaływania stężeń na ramę środkową naniesiono na rysunku 7.28 a,b. Jest to przypadek niesymetrycznego obciążenia/"przeciążenia"/ układu konstrukcyjnego.



Rys. 7.28. Ostateczne obciążenie układu uwzględniające sprężyste oddziaływanie stężeń w przypadku niesymetrycznego obciążenia  
 a/ obciążenie siłą zewnętrzną części dolnej  
 b/ obciążenie siłą zewnętrzną części górnej

Obciążenie siłą zewnętrzną dalszych ustrojów poprzecznych spowoduje powstanie sił sprężystego oddziaływania stężeń o układzie i zwrotach podobnych do podanych na rysunku 7.28. Zmiana znaku sił  $R$  i  $Z$  może nastąpić tylko wtedy, kiedy siły sprężystego oddziaływania zmieniają znaki /por. rys. 3.2/.

Końcowe obciążenie danego ustroju poprzecznego / tutaj środkowego/ otrzymuje się w wyniku superpozycji sił uzyskanych w poszczególnych etapach rozwiązania.

Po obciążeniu ustroju poprzecznego sumarycznymi siłami i jego rozwiązaniu, jako układu płaskiego, otrzymujemy w wyniku siły wewnętrzne z uwzględnieniem współdziałania przestrzennego elementów szkieletu hali.

Przykład liczbowy zawiera publikacja [25].

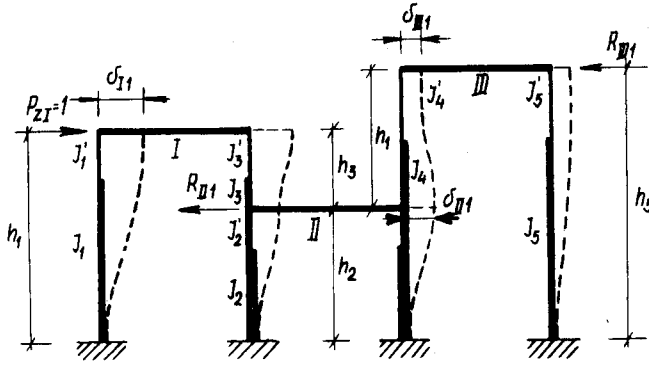
8. Hala ramowa o węzłach sztywnych trójnawowa, o różnych poziomach konstrukcji dachu

### 8.1. Wprowadzenie

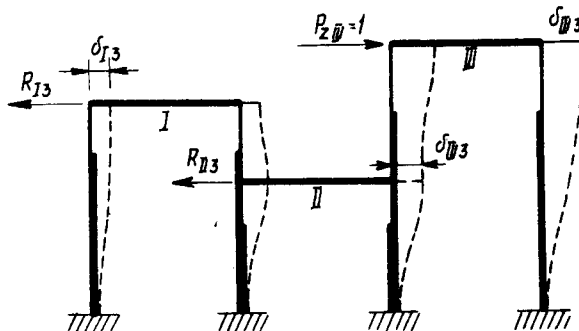
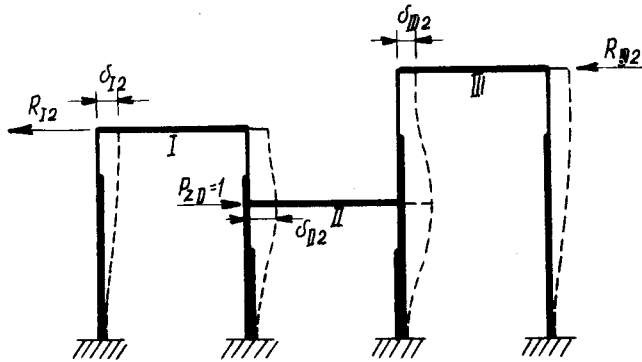
Przedstawiony układ konstrukcyjny, którego poszczególne ustroje poprzeczne podano na rysunku 8.1 zostaje rozwiązany w oparciu o zasady podane w rozdziale 7.



a)



b)



Rys. 8.1. Schemat układu poprzecznego

- a/ odkształcenie układu po obciążeniu siłą zewnętrzną stężeń nawy I i siłami sprężystego oddziaływania stężeń nawy II i III
- b/ odkształcenie układu po obciążeniu siłą zewnętrzną stężeń nawy II i siłami sprężystego oddziaływania nawy I i III
- c/ odkształcenie układu po obciążeniu siłą zewnętrzną stężeń nawy III i siłami sprężystego oddziaływania nawy I i II

Zakłada się zatem, że stężenia poszczególnych połączeniach pracują jak belki ciągłe, oparte na podporach o jednakowych współczynnikach sprężystej podatności podpór.

Z uwagi na złożoność zagadnienia rozwiązanie ograniczono do przypadku obciążenia układu w sposób symetryczny.

## 8.2. Poziome przemieszczenie układu

Poziome przemieszczenie układu określa się przy założeniu nieskończenie dużej sztywności rygla.

Na rysunku 8.1a podano przypadek obciążenia zewnętrzną zastępczą siłą  $P_{zI} = 1$  nawy I na poziomie rygla. Obciążenie to wywoła przemieszczenie układu na poziomie wszystkich rygli. W wyniku tego przemieszczenia powstaną siły sprężystego oddziaływania stężeń nawy II i III na układ ramowy. Siły te podano na rysunku 8.1a.

Odpowiednie przemieszczenie oraz siły sprężystego oddziaływania wystąpią również w przypadkach kolejnego obciążenia siłami zewnętrznymi rygla II i III.

Obciążenia konstrukcji przedstawione na rysunku 8.1 umożliwiają sformułowanie następujących równań:

według rysunku 8.1a

$$\frac{E n_1^{\phi} \cdot J_1}{h_1^3} \delta_{I1} + \frac{E n_3^{\phi} \cdot J_3}{h_3^3} / \delta_{II} + \delta_{III} / - 1 = 0$$

$$\begin{aligned} & \frac{E n_3^\phi J_3}{h_3^3} / \delta_{II1} - \delta_{III1}' - \frac{E n_2^\phi J_2}{h_2^3} \delta_{III1} - \frac{E n_6^\phi J_6}{h_2^3} \delta_{III1} + \\ & - \frac{E n_4^\phi J_4}{h_4^3} / \delta_{III1} - \delta_{IIII1}' - R_{III1} = 0 \end{aligned} \quad (8.1)$$

$$\frac{E n_4^\phi J_4}{h_4^3} / \delta_{III1} - \delta_{IIII1}' - \frac{E n_5^\phi J_5}{h_5^3} \delta_{IIII1} - R_{IIII1} = 0$$

według rysunku 8.1b

$$\frac{-E n_1^\phi J_1}{h_1^3} \delta_{I2} + \frac{E n_3^\phi J_3}{h_3^3} / \delta_{I2} - \delta_{II2}' - R_{I2} = 0$$

$$\frac{-E n_3^\phi J_3}{h_3^3} / \delta_{I2} - \delta_{II2}' + \frac{E n_2^\phi J_2}{h_2^3} \delta_{II2} - \frac{E n_4^\phi J_4}{h_4^3} \delta_{II2} - \delta_{IIII2}' +$$

(8.2)

$$\frac{-E n_6^\phi J_6}{h_2^3} \delta_{II2} + 1 = 0$$

$$\frac{E n_4^\phi J_4}{h_3^3} / \delta_{II2} - \delta_{IIII2}' - \frac{E n_5^\phi J_5}{h_5^3} \delta_{IIII2} - R_{IIII2} = 0$$

według rysunku 8.1c

$$\frac{E n_1^{\phi J_1}}{h_1^3} \delta_{I3} + \frac{E n_3^{\phi J_3}}{h_3^3} / \delta_{I3} - \delta_{III3} / - R_{I3} = 0$$

$$\begin{aligned} & \frac{E n_3^{\phi J_3}}{h_3^3} / \delta_{I3} - \delta_{III3} / - \frac{E n_2^{\phi J_2}}{h_3^3} \delta_{III3} + \frac{E n_4^{\phi J_4}}{h_4^3} / \delta_{III3} - \delta_{III3} / + \\ & - \frac{E n_6^{\phi J_6}}{h_3^3} \delta_{III3} - R_{III3} = 0 \end{aligned} \quad (8.3)$$

$$\frac{E n_4^{\phi J_4}}{h_4^3} / \delta_{III3} - \delta_{III3} / + \frac{E n_5^{\phi J_5}}{h_5^3} \delta_{III3} - 1 = 0$$

W wyniku rozwiązania równań (8.1) otrzymano

$$\delta_{II} = \frac{-eR_{III} - dR_{IIII} + be - d^2}{abe - ad^2 - e} f \frac{h_5^5}{EJ_5} \quad (8.4a)$$

$$\delta_{III} = \frac{-aeR_{III} - adR_{IIII} + e}{abe - ad^2 - e} f \frac{h_5^3}{EJ_5} \quad (8.4b)$$

$$\delta_{IIII} = \frac{-adR_{III} + /1-ab/R_{IIII} + d}{abe - ad^2 - e} f \frac{h_5^3}{EJ_5} \quad (8.4c)$$

W wyniku rozwiązania równań (8.2) otrzymano

$$\delta_{I2} = \frac{/d + le/R_{I2} + dR_{IIII2} - e}{/gd + egl - e/} f \frac{h_5^3}{EJ_5} \quad (8.5a)$$

$$\delta_{II2} = \frac{eR_{I2} + gdR_{III2} - eg}{gd + egl - e} f \frac{h_5^3}{EJ_5} \quad (8.5b)$$

$$\delta_{III2} = \frac{R_{I2} + /1 - gl/R_{III2} - g}{gd + egl - e} f \frac{h_5^3}{EJ_5} \quad (8.5c)$$

W wyniku rozwiązania równań (8.3) otrzymano

$$\delta_{I3} = \frac{/pq + d^2/R_{I3} + q \cdot R_{III3} + d}{gdq + dg^2 - q} f \frac{h_5^3}{EJ_5} \quad (8.6a)$$

$$\delta_{II3} = \frac{q \cdot R_{I3} + gqR_{II3} + dg}{gpq + d^2g - q} f \frac{h_5^3}{EJ_5} \quad (8.6b)$$

$$\delta_{III3} = \frac{-d R_{I3} - dg R_{II3} + gp - 1}{gpq + d^2g - q} f \frac{h_5^3}{EJ_5}$$

Współczynniki :

$$a = 1 + m_1$$

$$b = 1 + m_2 + m_4 + m_6$$

$$d = m_4$$

$$e = m_4 + m_5$$

$$g = 1 + m_1$$

$$l = 1 + m_2 - m_4 - m_6$$

$$p = 1 - m_2 + m_4 - m_6$$

(8.7)

$$R_{I2} = \frac{4 \eta_I / \eta_I + 4/}{5 \eta_I^2 + 34 \eta_I + 7} \cdot \frac{\delta_{I2}}{k_I} \quad (8.9)$$

(8.10)

$$\eta_I = \frac{6EJ_I}{L^3} \cdot k_I = \frac{h_5^3}{L^3} \frac{J_I}{J_5} f \frac{-eR_{III1} - dR_{IIII1} + be-d^2}{abe - 2d^2 - e}$$

(8.11)

$$\frac{\delta_{I2}}{k_I} = \frac{\left[ \frac{d+1e/R_{I2} + d R_{IIII2} - e}{abe - ad^2 - e} \right]}{\frac{gd + egl - e}{-eR_{III1} - dR_{IIII1} + be-d^2}}$$

$$\eta'_I = \frac{h_5^3}{L^3} \frac{J_I}{J_5} f \quad (8.12)$$

Do równania warunkowego (8.9) należy podstawić wyrażenia (8.10), (8.11) i (8.12).

W celu napisania drugiego równania warunkowego wykorzystujemy znane przemieszczenie rygla I wywołane siłą  $P_{zIII} = 1$  działającą na poziomie rygla III.

Stąd

$$R_{I3} = \frac{4 \eta_I / \eta_I + 4/}{5 \eta_I^2 + 34 \eta_I + 7} \frac{\delta_{I3}}{k_I} \quad (8.13)$$

$$\frac{\delta_{I3}}{k_I} = \frac{\left[ \frac{pq+d^2/R_{I3} + qR_{IIII3}+d}{abe - ad^2 - e} \right]}{\frac{gpg + d^2q - q}{-eR_{III1} - dR_{IIII1} + be-d^2}} \quad (8.14)$$

Trzecie równanie warunkowe uzyskujemy wykorzystując znane przemieszczenia rygla II wywołane siłą  $P_{zI} = 1$  działającą na poziomie rygla I:

$$R_{III} = \frac{4 \eta_{II} / \eta_{II} + 4/}{5 \eta_{II}^2 + 34 \eta_{II} + 7} \frac{\delta_{III}}{k_{II}} \quad (8.15)$$

$$\eta'_{II} = \frac{h_5^3}{L^3} \frac{J_{II}}{J_5} f \quad (8.16)$$

$$\eta_{II} = \eta'_{II} \frac{e R_{I2} + gd R_{II2} - eg}{gd + egl - e} \quad (8.17)$$

$$\frac{\delta_{III}}{k_{II}} = \frac{-ae R_{III} - ad R_{III1} + e / / gc + egl - e /}{/abe - ad^2 - e / / e R_{I2} + gd R_{III2} - eg /} \quad (8.18)$$

Czwarte równanie warunkowe otrzymamy wykorzystując znane przemieszczenie rygla II wywołane siłą zastępczą  $P_{zIII}=1$  działającą na poziomie rygla III

$$R_{III3} = \frac{4 \eta_{II} / \eta_{II} + 4/}{5 \eta_{II}^2 + 34 \eta_{II} + 7} \frac{\delta_{III3}}{k_{II}} \quad (8.18)$$

$$\frac{\delta_{III3}}{k_{II}} = \frac{/gR_{II3} + g \cdot qR_{III3} + dg//gd + egl - e/}{/gpq + d^2g - q//eR_{II2} + gd R_{III2} - eg/} \quad (8.19)$$

Piąte równanie warunkowe uzyskamy stosując

$$k_{III} = \delta_{III3} \text{ oraz przemieszczenie } \delta_{III1}$$

$$R_{III1} = \frac{4 \eta_{III} / \eta_{III} + 4/}{5 \eta_{III}^2 + 34 \eta_{III} + 7} \frac{\delta_{III1}}{k_{III}} \quad (8.20)$$

$$\eta'_{III} = \frac{h_5^3}{L^3} \frac{J_{III}}{J_5} f \quad (8.21)$$

$$\eta_{III} = \eta'_{III} \frac{-dR_{II3} - dg R_{III3} + pq - 1}{gpq + d^2g - q} \quad (8.22)$$

$$\frac{\delta_{III1}}{k_{III}} = \frac{[-ad R_{III1} + /1 - ab/R_{III1} + d //gpq + d^2g - q]}{/abe - ad^2 - e// - d R_{II3} dg R_{III3} + gp - 1/} \quad (8.23)$$

Szóste równanie warunkowe uzyskamy dla  $\delta_{III2}$

$$R_{III2} = \frac{4 \eta_{III} / \eta_{III} + 4/}{5 \eta_{III}^2 + 34 \eta_{III} + 7} \frac{\delta_{III2}}{k_{III}} \quad (8.24)$$



$$\frac{\delta_{III2}}{k_{III}} = \frac{[R_{I2}^{+1-g1}/R_{III2} - g//gpq + d^2g-q/}{/gd+eg1 - e// -d R_{I3} - dgR_{II3} + gp-1/} \quad (8.25)$$

Do dalszych rozważań przyjęto następujące oznaczenia niewiadomych

$$\begin{aligned} R_{I2} &= X_1 & R_{I3} &= X_2 \\ R_{III1} &= X_3 & R_{II3} &= X_4 \\ R_{III1} &= X_5 & R_{III2} &= X_6 \end{aligned} \quad (8.26)$$

Po wprowadzeniu do równań warunkowych przyjętych oznaczeń i po przeprowadzeniu odpowiednich działań matematycznych uzyskano następujący układ sześciu równań z sześcioma niewiadomymi

$$\begin{aligned} A_{30}X_1X_3^3 + A_{31}X_1X_5^3 + \dots + A_{50}X_6 + A_{51} &= 0 \\ B_{30}X_2X_3^3 + \dots + B_{51} &= 0 \\ C_{30}X_1^3X_3 + \dots + C_{51} &= 0 \\ E_{30}X_2^3X_5 + \dots + E_{51} &= 0 \\ F_{30}X_2^3X_6 + \dots + F_{51} &= 0 \\ F_{30}X_2^3X_6 + \dots + F_{51} &= 0 \end{aligned} \quad (8.27)$$



Odpowiednie współczynniki, przy założeniu, że  $k_I = k_{II} =$   
 $= k_{III} = k$  wyrażono wzorami

$$A_{30} = 5A_{25}A_7$$

$$A_{31} = 5A_8A_{26}$$

$$A_{32} = 5A_7A_{26} + 5A_9A_{25}$$

$$A_{33} = 5A_8A_{25} + 5A_9A_{26}$$

$$A_{34} = 4A_7A_{22} + 5A_7A_{27} + A_{19}A_{25}$$

$$A_{35} = 4A_7A_{23}$$

$$A_{36} = 4A_8A_{22} + 5A_8A_{27} + A_{20}A_{26}$$

$$A_{37} = 4A_8A_{23}$$

$$A_{38} = 4A_9A_{22} + 5A_9A_{27} + A_{19}A_{26} + A_{20}A_{25}$$

$$A_{39} = 4A_7A_{24}$$

$$A_{42} = 4A_{16}A_{22} + A_{19}A_{27} + A_{21}A_{25}$$

$$A_{43} = 4A_{17}A_{22} + A_{21}A_{26} + A_{20}A_{27}$$

$$A_{44} = 4A_9A_{24}$$

$$A_{45} = 4A_{16}A_{23}$$

$$A_{46} = 4A_{17}A_{23}$$

$$A_{47} = 4A_{14}A_{22} + A_{21}A_{27}$$

$$A_{48} = 4A_{16}A_{24}$$

$$A_{49} = 4A_{17}A_{24}$$

$$A_{50} = 4A_{18}A_{23}$$

$$A_{51} = 4A_{18}A_{24}$$

$$A_1 = eab - ad^2 - e$$

$$A_2 = eb - d^2$$

$$A_3 = gc + gle$$

$$A_4 = gc$$

$$A_5 = -eg$$

$$A_6 = /gd - e + egl/g$$

$$A_7 = e^2k^2$$

$$A_8 = d^2k^2$$

$$A_9 = 2edk^2$$

$$A_{10} = 2ek^2A_2$$

$$A_{11} = -2dk^2A_2$$

$$A_{12} = k^2A_2^2$$

$$A_{13} = 4dkA_1$$

$$A_{14} = -4ekA_1$$

$$A_{15} = 4kA_1A_2$$

$$A_{16} = A_{10} + A_{14}$$

$$A_{17} = A_{11} + A_{13}$$

$$A_{18} = A_{12} + A_{15}$$

$$A_{19} = 5A_{10} + \frac{17}{2} A_{14}$$

$$A_{20} = 5A_{11} + \frac{17}{2} A_{13}$$

$$A_{21} = 5A_{12} + \frac{17}{2} A_{15} + 7A_1^2$$

$$A_{22} = A_1A_3$$

$$A_{23} = A_1A_4$$

$$A_{24} = A_1A_5$$

$$A_{25} = -eA_6$$

$$A_{26} = -c A_6$$

$$A_{27} = A_2A_6$$

$$B_{30} = 5A_7B_{10}$$

$$B_{31} = 5A_8B_{11}$$

$$B_{32} = 5A_7B_{11} + 5A_9B_{10}$$

$$B_{33} = 5A_8B_{10} + 5A_9B_{11}$$

$$B_{34} = A_7B_7 \cdot 4 + 5A_7B_{12} + A_{19}B_{10}$$

$$B_{35} = 4A_7B_8$$

$$B_{36} = 4A_8B_7 + 5A_8B_{12} + A_{20}B_{11}$$

$$B_{37} = 4A_8B_8$$

$$B_{38} = 4A_9B_7 + 5A_9B_{12} + A_{19}B_{11} + A_{20}B_{10}$$

$$B_{39} = 4A_9B_8$$

$$B_{40} = 4A_7A_{23}$$

$$B_{41} = A_{37}$$

$$B_{42} = 4A_{16}B_7 + A_{19}B_{12} + A_{21}B_{10}$$

$$B_{43} = 4A_{17}B_7 + A_{20}B_{12} + A_{21}B_{11}$$

$$B_{44} = 4A_{16}B_8$$

$$B_{45} = A_{39}$$

$$B_{46} = 4A_{17}B_8$$

$$B_{47} = 4A_{18}B_7 + A_{21}B_{12}$$

$$B_{48} = A_{45}$$

$$B_{49} = 4A_{18}B_8$$

$$B_{50} = A_{46}$$

$$B_{51} = A_{50}$$

$$B_6 = g/gpq - q + gd^2/$$

$$B_7 = A_1/gpq + gd^2/$$

$$B_8 = gqA_1$$

$$B_{10} = -eB_6$$

$$B_{11} = -dB_6$$

$$B_{12} = A_2B_6$$

$$C_{30} = 5eA_1A_7$$

$$C_{31} = g^2A_8A_{23}$$

$$C_{32} = 5A_7A_{23} + 5ekA_1A_9$$

$$C_{33} = 5gA_9A_{23} + 5eg^2A_1A_8$$

$$C_{34} = 4A_7C_2 + 5A_7A_{24} + eA_1C_{20}$$

$$C_{35} = 4A_7C_3$$

$$C_{36} = 5g^2A_8A_{24} + A_{23}C_{21} + 4g^2A_8C_2$$

$$C_{37} = 4g^2A_8C_3$$

$$C_{38} = gA_9A_{24} + A_{23}C_{20} + 4gA_9C_2 + eA_1C_{21}$$

$$C_{39} = 4gA_9C_3$$

$$C_{40} = 4eA_7C_1$$

$$C_{41} = 4eg^2A_8C_1$$

$$C_{42} = A_{24}C_{20} + 4C_2C_{17} + eA_1C_{22}$$

$$C_{43} = 4C_3C_{17}$$

$$C_{44} = 4egA_9C_1$$

$$C_{45} = A_{23}C_{22} + A_{24}C_{21} + 4C_2C_{18}$$

$$C_{46} = 4C_3C_{18}$$

$$C_{47} = 4eC_1C_{17}$$



$$C_{48} = 4C_2C_{19} + A_{24}C_{22}$$

$$C_{49} = 4C_3C_{19}$$

$$C_{50} = 4eC_1C_{18}$$

$$C_{51} = 4eC_1C_{19}$$

$$C_1 = gc - e + egl$$

$$C_2 = -aeC_1$$

$$C_3 = -adC_1$$

$$C_{12} = 2gA_7$$

$$C_{13} = -g^2A_9$$

$$C_{14} = 4e C_1$$

$$C_{15} = 4gd C_1$$

$$C_{16} = -4ge C_1$$

$$C_{17} = C_{12} + C_{14}$$

$$C_{18} = C_{13} + C_{15}$$

$$C_{19} = k^2 A_7 + C_{16}$$

$$C_{20} = 5C_{12} + \frac{17}{2} C_{14}$$

$$C_{21} = 5C_{13} + \frac{17}{2} C_{15}$$

$$C_{22} = 2 A_7 + \frac{17}{2} C_{16} + 7C_1^2$$

$$D_{30} = 5eA_7D_1$$

$$D_{31} = 5cg^3 A_8 D_1$$

$$D_{32} = 5gD_1/eA_9 + cA_7/$$

$$D_{33} = 5g^2 D_1/eA_8 + cA_9/$$

$$D_{34} = 4gA_7C_1$$

$$D_{35} = 4gqA_7C_1 + eC_{20}D_1 - 5ek A_7D_1$$

$$D_{36} = 4qg^2 A_8 C_1$$

$$D_{37} = 4g^3 qA_8 C_1 + gdD_1 C_{21} - 5eg^3 A_8 D_1$$

$$D_{38} = 4gqA_9 C_1$$

$$D_{39} = 4g^2 A_9 C_1 + eD_1 C_{21} + gdD_1 C_{20} - 5eg^2 A_9 D_1$$

$$D_{40} = 4dgA_7 C_1$$

$$D_{41} = 4eg^3A_8C_1$$

$$D_{42} = 4gC_1C_{17}$$

$$D_{43} = 4gqC_1C_{17} + eD_1C_{22} - egD_1C_{20}$$

$$D_{44} = 4dg^2A_9C_1$$

$$D_{45} = 4gC_1C_{18}$$

$$D_{46} = gD_{45} + gdD_1C_{22} - egD_1C_{21}$$

$$D_{47} = 4dgC_1C_{17}$$

$$D_{48} = 4gC_1C_{19}$$

$$D_{49} = gD_{48} - egD_1C_{22}$$

$$D_{50} = 4egC_1C_{18}$$

$$D_{51} = 4dgC_1C_{19}$$

$$D_1 = gpq - q + gd^2$$

$$E_1 = qD_1$$

$$E_2 = eA_1$$

$$E_3 = eA_1$$

$$E_4 = q/a - abe/D_1$$

$$E_5 = edgD_1$$

$$E_6 = -deqA_1$$

$$E_7 = qE_6$$

$$E_8 = E_2E_9$$

$$E_9 = gpq - q$$

$$E_{10} = -dqk$$

$$E_{11} = gE_{10}$$

$$E_{12} = k \cdot E_9$$

$$E_{13} = 2E_{10}E_{11}$$

$$E_{14} = 2E_{10}E_{12} + 4E_1E_{10}$$

$$E_{15} = 2E_{11}E_{12} + 4E_1E_{11}$$

$$E_{16} = E_{12}^2 + 4E_1E_{11}$$

$$E_{17} = 10E_{10}E_{12} + 34E_1E_{10}$$

$$E_{18} = 10E_{11}E_{12} + 34E_1E_{11}$$

$$E_{19} = 5E_{12}^2 + 34E_1E_{12} + 7E_1^2$$

$$E_{30} = 5E_6E_{10}^2$$

$$E_{31} = 5E_7E_{11}^2$$

$$E_{32} = 5E_6E_{13} + 5E_7E_{10}^2$$

$$E_{33} = 5E_7E_{13} + 5E_6E_{11}^2$$

$$E_{34} = 4E_3E_{10}^2$$

$$E_{35} = 4E_4E_{10}^2 + E_6E_{17} + 5E_8E_{10}^2$$

$$E_{36} = 4E_3E_{11}^2$$

$$E_{37} = E_7E_{18} + 5E_8E_{11}^2 + 4E_4E_{11}^2$$

$$E_{38} = 4E_3E_{13}$$

$$E_{39} = 4E_4E_{13} + E_6E_{18} + E_7E_{17} + 5E_8E_{13}$$

$$E_{40} = 4E_5E_{10}^2$$

$$E_{41} = 4E_5E_{11}^2$$

$$E_{42} = 4E_3E_{14}$$

$$E_{43} = 4E_5E_{13}$$

$$E_{44} = 4E_4E_{14} + E_6E_{19} + E_8E_{17}$$

$$E_{45} = 4E_3E_{15}$$

$$E_{46} = 4E_4E_{15} + E_7E_{19} + E_8E_{18}$$

$$E_{47} = 4E_5E_{14}$$

$$E_{49} = 4E_5E_{15}$$

$$E_{50} = 4E_4E_{16} + E_8E_{19}$$

$$E_{51} = 4E_5E_{16}$$

$$F_{30} = 5E_{10}^2F_4$$

$$F_{31} = 5E_{11}^2F_5$$

$$F_{32} = 5E_{13}F_4 + 5E_{10}^2F_5$$

$$F_{33} = 5E_{11}^2F_4 + 5E_{13}F_5$$

$$F_{34} = 4E_1E_{10}^2$$

$$F_{35} = 4E_{10}^2 F_2 + E_{17} F_4 + 5E_{10}^2 F_6$$

$$F_{36} = 4E_1 E_{11}^2$$

$$F_{37} = 4E_{11}^2 F_2 + E_{18} F_5 + 5E_{11}^2 F_6$$

$$F_{38} = 4E_1 E_{13}$$

$$F_{39} = 4E_{13} F_2 + E_{18} F_4 + E_{17} F_5 + E_{13} F_6$$

$$F_{40} = 4E_{10}^2 F_3$$

$$F_{41} = 4E_{11}^2 F_3$$

$$F_{42} = 4E_1 E_{14}$$

$$F_{34} = 4E_1 E_{15}$$

$$F_{44} = 4E_{13} F_3$$

$$F_{45} = 4E_{14} F_2 + E_{19} F_4 + E_{17} F_6$$

$$F_{46} = 4E_{15} F_2 + E_{19} F_5 + E_{18} F_6$$

$$F_{47} = 4E_1 E_{16}$$

$$F_{48} = 4E_{14} F_3$$

$$F_{49} = 4E_{15} F_3$$

$$F_{50} = 4E_{16} F_2 + E_{19} F_6$$

$$F_{51} = 4E_{16} F_3$$

$$F_1 = 1 - g_1$$

$$F_2 = E_1 F_1$$

$$F_3 = -gE_1$$

$$F_4 = -dqC_1$$

$$F_5 = gF_4$$

$$F_6 = C_1E_9$$

Opracowana macierz niewiadomych (8,28) oraz podany układ współczynników świadczą o wysokiej złożoności zagadnienia w stosunku do wyników uzyskanych w przypadku ramy dwunawowej.

Opracowanie wyników szczegółowych w zależności od określonych parametrów jest odrębnym zagadnieniem.

Przedstawione rozważania dotyczą przypadku symetrycznego obciążenia czteroprzęsłowej belki opartej na sprężystych podporach.

Rozwiązania układu obciążonego w sposób niesymetryczny, z uwagi na trudności rachunkowe, należy potraktować jako oddzielne matematyczne zagadnienie.

Zamiast rozwiązywania tego problemu można zaproponować sposób określenia sił sprężystego oddziaływania stężeń, przy niesymetrycznym obciążeniu układu, ujęty wzorami (7.56) do (7.59).

## 9. Wnioski

Wnioski szczegółowe podano w poszczególnych rozdziałach pracy. Wnioski natury ogólnej oparte na podstawie przedstawionego materiału sformułować można następująco:

1. Problematyka związana ze współdziałaniem szkieletu hali przemysłowej jest bardzo rozległa. Różnorodność rozwiązań konstrukcyjnych wymaga przeprowadzenia wielu indywidualnych rozważań teoretycznych, charakterystycznych dla danego typu konstrukcji.
2. Dotychczasowe opracowania obejmują w pełnym zakresie jedynie niektóre układy konstrukcyjne. Stąd konieczność prowadzenia dalszych badań i opracowań teoretycznych jak również prowadzenia badań doświadczalnych na istniejących obiektach.
3. Należy uznać jako obowiązkowe projektowanie hal z uwzględnieniem współdziałania elementów szkieletu.
4. Zaprojektowana konstrukcja hali z uwzględnieniem współdziałania elementów szkieletu w racjonalnym stopniu odzwierciedla rzeczywistą pracę konstrukcji.
5. Niektóre układy konstrukcyjne hal rozwiązane w układzie płaskim będą rozwiązaniami nieekonomicznymi. Inne natomiast mogą okazać się rozwiązaniami błędnymi. Istnieją bowiem typy konstrukcji hal, których rozwiązanie w układzie płaskim prezentować będzie inny charakter pracy niektórych elementów szkieletu niż rozwiązanie w układzie przestrzennym.



## Literatura

1. Bielenia E.J., Klepikow L.W.: Isledowanje sowmiestnoj raboty osnowanij fundamentow i popierecznych ram stalnych karkasow promyszlennych zdanij. Naucznoje sobszczenie, Wypusk 2, Gostrojizdat, Moskwa 1957.
2. Bodarski Z., Gosowski B.: Współdziałanie elementów metalowego szkieletu hal przemysłowych. Prace naukowe Instytutu Budownictwa Politechniki Wrocławskiej nr 5, studia i materiały nr 4, Wrocław 1971.
3. Bodarski Z., Gosowski B.: Wykorzystanie współpracy elementów przy wzmacnianiu metalowych konstrukcji hal i estakad. Inżynieria i Budownictwo nr 11/74.
4. Bogucki W.: Konstrukcje stalowe. Arkady, Warszawa 1967.
5. Bortniczuk W.: O niektórych problemach kształtowania belek podsuwnicowych o konstrukcji ciągłej. Archiwum Inżynierii Lądowej, nr 1-2/1969.
6. Bortniczuk W., Martens A.: Obliczenia przemieszczeń belek podsuwnicowych z uwzględnieniem tarczowej pracy przekrycia hali przemysłowej. Inżynieria i Budownictwo nr 12/1972.
7. Bortniczuk W., Molski H.: Algorytm obliczania konstrukcji hal trójtarczowych. Inżynieria i Budownictwo nr 11/1973.

8. Bryl S.: Konstrukcje stalowe hal przemysłowych. Arkady 1958.
9. Dowgird R.: Prefabrykowane żelbetowe konstrukcje szkieletowe. Arkady, W-wa 1972.
10. Dowgird R.: Prefabrykowane żelbetowe konstrukcje szkieletowe. Arkady, W-wa 1975.
11. Golikow S.P.: Primienienje prostronstwiennoj razzczio-  
tnoj schiemy dla odnositielno dlennyh odnoetażnyh  
promyślinnyh zdanij. Promyślinnoje stroitielstwo,  
nr 1/1961.
12. Golikow S.P.: Usłowia opredielenia razmierow sieczenij  
stupieńczatych stalnyh kołon. Promyślinnoje Stroi-  
telstwo, nr 2/1970.
13. Jankowiak W.: Ogólna analiza hal stalowych z transpor-  
tem podpartym. Inżynieria i Budownictwo nr 4/1973.
14. Jankowiak W., Kuszowa Z.: Udział tężownika hamownego  
belki podsuwnicowej w przenoszeniu obciążeń pozio-  
mych od suwnic. Księga Konferencyjna IV Konferencji  
Konstrukcji Metalowych, Warszawa 1974.
15. Joan M.J.: Sur la repartition des efforts par les con-  
treventements d'une charpente d'un halle metalluque.  
Acier, Stahl, Steel 5/1970.
16. Judin W.N., Spirin N.J.: Opredielenije gorizontalnyh  
otkłonienij podkranowych putiej ot projektirowanowo  
położenia. Promyślinnoje Stroitielstwo 8/1969.

17. Konstrukcje metalowe cz. III. Skrypt Politechniki Warszawskiej pod red. E.Hildebrandta i M.Łubińskiego. W-wa 1966.
18. Kozłowski T.: Badanie wpływu suwnic na konstrukcję nośną hal. Archiwum Inżynierii Lądowej, tom XV, z.1-2/1969.
- 19.Kozłowski T.: O należyty schemat ustroju metalowych hal przemysłowych. Archiwum Inżynierii Lądowej, t.XV, z. 3/1969.
20. Kultyszew A.P. Rascziot prostranstwiennowo karkasa promyszlennowo zdanija. Rascziot prostranstwiennych konstrukcji. Wypusk IV. Gostroizdat, Moskwa 1961.
21. Kuszowa J.: Wpływ sił poziomych od pracy suwnic mostowych na niektóre konstrukcje podsuwnicowe. Rozprawa doktorska, Politechnika Poznańska, 1975.
22. Machowski A., Razowski A.: Metoda przybliżona obliczenia przestrzennego schematu statycznego hali przemysłowej. Inżynieria i Budownictwo nr 5/1972.
23. Matysiak A.: Projekt techniczno-roboczy konstrukcyjny hali montażu silników okrętowych "Prozamet" O/Poznań 1960.
24. Matysiak A.: Przestrzenna praca hali wielonawowej oraz rozwiązanie konstrukcji hali o dużych wymiarach i obciążeniach. I Konferencja Naukowa Wydziału Budownictwa Lądowego Politechniki Poznańskiej 1963.

25. Matysiak A. Przestrzenna praca hal dwunawowych o różnej wysokości naw. Problemy Projektowe Hutnictwa i Przemysłu Maszynowego, 7/1965.
26. Matysiak A.: Projekt wstępny hali o siatce słupów 12,00 x 12,00 m. "Prozamet" O/Poznań 1965.
27. Matysiak A.: Hala przemysłowa o siatce słupów 12,00 x 12,00 m. Inżynieria i Budownictwo 3/1966.
28. Matysiak A.: Opracowanie konkursowe i projekt hali typu "TMK". "Prozamet" O/Poznań 1969.
29. Matysiak A.: Przykład lekkiej konstrukcji hali przemysłowej Inżynieria i Budownictwo nr 7/1971.
30. Matysiak A.: Projekt wzmocnienia podtorzy suwnicowych w hali obróbki ciężkiej. Zakł. Przem. Metalowego H.C.P. Poznań 1968.
31. Matysiak A.: O właściwą ocenę wpływu błędów montażu na wytrzymałość szkieletu prefabrykowanej konstrukcji budynku. Inżynieria i Budownictwo nr 6/1971.
32. Matysiak A.: Kryteria obciążenia skrajnych słupów hal przemysłowych pracujących w układach przestrzennych Inżynieria i Budownictwo nr 1/1976.
33. Matysiak A.: Współpraca belek podsuwnicowych ze szkieletem jednotarczowych hal przemysłowych. Inżynieria i Budownictwo nr 2/1976.
34. Matysiak A. Analiza wykorzystania przestrzennej współpracy elementów konstrukcji hal w przemyśle silni-

ków wysokich mocy. ZN nr 8, ATR w Bydgoszczy./w druku/.

35. Matysiak A i inni: Katalog projektów do powtarzania "Prozamet - Bepes". Warszawa 1969.
36. Martens A.: Obliczenia konstrukcji prefabrykowanych hal przemysłowych obciążonych suwnicami. Rozprawa doktorska Politechnika Łódzka, Łódź 1966.
37. Nowacki W.: Mechanika budowli, PWN. 1967.
38. Nowotny J.: Entwurt und Berechnung der Stahlkonstruktionen einer Industriehalle bei Berücksichtigung der Mitwirkung benachbarter Qwerwebände. Acier-Stahl-Steel, nr 2/1960.
39. Razowski A., Machowski A.: Obliczanie stalowych hal przemysłowych z uwzględnieniem przestrzenności konstrukcji. Inżynieria i Budownictwo nr 10/1970.
40. Sinani M.K.: Rascziot odnoetażnych prostranstwiennych karkasow na prodolne - popierecznyj izgib. Stroitielnaja Miechanika i Roscziot sooruzenij nr 5/1966.
41. Strelecjkij N.S. i inni.: Mietaliczeskije konstrukcji. Stroizdat., Moskwa 1962.
42. Stalnyje Konstrukcji odnoetażnych promyszlennyh zdanij Wyd. zbiorowe. Moskwa 1952.
43. Strzelecki G.: O kształtowaniu fundamentów słupów prefabrykowanych hal przemysłowych z uwzględnieniem przestrzenności ustrojów i sprężystości podłoża.

Zeszyty Naukowe Politechniki Łódzkiej 1971.

44. Tomling Ju.R. : Sowmiestnaja rabota stlnowo karkasa zdanija s mostowym kranom. Isslodowanija po metaliczskim konstrukcjam. Wypusk 4, Gostroizdat, Moskwa 1961.

## Przyjęte ważniejsze oznaczenia

- $\eta$  - stały współczynnik układu równań belki ciągłej na sprężystych podporach
- $k$  - współczynnik sprężystej podatności podpór belki ciągłej
- $\chi_i$  - współczynniki rozkładu obciążenia wywołanego mostami suwnicowymi na sąsiednie podpory belki suwnicowej
- $\omega_i$  - wskaźniki obciążenia podpór belki suwnicowej
- $\alpha_{ik}$  - współczynnik porównawczy wysokości słupów części podsuwnicowej
- $\alpha'_{ik}$  - współczynnik porównawczy wysokości słupów części nadsuwnicowej
- $\beta_{ik}$  - współczynnik porównawczy momentu bezwładności słupów części podsuwnicowej
- $\beta'_{ik}$  - współczynnik porównawczy momentu bezwładności słupów części nadsuwnicowej
- $V_{ik}$  - wirtualne współczynniki przemieszczeń poszczególnych przekrojów słupa
- $\lambda_{ik}$  - współczynnik porównawczy mimośrodowość działania reakcji toru suwnicowego na słup
- $\delta_{ik}^w$  - przemieszczenie poprzeczne wierzchołka słupa

- $\delta^w$  - przemieszczenie tarczy prostopadle do podłużnej osi hali  
 $\delta'_{ik}$  - przemieszczenie słupa na poziomie toru suwnicowego  
 $\Delta_i$  - sprowadzone przemieszczenie tarczy  
 $\delta_i^\Delta$  - względne przemieszczenie słupa  
 $h$  - wysokość słupa  
 $l$  - rozpiętość toru suwnicowego  
 $L$  - rozpiętość nawy hali  
 $E \cdot J$  - porównawcza sztywność na zginanie słupa  
 $E_c \cdot J_c$  - porównawcza sztywność na zginanie belki opartej na sprężystych podporach  
 $m', m'', m'''$  - wskaźniki przemieszczenia tarczy /wywołanego reakcjami toru suwnicowego/  
 $\xi, \xi'$  - współczynniki porównawcze wskaźników  $m', m'', m'''$   
 $\rho$  - współczynnik względnego pomieszczenia słupa  
 $\lambda'$  - współczynnik porównawczy rozpiętości przęseł toru suwnicowego  
 $\mathcal{E}$  - współczynnik porównawczy modułu sprężystości podłużnej materiału toru i słupa  
 $\rho$  - współczynnik porównawczy rozpiętości przęseł toru suwnicowego  
 $\kappa$  - stały współczynnik belki opartej na sprężystych podporach



$f_R, f_H$  - ugięcie słupa wywołane odpowiednią siłą zewnętrzną

$\Omega$  - współczynnik określający ugięcie słupa wywołane odpowiednim rodzajem sił

$P_{zi}$  - zastępcza siła zewnętrzna działająca na poziomie wiązarów

$n'_{ik}, n''_{ik}, n'''_{ik}, n''''_{ik}$  - współczynniki wartości momentów zginających przywęzłowych prętów o skokowej zmianie sztywności

$n^{\phi}_{ik}$  - współczynnik zależności od  $n'_{ik}$  i  $n''_{ik}$

$n^{\varphi}_{ik}$  - współczynnik zależności od  $n'''_{ik}$  i  $n''''_{ik}$

$J_r$  - moment bezwładności rygla ramy

$J_s$  - moment bezwładności słupa ramy

$\eta_{\Delta}$  - stały współczynnik konstrukcji ramowej

$\mu$  - współczynnik określający sztywność układu ramowego

$\zeta, \phi, \varphi$  - współczynniki charakteryzujące geometrię układu ramowego

$\eta', \eta''$  - stałe współczynniki układu równań

$a, b, c$  - współczynniki przemieszczenia układu ramowego

Z A Ł A C Z N I K I



Tablica 3-1

Schemat obciążeń	$R_i$	$\eta$							
		0	1	2	4	10	20	$\infty$	
a	$R_{1a}$	0	- 0,044	- 0,010	0,005	0,083	0,127	0,200	
	$R_{2a}$	0	0,260	0,273	0,270	0,248	0,246	0,200	
	$R_{3a}$	1	0,565	0,495	0,425	0,340	0,285	0,200	
b	$R_{1b}$	0	0,232	0,314	0,373	0,400	0,404	0,500	
	$R_{2b}$	1	0,469	0,315	0,245	0,225	0,248	0,300	
	$R_{3b}$	0	0,324	0,360	0,352	0,301	0,251	0,100	
b	$R_{4b}$	0	0,020	0,071	0,108	0,120	0,115	0,100	
	$R_{5b}$	0	- 0,043	- 0,063	- 0,066	- 0,046	- 0,028	0,0	
c	$R_{1c}$	1	0,864	0,795	0,722	0,659	- 0,630	0,600	
	$R_{2c}$	0	0,232	0,314	0,373	0,400	0,404	0,400	
	$R_{3c}$	0	- 0,054	- 0,028	0,024	0,100	0,143	0,200	
c	$R_{4c}$	0	- 0,043	- 0,063	- 0,066	- 0,046	- 0,028	0,00	
	$R_{5c}$	0	0,002	- 0,017	- 0,020	- 0,117	0,153	0,200	

Tablica 3-II

Q	$\gamma_1$	1			
		6,0	9,0	12,0	15,0
5,0	$\gamma_1$	0,245	0,132	0,092	0,070
	$\gamma_2$	0,434	0,238	0,164	0,124
	$\gamma_3$	-	-	-	-
	$\gamma'_1$	0,426	0,572	0,690	0,767
	$\gamma'_2$	1,000	0,773	0,567	0,429
	$\gamma'_3$	0,253	0,020	0	0
	$\gamma'_4$	-	-	-	-
15,0	$\gamma_1$	0,347	0,176	0,118	0,089
	$\gamma_2$	0,588	0,299	0,200	0,152
	$\gamma_3$	-	-	-	-
	$\gamma'_1$	0,428	0,546	0,631	0,722
	$\gamma'_2$	1,000	0,838	0,686	0,517
	$\gamma'_3$	0,508	0,094	0	0
	$\gamma'_4$	-	-	-	-
30,0	$\gamma_1$	0,477	0,238	0,155	0,114
	$\gamma_2$	0,605	0,379	0,249	0,184
	$\gamma_3$	0,081	-	-	-
	$\gamma'_1$	0,435	0,500	0,590	0,666

c.d. tablicy 3-II

	$\gamma'_2$	0,955	0,920	0,770	0,632
	$\gamma'_3$	0,648	0,198	0,041	0
	$\gamma'_4$	0,126	-	-	-
50,0	$\gamma_1$	0,550	0,276	0,175	0,129
	$\gamma_2$	0,571	0,438	0,278	0,204
	$\gamma_3$	0,042	-	-	-
	$\gamma'_1$	0,457	0,482	0,578	0,635
	$\gamma'_2$	0,907	0,970	0,800	0,698
	$\gamma'_3$	0,687	0,262	0,075	0
	$\gamma'_4$	0,238	-	-	-
75,0	$\gamma_1$	0,457	0,219	0,141	0,102
	$\gamma_2$	0,780	0,418	0,272	0,200
	$\gamma_3$	0,047	-	-	-
	$\gamma'_1$	0,400	0,417	0,556	0,661
	$\gamma'_2$	0,995	0,980	0,832	0,664
	$\gamma'_3$	0,807	0,191	0,025	0
	$\gamma'_4$	0,081	-	-	-

	$\gamma_i$	1			
		6,0	9,0	12,0	15,0
5,0	$\gamma_1$	0,412	0,242	0,171	0,132
	$\gamma'_1$	0,717	0,835	0,886	0,910
	$\gamma'_2$	0,685	0,406	0,287	0,223
15,0	$\gamma_1$	0,558	0,314	0,218	0,167
	$\gamma'_1$	0,687	0,828	0,877	0,906
	$\gamma'_2$	0,869	0,486	0,278	0,251
30,0	$\gamma_1$	0,792	0,418	0,284	0,215
	$\gamma'_1$	0,717	0,812	0,871	0,903
	$\gamma'_2$	1,000	0,606	0,412	0,311
	$\gamma'_3$	0,075	-	-	-
50,0	$\gamma_1$	0,935	0,476	0,318	0,239
	$\gamma'_1$	0,775	0,803	0,870	0,90
	$\gamma'_2$	1,00	0,675	0,451	0,330
	$\gamma'_3$	0,161	-	-	-
75,0	$\gamma_1$	0,064	0,038	0,027	0,021
	$\gamma'_1$	0,380	0,220	0,155	0,121
	$\gamma'_2$	0,506	0,700	0,788	0,838
	$\gamma'_3$	0,915	0,561	0,541	0,305
	$\gamma'_4$	0,242	-	-	-

Tablica 3-IV

L	Q	$\eta$						$\infty$
		0	1	2	4	10	20	
6,00	5,0	0,426	0,587	0,650	0,678	0,701	0,704	0,807
	15,0	0,428	0,579	0,649	0,683	0,724	0,738	0,918
	30,0	0,435	0,597	0,679	0,730	0,769	0,793	0,929
	50,0	0,457	0,632	0,666	0,759	0,820	0,842	0,989
	75,0	0,40	0,560	0,647	0,689	0,760	0,797	0,939
9,00	5,0	0,572	0,674	0,697	0,701	0,686	0,674	0,732
	15,0	0,546	0,654	0,696	0,705	0,703	0,694	0,865
	30,0	0,500	0,637	0,684	0,705	0,714	0,712	0,800
	50,0	0,482	0,628	0,683	0,709	0,727	0,726	0,825
	75,0	0,417	0,579	0,635	0,667	0,682	0,681	0,777
12,00	5,0	0,690	0,727	0,725	0,710	0,680	0,664	0,697
	15,0	0,631	0,705	0,718	0,712	0,690	0,674	0,710
	30,0	0,590	0,686	0,712	0,711	0,699	0,688	0,747
	50,0	0,578	0,683	0,710	0,715	0,707	0,696	0,762
	75,0	0,556	0,671	0,700	0,711	0,699	0,695	0,752
15,00	5,0	0,767	0,761	0,746	0,715	0,677	0,656	0,674
	15,0	0,722	0,744	0,736	0,714	0,682	0,664	0,692
	30,0	0,666	0,721	0,728	0,717	0,690	0,675	0,716
	50,0	0,635	0,708	0,724	0,718	0,697	0,682	0,719
	75,0	0,661	0,724	0,733	0,725	0,701	0,684	0,727



Tablica 3-V

Reakcje  $R_2'$  i  $R_2''$ 

L	Q	$R_1$	$\eta$						
			0	1	2	4	10	20	$\infty$
	5,0	$R_2'$	1,00	0,633	0,518	0,473	0,459	0,482	0,522
		$R_2''$	1,00	0,639	0,510	0,453	0,431	0,453	0,485
	15,0	$R_2'$	1,00	0,695	0,595	0,558	0,548	0,570	0,606
		$R_2''$	1,00	0,703	0,584	0,533	0,510	0,532	0,557
6,0	30,0	$R_2'$	1,0	0,574	0,657	0,622	0,605	0,627	0,653
		$R_2''$	1,0	0,758	0,652	0,608	0,586	0,506	0,628
	50,0	$R_2'$	1,0	0,756	0,655	0,618	0,599	0,621	0,646
		$R_2''$	1,0	0,746	0,655	0,615	0,597	0,619	0,642
	75,0	$R_2'$	1,0	0,780	0,697	0,671	0,662	0,674	0,797
		$R_2''$	1,00	0,789	0,684	0,640	0,613	0,635	0,648
=====									
	5,0	$R_2'$	1,00	0,558	0,426	0,370	0,353	0,375	0,421
		$R_2''$	1,00	0,588	0,452	0,392	0,367	0,392	0,430
	15,0	$R_2'$	1,00	0,585	0,457	0,403	0,387	0,419	0,454
		$R_2''$	1,0	0,602	0,472	0,415	0,394	0,417	0,455
9,0	30,0	$R_2'$	1,0	0,619	0,499	0,450	0,436	0,458	0,500
		$R_2''$	1,00	0,622	0,494	0,438	0,414	0,436	0,471
	50,0	$R_2'$	1,00	0,643	0,517	0,482	0,468	0,491	0,530
		$R_2''$	1,00	0,647	0,520	0,466	0,443	0,465	0,498
	75,0	$R_2'$	1,00	0,623	0,506	0,460	0,446	0,469	0,511
		$R_2''$	1,00	0,628	0,498	0,440	0,417	0,439	0,472

Tablica 3-V/c.d/

Reakcje $R_2'$ i $R_2''$									
L	Q	$R_1$	0	1	2	4	10	20	$\infty$
	5,0	$R_2'$	1,0	0,531	0,392	0,331	0,314	0,337	0,385
		$R_2''$	1,0	0,533	0,389	0,324	0,303	0,326	0,370
	15,0	$R_2'$	1,0	0,546	0,410	0,352	0,334	0,357	0,404
		$R_2''$	1,0	0,548	0,407	0,343	0,322	0,345	0,387
12,0	30,0	$R_2'$	1,0	0,567	0,455	0,380	0,363	0,386	0,431
		$R_2''$	1,0	0,570	0,432	0,370	0,349	0,371	0,412
	50,0	$R_2'$	1,0	0,579	0,450	0,397	0,397	0,402	0,446
		$R_2''$	1,0	0,582	0,446	0,385	0,364	0,386	0,426
	75,0	$R_2'$	1,0	0,569	0,439	0,393	0,369	0,392	0,437
		$R_2''$	1,0	0,573	0,433	0,371	0,349	0,371	0,411
	5,0	$R_2'$	1,0	0,516	0,473	0,311	0,292	0,315	0,364
		$R_2''$	1,0	0,517	0,371	0,305	0,284	0,307	0,353
	15,0	$R_2'$	1,0	0,517	0,387	0,326	0,308	0,331	0,379
		$R_2''$	1,0	0,530	0,384	0,319	0,299	0,322	0,366
15,0	30,0	$R_2'$	1,0	0,542	0,404	0,345	0,327	0,350	0,397
		$R_2''$	1,0	0,544	0,401	0,338	0,317	0,339	0,338
	50,0	$R_2'$	1,0	0,550	0,404	0,356	0,339	0,362	0,408
		$R_2''$	1,0	0,552	0,411	0,348	0,328	0,350	0,391
	75,0	$R_2'$	1,0	0,542	0,406	0,348	0,330	0,353	0,400
		$R_2''$	1,0	0,545	0,402	0,337	0,316	0,338	0,381

Tablica 3-VI

Reakcja R <sub>3</sub>								
L	Q	$\eta$						
		0	1	2	4	10	20	$\infty$
6,0	5,0	1,0	0,785	0,738	0,664	0,545	0,455	0,336
	15,0	1,0	0,868	0,832	0,754	0,621	0,520	0,388
	30,0	1,0	0,911	0,882	0,804	0,665	0,557	0,418
	50,0	1,0	0,926	0,898	0,819	0,676	0,566	0,425
	75,0	1,0	0,963	0,938	0,861	0,711	0,595	0,448
9,0	5,0	1,0	0,705	0,651	0,576	0,470	0,393	0,286
	15,0	1,0	0,719	0,701	0,627	0,483	0,404	0,295
	30,0	1,0	0,765	0,717	0,642	0,526	0,440	0,323
	50,0	1,0	0,797	0,753	0,676	0,555	0,464	0,343
	75,0	1,0	0,771	0,724	0,649	0,532	0,445	0,328
12,0	5,0	1,0	0,648	0,587	0,515	0,417	0,349	0,251
	15,0	1,0	0,680	0,622	0,549	0,446	0,374	0,271
	30,0	1,0	0,695	0,639	0,567	0,462	0,386	0,281
	50,0	1,0	0,712	0,658	0,485	0,477	0,399	0,291
	75	1,0	0,699	0,644	0,571	0,464	0,388	0,283
15,0	5,0	1,0	0,628	0,565	0,484	0,408	0,334	0,239
	15,0	1,0	0,643	0,582	0,510	0,412	0,345	0,248
	30,0	1,0	0,662	0,602	0,530	0,429	0,360	0,250
	50,0	1,0	0,673	0,615	0,542	0,440	0,368	0,267
	75,0	1,0	0,663	0,604	0,531	0,431	0,361	0,260

Tablica 3-VII

		$R_1$						
1	$Q$	$\eta$						
		0	1	2	4	10	20	$\infty$
6,0	5	0,717	0,779	0,785	0,772	0,771	0,727	0,772
	15	0,687	0,796	0,819	0,820	0,800	0,784	0,847
	30	0,717	0,849	0,884	0,889	0,870	0,854	0,930
	50	0,775	0,895	0,927	0,941	0,413	0,424	0,997
	75	0,506	0,638	0,687	0,717	0,718	0,711	0,807
9,0	5	0,835	0,814	0,791	0,754	0,712	0,689	0,703
	15	0,828	0,837	0,817	0,786	0,745	0,723	0,745
	30	0,812	0,841	0,836	0,812	0,775	0,756	0,789
	50	0,803	0,855	0,852	0,832	0,800	0,777	0,817
	75	0,700	0,734	0,732	0,714	0,684	0,666	0,699
12,0	5	0,886	0,828	0,792	0,742	0,693	0,669	0,669
	15	0,877	0,821	0,783	0,736	0,686	0,664	0,664
	30	0,871	0,847	0,820	0,782	0,738	0,714	0,828
	50	0,870	0,855	0,832	0,794	0,752	0,729	0,747
	75	0,788	0,805	0,795	0,770	0,735	0,713	0,742
15,0	5	0,910	0,837	0,794	0,739	0,687	0,663	0,656
	15	0,906	0,826	0,799	0,749	0,695	0,671	0,669
	30	0,903	0,852	0,818	0,769	0,719	0,695	0,697
	50	0,900	0,851	0,819	0,773	0,724	0,698	0,703
	75	0,838	0,795	0,762	0,719	0,673	0,650	0,656

Tablica 3-VIII

R <sub>3</sub>								
1	Q	7						
		0	1	2	4	10	20	∞
6,0	5	1,0	0,698	0,643	0,560	0,464	0,388	0,282
	15	1,0	0,749	0,699	0,625	0,511	0,428	0,313
	30	1,0	0,821	0,779	0,703	0,578	0,483	0,358
	50	1,0	0,868	0,831	0,754	0,622	0,519	0,387
	75	1,0	0,709	0,655	0,581	0,473	0,396	0,289
9,0	5	1,0	0,643	0,582	0,510	0,413	0,346	0,228
	15	1,0	0,667	0,608	0,535	0,434	0,364	0,263
	30	1,0	0,700	0,645	0,572	0,466	0,390	0,284
	50	1,0	0,719	0,666	0,592	0,483	0,404	0,295
	75	1,0	0,649	0,588	0,516	0,418	0,350	0,252
12,0	5	1,0	0,620	0,515	0,485	0,391	0,328	0,234
	15	1,0	0,565	0,495	0,425	0,340	0,285	0,200
	30	1,0	0,667	0,609	0,537	0,435	0,365	0,264
	50	1,0	0,667	0,609	0,537	0,435	0,365	0,264
	75	1,0	0,624	0,560	0,489	0,395	0,331	0,236
15,0	5	1,0	0,608	0,542	0,471	0,380	0,318	0,226
	15	1,0	0,619	0,555	0,484	0,390	0,327	0,233
	30	1,0	0,635	0,573	0,501	0,405	0,339	0,243
	50	1,0	0,642	0,581	0,509	0,412	0,345	0,248
	75	1,0	0,611	0,546	0,475	0,383	0,321	0,228

Tablica 6-1

$\alpha'$	$\beta'$	0,02	0,10	0,50	1,0
0,1	$n_{ik}^{\varphi}$	0,494	1,593	4,509	6,000
	$n_{ik}^{\phi}$	3,914	5,556	9,821	12,000
	$n_{ik}^{\eta}$	0,232	0,983	2,979	4,000
	$n'_{ik}$	0,494	1,594	4,509	6,000
0,3	$n_{ik}^{\varphi}$	0,559	1,267	3,499	6,000
	$n_{ik}^{\phi}$	3,249	5,183	8,783	12,000
	$n_{ik}^{\eta}$	0,160	0,580	2,313	4,000
	$n'_{ik}$	0,559	1,268	3,682	6,000
0,5	$n_{ik}^{\varphi}$	0,398	1,294	3,637	6,000
	$n_{ik}^{\phi}$	1,527	4,382	3,727	12,000
	$n_{ik}^{\eta}$	0,143	0,564	2,182	4,000
	$n'_{ik}$	0,397	1,295	3,636	6,000

**SPATIAL FRAMEWORK CO-OPERATION OF SELECTED  
SYSTEMS OF INDUSTRY ROOMS CONSTRUCTION**

**S u m m a r y**

This paper presents the problems of framework elements co-operation of industry rooms, mainly based on one's personal considerations which have been used and applied with the realization of rooms of the author's design.

The theoretical principles of considerations concern both constructions of generally applied statistic schemes and of original schemes.

The character of loads by gantry bridge constructions differs in an essential way from the character of permanent loads by snow, wind etc. The author thinks that great importance in practical usage of industry room elements co-operation occurs in case of load by gantry bridges construction. The other loads are of secondary importance. Thus the paper is limited to problems connected with gantry bridges industry rooms load.

The described relations and solutions resulting from them, presented in the form of formula and diagrams, can be used by engineers and research workers busy with problems of industry rooms.

It has to be said, that the presented paper will share in a wider than hitherte regard of industry room framework elements co-operation in engineering activity with structure planning.

ПРОСТРАНСТВЕННОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ КАРКАСА  
ИЗБРАННЫХ СХЕМ КОНСТРУКЦИИ ПРОМЫШЛЕННО-  
ГО ЦЕХА

Резюме

В работе представлены проблемы касающиеся взаимодействия элементов каркаса промышленных цехов, главным образом, на основании своих собственных соображений, которые нашли применение и были использованы при постройке цехов по проекту автора.

Теоретические основы соображений касаются, как объектов с статистическими схемами, повсюду применяемыми, так и с оригинальными схемами.

Характер нагрузки конструкции крановыми мостами принципиально отличается от характера постоянной нагрузки, снегом, ветром и т.д. Автор считает, что большое значение в практическом использовании явления взаимодействия элементов каркаса цеха, выступают нагрузки конструкции крановыми мостами. Остальные нагрузки имеют второстепенное значение. Поэтому в работе автор ограничился проблемами связанными с нагрузкой цехов крановыми мостами.

Представленные зависимости и вытекающие из них решения, представленные в виде примеров и графиков, могут быть использованы инженерами и исследователями занимающимися проблемами промышленных цехов.

Следует выразить надежду, что предложенная работа поможет более широкому применению взаимодействия элементов каркаса промышленного цеха в деятельности инженеров при проектировании объектов.







Biblioteka Główna ATR  
w Bydgoszczy

Cz

596

38/1 1976