

596

WYŻSZA SZKOŁA INŻYNIERSKA
im JANA i JĘDRZEJA ŚNIADECKICH w BYDGOSZCZY



ZESZYTY NAUKOWE

Nr 1

BUDOWNICTWO

(1)

BYDGOSZCZ 1970

WYŻSZA SZKOŁA INŻYNIERSKA
im. JANA I JĘDRZEJA ŚNIADECKICH w BYDGOSZCZY

ZESZYTY NAUKOWE

Nr 1

BUDOWNICTWO

Zeszyt pierwszy



BYDGOSZCZ 1970

Opracowanie redakcyjne Tadeusz WYSOCKI

Wydano za zgodą J. M. Rektora Wyższej Szkoły Inżynierskiej

0 2 2 0 0

S P I S T R E Ś C I

1. Przedmowa
2. A.Fabiszewski i E.Lubieniecki, Obliczanie ugięć kratownicy mostu suwnicowego na podstawie wzorów uproszczonych oraz wyników uwzględniających rzeczywistą pracę konstrukcji 1
3. T.Kabat, Osłowo- symetryczny stan naprężeń w grubościennej rurze warstwowej 15
4. E.Lubieniecki, Zagadnienie współpracy dźwigara pomocniczego w kratowym moście suwnicowym typu zamkniętego 49
5. A.Nowacki, Badania warunków technologicznych wytwarzania sztucznych kruszyw z popiołów lotnych i żużli wtórnych drogą autoklawizacji 89
6. W.Nowara, Niektóre przyczyny szkód budowlanych .. 111

PRZEDMOWA

Wydawnictwem tym oddajemy do rąk czytelników pierwszy numer zeszytów naukowych Wyższej Szkoły Inżynierskiej imienia Jana i Jędrzeja Śniadeckich w Bydgoszczy. Okres wydania tego zeszytu zbiega się z obchodami dwudziestolecia uczelni, która powstała w roku 1951 z inicjatywy zakładów pracy i Naczelnej Organizacji Technicznej.

Do roku 1964 działalność szkoły obejmowała tylko studia dla pracujących, liczba własnych stałych pracowników naukowo - dydaktycznych była niewielka i korzystaliśmy w szerokim zakresie z pomocy politechnik, Uniwersytetu Mikołaja Kopernika i wybitnych specjalistów zatrudnionych w zakładach pracy. W roku 1964 uczelnia została przekształcona w Wyższą Szkołę Inżynierską, prowadzącą inżynierskie studia zawodowe systemem dziennym, zaocznym i wieczorowym. Liczba stałych pracowników naukowo - dydaktycznych sukcesywnie wzrasta z roku na rok. Szczególnie szybki rozwój szkoły miał miejsce w latach 1966-70.

Pracownicy uczelni wykonali szereg prac naukowo - badawczych o dużym znaczeniu dla gospodarki naszego regionu. Wiele z nich opublikowano w czasopiśmie centralnych, zagranicznych i w zeszytach Bydgoskiego Towarzystwa Naukowego. Zadaniem Zeszytów Naukowych wydawanych przez naszą uczelnię jest ułatwienie młodej kadrze startu naukowego i zachęcenie jej do podejmowania tematów ważnych dla naszego regionu oraz

dostarczenie zakładom pracy możliwie szybkiej informacji
o badaniach naukowych prowadzonych w Zespołach Naukowo -
badawczych Wyższej Szkoły Inżynierskiej w Bydgoszczy.

Komisja Wydawnicza
Wyższej Szkoły Inżynierskiej
im. Jana i Jędrzeja Śniadeckich
w Bydgoszczy

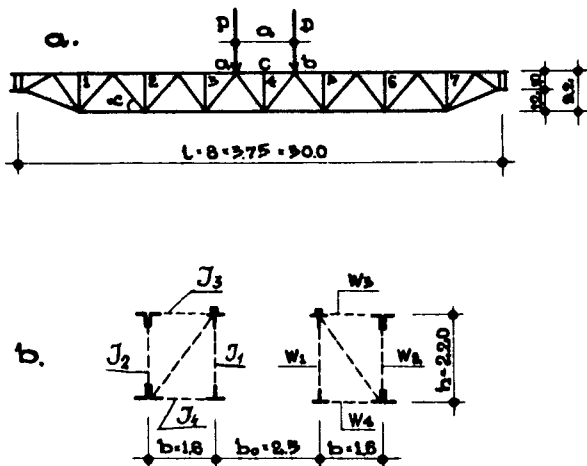
24.3.61.02

OBLICZANIE UGIĘĆ KRATOWNICY MOSTU SUWNICOWEGO NA PODSTAWIE WZORÓW UPROSZCZONYCH ORAZ WYNIKÓW UWZGLĘDNIAJĄCYCH RZECZYWISTĄ PRACĘ KONSTRUKCJI

Praca dotyczy zagadnienia obliczania ugięć kratownic na podstawie ogólnie stosowanych wzorów uproszczonych oraz porównanie wyników z metodami dokładnymi uwzględniającymi rzeczywistą pracę konstrukcji.

1. Wstęp

Rozpatrzono kratownicę główną mostu suwnicowego (rys.1) będącą jedną z 4 kratownic pionowych ustroju.



Rys.1a - kratownica mostu suwnicowego
b - przekrój poprzeczny

* Prof.dr hab.inż. Andrzej Fabiszewski, Katedra Konstrukcji Metalowych Politechniki Szczecińskiej,

dr inż. Edmund Lubieniecki, Zespół Konstrukcji Budowlanych Wyższej Szkoły Inżynierskiej w Bydgoszczy

Analizę obliczeniową wzorów na ugięcie przeprowadzono jak dla układu płaskiego, przy czym dla porównania podano rzeczywistą wielkość ugięcia kratownicy z uwzględnieniem pracy przestrzennej układu.

2. Wzory stosowane do obliczania ugięć kratownicy płaskiej

Wzory mające zastosowanie do wyznaczania ugięć kratownicy określono nazwą badaczy zgodnie z załączoną bibliografią.

2.1. Według W. Boguckiego [1]

$$f = \frac{5}{48} \frac{M_{\max} \cdot l^2}{E \cdot J_n} \left(1 + \frac{3}{25} \cdot \alpha' \right) \mu' \quad (1)$$

$$M_{\max} = \frac{Q}{4 \cdot l} \left(l - \frac{a}{2} \right)^2; \quad Q = 2P$$

$$J_n = \frac{A_g \cdot A_d}{A_g + A_d} h^2; \quad J_o = \frac{A_g \cdot A_d}{A_g + A_d} \cdot h_o^2$$

$$\alpha' = \frac{J_n - J_o}{J_o}$$

- gdzie: A_g, A_d - powierzchnie przekroji brutto pasa gór - nego i dolnego kratownicy
- h - wysokość kratownicy w połowie rozpiętości
- h_o - wysokość kratownicy przy podporze
- J_n - moment bezwładności kratownicy w połowie rozpiętości
- J_o - moment bezwładności kratownicy przy podporze

M_{\max}	- największy moment zginający od obciążenia ruchomego obliczony jak dla belki wolnopodpartej
P	- nacisk na jedno koło wózka
l	- rozpiętość kratownicy
a	- rozstaw podłużny między osiami kół wózka
$\mu' = \frac{1}{\mu} = 0,84$	- współczynnik uwzględniający odkształcenie krzyżulców zależny od $\frac{h}{l}$

2.2. Według wzoru P.E. Bogusławskiego [2]

$$f = 1,2 \frac{40 M_{\max} \cdot l^2}{384 E J_1} \quad (2)$$

gdzie: $J_1 = (A_g + A_d) \cdot \frac{h^2}{4}$ - moment bezwładności kratownicy w połowie rozpiętości

$\mu = 1,2$ - współczynnik uwzględniający odkształcenie krzyżulców.

2.3. Na podstawie wzoru M.M. Gochberga [4]

$$f = \frac{P(1-a)}{48 E J_1} \left[3 \cdot l^2 - (1-a)^2 \right] \quad (3)$$

2.4. Ze wzoru Maxwella-Mohra

$$f = \sum_{i=1}^{i=n} \frac{S_0 S_1 \cdot l}{E A} = \sum_{i=1}^{i=n_1} \frac{S_0 S_1 \cdot l_E}{E A_g} + \sum_{i=1}^{i=n_2} \frac{S_0 S_1 \cdot l_d}{E A_d} +$$

$$+ \sum_{i=1}^{i=n_3} \frac{S_0 S_1 \cdot l_k}{E A_k} + \sum_{i=1}^{i=n_4} \frac{S_0 S_1 \cdot l_s}{E A_s} \quad (4)$$

gdzie: S_0 - siły w prętach od obciążenia ruchomego

S_1 - siły w prętach od obciążenia jednostkowego przyłożonego w węźle w którym wyznaczamy ugięcie

l_g, l_d, l_k, l_s - długości prętów, pasów, krzyżulców i słupków

A_k, A_s - powierzchnie przekroi brutto krzyżulców i słupków

Dla często występujących przypadków kratownicy trójkątnej skratowanej i przy pochyleniu krzyżulców pod $\alpha = 45^\circ$

oraz gdy $l_g = l_d = l_s = h$, $l_k = \sqrt{2}h$ i przy $A_g = A_d = A_n$ powyższy wzór znacznie się uprości

$$f = \frac{h}{E A_n} \left(\sum_{i=1}^{i=n_1} S_0 S_1 + \sum_{i=1}^{i=n_2} S_0 S_1 + 2 \sum_{i=1}^{i=n_3} S_0 S_1 \frac{A_n}{A_k} + \sum_{i=1}^{i=n_4} S_0 S_1 \frac{A_n}{A_s} \right)$$

2.5. Przybliżony wzór na ugięcie P.L. Rogaczewskiego [6]

dla $\alpha = 45^\circ$

$$f = \frac{2 P \cdot l}{48 E} \left(\frac{n^2 - 4}{A_g} + \frac{n^2 + 8}{A_d} + \frac{35}{A_k} \right) K \quad (5)$$

gdzie: n - liczba przedziałów

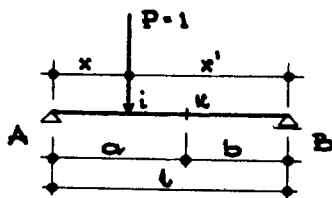
$K=2$ - liczba krat głównych

2.6. Według wzoru Ch.A. Winokurskiego [7]

$$f = \frac{\lambda^3 \cdot P}{E J_1} (Y_{ki} + Y_{ik}) \quad (6)$$

Obliczenie ugięć kratownicy

gdzie: Y_{ki} i Y_{ik} - rzędne linii wpływowej przemieszczeń pionowych belki od obciążenia $P = 1$ wg wzorów (7), (8), (9) (rys. 2)



Rys.-2.

w przedziale od A do K ($0 \leq X \leq a$)

$$Y_k = \frac{b}{6 E J_1} X \left[1 - \left(\frac{b}{l}\right)^2 - \left(\frac{X}{l}\right)^2 \right] \quad (7)$$

w przedziale B-K ($0 \leq X \leq a$)

$$Y_k = \frac{a \cdot l}{6 E J_1} X' \left[1 - \left(\frac{a}{l}\right)^2 - \left(\frac{X'}{l}\right)^2 \right] \quad (8)$$

dla $X = a$ i $X' = b$

$$Y_{kk} = \frac{a^2 \cdot b^2}{3 E J_1} \quad (9)$$

λ - oznacza stosunek szerokości do wysokości mostu $\frac{b}{h}$

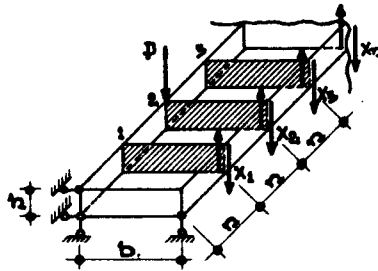
κ - współczynnik skratowania.

2.7. Ze wzoru Autorów przy uwzględnieniu przestrzenności układu [3]

$$f = \frac{f_0 (P - \sum X_n)}{P} = \frac{f_0 Q_1}{P} \quad (10)$$

$$Q_1 = P - (X_1 + X_2 + X_3 + 0,5 X_4)$$

gdzie: Q_1 - obciążenie ruchome przekazujące się na kratownicę główną, zmniejszone o część obciążenia przypadającego na kratownicę pomocniczą w wyniku przestrzennej współpracy układu (rys. 3)



Rys. 5. Schemat przepon

X_n - siły niewiadome układu z równań kanonicznych metody sił, działających w miejscu połączenia przepon (tężników) z kratownicą pomocniczą

f_0 - ugięcie kratownicy głównej liczonej jako ustrój płaski.

Niewiadome X_n wyznaczone z równań kanonicznych metody sił podano w postaci ogólnej:

$$A_{n1} X_1 + A_{n2} X_2 + A_{n3} X_3 + \dots + A_{ni} X_i + \dots + A_{nn} X_n - A_{np} = 0$$

przy czym

$$A_{ni} = \left[Y_{ni} - \eta \cdot \gamma_3 (A_n^W \cdot \eta A_i^{(3)} + B_n^W \cdot \eta B_i^{(3)}) - \right. \\ \left. - \eta \gamma_4 (A_n^W \cdot \eta A_i^{(4)} + B_n^W \cdot \eta B_i^{(4)}) \right] + \phi \cdot \gamma_T' \cdot \alpha \cdot X_i$$

$$A_{np} = \gamma_1 P (Y_{kn} + Y_{kn+1}) \quad (\text{wyraz wolny})$$

gdzie:

Obliczenie ugięć kratownicy

ηA_i , ηB_i - rzędne linii wpływowych momentu podporowego w belce (kracie) obustronnie zamocowanej w czołownicy od obciążenia $P = 1$

$Y_{ni} = Y_{in}$ - rzędne linii wpływowej przemieszczeń w punkcie n belki wolnopodpartej od obciążenia $P = 1$

A_n^W , B_n^W - reakcje wtórne od obciążenia $P = 1$ przy połączeniu sztywnym kratownicy W_3 i W_4 z czołownicami

$\gamma = \frac{J_1}{J_n}$ - stosunek momentów bezwładności pasów kratownicy.

3. Przykład liczbowy

Przyjęto następujące dane liczbowe rozpatrywanej kratownicy mostu suwnicowego (rys.1)

$Q = 30/5T$ - nośność suwnicy z wciągiem pomocniczym

$P = 9,7 T$; $l = 30,0 m$; $h = 2,20 m$; $h_0 = 1,0 m$; $a = 3,0 m$;

$\lambda = 3,75 m$; $A_g = 123 cm^2$; $A_d = 72 cm^2$; $A_k = 38,4 cm^2$;

$A_g = 28,2 cm^2$; $E = 2,1 \cdot 10^6 kg/cm^2$ $\mu' = 0,84$; $\mu = 1,2$

Wartości obliczone z podanych wzorów: $J_1 = 1,97 \cdot 10^6 cm^4$;

$J_n = 2,2 \cdot 10^6 cm^4$; $J_0 = 0,45 \cdot 10^6 cm^4$ $\alpha' = 3,89$

$Y_{ki} = Y_{ik} = 10,45$; $M_{max} = 131,0 Tm$.

W tablicy 1 przedstawiono wyniki porównawcze wielkości ugięć otrzymanych na podstawie podanych wzorów, przy czym w punkcie 7 zestawiono ugięcia kratownicy obliczone z uwzględnieniem przestrzenności układu [3], natomiast w punkcie 8 wartość ugięcia uzyskana na podstawie badań modelowych [5].

Tablica 1

Lp	W z o r y	Ugięcie f cm	Układ płaski %	Układ prze- strzenny %
1	W.Bogucki	3,26	116	130
2	P.E.Bogusławski	2,98	107	119
3	M.M. Gochberg	2,60	93	104
4	Maxwell-Mohr	2,80	100 ^{*)}	112
5	P.L.Rogaczewski	2,77	99	111
6	Ch.A.Winokurski	3,04	109	122
7	Autorzy (wg obliczeń) [3]	2,50	-	100 ^{*)}
8	Autorzy (wg badań modelo- wych) [5]	2,48	-	99

*) Porównanie wyników w procentach odniesiono do poz. 7 dla układu przestrzennego, natomiast do poz. 4 dla układu płaskiego.

4. Wnioski

Z analizy przeprowadzonych wzorów na ugięcie kratownicy typu suwnicowego wynika, że wzory uproszczone dają wyniki rozbieżne.

- 1) Dla kratownic płaskich różnica ta w stosunku do wzoru dokładnego (Maxwella-Mohra) dochodzi do $\frac{3,26 - 2,80}{2,80} \cdot 100 \cong$
 $\cong 16 \%$ natomiast uwzględniając przestrzenność wynosi
około $\frac{3,26 - 2,50}{2,50} \cong 30 \%$

- 2) Z zestawionych wyników ugięć kratownic płaskich (tabl.1) wnioskować można, że wzór Boguckiego, Bogusławskiego i Winokurskiego daje wyniki zawyżone w porównaniu z ugięciem obliczonym ze wzoru Maxwella-Mohra, natomiast wzory Gochberga i Ro-

Obliczenie ugięć kratownicy

gaczewskiego nieco zaniżone.

- 3) W przypadku konkretnym dla ustroju mostu suwnicowego ugięcie kratownicy głównej należy obliczać z uwzględnieniem pracy przestrzennej układu.

B i b l i o g r a f i a

1. W. Bogucki - Konstrukcje stalowe, Warszawa 1964
2. P.E. Bogusławskij - Stroitelnaja mechanika kranowych metallkonstrukcji, Maszgiz 1944
3. A.Fabiszewski - Wyznaczenie ugięć kratowego mostu
E.Lubieniecki suwnicowego z uwzględnieniem przestrzennej pracy konstrukcji. Zesz. Nauk. Polit. Szczec. Nr 94, 1968
4. M.M. Gochberg - Metalliczeskie konstrukcji kranow. Moskwa 1959
5. E. Lubieniecki - Ocena wpływu przestrzenności stalowego mostu suwnicowego na sztywność konstrukcji (Praca dokt. 1967 Polit. Szczecińska)
6. P.L. Rogaczewskij - Progib mostowych kranow. Stalnyje konstr. Nr 4, 1934
7. Ch.A. Winokurskij - Raszczet prostranstwennykh kranowych mostow. Moskwa 1948.

S t r e s z c z e n i e

W powyższej pracy przedstawiono zagadnienie obliczania ugięć kratownic płaskich w świetle uproszczonych wzorów i metod dokładnych. Przeprowadzono analizę porównawczą stosowanych wzorów na przykładzie kratownicy typu suwnicowego, podano wnioski oraz zalecenia autorów dotyczących obliczania ugięć tego typu kratownic z uwzględnieniem pracy przestrzennej układu.

Z a ł ą c z n i k

W załączniku podano obliczenia ugięć na konkretnych wartościach liczbowych wstawianych do uprzednio podanych wzorów.

1. W. Bogucki (wzór 1)

$$J_n = \frac{123 \cdot 72}{123 + 72} \cdot 220^2 = 2,2 \cdot 10^6 \text{ cm}^4$$

$$J_o = \frac{123 \cdot 72}{123 + 72} \cdot 100^2 = 0,45 \cdot 10^6 \text{ cm}^4$$

$$\alpha' = \frac{(2,2 - 0,45) \cdot 10^6}{0,45 \cdot 10^6} = 3,89 \quad \mu' = 0,84$$

$$M_{\max} = \frac{2 \cdot 9,7}{4 \cdot 30,0} (30,0 - 0,5 \cdot 3,0)^2 = 131 \text{ Tm}$$

$$f = \frac{5 \cdot 13,1 \cdot 10^6 \cdot 9 \cdot 10^6}{48 \cdot 2,1 \cdot 10^6 \cdot 2,2 \cdot 10^6} \left(1 + \frac{3}{25} \cdot 3,89\right) 0,84 = 3,26 \text{ cm}$$

2. P.E. Bogusławakij (wzór 2)

$$J_1 = (123 + 72) \frac{220^2}{4} = 2,36 \cdot 10^6 \text{ cm}^4$$

$$f = \frac{1,2 \cdot 40 \cdot 13,1 \cdot 10^6 \cdot 9 \cdot 10^6}{384 \cdot 2,1 \cdot 10^6 \cdot 2,36 \cdot 10^6} = 2,98 \text{ cm}$$

3. M.M. Gochberg (wzór 3)

$$J_1 = \frac{123 + 72}{4 \cdot 1,2} 220^2 = 1,97 \cdot 10^6$$

$$f = \frac{9,7 (30-3) 10^6 (3^3 \cdot 10^6 - 2,7 \cdot 10^6)}{48 \cdot 2,1 \cdot 10^6 \cdot 1,97 \cdot 10^6} = 2,60 \text{ cm}$$

4. Maxwell-Mohr (wzór 4)

$$\frac{S_0 S_1}{A} 1 = 5862400$$

$$f = \frac{5862400}{2,1 \cdot 10^6} = 2,80 \text{ cm} \qquad f = f_0$$

5. P.L. Rogaczewskij (wzór 5)

$$f = \frac{2 \cdot 0,97 \cdot 10^4 \cdot 3 \cdot 10^3}{48 \cdot 2,1 \cdot 10^6} \left(\frac{8^2 - 4}{123} + \frac{8^2 + 8}{72} + \frac{35}{38,4} \right) = 2,77 \text{ cm}$$

6. Ch.A. Winokurskij (wzór 6)

$$Y_{ki} = Y_{ik} = \frac{4 \cdot 8 \cdot 3,5}{6} \left[1 - \left(\frac{4}{8} \right)^2 - \left(\frac{3,5}{8} \right)^2 \right] = 10,45$$

(ze wzoru 7)

$$f = \frac{3,75^3 \cdot 10^6 \cdot 0,97 \cdot 10^4}{2,1 \cdot 1,97 \cdot 0,85 \cdot 10^{12}} (2 \cdot 10,45) = 3,04 \text{ cm}$$

7. Wg Autorów [3]

$$\sum X_n = X_1 + X_2 + X_3 + 0,5 X_4 = 0,1552 + 0,2789 + 0,3846 +$$

Obliczenie ugięć kratownicy

$$+ 0,5 \cdot 0,4405 = 1,039 \text{ T}$$

$$Q_1 = P - \sum X_n = 9,700 - 1,039 = 8,661 \text{ T}$$

$$f_1 = \frac{8,661}{9,700} \cdot 2,80 = 2,50 \text{ cm}$$

Wartości niewiadomych X_n obliczono na elektronicznej maszynie cyfrowej.

OSIOWO – SYMETRYCZNY STAN NAPRĘŻEN W GRUBOŚCIENNEJ RURZE WIELOWARSTWOWEJ

1. W s t e p

Aktualny poziom rozwoju teorii sprężystości oraz matematyki stosowanej pozwala obecnie na rozwiązywanie problemów dotyczących konstrukcji lub obszarów uwarstwionych z prawidłowym uwzględnieniem współpracy materiałów różniących się stałymi sprężystościami.

Najwięcej w tej dziedzinie dotychczasowych opracowań dotyczyło układów powierzchniowych, takich jak płyty uwarstwione lub powłoki warstwowe.

W pracy [1] rozwiązany został przez Buflera także problem uwarstwionej półpłaszczyzny sprężystej. W znacznie mniejszym stopniu opracowane są dotychczas zagadnienia trójosiowego stanu naprężeń w obszarach uwarstwionych. Jako reprezentacyjne w tej dziedzinie należy wymienić prace [2] i [3], w których Bufler podał rozwiązanie dla uwarstwionej półprzestrzeni sprężystej. Ponadto problematyką ciał uwarstwionych zajmował się Bufler w pracach [4] i [5].

W wielu dziedzinach techniki znajdują zastosowanie grubościenne zbiorniki walcowe oraz rury grubościenne, w których występuje osiowo-symetryczny stan naprężeń i przemieszczeń. Obszerny wykaz literatury dotyczącej tego pro-

* Dr inż. Tadeusz Kabat, Wydział Budownictwa Wyższej Szkoły Inżynierskiej w Bydgoszczy

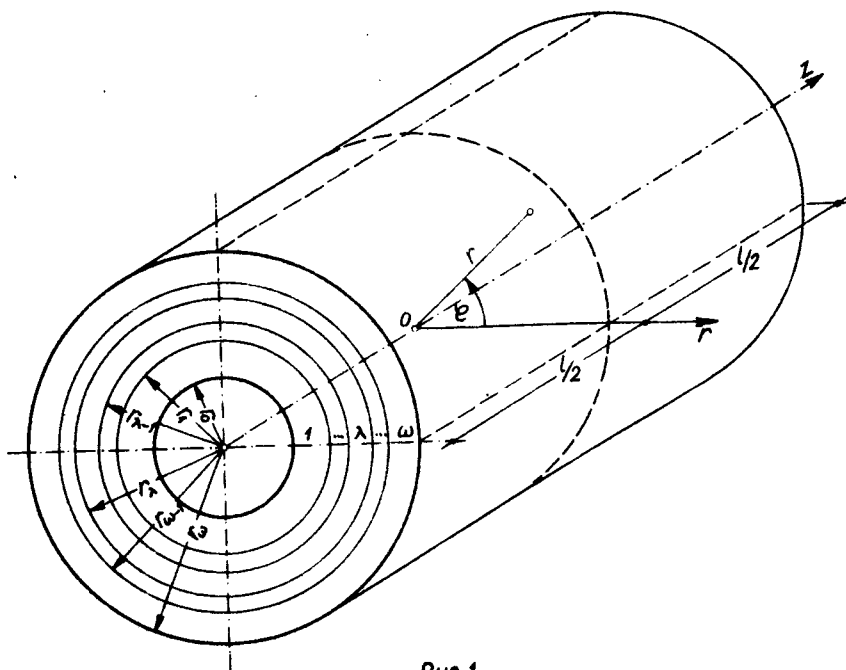
blemu można znaleźć w książce W. Krzysia i M. Życzkowskiego [6] na str. 288 - 290. Z przeglądu bibliografii wynika, że najmniej uwagi poświęcono dotychczas osiowo-symetrycznemu stanowi naprężeń w rurach wielowarstwowych. Przykładami zastosowań takich rur mogą być: obudowa szybu kopalnianego lub wiertniczego, pojemnik głębinowy do badań oceanologicznych, różnego rodzaju komory i pojemniki w budownictwie fizyki jądrowej itp.

W niniejszej pracy podaje się rozwiązanie osiowo-symetrycznego stanu naprężeń w grubościennej rurze wielowarstwowej. Poszczególne warstwy ściany rury wykonane z materiałów różniących się stałymi sprężystości współpracują ze sobą poprzez przyczepność między warstwami. Osiowo-symetryczne obciążenie normalne lub styczne w kierunku tworzącej może być w dowolny sposób rozłożone wzdłuż rury na jej powierzchni wewnętrznej i zewnętrznej. Rura posiada skończoną długość a na jej płaszczyznach czołowych mogą być realizowane dowolne warunki brzegowe. Przedstawione rozwiązanie jest aktualne także dla rury znajdującej się w ośrodku sprężystym typu Winklera, lub w nieodkształcalnym ośrodku sztywnym, a także dla walca z nieodkształcalnym, sztywnym rdzeniem w środku.

2. Stan naprężeń i przemieszczeń w pojedynczej warstwie

2.1. Sformułowanie problemu i przyjęte założenia.

Przedmiotem rozważań w niniejszej pracy jest stan naprężeń i przemieszczeń w grubościennej rurze o kołowym przekroju poprzecznym (rys. 1), złożonej z ω warstw wykonanych z materiałów o modułach Younga $E_1, E_2, \dots, E_\lambda, \dots, E_\omega$ i współczynnikach Poissona $\nu_1, \nu_2, \dots, \nu_\lambda, \dots, \nu_\omega$. Rura jest obciążona osiowo-symetrycznie; na powierzchni $\lambda = 0$ obciążeniem normalnym σ_{r0} oraz obciążeniem stycznym w kierunku tworzących τ_{rz0} , którym towarzyszą przemieszczenia punktów tej powierzchni: w kierunku $r - u_0$ i w kierunku $z - w_0$, oraz na powierzchni $\lambda = \omega$ obciążeniem $\sigma_{r\omega}$ i $\tau_{rz\omega}$ wraz z przemieszczeniami u_λ i w_λ . Rozkład obciążeń w kierunku osi z mo-



Rys.1.

że być dowolny. Na wstępie rozważań sformułujemy przyjęte założenia:

1. Obciążenia narastają od wartości zerowych w sposób powolny, ciągły, aż do osiągnięcia swych końcowych wartości.
2. Obciążenie jest funkcją współrzędnej z , spełniającą warunki Dirichleta [7] co pozwala rozwinąć ją w szeregi trygonometryczne Fouriera.
3. W każdym punkcie materiału panuje sprężysty stan naprężeń.
4. Materiał w granicach występujących naprężeń jest liniowo sprężysty i odkształcenia przebiegają zgodnie z prawem Hooke'a.
5. Naprężenia w każdym punkcie są mniejsze od naprężeń niszczących.
6. Poszczególne warstwy, wykonane z różnych materiałów są między sobą ściśle i trwale połączone, w sposób gwarantują-

cy ciągłość odkształceń.

2.2. Funkcja naprężeń.

Rozwiązania problemu poszukiwać będziemy w postaci funkcji naprężeń $\Phi(r, z)$, na podstawie której składowe stanu naprężeń i przemieszczeń wyznaczyć można z następującej zależności:

$$(2.1) \quad \sigma_r = \frac{\partial}{\partial z} \left[\nu \nabla^2 \Phi - \frac{\partial^2 \Phi}{\partial r^2} \right]$$

$$(2.2) \quad \sigma_\phi = \frac{\partial}{\partial z} \left[\nu \nabla^2 \Phi - \frac{1}{r} \frac{\partial \Phi}{\partial r} \right]$$

$$(2.3) \quad \sigma_z = \frac{\partial}{\partial z} \left[(2-\nu) \nabla^2 \Phi - \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} \right]$$

$$(2.4) \quad \tau_{zr} = \frac{\partial}{\partial r} \left[(1-\nu) \nabla^2 \Phi - \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} \right]$$

$$(2.5) \quad u = - \frac{1+\nu}{E} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial r \partial z}$$

$$(2.6) \quad w = \frac{1+\nu}{E} \left[(1+2\nu) \nabla^2 \Phi + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \Phi}{\partial r} \right]$$

Funkcja naprężeń spełniać musi równanie nierozdzielności odkształceń, które dla osiowo-symetrycznego stanu naprężeń posiada następującą postać:

$$(2.7) \quad \nabla^2 \nabla^2 \Phi = \left[\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right] \left[\frac{\partial^2 \Phi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \Phi}{\partial r} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} \right] = 0$$

W niniejszej pracy ograniczymy się do takich rozwiązań równania (2.7), które można przedstawić w postaci iloczynu dwóch funkcji:

$$(2.8) \quad \Phi(r, z) = F(r) G(z)$$

W tabelicy 1 przedstawiono zestawienie całek szczególnych równania (2.7), które można zapisać w przyjętej postaci (2.8). W tabelicy tej iloczyny przypadające w kratkach zakreskowanych

Osiowo-symetryczny stan naprężeń

Tablica 1

$\theta(z)$	$F(r)$	C	$\ln r$	r^2	$r^2 \ln r$	$I_0(kr)$	$K_0(kr)$	$kr I_1(kr)$	$kr K_1(kr)$	$J_0(kr)$	$Y_0(kr)$	$kr J_1(kr)$	$kr Y_1(kr)$
C	C		C	r^2	$r^2 \ln r$								
z	C		Czyste scinanie										
z^2	z		Deformacja z zachowaniem płaskich przekrojów poprzecznych.										
z^3	z^2												
$\sin kz$	z^3												
$\cos kz$	$\sin kz$												
$kz \sin kz$	$\cos kz$												
$kz \cos kz$	$kz \sin kz$												
e^{kz}	$kz \cos kz$												
e^{-kz}	e^{kz}												
$kz e^{kz}$	e^{-kz}												
$kz e^{-kz}$	$kz e^{kz}$												

Funkcja naprężeń
przyjęta dla głównego
rozwiązania problemu

nie spełniają równania (2.7).

Dla wyznaczenia stanu naprężeń w uwarstwionej rurze grubościennnej przydatna będzie taka postać całki ogólnej równania (2.7), w której funkcja $F(r)$ posiada cztery niezależne od siebie stałe.

Tak więc w dalszych rozważaniach będą brane pod uwagę jedynie następujące funkcje naprężeń:

$$(2.9) \quad \Phi(r, z) = \left[A_1 + A_2 \ln r + A_3 r^2 + A_4 r^2 \ln r \right] \left[B_1 + B_2 z \right]$$

$$(2.10) \quad \Phi(r, z) = \left[C_1 I_0(kr) + C_2 K_0(kr) + C_3 kr I_1(kr) + C_4 kr K_1(kr) \right] \\ \left[B_1 \sin kz + B_2 \cos kz \right]$$

$$(2.11) \quad \Phi(r, z) = \left[C_1 J_0(kr) + C_2 Y_0(kr) + C_3 kr J_1(kr) + C_4 kr Y_1(kr) \right] \\ \left[B_1 e^{kz} + B_2 e^{-kz} \right]$$

gdzie: $J_0(kr)$, $J_1(kr)$ - funkcje Bessela pierwszego rodzaju

$Y_0(kr)$, $Y_1(kr)$ - funkcje Bessela drugiego rodzaju

$I_0(kr) = J_0(ikr)$ -

$I_1(kr) = i^{-1} J_1(ikr)$ - funkcje Bessela z argumentem urojonym

$K_0(kr)$, $K_1(kr)$ - funkcje Macdonalda

2.3. Składowe stanu naprężeń i przemieszczeń. Stałe całkowania. Warunki brzegowe.

Każde obciążenie lub przemieszczenie zadane na powierzchni walcowej dowolną funkcją $f(z)$ spełniającą warunki Dirichleta można

przedstawić w postaci rozwiniętej na szeregi trygonometryczne Fouriera. Np. na wewnętrznej powierzchni walcowej rozpa-trywanej warstwy λ naprężenia i przemieszczenia będą zapisane w postaci rozwiniętej na szeregi trygonometryczne Fouriera w następujący sposób:

$$(2.12) \quad \delta_r(\lambda-1) = \frac{p_0(\lambda-1)}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} p_n(\lambda-1) \cos k_n z + \\ + \sum_{m=1}^{\infty} p_m(\lambda-1) \sin k_m z$$

$$(2.13) \quad \tau_{rz}(\lambda-1) = \frac{t_0(\lambda-1)}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} t_n(\lambda-1) \sin k_n z + \\ + \sum_{m=1}^{\infty} t_m(\lambda-1) \cos k_m z$$

$$(2.14) \quad u(\lambda-1) = \frac{u_0(\lambda-1)}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} u_n(\lambda-1) \cos k_n z + \\ + \sum_{m=1}^{\infty} u_m(\lambda-1) \sin k_m z$$

$$(2.15) \quad w(\lambda-1) = \frac{w_0(\lambda-1)}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} w_n(\lambda-1) \sin k_n z + \\ + \sum_{m=1}^{\infty} w_m(\lambda-1) \cos k_m z$$

gdzie dla skrócenia zapisu oznaczono:

$$k_n = \frac{n\pi}{l} ; \quad k_m = \frac{m\pi}{l}$$

Pierwsze człony wzorów (2.12) do (2.15) odpowiadają stanowi

naprężeń określone funkcją naprężeń (2.9). Jest to stan naprężeń i przemieszczeń wywołany równomiernym obciążeniem normalnym lub stycznym na powierzchniach walcowych rury. Ponieważ rozwiązania dla tego przypadku obciążeń są znane z elementarnej literatury przedmiotu [6], [8], nie będziemy się w tej pracy zajmowali tym stanem naprężeń. Rozwiązania te można bez trudu przystosować do przyjętego w niniejszej pracy algorytmu obliczeń, poprzez przedstawienie ich w funkcji parametrów brzegowych a następnie wprowadzenie zapisu macierzowego dla rozwiązania stanu naprężeń w rurze wielowarstwowej. Dalsze składniki wzorów (2.12) do (2.15) odpowiadają symetrycznemu, bądź antysymetrycznemu (względem płaszczyzny $z = 0$) stanowi stan naprężeń. Stan naprężeń opisany jest wtedy funkcją naprężeń typu (2.10) w następujący sposób:

$$(2.16) \quad \Phi(r, z) = \sum_{n=1}^{\infty} \left[A_{n\lambda} I_0(\varrho_n) + B_{n\lambda} K_0(\varrho_n) + C_{n\lambda} \varrho_n I_1(\varrho_n) + D_{n\lambda} \varrho_n K_1(\varrho_n) \right] \sin k_n z + \\ + \sum_{m=1}^{\infty} \left[A_{m\lambda} I_0(\varrho_m) + B_{m\lambda} K_0(\varrho_m) + C_{m\lambda} \varrho_m I_1(\varrho_m) + D_{m\lambda} \varrho_m K_1(\varrho_m) \right] \cos k_m z$$

gdzie oznaczono: $\varrho_n = k_n r$ $\varrho_m = k_m r$

We wzorze (2.16) wielkości $A_{n\lambda}$, $B_{n\lambda}$, $C_{n\lambda}$, $D_{n\lambda}$ oraz $A_{m\lambda}$, $B_{m\lambda}$, $C_{m\lambda}$, $D_{m\lambda}$

oznaczają stałe dla rozpatrywanej warstwy, zależne od n lub m , podlegające wyznaczeniu w oparciu o warunki brzegowe na powierzchniach $\lambda = 0$ i $\lambda = \omega$.

Znając funkcję naprężeń (2.16) wyliczymy zgodnie ze wzorami (2.1) do (2.6) składowe stanu naprężeń i przemieszczeń otrzymując w efekcie wzory (2.17) do (2.22). Występujące w tych

$$\begin{aligned} & \sigma_z \sum_{n=1}^{\infty} k_n^2 \left\{ A_{m\lambda} \left[\frac{I_1(\varphi_n)}{\varphi_n} I_0(\varphi_n) \right] - B_{m\lambda} \left[\frac{K_1(\varphi_n)}{\varphi_n} + K_0(\varphi_n) \right] - C_{m\lambda} \left[\varphi_n I_1(\varphi_n) + (1-2\nu_\lambda) I_0(\varphi_n) \right] - D_{m\lambda} \left[\varphi_n K_1(\varphi_n) - (1-2\nu_\lambda) K_0(\varphi_n) \right] \right\} \cos k_n z + \\ & - \sum_{n=1}^{\infty} k_n^2 \left\{ A_{m\lambda} \left[\frac{I_1(\varphi_n)}{\varphi_n} I_0(\varphi_n) \right] - B_{m\lambda} \left[\frac{K_1(\varphi_n)}{\varphi_n} + K_0(\varphi_n) \right] - C_{m\lambda} \left[\varphi_n I_1(\varphi_n) + (1-2\nu_\lambda) I_0(\varphi_n) \right] - D_{m\lambda} \left[\varphi_n K_1(\varphi_n) - (1-2\nu_\lambda) K_0(\varphi_n) \right] \right\} \sin k_n z \quad (2.17) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \tau_{rz} & \sum_{n=1}^{\infty} k_n^2 \left\{ A_{m\lambda} I_1(\varphi_n) - B_{m\lambda} K_1(\varphi_n) + C_{m\lambda} 2(1-\nu_\lambda) I_1(\varphi_n) + \varphi_n I_0(\varphi_n) + D_{m\lambda} 2(1-\nu_\lambda) K_1(\varphi_n) - \varphi_n K_0(\varphi_n) \right\} \sin k_n z + \\ & - \sum_{n=1}^{\infty} k_n^2 \left\{ A_{m\lambda} I_1(\varphi_n) - B_{m\lambda} K_1(\varphi_n) + C_{m\lambda} 2(1-\nu_\lambda) I_1(\varphi_n) + \varphi_n I_0(\varphi_n) + D_{m\lambda} 2(1-\nu_\lambda) K_1(\varphi_n) - \varphi_n K_0(\varphi_n) \right\} \cos k_n z \quad (2.18) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} u & - \frac{1+\nu_\lambda}{k_n E_\lambda} \sum_{n=1}^{\infty} k_n^2 \left\{ A_{m\lambda} I_1(\varphi_n) - B_{m\lambda} K_1(\varphi_n) + C_{m\lambda} \varphi_n I_0(\varphi_n) - D_{m\lambda} \varphi_n K_0(\varphi_n) \right\} \cos k_n z + \\ & + \frac{1+\nu_\lambda}{k_n E_\lambda} \sum_{n=1}^{\infty} k_n^2 \left\{ A_{m\lambda} I_1(\varphi_n) - B_{m\lambda} K_1(\varphi_n) + C_{m\lambda} \varphi_n I_0(\varphi_n) - D_{m\lambda} \varphi_n K_0(\varphi_n) \right\} \sin k_n z \quad (2.19) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} w & - \frac{1+\nu_\lambda}{k_n E_\lambda} \sum_{n=1}^{\infty} k_n^2 \left\{ A_{m\lambda} I_0(\varphi_n) + B_{m\lambda} K_0(\varphi_n) + C_{m\lambda} \left[4(1-\nu_\lambda) I_0(\varphi_n) + \varphi_n I_1(\varphi_n) \right] - D_{m\lambda} \left[4(1-\nu_\lambda) K_0(\varphi_n) - \varphi_n K_1(\varphi_n) \right] \right\} \sin k_n z + \\ & + \frac{1+\nu_\lambda}{k_n E_\lambda} \sum_{n=1}^{\infty} k_n^2 \left\{ A_{m\lambda} I_0(\varphi_n) + B_{m\lambda} K_0(\varphi_n) + C_{m\lambda} \left[4(1-\nu_\lambda) I_0(\varphi_n) + \varphi_n I_1(\varphi_n) \right] - D_{m\lambda} \left[4(1-\nu_\lambda) K_0(\varphi_n) - \varphi_n K_1(\varphi_n) \right] \right\} \cos k_n z \quad (2.20) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sigma_\varphi & \sum_{n=1}^{\infty} k_n^2 \left\{ -A_{m\lambda} \frac{I_1(\varphi_n)}{\varphi_n} + B_{m\lambda} \frac{K_1(\varphi_n)}{\varphi_n} - C_{m\lambda} (1-2\nu_\lambda) I_0(\varphi_n) + D_{m\lambda} (1-2\nu_\lambda) K_0(\varphi_n) \right\} \cos k_n z + \\ & - \sum_{n=1}^{\infty} k_n^2 \left\{ -A_{m\lambda} \frac{I_1(\varphi_n)}{\varphi_n} + B_{m\lambda} \frac{K_1(\varphi_n)}{\varphi_n} - C_{m\lambda} (1-2\nu_\lambda) I_0(\varphi_n) + D_{m\lambda} (1-2\nu_\lambda) K_0(\varphi_n) \right\} \sin k_n z \quad (2.21) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sigma_z & \sum_{n=1}^{\infty} k_n^2 \left\{ A_{m\lambda} I_0(\varphi_n) + B_{m\lambda} K_0(\varphi_n) + C_{m\lambda} \left[2(2-\nu_\lambda) I_0(\varphi_n) + \varphi_n I_1(\varphi_n) \right] - D_{m\lambda} \left[2(2-\nu_\lambda) K_0(\varphi_n) - \varphi_n K_1(\varphi_n) \right] \right\} \cos k_n z + \\ & - \sum_{n=1}^{\infty} k_n^2 \left\{ A_{m\lambda} I_0(\varphi_n) + B_{m\lambda} K_0(\varphi_n) + C_{m\lambda} \left[2(2-\nu_\lambda) I_0(\varphi_n) + \varphi_n I_1(\varphi_n) \right] - D_{m\lambda} \left[2(2-\nu_\lambda) K_0(\varphi_n) - \varphi_n K_1(\varphi_n) \right] \right\} \sin k_n z \quad (2.22) \end{aligned}$$

Pierwszy układ równań:

$$k_0^2 \left\{ A_{00} \frac{I_0(\rho_{n,2-1})}{\rho_{n,2-1}} - I_0(\rho_{n,2-1}) \right\} - B_{02} \left[\frac{K_0(\rho_{n,2-1})}{\rho_{n,2-1}} + K_0(\rho_{n,2-1}) \right] + C_{02} \left[\rho_{n,2-1} I_0(\rho_{n,2-1}) + (1-2\nu) I_0(\rho_{n,2-1}) \right] - D_{02} \left[\rho_{n,2-1} K_0(\rho_{n,2-1}) - (1-2\nu) K_0(\rho_{n,2-1}) \right] \right\} = p_{n,2-1}$$

$$k_0^2 \left\{ A_{02} I_0(\rho_{n,2-1}) - B_{02} K_0(\rho_{n,2-1}) + C_{02} \left[2(1-\nu) I_0(\rho_{n,2-1}) + \rho_{n,2-1} I_0(\rho_{n,2-1}) \right] + D_{02} \left[2(1-\nu) K_0(\rho_{n,2-1}) - \rho_{n,2-1} K_0(\rho_{n,2-1}) \right] \right\} = t_{n,2-1}$$

$$-\frac{1+\nu}{k_0 E_n} k_0^2 \left\{ A_{02} I_0(\rho_{n,2-1}) - B_{02} K_0(\rho_{n,2-1}) + C_{02} \rho_{n,2-1} I_0(\rho_{n,2-1}) - D_{02} \rho_{n,2-1} K_0(\rho_{n,2-1}) \right\} = u_{n,2-1}$$

$$\frac{1+\nu}{k_0 E_n} k_0^2 \left\{ A_{02} I_0(\rho_{n,2-1}) + B_{02} K_0(\rho_{n,2-1}) + C_{02} \left[4(1-\nu) I_0(\rho_{n,2-1}) + \rho_{n,2-1} I_0(\rho_{n,2-1}) \right] - D_{02} \left[4(1-\nu) K_0(\rho_{n,2-1}) - \rho_{n,2-1} K_0(\rho_{n,2-1}) \right] \right\} = w_{n,2-1}$$

oraz drugi układ równań:

$$-k_0^2 \left\{ A_{02} \left[\frac{I_0(\rho_{n,2-1})}{\rho_{n,2-1}} - I_0(\rho_{n,2-1}) \right] - B_{02} \left[\frac{K_0(\rho_{n,2-1})}{\rho_{n,2-1}} + K_0(\rho_{n,2-1}) \right] - C_{02} \left[\rho_{n,2-1} I_0(\rho_{n,2-1}) + (1-2\nu) I_0(\rho_{n,2-1}) \right] - D_{02} \left[\rho_{n,2-1} K_0(\rho_{n,2-1}) - (1-2\nu) K_0(\rho_{n,2-1}) \right] \right\} = p_{n,2-1}$$

$$k_0^2 \left\{ A_{02} I_0(\rho_{n,2-1}) - B_{02} K_0(\rho_{n,2-1}) + C_{02} \left[2(1-\nu) I_0(\rho_{n,2-1}) + \rho_{n,2-1} I_0(\rho_{n,2-1}) \right] + D_{02} \left[2(1-\nu) K_0(\rho_{n,2-1}) - \rho_{n,2-1} K_0(\rho_{n,2-1}) \right] \right\} = t_{n,2-1}$$

$$\frac{1+\nu}{k_0 E_n} k_0^2 \left\{ A_{02} I_0(\rho_{n,2-1}) - B_{02} K_0(\rho_{n,2-1}) + C_{02} \rho_{n,2-1} I_0(\rho_{n,2-1}) - D_{02} \rho_{n,2-1} K_0(\rho_{n,2-1}) \right\} = u_{n,2-1}$$

$$\frac{1+\nu}{k_0 E_n} k_0^2 \left\{ A_{02} I_0(\rho_{n,2-1}) + B_{02} K_0(\rho_{n,2-1}) + C_{02} \left[4(1-\nu) I_0(\rho_{n,2-1}) + \rho_{n,2-1} I_0(\rho_{n,2-1}) \right] - D_{02} \left[4(1-\nu) K_0(\rho_{n,2-1}) - \rho_{n,2-1} K_0(\rho_{n,2-1}) \right] \right\} = w_{n,2-1}$$

$$(2.23) \quad A_{n+1} = \frac{-(1+\beta_2) [\beta_2(1-\beta_2) K_1(\rho_{n+1}) + \rho_{n+1} K_0(\rho_{n+1})] P_{n+1} - (1+\beta_2) \rho_{n+1} K_1(\rho_{n+1}) T_{n+1} - E_2 k_m [\beta_2(1-\beta_2) K_1(\rho_{n+1}) + \rho_{n+1} K_0(\rho_{n+1})] u_{n+1} - E_2 k_m [2(1-\beta_2) K_1(\rho_{n+1}) + \rho_{n+1} K_0(\rho_{n+1})] W_{n+1}}{2(1-\beta_2)^2 K_0^2 [I_0(\rho_{n+1}) + K_0(\rho_{n+1})] I_1(\rho_{n+1})}$$

$$(2.24) \quad B_{n+1} = \frac{-(1+\beta_2) [\beta_2(1-\beta_2) I_1(\rho_{n+1}) - \rho_{n+1} I_0(\rho_{n+1})] P_{n+1} - (1+\beta_2) \rho_{n+1} I_1(\rho_{n+1}) T_{n+1} - E_2 k_m [\beta_2(1-\beta_2) I_1(\rho_{n+1}) + \rho_{n+1} I_0(\rho_{n+1})] u_{n+1} - E_2 k_m [2(1-\beta_2) I_1(\rho_{n+1}) - \rho_{n+1} I_0(\rho_{n+1})] W_{n+1}}{2(1-\beta_2)^2 K_0^2 [I_0(\rho_{n+1}) + K_0(\rho_{n+1})] I_1(\rho_{n+1})}$$

$$(2.25) \quad C_{n+1} = \frac{(1+\beta_2) K_1(\rho_{n+1}) P_{n+1} + (1+\beta_2) K_0(\rho_{n+1}) T_{n+1} + E_2 k_m [K_0(\rho_{n+1}) + \frac{K_1(\rho_{n+1})}{\rho_{n+1}}] u_{n+1} + E_2 k_m K_1(\rho_{n+1}) W_{n+1}}{2(1-\beta_2)^2 K_0^2 [I_0(\rho_{n+1}) + K_0(\rho_{n+1})] I_1(\rho_{n+1})}$$

$$(2.26) \quad D_{n+1} = \frac{-(1+\beta_2) I_1(\rho_{n+1}) P_{n+1} + (1+\beta_2) I_0(\rho_{n+1}) T_{n+1} + E_2 k_m [I_0(\rho_{n+1}) - \frac{I_1(\rho_{n+1})}{\rho_{n+1}}] u_{n+1} - E_2 k_m I_1(\rho_{n+1}) W_{n+1}}{2(1-\beta_2)^2 K_0^2 [I_0(\rho_{n+1}) + K_0(\rho_{n+1})] I_1(\rho_{n+1})}$$

Osiowo-symetryczny stan naprężeń

$$(2.27) \quad A_{\alpha} = \frac{(1+\nu) \left[(4(1-\nu)K_1(\rho_{\alpha-1}) + \rho_{\alpha-1}K_1(\rho_{\alpha-1})) \rho_{\alpha-1}K_1(\rho_{\alpha-1}) \right] \rho_{\alpha-1} - (1+\nu)\rho_{\alpha-1}K_1(\rho_{\alpha-1})t_{\alpha-1} + E_1k_{\alpha} \left[(4(1-\nu) \frac{K_1(\rho_{\alpha-1})}{\rho_{\alpha-1}} + \rho_{\alpha-1}K_1(\rho_{\alpha-1})) (3-2\nu)K_1(\rho_{\alpha-1}) \right] U_{\alpha-1} - E_1k_{\alpha} \left[2(1-\nu)K_1(\rho_{\alpha-1}) + \rho_{\alpha-1}K_1(\rho_{\alpha-1}) \right] W_{\alpha-1}}{2(1-\nu^2) \left[k_{\alpha}^2 \left[I_1(\rho_{\alpha-1})K_1(\rho_{\alpha-1}) + K_1(\rho_{\alpha-1}) \right] I_1(\rho_{\alpha-1}) \right]}$$

$$(2.28) \quad B_{\alpha} = \frac{(1+\nu) \left[(4(1-\nu)K_1(\rho_{\alpha-1}) - \rho_{\alpha-1}I_1(\rho_{\alpha-1})) \rho_{\alpha-1} - (1+\nu)\rho_{\alpha-1}I_1(\rho_{\alpha-1})t_{\alpha-1} + E_1k_{\alpha} \left[(4(1-\nu) \frac{I_1(\rho_{\alpha-1})}{\rho_{\alpha-1}} + \rho_{\alpha-1}I_1(\rho_{\alpha-1})) (3-2\nu)I_1(\rho_{\alpha-1}) \right] U_{\alpha-1} - E_1k_{\alpha} \left[2(1-\nu)I_1(\rho_{\alpha-1}) - \rho_{\alpha-1}I_1(\rho_{\alpha-1}) \right] W_{\alpha-1}}{2(1-\nu^2) k_{\alpha}^2 \left[I_1(\rho_{\alpha-1})K_1(\rho_{\alpha-1}) + K_1(\rho_{\alpha-1}) \right] I_1(\rho_{\alpha-1})}$$

$$(2.29) \quad C_{\alpha} = \frac{-(1+\nu)K_1(\rho_{\alpha-1})\rho_{\alpha-1} + (1+\nu)K_1(\rho_{\alpha-1})t_{\alpha-1} - E_1k_{\alpha} \left[K_1(\rho_{\alpha-1}) + \frac{K_1(\rho_{\alpha-1})}{\rho_{\alpha-1}} \right] U_{\alpha-1} + E_1k_{\alpha}K_1(\rho_{\alpha-1})W_{\alpha-1}}{2(1-\nu^2) k_{\alpha}^2 \left[I_1(\rho_{\alpha-1})K_1(\rho_{\alpha-1}) + K_1(\rho_{\alpha-1}) \right] I_1(\rho_{\alpha-1})}$$

$$(2.30) \quad D_{\alpha} = \frac{(1+\nu) \left[I_1(\rho_{\alpha-1})\rho_{\alpha-1} + (1+\nu)I_1(\rho_{\alpha-1})t_{\alpha-1} - E_1k_{\alpha} \left[I_1(\rho_{\alpha-1}) - \frac{I_1(\rho_{\alpha-1})}{\rho_{\alpha-1}} \right] U_{\alpha-1} - E_1k_{\alpha}I_1(\rho_{\alpha-1})W_{\alpha-1} \right]}{2(1-\nu^2) k_{\alpha}^2 \left[I_1(\rho_{\alpha-1})K_1(\rho_{\alpha-1}) + K_1(\rho_{\alpha-1}) \right] I_1(\rho_{\alpha-1})}$$

2.4. Macierzowe ujęcie problemu.

Wyprowadzone w punkcie 2.3. wzory (2.23) do (2.26) na współczynniki rozwinięcia można zapisać w postaci następującego iloczynu macierzy:

$$(2.31) \quad \left\| \bar{C}_{n,\lambda} \right\| = \left\| M_{n,\lambda-1} \right\| \times \left\| N_{n,\lambda-1} \right\|$$

gdzie:

$$\left\| \bar{C}_{n,\lambda} \right\| = \begin{vmatrix} A_{n\lambda} \\ B_{n\lambda} \\ C_{n\lambda} \\ D_{n\lambda} \end{vmatrix} \quad \begin{array}{l} \text{jest macierzą stałych dla warstwy } \lambda \text{ przy} \\ \text{rozwinięciu rozwiązania w szeregi Fourie-} \\ \text{ra wg wskaźników } n, \end{array}$$

$$\left\| M_{n,\lambda-1} \right\| \quad - \quad \text{przedstawiona na str. 27 macierz liczbowa dla} \\ \text{powierzchni } \lambda-1 \text{ przy rozwinięciu wg } n,$$

$$\left\| N_{n,\lambda-1} \right\| = \begin{vmatrix} p_{n,\lambda-1} \\ t_{n,\lambda-1} \\ u_{n,\lambda-1} \\ w_{n,\lambda-1} \\ \sigma_{\psi}(n,\lambda-1) \\ \sigma_z(n,\lambda-1) \end{vmatrix} \quad \begin{array}{l} \text{macierz współczynników rozwinięcia wg} \\ n \text{ parametrów brzegowych na powierzchni} \\ \lambda-1 \end{array}$$

Dla antysymetrycznego względem płaszczyzny $z = 0$ stanu naprężeń i przemieszczeń, można równania (2.27) do (2.30) przedstawić w formie analogicznej do (2.31) zmieniając wskaźnik n na m . Równania (2.17) do (2.22) wyrażające naprężenia i przemieszczenia na przedziale warstwy λ można zapisać podobnie do równań (2.12) do (2.15) w następujący sposób:

$$(2.32) \quad \sigma_r = \sum_{n=1}^{\infty} P_{n\varphi} \cos k_n z + \sum_{m=1}^{\infty} P_{m\varphi} \sin k_m z$$

Osiowo-symetryczny stan naprężeń

$$\begin{aligned}
 \left| M_{\varrho_{n+1}} \right| &= \frac{1}{2(1-\nu)E} B(\varrho_{n+1}) \\
 &= \frac{1}{2(1-\nu)E} \left[4(1-\nu)K(\varrho_{n+1}) + \varrho_{n+1}K(\varrho_{n+1}) - (1+\nu) \varrho_{n+1}K(\varrho_{n+1}) \right] - E_2 K_0 \left[2(1-\nu)K(\varrho_{n+1}) + \varrho_{n+1}K_0(\varrho_{n+1}) \right] \\
 &= \frac{1}{2(1-\nu)E} \left[4(1-\nu)I_1(\varrho_{n+1}) + \varrho_{n+1}I_1(\varrho_{n+1}) - (1+\nu) \varrho_{n+1}I_1(\varrho_{n+1}) \right] - E_2 K_0 \left[2(1-\nu)I_1(\varrho_{n+1}) + \varrho_{n+1}I_0(\varrho_{n+1}) \right] \\
 &= (1+\nu)K_1(\varrho_{n+1}) \quad (1+\nu)K_0(\varrho_{n+1}) \quad E_2 K_0 \left[K(\varrho_{n+1}) + \frac{K_1(\varrho_{n+1})}{\varrho_{n+1}} \right] \quad E_2 K_0 K_1(\varrho_{n+1}) \\
 &= -(1+\nu)I_1(\varrho_{n+1}) \quad (1+\nu)I_0(\varrho_{n+1}) \quad E_2 K_0 \left[I_0(\varrho_{n+1}) - \frac{I_1(\varrho_{n+1})}{\varrho_{n+1}} \right] \quad -E_2 K_0 I_1(\varrho_{n+1})
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \left| M_{\varrho_{n+1}} \right| &= \frac{1}{2(1-\nu)E} B(\varrho_{n+1}) \\
 &= \frac{1}{2(1-\nu)E} \left[4(1-\nu)K(\varrho_{n+1}) + \varrho_{n+1}K(\varrho_{n+1}) - (1+\nu) \varrho_{n+1}K(\varrho_{n+1}) \right] - E_2 K_0 \left[2(1-\nu)K(\varrho_{n+1}) + \varrho_{n+1}K_0(\varrho_{n+1}) \right] \\
 &= \frac{1}{2(1-\nu)E} \left[4(1-\nu)I_1(\varrho_{n+1}) + \varrho_{n+1}I_1(\varrho_{n+1}) - (1+\nu) \varrho_{n+1}I_1(\varrho_{n+1}) \right] - E_2 K_0 \left[2(1-\nu)I_1(\varrho_{n+1}) + \varrho_{n+1}I_0(\varrho_{n+1}) \right] \\
 &= (1+\nu)K_1(\varrho_{n+1}) \quad (1+\nu)K_0(\varrho_{n+1}) \quad E_2 K_0 \left[K(\varrho_{n+1}) + \frac{K_1(\varrho_{n+1})}{\varrho_{n+1}} \right] \quad E_2 K_0 K_1(\varrho_{n+1}) \\
 &= -(1+\nu)I_1(\varrho_{n+1}) \quad (1+\nu)I_0(\varrho_{n+1}) \quad E_2 K_0 \left[I_0(\varrho_{n+1}) - \frac{I_1(\varrho_{n+1})}{\varrho_{n+1}} \right] \quad -E_2 K_0 I_1(\varrho_{n+1})
 \end{aligned}$$

$$(2.33) \quad \tau_{rz} = \sum_{n=1}^{\infty} t_{n\varphi} \sin k_n z + \sum_{m=1}^{\infty} t_{m\varphi} \cos k_m z$$

$$(2.34) \quad u = \sum_{n=1}^{\infty} u_{n\varphi} \cos k_n z + \sum_{m=1}^{\infty} u_{m\varphi} \sin k_m z$$

$$(2.35) \quad w = \sum_{n=1}^{\infty} w_{n\varphi} \sin k_n z + \sum_{m=1}^{\infty} w_{m\varphi} \cos k_m z$$

$$(2.36) \quad \sigma_{\varphi} = \sum_{n=1}^{\infty} \sigma_{\varphi(n\varphi)} \cos k_n z + \sum_{m=1}^{\infty} \sigma_{\varphi(m\varphi)} \sin k_m z$$

$$(2.37) \quad \sigma_z = \sum_{n=1}^{\infty} \sigma_z(n\varphi) \cos k_n z + \sum_{m=1}^{\infty} \sigma_z(m\varphi) \sin k_m z$$

W równaniach (2.32) do (2.37) przy współczynnikach rozwinięcia w szeregi trygonometryczne wprowadzono indeks φ zamiast $\lambda-1$ dla podkreślenia, że są one funkcjami zmiennej φ .

Oznaczając:

$$(2.38) \quad \left\| N_{n\varphi} \right\| = \begin{vmatrix} p_{n\varphi} \\ t_{n\varphi} \\ u_{n\varphi} \\ w_{n\varphi} \\ \hline \sigma_{\varphi}(n,\varphi) \\ \sigma_z(n,\varphi) \end{vmatrix} \quad \begin{array}{l} \text{macierz współczynników rozwi-} \\ \text{nięcia wg } n \text{ w szereg Fourie-} \\ \text{ra składowych stanu naprężeń i} \\ \text{przemieszczeń dla punktów o} \\ \text{współrzędnej } \varphi_n, \end{array}$$

$$(2.39) \quad \left\| N_{m\varphi} \right\| = \begin{vmatrix} p_{m\varphi} \\ t_{m\varphi} \\ u_{m\varphi} \\ w_{m\varphi} \\ \hline \sigma_{\varphi}(m,\varphi) \\ \sigma_z(m,\varphi) \end{vmatrix} \quad \begin{array}{l} \text{macierz współczynników rozwi-} \\ \text{nięcia wg } m \text{ w szereg Fourie-} \\ \text{ra składowych stanu naprężeń i} \\ \text{przemieszczeń dla punktów o} \\ \text{współrzędnej } \varphi_m, \end{array}$$

możemy macierze funkcyjne (2.38) i (2.39) zapisać jako wynik mnożenia macierzy:

$$(2.40) \quad \left\| N_{n\varphi} \right\| = \left\| F_{n\varphi} \right\| \left\| x \right\| \left\| \bar{C}_{n\lambda} \right\|$$

$$(2.41) \quad \left\| N_{m\varphi} \right\| = \left\| F_{m\varphi} \right\| \left\| x \right\| \left\| C_{m\lambda} \right\|$$

gdzie macierze $F_{n\varphi}$ i $F_{m\varphi}$ zgodnie ze wzorami (2.17) do (2.22) przedstawiają się następująco: (str. 32).

Wstawiając do równań (2.40) i (2.41) wyrażenia (2.31) otrzymamy:

$$\left\| N_{n\varphi} \right\| = \left\| F_{n\varphi} \right\| \left\| x \right\| \left\| M_{n,\lambda-1} \right\| \left\| x \right\| \left\| N_{n,\lambda-1} \right\|$$

$$\left\| N_{m\varphi} \right\| = \left\| F_{m\varphi} \right\| \left\| x \right\| \left\| M_{m,\lambda-1} \right\| \left\| x \right\| \left\| N_{m,\lambda-1} \right\|$$

Wprowadzając dalsze oznaczenia:

$$(2.42) \quad \left\| L_{n\varphi} \right\| = \left\| F_{n\varphi} \right\| \left\| x \right\| \left\| M_{n,\lambda-1} \right\|$$

$$(2.43) \quad \left\| L_{m\varphi} \right\| = \left\| F_{m\varphi} \right\| \left\| x \right\| \left\| M_{m,\lambda-1} \right\|$$

otrzymamy ostatecznie:

$$(2.44) \quad \left\| N_{n\varphi} \right\| = \left\| L_{n\varphi} \right\| \left\| x \right\| \left\| N_{n,\lambda-1} \right\|$$

$$(2.45) \quad \left\| N_{m\varphi} \right\| = \left\| L_{m\varphi} \right\| \left\| x \right\| \left\| N_{m,\lambda-1} \right\|$$

Wzory (2.44) i (2.45) określają macierze współczynników rozwinięcia w szeregi Fouriera naprężeń i przemieszczeń wg zależności (2.32) do (2.37), dla punktów o dowolnej współrzędnej $r_{\lambda-1} \leq r \leq r_{\lambda}$, czyli wewnątrz warstwy λ , w zależności od wartości tych współczynników na powierzchni $\lambda-1$. Na zakończenie tego rozdziału należy wyjaśnić celowość oddzielenia przerywaną linią piątego i szóstego wiersza w macierzach $\left\| N \right\|$ i $\left\| F \right\|$. Otóż jak wiadomo z algebry macierzy, iloczyn dwóch

$$\left| F_{nq} \right| = \begin{array}{c} \left(\begin{array}{cccc} k_n^2 \left[\frac{I_1(q_n)}{q_n} - I_0(q_n) \right] & -k_n^2 \left[\frac{K_1(q_n)}{q_n} + K_0(q_n) \right] & -k_n^2 \left[q_n I_1(q_n) + (1-2\lambda) I_0(q_n) \right] & -k_n^2 \left[q_n K_1(q_n) - (1-2\lambda) K_0(q_n) \right] \\ k_n^2 I_1(q_n) & -k_n^2 K_1(q_n) & k_n^2 \left[2(1-\lambda) I_1(q_n) + q_n I_0(q_n) \right] & k_n^2 \left[2(1-\lambda) K_1(q_n) - q_n K_0(q_n) \right] \\ -\frac{1+\lambda_2}{E_\lambda} k_n^2 I_1(q_n) & \frac{1+\lambda_2}{E_\lambda} k_n^2 K_1(q_n) & -\frac{1+\lambda_2}{E_\lambda} k_n^2 q_n I_0(q_n) & \frac{1+\lambda_2}{E_\lambda} k_n^2 q_n K_0(q_n) \\ \frac{1+\lambda_2}{E_\lambda} k_n^2 I_0(q_n) & \frac{1+\lambda_2}{E_\lambda} k_n^2 K_0(q_n) & \frac{1+\lambda_2}{E_\lambda} k_n^2 \left[4(1-\lambda) I_0(q_n) + q_n I_1(q_n) \right] & \frac{1+\lambda_2}{E_\lambda} k_n^2 \left[4(1-\lambda) K_0(q_n) - q_n K_1(q_n) \right] \end{array} \right) \\ \hline \left(\begin{array}{cccc} -k_n^2 \frac{I_1(q_n)}{q_n} & k_n^2 \frac{K_1(q_n)}{q_n} & -k_n^2 (1-2\lambda) I_0(q_n) & k_n^2 (1-2\lambda) K_0(q_n) \\ k_n^2 I_0(q_n) & k_n^2 K_0(q_n) & k_n^2 \left[2(2-\lambda) I_0(q_n) + q_n I_1(q_n) \right] & -k_n^2 \left[2(2-\lambda) K_0(q_n) - q_n K_1(q_n) \right] \end{array} \right) \end{array}$$

$$\left| F_{mq} \right| = \begin{array}{c} \left(\begin{array}{cccc} -k_m^2 \left[\frac{I_1(q_m)}{q_m} - I_0(q_m) \right] & k_m^2 \left[\frac{K_1(q_m)}{q_m} + K_0(q_m) \right] & k_m^2 \left[q_m I_1(q_m) + (1-2\lambda) I_0(q_m) \right] & k_m^2 \left[q_m K_1(q_m) - (1-2\lambda) K_0(q_m) \right] \\ -k_m^2 I_1(q_m) & k_m^2 K_1(q_m) & -k_m^2 \left[2(1-\lambda) I_1(q_m) + q_m I_0(q_m) \right] & -k_m^2 \left[2(1-\lambda) K_1(q_m) - q_m K_0(q_m) \right] \\ \frac{1+\lambda_2}{E_\lambda} k_m^2 I_1(q_m) & -\frac{1+\lambda_2}{E_\lambda} k_m^2 K_1(q_m) & -\frac{1+\lambda_2}{E_\lambda} k_m^2 q_m I_0(q_m) & \frac{1+\lambda_2}{E_\lambda} k_m^2 q_m K_0(q_m) \\ \frac{1+\lambda_2}{E_\lambda} k_m^2 I_0(q_m) & \frac{1+\lambda_2}{E_\lambda} k_m^2 K_0(q_m) & \frac{1+\lambda_2}{E_\lambda} k_m^2 \left[4(1-\lambda) I_0(q_m) + q_m I_1(q_m) \right] & -\frac{1+\lambda_2}{E_\lambda} k_m^2 \left[4(1-\lambda) K_0(q_m) - q_m K_1(q_m) \right] \end{array} \right) \\ \hline \left(\begin{array}{cccc} k_m^2 \frac{I_1(q_m)}{q_m} & -k_m^2 \frac{K_1(q_m)}{q_m} & k_m^2 (1-2\lambda) I_0(q_m) & -k_m^2 (1-2\lambda) K_0(q_m) \\ -k_m^2 I_0(q_m) & -k_m^2 K_0(q_m) & -k_m^2 \left[2(2-\lambda) I_0(q_m) + q_m I_1(q_m) \right] & k_m^2 \left[2(2-\lambda) K_0(q_m) - q_m K_1(q_m) \right] \end{array} \right) \end{array}$$

macierzy posiada sens tylko wówczas, gdy liczba kolumn pierwszej macierzy równa jest liczbie wierszy drugiej macierzy iloczynu. Tak więc w iloczynach (2.31), (2.44), (2.45) macierze $\|N\|$ stojące po prawej stronie znaku mnożenia należy przyjmować jako złożone z pierwszych czterech wierszy macierzy (2.38) i (2.39) odrzucając oddzielone linią przerywaną wiersze piąty i szósty. Ogólnie przyjmijmy następującą umowę dla dalszych naszych rozważań: Jeżeli sześciowierszowa macierz (np. $\|L\|$) wchodzić będzie w skład iloczynu macierzy po prawej stronie znaku mnożenia, to oddzielamy linią dwa jej ostatnie wiersze i do obliczeń będziemy brać pod uwagę pozostałą ponad tą linią macierz czterowierszową.

3. Rozwiązanie problemu dla rury wielowarstwowej

Jeżeli we wzorach (2.44) i (2.45) zastąpimy macierze funkcyjne $\|L_{n\varphi}\|$ i $\|L_{m\varphi}\|$ macierzami liczbowymi $\|L_{n\lambda}\|$ i $\|L_{m\lambda}\|$, to równania te określać będą macierze współczynników rozwinięcia w szeregi Fouriera składowych stanu naprężeń i przemieszczeń na powierzchni λ , ograniczającej rozpatrywaną warstwę z zewnątrz:

$$(3.1) \quad \left\| \begin{array}{c} N_{n,\lambda} \\ \hline \end{array} \right\| = \left\| L_{n\lambda} \right\| \times \left\| \begin{array}{c} N_{n,\lambda-1} \\ \hline \end{array} \right\|$$

$$(3.2) \quad \left\| \begin{array}{c} N_{m,\lambda} \\ \hline \end{array} \right\| = \left\| L_{m,\lambda} \right\| \times \left\| \begin{array}{c} N_{m,\lambda-1} \\ \hline \end{array} \right\|$$

Macierze $\|L_{n\lambda}\|$ i $\|L_{m\lambda}\|$ wyliczymy z następujących zależności, analogicznych z wzorami (2.42) i (2.43):

$$(3.3) \quad \left\| L_{n,\lambda} \right\| = \left\| F_{n,\lambda} \right\| \times \left\| \begin{array}{c} M_{n,\lambda-1} \\ \hline \end{array} \right\|$$

$$(3.4) \quad \left\| L_{m,\lambda} \right\| = \left\| F_{m,\lambda} \right\| \times \left\| \begin{array}{c} M_{m,\lambda-1} \\ \hline \end{array} \right\|$$

Z kolei macierze $\|F_{n,\lambda}\|$ i $\|F_{m,\lambda}\|$ uzyskamy wg poprzednio podanych dla nich wzorów, przyjmując $\varphi_n = \varphi_{n,\lambda}$ oraz $\varphi_m = \varphi_{m,\lambda}$, czyli wyliczając poszczególne człony tych macierzy dla $r = r_\lambda$.

Wartość naprężeń normalnych σ_r oraz stycznych τ_{rz} a także przemieszczeń u i w na początku warstwy $\lambda+1$ musi być równa tym naprężeniom i przemieszczeniom na końcu warstwy λ . Tak więc pierwsze cztery wiersze macierzy $\|N\|$ na początku warstwy $\lambda+1$ są identyczne z pierwszymi czterema wierszami tych macierzy na końcu warstwy λ . Ponieważ zgodnie z dokonaną na końcu poprzedniego rozdziału umową w iloczyny (2.44) i (2.45) wchodzi jedynie pierwsze cztery wiersze macierzy $\|N\|$, możemy dla punktów leżących wewnątrz warstwy $\lambda+1$ napisać zależności analogiczne do wzorów (2.44) i (2.45):

$$\begin{aligned} \|N_{n\varphi}\| &= \|L_{n,\varphi}\| \times \|N_{n,\lambda}\| \\ \|N_{m\varphi}\| &= \|L_{m,\varphi}\| \times \|N_{m,\lambda}\| \end{aligned}$$

Macierze $\|L_{n,\lambda}\|$ i $\|L_{m,\lambda}\|$ odgrywają więc rolę macierzy transformujących współczynniki rozwinięcia w szeregi Fouriera składowych stanu naprężeń i przemieszczeń na początku warstwy λ , na takie same współczynniki na początku następnej warstwy $\lambda+1$. Poczynając operację (3.1) od pierwszej, wewnętrznej powierzchni rury ($r = r_0$) otrzymamy kolejno:

$$\begin{aligned} \|N_{n1}\| &= \|L_{n1}\| \times \|N_{no}\| \\ \|N_{n2}\| &= \|L_{n2}\| \times \|N_{n1}\| = \|L_{n2}\| \times \|L_{n1}\| \times \|N_{no}\| \\ &\dots\dots\dots \\ \|N_{n\lambda}\| &= \|L_{n\lambda}\| \times \|N_{n,\lambda-1}\| = \\ &= \|L_{n\lambda}\| \times \|L_{n,\lambda-1}\| \times \dots \times \|L_{n1}\| \times \|N_{no}\| \end{aligned}$$

Dla ostatniej, zewnętrznej powierzchni rury ($r = r_\omega$):

$$\|N_{n\omega}\| = \|L_{n\omega}\| \times \dots \times \|L_{n\lambda}\| \times \dots \times \|L_{n1}\| \times \|N_{no}\|$$

Ostatni wzór można zapisać w następującej postaci:

$$(3.5) \quad \left\| N_{n\omega} \right\| = \prod_{\omega}^{\lambda=1} \left\| L_{n\lambda} \right\| \times \left\| N_{no} \right\|$$

Postępując analogicznie wg wzoru (3.2) otrzymamy:

$$(3.6) \quad \left\| N_{m\omega} \right\| = \prod_{\omega}^{\lambda=1} \left\| L_{m\lambda} \right\| \times \left\| N_{mo} \right\|$$

Wzory (3.5) i (3.6) są ostatecznymi zależnościami między współczynnikami rozwinięcia wg (2.12) do (2.15) warunków brzegowych na powierzchni wewnętrznej rury z takimiż współczynnikami rozwinięcia w szeregi Fouriera warunków brzegowych na powierzchni zewnętrznej. Na powierzchniach zewnętrznej i wewnętrznej znane są zawsze po dwa parametry brzegowe, tak że w czterowierszowych macierzach $\left\| N_{no} \right\|$ i $\left\| N_{mo} \right\|$ pozostają po dwie niewiadome wielkości pozostałych parametrów brzegowych. Po wykonaniu operacji (3.5) i (3.6) i przyrównaniu do siebie odpowiednich wierszy macierzy otrzymuje się dla każdego n i każdego m układ równań, których wyliczymy dwie brakujące wielkości w czterowierszowych macierzach $\left\| N_{no} \right\|$ i $\left\| N_{mo} \right\|$. Następnie zgodnie z wzorami (3.1) i (3.2) można wyliczyć kolejne macierze $\left\| N_{n\lambda} \right\|$ i $\left\| N_{m\lambda} \right\|$ dla poszczególnych warstw a potem wg zależności (2.31) macierze stałych dla każdej warstwy λ . Mając wyliczone macierze $\left\| \bar{C}_{n\lambda} \right\|$ i $\left\| \bar{C}_{m\lambda} \right\|$ można zgodnie ze wzorami (2.40) i (2.41) wyznaczyć współczynniki rozwinięcia w szeregi Fouriera składowych stanu naprężeń i przemieszczeń dla punktów o dowolnej współrzędnej φ , leżących wewnątrz warstwy λ . Można też skorzystać bezpośrednio ze wzorów (2.17) do (2.22).

4. Warunki brzegowe na płaszczyznach $z = \pm \frac{1}{2}$

4.1. Całkowa postać wielkości statycznych i uśrednione kinematyczne wielkości brzegowe na płaszczyznach $z = \pm \frac{1}{2}$.

Na płaszczyznach czołowych rury $z = \pm \frac{1}{2}$ występują naprężenia normalne σ_z , styczne τ_{zr} oraz przemieszczenia radialne u i przemieszczenia podłużne wzdłuż osi z . Wartość przemiesz-

ceń w , określonych wzorem (2.20) (po wstawieniu do niego $z = \pm \frac{1}{2}$), może być zawsze przedstawione równaniem:

$$(4.1) \quad w = a + b \frac{r - r_s}{r_s} + f(r)$$

Podobnie naprężenia normalne σ_z określone wzorem (2.22) można przedstawić równaniem:

$$(4.2) \quad \sigma_z = c + e \frac{r - r_s}{r_s} + g(r)$$

Występujące w ostatnich równaniach współczynniki a , b , c i e a także współrzędna r_s zostaną określone poniżej. Funkcje $f(r)$ i $g(r)$ są funkcjami uzupełniającymi, wynikającymi z przyrównania prawych stron równań (4.1) i (4.2) do prawych stron wzorów (2.20) i (2.22).

Praca naprężeń σ_z na przemieszczeniach w określona jest wzorem:

$$L = \frac{1}{2} \int_A \sigma_z w \, dA$$

W obszarze jednej warstwy λ praca ta wynosi:

$$(4.3) \quad L = \pi \int_{r_{\lambda-1}}^{r_{\lambda}} r \sigma_z w \, dr$$

Wielkość promienia r_s wyliczymy z warunku, aby praca części naprężeń określonych współczynnikiem c , na przemieszczeniach określonych współczynnikiem b była równa zeru:

$$L = \pi \int_{r_{\lambda-1}}^{r_{\lambda}} r c b \frac{r - r_s}{r_s} \, dr = \frac{\pi c b}{r_s} \int_{r_{\lambda-1}}^{r_{\lambda}} r (r - r_s) \, dr = 0$$

Z warunku: $\int_{r_{\lambda-1}}^{r_{\lambda}} r (r - r_s) \, dr = 0$ otrzymamy:

$$(4.4) \quad r_B = \frac{2}{3} \frac{r_\lambda^3 - r_{\lambda-1}^3}{r_\lambda^2 - r_{\lambda-1}^2}$$

Zwróćmy jeszcze uwagę na to, że przy doborze promienia r_B wg (4.4), człony wzorów (4.1) i (4.2) określone współczynnikami a i b , c i e , a i e , będą tworzyły także pary funkcji wzajemnie ortogonalnych z wagą r . Można także zażądać, aby w równaniu (4.2) funkcje określone współczynnikami c i e były ortogonalne z wagą r w stosunku do funkcji $f(r)$. Wówczas całkowita praca naprężeń σ_z na przemieszczeniach w wyrazi się równaniem:

$$(4.5) \quad L = a c \pi \left\{ \int_{r_{\lambda-1}}^{r_\lambda} r dr + \frac{b e}{r_B^2} \int_{r_{\lambda-1}}^{r_\lambda} (r - r_B)^2 r dr + \right. \\ \left. + \int_{r_{\lambda-1}}^{r_\lambda} \xi(r) \left[a + b \frac{r - r_B}{r_B} + f(r) \right] r dr \right\}$$

Uogólnione siły wypadkowe przypadające na jednostkę długości obwodu o promieniu r_B z równań statyki określone są wzorami:

$$(4.6) \quad N = \frac{1}{r_B} \int_{r_{\lambda-1}}^{r_\lambda} \sigma_z r dr$$

$$(4.7) \quad M = \frac{1}{r_B} \int_r^{r_{\lambda-1}} (r - r_B) r \sigma_z dr$$

$$(4.8) \quad T = \frac{1}{r_B} \int_{r_{\lambda-1}}^{r_\lambda} \tau_{zr} r dr$$

Wstawiając do równań (4.6) i (4.7) przyjętą na wstępie zależność (4.2), po wykonaniu całkowania i uwzględnieniu ortogonal-

ności funkcji otrzymamy:

$$(4.9) \quad N = \frac{c}{r_s} \int_{r_{\lambda-1}}^{r_{\lambda}} r \, dr$$

$$(4.10) \quad M = \frac{e}{r_s^2} \int_{r_{\lambda-1}}^{r_{\lambda}} (r - r_s)^2 r \, dr$$

Z zależności (4.9) i (4.10) można wyznaczyć nieznaną dotąd współczynniki c i e :

$$(4.11) \quad c = \frac{N r_s}{\int_{r_{\lambda-1}}^{r_{\lambda}} r \, dr}$$

$$(4.12) \quad e = \frac{M r_s^2}{\int_{r_{\lambda-1}}^{r_{\lambda}} (r - r_s)^2 r \, dr}$$

Z ostatnich wywodów wynika, że w równaniu (4.2) człony ze współczynnikami c i e reprezentowane są przez wycinkową siłę normalną N i wycinkowy moment zginający M . Wobec tego funkcja $\xi(r)$ reprezentuje samozrównoważony stan naprężeń. W dalszych wywodach praca samozrównoważonego stanu naprężeń zostanie pominięta jako wartość mała w porównaniu z pozostałymi członami równania (4.5). Wobec tego praca naprężeń normalnych w przybliżeniu równa się:

$$(4.13) \quad L \approx \pi r_s \left[N a + M \frac{b}{r_s} \right]$$

Biorąc pod uwagę sens fizyczny wyrażenia (4.13) można tą zależność zapisać w postaci:

$$(4.14) \quad L = \frac{1}{2} 2\pi r_B \left[N w_{\dot{a}r} + M \varphi_{\dot{a}r} \right]$$

gdzie nieznanym dotąd wartościom a i b przypisano następujące znaczenie geometryczne:

$w_{\dot{a}r} = a$ - średnie na przedziale warstwy λ przemieszczenie liniowe wzdłuż osi rury,

$\varphi_{\dot{a}r} = \frac{b}{r_B}$ - średni na przedziale warstwy λ kąt obrotu stycznej do odkształconej czołowej powierzchni rury.

Z równania (4.1), po uwzględnieniu warunku ortogonalności, można średnie przemieszczenie i średni kąt obrotu na przedziale warstwy λ wyrazić następującymi wzorami:

$$(4.15) \quad w_{\dot{a}r} = \frac{2}{r_{\lambda}^2 - r_{\lambda-1}^2} \int_{r_{\lambda-1}}^{r_{\lambda}} w r dr$$

$$\varphi_{\dot{a}r} = \frac{\int_{r_{\lambda-1}}^{r_{\lambda}} w r (r-r_B) dr}{\int_{r_{\lambda-1}}^{r_{\lambda}} r (r-r_B)^2 dr}$$

Dla kompletu wprowadźmy jeszcze pojęcie średniego przemieszczenia radialnego na czołowej płaszczyźnie warstwy λ , określonego analogicznie do (4.15):

$$(4.17) \quad u_{\dot{a}r} = \frac{2}{r_{\lambda}^2 - r_{\lambda-1}^2} \int_{r_{\lambda-1}}^{r_{\lambda}} u r dr$$

Dla każdej warstwy λ mamy więc sześć następujących brzegowych wielkości statycznych:

$$N_{\lambda} \left(+ \frac{1}{2} \right), T_{\lambda} \left(+ \frac{1}{2} \right), M_{\lambda} \left(+ \frac{1}{2} \right), N_{\lambda} \left(- \frac{1}{2} \right), T_{\lambda} \left(- \frac{1}{2} \right), M_{\lambda} \left(- \frac{1}{2} \right)$$

określonych w postaci całkowitej zgodnie ze wzorami (4.6) do (4.8) oraz sześć następujących wielkości kinematycznych:

$$u_{\lambda} \left(+ \frac{1}{2} \right), w_{\lambda} \left(+ \frac{1}{2} \right), \varphi_{\lambda} \left(+ \frac{1}{2} \right), u_{\lambda} \left(- \frac{1}{2} \right), w_{\lambda} \left(- \frac{1}{2} \right), \varphi_{\lambda} \left(- \frac{1}{2} \right)$$

określonych w postaci uśrednionej wzorami (4.15) do (4.17). Dla rury złożonej z ω warstw otrzymany w sumie 6ω statycznych wielkości brzegowych i 6ω kinematycznych wielkości brzegowych na płaszczyznach $z = \pm \frac{1}{2}$.

4.2. Spełnienie założonych warunków brzegowych na płaszczyznach $z = \pm \frac{1}{2}$.

W rurze złożonej z ω warstw mamy w sumie 12ω brzegowych wielkości statycznych i kinematycznych, z których połowa (tzn. 6ω) jest z góry określona schematem podparcia rury z płaszczyznach czołowych. Te 6ω warunków brzegowych musi być spełnionych w trakcie rozwiązywania każdego konkretnego zadania. Ponieważ rozważany odcinek rury o długości l usytuowany jest w przedziale $-\frac{1}{2} \leq z \leq +\frac{1}{2}$ osi z , więc także tylko w tym przedziale określone są jednoznacznie obciążenia lub przemieszczenia na powierzchniach $\lambda = 0$ i $\lambda = \omega$ rury. W przedziałach $-1 < z < -\frac{1}{2}$ oraz $+\frac{1}{2} < z < 1$ osi z obciążenie granicznych powierzchni walcowych rury nie jest jednoznacznie określone i może być w każdym konkretnym zadaniu przyjęte dowolnie, pod warunkiem, że na przedziale $-\frac{1}{2} \leq z \leq +\frac{1}{2}$ określone zadaniem obciążenie pozostanie niezmiennym. Spełnienie dowolnych, narzuconych zadaniem warunków brzegowych na płaszczyznach $z = \pm \frac{1}{2}$ w liczbie 6ω , uzyskamy przez superpozycję stanu naprężeń od obciążenia zasadniczego, z 6ω niezależnymi liniowo stanami naprężeń od obciążeń uzupełniających. Obciążeniem uzupełniającym może być każde obciążenie normalne lub styczne na powierzchni $\lambda = 0$ lub $\lambda = \omega$, symetryczne lub antysymetryczne względem płaszczyzny $z = 0$, rozłożone na przedziałach $-1 < z < -\frac{1}{2}$ oraz $+\frac{1}{2} < z < 1$, pod

warunkiem, że na przedziale $-\frac{1}{2} \leq z \leq +\frac{1}{2}$ przyjmuje ono wartość równą zero. Jako uniwersalny zestaw obciążeń uzupełniających, przydatny dla dowolnej liczby warstw można przyjąć np. obciążenia normalne lub styczne określone następującą funkcją:

$$\text{na przedziale } -\frac{1}{2} \leq z \leq +\frac{1}{2} \quad f(z) = 0$$

$$\text{na przedziałach } -1 < z < -\frac{1}{2} \quad \text{oraz} \quad +\frac{1}{2} < z < +1$$

$$f_1(z) = \sin \frac{i\pi z}{1} \quad \text{lub} \quad f_2(z) = \cos \frac{i\pi z}{1}$$

gdzie $i = 1, 2, \dots, 6\omega$.

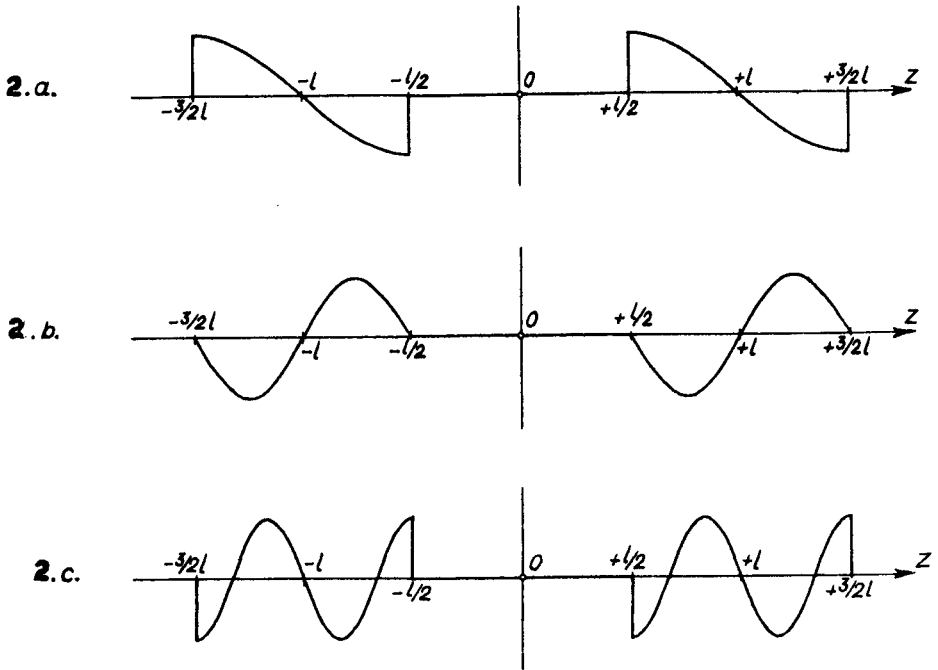
Funkcję $f_1(z)$ jako nieparzystą rozwinieśmy na szereg sinusów:

$$f_1(z) = \sum_{m=1}^{\infty} a_m \sin \frac{m\pi}{1} z$$

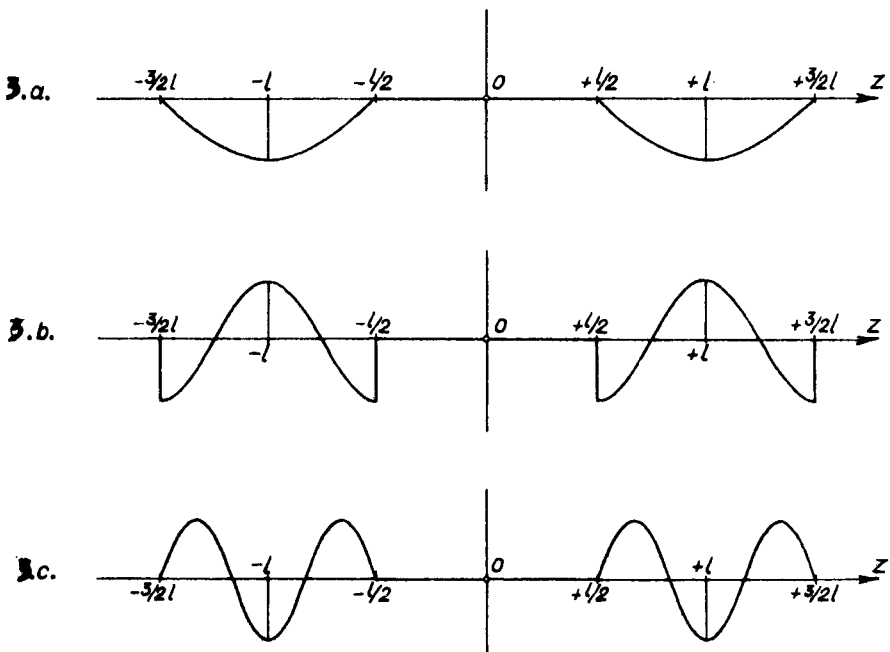
Funkcję $f_2(z)$ jako parzystą rozwinieśmy na szereg cosinusów:

$$f_2(z) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos \frac{n\pi}{1} z$$

Na rys. 2 przedstawiono wykresy pierwszych trzech antysymetrycznych stanów obciążeń uzupełniających otrzymanych na podstawie funkcji $f_1(z)$ dla $i = 1, 2, 3$. Rysunek 3 przedstawia także wykresy trzech uzupełniających stanów obciążeń, symetrycznych względem płaszczyzny $z = 0$, otrzymanych na podstawie funkcji $f_2(z)$ dla $i = 1, 2, 3$. Przyjmijmy dla uproszczenia wartość charakterystycznych rzędnych na wykresach obciążeń uzupełniających równą jedności. Dla każdego z 6ω dobranych stanów obciążeń uzupełniających wyznaczamy stan naprężeń i przemieszczeń na płaszczyznach o odciętych $z = \pm \frac{1}{2}$ a następnie zgodnie ze wzorami podanymi w p. 4.1 wyznaczamy dla każdej warstwy λ brzegowe wielkości statyczne i kinematyczne.



Rys. 2



Rys. 3

Osiowo-symetryczny stan naprężeń

Otrzymamy w efekcie następującą macierz parametrów brzegowych.

$T_{1\lambda} / -\frac{1}{2}/$	$T_{0\lambda} / -\frac{1}{2}/$	gdzie indeks $i = 1, 2..6 \omega$
$T_{1\lambda} / +\frac{1}{2}/$	$T_{0\lambda} / +\frac{1}{2}/$	oznacza numer przyjętego stanu uzupełniającego.
$N_{1\lambda} / -\frac{1}{2}/$	$N_{0\lambda} / -\frac{1}{2}/$	Wielkości z indeksem $i = 0$
$N_{1\lambda} / +\frac{1}{2}/$	$N_{0\lambda} / +\frac{1}{2}/$	pochodzą od obciążenia zasadniczego.
$M_{1\lambda} / -\frac{1}{2}/$	$M_{0\lambda} / -\frac{1}{2}/$	
$M_{1\lambda} / +\frac{1}{2}/$	$M_{0\lambda} / +\frac{1}{2}/$	
$u_{1\lambda} / -\frac{1}{2}/$	$u_{0\lambda} / -\frac{1}{2}/$	
$u_{1\lambda} / +\frac{1}{2}/$	$u_{0\lambda} / +\frac{1}{2}/$	
$w_{1\lambda} / -\frac{1}{2}/$	$w_{0\lambda} / -\frac{1}{2}/$	
$w_{1\lambda} / +\frac{1}{2}/$	$w_{0\lambda} / +\frac{1}{2}/$	
$\psi_{1\lambda} / -\frac{1}{2}/$	$\psi_{0\lambda} / -\frac{1}{2}/$	
$\psi_{1\lambda} / +\frac{1}{2}/$	$\psi_{0\lambda} / +\frac{1}{2}/$	

Przy superpozycji stanu naprężeń od obciążenia podstawowego z 6ω stanami naprężeń od obciążeń uzupełniających zastosujemy do tych ostatnich nieznanе narazie mnożniki X_1 . Sumaryczne wielkości parametrów brzegowych (oznaczone indeksem s) wynoszą więc:

$$\sum_{i=1}^{6\omega} X_i T_{i\lambda} / -\frac{1}{2}/ + T_{0\lambda} / -\frac{1}{2}/ = T_{s\lambda} / -\frac{1}{2}/$$

$$\begin{aligned}
 & \sum_{i=1}^{6\epsilon} X_1 T_{i\lambda} / + \frac{1}{2} / + T_{0\lambda} / + \frac{1}{2} / = T_{B\lambda} / + \frac{1}{2} / \\
 & \sum_{i=1}^{6\epsilon} X_1 N_{i\lambda} / - \frac{1}{2} / + N_{0\lambda} / - \frac{1}{2} / = N_{B\lambda} / - \frac{1}{2} / \\
 & \sum_{i=1}^{6\epsilon} X_1 N_{i\lambda} / + \frac{1}{2} / + N_{0\lambda} / + \frac{1}{2} / = N_{B\lambda} / + \frac{1}{2} / \\
 & \sum_{i=1}^{6\epsilon} X_1 M_{i\lambda} / - \frac{1}{2} / + M_{0\lambda} / - \frac{1}{2} / = M_{B\lambda} / - \frac{1}{2} / \\
 (4.16) \quad & \sum_{i=1}^{6\omega} X_1 M_{i\lambda} / + \frac{1}{2} / + M_{0\lambda} / + \frac{1}{2} / = M_{B\lambda} / + \frac{1}{2} / \\
 & \sum_{i=1}^{6\omega} X_1 u_{i\lambda} / - \frac{1}{2} / + u_{0\lambda} / - \frac{1}{2} / = u_{B\lambda} / - \frac{1}{2} / \\
 & \sum_{i=1}^{6\epsilon} X_1 u_{i\lambda} / + \frac{1}{2} / + u_{0\lambda} / + \frac{1}{2} / = u_{B\lambda} / + \frac{1}{2} / \\
 & \sum_{i=1}^{6\omega} X_1 w_{i\lambda} / - \frac{1}{2} / + w_{0\lambda} / - \frac{1}{2} / = w_{B\lambda} / - \frac{1}{2} / \\
 & \sum_{i=1}^{6\omega} X_1 w_{i\lambda} / + \frac{1}{2} / + w_{0\lambda} / + \frac{1}{2} / = w_{B\lambda} / + \frac{1}{2} / \\
 & \sum_{i=1}^{6\epsilon} X_1 \psi_{i\lambda} / - \frac{1}{2} / + \psi_{0\lambda} / - \frac{1}{2} / = \psi_{B\lambda} / - \frac{1}{2} / \\
 & \sum_{i=1}^{6\epsilon} X_1 \psi_{i\lambda} / + \frac{1}{2} / + \psi_{0\lambda} / + \frac{1}{2} / = \psi_{B\lambda} / + \frac{1}{2} /
 \end{aligned}$$

Równania (4.16) zapiszemy dla każdego $\lambda = 1, 2 \dots \omega$, otrzymując w efekcie układ 12 ω równań z 6 ω niewiadomymi X_1 oraz 6 ω nieznanymi wartościami brzegowymi.

Spośród 12 ω wartości oznaczonych indeksem "s" 6 ω jest z góry określona przez warunki brzegowe na płaszczyznach $z = \pm \frac{1}{2}$ zadane w każdym konkretnym problemie (najczęściej równe zero). W bardziej skomplikowanych zagadnieniach, np. sprężystego utwierdzenia znane jest 6 ω związków między tymi wielkościami. Rozwiązując układ tych 6 ω równań ze znanymi prawymi stronami, wyliczymy 6 ω niewiadomych X_1 , poprzez które należy pomnożyć poszczególne stany naprężeń od obciążeń uzupełniających, aby w efekcie superpozycji tych stanów z rozwiązaniem od obciążenia zasadniczego uzyskać spełnienie zadanych warunków brzegowych na płaszczyznach $z = \pm \frac{1}{2}$. Przy symetrycznych względem płaszczyzny $z = 0$ więzach przekrojów czołowych rury, po rozłączeniu obciążenia zasadniczego na symetryczne i antymetryczne, dla każdego z tych obciążeń prowadzimy osobne rozwiązania. Obciążenia uzupełniające muszą być dobrane w ten sposób, aby dla stanu symetrycznego stosować symetryczne obciążenia uzupełniające, zaś dla stanu antymetrycznego, obciążenie uzupełniające antysymetryczne. Dla każdej z tych części rozwiązania (symetrii i antysymetrii) wystarczy dobrać po 3 ω liniowo niezależne obciążenia uzupełniające, tak że w efekcie zamiast układu 6 ω równań z 6 ω niewiadomymi X_1 otrzymamy 2 układy 3 ω równań z 3 ω niewiadomymi X_1 w każdym. Przy niesymetrycznych względem płaszczyzny $z = 0$ więzach przekrojów czołowych rury podstawowe obciążenie także rozkłada się na symetryczne i antysymetryczne względem płaszczyzny $z = 0$, lecz problem warunków brzegowych na płaszczyznach $z = \pm \frac{1}{2}$ musi być rozpatrywany łącznie dla obu tych stanów naprężeń. Pamiętać przy tym należy, że w tym wypadku w skład obciążeń uzupełniających wchodzić muszą tak obciążenia symetryczne jak i antysymetryczne.

S t r e s z c z e n i e

W pracy podano rozwiązanie osiowo-symetrycznego stanu na -
prężen w grubościennej rurze wielowarstwowej pod wpływem ob-
ciążeń normalnych i stycznych dowolnie rozłożonych na dłu-
gości rury. Rura posiada skończoną długość, a na jej płasz-
czyznach czołowych mogą być zrealizowane dowolne warunki brze-
gowe. Rozwiązanie uzyskano w postaci szeregów Fouriera, któ-
rych współczynniki rozwinięcia są odpowiednimi kombinacjami
funkcji Bessela i Macdonalda. Dla transformacji tych współ-
czynników poprzez kolejne warstwy rury zastosowano algebrę
macierzy. Przedstawione rozwiązanie jest aktualne także dla
rury w sprężystym ośrodku dowolnego typu, w nieodkształcal-
nym ośrodku sztywnym, oraz dla wielowarstwowego walca z nie-
odkształcalnym, sztywnym rdzeniem w środku.

Literatura cytowana w tekście

1. H. Bufler, Der Spannungszustand in einer geschichteten Scheibe, ZAMM, T. 41 Nr 4, (1961).
2. H. Bufler, A. Seyer, Beitrag zum inhomogenen elastischen Halbraum bei ebenen und axialsymmetrischen Verzerrungszustand, Ing. Arch. T. 32, Z.5 (1963).
3. H. Bufler, Elastische Schicht und elastischer Halbraum bei stetig abnehmenden Elastizitätsmodul, Ing. Arch. T. 32, Z. 6 (1963).
4. H. Bufler, Der Spannungszustand in einem geschichteten Körper bei axialsymmetrischer Belastung, Ing. Arch. T. 30, Z. 6, (1961).
5. H. Bufler, Die Bestimmung des Spannungs - und Verschiebungszustandes eines geschichteten Körpers mit Hilfe von Übertragungsmatrizen, Ing. Arch. T. 31, Z. 4, (1962).
6. W. Krzyś, M. Życzkowski, Sprężystość i plastyczność, wybór zadań i przykładów, PWN Warszawa 1962.
7. G. Tolstow, Szeregi Fouriera, PWN Warszawa 1954.
8. S. Timoshenko, J.H. Goodier, Teoria sprężystości, Arkady, Warszawa 1962.

ZAGADNIENIE WSPÓŁPRACY DŹWIGARA POMOCNICZEGO W KRATOWYM MOŚCIE SUWNICOWYM TYPU ZAMKNIĘTEGO

W powyższym artykule rozpatrzono zagadnienie współpracy kratownicy pomocniczej mostu suwnicowego typu kratowego w świetle kilku metod obliczeniowych.

Celem niniejszej pracy jest przeprowadzenie analizy porównawczej wyników uzyskanych na podstawie metod uproszczonych i szczegółowych oraz wyciągnięcie wniosków co do ich dokładności.

1. W s t ę p

W praktyce inżynierskiej spotykamy konstrukcje mostów suwnicowych o układzie statycznym wielokrotnie niewyznaczalnym, przysparzającym wiele trudności w ścisłym ich obliczeniu. Z tego powodu konstruktorzy wprowadzają często daleko idące uproszczenia, których celem jest sprowadzenie układów przestrzennych do znacznie prostszych pod względem statycznym układów płaskich. Takie potraktowanie zagadnienia zawiera co najmniej duże nieprawidłowości jak: a) rachunkowe przeciążenie układu podstawowego kosztem odciążenia układów pomocniczych, b) nie uwzględnienie rzeczywistych naprężeń w układach pomocniczych, których poszczególne elementy projektowane są na obciążenie stałe z pominięciem części obciążenia ruchomego przekazującego się na kratę pomocniczą w wyniku uwzględnienia współpracy przestrzennej ustroju.

Wprowadzenie uproszczonych, lecz wystarczająco dokładnych dla celów praktycznych, metod obliczeniowych pozwala na znaczne zredukowanie nakładu pracy natury matema -

tycznej oraz umożliwia prawidłowe i bezpieczne rozwiązanie poszczególnych elementów konstrukcji. Z drugiej strony wiadome jest, że przesadna dokładność założeń i metod obliczeniowych prowadzi do wyników niezgodnych z rzeczywistą pracą konstrukcji, co zostało udowodnione na podstawie eksperymentalnych badań zarówno na modelach jak i obiektach rzeczywistych [5].

2. Założenia obliczeniowe

2.1. Metoda Bootha

Metoda Bootha oparta jest na założeniu rozdziału obciążenia ruchomego (użytkowego) proporcjonalnie do sztywności kratownicy głównej i pomocniczej z warunku ich jednakowych ugięć. Momenty bezwładności kratownicy głównej (J_1) i pomocniczej (J_2) obliczamy z warunku określenia środków ciężkości pól pasów względem osi obojętnej (poziomej) całej kratownicy z uwzględnieniem współczynnika wpływu wykratowania [3]

Obciążenie przekazywane na kratownicę pomocniczą.

$$Q_2 = \frac{J_2}{J_1 + J_2} \cdot P \quad (1)$$

oraz na kratownicę główną W_1

$$Q_1 = \frac{J_1}{J_1 + J_2} \cdot P \quad (2)$$

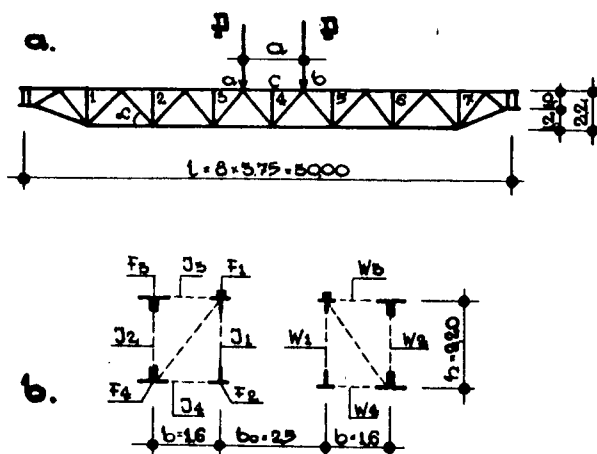
czyli, że $Q_1 = P - Q_2$

siła w zastrzale $S = \frac{Pw}{\cos \alpha}$

gdzie: P - nacisk pionowy koła wózka

Q_1, Q_2 - obciążenie przypadające na kratownicę główną i pomocniczą

- J_1, J_2 - moment bezwładności kratownicy głównej i pomocniczej (rys. 1)
- S - siła w zastrzale
- α - kąt nachylenia zastrzału względem osi pionowej
- P_w - obciążenie (siła) działające na węzeł.



Rys.1 a - Kratownica mostu suwnicowego
b - przekrój poprzeczny

Ze wzoru (1) wynika, że im większa jest sztywność kraty głównej, tym mniejszą część obciążenia przekazuje się na belkę pomocniczą i odwrotnie.

Wiatrownice przenoszą obciążenia poziome spowodowane przez siły bezwładności ($H = 0,10P$), przy czym obciążenie skupione rozdzielamy pomiędzy wiatrownice górne i dolne przy zastosowaniu tej samej metody.

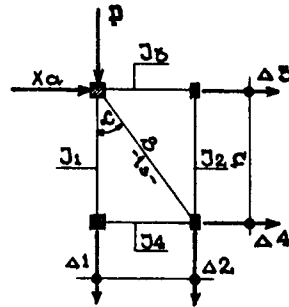
Zastrzały przenoszą obciążenia z dźwigara głównego na pomocniczy przy obciążeniach pionowych i poziomych, przy czym czynne są jedynie zastrzały znajdujące się w pobliżu wózka.

Ujemną stroną metody Bootha jest brak bliższego sprecyzowania obliczania zastrzałów, jak również nie uwzględnienie wpływu zamocowania kratownic poziomych w czołownicach oraz wpływu ograniczającego kół wózka.

2.2. Metoda dźwigarów składowych

Metoda powyższa polega na rozdzieleniu cztero-kratowego mostu na kratownice płaskie połączone za pomocą zastrzałów w sztywny ustrój (rys. 2).

Przyjmuje się, iż odkształcenie przekroju poprzecznego kratownicy zamkniętej wynosi zero, ponieważ przeciwdziałają mu zastrzały [9]. W rzeczywistości kratowy ustrój zamknięty ugina się i skręca, zmieniając nieznacznie swój kształt. Jest to jedyny i najmniejszy wpływ, który zostaje pominięty. Zakładamy, że tylko jeden albo dwa zastrzały pracują w bezpośrednim pobliżu wózka gdzie uważa się, że jest spełnione założenie niezmienności kształtu, tzn. że odkształcenia przekroju poprzecznego są równe zero.



Rys. 2

Przyjęto ponadto, że obciążenie pionowe jest przyłożone bezpośrednio w górnym pasie dźwigara głównego i w połowie rozpiętości.

$$\Delta_1 = (P - S \cdot \cos \alpha) \frac{l^3}{48 \cdot E \cdot J_1} \quad (3)$$

$$\Delta_2 = P \cdot \cos \alpha \frac{l^3}{48 \cdot E \cdot J_2} \quad (4)$$

$$\Delta_4 = P \cdot \sin \alpha \frac{l^3}{48 \cdot E \cdot J_4} \quad (5)$$

$$\Delta_3 = 0 \quad - \text{wskutek przeciwdziałania kół wózka}$$

gdzie: P - obciążenie pionowe

S - siła w zastrzale (tężnika)

l - rozpiętość mostu suwnicowego

EJ - sztywność przy zginaniu kratownicy rozpatrywanej jako belka

$\Delta_1, \Delta_2, \Delta_4$ - ugięcia wywołane siłą jednostkową zaczepioną w środku rozpiętości, jak dla belek wolno podpartych

J_1, J_2, J_4 - momenty bezwładności poszczególnych kratownic.

Warunek odkształcenia zerowego możemy wyrazić z wzoru

$$\frac{\Delta_1 - \Delta_2}{b} = \frac{\Delta_4 - \Delta_3}{h} \quad (6)$$

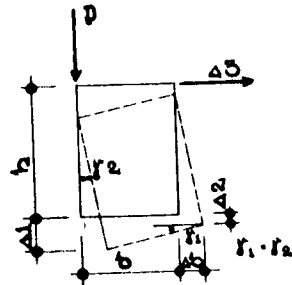
Równanie to oparte jest na przybliżeniu kątowym (rys. 3)

Siła ograniczająca koła wózka X_a

$$X_a = P \cdot \sin \alpha = \frac{Pb}{l}$$

Zakładając nieodkształcalność przekroju poprzecznego (6) i podstawiając odpowiednie wartości, otrzymamy siłę w zastrzale

$$S = \frac{P \cdot h \cdot l s}{\left(\frac{J_1}{J_4}\right) b^2 + \left(\frac{J_1}{J_2} + 1\right) h^2} \quad (7)$$



Rys. 3

Obciążenie przypadające na dźwigar główny W_1 i pomocniczy W_2

$$Q_1 = P - S \cdot \cos \alpha \quad (8)$$

$$Q_2 = S \cos \alpha$$

gdzie: l_g - długość zastrzału

b, h - szerokość i wysokość mostu

2.3. Metoda G.P. Gofmana [4]

Rozpatrzono most suwnicowy typu zamkniętego (rys. 1) składający się z kratownic pionowych połączonych kratowymi tężnikami poziomymi oraz poprzecznymi przeponami, tworzącymi układ przestrzenny. Skręcanie 4-kratowych mostów powstaje od działania, w głównej mierze, pionowego nacisku ruchomych kół wózka. W wyniku skręcania następuje rozdzielenie obciążenia na oddzielne elementy mostu [4], przy czym na kratownicę pomocniczą przechodzi pewna część obciążenia ruchomego. Przeprowadzone eksperymenty [5] potwierdzają pogląd, że poprzeczne przekroje mostu można przyjmować nie jako odkształcające się, a tylko obracające, wobec czego odpada statyczna niewyznaczalność przestrzennego systemu. Założenie o nieodkształcalności poprzecznych przekrojów równoznaczne jest z założeniem o nieskończenie sztywnych tężnikach poprzecznych.

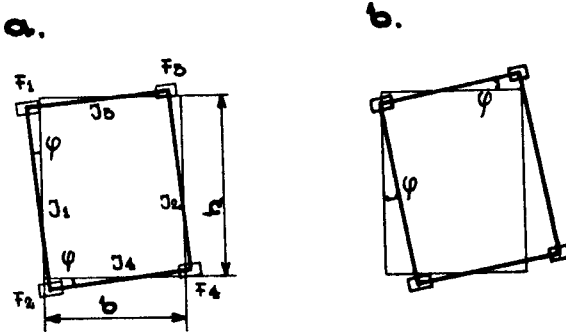
Oznaczając ugięcie każdej z krat w swojej płaszczyźnie przez f_1 i f_2 ; f_3 i f_4 oraz uważając kąt obrotu przekroju jako bardzo mały, wówczas przy poruszającym się wózku (rys.4a)

$$f_1 + f_2 = b\varphi \quad \text{oraz} \quad f_3 + f_4 = h\varphi \quad (9)$$

i przy nieruchomym (rys. 4b)

$$f_1 + f_2 = b\varphi \quad \text{i} \quad f_4 = h\varphi$$

gdzie: b - szerokość mostu (rozstaw kratownicy głównej i pomocniczej)
 h - wysokość mostu.



Rys. - 4 Przekrój poprzeczny mostu
 a - wózek ruchomy b - wózek nieruchomy

Założmy, że w płaszczyźnie kraty głównej W_1 działa siła pionowa P (rys. 5a). Jeżeli przez „0” oznaczymy środek zginania poprzecznego przekroju to nieosiowo działającą siłę P można zamienić na osiową (rys. 5b) wywołującą tylko zginanie i skręcanie momentem (rys. 5c)

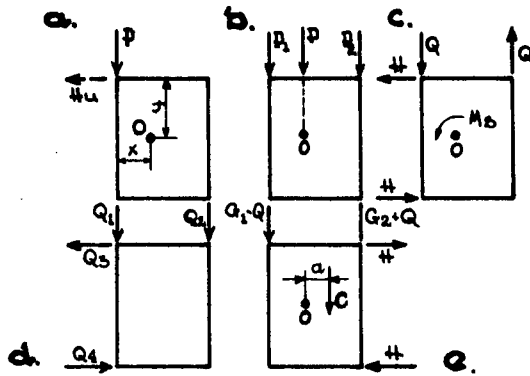
$$M_s = P \cdot x$$

$$\text{przy tym } P = P_1 + P_2 \quad \text{i} \quad P_1 x = P_2 (b - x)$$

$$\text{oraz} \quad M_s = Qb + Hh \quad (10)$$

Dla jednakowych warunków oparcia kratownic otrzymamy

$$\frac{f_1}{f_2} = \frac{J_2}{J_1} \quad \text{i} \quad \frac{f_3}{f_4} = \frac{J_4}{J_3}$$



Rys. 5 Schematy sił działających na przekrój poprzeczny połowy mostu

a- mimośrodowy od P, b- przyłożony osiowo P
 c- skręcającego momentu M_s , d- działających na poszczególne kratownice od nieosiowej P,
 e- jak wyżej od siły G

Wstawiając w równanie (9) przy poruszającym się wózku mamy:

$$f_1 \left(1 + \frac{J_1}{J_2}\right) b\varphi \quad i \quad f_3 \left(1 + \frac{J_3}{J_4}\right) = h\varphi$$

skąd

$$\frac{f_3}{f_1} \cdot \frac{\left(1 + \frac{J_3}{J_4}\right)}{\left(1 + \frac{J_1}{J_2}\right)} = \frac{h}{b}$$

ponieważ

$$\frac{f_3}{f_1} = \frac{H}{J_3} \cdot \frac{J_1}{Q}$$

to

$$\frac{H}{Q} \cdot \frac{J_1 J_2 (J_3 + J_4)}{J_3 J_4 (J_1 + J_2)} = \frac{h}{b}$$

oznaczając
$$\alpha_1 = \frac{J_1 J_2 (J_3 + J_4)}{J_3 J_4 (J_1 + J_2)} \quad (11)$$

oraz
$$\lambda = \frac{b}{h} = r \quad \text{wówczas} \quad H = \frac{Q}{\alpha_1 \cdot \lambda}$$

z równania (10)

$$H = \frac{Ms - Qb}{h}, \quad \frac{Q}{\alpha_1 \cdot \lambda} = \frac{Ms - Qb}{h} \quad (12)$$

Odległość środka ciężkości momentów bezwładności płaskich kratownic x możemy wyznaczyć ze wzoru:

$$x = \frac{J_2}{J_1 + J_2} b$$

wstawiając do równania (12) otrzymamy

$$Q = \frac{J_2}{J_1 + J_2} \cdot \frac{\alpha_1 \lambda^2}{1 + \alpha_1 \cdot \lambda^2} P \quad (13)$$

$$H = \frac{J_2}{J_1 + J_2} \cdot \frac{\lambda}{1 + \alpha_1 \lambda^2} P$$

Oznaczmy obciążenia od nieosiowo przyłożonej siły P na oddzielne kraty przez Q_1 , Q_2 , Q_3 i Q_4 wówczas z warunku statycznej zależności sił P_1 i P_2 z siłą P wynika:

$$P_1 = \frac{J_1}{J_1 + J_2} P \quad \text{i} \quad P_2 = \frac{J_2}{J_1 + J_2} P \quad (14)$$

skąd obciążenie przypadające na kratownicę główną W_1

$$Q_1 = P_1 + Q = (J_1 + J_2 \frac{\alpha_1 \lambda^2}{1 + \alpha_1 \lambda^2}) \frac{P}{J_1 + J_2} \quad (15)$$

obciążenie przypadające na kratownicę pomocniczą W_2

$$Q_2 = P_2 - Q = \frac{J_2}{J_1 + J_2} \frac{1}{1 + \alpha_1 \lambda^2} P \quad (16)$$

obciążenie na kratownicę poziomą górną i dolną (rys. 5d)

$$Q_3 = -Q_4 = H = \frac{J_2}{J_1 + J_2} \cdot \frac{\lambda}{1 + \alpha_1 \lambda^2} \cdot P = Q_2 \quad (17)$$

Jeżeli sposób oparcia krat jest różny, np. pionowe kratownice W_1 i W_2 są swobodnie podparte, a poziome W_3 i W_4 zamocowane w czołownicach, jak to powszechnie ma miejsce, wówczas dla powyższego założenia możemy napisać:

$$J_3 = J_3' \frac{f_3}{f_3'} \quad \text{i} \quad J_4 = J_4' \frac{f_4}{f_4'} \quad (18)$$

gdzie: J_3' i J_4' - rzeczywiste momenty bezwładności tych krat
 f_3 , f_4 i f_3' , f_4' - ich ugięcia dla swobodnie podpartej i zamocowanej kraty W_3 i W_4 w czołownicach.

W przypadku pełnego zamocowania na kratę pomocniczą przekazuje się największą część obciążenia.

Oprócz części obciążenia ruchomego (16) kratownicę pomocniczą oblicza się również na obciążenie od ciężaru własnego samej kraty i części obciążenia od ciężaru własnego kraty głównej i pomocniczych. Napędowe układy, kabina itp. także wywołują skręcanie. Jeżeli obciążenie G przyłożone jest nieosiowo (rys. 5e) to wywołane tym siły Q i H wyznaczamy z wzoru (12), w których $M_s = G \cdot a$. Dla przypadku ruchomego wózka α_1 wyznacza się z wzoru (11) a dla nieruchomego przy $J_3 = \infty$

$$\alpha_2 = \frac{J_1 J_2}{J_4 (J_1 + J_2)}$$

i podobnie do wzorów (14)

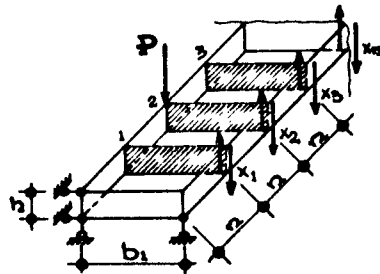
$$G_1 = \frac{J_1}{J_1 + J_2} G \text{ i } G_2 = \frac{J_2}{J_1 + J_2} G \text{ tj. } \frac{G_1}{G_2} = \frac{J_1}{J_2} \quad (19)$$

Po przekazaniu obciążenia według podanego sposobu rozkładamy przestrzenną konstrukcję mostu na kraty płaskie, które z kolei obliczamy znanymi sposobami. W zwykłych czterokratowych mostach wpływ skręcania od siły poziomej H_u (przy hamowaniu mostu rys. 5a) jest mały i można pominąć, przyjmując siłę H_u w pełni przekazującą się na kratownicę poziomą W_3 , o ile oczywiście siły te nie są bezpośrednio przyłożone do czołownicy.

Przeprowadzone badania [8] wskazują, że na dolne stężenia przekazuje się przykładowo $1/3 H_u$.

2.4. Według metody Ch.A. Winokurskiego [11]

Dokonując przecięcia więzów w miejscu przyłączenia przepon poprzecznych (tężników) z kratą W_2 (rys.6) zamieniamy układ statycznie wewnętrznie niewyznaczalny na statycznie wyznaczalny. Przy jednakowym sposobie oparcia przegubowego kratownic na podporach i dla warunku przyłożenia obciążenia od nacisku kół wózka P w kracie głównej W_1 , - można ogólną postać ugięcia jednej przepony w środku rozpiętości przedstawić wg wzoru



Rys. 6. Schemat przepon

$$\beta \sum y_{ik} \cdot X_i + \frac{K_p \cdot \alpha}{n^3} X_i = k_1 \sum y_{ik} P_i \quad (20)$$

gdzie:

$\beta \sum y_{ik} X_i$ - ugięcie przepony w miejscu przecięcia fikcyjnego wskutek przemieszczenia kraty W

$\frac{K_p \cdot \alpha}{n^3} X_i$ - jak wyżej lecz wskutek odkształcenia samej przepony od $X_i = 1$

$K_1 \sum y_{ik} P_i$ - jak wyżej lecz od wpływu obciążenia zewnętrznego.

Po uproszczeniu wzoru (20) otrzymamy

$$X_i = \frac{K_1 P_i}{\beta + \frac{K_p \cdot \alpha}{y_{ik} \cdot n^3}} \quad (21)$$

gdzie:

P_i - nacisk na jedną oś obciążonego wózka

$\beta = K_1 + K_2 + r^2 (K_3 + K_4)$ współczynnik (22)

K - stosunek momentów bezwładności kratownic

$$K_1 = 1 ; K_2 = \frac{J_1}{J_2} ; K_3 = \frac{J_1}{J_3} ; K_4 = \frac{J_1}{J_4} ; K_p = \frac{J_1}{J_p} \quad (23)$$

y_{ik} - przemieszczenie przepony z równania linii wpływowej od siły $P = 1$

n - rozstaw przepon

J - momenty bezwładności kratownic (rys. 1)

J_p - moment bezwładności przepony (tężnika)

b - rozstaw kratownic

h - wysokość kratownicy

$$r = \frac{b}{h} ; \quad \alpha = \frac{b^3}{3} (1 + r) \quad (24)$$

Przyjmując natomiast przepony sztywne tzn. takie, których odkształcenia nieznacznie różnią się od odkształceń kratownic, możemy wówczas pominąć czynnik odkształcenia samej przepony, przyjmując

$$\frac{K_p \cdot \alpha \cdot X_i}{n^3} = 0$$

wobec czego wzór (21) znakomicie się uprości i otrzymamy

$$X_i = \frac{P}{\beta} \quad (25)$$

Jeżeli obciążenie poziome H działa w płaszczyźnie kratownicy poziomej W_3 lub W_4 , wówczas wzór (21 i 25) można przedstawić w następującej postaci

$$X_i = \frac{r K_{3(4)} H}{\beta + \frac{K_p \cdot \alpha}{\sum y_{1k} \cdot n^3}} \quad (26)$$

oraz

$$X_i = \frac{r K_{3(4)} H}{\beta} \quad (27)$$

Przyjmując kratownice poziome zamocowane w czołownicach wówczas wzór (25) przybierze następującą postać:

$$X_i = \frac{P}{\beta'} \quad (28)$$

$$\text{przy czym } \beta' = K_1 + K_2 + r^2 (\xi_3 K_3 + \xi_4 K_4) \quad (29)$$

$$\text{gdzie: } t_3 = \frac{1 + 4 t_3}{4 (1 + t_3)} \quad \text{oraz} \quad t_4 = \frac{1 + t_4}{4 (1 + t_4)} \quad (30)$$

$$t_3 = \frac{H_3 J_3 b_0}{1 \cdot J_{cz}} \quad \text{i} \quad t_4 = \frac{H_4 J_4 b_0}{1 \cdot J_{cz}} \quad (31)$$

gdzie: t_3 i t_4 - stosunek liniowej sztywności kratownicy W_3 i W_4 do czołownicy

J_{cz} - moment bezwładności czołownicy

b_0 - rozstaw kratownic głównych

κ - współczynnik skratowania

Obciążenie przypadające na kratownicę główną (W_1) i pomocniczą (W_2)

$$Q_1 = P_1 - X_1 \quad (32)$$

$$Q_2 = X_1 \quad (33)$$

2.5. Według uproszczonych wzorów autora [7]

Wzory autora dotyczące rozpatrywanej skręcanej kratownicy wyprowadzono podobnie jak w metodzie Gofmana, tzn. przy założeniu rozkładu momentu skręcającego na płaskie kratownice traktowane jako belki, przy czym zamiast momentów bezwładności wprowadzono powierzchnie przekrojów pasów, co pozwoliło na wyeliminowanie empirycznych współczynników skratowania μ .

Przyjęto następujące założenia:

1. Przekrój pasów kraty (belki) W_1 i W_2 jest stały na całej długości.
2. Pominięto wpływ tężników poprzecznych na swobodne odkształcenie kratownic.
3. Kratownice pionowe W_1 i W_2 są swobodnie podparte, natomiast kratownice poziome W_3 i W_4 zamocowane w czołownicach.

Przybliżony sposób obliczania polega na rozłożeniu momentu skręcającego pomiędzy płaskie kraty traktowane jako belki, przy czym moment skręcający rozkłada się na 2 pary sił (rys. 7).

$$M_s = Q \cdot b + Hh \quad (34)$$

Zagadnienia współpracy dźwigara

Znajdujemy sprężysty środek ciężkości "O", tj. środek ciężkości momentów bezwładności płaskich krat, w którym to punkcie przypadające obciążenie wywołuje jednakowe ugięcie kratownic pionowych.

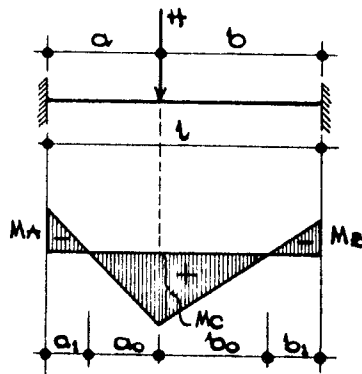
Dla wyznaczenia niewiadomych sił Q i H posługujemy się zasadą minimum pracy sił wewnętrznych dla znanego momentu skręcającego przedstawiającego zewnętrzne obciążenie.

Pracę energii sprężystej momentu zginającego wyraża wzór

ogólnie

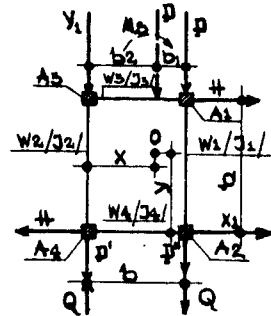
$$L = \int \frac{M^2 dx}{2 E J} \quad (35)$$

Przyjmując układ kratownic poziomych W_3 i W_4 zamocowanych w czołownicach (rys. 8)



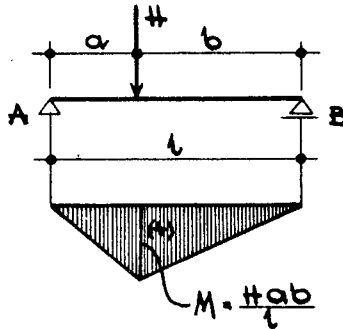
Rys. 8

$$L^{(3)} = \frac{H^2}{J_3} \cdot \Phi_1; \quad L^{(4)} = \frac{H^2}{J_4} \Phi_1 \quad (36)$$



Rys. 7 Rozkład momentu skręcającego

i podobnie dla kratownic (belek) W_3 i W_4 podpartych przegubowo w czołownicach (rys. 9)



Rys. 9

$$L^{(3)} = \frac{H^2}{J_3} \eta_1; \quad L^{(4)} = \frac{H^2}{J_4} \eta_2$$

gdzie:

$$\Phi_1 = \left[\frac{a^2 b^2}{6 E I^4} (b^2 a_1 + a^2 b_1) + \frac{a^4 b^4}{3 E I^6} (a_0 + a_0) \right]; \eta_1 = \frac{a^2 b^2}{6 E I}$$

η_1 - współczynnik obliczeniowy

$L^{(3)}, L^{(4)}$ - praca energii sprężystej kratownicy poziomej W_3 i W_4

Q i H - składowa pionowa i pozioma

$K_1, K_2 \dots K_n$ - jak we wzorach (23)

Dla kratownic pionowych W_1 i W_2 opartych przegubowo w czołownicach

$$L^{(1)} = \frac{Q^2}{J_1} \eta_1; \quad L^{(2)} = \frac{Q^2}{J_2} \eta_1 \quad (37)$$

gdzie: $L^{(1)}$ i $L^{(2)}$ - praca energii sprężystej kratownicy pionowej W_1 i W_2

Wprowadzając przekształcony wzór (34) do wzorów (36 i 37) otrzymamy:

$$L = \left(\frac{Ms - H \cdot h}{b} \right)^2 (K_1 + K_2) \eta_1 + H^2 \Phi_1 (K_3 + K_4)$$

Posługując się zasadą najmniejszej pracy, różniczkując pracę L względem siły H ($\frac{dL}{dH} = 0$) i przyrównując do zera otrzymamy

$$H = \frac{Ms \cdot h \cdot \eta_1 (K_1 + K_2)}{b^2 \Phi_1 (K_3 + K_4) + h^2 \eta_1 (K_1 + K_2)} \quad (38)$$

Wstawiając H w równanie przekształcone $Q = \frac{1}{b} (Ms - H \cdot h)$ i przyjmując za:

$$\xi = \frac{K_3 + K_4}{K_1 + K_2} \quad \text{oraz} \quad \vartheta = \frac{1}{\xi} \quad \text{otrzymamy:}$$

$$Q = \frac{Msb}{b^2 + h^2 \eta_1 \frac{\vartheta}{\Phi_1}} ; H = \frac{Msh}{h \eta_1 + b^2 \Phi_1 \cdot \frac{\xi}{\eta_1}} \quad (39)$$

ponieważ

$$x = \frac{(F_1 + F_2)b}{\Sigma F} \quad \text{oraz} \quad Ms = P \cdot b_1 = P \frac{(F_3 + F_4)b}{\Sigma F} \quad (40)$$

wówczas składowe obciążenie P oznaczone przez P' i P'' (rys.7) określamy z przekształcenia wzorów (40)

$$P' = \frac{P \cdot b_1}{b} = P \frac{(F_3 + F_4)}{\Sigma F}, \quad P'' = \frac{P \cdot b_2}{b} = P \frac{(F_1 + F_2)}{\Sigma F} \quad (41)$$

gdzie: $\Sigma F = F_1 + F_2 + F_3 + F_4$ - powierzchnie przekrojów pasów kratownic

b, b_1, b_2, x - wg oznaczenia na rys. 4.

Obciążenie przypadające na kratownicę pionową przy przyjęciu sztywnego zamocowania kratownic poziomych W_3 i W_4 w czołownikach otrzymamy z sumowania składowych według schematu podanego na rys. 7.

Obciążenie przekazywane na kratownicę pionową główną (W_1)

$$P_g = P'' + Q \quad (42)$$

Obciążenie przekazywane na kratownicę pionową pomocniczą (W_2)

$$P_p = P' - Q \quad (43)$$

Wstawiając do wzorów (41) za $M_s = \frac{P(F_3 + F_4)b}{\Sigma F}$ oraz przyjmując momenty bezwładności poszczególnych kratownic ze wzoru

[3]

$$J_1 = \frac{(F_1 + F_k)h^2}{4\mu} \quad \text{tj.} \quad K_1 = \frac{4\mu}{(F_1 + F_k)h^2} \quad (43)$$

(przy czym dla kratownic poziomych W_3 i W_4 zamiast h^2 wystąpi czynnik b^2) - otrzymamy:

$$P_g = \frac{P}{\Sigma F} \left[(F_1 + F_2) + \frac{F_3 + F_4}{1 + \frac{\Phi_1}{\eta_1} \frac{(F_1 + F_3)(F_2 + F_4)}{(F_1 + F_2)(F_3 + F_4)}} \right] \quad (44)$$

$$P_p = \frac{P(F_3 + F_4)}{\Sigma F} \left[1 - \frac{1}{1 + \frac{\eta_1}{\Phi_1} \frac{(F_1 + F_3)(F_2 + F_4)}{(F_1 + F_2)(F_3 + F_4)}} \right] \quad (45)$$

Przyjmując natomiast przegubowe podparcie kratownic poziomych W_3 i W_4 w czołownicach, wzory na P_g i P_p będą miały podobną postać, lecz bez współczynników η_1 i Φ_1 .

2.6. Rozpatrzenie przestrzennego systemu kratowego metodą sił [7]

W celu uzyskania pełniejszego materiału porównawczego przeprowadzono analizę obliczeniową metodą dokładną, uwzględniając wpływ zamocowania kratownic poziomych (W_3 i W_4) w czołownicach i wpływ tężników poprzecznych na wartość niewiadomych X_n oraz ograniczającego wpływu obciążonych kół wózka na górną kratownicę.

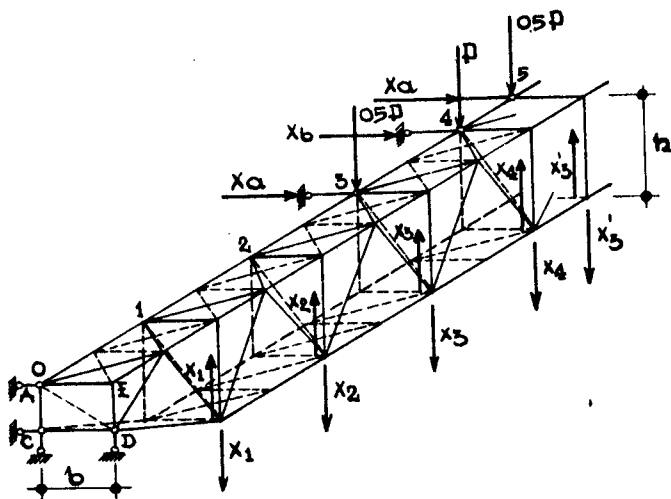
Przykłady przytoczone przez niektórych autorów [1], [3], [11], wskazują, że przy ruchu obciążonego wózka zachodzi odkształcenie poziome toru suwnicowego ułożonego na pasach górnych kratownicy głównej.

Jeżeli z kolei wózek jest nieruchomy to wówczas przy podnoszeniu ciężaru tor mostu nie ulega zmianie, tzn. że w tym wypadku wózek staje się podporą dla poziomych kratownic górnych, co równoznaczne jest w wprowadzeniu dla tych belek dodatkowych węzłów "a" i "b" w przęsle.

Kratownicę, która stanowi układ wielokrotnie statycznie niewyznaczalny, przekształcono przez przecięcie więzów nadliczbowych na schemat zastępczy (statycznie wyznaczalny i geometrycznie niezmienny), przy czym działanie tych więzów zastąpiono siłami niewiadomymi $X_1, X_2 \dots X_n$, czyli pierwiastkami układu równań kanonicznych metody sił.

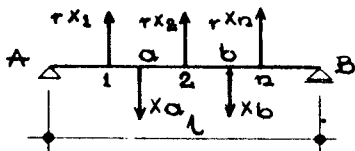
Przecięcia dokonano w miejscach przyłączenia ram poprzecznych z kratownicą pomocniczą W_2 (rys. 10).

Dodatkowe podpory "a" i "b" zamieniamy na siły X_a i X_b . Przy działaniu obciążenia P powstają poziome siły $Q_3 = r \cdot X_1$



Rys. 10

zginające belki W_3 w swoich płaszczyznach (rys. 11).



Rys. 11

Ogólnie równanie ramy (bez dodatkowych podpór) w oparciu o metodę Ch.A. Winokurskiego [11] możemy przedstawić następująco [7]

$$\sum \left[\beta y_{ni} - r^2 K_3 (A_n^W \cdot \eta_{A_1}^{(3)} + B_n^W \cdot \eta_{B_1}^{(3)}) - r^2 K_4 (A_n^W \cdot \eta_{A_1}^{(4)} + B_n^W \cdot \eta_{B_1}^{(4)}) \right] x_1 - r K_3 \left[y_{nc} - A_n^W \cdot \eta_{A_c}^{(3)} + B_n^W \cdot \eta_{B_c}^{(3)} \right] x_a -$$

$$- r K_3 \left[y_{nR} - (A_n^W \cdot \eta_{AR}^{(3)} + B_n^W \cdot \eta_{BR}^{(3)}) \right] X_b = K_1 \sum y_{ki} P_1 \quad (46)$$

Dodatkowe równanie dla podpory a i b (przepony R i c)

$$\begin{aligned} \sum \left[r \cdot y_{Ri} - (A_w^W \cdot \eta_{Ai}^{(3)} + B_w^W \cdot \eta_{Bi}^{(3)}) \right] X_i - \left[y_{RR} - (A_w^W \cdot \eta_{AR}^{(3)} + \right. \\ \left. + B_w^W \cdot \eta_{BR}^{(3)}) \right] X_a - \left[y_{Rc} - (A_w^W \cdot \eta_{Ac}^{(3)} + B_w^W \cdot \eta_{Bc}^{(3)}) \right] X_b = 0 \end{aligned} \quad (47)$$

$$\begin{aligned} \sum \left[r \cdot y_{ci} - (A_c^W \cdot \eta_{Ai}^{(3)} + B_c^W \cdot \eta_{Bi}^{(3)}) \right] X_i - \left[y_{cw} - (A_c^W \cdot \eta_{Aw}^{(3)} + \right. \\ \left. + B_c^W \cdot \eta_{Bw}^{(3)}) \right] X_a - \left[y_{cc} - (A_c^W \cdot \eta_{Ac}^{(3)} + B_c^W \cdot \eta_{Bc}^{(3)}) \right] X_b = 0 \end{aligned}$$

gdzie

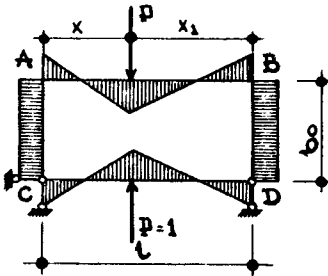
$\sum y_{ni}, \sum y_{nc}, \sum y_{nR}, \sum y_{Rc}, \sum y_{ci}, \sum y_{cc}, \sum y_{cw}$ - ugięcia poprzecznej ramy w punkcie i, c, R, W od przemieszczenia swobodnie podpartej belki W_3 (W_4)

ogólnie

$A_n^W \eta_{Ak}^{(3 \text{ i } 4)}$ i $B_n^W \eta_{Bk}^{(3 \text{ i } 4)}$ - ugięcie ramy od przemieszczenia zamocowanej belki W_3 i W_4 w czołownicach

A_n^W, B_n^W - reakcje wtórne od siły $P = 1$ przyłożonej w punkcie "i" przy połączeniu sztywnym belki (kraty) W_3 i W_4 z czołownicami

η_{A_i}, η_{B_i} - rzędne linii wpływowych momentów podporowych w symetrycznej ramie poziomej od obciążenia symetrycznego $P = 1$ przyłożonego w punkcie "i" (rys. 12).



Rys. 12

Według powyższych wzorów wypro-
wadzono równania ram poprzecz-
nych podług schematu obciąże-
niowego podanego na rys. 10 dla
 $n = 1, 3, 5$ i 7 ram (tężników).
Dla uproszczenia przyjęto $P_1 =$
 $P_2 = P$, wobec czego $X_1 = X_7$; $X_2 =$
 X_6 i $X_3 = X_5$

β - jak we wzorze (22) $r = \frac{b}{h}$; K_n - ze wzorów (23)

$$\beta' = K_1 + K_2 + r^2 K_4.$$

2.7. Równania ram

2.7.1. Dla 1 ramy w środku rozpiętości

$$r \left[\gamma_{44} - r^2 K_4 (A_4^w \cdot \eta_{A_4}^{(4)} + B_4^w \cdot \eta_{B_4}^{(4)}) \right] X_4 = K_1 \left[(\gamma_{43} + \gamma_{45}) 0,5P + \gamma_{44} P \right]$$

$$X_4 = \frac{K_1 \left[(\gamma_{43} + \gamma_{45}) 0,5P + \gamma_{44} P \right]}{\left[\gamma_{44} - r^2 K_4 (A_4^w \cdot \eta_{A_4}^{(4)} + B_4^w \cdot \eta_{B_4}^{(4)}) \right]} \quad (48)$$

2.7.2. Dla 3 ram

W celu zmniejszenia nakładu pracy w rozwiązaniu znacznej
ilości równań wyprowadzono równania ram poprzecznych przy
uwzględnieniu 3 ram.

$$\begin{aligned}
 X_3 &= X_3 \\
 &\left[\beta' (y_{33} + y_{35}) - r^2 K_4 (A_3^w \cdot \eta_{A3}^{(4)} + B_3^w \cdot \eta_{B3}^{(4)} + A_3^w \cdot \eta_{A5}^{(4)} + \right. \\
 &\left. + B_3^w \cdot \eta_{B5}^{(4)}) \right] X_3 + \left[\beta' y_{34} - r^2 K_4 (A_3^w \cdot \eta_{A4}^{(4)} + B_5^w \cdot \eta_{B4}^{(4)}) \right] X_4 = \\
 &= K_1 \left[(y_{33} + y_{35}) 0,5P + y_{34}P \right] \quad (49)
 \end{aligned}$$

Podobnie dla czterech ram (X_4)

$$\begin{aligned}
 &\left[\beta' (y_{43} + y_{45}) - r^2 K_4 (A_4^w \cdot \eta_{A3}^{(4)} + B_4^w \cdot \eta_{B3}^{(4)} + A_4^w \cdot \eta_{A5}^{(4)} + \right. \\
 &\left. + B_4^w \cdot \eta_{A5}^{(4)}) \right] X_3 + r \left[y_{44} - r^2 K_4 (A_4^w \cdot \eta_{A4}^{(4)} + B_4^w \cdot \eta_{B4}^{(4)}) \right] X_4 = \\
 &= K_1 \left[(y_{43} + y_{45}) 0,5P + y_{44}P \right] \quad (50)
 \end{aligned}$$

oznaczając $\Phi_n = \frac{r^2 K_n}{\beta'}$ i $\phi = \frac{1}{\beta'}$ uzyskujemy pewne uproszczenie wzorów.

2.7.3. Dla 5 ram

Nr 2.

$$\begin{aligned}
 &\left[\beta' (y_{22} + y_{26}) - r^2 K_3 (A_2^w \cdot \eta_{A2}^{(3)} + B_2^w \cdot \eta_{B2}^{(3)} + A_2^w \cdot \eta_{A6}^{(3)} + B_2^w \cdot \eta_{B6}^{(3)}) - \right. \\
 &\left. - r^2 K_4 (A_2^w \cdot \eta_{A2}^{(4)} + B_2^w \cdot \eta_{B2}^{(4)} + A_2^w \cdot \eta_{A6}^{(4)} + B_2^w \cdot \eta_{B6}^{(4)}) \right] X_2 +
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \left[\beta (y_{23} + y_{25}) - r^2 K_3 (A_2^w \cdot \eta_{A3}^{(3)} + B_2^w \cdot \eta_{B3}^{(3)} + A_2^w \cdot \eta_{A5}^{(3)} + B_2^w \cdot \eta_{B5}^{(3)}) \right. \\
& - r^2 K_4 (A_2^w \cdot \eta_{A3}^{(4)} + B_2^w \cdot \eta_{B3}^{(4)} + A_2^w \cdot \eta_{A5}^{(4)} + B_2^w \cdot \eta_{B5}^{(4)}) \left. \right] X_3 + \\
& + \left[\beta \cdot y_{24} - r^2 K_3 (A_2^w \cdot \eta_{A4}^{(3)} + B_2^w \cdot \eta_{B4}^{(3)}) - r^2 K_4 (A_2^w \cdot \eta_{A4}^{(4)} + B_2^w \cdot \eta_{B4}^{(4)}) \right] X_4 - \\
& - r K_3 \left[(y_{23} + y_{25}) - (A_2^w \cdot \eta_{A3}^{(3)} + B_2^w \cdot \eta_{B3}^{(3)} + A_2^w \cdot \eta_{A5}^{(3)} + B_2^w \cdot \eta_{B5}^{(3)}) \right] X_1 - \\
& - r K_3 \left[y_{24} - (A_2^w \cdot \eta_{A4}^{(3)} + B_2^w \cdot \eta_{B4}^{(3)}) \right] X_b = \\
& = K_1 \left[(y_{23} + y_{25}) \frac{P}{2} + y_{24} P \right] \quad (51)
\end{aligned}$$

Nr 3.

$$\begin{aligned}
& \left[\beta (y_{32} + y_{36}) - r^2 K_4 (A_3^w \cdot \eta_{A2}^{(4)} + B_3^w \cdot \eta_{B2}^{(4)} + A_3^w \cdot \eta_{A6}^{(4)} + \right. \\
& + B_3^w \cdot \eta_{B6}^{(4)}) \left. \right] X_2 + \left[\beta (y_{33} + y_{35}) - r^2 K_4 (A_3^w \cdot \eta_{A3}^{(4)} + B_3^w \cdot \eta_{B3}^{(4)} + \right. \\
& + A_3^w \cdot \eta_{A5}^{(4)} + B_3^w \cdot \eta_{B5}^{(4)}) \left. \right] X_3 + \left[\beta y_{34} - r^2 K_4 (A_3^w \cdot \eta_{A4}^{(4)} + \right. \\
& + B_3^w \cdot \eta_{B4}^{(4)}) \left. \right] X_4 = K_1 \left[(y_{33} + y_{35}) \frac{P}{2} + y_{34} P \right] \quad (52)
\end{aligned}$$

Nr 4.

$$\left[\beta (y_{42} + y_{46}) - r^2 K_4 (A_4^w \cdot \eta_{A2}^{(4)} + B_4^w \cdot \eta_{B2}^{(4)} + A_4^w \cdot \eta_{A6}^{(4)} + \right.$$

$$\begin{aligned}
 & + B_4 \cdot \eta_{B6}^{(4)} \Big] X_2 + \left[\beta^2 (y_{43} + y_{45}) - r^2 K_4 (A_4 \cdot \eta_{A3} + \right. \\
 & + B_4 \cdot \eta_{B3}^{(4)} + A_4 \cdot \eta_{A5}^{(4)} + B_4 \cdot \eta_{B5}^{(4)} \Big] X_3 + \left[\beta^2 y_{44} - r^2 K_4 \right. \\
 & \left. (A_4 \cdot \eta_{A4}^{(4)} + B_4 \cdot \eta_{B4}^{(4)}) \right] X_4 = K_1 \left[(y_{43} + y_{45}) \frac{P}{2} + y_{44} P \right] \quad (53)
 \end{aligned}$$

Równania X_a i X_b

X_a

$$\begin{aligned}
 & r \left[(y_{32} + y_{36}) - (A_3 \cdot \eta_{A2}^{(3)} + B_3 \cdot \eta_{B2}^{(3)} + A_3 \cdot \eta_{A6}^{(3)}) \right] X_2 + \\
 & + r \left[(y_{33} + y_{35}) - (A_3 \cdot \eta_{A3}^{(3)} + B_3 \cdot \eta_{B3}^{(3)} + A_3 \cdot \eta_{A5}^{(3)} + \right. \\
 & + B_3 \cdot \eta_{B5}^{(3)}) \Big] X_3 + r \left[y_{34} - (A_3 \cdot \eta_{A4}^{(3)} + B_3 \cdot \eta_{B4}^{(3)}) \right] X_4 - \\
 & - \left[(y_{33} + y_{35}) - (A_3 \cdot \eta_{A3}^{(3)} + B_3 \cdot \eta_{B3}^{(3)} + A_3 \cdot \eta_{A5}^{(3)} + B_3 \cdot \eta_{B5}^{(3)}) \right] X_a - \\
 & - \left[y_{34} - (A_3 \cdot \eta_{A4}^{(3)} + B_3 \cdot \eta_{B4}^{(3)}) \right] X_b = 0 \quad (54)
 \end{aligned}$$

X_b

$$\begin{aligned}
 & r \left[(y_{42} + y_{46}) - (A_4 \cdot \eta_{A2}^{(4)} + B_4 \cdot \eta_{B2}^{(4)} + A_4 \cdot \eta_{A6}^{(4)} + B_4 \cdot \eta_{B6}^{(4)}) \right] X_2 + \\
 & + r \left[(y_{43} + y_{45}) - (A_4 \cdot \eta_{A3}^{(4)} + B_4 \cdot \eta_{B3}^{(4)} + A_4 \cdot \eta_{A5}^{(4)} + B_4 \cdot \eta_{B5}^{(4)}) \right] X_3 + \\
 & + r \left[(y_{44} - (A_4 \cdot \eta_{A4}^{(4)} + B_4 \cdot \eta_{B4}^{(4)})) X_4 - \left[(y_{43} + y_{45}) - (A_4 \cdot \eta_{A3}^{(4)} + \right. \right.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & + B_4 \cdot \eta_{B3}^{(3)} + A_4 \cdot \eta_{A5}^{(3)} + B_4 \cdot \eta_{B5}^{(3)} \Big] X_a - \left[y_{44} - (A_4 \cdot \eta_{A4}^{(3)} + \right. \\
 & \left. + B_4 \cdot \eta_{B4}^{(3)} + B_4 \cdot \eta_{B4}^{(3)}) \right] X_b = 0 \quad (55)
 \end{aligned}$$

2.7.4. Dla 7 ram

Nr 1.

$$\begin{aligned}
 & \left[\beta(y_{11} + y_{17}) - r^2 K_3 (A_1 \cdot \eta_{A1}^{(3)} + B_1 \cdot \eta_{B1}^{(3)} + A_1 \cdot \eta_{A7}^{(3)} + B_1 \cdot \eta_{B7}^{(3)}) - \right. \\
 & \left. - r^2 K_4 (A_1 \cdot \eta_{A1}^{(4)} + B_1 \cdot \eta_{B1}^{(4)} + A_1 \cdot \eta_{A7}^{(4)} + B_1 \cdot \eta_{B7}^{(4)}) \right] X_1 + \\
 & + \left[\beta(y_{12} + y_{16}) - r^2 K_3 (A_1 \cdot \eta_{A2}^{(3)} + B_1 \cdot \eta_{B2}^{(3)} + A_1 \cdot \eta_{A6}^{(3)} + B_1 \cdot \eta_{B6}^{(3)}) - \right. \\
 & \left. - r^2 K_4 (A_1 \cdot \eta_{A2}^{(4)} + B_1 \cdot \eta_{B2}^{(4)} + A_1 \cdot \eta_{A6}^{(4)} + B_1 \cdot \eta_{B6}^{(4)}) \right] X_2 + \\
 & \left[\beta(y_{13} + y_{15}) - r^2 K_3 (A_1 \cdot \eta_{A3}^{(3)} + B_1 \cdot \eta_{B3}^{(3)} + A_1 \cdot \eta_{A5}^{(3)} + B_1 \cdot \eta_{B5}^{(3)}) - \right. \\
 & \left. - r^2 K_4 (A_1 \cdot \eta_{A3}^{(4)} + B_1 \cdot \eta_{B3}^{(4)} + A_1 \cdot \eta_{A5}^{(4)} + B_1 \cdot \eta_{B5}^{(4)}) \right] X_3 + \\
 & + \left[\beta(y_{14} - r^2 K_3 (A_1 \cdot \eta_{A4}^{(3)} + B_1 \cdot \eta_{B4}^{(3)}) - r^2 K_4 (A_1 \cdot \eta_{A4}^{(4)} + \right. \\
 & \left. + B_1 \cdot \eta_{B4}^{(4)}) \right] X_4 - r K_3 \left[(y_{13} + y_{15}) - (A_1 \cdot \eta_{A3}^{(3)} + B_1 \cdot \eta_{B3}^{(3)} + \right. \\
 & \left. + A_1 \cdot \eta_{A5}^{(3)} + B_1 \cdot \eta_{B5}^{(3)}) \right] X_a - \quad (56)
 \end{aligned}$$

$$- r K_3 \left[y_{14} - (A_1^w \cdot \eta_{A_4}^{(3)} + B_1^w \cdot \eta_{B_3}^{(3)}) \right] X_b = K_1 \left[(y_{13} + y_{15}) \frac{P}{2} + y_{14} P \right]$$

Nr 2.

$$\begin{aligned} & \left[\beta (y_{21} + y_{27}) - r^2 K_3 (A_2^w \cdot \eta_{A_1}^{(3)} + B_2^w \cdot \eta_{B_1}^{(3)} + A_2^w \cdot \eta_{A_7}^{(3)} + B_2^w \cdot \eta_{B_7}^{(3)}) - \right. \\ & \left. - r^2 K_4 (A_2^w \cdot \eta_{A_1}^{(4)} + B_2^w \cdot \eta_{B_1}^{(4)} + A_2^w \cdot \eta_{A_7}^{(4)} + B_2^w \cdot \eta_{B_7}^{(4)}) \right] X_1 + \\ & + \left[\beta (y_{22} + y_{26}) - r^2 K_3 (A_2^w \cdot \eta_{A_2}^{(3)} + B_2^w \cdot \eta_{B_2}^{(3)} + A_2^w \cdot \eta_{A_6}^{(3)} + B_2^w \cdot \eta_{B_6}^{(3)}) - \right. \\ & \left. - r^2 K_4 (A_2^w \cdot \eta_{A_2}^{(4)} + B_2^w \cdot \eta_{B_2}^{(4)} + A_2^w \cdot \eta_{A_6}^{(4)} + B_2^w \cdot \eta_{B_6}^{(4)}) \right] X_2 + \\ & + \left[\beta (y_{23} + y_{25}) - r^2 K_3 (A_2^w \cdot \eta_{A_3}^{(3)} + B_2^w \cdot \eta_{B_3}^{(3)} + A_2^w \cdot \eta_{A_5}^{(3)} + B_2^w \cdot \eta_{B_5}^{(3)}) - \right. \\ & \left. - r^2 K_4 (A_2^w \cdot \eta_{A_3}^{(4)} + B_2^w \cdot \eta_{B_3}^{(4)} + A_2^w \cdot \eta_{A_5}^{(4)} + B_2^w \cdot \eta_{B_5}^{(4)}) \right] X_3 + \\ & + \left[\beta y_{24} - r^2 K_3 (A_2^w \cdot \eta_{A_4}^{(3)} + B_2^w \cdot \eta_{B_4}^{(3)}) - r^2 K_4 (A_2^w \cdot \eta_{A_4}^{(4)} + B_2^w \cdot \eta_{B_4}^{(4)}) \right] X_4 - \\ & - r K_3 \left[(y_{23} + y_{25}) - (A_2^w \cdot \eta_{A_3}^{(3)} + B_2^w \cdot \eta_{B_3}^{(3)} + A_2^w \cdot \eta_{A_5}^{(3)} + B_2^w \cdot \eta_{B_5}^{(3)}) \right] X_a - \\ & - r K_3 \left[(y_{24} - (A_2^w \cdot \eta_{A_4}^{(3)} + B_2^w \cdot \eta_{B_4}^{(3)})) \right] X_b = K_1 \left[(y_{23} + y_{25}) \frac{P}{2} + y_{24} \cdot P \right] \quad (57) \end{aligned}$$

Nr 3.

$$\left[\beta (y_{31} + y_{37}) - r^2 K_4 (A_3^w \cdot \eta_{A_1}^{(4)} + B_3^w \cdot \eta_{B_1}^{(4)} + A_3^w \cdot \eta_{A_7}^{(4)} + B_3^w \cdot \eta_{B_7}^{(4)}) \right] X_1 +$$

$$\begin{aligned}
& + \left[\beta' (y_{32} + y_{36}) - r^2 K_4 (A_3^w \cdot \eta_{A_2}^{(4)} + B_3^w \cdot \eta_{B_2}^{(4)} + A_3^w \cdot \eta_{A_6}^{(4)} + B_3^w \cdot \eta_{B_6}^{(4)}) \right] X_2 + \\
& + \left[\beta' (y_{33} + y_{35}) - r^2 K_4 (A_3^w \cdot \eta_{A_3}^{(4)} + B_3^w \cdot \eta_{B_3}^{(4)} + A_3^w \cdot \eta_{A_5}^{(4)} + B_3^w \cdot \eta_{B_5}^{(4)}) \right] X_3 + \\
& + \left[\beta' y_{34} - r^2 K_4 (A_3^w \cdot \eta_{A_4}^{(4)} + B_3^w \cdot \eta_{B_4}^{(4)}) \right] X_4 = K_1 \left[(y_{33} + y_{35}) \frac{P}{2} + y_{34} \cdot P \right] \quad (58)
\end{aligned}$$

Nr 4.

$$\begin{aligned}
& \left[\beta' (y_{41} + y_{47}) - r^2 K_4 (A_4^w \cdot \eta_{A_1}^{(4)} + B_4^w \cdot \eta_{B_1}^{(4)} + A_4^w \cdot \eta_{A_7}^{(4)} + B_4^w \cdot \eta_{B_7}^{(4)}) \right] X_1 + \\
& + \left[\beta' (y_{42} + y_{46}) - r^2 K_4 (A_4^w \cdot \eta_{A_2}^{(4)} + B_4^w \cdot \eta_{B_2}^{(4)} + A_4^w \cdot \eta_{A_6}^{(4)} + B_4^w \cdot \eta_{B_6}^{(4)}) \right] X_2 + \\
& + \left[\beta' (y_{43} + y_{45}) - r^2 K_4 (A_4^w \cdot \eta_{A_3}^{(4)} + B_4^w \cdot \eta_{B_3}^{(4)} + A_4^w \cdot \eta_{A_5}^{(4)} + B_4^w \cdot \eta_{B_5}^{(4)}) \right] X_3 + \\
& + \left[\beta' y_{44} - r^2 K_4 (A_4^w \cdot \eta_{A_4}^{(4)} + B_4^w \cdot \eta_{B_4}^{(4)}) \right] X_4 = K_1 \left[(y_{43} + y_{45}) \frac{P}{2} + y_{44} P \right] \quad (59)
\end{aligned}$$

Równania dodatkowe podpory "a" i "b"

$$\begin{aligned}
& r \left[(y_{31} + y_{37}) - (A_3^w \cdot \eta_{A_1}^{(3)} + B_3^w \cdot \eta_{B_1}^{(3)} + A_3^w \cdot \eta_{A_7}^{(3)} + B_3^w \cdot \eta_{B_7}^{(3)}) \right] X_1 + \\
& + r \left[(y_{32} + y_{36}) - (A_3^w \cdot \eta_{A_2}^{(3)} + B_3^w \cdot \eta_{B_2}^{(3)} + A_3^w \cdot \eta_{A_6}^{(3)} + B_3^w \cdot \eta_{B_6}^{(3)}) \right] X_2 + \\
& + r \left[(y_{33} + y_{35}) - (A_3^w \cdot \eta_{A_3}^{(3)} + B_3^w \cdot \eta_{B_3}^{(3)} + A_3^w \cdot \eta_{A_5}^{(3)} + B_3^w \cdot \eta_{B_5}^{(3)}) \right] X_3 + \\
& + r \left[y_{34} - (A_3^w \cdot \eta_{A_4}^{(3)} + B_3^w \cdot \eta_{B_4}^{(3)}) \right] X_4 - \left[(y_{33} + y_{35}) - (A_3^w \cdot \eta_{A_3}^{(3)} + B_3^w \cdot \eta_{B_3}^{(3)}) \right] +
\end{aligned}$$

$$+ A_3^w \cdot \eta_{A_5}^{(3)} + B_3^w \cdot \eta_{B_5}^{(3)}) \Big] X_a - \left[y_{34} - (A_3^w \cdot \eta_{A_4}^{(3)} + B_3^w \cdot \eta_{B_4}^{(3)}) \right] X_b = 0 \quad (60)$$

$$+ r \left[(y_{41} + y_{47}) - (A_4^w \cdot \eta_{A_1}^{(3)} + B_4^w \cdot \eta_{B_1}^{(3)} + A_4^w \cdot \eta_{A_7}^{(3)} + B_4^w \cdot \eta_{B_7}^{(3)}) \right] X_1 +$$

$$+ r \left[(y_{42} + y_{46}) - (A_4^w \cdot \eta_{A_2}^{(3)} + B_4^w \cdot \eta_{B_2}^{(3)} + A_4^w \cdot \eta_{A_6}^{(3)} + B_4^w \cdot \eta_{B_6}^{(3)}) \right] X_2 +$$

$$+ r \left[(y_{43} + y_{45}) - (A_4^w \cdot \eta_{A_3}^{(3)} + B_4^w \cdot \eta_{B_3}^{(3)} + A_4^w \cdot \eta_{A_5}^{(3)} + B_4^w \cdot \eta_{B_5}^{(3)}) \right] X_3 +$$

$$+ r \left[(y_{44} - (A_4^w \cdot \eta_{A_4}^{(3)} + B_4^w \cdot \eta_{B_4}^{(3)})) \right] X_4 - \left[(y_{43} + y_{45}) - (A_4^w \cdot \eta_{A_3}^{(3)} + B_4^w \cdot \eta_{B_3}^{(3)} +$$

$$+ A_4^w \cdot \eta_{A_5}^{(3)} + B_4^w \cdot \eta_{B_5}^{(3)}) \right] X_a - \left[(y_{44} - (A_4^w \cdot \eta_{A_4}^{(3)} + B_4^w \cdot \eta_{B_4}^{(3)})) \right] X_b = 0 \quad (61)$$

Równania ram od obciążenia poziomego H_p przyłożonego w poziomej kracie W_3 , przedstawiono w postaci ogólnej [7]

$$\sum \left[y_{nk} - 2\Phi K_3 (A_n^w + B_n^w) \eta_1 \right] X_n + \frac{\phi \cdot \alpha \cdot K_r \cdot X_n}{n^3} =$$

$$= \Phi_0 K_3 \sum y_{nk} - \Phi K_3 (A_n^w + B_n^w) \eta_1 \frac{H_D}{2} + y_{n1} - \Phi K_3 (A_n^w + B_n^w) \eta_1 + 1$$

$$\text{gdzie: } \Phi = \frac{r^2}{\beta}; \quad \Phi_0 = \frac{r}{\beta}; \quad \alpha = \frac{b^3}{3} (1 + n)$$

Szczegółowe równania odkształceń ram poprzecznych dla 1, 3, 5 i 7 przepon podano między innymi w pracy [2].

3. Przykład liczbowy

Obliczono wielkość obciążenia ruchomego przekazuującego się na kratownicę pomocniczą w ujęciu przedstawionych metod obliczeniowych.

Oznaczenia przyjęto według rys. 1.

$$l = 30,0 \text{ m}; \quad h = 2,20 \text{ m}; \quad b = 1,60 \text{ m}; \quad n = 3,75 \text{ m};$$

$$b_0 = 2,5 \text{ m}; \quad a = 3,0 \text{ m}$$

$Q = 30/5 \text{ T}$ - nośność suwnicy z wciągiem pomocniczym

$P = 9,7 \text{ T}$ - nacisk na jedną oś obciążonego wózka

$$J_1 = 1,97 \cdot 10^6 \text{ cm}^4; \quad J_2 = 0,187 \cdot 10^6 \text{ cm}^4; \quad J_3 = 0,251 \cdot 10^6 \text{ cm}^4$$

$$J_4 = 0,444 \cdot 10^6 \text{ cm}^4; \quad J_p = 1 \cdot 10^2 \text{ cm}^4; \quad J_c = 0,055 \cdot 10^6;$$

$$K_1 = 1; \quad K_2 = 6,87; \quad K_3 = 2,62; \quad K_4 = 4,44;$$

$$\beta = 11,61; \quad \beta' = 10,22; \quad r = 0,728 = \lambda r^2 = 0,530 = \lambda^2$$

$$l_B = 2,73 \text{ m}; \quad \alpha = 36^{\circ}6'; \quad \xi_3 = 0,619; \quad \xi_4 = 0,540;$$

3.1. Według metody Bootha (wzory 1 i 2)

$$Q_2 = \frac{0,287 \cdot 10^6}{(1,97 + 0,287)10^6} \cdot 9,700 = 1,235 \text{ T}$$

$$Q_1 = 9,700 - 1,235 = 8,465 \text{ T}$$

3.2. Według metody dźwigarów składowych

Według wzoru (7)

$$S = \frac{9,700 \cdot 2,20 \cdot 273}{\left(\frac{1,97}{0,444}\right) 1,6^2 + \left(\frac{1,97}{0,287} + 1\right) 2,20^2} = 1,190 \text{ T}$$

Zagadnienia współpracy dźwigara

Obciążenie na dźwigar główny W_1 (wzór 8)

$$Q_1 = 9,700 - 1,190 \cdot 0,808 = 9,700 - 0,962 = 8,738 \text{ T}$$

Na dźwigar pomocniczy W_2

$$Q_2 = 0,962 \text{ T.}$$

3.3. Według metody Gofmana

ze wzoru (11, 15 i 16)

$$\alpha_1 = \frac{1,97 \cdot 0,287 (0,251 + 0,444)}{0,251 \cdot 0,444 (1,97 + 0,287)} = 1,575$$

$$Q_1 = (1,97 + 0,287) \frac{1,575 \cdot 0,53}{1 + 1,575 \cdot 0,53} \frac{9,7}{1,97 + 0,287} = 9,100 \text{ T}$$

$$Q_2 = 9,700 - 9,100 = 0,600 \text{ T}$$

dla kratownic W_3 i W_4 zamocowanych w czołownikach

$$J_3 = 0,251 \cdot 4 \cdot 10^6 = 1,004 \cdot 10^6 \text{ cm}^4$$

$$J_4 = 0,444 \cdot 4 \cdot 10^6 = 1,776 \cdot 10^6 \text{ cm}^4$$

$$\text{gdzie: } f_3 = \frac{Pl^3}{48 EJ} \quad f_3' = \frac{Pl^3}{192 EJ} \quad \text{i podobnie } f_4 \text{ i } f_4'$$

$$\alpha_1 = \frac{1,97 \cdot 0,287 (1,004 + 1,776)}{1,004 \cdot 1,776 (1,97 + 0,287)} = 0,395$$

$$Q_1' = (1,97 + 0,287) \frac{0,395 \cdot 0,53}{1 + 0,395 \cdot 0,53} \frac{9,7}{1,97 + 0,287} = 8,690 \text{ T}$$

$$Q_2' = 9,700 - 8,690 = 1,010 \text{ T.}$$

3.4. Według metody Ch.A. Winokurskiego

Przy założeniu jednego tężnika wiotkiego (wzór 21)

$$Q_2 = X_1 = \frac{9700}{11,61 + \frac{1,97 \cdot 10^4}{10,667 \cdot 15^3}} = 0,726 \text{ T}$$

$$Q_1 = 9,700 - 0,726 = 8,974 \text{ T.}$$

Przy założeniu jednej przepony sztywnej (25)

$$Q_2 = X_1 = \frac{9,700}{11,61} = 0,832 \text{ T}$$

$$Q_1 = 9,700 - 0,832 = 8,868 \text{ T.}$$

Uwzględniając zamocowanie kratownic poziomych W_3 i W_4 (wzory 29 do 33)

$$t_3 = \frac{0,85 \cdot 0,751 \cdot 10^6 \cdot 2,2}{30 \cdot 0,055 \cdot 10^6} = 0,967$$

$$t_4 = \frac{0,85 \cdot 0,444 \cdot 10^6 \cdot 2,2}{30 \cdot 0,055 \cdot 10^6} = 0,501$$

$$\xi_3 = \frac{1 + 4 \cdot 0,967}{4(1 + 0,967)} = 0,619; \quad \xi_4 = \frac{1 + 4 \cdot 0,572}{4(1 + 0,572)} = 0,540$$

$$\beta' = 1,0 + 6,87 + 0,530(0,619 \cdot 2,62 + 0,54 \cdot 4,44) = 10,0$$

$$Q_2' = X_1 = \frac{9,700}{10} = 0,970 \text{ T}$$

$$Q_1' = P - X_1 = 9,700 - 0,970 = 8,730 \text{ T.}$$

3.5. Według uproszczonych wzorów autora (wzory 44 i 45)

a) wszystkie kraty podparte przegubowo w czołownicach

$$Q_2 = \frac{9,700 (17,4 + 11,08)}{123 + 72 + 17,4 + 11,08} \left[1 - \frac{1}{1 + \frac{(123+17,4)(72+11,08)}{(123+72)(17,4+11,08)}} \right] = 0,800 \text{ T}$$

$$Q_1 = 9700 - 800 = 8900 \text{ kg}$$

b) kratownice poziome W_3 i W_4 zamocowane w czołownicach

$$Q_2' = \frac{9,700(17,4+11,08)}{123+72+17,4+11,08} \left[1 - \frac{1}{1 + 4,01 \frac{(123+17,4)(72+11,08)}{(123+72)(17,4+11,08)}} \right] = 1,100 \text{ T}$$

$$Q_1' = 9,700 - 1,100 = 8,600 \text{ T.}$$

3.6. Według metody sił (wzory 48 - 61)

W tabelicy 1 zestawiono wartości przemieszczeń y_{ni} , reakcji wtórnych A_n^W i B_n^W , rzędnych momentów podporowych η_{A1} i η_{B1} , które wykorzystano do równań ram (wzory 46 - 61), na podstawie których obliczono wartości X_n , Q_2 i Q_1 zawartych w tabelicy 2.

Tablica 1.

przemieszczenia y_{ni}							
$y_{11} = 2,040$	$y_{21} = 3,380$	$y_{31} = 3,951$	$y_{41} = 3,917$				
$y_{12} = 3,380$	$y_{22} = 6,000$	$y_{32} = 7,292$	$y_{42} = 7,333$				
$y_{13} = 3,959$	$y_{23} = 7,292$	$y_{33} = 9,375$	$y_{43} = 9,750$				
$y_{14} = 3,917$	$y_{24} = 7,333$	$y_{34} = 9,750$	$y_{44} = 10,667$				
$y_{15} = 3,380$	$y_{25} = 6,375$	$y_{35} = 8,625$	$y_{45} = 9,750$				
$y_{16} = 2,458$	$y_{26} = 4,667$	$y_{36} = 6,375$	$y_{46} = 7,333$				
$y_{17} = 1,290$	$y_{27} = 2,458$	$y_{37} = 3,375$	$y_{47} = 3,917$				
reakcje wtórne A_n^W i B_n^W							
A_1^W	A_2^W	A_3^W	A_4^W	B_1^W	B_2^W	B_3^W	B_4^W
17,5	28,0	32,5	32,0	10,5	20,0	27,5	32,0
rzędne momentów podporowych ηA_i i ηB_i							
$A_1 = B_7$	$A_2 = B_6$	$A_3 = B_5$	$A_4 = B_4$	$B_1 = A_7$	$B_2 = A_6$	$B_3 = A_5$	$B_4 = A_4$
0,0376	0,0586	0,0648	0,0625	0,0171	0,0351	0,0625	0,0625

1 przepona w środku

$$8,81 X_4 + 3,71 X_4 = 19,1$$

$$X_4 = \frac{19,1}{12,52} = 1,53$$

3 przepony

$$19,92 X_3 + 8,81 X_4 - 19,1 = 0$$

$$17,59 X_3 + 13,434 X_4 - 21,0 = 0$$

$$X_3 = 0,636; \quad X_4 = 0,735$$

5 przepon

$$12,927 X_2 + 11,697 X_3 + 6,368 X_4 - 0,930 X_a - 0,533 X_b - 15,5 = 0$$

$$12,342 X_2 + 19,92 X_3 + 8,868 X_4 - 20,6 = 0$$

$$13,256 X_2 + 17,59 X_3 + 13,437 X_4 - 22,4 = 0$$

$$5,84 X_2 + 8,26 X_3 + 4,36 X_4 - 10,853 X_a - 5,75 X_b = 0$$

$$6,36 X_2 + 8,77 X_3 + 4,85 X_4 - 11,353 X_a - 6,667 X_b = 0$$

$$X_2 = 0,64605; \quad X_3 = 0,52054; \quad X_4 = 0,47918;$$

$$X_a = 0,57168; \quad X_b = 0,54457.$$

7 przepon

$$6,546 X_1 + 4,985 X_2 + 6,18 X_3 + 3,353 X_4 - 0,465 X_a - 0,267 X_b - 8,31 = 0$$

$$4,988 X_1 + 12,927 X_2 + 11,697 X_3 + 6,368 X_4 - 0,930 X_a - 0,533 X_b - 15,5 = 0$$

$$6,768 X_1 + 12,342 X_2 + 19,92 X_3 + 8,868 X_4 - 20,6 = 0$$

$$4,334 X_1 + 13,266 X_2 + 17,59 X_3 + 13,437 X_4 - 22,4 = 0$$

$$2,940 X_1 + 5,84 X_2 + 8,26 X_3 + 4,36 X_4 - 10,853 X_a - 5,75 X_b = 0$$

$$X_1 = 0,29506; \quad X_2 = 0,56879; \quad X_3 = 0,31567$$

$$X_4 = 0,59709; \quad X_a = 0,68704; \quad X_b = 0,33799$$

$$Q_1 = P - X_n; \quad Q_2 = X_n \quad (\text{tablica 2})$$

Na podstawie przeprowadzonych badań modelowych [7] otrzymano wielkość ugięcia kratownicy głównej w środku rozpiętości

$$f_1^{(m)} = 2,48 \text{ cm}$$

co pozwala na obliczenie wielkości obciążenia Q_1 przekazywanego na kratownicę główną

$$Q_1^{(m)} = \frac{P \cdot f_1^{(m)}}{f_0} = \frac{9700 \cdot 2,48}{2,80} = 8,600 \text{ T}$$

$$Q_2 = 9,700 - 8,600 = 1,100 \text{ T}$$

gdzie: $f_0 = \int_0^l \frac{S_0 \cdot S_1}{E \cdot F} ds$ - ugięcie kratownicy płaskiej obliczone z w.w. wzoru Maxwella-Mohra [7]

$$f_0 = 2,80 \text{ cm.}$$

Wyniki obliczeniowe skonfrontowane badaniami modelowymi wskazują na dużą zgodność z obliczeniami i wzorami podanymi przez autora.

Tablica 2.

Kratowiczka	=	Metoda Bootha	Metoda dźwignów składowych	Metoda Gofmana	Metoda Winkurskiego	Wzory Autora	Q w T	Liczba ram	Wg metody sil						
									niewiadome X_n						
									$X_1=X_1'$	$X_2=X_2'$	$X_3=X_3'$	X_4	X_a	X_b	
Kratowiczka	=	(1,235)	(0,962)	(0,600)	(0,832)	(0,800)	0,715	1				1,53			
							1,004	3			0,636	0,735			
pomocnicza	=			1,010	0,970	1,100	1,306	5		0,64605	0,42054	0,47918	0,57158	0,54457	
							1,478	7	0,29506	0,56879	0,31567	0,59709	0,68704	0,33799	
Główna	=	(8,465)	(8,738)	(9,100)	(8,868)	(8,900)	8,985	1	-	-	-	-	-	-	-
							8,696	3	-	-	-	-	-	-	-
				8,690	8,730	8,600	8,394	5	-	-	-	-	-	-	-
							8,322	7	-	-	-	-	-	-	-

Wartości podane w nawiasach dotyczą wielkości Q_1 i Q_2 obliczonych bez uwzględnienia

zamocowania kratownic poziomych W_3 i W_4 w czołownicach.

Niewiadome X_n obliczono na elektronicznej maszynie cyfrowej.

4. Wnioski

4.1. Wielkość obciążenia P przekazywanego się z kratownicy głównej na pomocniczą kształtuje się w wyniku współpracy przestrzennej układu w granicach 11 %, dla ogólnie przyjmowanego stosunku $\frac{J_1}{J_2} = \frac{1}{7}$ i wysokości kratownicy

$$h = \left(\frac{1}{14} + \frac{1}{16} \right) l.$$

4.2. Z analizy obliczeniowej przedstawionych metod (tablica 2) wynikają pewne rozbieżności w porównaniu z dokładną metodą się uwzględniającą wpływ tężników, sposobu zamocowania krat poziomych oraz ograniczającego wpływu kół wózka na rozkład obciążeń.

W celu zmniejszenia pracochłonności obliczeń w metodzie się można uwzględnić w obliczeniach jedynie liczbę 3 przepon co nie ma znacniejszego wpływu na dokładność wyników.

Dalsza analiza problematyki współpracy przestrzennej elementów konstrukcyjnych w różnych typach mostów suwnicowych prowadzona jest przez autora w Katedrze Konstrukcji Metalowych Wydz. B.L. i W.M. Politechniki Szczecińskiej pod kierunkiem Prof. dr hab. A. Fabiszewskiego.

5. Bibliografia

1. Bogusławskij P.E., Metaliczne konstrukcje gruzopodiemnych maszyn i sooruzenij, Moskwa 1961.
2. Fabiszewski A. i Lubieniecki E., Wyznaczenie ugięć kratowego mostu suwnicowego z uwzględnieniem przestrzennej pracy konstrukcji, Zeszyty Nauk. Polit. Szczec. Nr 94 z 1968r.
3. Gochberg M.M., Metaliczne konstrukcje podjemno-transportnych maszyn, Moskwa 1964.
4. Gofman G.Pm, Teoreticzeskie izuczenie roboty niekatorych prostranstwiennyh system. Stalkonstrukcija, Moskwa 1939.
5. Laboratorium L.P.J., Badania eksperymentalne przeprowadzone w Leningradzkim Instyt.Przem. i PTO. im. Kirowa w 1962r.
6. Lightfoot E. i Jackson N., Static Stresses in Electric Overhead Travelling Crane Girders, The Structural Engineer, Nr 1, 1957.
7. Lubieniecki E., Ocena wpływu przestrzenności stalowego mostu suwnicowego na sztywność konstrukcji, Praca dokt. Polit. Szczec. 1967.
8. Madsen., Raport of Crane girder Tests, „Iron and Steel Engineer” Nr 11, 1941.
9. Podoba E., Analiza wpływu sił statycznych na pracę niektórych zespołów konstrukcji kratowych mostów hutniczych i suwnic lejniczych, Praca dokt. AGH. Kraków 1960.
10. Wagner H., Uber raümliche Flugzeugfachwerke, Zeitschr. f. Flugt. 1928.
11. Winokurskij Ch.A., Rasczet prostranstwiennyh kranowych mostow, Leningrad 1948.

BADANIA WARUNKÓW TECHNOLOGICZNYCH WYTWARZANIA SZTUCZNYCH KRUSZYW Z POPIOŁÓW LOTNYCH I ŻUŻLI WTÓRNYCH DROGĄ AUTOKLAWIZACJI

I. W s t ę p

Wśród wielu dotąd niewykorzystanych odpadów przemysłowych w małym dotychczas zakresie wykorzystane są popioły lotne i żużle wtórne powstałe w procesie spalania węgla kamienia. Równocześnie coraz bardziej występujący deficyt kruszyw mineralnych na skutek poważnego wzrostu budownictwa, oraz stopniowego wyczerpywania się naturalnych materiałów budowlanych powoduje konieczność intensywnego szukania innych zastępczych surowców.

Wiele motywów przemawia za tym, że właśnie popioły lotne i żużle wtórne powinny w pierwszym rzędzie stanowić materiał utylizacyjny w kierunku wykorzystania ich w produkcji materiałów budowlanych. Do nich należy przede wszystkim podobieństwo składu chemicznego w porównaniu do materiałów dotychczas stosowanych tradycyjnie, polepszenie higieny i warunków sanitarnych gęsto zaludnionych rejonów przemysłowych, ekonomiczne znaczenie zmniejszania nawierzchni składowisk i hałd, zmniejszenie transportu wynikającego z wyeliminowania przewozu materiałów masowych jakim są kruszywa, oraz możliwość wykorzystania miejscowych lokalnych zasobów surowcowych.

Zaznacza się przy tym, że łączna ilość odpadów paleniskowych w najbliższych latach na terenie województwa bydgoskiego wyniesie około 500 tys. ton i stanowić będzie poważne problemy w zakresie ich zużytkowania.

* inż. Alfons Nowacki, Pracownia Technologii Materiałów Budowlanych i Prefabrykacji Wyższej Szkoły Inżynierskiej w Bydgoszczy

Węgiel kamienny będąc paliwem stałym jest materiałem wieloskładnikowym i podlega w czasie spalania szeregowi złożonych procesów fizycznych i chemicznych.

Podczas spalania zmielonego węgla kamiennego cząstki paliwa przechodzą przez różne temperatury, zależnie od wysokości warstwy paliwa i głębokości ich położenia w komorze paleniskowej. Na skutek tego znajdujące się w paliwie substancje mineralne są poddawane działaniu temperatury, przyczym w miarę zmiany ich położenia w samej komorze paleniskowej działanie temperatury jest zmienne i różnorodne.

W paleniskach najekonomiczniej spala się węgiel gdy 65- 72% cząstek posiada wymiary poniżej 88 mikronów a około 95 % poniżej 200 mikronów (1).

W pierwszym okresie cząstki węgla wprowadzane przez palnik do komory paleniskowej szybko się podgrzewają i następuje wydzielenie się gazów przeważnie węglowodorów szczególnie posiadających większe wymiary. Pozostałością po wydzieleniu się części lotnych będzie koksik, który nie zawsze zdąży się całkowicie spalić. Wraz z gazami spalinowymi przechodzi on do kanałów spalinowych w rejonie kotła, gdzie temperatura wynosi około 600 - 700°C. Niska temperatura nie pozwala na dalsze utlenianie się i koksik stanowi zazwyczaj główną część palną dającą produkty po spalaniu.

Zjawiska chemiczne zachodzące w czasie spalania węgla (2) przy temperaturze 1200°C panującej wewnątrz komory paleniskowej, przebiegają następująco:

Po podgrzaniu się cząstek węgla w temperaturze 120 - 350°C obecne w węglu składniki mineralne zawierające wodę krystaliczną zaczynają ją tracić przechodząc w $(\text{CaSO}_4 \cdot 2 \text{H}_2\text{O})$, który z kolei przechodzi w gips półwodny $(\text{CaSO}_4 \cdot 1/2 \text{H}_2\text{O})$ a w wyższych temperaturach anhydryt (CaSO_4) .

Przy dalszym wzroście temperatury tracą związaną wodę materiały ilaste a węglany i siarczany ulegają rozkładowi na tlenki wapnia, żelaza i dwutlenek węgla.

Zawarty w paliwie piryt w środowisku utleniającym przechodzi w tlenek żelaza, natomiast w środowisku redukcyjnym nie ulega rozkładowi. Chlorki i związki alkaliczne zawarte w paliwie topią się w temperaturze 700 - 800°C. Tlenki wapnia, żelaza, krzemu oraz glinu, posiadające wyższe temperatury topności w mieszaninie mogą tworzyć związki eutektyczne, dla których temperatura jest znacznie niższa.

Składniki mineralne zawarte w paliwie węglowym przechodząc przez komorę paleniskową utleniają się, a po spaleniu ulegają topnieniu i przybierają kształt kropli stopionego żużla zmieniając temperaturę stosownie do temperatury posiadanej przez gazy spalinowe. W chwili, gdy temperatura staje się niższa od temperatury topności żużla, kropla zastyga w twardą kulkę, przeważnie wewnątrz pustą, tworząc tzw. popiół lotny, który z strumieniem spalin prowadzony jest do dalszych kanałów kotła. Tam jest wychwytyany i odprowadzony na zewnątrz urządzeń. Określany on jest często jako żużel lub popiół lotny, pył dymnicowy wzgl. pył osadowy itp.

Pewna część popiołów i paliwa zostaje porwana przez wiry panujące w narożnikach komór paleniskowych a także ta część popiołów, która wypadła z głównego strumienia spalin, grawitacyjnie opada na dno komory i dalszy proces ich spalania zależy od panującej tam temperatury, oraz od ilości znajdującej się tlenu. Tworzą one twarde żużel gromadzący się na dnie komory paleniskowej, który stamtąd jest odprowadzany przez odpowiednie dla tego celu wykonany otwór zwany lejem żużlowym komory. Materiał ten stanowi spieczoną i zbryloną masę oraz z uwagi na stopienie się lotnych cząstek żużlowych nosi nazwę "żużla wtórnego". Ilościowo wynosi on około 18 - 20 % części niepalnych węgla kamiennego.

Skład chemiczny produktów spalania węgla kamiennego składający się z popiołów lotnych i żużla wtórnego zależy od składu chemicznego substancji mineralnych zawartych w spalonym węglu kamiennym. Publikacje w tym zakresie podają (3,4), że substancje te są różnego pochodzenia. Wysokie temperatury pa-

nujące w komorach paleniskowych powodują stopienie i spieczenie materiału dając im często powierzchnię podobną do szkliwa.

Popioły lotne i żużle wtórne pochodzą przeważnie z elektrocieplowni, po usunięciu z komór paleniskowych podawane są do łamaczy, w których następuje ich skrzeszenie a następnie za pomocą pomp bagrowych lub grawitacyjnie jako mieszanka wodno-żużlowo-pyłowa skierowana na składowiska odpadów.(5)

II. Część doświadczalna

W wyniku badań zostało opracowane szereg sposobów utylizacji popiołów lotnych w kierunku wykorzystania ich w budownictwie i przemyśle materiałów budowlanych, lecz nadal zagadnienie to stanowi poważny problem, gdyż ich wykorzystania w Polsce stanowi zaledwie 28%.

Metody przetwarzania popiołów lotnych na kruszywa sztuczne polegają na stosowaniu termicznej obróbki poprzez spiekanie w różnych urządzeniach spiekalniczych. Stosuje się taśmy ruchowe, zwane często aglomeracyjnymi, piece szybowe fluidyżalne oraz piecopanwie. Proces technologiczny polega na tym, że o odpowiedniej zawartości części palnych poddaje się homogenizacji pneumatycznej i mechanicznej, zwilża wodą i dokonuje grudkowania w talerzach granulacyjnych. Otrzymane w ten sposób produkty spieka się w zależności od właściwości popiołów w temperaturze 1100 - 1400°C. W popiołach wymagana jest zawartość palnych części w ilościach 6 - 11 % w celu wytworzenia wysokiej temperatury podczas procesu spiekania granulek na sztuczne kruszywo. Natomiast w elektrocieplowniach z uwagi na najekonomiczniejsze wykorzystanie wartości opałowych paliwa prowadzi się spiekanie węgla, aby zawartość części palnych była najniższa. Często więc zachodzi potrzeba dodatkowego dozowania do popiołów lotnych odpowiedniej ilości paliwa, aby w procesie spiekania granulek otrzymać odpowiednią temperaturę i równocześnie aby proces ten przebiegał

samoczynnie dalej na skutek spalania się dodawanego paliwa. W przypadku dodawania paliwa proces ten jest nieopłacalny z uwagi na koszty związane z dodawaniem, przemiałem, magazynowaniem paliwa i szeregu innych czynności związanych z odpowiednim przygotowaniem wsadu (6).

Metody oparte na spiekaniu popiołów lotnych na sztuczne kruszywo wymagają ponadto urządzeń odpornych na działanie wysokich temperatur, co w konsekwencji pociąga za sobą wysokie koszty związane z zakupem i montażem tych urządzeń.

W zakresie zużytkowania popiołów lotnych na sztuczne kruszywo bez dodawania części palnych, lepsza jest metoda polegająca na tym, że popioły lotne grudkują się łącznie z dodatkiem materiałów wiążących, a gdy granulata stwardnieje następuje jako zatapianie w wodzie względnie przechowanie w środowisku wilgotnym na powietrzu. Wymaga to dużych powierzchni dla składowania i pielęgnacji dojrzewanego produktu, szczególnie uciążliwe i trudne w zimie podczas niskich temperatur.

Wspólną wadą wszystkich metod jest, że grudkowaniu można jedynie poddawać popioły lotne, a których 60 % przechodzi przez sito o oczkach 0,60 mm. Wyeleminuje się popioły lotne o grubszym ziarnieniu, lub też zachodzi konieczność zainstalowania urządzeń mielących.

W porównaniu z wymienionymi sposobami na uwagę zasługuje metoda opracowana przez autora, charakteryzująca się bardzo krótkim cyklem produkcyjnym. Polega ona na tym, że popioły lotne wraz z wymieszonym materiałem wiążącym jak cement portlandzki, względnie wapno poddaje się utwardzeniu poprzez prasowanie hydrotermiczną obróbkę wysokoprężną naparzaną parą wodną w autoklawach. Metoda ta posiada ponadto tę zaletę, że w razie depresji opałowej w okresie letnim i największego zapotrzebowania na kruszywo przez budownictwo, wielkość produkcji można odpowiednio zwiększać przez dodanie piasku do popiołów lotnych (7,8).

1. Popioły lotne

a) popioły lotne

Na terenie województwa bydgoskiego znajduje się kilka elektrociepłowni w których popioły lotne i żużle wtórne w zasadzie nie są wykorzystywane za wyjątkiem elektrociepłowni Zakładów Sodowych w Janikowie, gdzie używa się ich do wałów ochronnych przy budowie zbiorników, gromadzących odpady po - produkcyjne. Skład chemiczny popiołów, oraz ich granulację przedstawia tabela Nr 1.

Tabela Nr 1

Skład chemiczny i uziarnienie popiołów lotnych

Skład chemiczny popiołów	Zawartość składników z elektrociepłowni	
	Zakładów Chemicznych w Bydgoszczy	Zakładów Sodowych w Janikowie
1	2	3
Straty po prażeniu	3,77	1,25
CaO (całkowite)	5,90	9,12
MgO	2,80	3,30
SiO ₂	52,16	57,24
Al ₂ O ₃	20,59	12,94
Fe ₂ O ₃	10,58	10,91
SO ₃	1,93	4,67
Inne nieoznaczone	2,27	1,02
Razem	100,0	100,0
Frakcje powyżej 0,2 mm	14,4	1,45
Frakcje 0,2 - 0,085 mm	50,8	7,40
Frakcje 0,085 - 0,060 mm	13,5	19,85
Frakcje poniżej 0,060 mm	21,3	71,30
Razem	100,0	100,0

Równocześnie zaznacza się, że nie podaje się wyników badań z elektrociepłowni Zakładów Celuzowo-Papierniczych w Świeciu

z powodu niedawnego uruchomienia tych zakładów, oraz elektrociepłowni Bydgoszcz II, która jak wiadomo znajduje się w trakcie budowy.

2. Cement, piasek, woda

Do przeprowadzania badań użyto ponadto następujących materiałów:

- cementu marki "250" pochodzącego z Cementowni "Groszowice"
- wapna palonego w bryłach pochodzącego z Kujawskich Zakładów Przemysłu Wapienniczego w Bielawach, które zostało przed użyciem zmielone w młynie kulowym na terenie Cegielni "Sylikat" Bydgoskich Zakładów Wapienno-Piaskowych w Bydgoszczy,
- piasku pochodzącego ze złoża Cegielni "Sylikat" w Bydgoszczy - użyty do wytwarzania autoklawizowanego sztucznego kruszywa,
- piasku z kopalni "Bielawki" Bydgoskich Zakładów Eksploatacji Kruszywa w Bydgoszczy - użyty do próbek betonowych,
- wody z Bydgoskich Wodociągów Miejskich "ujęcie Kapuściska" w Bydgoszczy.

Właściwości wszystkich tych surowców były zgodne z normami polskimi (9, 10, 11).

3. Doświadczenia na urządzeniach przemysłowych

Przed przystąpieniem do wykonywania doświadczeń w skali przemysłowej dokonano szereg doświadczeń laboratoryjnych. Przygotowano mieszanki surowców z równą zawartością popiołów lotnych, piasku mielonego, wapna palonego i wody. Utwardzanie mieszanek dokonano na prasie mechanicznej służącej do badań wytrzymałościowych materiałów na ściekanie przy wykonaniu nacisku 160 kg/cm^2 . Autoklawizację surowych bryłek kruszywa wykonano w cegielni "Sylikat" łącznie z cegłą wapienno-piaskową w okresie 12 godz. przy ciśnieniu pary wodnej 8 atm. Na podstawie tych badań opracowano krzywe wykazujące zależność wy-

trzymałości kruszywa w zależności od łącznej zawartości krzemionki bądź popiołów w autoklawizowanym materiale.

W oparciu o wyniki badań laboratoryjnych podanych na rysunku nr 1 a przede wszystkim wg wykresu podanego na krzywej Nr V wykonano próby w skali przemysłowej na urządzeniach technicznych cegielni "Sylikat" w Bydgoszczy. Do tego celu przygotowano cztery zestawy mieszanek, każda w ilości około $0,1 \text{ m}^3$. Surowce odważono na wadze dziesiętnej, które następnie rozsypanych na stole i dokonywano wymieszania suchych składników z odważoną ilością piasku. Okres wymieszania wynosił 12-15 minut. Kolejno dozowano określone ilości wody, zraszając zestaw surowcowy przy pomocy ręcznej polewaczki, przy równoczesnym wymieszaniu do okresu, kiedy całość zestawu posiadała jednolity wygląd. Skład poszczególnych surowców w zestawie w przeliczeniu na 1 m^3 kruszywa w stanie pełno-objętościowym był następujący:

Tabela Nr 2

Skład ilościowy przygotowanych próbek

Surowce	J.m.	Ilość surowców na 1 m^3 dla próbki			
		P ₁	P ₂	P ₃	P ₄
1	2	3	4	5	6
Pyły	kg	862	766	690	372
Piasek	"	-	293	690	1124
Cement "250"	"	118	155	180	201
Woda	l.	204	198	188	180

Przygotowane w ten sposób zestawy surowcowe sprasowane w prasie dźwigniowej ze stołem obrotowym typu "Konnick" posiadającą nacisk stempli 160 kg/cm^2 . Prasowanie bryłek surowego kruszywa rozwiązano w ten sposób, że w gniazdo prasy ułożono kratownicę wykonaną z blachy stalowej o grub. 1 mm posiadającą wymiary oczek 1 - 3,5 cm. Kratownicę zasypywano zestawem surowcowym z ładniarem około 1/2 jej wysokości - następnie

przekładano blachą stalową o grubości również 1 mm i posiadającymi wymiary gniazda prasy - nakładano następną kratownicę, zasypany surowcem i tak kolejno wykonywano powyższe czynności aż do całkowitego wypełnienia gniazda prasy. Po napełnieniu gniazd dokonywano uruchomienia prasy, powodując nacisk tłoka.

Sprasowana surówka posiadała wymiary cegły (25 x 12 x 6,5 cm) i przez sprasowanie pod naciskiem 160 kg/cm^2 zmniejszono objętość masy o około 30 %, gdyż wymiary prasy przed wypełnieniem - otwarte posiadają wysokość 93 mm, a po nacisku stempli 65 mm. Sprasowaną surówkę po obrocie stołu zdjęto z prasy, rozbrano formę i sprasowane bryłki kruszywa ułożono w naczyniu z przeznaczeniem do autoklawizacji. Równocześnie dla celów porównawczych z tego samego zestawu surowcowego po kilka elementów o wymiarach cegieł, które w dalszym wykonywaniu pracy służyły do badań wytrzymałościowych na ściskanie. Sprasowany materiał posiadał strukturę zwartą, umożliwiającą zdjęcie ze stołu prasy. Uszkodzenia powstawały jedynie przy wyjmowaniu bryłek surowego kruszywa z kratownicy.

Proces naparzania wysokoprężnego przeprowadzono w oddzielnym autoklawie w następującym układzie:

- w okresie pierwszej godziny tzn. od chwili zamknięcia autoklawu następował wzrost ciśnienia pary wodnej od 0 - 8 atm.
- przez okres czterech godzin utrzymywano stale ciśnienie pary wodnej w wysokości 8 atm.
- przez okres ostatniej godziny następowało opróżnienie autoklawu z pary wodnej i równocześnie spadek ciśnienia pary wodnej z 8 do 0 atm.

4. Właściwości autoklawizowanego kruszywa

Badania otrzymanego kruszywa przeprowadzono w pomieszczeniach o temp. $18^{\circ} + 2^{\circ} \text{ C}$. Ilość równoległe wykonywanych prób była trzykrotna i w opracowaniu podano średnie wyniki, które przedstawiają tabele 3, 4 i 5.

Tabela Nr 3

Uziarnienie kruszywa autoklawizowanego

Wymiary ziaren kruszywa w mm	Oznaczenie próbki - w %			
	P ₁	P ₂	P ₃	P ₄
0,0 - 0,125	0,2	0,1	0,2	0,2
0,125 - 0,25	0,2	-	0,2	0,1
0,25 - 0,5	0,4	0,3	0,3	-
0,5 - 1	0,3	0,6	0,6	0,4
1 - 2	0,7	0,6	0,5	0,5
2 - 4	3,2	2,8	1,5	1,1
4 - 10	10,7	11,5	8,2	7,4
10 - 20	26,1	21,7	33,1	38,5
20 - 40	58,4	62,4	55,4	51,8
Razem	100,0	100,0	100,0	100,0

Równocześnie zaznacza się, że wykonano szereg dalszych oznaczeń dla celów porównawczych, jak wytrzymałość na ściskanie po autoklawizacji bloków o wymiarach cegły z mieszanki surowcowej, z której po skruszeniu wykorzystując pozostałości jako kruszywo łamane wykonano próbki betonowe o zestawie surowcowym podanym powyżej.

Przeprowadzono badania kruszywa na oznaczenie skłonności do rozpadu krzemianowego wywołanego przemianą krzemianu dwuwapniowego w krzemian dwuwapniowy, przy pomocy lampy kwarcowej zaopatrzonej w filtr Wooda wykazało równomierną luminiscencją fioletową oznaczającą, że wspomniany rozkład nie zachodził.

Badanie skłonności na rozpad żelazowy przez zanurzenie kruszywa w wodzie na okres 30 dni, nie wykazało ubytków wagowych,

Tabela Nr 4

Właściwości kruszywa autoklawizowanego

Lp.	Symbol próbki	Ciężar właściwy g/cm ³	Ciężar objętościowy g/cm ³	Ciężar nasypowy g/cm ³	Zawartość wolnych przestrzeni w %	Zawartość wilgoci w %	Nasiąkliwość w % wagowych	Mrozoodporność po 20 cykl. w %
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	P ₁	2582	1.241	0,599	48,3	5,5	33,7	0,5
2	P ₂	2591	1.362	0,658	50,3	5,2	27,3	1,7
3	P ₃	2655	1.622	0,822	50,4	4,7	17,4	-
4	P ₄	2684	1.784	0,848	47,6	3,5	14,2	0,42

x / przez ciężar objętościowy rozumie się łącznie z porami zawartymi w materiale

Tabela Nr 5

Skład mieszanki betonowej

Surowce	J.m.	Ilość surowców na 1 m ³ dla próbki			
		P ₁	P ₂	P ₃	P ₄
Kruszywa sztuczne	kg	450	525	620	736
Piasek	"	656	656	656	656
Cement "250"	"	360	360	360	360
Woda	l.	215	210	200	190

oc oznacza również brak tegoż rozkładu. Zaznacza się przy tym, że badań na rozkład krzemianowy i wapniowy przez napażanie nie prowadzono, gdyż proces ten przechodziło kruszywo podczas autoklawizacji. Skład mieszanki betonowej wykonano wg obowiązującej w tym zakresie metodyki. Użyty beton do wykonania walców posiadał konsystencję plastyczną, a same walce strukturę zwartą. Utrzymanie betonu w formach wykonano ręcznie poprzez ubijanie i wstrząsanie.

5. Badanie żużla wtórnego

Drugim niewykorzystanym odpadem przemysłowym w elektrociepłowni Zakładów Chemicznych w Bydgoszczy są żużle wtórne, które stanowią około 20 % ogólnej ilości odpadów.

Nie znajdują dotychczas przemysłowego wykorzystania i odprowadzane są hydraulicznie łącznie z popiołami lotnymi na składowisko. Mając na uwadze możliwość wykorzystania żużla w produkcji budowlanej przeprowadzono ich badania i niektóre właściwości podaje się poniżej.

Tabela Nr 6

Skład chemiczny żużła wtórnego

Lp.	Skład chemiczny	Procentowe zawartości
1	SiO ₂	47,68
2	Al ₂ O ₃	24,05
3	Fe ₂ O ₃	15,74
4	CaO	5,62
5	MgO	2,87
6	SO ₃	2,62
7	Inne nieoznaczone	1,42
	Razem	100,0

Z innych danych podaje się, że po rozdrobnieniu poszczególnych brył, ciężar objętościowy w stanie luźno usypanym wynosił 13 kg/m³ wilgotności, po wyjęciu i zwilżeniu z paleniska 12,4 % straty prażeniowe 4,21 %. Analizę granulometryczną przedstawia poniższa tabela.

Tabela Nr 7

Skład granulometryczny żużła wtórnego

Lp.	Wymiary ziaren kruszywa żużlowego w mm	Zawartość w %
1	0 - 0,125	0,9
2	0,125 - 0,25	1,6
3	0,25 - 0,5	10,9
4	0,5 - 1	3,2
5	1 - 2	4,0
6	2 - 4	4,5
7	4 - 10	9,7
8	10 - 20	20,5
9	20 - 40	45,0

R a z e m :

100,0

Przy użyciu kruszywa żuźlowego o własnościach jak powyżej, oraz piasku, cementu marki "250" i wody (wg własności podanych w rozdz. 2) wykonano próbki walcowe betonu o wymiarach 8 cm i wysokości 8 cm za pomocą ubijania ręcznego. Skład i własności betonu przedstawiono w tabeli Nr 8.

Tabela Nr 8

Skład betonu żuźlowego i jego właściwości

Charakterystyka betonów	Wyniki
I. <u>Skład betonu</u>	
kruszywo żuźlowe	1080 kg/m ³
piasek	216 kg/m ³
cement "250"	250 kg/m ³
woda	265 kg/m ³
II. <u>Właściwości betonu</u>	
Wytrzymałość na ściskanie po 7 dniach	76,2 kg/cm ²
Wytrzymałość na ściskanie po 28 dniach	121,0 kg/cm ²
1. Ciężar objętościowy po 3 dniach wiązania	1749 kg/m ³
2. Ciężar objętościowy po 3 dniach wiązania	1667 kg/m ³
3. Ciężar objętościowy po 3 dniach wiązania	1606 kg/m ³
Nasiąkliwość	8,37 %

III. Omówienie wyników**1. Popioły lotne**

Porównując skład chemiczny popiołów lotnych wykazanych w tabeli Nr 1 należy stwierdzić, że zawartość składników chemicz-

nych wykazuje pewne różnice. Wynikają one przede wszystkim z jakości węgla, który dostarczany jest z różnych kopalń jak np. Chorzów, Julian, Andaluzja itp., oraz spalania jego w różnych proporcjach i różnej sprawności urządzeń kotłowych. Uziarnienie wykazuje poważne różnice i wg dokonanej krajowej kwalifikacji popiołów lotnych (12) możemy zaliczyć materiał ten do dwóch grup. Popioły lotne pochodzące z elektrociepłowni Zakładów Chemicznych w Bydgoszczy kwalifikują się do grupy pierwszej popiołów nieaktywnych i gruboziarnistych, gdyż ilość ziaren przechodzących przez sito w oczkach 0,06 mm jest mniejsza od 60 %, a zawartość tlenku wapnia wynosi około 6 %. Natomiast popioły lotne pochodzące z elektrociepłowni Zakładów Sódowych w Janikowie zaliczamy do grupy drugiej jako popioły drobne i średnio aktywne z uwagi, że zawartość frakcji przechodzącej przez sito o oczkach 0,06 mm waha się w granicach 60 - 80 %, natomiast zawartość tlenku wapnia jest bardzo duża, bowiem przekracza nawet ustalone granice, które wynoszą 6 - 8%. Zaznacza się popioły pochodzące z elektrociepłowni Zakładów Sódowych w Janikowie posiadają znaczną zawartość siarczanów wpływającą ujemnie na strukturę przyszłego tworzywa budowlanego. Z uwagi na ich dotychczasową utylizację do dalszych badań użyto popioły pochodzące z elektrociepłowni Zakładów Chemicznych w Bydgoszczy pomimo, że są one znacznie jakościowo gorsze a szczególnie z uwagi na gruboziarnistość, która dyskwalifikuje ich przydatność w grudkowaniu.

2. Uwagi z doświadczenia w skali przemysłowej

Wykonanie doświadczenia w skali przemysłowej na urządzeniach technicznych cegielni "Sylikat" pozwoliło na zebranie spostrzeżeń i wniosków, które przedstawia się poniżej.

Pomimo wykonania dozowania i mieszania surowców w warunkach prymitywnych stwierdza się przydatność tych urządzeń jak ciągi transportowe, mieszadła, zasilanie w wodę do tych celów. Powodem do niekorzystania z nich była prowadzona produkcja cegły wapniowo-piaskowej i brak zgody Dyrekcji Zakładów na

wstrzymanie produkcji z uwagi na realizację zadań planowych.

Prasowanie zestawu surowcowego wykonane na prasie dźwigniowej typu "Kominck" wykazało nieprzydatność tego urządzenia dla tych celów, gdyż było bardzo pracochłonne i osiągnięto przy tym minimalną wydajność. W doświadczeniu tym skrócono cykl autoklawizacji w porównaniu do badań laboratoryjnych o połowę tego okresu. Na podstawie przełomów kruszywa stwierdzono, że poszczególne bryłki były dostatecznie naparzone. Tłumaczyć to należy małymi rozmiarami bryłek i uważa się, że możliwe jest dalsze skrócenie cyklu autoklawizacji. Ponadto stwierdza się na podstawie praktyki w przemyśle kruszyw, że szereg czynności wykonywanych przez autora i współpracującą załogę cegielni "Sylikat" można zmechanizować. Dotyczy to przede wszystkim prac związanych z transportem i wyładunkiem surowców, załadunkiem i wyładunkiem autoklawów itp. gdyż cegielnia, w której wykonano powyższe doświadczenia nie jest przystosowana do tego rodzaju produkcji. Zaznacza się, że opracowana metoda została opatentowana przez autora (8).

3. Kruszywo autoklawizowane

Analizując wyniki badań kruszywa stwierdza się, że w miarę zwiększania dodatku piasku następuje wzrost ciężaru właściwego objętościowego i nasypowego. Wzrost ten wynika z odmiennej budowy ziaren piasku, które są w swojej objętości pełne i posiadają na ogół gładką powierzchnię. Natomiast cząstki popiołów lotnych są przeważnie wewnątrz puste i ich szorstka powierzchnia zwiększa objętość. Powyższe odzwierciedla wyraźnie ciężar objętościowy i nasypowy dla poszczególnych odmian kruszywa z czego wynika, że zwiększony dodatek piasku wpływa na zmniejszenie porowatości, a tym samym pogarsza właściwości termoizolacyjne dla tegoż materiału. Natomiast zawartość wolnych przestrzeni ustalona przy pomocy wody wykazuje, że kształtuje się ona dla wszystkich odmian bez większych zmian. Zwiększona ilość popiołów lotnych w kruszywie powoduje większą zawartość wilgoci, a szczególnie zwiększa

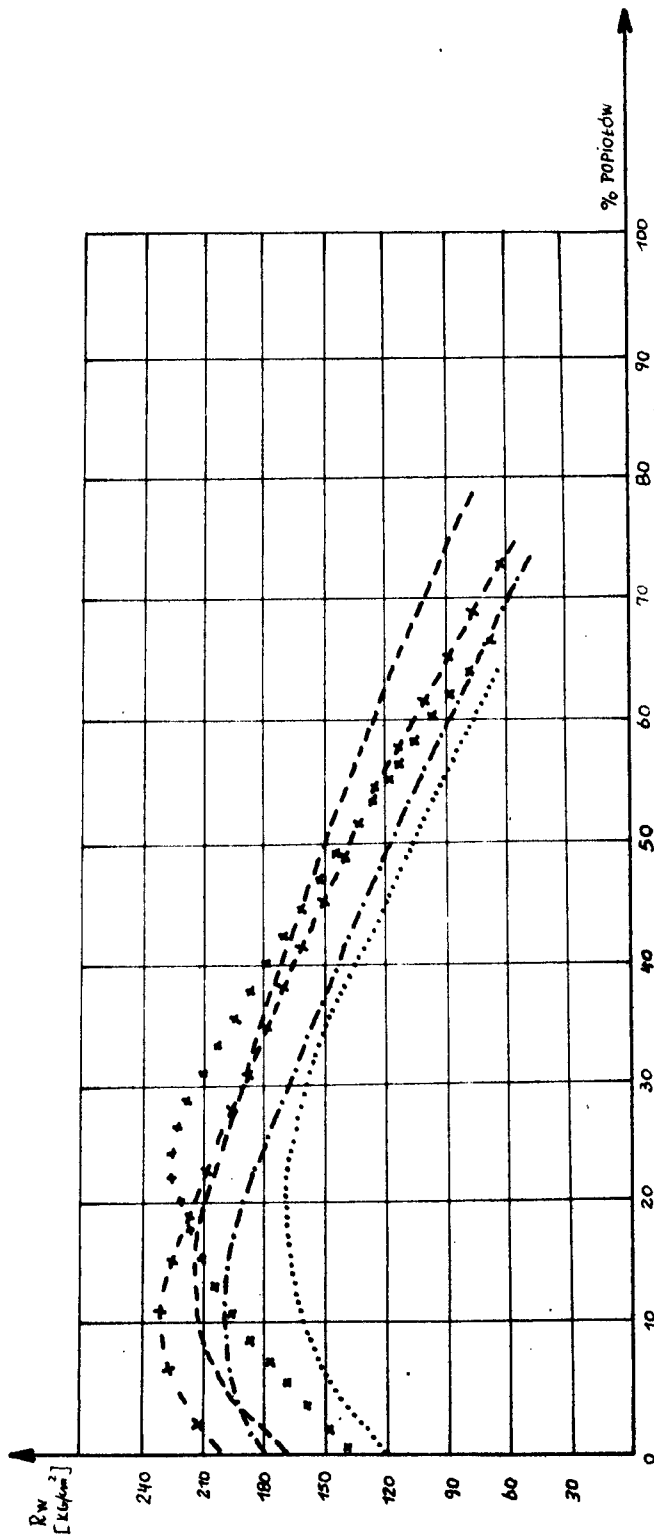
się podatność na nasiąkliwość. Uzasadnia się to tym, że wzrost ilości popiołów posiadających jak wiadomo szorstką powierzchnię, zwiększa ogólnie powierzchnię składników i stwarza tym samym dogodniejsze warunki wchłonięcia większej ilości wody. Pozwala to wyciągnąć praktyczny wniosek, że wykonane elementy z kruszywa o większej zawartości popiołów lotnych przy ewentualnej produkcji tego tworzywa, winny być otynkowane dla wyeliminowania działania wpływów atmosferycznych.

Dla celów porównawczych przeprowadzono równocześnie badania wytrzymałościowe betonu z autoklawizowanego kruszywa łamanego, które wykazują zmniejszoną wytrzymałość na ściskanie o około 30 %. Wynika to z naruszenia i uszkodzenia struktury brył poprzez ich zgniatanie i łamanie. Porównując ciężar objętościowy betonu wg danych zawartych w tabeli 13 można jego zakwalifikować dla próbek oznaczonych "P₁" i "P₂" jako beton lekki a dla próbek "P₃" i "P₄" jako beton ciężki - przyjmując, że granicą podziału jest ciężar objętościowy 1700 kg/m³. Z uwagi na właściwości wytrzymałościowe, beton oznaczony jako lekki może znaleźć praktyczne zastosowanie jako beton termoizolacyjny lub termoizolacyjno-konstrukcyjny do nienośnych konstrukcji ścian wewnętrznych, działowych wzgl. konstrukcji niskich itp. Beton określony jako ciężki może znaleźć zastosowanie jako beton konstrukcyjny marki "140" i "170".

4. Żużel wtórny

W porównaniu z danymi literaturowymi otrzymane kruszywo żużłowe można zaliczyć do tzw. żużli średnich charakteryzujących się posiadaniem ciężaru objętościowego w granicach 550-850 kg/m³. Otrzymany żużlobeton w swojej strukturze posiadał brak wolnej przestrzeni między poszczególnymi ziarnami stosu okruczowego i należał do betonów o dobrej szczelności międzyziarnowej. Natomiast z uwagi na posiadany ciężar objętościowy nie przekraczający 1800 kg/m³ zaliczamy uzyskany żuż -

Rys. 1. Wpływ zawartości popiołów lotnych na wytrzymałość lekkiego autoklawizowanego kruszywa wg badań laboratoryjnych



Objaśnienia:

- krzywa Nr. 1 o zawartości 8 % materiału wiążącego w tym 4 % cementu port. i 4% wapienia
- krzywa Nr. 2 o zawartości 12% materiału wiążącego w tym 6 % cementu port. i 6% wapienia
- + + + + + krzywa Nr. 3 o zawartości 16% materiału wiążącego w tym 8 % cementu port. i 8% wapienia
- - - - - krzywa Nr. 4 o zawartości 12 % materiału wiążącego w tym tylko wapno
- + - + - + krzywa Nr. 5 o zawartości 12 % materiału wiążącego w tym tylko cement portlandzki

lobeton do betonów lekkich. Zaznacza się ponadto, że próbki żużlobetonu poddano także badaniom na mrozoodporność. Nie wykazały one pęknięć, rozpadów i pozostałości osadu z odprysków - za tym mrozoodporność uznaje się za dobrą. Opierając się na wynikach badań wytrzymałościowych na ściskanie możemy stwierdzić, że kruszywo pochodzące z żużli wtórnych z elektrociepłowni Zakładów Chemicznych w Bydgoszczy jest dobrym materiałem nadającym się do produkcji żużlobetonów marki "75" a nawet wyższych.

5. Wskaźniki techniczno-ekonomiczne

Wyniki badań przeprowadzone w skróconej formie na podstawie ramowych wytycznych (13) dla budowy zakładu kruszyw autoklawizowanych wykazuje dobre kształtowanie się wskaźników techniczno-ekonomicznych a mianowicie:

- koszt jednego miejsca pracy wynosi 706 tys. zł.
- wydajność na jednego zatrudnionego jest 5.400 m³
- wartość produkcji na jednego zatrudnionego 511 tys.zł.
- koszt produkcji na jednego zatrudnionego 494 tys.zł.

Ponadto wartość syntetycznego wskaźnika efektywności inwestycji E 1 wskazuje na rozpatrywanie przedsięwzięcia, spełnienia podstawowy warunek w zakresie ekonomicznym i sprzyjać będzie maksymalizacji dochodu narodowego.

5. Uwagi i wnioski

Przeprowadzone badania popiołów lotnych pochodzących z elektrociepłowni Zakładów Chemicznych w Bydgoszczy, przebieg doświadczeń w skali przemysłowej w zakresie utwardzania i autoklawizacji pozwoliły na wyjaśnienie niektórych zagadnień technologicznych w procesie kruszyw sztucznych, a mianowicie:

- a) Popioły lotne z tej elektrociepłowni pod względem składu chemicznego i granulometrycznego wykazują zmiany powodowane dostawą węgla z różnych kopalni, nierównomiernego obciążenia kotłów itp.

-
- b) W wyniku przeprowadzonych doświadczeń stwierdza się przydatność popiołów lotnych posiadających uziarnienie, z których około 15 % przechodzi przez sito o oczkach 0,02 mm do produkcji kruszyw sztucznych.
- c) Zwiększona produkcja kruszyw w okresie letniej depresji opałowej a w związku z tym zmniejszoną dostawą ilości popiołów lotnych może być regulowana dodatkiem piasku.
- d) Podany w niniejszym opracowaniu sposób produkcji kruszyw może być prowadzony na ogólnie dostępnych urządzeniach i maszynach produkcji krajowej z tym, że prasa służąca do utwardzania surowego zestawu winna ulec odpowiedniej rekonstrukcji.
- e) Czasokres hydrotermicznej obróbki parą wodną tzn. autoklawizacji w produkcji kruszyw można skrócić do 6 godzin - z tym, że w pierwszej godzinie następować będzie stopniowe podniesienie ciśnienia do 8 atm. - natomiast przez następne cztery godziny równoległe utrzymanie i przez okres ostatniej godziny spadek ciśnienia.
- f) W zależności od użytych ilości poszczególnych składników - autoklawizowane sztuczne kruszywo posiada wytrzymałość na ściskanie w granicach 70 - 190 kg/cm² i może służyć jako materiał budowlany dla produkcji różnych elementów izolacyjnych i konstrukcyjnych.
- g) Powstały równoległe z popiołami lotnymi w procesie spalania węgla kamiennego żużel wtórny, po skruszeniu stanowi kruszywo żużłowe nadające się do betonów marki "75" i wyższych.
- h) Z uwagi na możliwość wspólnego korzystania z energii, pary wodnej i wody oraz skrócone odległości transportowe przy ewentualnym podjęciu decyzji o budowie wytwórni autoklawizowanych kruszyw sztucznych wskazana jest lokalizacja w najbliższej odległości od zakładu energetycznego.
- i) Przeprowadzona ocena techniczno-ekonomiczna dla przyszłej wytwórni kruszyw wykazuje rentowność ewentualnego przedsięwzięcia gdyż syntetyczny wskaźnik efektywności inwestycji

cji kształtuje się poniżej jedności - za tym poza efektami w zakresie utalizacji popiołów, przyszła produkcja przyczyni się do powiększenia dochodu narodowego.

Niniejsza praca nie obejmuje całości zagadnienia związanego z wytwarzaniem sztucznych kruszyw autoklawizowanych, lecz ma na celu wykazanie, że niejednokrotnie niedobór i deficyt materiałów budowlanych może być uzupełniony lokalnymi zasobami nieużytecznych dotychczas odpadów przemysłowych.

S t r e s z c z e n i e

Przeprowadzone badania popiołów lotnych i żużła wtórnego stanowiące odpady paleniskowe ustalono, że z popiołów lotnych posiadających gruboziarnistą frakcję można produkować sztuczne kruszywo przy pomocy materiałów wiążących, poprzez utwardnienia surowej mieszanki pod ciśnieniem 160 kg/cm^2 i autoklawizację. Otrzymane sztuczne kruszywo w zależności od ilości dozowanych surowców, może znaleźć zastosowanie do produkcji betonów termoizolacyjnych i konstrukcyjnych. Żużel wtórny po rozdrobnieniu stanowi dobrej wartości kruszywo żużłowe. Analiza techniczna dla budowy wytwórni kruszyw sztucznych wykazuje ocenę dodatnią.

IV. Literatura

1. Kożakowski J. i Szymański E.: Pyły paleniskowe w budownictwie: Wydawnictwo "Arkady" Warszawa (1961)
2. Praca zbiorowa: Popioły lotne. Instytut Techniki Budowlanej Warszawa 1965
3. Bielakin S.D., Iwanow B.W. i Łapin W.W.: Petrografia kamieni sztucznych. Wydawnictwo Geologiczne Warszawa (1957)
4. Bastian S. i Grüner M. Wpływ jakości popiołu lotnego na cechy technologiczne zaczynów i zapraw. Cement - Wapno - Gips. Nr 3/1961 str. 340 - 348.
5. Nowacki A. Wyniki badań żużla wtórnego. Cement - Wapno - Gips Nr 12/1968 str. 339 - 340.
6. Nowacki A.: Autoklawizowane kruszywa sztuczne do betonów. Inżynieria i Budownictwo. Nr 6/1968 str. 234 - 236.
7. Nowacki A.: Einfluss der Flugasche auf die Festigkeit autoklavisierten Zuschlagstoffe, Baustoff Industrie Nr 6/1969 str. 197 - 200.
8. Patent Nr 58464 Sposób wytwarzania sztucznego lekkiego kruszywa z popiołów lotnych.
9. PN/B - 04302. Cement. Badanie cech wytrzymałościowych.
10. PN-54/MPMB - 11004. Wapno palone (niegaszone) do produkcji cegły wapienno-piaskowej.
11. PN - 53/B-06714 Kruszywa mineralne. Badanie techniczne.
12. Gaca W. i Kitowska H. O metodach badania aktywności popiołów lotnych. Cement - Wapno - Gips Nr 6/1961 str. 164-169.
13. Instrukcja ogólna w sprawie metodyki badań ekonomicznej efektywności inwestycji, zatwierdzona zarządzeniem Przedsiębiorstwa Państwowego Komisji Planowania przy Radzie Ministrów, dn. 29.5.1962 r.

NIEKTÓRE PRZYCZYNY SZKÓD BUDOWLANYCH

1. Wstęp

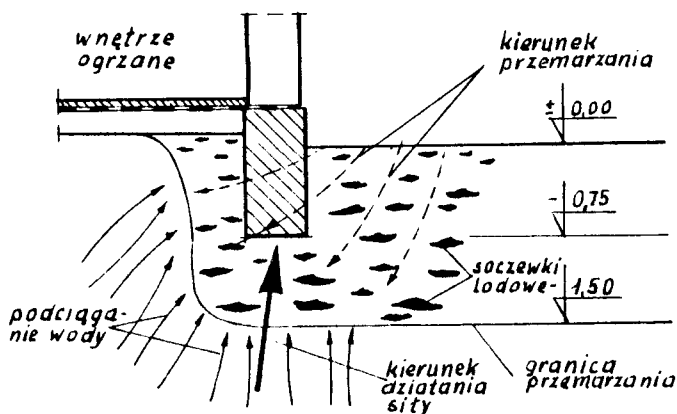
Uszkodzenia budowli towarzyszą działalności ludzkiej od zara-
niania dziejów, są źródłem doświadczeń i gromadzenia wiedzy
o budownictwie. Rozpatrywanie popełnionych błędów i analizo-
wanie przyczyn powstawania szkód budowlanych jest celowe gdyż
pozwala, w szczególności młodym inżynierom, unikać powtarza-
nia tych samych błędów. Awarie budowlane niezależnie od ich
rozmiaru i przyczyny powstawania, powodują zawsze straty ma-
terialne, często giną lub są ranni ludzie, zazwyczaj wyła-
niają się duże trudności z usuwaniem uszkodzeń. W pracy ni-
niejszej nie chodzi o ustalenie rodzajów szkód budowlanych,
mimo, że podano wiele przykładów, lecz jest to próba usyste-
matyzowania najczęściej występujących przyczyn uszkodzeń.
Omawia się więc wpływy przemarzania gruntu, osiadania grun-
tu, wpływy termiczne, wpływ skurczu, pęcznienia i pęcznienia
betonu, przeciążenie lub zbyt wczesne obciążenie konstrukcji.
Zagadnienie szkód budowlanych tzw. szkody górnicze wynikają-
ce z wpływów spowodowanych eksploatacją bogactw naturalnych,
wpływ korozji, obciążeń dynamicznych oraz wpływ błędów pro-
jektowania i wykonawstwa w niniejszej pracy pominięto, uwa-
żając, że każde z tych zagadnień wymaga odrębnego obszerniej-
szego opracowania.

2. Przemarzanie gruntu

Polska leży w rejonie gdzie okresowo występuje znaczne ob-
niżenie temperatur (mrozy), opady śnieżne i przemarzanie

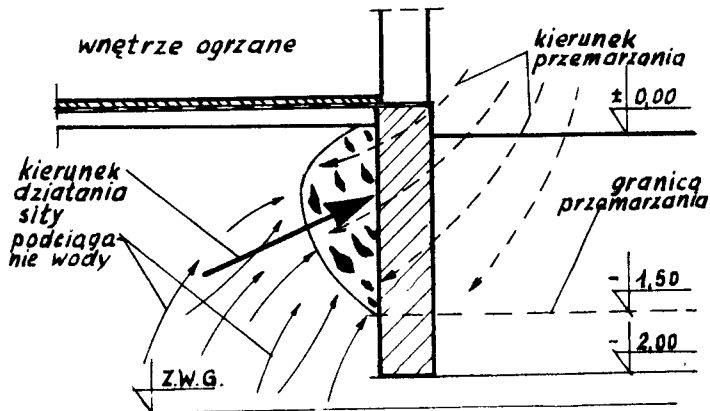
* Doc.dr inż. Wiesław Nowara, Zespół Konstrukcji Betonowych
i Technologii Prefabrykacji Wyższej Szkoły Inżynierskiej
w Białymstoku

gruntu. Głębokość przemarzania jest zależna od strefy klimatycznej regionu charakteryzującej się długością okresów uroźnych, grubością pokrywy śnieżnej itp. W niektórych gruntach na skutek przemarzania tworzą się lodowe soczewki zwiększające objętość gruntu. Soczewki te tworzą się nawet powyżej zwierciadła wody gruntowej na skutek kapilarnego podciągania wody w gruncie. Grunty gliniaste są na tego typu zjawiska szczególnie podatne. Wybrane przykłady ilustrują obszernie ujemne skutki, jakie przemarzanie gruntu może wywołać w budowlach. Zbyt płytkie posadowienie fundamentów budynku, powyżej granicy zamrażania gruntu wysadzinowego, powoduje tworzenie się soczewek lodu pod fundamentem, wypieranie fundamentu ku górze, w dodatku skośnie, na zewnątrz (rys. 1).



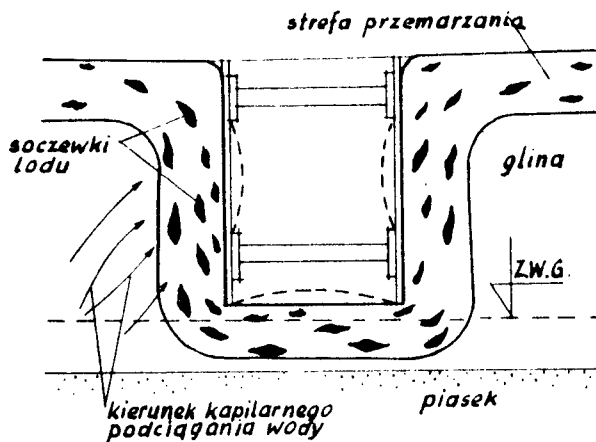
Rys. 1 - Za płytkie fundamentowanie (0,75 m) (podnoszenie fundamentu)

Jednakże nawet posadowienie poniżej granicy zamrażania nie zawsze wystarcza. Na rys. 2 przedstawiono przypadek boczno przemarznięcia gruntu za fundamentem (od wewnątrz). Na skutek kapilarnego podciągania wody tworzą się soczewki i na fundament działa znaczna boczna siła wybrzusząca ścianę na zewnątrz. Jeżeli dopuszcza się do zamrażnięcia ścian wykopów prowadzonych w gruntach gliniastych, to na tej samej zasadzie



Rys. 2 - Przemarzanie przez ścianę

kapilarnego podciągania wody tworzą się w ścianach tych wykopów soczewki lodu i powstają potężne siły doprowadzające przeważnie do zniszczenia obudowy (rys. 3).

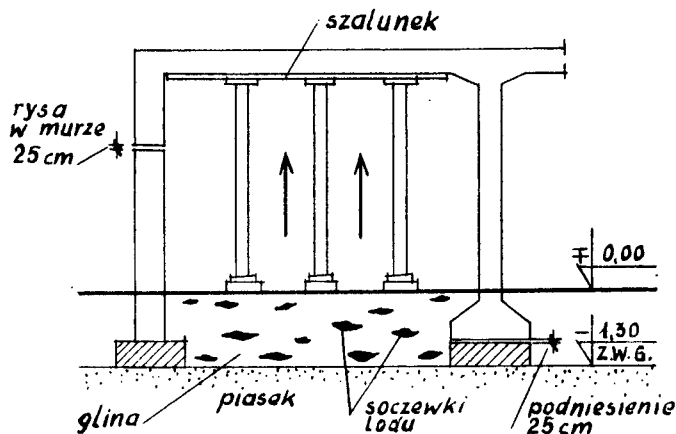


Rys. 3 - Wpływ mrozu na wykop

W przypadku gdy wykop jest głęboki, jego odbudowa jest szczególnie trudna i kosztowna.

Na rys. 4 zobrazowano przypadek, gdy awaria nastąpiła w trak-

cie budowy, Na skutek nastania mrozów przerwano roboty, przy

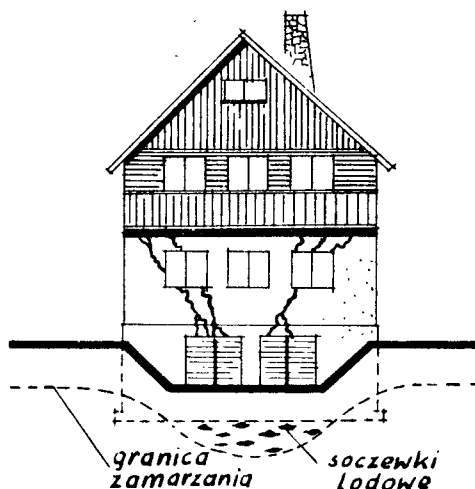


Rys. 4 - Przypadek parcia stempli szalunku do góry na skutek przemarznięcia podłoża

czym pozostawiono konstrukcję żelbetową podstemplowaną, tak jak w czasie betonowania. Wysadziny spowodowały podniesienie całego stropu żelbetowego wraz ze słupem. W murze utworzyła się szczelina około 2,5 cm gdyż część muru została po rozerwaniu go podniesiona wraz z wieńcem. Podobnie została uniesiona z poduszki stopa słupa wytwarzając szczelinę o podobnym rozwarciu.

Charakter rys w budynku zarysowanym na skutek częściowego przemarzania przedstawiono na rys. 5. Zbyt płytki fundament w środkowej partii ściany szczytowej, gdzie wykonano wejścia do piwnicy bezpośrednio z zewnątrz, jest wypychany ku górze, tworząc jak gdyby "kielich" rys w murach.

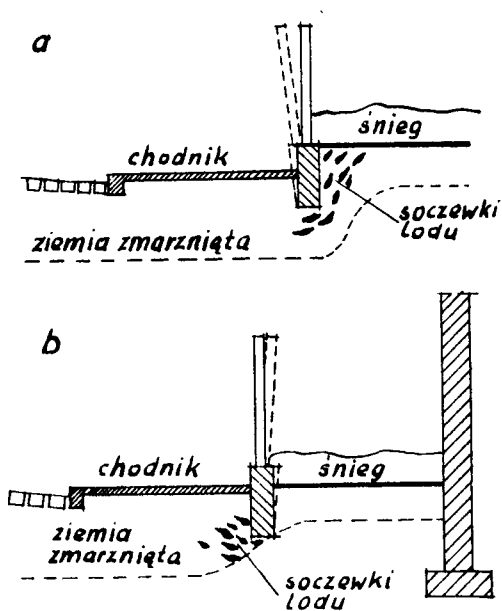
Rozważany w dalszym ciągu przypadek zwykłego płotu przed domem wskazuje, że leżący dość grubą warstwą śnieg (między płotem a domem) powoduje płytsze przemarzanie ziemi. Mogą tutaj zajść dwa przypadki, a więc:



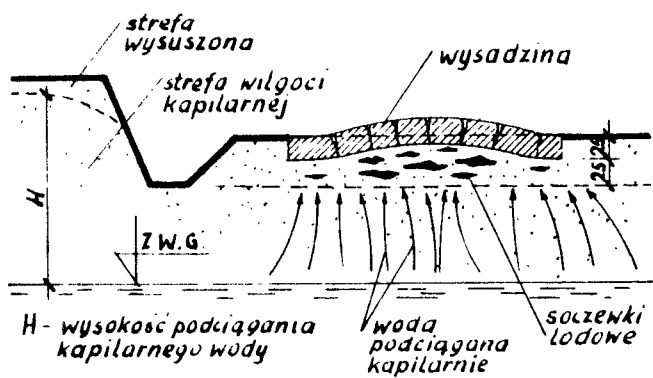
Rys. 5 - Zarysowanie budynku na skutek przemarzania gruntu

- a) grunt przemarzył pod całym fundamentem i wówczas wychylenie płotu nastąpi w kierunku chodnika (rys. 6a),
- b) grunt nie przemarzył pod całym fundamentem i dlatego jest on wypychany ku górze tylko od strony chodnika a wychylenie nie następuje w kierunku budynku.

Poważne szkody, zjawiska tworzenia się soczewek przynieść mogą w budowlach komunikacyjnych, a więc w drogach samochodowych i kolejowych. Tzw. popularnie wysadziny w torze kolejowym mogą spowodować katastrofę kolejową, zmuszając do ograniczenia szybkości ruchu pociągów, a także do przeprowadzenia odpowiednich prac zabezpieczających. Na drogach samochodowych poza osiedlami wysadziny stały się przyczyną niejednego wypadku. Wysadzina na drodze stanowi przeszkodę w ruchu, a po rozmarznieniu w jezdni tworzą się w tych samych miejscach zapadliaka, również niebezpieczne dla ruchu pojazdów jak wysadziny. Typową wysadzinę drogową przedstawia rys. 7.



Rys. 6 - Wpływ warstwy śniegu na przemarzenie gruntu

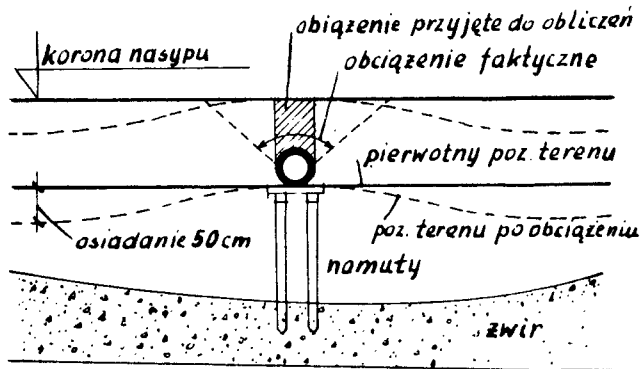


Rys. 7 - Przypadek wysadziny drogowej

3. Osiadanie gruntu

Osiadanie gruntu, w szczególności nierównomierne, wywiera bardzo duży wpływ na wszelkiego rodzaju budowle. W pracy niniejszej przedstawiono kilka odpowiednio dobranych przykładów w których zjawisko osiadania stanowi zasadniczą przyczynę uszkodzeń budowli.

Szczególnie duże osiadanie wykazują grunty uprzednio spulchnione a więc wszelkiego rodzaju nasypy. Na rys. 8 mamy wy-



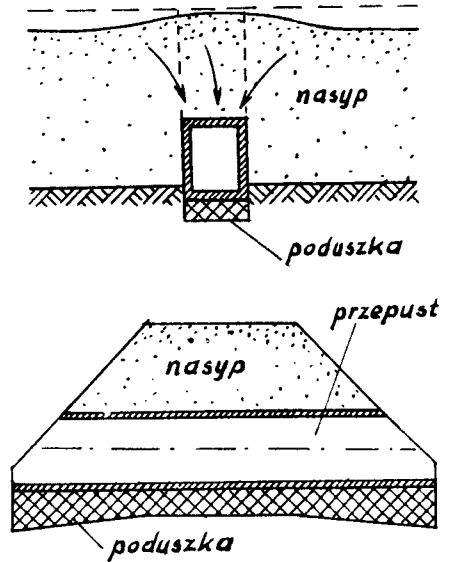
Rys.8 - Wysadzina na skutek posadowienia przepustu rurowego na palach

soki nasyp, spoczywający ponadto na gruncie słabym tj. bagnistych namulach, który pod wpływem obciążenia wykazuje także znaczne osiadanie. Tak więc na całkowite osiadanie składa się osiadanie gruntu pod nasypem oraz osiadanie samego nasypu. Na skutek posadowienia przepustu rurowego na palach sięgających do dobrego gruntu budowlanego (żwiru) osiadanie tego obiektu jest znacznie mniejsze niż całego nasypu i dlatego na koronie nasypu powstała jak gdyby wysadzina. Przy okazji na rysunku zaznaczono część ziemi często przyjmowaną w obliczeniach, zamiast masy ziemi faktycznie obciążającej przepust. Rys. 9 obrazuje wysadzinę powstałą na skutek mniej-

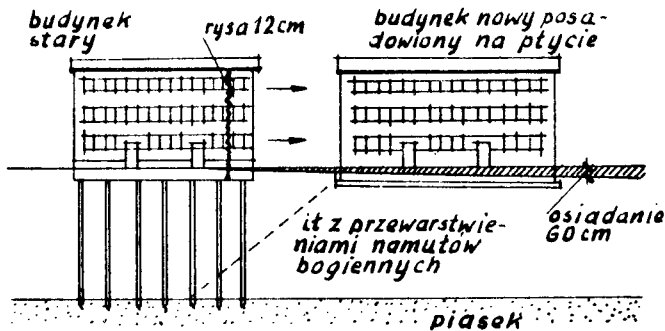
szego osiadania cieńszej w tym miejscu warstwy nasypu. Tutaj przepust także nie mógł osiąść z nasypem gdyż posadowiony jest na dobrym gruncie (a w dodatku na poduszce).

Przy wznoszeniu nowej budowli należy nie tylko obliczyć jej wpływ na grunt leżący bezpośrednio pod budowlą i przenoszący obciążenie od tej budowli, lecz także określić oddziaływanie budowli na istniejące obiekty w strefie oddziaływania. Strefę tę należy ustalić, przede wszystkim na podstawie wierceń.

Na rys. 10 przedstawiono przypadek wpływu budynku nowego na stary (różnica wieku około 10 lat). Stary budynek posadowiony



Rys.9 - Wysadzina na skutek mniejszego osiadania nasypu na przepuście

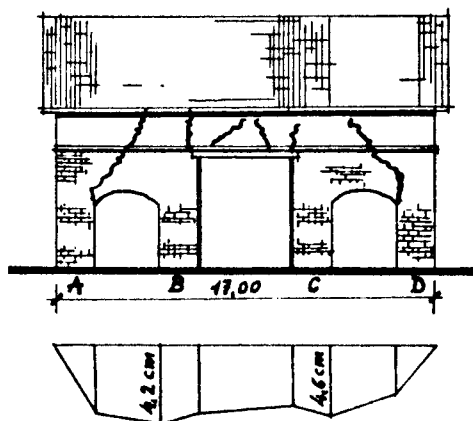


Rys. 10 - Zarysowanie się budynku na skutek wpływu nowej budowli

jest na palach sięgających poprzez warstwę ilów z przewarstwien-

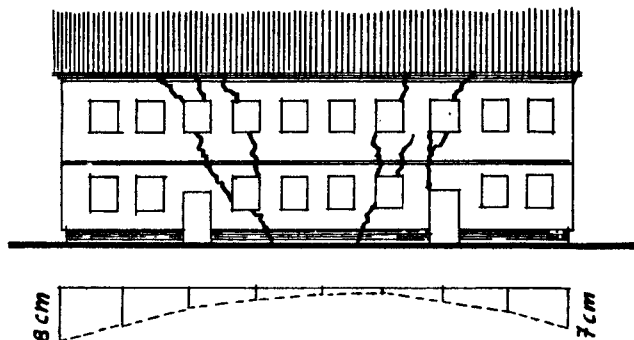
niami namulów bagiennych do warstwy nośnej piasku, natomiast nowy budynek posadowiono w pewnej odległości od starego, na płycie. Budynek ten osiadł około 60 cm powodując także nierównomierne osiadanie gruntu pod częścią budynku starego. Przenoszenie się obciążenia na warstwę piasku zobrazowano na rys. 10 linią kreskowaną. Zjawisko to spowodowało uchylenie się części starego budynku w kierunku nowego, przy czym rozwarłość rysy pionowej, która pojawiła się w starym obiekcie dochodziła do 12 cm.

W szczególnych przypadkach zarysowania budowli powstają na skutek ich nierównomiernego osiadania. Charakter rys jest zależny od sposobu w jaki osiadanie następuje, z drugiej zaś strony na podstawie analizy przebiegu rys można wysuwać wnioski o osiadaniu obiektu. Budynek osiadający więcej w środku niż na krawędziach przedstawiono na rys. 11, zaś budynek osiadający więcej na końcach przedstawia rys. 12.



Rys. 11 - Rysy na skutek większego osiadania filarów B i C

Osiadanie części środkowej budynku powoduje rysy odchylające się ku środkowi budynku, osiadanie końców budynku rysy odchylające się w kierunku od środka ku końcowi budynku. Przy-



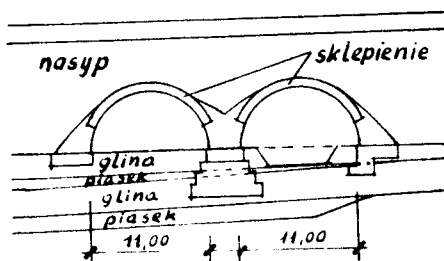
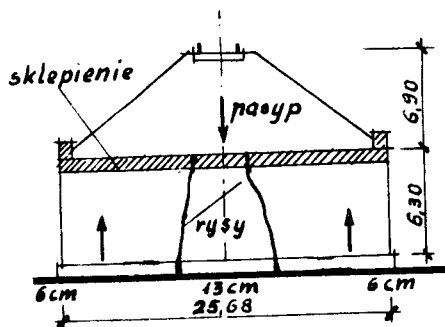
Rys. 12 - Rysy na skutek większego osiadania końców budynku

czyną takiego nierównomiernego osiadania może być zróżnicowanie gruntu pod poszczególnymi częściami budowli lub też różne obciążenia przekazywane na fundamenty. Typowy przykład zginania budowli na skutek nierównomiernego obciążenia pokazano na rys. 13. Strzałkami zaznaczono kierunki działania sił, a więc w środku ku dołowi od większego parcia nasypu i obciążenia pojazdami, a po bokach ku górze. Zginanie spowodowało dwie mocne rysy i pęknięcie przepustu na trzy części. Osiadanie części środkowej wyniosło 13 cm a części skrajnych po 6 cm.

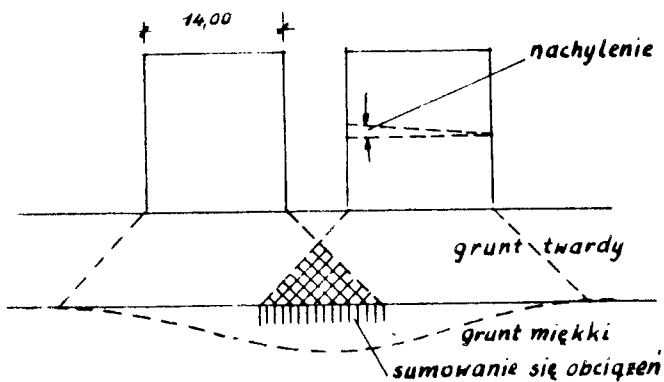
Przyczyną uszkodzeń może być także nakładanie się obciążeń od dwóch budynków lub od różnych stóp w tym samym obiekcie poprzez warstwę gruntu twardego na warstwę gruntu miękkiego, znajdującą się właśnie pod tą warstwą gruntu twardego.

Przypadek nachylenia się ku sobie dwóch budynków, równocześnie (lub nierównocześnie) wznoszonych w pewnej odległości od siebie, na skutek nałożenia się części obciążeń na pewnym odcinku przedstawiono na rys. 14. Zwiększone obciążenie wywołało większe osiadania i wyżej wspomniane zjawisko.

Niektóre przyczyny szkód budowlanych

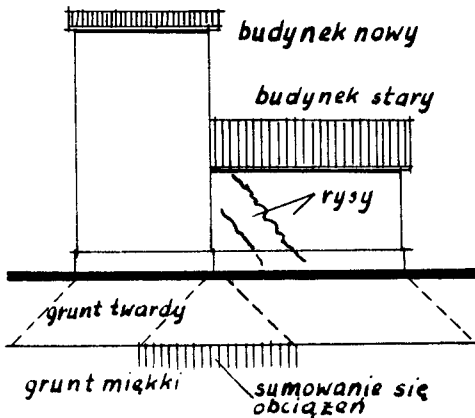


Rys. 13 - Zarysowanie się budowli na skutek zginania



Rys. 14 - Nachylenie się dwóch budynków ku sobie

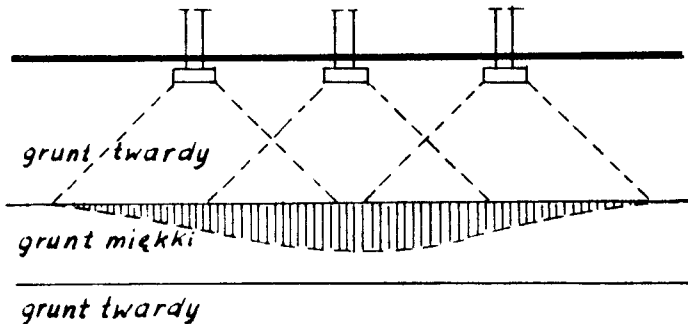
Ten sam problem występuje gdy np. obok wcześniej wzniesionego budynku zostanie wybudowany nowy (rys. 15). Dodatkowe osi-



Rys. 15 - Nowy budynek powoduje nachylenie starego i jego zarysowanie

danie budynku starego spowodowane wpływem obciążeń od nowej budowli wywołuje charakterystyczne jego zarysowanie od strony budynku nowego.

W przypadku dwunawowej hali szkieletowej (rys.16) na skutek nakładania się obciążeń słup środkowy będzie osiadał więcej niż słupy skrajne, w wyniku czego nastąpią zarysowania w innych elementach budynku.



Rys. 16 - Nakładanie się obciążeń (środkowy słup osiada więcej niż skrajne)

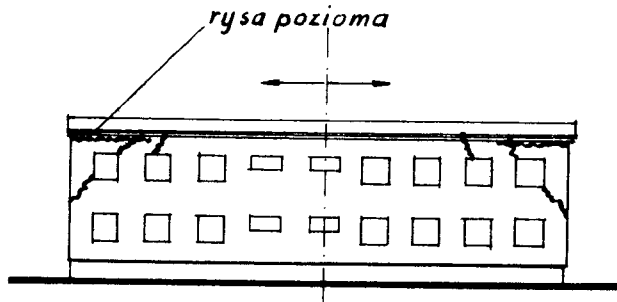
Ostatnie przykłady wykazują ponadto dobitnie, że płytkie wiercenia nie zawsze są wystarczające do określenia przydatności gruntu pod względem budowlanym, a tym samym do prawidłowego zaprojektowania budowli.

4. Wpływy termiczne

Jednym z najczęściej spotykanych przypadków zarysowania się budowli na skutek wpływów termicznych są rysy, które powstały na skutek braku dylatacji żelbetowego dachu w zbyt długich budynkach.

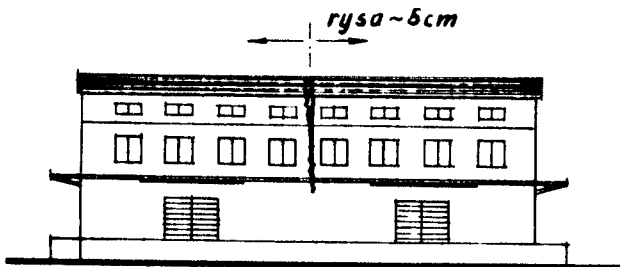
Niektóre przyczyny szkód budowlanych

Na rys. 17 przedstawiono budynek, którego dach uległ rozszerzeniu od osi budynku ku krańcom, przy czym odkształcenia na końcu budynku były największe. Wraz z pokryciem odkształcały się wieńce, na skutek znacznego tarcia, pociągając za sobą narożne partie muru i wywołując skośne rysy "odłamowe" w górnej kondygnacji, oraz poziome rysy tuż pod wieńcem.



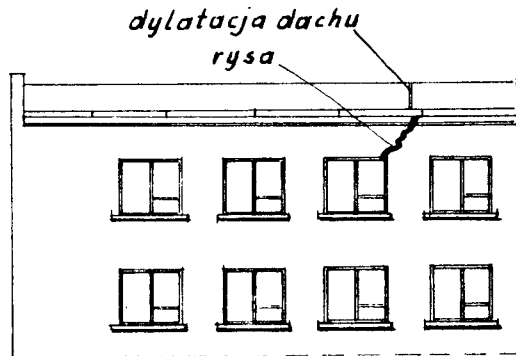
Rys. 17 - Rysy na skutek wpływów termicznych (rozszerzanie się żelbetowego dachu)

W budynkach krótszych ze słabo ocieplonym dachem w okresach długotrwałych mrozów może wystąpić zjawisko odwrotne do przedstawionego powyżej, a mianowicie kurczenie się betonowego dachu. Na rys. 18 pokazano przypadek gdzie skurcz dachu spowodował



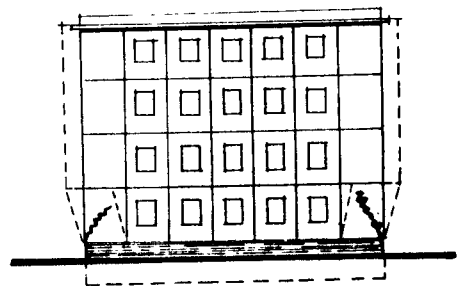
Rys. 18 - Pęknięcie dachu w osi budynku

wał jego rozerwanie w osi budynku, przy czym powstało także pęknięcie pionowe poniżej, w murach zewnętrznych budynku. W dachu wytworzyła się w ten sposób samoczynnie dylatacja. W budynku przedstawionym na rys. 19 widoczny jest wpływ skurczu dachu na mur w którym powstała rysa w pobliżu dylatacji dachu. Pod wieńcem nie wykonano odpowiedniej warstwy umożliwiającej swobodny przesuw dachu i mimo zdylatowania skurcz dachu spowodował pociągnięcie za sobą muru, jego odkształcenia i rysy.



Rys. 19 - Rysa w murze na skutek skurczu dachu (obok dylatacji)

Na rys. 20 przedstawiono zagadnienie nierównomiernego odkształcenia się budynku wielkopłytowego, podpiwnicznego. Część podziemna budynku pod wpływem wysokiej temperatury nie uległa odkształceniu, natomiast rozszerzeniu w dwóch kierunkach od osi budynku uległa część nadziemna. Spowodowało to największe odkształcenie w płytach skrajnych parteru, w których pojawiły się



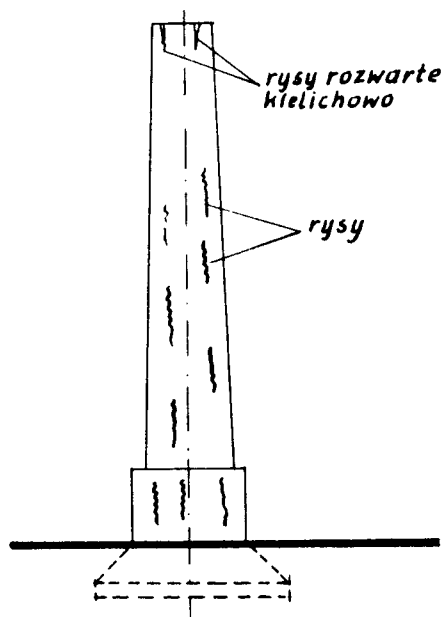
Rys. 20

Zarysowanie skrajnych płyt parteru na skutek nierównomiernych odkształceń termicznych

Niektóre przyczyny szkód budowlanych

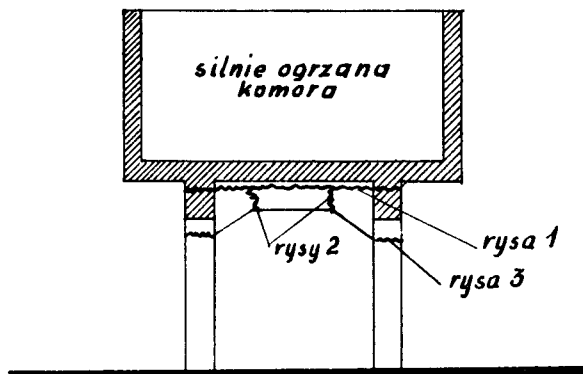
ukośne spękania. Przypadek ten wskazuje, że ta płyta jest właśnie najniebezpieczniej obciążoną płytą ściany budynku wielkopłytowego, co należy odpowiednio uwzględnić w obliczeniach.

Oddziaływanie zmian termicznych na budowlę, w szczególności bardzo często ma miejsce w budowlach przemysłowych gdzie zmiany temperatury występują w zależności od rodzaju produkcji i technologii procesu produkcyjnego. Typowym przykładem ujemnego wpływu tego typu zmian na konstrukcję może być popękany komin lub piec szczybowy. Zachodzi to przeważnie wtedy, gdy ochronna wykładzina termiczna szczelnie przylega do żelbetowego (lub murowanego) płaszcza. Rysy te są pionowe jak to pokazano na rys. 21.



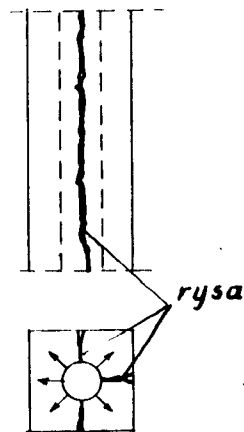
Rys. 21 - Komin zarysowany od działania temperatury

Na rys. 22 przedstawiono podest pod komorę w której znajdują się gazy o wysokiej temperaturze. Rozgrzana płyta tej komory ścięła swój styk z belką, rozerwała ramę i ścięła także głowice słupów.



Rys. 22 - Ścięcie styku płyty z belką, rozerwanie ramy oraz ścięcie słupów

Również typowe jest występowanie rys w słupach lub murach, w których umieszczone są rury. Jeśli przez rury przechodzą gorące gazy lub ciecze to powstają rysy pionowe na skutek nacisku rury (rys. 23). Podobne oddziaływanie może wywołać zamrażanie wody w rurze (lub otworze), natomiast pęknięcie słupa od działania mrozu występuje często, gdy beton się oziębi w deskowaniu, na stykach desek. Należy tutaj stwierdzić, że wpływy termiczne wywołują podobne skutki jak skurcz lub pęcznienie betonu lecz pod działaniem sił od zmian termicznych



Rys. 23
Rysy od rozsadzenia słupa przez lód lub rurę ogrzewczą

nie występują w stali i betonie naprężenia przeciwnego znaku.

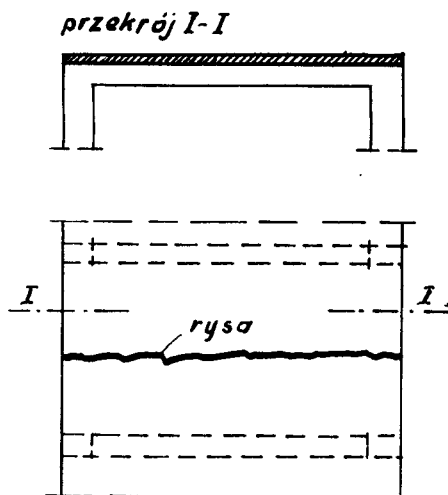
5. Skurcz lub pęcznienie

Skurcz dotyczy przede wszystkim budowli betonowych i żelbetowych, natomiast pęcznienie występuje także w innych materiałach, jak np. żużel paleniskowy itp. Tak więc w tym rozdziale można mówić ogólnie o zmianach objętości (może to być np. także pełzanie). Skurcz może występować w różnych okresach wieku betonu. W początkowym okresie po zabetonowaniu nastąpić mogą dwa zjawiska, a więc ubytek wody przez gwałtowne wysychanie powierzchniowe, oraz pęcznienie środka rdzenia elementu, który może w pewnych warunkach osiągnąć temperaturę nawet kilkudziesięciu stopni, co dodatkowo wpływa na szybkie wysychanie "skorupy" i jej pękanie. W późniejszym okresie tj. gdy beton jest dojrzały, przy nawilgoceniu pęcznienie a przy wysychaniu kurczy się.

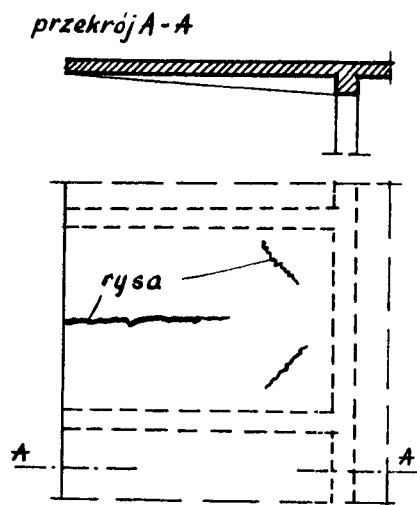
Zjawiska te mogą występować w różnych układach a więc powierzchniowo, po całym przekroju, przy unieruchomionych końcach elementu, w stykach, dylatacjach czy też na oporach.

Dla zobrazowania zagadnienia przedstawiono i omówiono kilka charakterystycznych przykładów, które zresztą nie wyczerpują wszystkich możliwości zaistnienia rys w budowlach od skurczu lub pęcznienia.

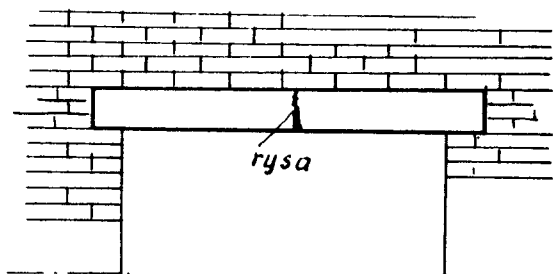
Na rys. 24 i 25 przedstawiono charakterystyczne rysy od skurczu w płytach ciągłych, w pierwszym przypadku przy dwóch końcach płyty wolnych, w drugim przy jednym końcu płyty wolnym. Od skurczu wystąpiło zjawisko osiowego rozciągania elementu, przy czym przesunięcie całości było uniemożliwione przez zamocowanie płyt w sztywnych belkach podporach. Wpływ osiowego rozciągania pokazano także na rys. 26, a mianowicie gdy umocowane silnie w murze końce naproza nie pozwoliły na przesunięcie ku środkowi belki. Skurcz spowodował jej pęknięcie w środku rozpiętości.



Rys. 24
Płyta ciągła o dwóch
wolnych brzegach

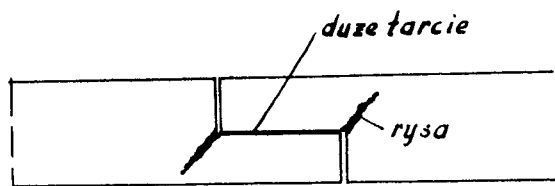


Rys. 25
Płyta ciągła o jednym
brzegu wolnym



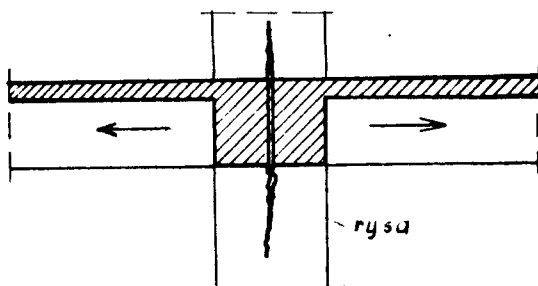
Rys. 26 - Pęknięcie żelbetowego nadproża
od skurczu betonu

Rys. 27 ilustruje rysy w dylatacji belki. Obie belki uległy skurczeniu, siły tarcia między belkami nie pozwoliły na przesuw i powstawały rysy na skutek mimośrodowego rozciągania w zarysowanych przekrojach.



Rys. 27 - Rysy skurczowe przy dylatacji belki

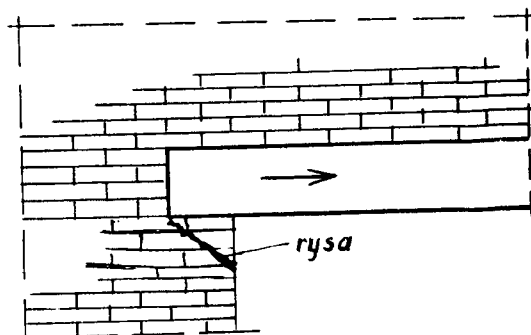
W innym przypadku (rys. 28) pokazano rozszczepienie się głowicy słupa na skutek skurczu belek, które były zdylatowane właśnie nad słupem. Jest to równocześnie przykład złego wykonania tej części obiektu.



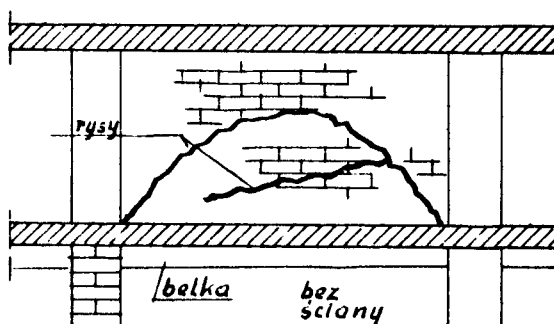
Rys. 28 - Rozszczepienie głowicy słupa od skurczu belek

Rys. 29 przedstawia zarysowanie muru pod nadprożem na skutek wrywania go pod wpływem skurczu w kierunku ku środkowi belki, której drugi koniec był silniej zamocowany w murze.

Na rysunku 30 sobrazowano rysy, które powstały w ścianie działowej opartej na uginającym się (i pełzającym) podciągu żelbetowym pod którym nie było ściany działowej. Rysa ta wytworzyła sklepienie w górnej partii ściany działowej nad podciągami, zaklinowane w ścianach bocznych.

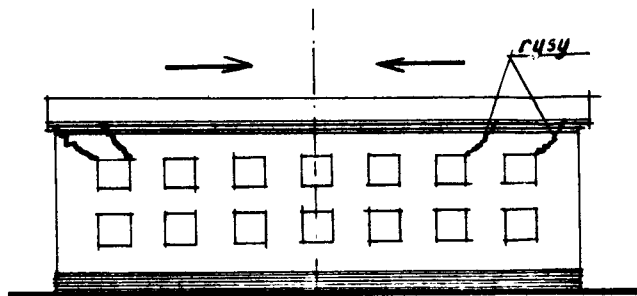


Rys. 29 - Skurcz belki powoduje wyrwanie nadproża z opory i rysę w murze

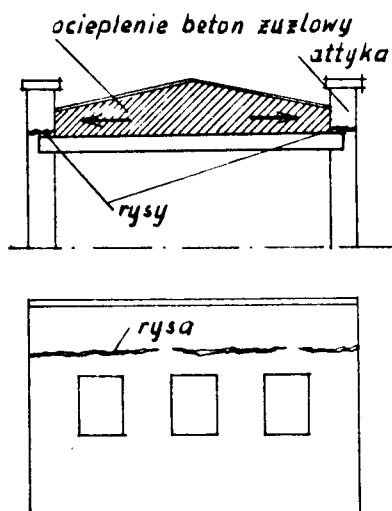


Rys. 30 - Ugięcie i pełzanie belki powoduje zarysowanie ściany działowej

Rys. 31 przedstawia zarysowany budynek na skutek skurczu dachu żelbetowego w kierunku do osi budynku. Na rys. 32 pokazano przypadek często zresztą spotykany, ścięcia atyki na budynku, przez ekspansywny materiał jakim w określonych warunkach może stać się beton żuźłowy, stosowany powszechnie w stropodachach na ocieplenie.



Rys. 31 - Zarysowanie budynku na skutek skurczu żelbetowego dachu



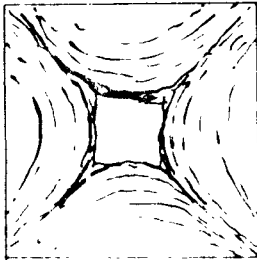
Rys. 32 - Ścięcie muru attyki wywołane pęcznieniem ocieplenia z betonu żuźłowego

6. Przeciążenie lub za wczesne obciążenie

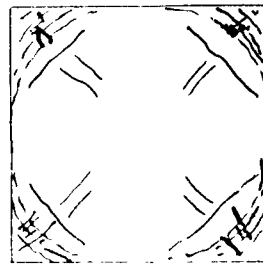
Zagadnienie przeciążenia elementów konstrukcyjnych jest tak szerokie, że wymagałoby oddzielnego poważnego opracowania bowiem praktycznie każdy słup, każda belka, strop, balkon itd. może ulegać przeciążeniu. O ile element był właściwie uzbro-

jony i skonstruowany oraz właściwie ułożony na podporach, jego zniszczenie od przeciążenia będzie miało charakterystyczne, przewidywane z góry cechy. Dlatego też w niniejszej pracy zwrócono uwagę tylko na niektóre przypadki tego typu, na ogół nie przewidywane obliczeniami statycznymi. Trzeba stwierdzić, że element zbyt wcześnie obciążony, przed uzyskaniem odpowiedniej wymaganej wytrzymałości jest także prosto elementem przeciążonym. Na rys. 33 przedstawiono układ rys w przeciążonej płycie kwadratowej krzyżowo zbrojonej, w widoku od dołu i z góry.

a) widok z dołu



b) widok z góry

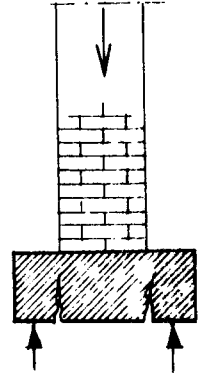


Rys. 33 - Układ rys przeciążonej płyty krzyżowo zbrojonej kwadratowej

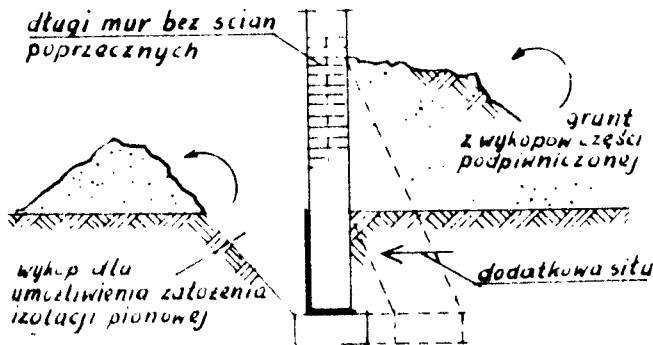
Rysy te ustalono w badaniach i stały się one podstawą do opracowania postanowień normy o zbrojeniu płyt krzyżowo zbrojonych. W podobny sposób badano belki zginane, słupy i inne elementy. Należy przy tym zwrócić uwagę na niewłaściwość stosowania belek żelbetonowych przezbrojonych, które pod wpływem przeciążenia niszczą się w ten sposób, że beton ulega zmiżdżeniu przed osiągnięciem granicy plastyczności na rozciąganie przez stal, a załamanie belki następuje w sposób nagły - gwałtowny.

Na rys. 34 pokazano charakter zarysowania zbyt wcześnie obciążonej murami ławy betonowej. Nastąpiło prosto odła-

manie wsporników. Niebezpieczeństwo wynikające z takiego przypadku dla budowy jest oczywiste. Inny przykład przeciążenia muru ceglanego pokazano na rys. 35, a mianowicie długi mur magazynu który z zewnątrz odkopano w celu umożliwienia założenia izolacji pionowej, a z wewnątrz został on obsypany na wysokość kilku metrów ziemią z wykopów przeznaczonych na podpiwniczenie części budynku. Duża dodatkowa siła wynikająca z takiego stanu budowli może spowodować wygięcie, przesunięcie muru i jego zarysowanie a nawet zawalenie się.



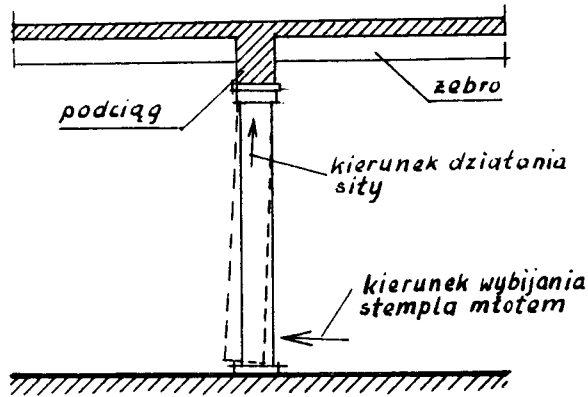
Rys. 34 - Zbyt wczesne obciążona ława fundamentowa



Rys. 35 - Przeciążenie muru nasypem ziemnym w trakcie wznoszenia magazynu

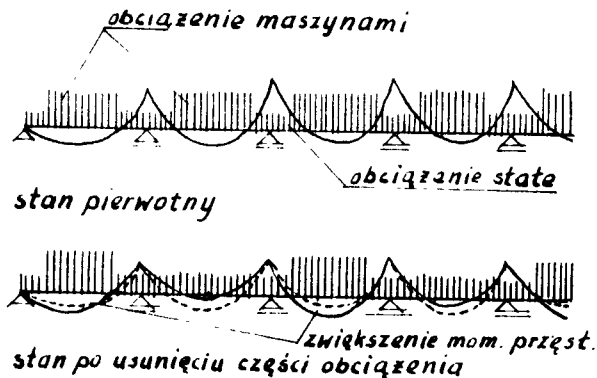
Rys. 36 obrazuje przeciążenie podciągu żelbetowego nieprzewidzianą siłą od dołu przy niewłaściwym wybijaniu młotem stempli spod podciągu. Podciąg nie jest zbrojony na tego rodzaju siły i pęka od góry.

Przeciążenie konstrukcji może nastąpić w dość nieoczekiwa -



Rys. 36 - Niewłaściwe usuwanie stempli spod podciągu

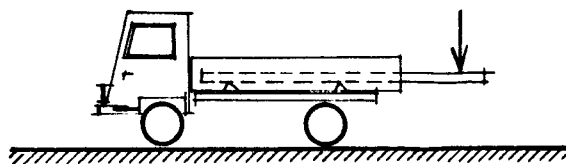
nych okolicznościach gdy np. w budynku przemysłowym na stropie żelbetowym będącym ciągłą płytą na żebrach (rys. 37) obciążonym w każdym przęśle maszynami dokona się zmian w obciążeniach. Usunięcie np. obciążeń z co drugiego przęsła płyty, mimo pozornego odciążenia stropu jako całości, spowoduje zwiększenie momentów przęsłowych w przęsłach nieodciążonych co może stać się nawet przyczyną awarii stropu.



Rys. 37 - Zmiana obciążeń stropu płyty ciągłej

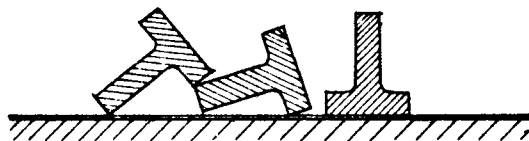
Niektóre przyczyny szkód budowlanych

Należy także zwrócić uwagę na bardzo często występujące zjawisko przeciążenia elementów, szczególnie żelbetowych, przy niewłaściwym ich transportowaniu i składowaniu.



Rys. 38 - Niewłaściwie transportowane belki D.M.S.

W takich przypadkach występuje zjawisko pojawienia się sił i momentów zgoła nieprzewidzianych przez projektanta, a wywołujących rysy, pęknięcia a często także zniszczenie elementu



Rys. 39 - Niewłaściwie składowane belki teowe

jeszcze przed wbudowaniem, a co gorsze, często po wbudowaniu go w konstrukcję mimo zaistniałych uszkodzeń.

7. Z a k o ń c z e n i e

Podając powyższy przegląd wybranych przyczyn powstania rys w budowlach autor wyraża nadzieję, że pobudzając w ten sposób wyobraźnię budowniczych poprzez możliwość porównywania z analogicznymi przypadkami z jakimi spotykają się oni w praktyce, przyczyni się w ten sposób do zmniejszenia ilości awarii budowlanych.

L i t e r a t u r a

1. Br. Bukowski - Morfologia rys w konstrukcjach żelbetowych i betonowych A.J.L. 3/57.
2. W. Danilecki - Szczeliny dylatacyjne w konstrukcjach żelbetowych I. i B. 6 - 7 - 8/1951.
3. J. Łempicki - Teoria zginania belki żelbetowej statycznie niewyznaczalnej. A.J.L. 3/56.
4. W. Żenczykowski - Przykłady uszkodzeń konstrukcji. J. i B. 7 - 8/1951.
5. G. Brendel - Stahlbetonbau.
6. W. Nowara, W. Bandyszewski - Uszkodzenia konstrukcji prefabrykowanych i sposoby ich naprawy. Materiały VI Sesji N-T Wydz. Bud. Łąd. W.S.Inż. Białystok 1969 r.

Biblioteka Główna ATR
w Bydgoszczy

Gz

596

1/1

1822



BYDGOSZCZ