

AKADEMIA TECHNICZNO-ROLNICZA
IM. JANA I JĘDRZEJA ŚNIADECKICH
W BYDGOSZCZY

ZESZYTY NAUKOWE NR 228

MECHANIKA 47

Sesja naukowa – MECHANIKA STOSOWANA

BYDGOSZCZ - 2000

AKADEMIA TECHNICZNO-ROLNICZA
IM. JANA I JĘDRZEJA ŚNIADECKICH
W BYDGOSZCZY

ZESZYTY NAUKOWE NR 228

MECHANIKA 47

Sesja naukowa – MECHANIKA STOSOWANA

BYDGOSZCZ - 2000

PRZEWODNICZĄCY KOMITETU REDAKCYJNEGO
dr hab. inż. Janusz Prusiński, prof. nadzw. ATR

REDAKTOR NAUKOWY
prof. dr hab. inż. Maciej Woropay

OPRACOWANIE REDAKCYJNE I TECHNICZNE
mgr Michał Górecki, mgr inż. Daniel Morzyński

Wydano za zgodą Rektora
Akademii Techniczno-Rolniczej
w Bydgoszczy

ISSN 0208-6395

WYDAWNICTWA UCZELNIANE
AKADEMII TECHNICZNO-ROLNICZEJ W BYDGOSZCZY

Wyd. I. Nakład 150 egz. Ark. aut. 13,0. Ark. druk. 16,0. Papier druk. kl. III.
Oddano do druku i druk ukończono w październiku 2000 r.
Zakład Poligraficzny Kubik & Krause
ul. Cmentarna 84, 85-184 Bydgoszcz, tel. (052) 3484-334

2000 2 3 178

Bydgoski Oddział Polskiego Towarzystwa Mechaniki
Teoretycznej i Stosowanej

Katedra Mechaniki Stosowanej
Akademii Techniczno-Rolniczej w Bydgoszczy

Sesja Naukowa

MECHANIKA STOSOWANA

zorganizowana

z okazji 30-lecia Oddziału Bydgoskiego PTMTiS
i 70-lecia

dr hab. inż. Krzysztofa Wernerowskiego, prof. nadzw. ATR

Komitety naukowy

dr hab. inż. Bronisław Siołkowski, prof. nadzw. ATR – przewodniczący
prof. dr hab. inż. Waclaw Kasprzak, Politechnika Wroclawska
prof. dr hab. inż. Zbigniew Osiński, Politechnika Warszawska
prof. dr hab. inż. Andrzej Tylikowski, Politechnika Warszawska
prof. dr hab. inż. Bogdan Skalmierski, Politechnika Czestochowska
prof. dr hab. Józef Nizioł, Politechnika Krakowska
dr hab. inż. Ryszard Dziecielak, prof. PP, Politechnika Poznańska

Komitet organizacyjny

dr hab. inż. Henryk Holka – przewodniczący
dr inż. Jerzy Sawicki
dr inż. Jan Sadowski
mgr inż. Jan Żołnierczyk
Katarzyna Łaz
Cecylia Sarbinowska



dr hab. inż. Krzysztof Wernerowski
prof. nadzw. ATR

Szanowny Jubilat urodził się 23 marca 1930 roku w Lesznie, w rodzinie nauczycielskiej. Pierwszy absolwent WSI w Bydgoszczy (1955 r.; inżynier mechanik) i Politechniki Gdańskiej (1961 r.; stopień magisterski). W 1968 roku obronił na Politechnice Poznańskiej pracę doktorską z dziedziny mechaniki. Stopień naukowy doktora habilitowanego nauk technicznych uzyskał w 1966 roku.

Zatrudniony od 01.03.1962 roku na stanowisku wykładowcy (1962-1967 r.), starszego wykładowcy (1967-1972 r.), docenta (1972-1998 r.) i profesora nadzwyczajnego Akademii Techniczno-Rolniczej.

W początkowym okresie swej pracy na uczelni prowadził zajęcia dydaktyczne z obrabiarek oraz skrawania i narzędzi. W późniejszym okresie, po uzyskaniu stopnia doktora nauk technicznych prowadził i prowadzi nadal zajęcia z mechaniki technicznej w tym z mechaniki ogólnej, wytrzymałości materiałów oraz wibrodynamiki i wibroakustyki.

Pełnił funkcję dziekana Wydziału Mechanicznego w latach 1984-1986, prodziekana w latach 1967-1972, kierownika Zespołu i Zakładu Mechaniki Technicznej (Stosowanej) w latach 1968-1991, oraz kierownika Katedry Mechaniki Stosowanej w 1999 roku i kierownika Laboratorium Obrabiarek w latach 1962-1968 oraz Zakładu Obróbki Skrawania i Narzędzi w latach 1966-1968.

Ogólny dorobek naukowy Jubilata obejmuje 3 rozprawy, 1 podręcznik akademicki, 9 skryptów, 47 artykułów naukowych i 56 prac naukowo-badawczych zastosowanych w praktyce oraz kilkadziesiąt referatów na konferencjach krajowych i zagranicznych. Wypromował 2 doktorów i recenzował 5 rozpraw doktorskich. Wykazał dużą inicjatywę

twórczą w rozwiązywaniu zagadnień technicznych, o czym świadczy uzyskanie 48 świadectw patentowych. Na wyróżnienie zasługują patenty wyciszenia obiektów mechanicznych oraz pomieszczeń zamkniętych i tłumienia drgań i hałasów na drodze ich propagacji.

Był organizatorem i współorganizatorem zaplecza laboratoryjnego takich dyscyplin naukowych, jak: obróbka skrawaniem, wibrodynamika i wibroakustyka. Uczestniczył w wielu organach kolegialnych Wydziału Mechanicznego i uczelni. Był założycielem Oddziału Bydgoskiego Polskiego Towarzystwa Mechaniki Teoretycznej i Stosowanej, pierwszym i w kilku następnych kadencjach przewodniczącym Zarządu tego Oddziału. Za aktywną pracę zawodową (dydaktyczną i naukową) oraz organizacyjną na uczelni i w organizacjach naukowych (PTMTiS, BTN) został uhonorowany m.in. Złotym Krzyżem Zasługi (1976 r.), Krzyżem Kawalerskim Orderu Odrodzenia Polski (1984 r.) i Medalem Edukacji Narodowej (1994 r.).

Spis treści

Bronisław Siołkowski, Krzysztof Wernerowski – 30-lecie Oddziału Polskiego Towarzystwa Mechaniki Teoretycznej i Stosowanej w Bydgoszczy	9
1. Józef Nizioł, Anna Kumaniecka – Zjawiska dynamiczne w układzie lina zasilająca – pantograf	15
2. Arnold Wilczyński – Anizotropia właściwości sprężystych płytowych materiałów drewnopochodnych	27
3. Bogdan Żółtowski – Wybrane problemy diagnostyki wibroakustycznej maszyn	33
4. Николай Владимирович Богдан, Петрович Валентин Автушко, Светлана Валентиновна Гиль – Исследование динамических характеристик тормозного крана	49
5. Николай Владимирович Богдан, Георгий А. Таяновский – Плавность хода и методика моделирования колебаний тракторных поездов	55
6. Katarzyna Cabańska-Płaczkiewicz – Free vibration of the sandwich beam with a viscoelastic inertial interlayer	63
7. Cezary Dariusz Ciemiński – Perspektywy strumieniowych systemów napowietrzania w oczyszczalniach ścieków	73
8. Mieczysław Cieszko – Zastosowanie przestrzeni Minkowskiego do modelowania anizotropowej przestrzeni porów przepuszczalnych materiałów porowatych	81
9. Radosław Drelich, Mariusz Kaczmarek – Wpływ rozpraszania na parametry propagacji fal ultradźwiękowych w materiałach niejednorodnych. Badania spieków szkła i zawieszin szkła w żelu	91
10. Mariusz Dubas, Mariusz Kaczmarek – Rola struktury porów w prawach przepływu przegląd modeli przepuszczalności	101
11. Jerzy Gołaś – Rozwiązania belki Timoshenki wyrażone w terminach rozwiązań Eulera-Bernoulliego dla zginanych włóknokompozytowych belek prostych	111
12. Irena Gołębiowska, Maciej Dutkiewicz – Zagadnienie Lamba dla półprzestrzeni z warstwą tłumiącą	121
13. Henryk Holka, Krzysztof Nowicki – Pasywne sterowanie drgań układu dyskretno-ciągłego	129
14. Jacek Jackiewicz – Modelowanie rozwoju mikrouszkodzeń w materiałach sprężysto-plastycznych	139
15. Jan Kochański, Józef Kubik – Badanie strukturalnych własności materiałów porowatych z zastosowaniem ultradźwięków	147

16. Jan Lorkowski – Mimośrodowe rozciąganie przekrojów osłabionych otworami według PN-90/B03200	155
17. Janusz Łukowski, Michał Pakuła, Mariusz Kaczmarek – Badania własności struktury kości gąbczastej z zastosowaniem metod spektroskopii elektrycznej i metody ultradźwiękowej	165
18. Stanisław Mroziński, Zbigniew Lis – Wpływ stanu powierzchni żyły na nośność połączenia uchwyt – przewód energetyczny	175
19. Tomasz Piątkowski, Janusz Sempruch – Eksperymentalne określenie toru ruchu ładunku jednostkowego w procesie zgarniania	185
20. Александр Сергеевич Поварехо – Исследование распределения моментов в трансмиссиях колесных машин.....	193
21. Kazimierz Sadkiewicz, Józef Flizikowski – System mechanicznego zliczania i pakowania pieczywa drobnego	207
22. Danuta Sado – Wpływ stałego obciążenia na drgania chaotyczne w układzie belka–wahadło	215
23. Jan Sadowski – Doświadczalne metody wyznaczania parametrów dynamicznej odporności na pękanie	225
24. Krzysztof Wernerowski – Drgania z tłumieniem nieliniowym	239
25. Чеслав Жданович, Владимир Бойков, Юрий Атаманов – Влияние типа движителя на тягово-сцепные свойства трактора	247

30-LECIE ODDZIAŁU POLSKIEGO TOWARZYSTWA MECHANIKI TEORETYCZNEJ I STOSOWANEJ W BYDGOSZCZY

Bronisław Siołkowski, Krzysztof Wernerowski

Katedra Mechaniki Stosowanej, Wydział Mechaniczny
ul. Prof. S. Kaliskiego 7, 85-796 Bydgoszcz

W artykule przedstawiono powstanie i rozwój Oddziału Polskiego Towarzystwa Mechaniki Teoretycznej i Stosowanej w Bydgoszczy. Nastąpił rozwój środowiska naukowego w zakresie mechaniki ciała stałego, budowli, płynów, konstrukcji, eksploatacji, technologii maszyn oraz innych działów mechanicznych.

Słowa kluczowe: mechanika, konstrukcja, eksploatacja, technologia maszyn.

1. INFORMACJE OGÓLNE

Wraz z rozwojem naukowego środowiska technicznego w Bydgoszczy powstała grupa badawcza w dziedzinie mechaniki. Grupa ta nawiązała współpracę z Oddziałem PTMTiS w Poznaniu. Dzięki pomocy organizacyjnej tego Oddziału powstał Oddział PTMTiS w Bydgoszczy.

12 lutego 1970 roku odbyło się zebranie, któremu przewodniczył przedstawiciel Zarządu Głównego i przewodniczący Oddziału Poznańskiego prof.dr Edmund Karaśkiewicz. Podczas zebrania wybrano z 12. członków założycieli **Zarząd Oddziału Bydgoskiego pierwszej kadencji w składzie:**

dr inż. Krzysztof Wernerowski	- przewodniczący
dr inż. Tadeusz Kabat	- z-ca przewodniczącego
mgr inż. Bronisław Siołkowski	- sekretarz
mgr inż. Jerzy Cabański	- skarbnik

oraz Komisja Rewizyjna w składzie:

mgr inż. Jerzy Orobiej	- przewodniczący
dr inż. Mieczysław Feld	- członek
mgr inż. Tomasz Sauter	- członek

Oprócz wyszczególnionych członków Zarządu i Komisji Rewizyjnej członkami Oddziału w chwili jego powstania byli także: dr inż. Tadeusz Bogumił, dr inż. Ludwik Janicki, mgr inż. Bogusław Kościelecki, dr inż. Antoni Matysiak i mgr inż. Kazimierz Wierzbicki.

W roku jubileuszowym pracami Oddziału kieruje Zarząd 16. kadencji w składzie:

dr hab. inż. Krzysztof Wernerowski, prof. ATR	- przewodniczący
dr hab. inż. Tomasz Topoliński, prof. ATR	- z-ca przewodniczącego

dr inż. Maria Olejniczak	- sekretarz
dr inż. Jerzy Sawicki	- skarbnik
dr hab. inż. Bronisław Siołkowski, prof. ATR	- członek
doc. dr inż. Jerzy Gołaś	- członek

a Komisja Rewizyjna w składzie:

dr inż. Andrzej Jazdon	- przewodniczący
dr inż. Aleksandra Niespodziana	- członek
mgr inż. Kazimierz Zawiślak	- członek

nadzoruje pracę Zarządu.

Skład osobowy Oddziału Bydgoskiego jest następujący:

1. Cabański Jerzy dr inż., mechanika techniczna
2. Cabańska Katarzyna dr inż., mechanika budowl
3. Cichański Artur mgr inż., podstawy konstrukcji maszyn
4. Delyavskyy Mychaylo dr hab. inż., prof. ATR, mech. ciała stałego
5. Dobiszewska Magdalena mgr inż., mechanika budowl
6. Flizikowski Józef prof. dr hab. inż., budowa rozdrabniaczy nasion
7. Gołaś Jerzy doc. dr inż., konstrukcje inżynierskie i budowlane
8. Gołębiowska Irena dr hab. inż., prof. ATR, mechanika budowl
9. Holka Henryk dr hab. inż., dynamika maszyn
10. Jackiewicz Jacek dr inż., mechanika techniczna
11. Janiak Tomasz mgr inż., mechanika budowl
12. Jazdon Andrzej dr inż., eksploatacja maszyn roboczych i pojazdów
13. Jedliński Ryszard dr hab. inż., prof. ATR, eksploatacja maszyn roboczych i pojazdów
14. Lorkowski Jan dr inż., mechanika budowl
15. Łukasiewicz Jan dr inż., technika cieplna
16. Malec Mirosław dr inż., mechanika techniczna, dynamika maszyn
17. Mroziński Stanisław dr inż., podstawy konstrukcji maszyn
18. Niespodziana Aleksandra dr inż., teoria konstrukcji inżynierskich
19. Olejniczak Maria dr inż., mechanika budowl
20. Podhorecka Anna dr inż., mechanika konstrukcji
21. Podhorecki Adam dr hab. inż., prof. ATR, mechanika budowl
22. Ranatowski Eugeniusz dr hab. inż., prof. ATR, budowa i eksploatacja maszyn, spawalnictwo
23. Rawłuszko Józef doc. dr inż., mechanika precyzyjna, metrologia
24. Sadowski Jan dr inż., technologia i budowa maszyn
25. Sawicki Jerzy dr inż., mechanika płynów
26. Sempruch Janusz dr hab. inż., prof. ATR, podstawy konstrukcji maszyn
27. Siołkowski Bronisław dr hab. inż., prof. ATR, mechanika techniczna - dynamika maszyn
28. Skibicki Dariusz dr inż., podstawy konstrukcji maszyn
29. Sobczak-Piąstka Justyna mgr inż., mechanika budowl
30. Sobkowiak Adam dr inż. sterowanie turbin
31. Szala Józef prof. dr hab. inż., podstawy konstrukcji maszyn
32. Szymański Marian dr inż., technika cieplna
33. Topoliński Andrzej dr inż., mechanika płynów
34. Topoliński Tomasz dr hab. inż., prof. ATR, podstawy konstrukcji maszyn

35. Wernerowski Krzysztof	dr hab. inż., prof. ATR, mechanika stosowana i techniczna
36. Wiatr Roman	dr inż., inżynieria poczty
37. Wilczyński Arnold	prof. dr hab. inż., mechanika konstrukcji drewnianych i drewnopodobnych
38. Woropay Maciej	prof. dr hab. inż., eksploatacja maszyn
39. Zachwieja Janusz	dr inż., mechanika płynów
40. Zastempowski Bogdan	dr inż., napęd i sterowanie hydrauliczne
41. Zawiślak Kazimierz	mgr inż. em., podstawy konstrukcji maszyn
42. Żołnierczyk Jan	mgr inż. mechanika techniczna

Liczba członków Oddziału w poszczególnych latach wynosiła (dane na koniec roku):

1970	– 15	1980	– 36	1990	– 43
1971	– 18	1981	– 37	1991	– 43
1972	– 17	1982	– 37	1992	– 43
1973	– 18	1983	– 39	1993	– 46
1974	– 21	1984	– 40	1994	– 46
1975	– 24	1985	– 40	1995	– 46
1976	– 27	1986	– 43	1996	– 42
1977	– 27	1987	– 43	1997	– 41
1978	– 29	1988	– 42	1998	– 45
1979	– 32	1989	– 42	1990	– 45

W 30-leciu Oddziału Zarządom poszczególnych kadencji przewodniczyli:

	w kadencjach:
▪ dr hab. inż. Krzysztof Wernerowski, prof. ATR	1, 2, 5, 6, 16
▪ doc. dr inż. Lech M. Kamiński	3, 4
▪ doc. dr hab. inż. Edward Walicki	7, 8, 9
▪ dr hab. inż. Bronisław Siołkowski, prof. ATR	10, 11, 12, 13, 14
▪ prof. dr hab. inż. Romuald Świtka	15

Wszyscy przewodniczący Zarządów są lub byli nauczycielami akademickimi Akademii Techniczno-Rolniczej w Bydgoszczy. Z Wydziału Mechanicznego tej uczelni aktualnie jest 24. członków. Drugie miejsce pod względem liczebności członków zajmuje Wydział Budownictwa – 11. członków. Pozostali członkowie rekrutują się z Wydziałów Telekomunikacji i Elektrotechniki – 3. członków, Instytutu Techniki WSP – 2. członków i spoza wyższych uczelni Bydgoszczy – 2. członków.

Podsumowując pracę w zarządach i komisjach rewizyjnych poszczególnych kadencji najbardziej aktywnymi członkami są:

▪ dr hab. inż. Bronisław Siołkowski, prof. ATR	– 14 kadencji
▪ dr hab. inż. Krzysztof Wernerowski, prof. ATR	– 14 kadencji
▪ dr hab. inż. Tomasz Topoliński, prof. ATR	– 9 kadencji
▪ dr inż. Jerzy Cabański	– 8 kadencji
▪ dr inż. Tadeusz Kabat	– 8 kadencji
▪ dr inż. Andrzej Golik	– 7 kadencji
▪ dr inż. Jan Lorkowski	– 6 kadencji
▪ dr inż. Mirosław Malec	– 6 kadencji
▪ dr hab. inż. Janusz Sempruch, prof. ATR	– 5 kadencji

2. DZIAŁALNOŚĆ MERYTORYCZNA ODDZIAŁU

Działalność merytoryczna Bydgoskiego Oddziału PTMTiS w latach 1970-2000 prowadzona była w ramach:

- zebrań naukowych,
- seminariów, sesji i sympozjów naukowych,
- kursów techniczno-naukowych.

2.1. Zebrania naukowe

Na zebraniach naukowych referaty przedstawili członkowie Oddziału oraz zaproszeni goście z zagranicznych i krajowych ośrodków naukowych. Zestawienie zebrań naukowych w poszczególnych latach jest następujące:

1970 – 3	1977 – 4	1983 – 3	1989 – 5	1995 – 1
1972 – 7	1978 – 4	1984 – 3	1990 – 4	1996 – 3
1973 – 5	1979 – 9	1985 – 3	1991 – 4	1997 – 3
1974 – 5	1980 – 4	1986 – 5	1992 – 4	1998 – 6
1975 – 5	1981 – 3	1987 – 9	1993 – 6	1999 – 3
1976 – 4	1982 – 1	1988 – 6	1994 – 4	

Szczegółowe wykazy referatów za lata 1970-95 znajdują się w sprawozdaniach poszczególnych kadencji i sprawozdaniach opracowanych z okazji 15-lecia, 20-lecia Oddziału i 25-lecia Oddziału [1, 2 i 3]. Natomiast za lata 1995-99 wykaz ten jest następujący:

Data	Prelegent	Temat	Liczba uczest. /dyskut.
95.12.05	prof. dr hab. inż. Józef Kubik	Mechanika nasyconych ośrodków porowatych z makroefektami mikrozwjawisk porowatych	16/7
96.04.23	prof. dr hab. inż. Andrzej Gawęcki	Podstawy mechaniki konstrukcji z luzami	26/8
96.06.25	prof. dr hab. Andrzej Litewka	Tensorowa miara zorientowanego uszkodzenia metali w warunkach pełzania	19/5
96.11.08	prof. dr hab. inż. Vaclav Tesar	Zastosowanie techniki strumieniowej w silnikach spalinowych	20/6
97.02.11	prof. dr hab. inż. Witold Gutkowski	Przyczyny i przebieg katastrofy masztu radiowego w Gąbinie	23/5
97.05.06	dr Gerhardt Witte	Theoretische Einführung und praktische Anwendung der Hydroakustik zur Detektion von Schwebstoffen in Gewässern	41/7
97.11.25	prof. dr hab. inż. Włodzimierz Pihowicz	Technika bezpieczeństwa jako nowa dyscyplina nauk technicznych	47/4
98.01.30	prof. dr hab. inż. Jan Kołodziej prof. dr inż. Zenon Kończak	Metoda komputerowa określania efektywnej przewodności cieplnej kompozytów	11/4

98.03.13	prof. dr hab. inż. Mieczysław Myśliwiec	Kompleksowe zarządzanie jakością w uczelni wyższej	52/10
98.06.25	doc. dr inż. Jerzy Gołaś	O udokładnionej teorii powłok w mechanice włóknokompozytowych dźwigarów lepkosprężystych	14/4
98.10.15	prof. dr inż. Volodymir Lomakin mgr inż. Oleksy Lomakin	Badania nieliniowych układów automatyki w zastosowaniu do techniki chłodniczej	35/7
98.12.11	prof. dr hab. inż. Wojciech Cholewa	Metody diagnostyki technicznej	58/4
98.12.15	doc. dr inż. Jerzy Gołaś	Stany krytyczne równomiernie ogrzanych włóknokompozytowych płyt kolistych	12/5
99.06.24	dr hab. inż. Henryk Holka	Modelowanie układów mechanicznych metodą syntezy podatności dynamicznej	12/6
99.12.10	dr inż. Jacek Jackiewicz	Modelowanie rozwoju mikrouszkodzeń w materiałach sprężysto-plastycznych	8/5
99.12.17	dr inż. Zdenek Travnicek	Impinging jet Investigation in the Czech	15/5

2.2. Seminaria, sesje i sympozjony

W ramach tej formy działalności w latach 1970-1994 zorganizowano: 5 seminariów, 2 sesje i 1 sympozjum ogólnopolskie, o których informacje podane zostały w sprawozdaniu z okazji 25-lecia Oddziału [3]. Natomiast w ostatnim 5-leciu zorganizowano:

1. Seminarium nt. „Metoda elementów skończonych” w 1995 r.; 8 spotkań w tym 2 wykłady prof. dr. hab. inż. Romualda Świtki i dr. hab. inż. Bronisława Siołkowskiego, prof. ATR i 6 prezentacji programów używanych w jednostkach organizacyjnych uczelni uczestniczyło 19-35 członków i sympatyków PTMTiS.
2. Sesja naukowa nt. „Mechanika materiałów niejednorodnych i konstrukcji złożonych” w dniach 15-16.09.1995 r. Wygłoszonych zostało 18 referatów naukowych, zebranych w Zeszytach Naukowym Nr 192, Mechanika 37, ATR Bydgoszcz. W sesji uczestniczyło 40 osób, w tym 12 członków Zarządu Głównego PTMTiS.
3. Seminarium nt. „Mechanika pękania materiałów i konstrukcji” 14.04-10.06.1998 r. W ramach tego seminarium wygłoszonych zostało 6 wykładów. Wykładowcami byli: prof. dr hab. inż. Jerzy Najjar, dr hab. inż. Bronisław Siołkowski, prof. ATR, dr hab. inż. Eugeniusz Ranatowski, prof. ATR, dr inż. Jacek Jackiewicz i dr inż. Jan Sadowski. W poszczególnych wykładach uczestniczyło od 17-38 osób.
4. Sesja naukowa nt. „Dynamika i Wibracje” w dniu 22.10.1998 r. W czasie sesji wygłoszone były dwa referaty plenarne przez prof. dr. hab. inż. Józefa Nizioła i prof. dr. hab. inż. Andrzeja Tylikowskiego i 13 referatów specjalistycznych. W sesji uczestniczyło 57 osób. Materiały sesji opublikowane zostały w Zeszytach Naukowym Nr 221, Mechanika 44, ATR Bydgoszcz [4].

2.3. Kursy techniczno-naukowe

1. Ogólnopolski kurs nt. „Możliwości realnego zwalczania hałasu i szkodliwych drgań w zakładach przemysłowych”. 1990.04.06, 8 godzin wykładów i seminariów. Uczestniczyło 12 osób kadry inżynierskiej z różnych zakładów przemysłowych. Kursem kierował i część zajęć prowadził doc. dr inż. Krzysztof Wernerowski.
2. Ogólnopolski kurs nt. „Eksploatacja i diagnostyka maszyn wirnikowych” 1994.05.09-10, 16 godzin wykładów i seminariów. Uczestniczyło 26 osób kadry inżynierskiej z różnych zakładów przemysłowych. Kursami kierował i wygłosił jeden wykład dr hab. inż. Bronisław Siołkowski, prof. ATR.

W podsumowaniu działalności merytorycznej warto przytoczyć kilka liczb:

Zorganizowanych zostało 141 imprez naukowych, na których zostało wygłoszonych 233 wykładów i referatów, uczestniczyło w nich 2920 osób.

Wykładowcami i referentami imprez naukowych byli: 12. gości zagranicznych, 60 osób z innych ośrodków naukowych krajowych i 160. członków naszego Oddziału.

Najaktywniejsi członkowie naszego Oddziału w pracy merytorycznej to:

wygłoszone wykłady i referaty

- | | |
|--|------|
| 1. dr hab. inż. Bronisław Siołkowski, prof. ATR | - 22 |
| 2. dr hab. inż. Krzysztof Wernerowski, prof. ATR | - 16 |
| 3. dr inż. Tadeusz Kabat | - 10 |
| 4. prof. dr hab. inż. Józef Szala | - 10 |
| 5. prof. dr hab. inż. Romuald Świtka | - 8 |

LITERATURA

- [1] Sprawozdanie Zarządu Oddziału za lata 1970-85 – niepublikowane, w dokumentach Oddziału.
- [2] Sprawozdanie Zarządu Oddziału za lata 1970-90 – niepublikowane, w dokumentach Oddziału.
- [3] Zeszyt Naukowy Nr 192, Mechanika 37, ATR Bydgoszcz 1995.
- [4] Zeszyt Naukowy Nr 221, Mechanika 44, ATR Bydgoszcz 1999.

30th ANNIVERSARY OF THE BYDGOSZCZ-BASED BRANCH OF THE POLISH SOCIETY OF THEORETICAL AND APPLIED MECHANICS

Summary

The paper presents a brief history, the foundation and development, of the Bydgoszcz-based branch of the Polish Society of Theoretical and Applied Mechanics. The study reviews the scientific advancement of solid mechanics, theory of structure, fluid mechanics, design, operation, mechanical engineering and other branches of mechanics.

Key words: mechanics, design, operation, mechanical engineering.

ZJAWISKA DYNAMICZNE W UKŁADZIE LINA ZASILAJĄCA – PANTOGRAF

Anna Kumaniecka¹, Józef Nizioł²

¹Instytut Matematyki, Wydział Fizyki Technicznej
ul. Warszawska 24, 31-155 Kraków

²Instytut Mechaniki i Podstaw Konstrukcji Maszyn, Wydział Mechaniczny
al. Jana Pawła II 37, 31-864 Kraków

W pracy rozważane są zagadnienia związane z identyfikacją i symulacją zjawisk zachodzących w układach zasilania kolejowej trakcji elektrycznej, w szczególności efektów dynamicznych pojawiających się w czasie współpracy przewodu jezdnego z pantografem. Praca zawiera przegląd metod stosowanych w zagadnieniach dotyczących modelowania dynamicznej współpracy układu sieć trakcyjna-pantograf. Celem pracy jest sformułowanie matematycznego opisu układu zasilania kolejowej trakcji elektrycznej, uwzględniającego występujące tu zjawiska fizyczne. Praca daje szeroki przegląd literatury, dotyczącej opisu dynamicznej współpracy odbieraka z siecią trakcyjną.

Słowa kluczowe: dynamika, trakcja elektryczna, pantograf

WSTĘP

Badania układów zasilania elektrycznego pojazdów szynowych są przedmiotem zainteresowania szeregu wiodących ośrodków naukowych na świecie m.in. w Japonii, USA, RFN, Francji, Szwecji i innych. Dążenie do zwiększenia prędkości pociągów pasażerskich i towarowych jest jedną z cech rozwojowych kolei, mającą swe uzasadnienie gospodarcze i społeczne. Rozwój ten, realizowany głównie w oparciu o trakcję elektryczną, wymaga stałego doskonalenia środków technicznych związanych z dynamiką ruchu pojazdu.

Współczesne układy zasilania w kolejowej trakcji elektrycznej powinny spełniać swoją funkcję niezawodnie, przy różnych oddziaływaniach zewnętrznych, w warunkach wzrastających wymagań odnoszących się do dużych prędkości przewozów. Potrzeba modyfikacji istniejących systemów lina - pantograf pociąga za sobą konieczność rozwiązania szeregu problemów konstrukcyjnych i eksploatacyjnych. Możliwość analizy wpływu różnych cech i modyfikacji konstrukcyjnych na zachowania dynamiczne układu, bez konieczności angażowania dużych środków finansowych na długotrwałe badania szeregu fizycznych układów prototypowych, stanowi o atrakcyjności badań teoretycznych analityczno-symulacyjnych. Badania doświadczalne powinny mieć charakter weryfikacyjny.

1. PROBLEMY WSPÓŁPRACY ODBIERAKA PRĄDU Z SIECIĄ TRAKCYJNĄ

1.1. Uwagi ogólne

W rozwiązaniach konwencjonalnych zasilanie pojazdu szynowego w energię elektryczną odbywa się z napowietrznej sieci trakcyjnej. Elementem pośredniczącym w odbiorze energii elektrycznej na dachu pojazdu jest umocowany odbierak prądu – pantograf.

O ile przy prędkościach do 180 km/h istniejące rozwiązania pantografów sprawdziły się, o tyle przy prędkościach znacznie większych były i nadal są przedmiotem obszernych badań.

Do realizacji szybkiego ruchu pociągów transmisja energii elektrycznej jest szczególnie ważna. Shinkansen osiągający prędkość 330 km/h wymaga 16000 kW, Euro-star jadący z prędkością 300 km/h wymaga 14000 kW mocy. Dla tych szybkich pojazdów szynowych zasilanie w energię elektryczną musi mieć następujące parametry: 600-1000A przy 25kV AC. Jest więc oczywiste, że jakość współpracy dynamicznej między siecią a pantografem jest bardzo istotnym czynnikiem w czasie ruchu szybkich pociągów.

Nieprawidłowa współpraca pantografu z siecią trakcyjną może być przyczyną przerw w zasilaniu pojazdu trakcyjnego, znacznego zużycia materiałów stykowych, zakłóceń radioelektrycznych, a także uszkodzeń zarówno sieci trakcyjnej, jak i pantografu.

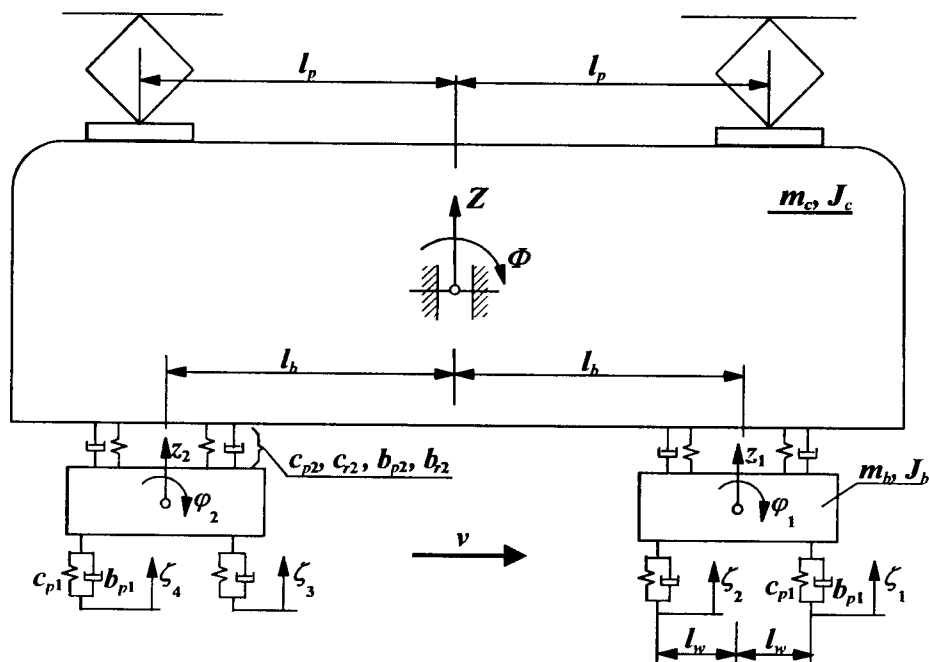
Sieć trakcyjna jest układem stacjonarnym o parametrach rozłożonych, odbierak prądu natomiast jest układem ruchomym przemieszczającym się wzdłuż sieci, który z dobrym przybliżeniem może być modelowany jako układ o parametrach skupionych. Jakość odbioru prądu jest uzależniona od warunków pracy zestyku ślizgowego, jaki tworzą wkładki ślizgacza odbieraka prądu oraz drutu jezdnego sieci trakcyjnej. Warunki pracy zestyku pantograf-sieć uzależnione są od parametrów odbieranego prądu, prędkości jazdy, sztywności sieci, cech dynamicznych pojazdu oraz innych czynników. Prawidłowy odbiór prądu zapewniony jest wówczas, gdy między ślizgaczem pantografu a drutem jezdny istnieje styk mechaniczny. Podstawową wielkością określającą jakość tego styku jest siła oddziaływania między ślizgaczem odbieraka prądu a drutem jezdny sieci trakcyjnej (siła stykowa). Zerowa wartość siły stykowej jest przyczyną przerw w zasilaniu pojazdu, zbyt duża wartość siły stykowej jest przyczyną przedwczesnego zużycia drutów jezdnych oraz wkładek ślizgowych lub nawet zerwania sieci. Dobra jakość współpracy odbieraka prądu z siecią trakcyjną może być zapewniona przez odpowiedni dobór parametrów dynamicznych układu tor-pojazd-pantograf-sieć.

W warunkach polskich, gdzie zdecydowana większość pojazdów korzysta z energii elektrycznej pobieranej z sieci trakcyjnej, problem zapewnienia prawidłowej współpracy pantografu z siecią pozostaje ciągle otwarty. Zagadnienie powyższe odgrywa istotną rolę w PKP. Stosowany jest tu system prądu stałego o napięciu 3kV. W najbliższych latach przewiduje się zwiększenie mocy lokomotyw elektrycznych do 6000 kW oraz wzrost prędkości jazdy do 200 km/h.

Badając problematykę poprawy współpracy odbieraka prądu z siecią trakcyjną można rozważać następujące zagadnienia: modernizację sieci i odbieraków; modyfikację i optymalizację parametrów nowo wybudowanych sieci i odbieraków.

1.2. Oddziaływanie pojazdu na pantograf

W pracy [7] przeanalizowano problem oddziaływania poruszającej się lokomotywy na układ pantograf-sieć. Przyjęto, że pantograf nie oddziałuje na lokomotywę. Założenie to jest w pełni uzasadnione. Na rys. 1.1 przedstawiono model dynamiczny lokomotywy jako układu o 6-ciu stopniach swobody.

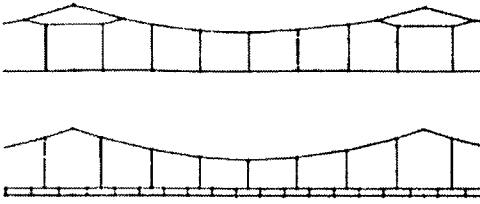


Rys. 1.1. Model dynamiczny układu tor - lokomotywa

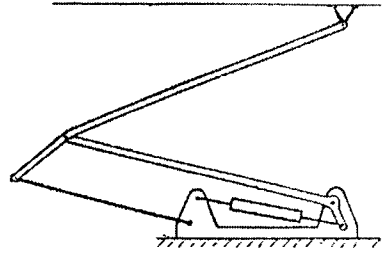
Drgania wymuszone są kinematycznie od ruchu lokomotywy po szynach. Funkcje wymuszające $\xi_i(t)$ dla realnych przypadków zostały przybliżone skończonym szeregiem Fouriera, gdzie zupełnie dobrą dokładność uzyskuje się przyjmując pierwsze sześć wyrazów. Po rozwiązaniu układu sześciu równań różniczkowych i wykorzystaniu odpowiednich związków geometrycznych wyznaczono przemieszczenia punktów mocowania pantografu. Przemieszczenia te będą stanowić wymuszenia kinematyczne dla układu pantograf sieć trakcyjna.

1.3. Dynamika układu sieć trakcyjna – pantograf

Na liniach szybkiego ruchu stosowane są obecnie dwie konfiguracje sieci trakcyjnej – na rys. 1.2. Schemat konstrukcji pantografu przedstawiono na rys. 1.3. Zasadniczymi elementami sieci trakcyjnej są lina nośna, drut jezdny, linki pomocnicze, konstrukcje wsporcze.



Rys. 1.2. Konfiguracje sieci trakcyjnej

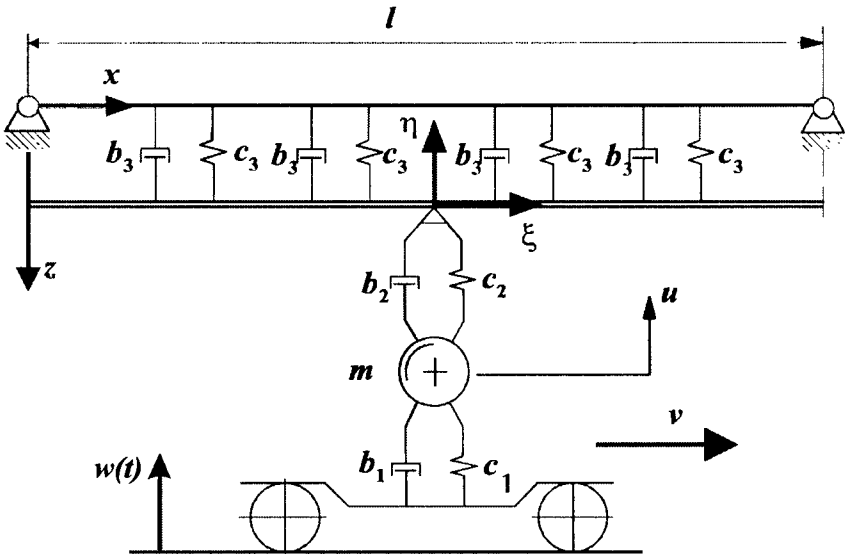


Rys. 1.3. Schemat pantografu

Niezależnie od rodzaju konstrukcji sieci trakcyjnej jej własności są charakteryzowane przez następujące parametry: wynikającą z naciągu sztywność poprzeczna, masę zredukowaną, siłę tarcia pomiędzy drutem jezdny a ślizgaczem pantografu, długością podporządkowaną. Na podstawie tych parametrów można oszacować częstości „drgań własnych”, prędkość propagacji fali w drucie jezdny, współczynniki propagacji i odbicia fali.

W literaturze spotyka się różne fizyczne modele traktacji: pojedynczą strunę, w ujęciu liniowym [3] i nieliniowym [12] z uwzględnieniem tarcia w punkcie styku pantografu z przewodem jezdny [6] i bez tarcia [5].

Wydaje się, że najbardziej zbliżonym do rzeczywistości będzie model przedstawiony na rys. 1.4.



Rys. 1.4. Model układu sieć trakcyjna-pantograf

Lina nośna sieci trakcyjnej jest modelowana jako skończone napięte ciągnię oddziałujące z przewodem jezdny poprzez warstwę sprężysto-tłumiącą (podłoże winklerowskie). Przewód jezdny modelowany jest jako ciągnię o nieskończonej długości, napięte. Z siecią poprzez elementy sprężysto-tłumiące oddziałuje pantograf traktowany jako układ dyskretny o jednym stopniu swobody.

Analizę ruchu rozważanego układu dyskretno-ciągłego przeprowadzimy przy następujących założeniach:

- drgania poprzeczne cięgien w płaszczyźnie OXY są małe,
- materiał cięgien jest liniowy i jednorodny,
- ciężno „górne” o długości l spoczywa na doskonale sztywnych podporach,
- oscylator może poruszać się tylko wzdłuż ciężna dolnego ze stałą prędkością,
- masa lepko-sprężystych elementów łączących jest pomijalnie mała,
- w niezaburzonym ruchu względnym ciężna i masy napięcie w elementach łączących jest niezerowe,
- tarcie w punkcie oddziaływania oscylatora z ciężnem jest pomijalnie małe,
- ciężna nie przenoszą momentów giętnych,
- średnia siła nacisku pantografu na przewód w ruchu ustalonym jest równa sile statycznej,
- znane jest wymuszenie kinematyczne miejsca mocowania pantografu na pojeździe,
- pantograf modeluje się liniowym oscylatorem o jednym stopniu swobody.

1.4. Równania różniczkowe ruchu układu sieć trakcyjna – pantograf

Równanie ruchu oscylatora ma postać:

$$m\ddot{u} + (b_1 + b_2)\dot{u} + (c_1 + c_2)u = c_1 w(t) + b_1 \dot{w}(t) + c_2 u_1|_{x=u} + b_2 \frac{\partial u_1}{\partial t} \Big|_{x=u} \quad (1)$$

gdzie:

- m – masa zredukowana pantografu,
- u – przemieszczenie masy „m”,
- $w = w(t)$ – wymuszenie kinematyczne,
- $u_1 = u_1(x, t)$ – przemieszczenie poprzeczne liny dolnej,
- c_1, c_2 – współczynniki sztywności sprężyn,
- b_1, b_2 – współczynniki tłumienia wiskotycznego.

Równania ruchu cięgien przyjmują postać:

$$\begin{aligned} \rho_1 \frac{\partial^2 u_1}{\partial t^2} - S_1 \frac{\partial^2 u_1}{\partial x^2} + c_3(u_1 - u_2) + b_3 \left(\frac{\partial u_1}{\partial t} - \frac{\partial u_2}{\partial t} \right) &= X_1(x, t) \\ \rho_2 \frac{\partial^2 u_2}{\partial t^2} - S_2 \frac{\partial^2 u_2}{\partial x^2} + c_3(u_2 - u_1) + b_3 \left(\frac{\partial u_2}{\partial t} - \frac{\partial u_1}{\partial t} \right) &= 0 \end{aligned} \quad (2)$$

gdzie:

- $u_i = u_i(x, t)$ – przemieszczenie poprzeczne cięgien, $i=1,2$,
- ρ_i, S_i – liniowe gęstości mas cięgien oraz siły naciągu ($i = 1,2$) odpowiednio,
- c_3, b_3 – współczynniki sztywności i tłumienia warstwy łączącej ciężna,
- $X_1(x, t)$ – obciążenie ciężna dolnego pochodzące od pantografu.

Obciążenie to przyjmuje postać:

$$X_1(x, t) = \left[F_0 + c_2(u - u_1) + b_2 \left(\dot{u} - \frac{\partial u_1}{\partial t} \right) \right] \delta(x - u) \quad (3)$$

gdzie:

- F_0 – jest siłą docisku statycznego,
- v – prędkością poruszania się pojazdu,
- $\delta(x-vt)$ – funkcją Diraca.

Dla układu równań należy podać cztery warunki brzegowe.

Dla cięgna górnego mają one postać:

$$u_2(0, t) = u_2(l, t) = 0 \quad (4)$$

gdzie l jest rozpiętością przęsła.

Dla cięgna dolnego można je zapisać następująco:

$$u_1(-nl, t) = u_1(nl, t) = 0 \quad (5)$$

gdzie n jest arbitralnie przyjętą dostatecznie dużą liczbą naturalną.

Warunki początkowe są jednorodne:

$$u_i(x, 0) = 0, \quad \frac{\partial u_i(x, t)}{\partial t} \Big|_{t=0} = 0 \quad \text{dla } i=1, 2 \quad (6)$$

W pracy [3] analizowano drgania pojedynczego cięgna oddziałującego na ruchomy oscylator. Zastosowano tam metodę biegnącej fali.

Rozważany w prezentowanej pracy układ jest bardziej skomplikowany i opisany jest dwoma równaniami różniczkowymi o pochodnych cząstkowych (2) sprzężonymi z równaniem różniczkowym (1). Znane wymuszenie kinematyczne $w = w(t)$ można zapisać w postaci

$$w(t) = \sum_{i=1}^6 a_i \sin \omega_i t \quad (7)$$

Układ równań (1), (2) jest układem liniowym a więc można stosować zasadę superpozycji. Załóżmy, że uwzględnimy tylko jeden wyraz wymuszenia kinematycznego. Wówczas prawa strona równania (2) będzie mieć postać:

$$f_i(t) = c_1 a_i \sin \omega_i t + b_1 a_i \omega_i \cos \omega_i t = A_i \sin(\omega_i t + \varphi_i) \quad (8)$$

$$A_i = \sqrt{c_1^2 a_i^2 + b_1^2 a_i^2 \omega_i^2}, \quad \text{tg } \varphi_i = \frac{b_1 \omega_i}{c_1}$$

Do dalszych rozważań można wprowadzić czas t_1 zdefiniowany następująco:

$t_1 = t + \frac{\varphi_i}{\omega_i}$. Wówczas wymuszenie kinematyczne (8) przyjmie postać:

$$f_i(t_1) = A_i \sin \omega_i t_1 \quad (9)$$

W układzie równań (1) – (2) mogą pojawić się efekty parametryczne ze względu na zmienną w czasie w kierunku poprzecznym sztywność przewodu jezdnego, zależną od miejsca oddziaływania pantografu.

2. PRZYBLIŻONA ANALIZA DRGAŃ UKŁADU SIEĆ TRAKCYJNA – PANTOGRAF

Rozważmy układ składający się z „2*n*” podprzęseł, każde o długości *l* liny nośnej połączonej z przewodem jezdny warstwą sprężysto-tłumiącą. Oznaczmy przez x_k współrzędne podpór liny nośnej, $k \in (-n, n)$. Przemieszczenia $u_2(x_k, t_1) = 0$, dla $k = -n, -n+1, \dots, n$.

Niech po linie jezdnej przemieszcza się ze stałą prędkością *v* siła:

$$F = F_0 + F_i \sin v_i t_1. \quad (10)$$

Siłę tę w pierwszym przybliżeniu można wyznaczyć w następujący sposób. Punkt o masie *m* opiera się o strunę o nieskończonej długości napiętą siłą S_0 . Struna spoczywa na podłożu winklerowskim o znanych parametrach. Na punkt działa znane wymuszenie kinematyczne $w(t)$. Obliczając przemieszczenie $u(t)$ wyznaczamy siłę oddziaływania pantografu na przewód jezdny.

Całek szczególnych układu równań (2) poszukujemy w postaci:

$$u_1(x, t_1) = \sin \frac{\pi j x}{2nl} T_1(t_1), \quad u_2(x, t_1) = \sin \frac{\pi k x}{2nl} T_2(t_1). \quad (11)$$

Po podstawieniu do układu (2), pomnożeniu obustronnie równań przez funkcję $\sin \frac{\pi s x}{2nl}$ i po wykonaniu całkowania w granicach $(-nl, nl)$ otrzymano następujący układ równań różniczkowych zwyczajnych:

$$\begin{aligned} \rho_1 \ddot{T}_{1s} + S_1 \frac{\pi^2 s^2}{4n^2 l^2} T_{1s} + c_3 (T_{1s} - T_{2s}) + b_3 (\dot{T}_{1s} - \dot{T}_{2s}) &= \frac{1}{nl} (F_0 + A_i \sin \omega_i t_1) \sin \frac{\pi s}{2nl} v t_1 \\ \rho_2 \ddot{T}_{2s} + S_2 \frac{\pi^2 s^2}{4n^2 l^2} T_{2s} + c_3 (T_{2s} - T_{1s}) + b_3 (\dot{T}_{2s} - \dot{T}_{1s}) &= 0 \end{aligned} \quad (12)$$

Równania te zapisać można w postaci:

$$\begin{aligned} \ddot{T}_{1s} + \omega_{1s}^2 T_{1s} + 2\zeta_1 \dot{T}_{1s} - \frac{c_3}{\rho_1} T_{2s} - 2\zeta_1 \dot{T}_{2s} &= B_0 \sin v_s t_1 + C_i (\cos(\omega_i + v_s) t_1 - \cos(\omega_i - v_s) t_1) \\ \ddot{T}_{2s} + \omega_{2s}^2 T_{2s} + 2\zeta_2 \dot{T}_{2s} - \frac{c_3}{\rho_2} T_{1s} - 2\zeta_2 \dot{T}_{1s} &= 0 \end{aligned} \quad (13)$$

gdzie:

$$\begin{aligned} \omega_{1s}^2 &= \frac{1}{\rho_1} \left(S_1 \frac{\pi^2 s^2}{4n^2 l^2} + c_3 \right) & \omega_{2s}^2 &= \frac{1}{\rho_2} \left(S_2 \frac{\pi^2 s^2}{4n^2 l^2} + c_3 \right) \\ 2\zeta_1 &= \frac{b_3}{\rho_1} & 2\zeta_2 &= \frac{b_3}{\rho_2} \\ B_0 &= \frac{F_0}{\rho_1 nl} & C_i &= \frac{-A_i}{2\rho_1 nl} & v_s &= \frac{\pi s v}{2l} \end{aligned} \quad (14)$$

Po wyznaczeniu rozwiązań $T_{1s}(t)$, $T_{2s}(t)$ przyjęto w pierwszym przybliżeniu następującą postać funkcji, opisujących przemieszczenia cięgna:

$$u_1(x, t_1) = \sum_{j=1}^N \sin \frac{\pi j x}{2nl} T_{1j}(t_1) \quad u_2(x, t_1) = \sum_{k=1}^N \sin \frac{\pi k x}{2nl} T_{2k}(t_1) \quad (15)$$

Największe wartości amplitud drgań $T_{1s}(t)$, $T_{2s}(t)$ wystąpią w obszarach możliwych rezonansów gdy spełnione będą następujące warunki:

$$\begin{aligned} v_s = \omega_{1s} & \quad v_s = \omega_{2s} & \quad \omega_i + v_s = \omega_{1s} & \quad \omega_i + v_s = \omega_{2s} \\ \omega_i - v_s = \omega_{1s} & \quad \omega_i - v_s = \omega_{2s} \end{aligned} \quad (16)$$

Amplitudy drgań szybko maleją wraz ze wzrostem formy drgań „s”. Amplitudy te maleją jak $1/s^2$, a więc dla celów praktycznych wystarczy wziąć np. tylko trzy wyrazy szeregu.

Po wyznaczeniu przybliżonego rozwiązania $u_1(x, t_1)$ można otrzymać poprawione rozwiązanie równania (1). Nazwijmy je $u^{(1)}$. W dalszej kolejności możemy uzyskać poprawione rozwiązania $T_1^{(1)}(t_1)$ oraz $T_2^{(1)}(t_1)$ po podstawieniu w równaniu (3) zamiast u wyrażenie $u^{(1)}$. Proces powinien być dość szybko zbieżny co należy sprawdzić numerycznie.

3. ANALIZA NUMERYCZNA DLA PIERWSZEGO PRZYBLIŻENIA

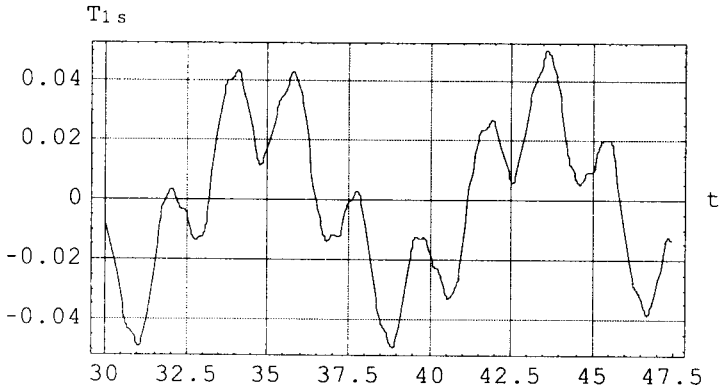
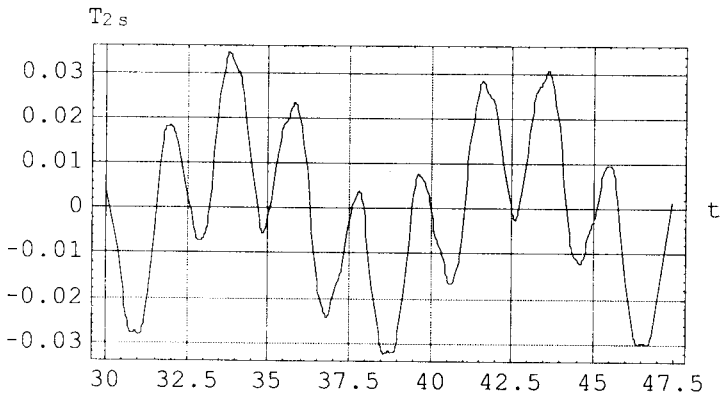
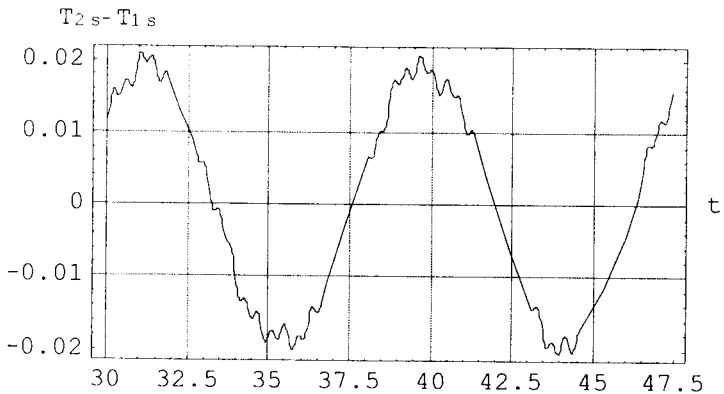
Układ równań (13) stanowiący model matematyczny układu dynamicznego podano analizie numerycznej przy pomocy programu *Mathematica*.

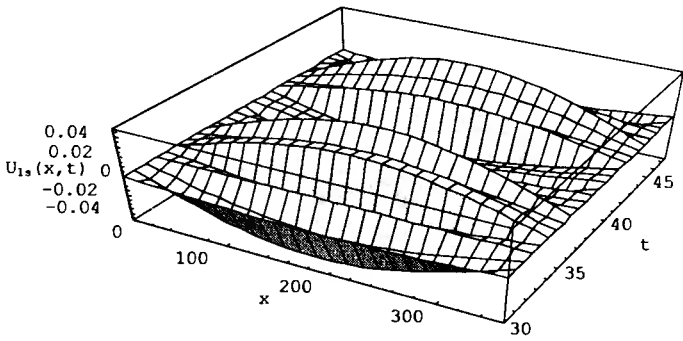
W obliczeniach przyjęto następujące wartości parametrów:

$\rho_1 = 2,4 \text{ kg/m}$	$\rho_2 = 2,4 \text{ kg/m}$	$l = 72 \text{ m}$
$S_1 = 10600 \text{ N}$	$S_2 = 15900 \text{ N}$	$F_0 = 150 \text{ N}$
$c_1 = 39000 \text{ N/m}$	$c_2 = 39000 \text{ N/m}$	$c_3 = 15 \text{ N/m}$
$b_1 = 120 \text{ Ns/m}$	$b_2 = 20 \text{ Ns/m}$	$b_3 = 30 \text{ Ns/m}$
$a_1 = 0,02 \text{ m};$	$\omega_1 = 8 \text{ rad/s}$	$v = 33,33 \text{ m/s}$
$n = 5.$		

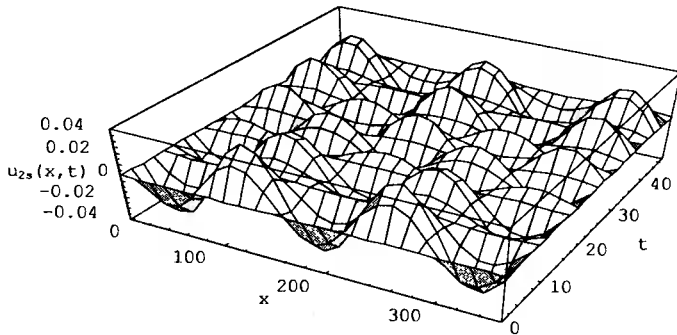
Wykresy funkcji $T_{1s}(t)$, $T_{2s}(t)$ i $T_{1s}(t) - T_{2s}(t)$ będących całkami układu równań różniczkowych (13) są przedstawione na rysunkach od 3.1 do 3.3.

Przemieszczenia poprzeczne cięgna dolnego $u_{1s}(x, t)$ i cięgna górnego $u_{2s}(x, t)$ przedstawiają odpowiednio rysunki od 3.4 do 3.5. Na wykresie 3.6 przedstawiono różnicę przemieszczeń $u_{2s}(x, t) - u_{1s}(x, t)$.

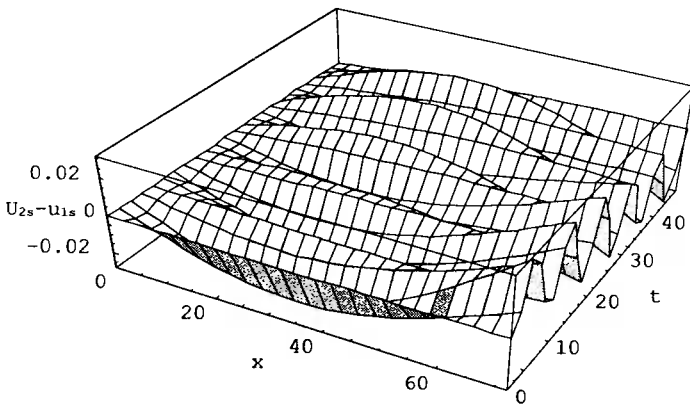
Rys. 3.1. Wykres funkcji $T_{1s}(t)$ Rys. 3.2. Wykres funkcji $T_{2s}(t)$ Rys. 3.3. Wykres funkcji $T_{2s}(t) - T_{1s}(t)$



Rys. 3.4. Przemieszczenia poprzeczne cięgna dolnego $u_{1s}(x, t)$



Rys. 3.5. Przemieszczenia poprzeczne cięgna górnego $u_{2s}(x, t)$



Rys. 3.6. Przemieszczenia poprzeczne $u_{2s}(x, t) - u_{1s}(x, t)$

4. WNIOSKI

W pracy rozważane są zagadnienia związane z identyfikacją i symulacją zjawisk zachodzących w układzie zasilania kolejowej trakcji elektrycznej. Problem teoretyczny rozważany w pracy wywodzi się z grupy problemów technicznych, w których decydującą rolę odgrywa zagadnienie dynamiki układów jednowymiarowych pod obciążeniem ruchomym. Modelowanie układu lina zasilająca-pantograf jest problemem związanym z ruchem dwóch sprzężonych ze sobą podukładów ciągłego i dyskretnego. W układzie występują potencjalne możliwości wystąpienia sześciu rezonansów. W praktyce może wystąpić tylko pierwsza prędkość krytyczna poruszania się pantografu. Wydaje się, że rezultaty uzyskane dla względnie prostego modelu matematycznego pozostaną jakościowo słuszne dla bardziej złożonych układów. Analiza wyników otrzymanych z symulacji wskazuje, że przy działaniu wymuszenia z składową harmoniczną odpowiedź przyjętego modelu układu jest prawie harmoniczna.

LITERATURA

- [1] Abbott M.R.: A numerical method for calculating the dynamic behaviour of a simple catenary overhead contact system for electric railway traction, Technical Report 67156, Royal Aircraft Establishment, 1967.
- [2] Becker C., König A., Resch U., Zweig B.W.: Hochgeschwindigkeits-fahrleitung, Ein Thema für die Forschung, Eisenbahntechnische Rundschau 44 (1-2), 1995, 64-71.
- [3] Bogacz R., Szolc T.: Analysis of dynamic interaction between the continuous string and moving oscillator, Engang. Trans. 41, 3-4, 1993, 361-380.
- [4] Caine M.A., Scott B.A.: Single wire railway overhead system, Proc. IEE, vol.116, No.7, 1969, 1217-1221.
- [5] Fischer W.: Eine Methode zur Berechnung des Schwingungsverhaltens von Kettenwerk und Stromabnehmer bei hohen Zuggeschwindigkeiten, PhD thesis, Technische Hochschule Darmstadt, 1975.
- [6] Fujii Y., Manabe K.: Computer simulation for dynamics of overhead catenary-pantograph system, Computer in Railways, 1993, 51-60.
- [7] Kumaniecka A.: Longitudinal and transversal vibration of railway overhead contact system, Machine Dynamics Problems, vol. 20, 1998, 181-192.
- [8] Kumaniecka A., Grzyb A.: On dynamics of catenary pantograph modelled as discrete – continuous system, Machine Dynamics Problems, (in print), 1999.
- [9] Lesser M., Karlsson L., Drugge L.: An interactive model of a pantograph - catenary system, Vehicle System Dynamics Supplement 25, 1996, 397-412.
- [10] Levy S., Bain J.A., Lecrec E.J.: Railway overhead contact systems, catenary - pantograph, dynamics for power collection at high speeds, Transactions of the ASME, Journal of Engineering for Industry, 1968, 692-700.
- [11] Meisinger R.: Dynamic analysis of active and passive ICE pantograph, Proc. of the 5th Symposium on Dynamic Problems of Mechanics „Diname'93”, Santo Amaro de Imperatriz, Santa Catarina, Brasilia, 1993, 256-258.

- [12] Nowak B., Link M.: Zur Optimierung der dynamischen Parameter des ICE-Stromabnehmers durch Simulation der Fahrdynamic, VDI Berichte, No. 635, 1987, 147-166.
- [13] Poetsch G., Evans J., Meisinger R., Kortum W., Baldauf W., Veitl A., Wallaschek J.: Pantograph/Catenary Dynamics and Control, Vehicle System Dynamics 28, 1997, 159-195.
- [14] Renger A. Dynamical analysis of pantograph and catenary system, Proc. of the 16th Int. Conf. on Dynamics of Machines, Stupava, Czechoslovakia, vol.II, 1989, 46-53.
- [15] Renger A.: The pantograph and catenary system, LEW-Nachrichten 19, 1980, 40.
- [16] van Marrewijk R., Verheul C.: Multi-body simulation of pantograph - catenary dynamics, 16th IAVSD Simposium 1999, Pretoria, South Africa.

DYNAMICS IN CATENARY – PANTOGRAPH SYSTEM

Summary

The present paper considers problems while identifying and simulating the phenomena which occur in the current collectors and overhead contact system, particularly the dynamics of the catenary-pantograph interaction. The paper gives an overview of the methods of describing the catenary and pantograph dynamics. The aim of the present study was to formulate the mathematical description of the overhead rail contact system, considering related physical phenomena. Finally one is offered a long list of references to the complex system dynamics of pantograph and catenary.

Key words: dynamics, catenary, pantograph.

Praca realizowana w ramach projektu badawczego KBN 1205/T07/2000/18

ANIZOTROPIA WŁAŚCIWOŚCI SPRĘŻYSTYCH PŁYTOWYCH MATERIAŁÓW DREWNOPOCHODNYCH

Arnold Wilczyński

Instytut Techniki
Akademia Bydgoska im. Kazimierza Wielkiego
ul. Chodkiewicza 30, 85-064 Bydgoszcz

Przedstawiono badania sprężystości trzech rodzajów płytowych materiałów drewnopochodnych: płyty wiórowej, płyty o wiórach orientowanych (OSB) i płyty pilśniowej o średniej gęstości (MDF). Traktując płyty jako ciała ortotropowe lub poprzecznie izotropowe, wyznaczono odpowiednie stałe sprężystości: moduły Younga, współczynniki Poissona i moduły ścinania. Do pomiaru odkształceń próbek płyt zastosowano tensometrię elektrooporową.

Słowa kluczowe: płyty drewnopochodne, właściwości sprężyste, anizotropia

1. WPROWADZENIE

Płyty wiórowe zwykłe, płyty pilśniowe o średniej gęstości (medium density fibre-board – MDF) i płyty wiórowe o wiórach zorientowanych (oriented strandboard – OSB) są obecnie powszechnie stosowanymi materiałami drewnopochodnymi. Płyty wiórowe i płyty MDF – głównie w meblarstwie, płyty OSB – w budownictwie [2, 6]. Mimo to, ich właściwości mechaniczne nie są dostatecznie poznane. W szczególności dotyczy ich właściwości sprężystych. W literaturze i prospektach firmowych przytacza się jedynie wartości modułu sprężystości przy zginaniu płyty siłą prostopadłą do płaszczyzny płyty.

Brak pełnej znajomości właściwości sprężystych, będących materiałami anizotropowymi płyt drewnopochodnych utrudnia obliczenia wytrzymałościowe konstrukcji, w których występują te materiały. Stosowanie metod numerycznych, np. metody elementów skończonych, wymaga operowania stałymi sprężystości w różnych kierunkach i przekrojach materiału. Celem podjętych badań było wyznaczenie stałych sprężystości dla płyt drewnopochodnych produkcji krajowej.

2. METODYKA BADAŃ

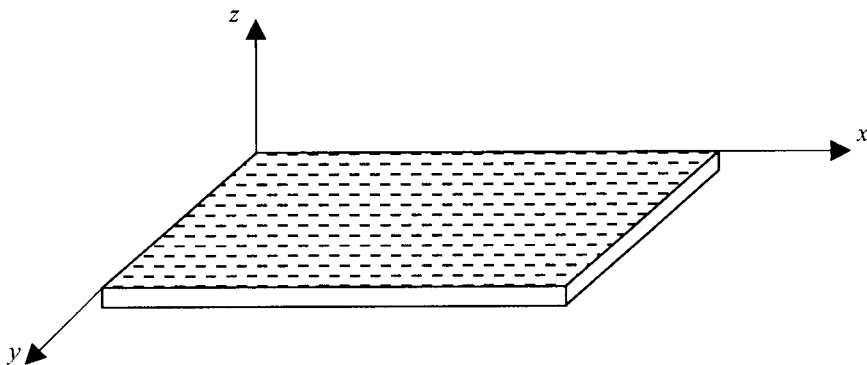
Uogólnione prawo Hooke'a wiążące składowe naprężenia σ_{ij} ze składowymi odkształceniami ε_{kl} ma dla ciała anizotropowego postać:

$$\sigma_{ij} = A_{ijkl}\varepsilon_{kl} \quad (1)$$

gdzie A_{ijkl} jest tensorem właściwości sprężystych materiału, zależnym od przyjętego modelu anizotropii tych właściwości.

Płytowym materiałom drewnopochodnym można przypisać dwa modele tej anizotropii: ortotropowy i poprzecznie izotropowy. Pierwszy z nich charakteryzuje się trzema głównymi osiami sprężystości x , y i z , których powiązanie z płytą pokazano na rysunku 1. Do opisu tensora A_{ijkl} dla tego modelu niezbędna jest znajomość 12. następujących stałych sprężystości:

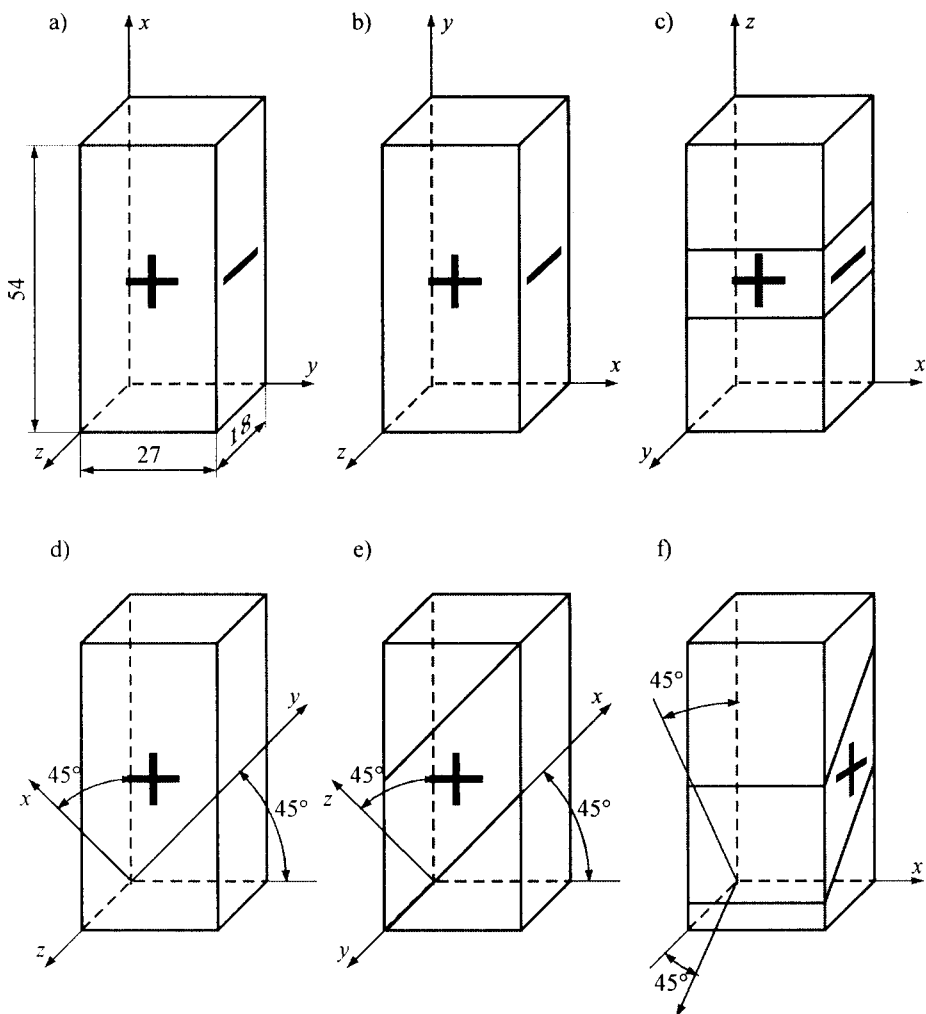
- 3. modułów Younga E_i wzdłuż głównych osi sprężystości i ,
- 6. współczynników Poissona ν_{ij} wiążących odkształcenia w kierunkach i oraz j przy ściskaniu w kierunku osi i ,
- 3. modułów ścinania G_{ij} związanych z płaszczyznami ij .



Rys. 1. Kierunki płyty przyjęte jako główne osie sprężystości: x – styczny do płyty i równoległy do kierunku formowania wstęgi płyty, y – styczny do płyty i prostopadły do kierunku formowania wstęgi płyty, z – prostopadły do płyty

W przypadku modelu poprzecznie izotropowego przyjmuje się [3, 4, 5], że płaszczyzna płyty wyznaczona przez osie x i y jest płaszczyzną izotropii właściwości sprężystych, a główny kierunek sprężystości związany z osią z jest prostopadły do tej płaszczyzny. Liczba stałych sprężystości potrzebna do opisu tensora A_{ijkl} redukuje się do 7., w tym do 2. modułów Younga, 3. współczynników Poissona i 2. modułów ścinania.

W celu wyznaczenia stałych sprężystości zastosowano metodę polegającą na jednokierunkowym równomiernym ściskaniu prostopadłościennych próbek materiału i pomiarze ich odpowiednich odkształceń. Próbki te przedstawiono na rysunku 2. Pierwsze dwie (a i b) były próbkami monolitycznymi poddawanych ściskaniu w kierunkach stycznych do płyty. Trzecia (c), sklejona „na grubość” z trzech pasm płyty, była ściskana w kierunku prostopadłym do płyty. Próbki te służyły do wyznaczania modułów Younga E_i i współczynników Poissona ν_{ij} . Kolejne trzy próbki (d, e, f), tzw. diagonalne, charakteryzowały się tym, że ich oś podłużna związana z kierunkiem ściskania tworzyła kąt 45° z dwoma głównymi osiami sprężystości, będąc jednocześnie prostopadłą do trzeciej. Pierwsza z nich była próbką monolityczną, dwie następne były odpowiednio wycinane z pakietu sklejonych „na grubość” trzech pasm płyty. Próbki diagonalne służyły do wyznaczania modułów ścinania G_{ij} . Wszystkie próbki miały jednakowe wymiary: $27 \times 18 \times 54$ mm.



Rys.2. Próbkki z tensometrami elektrooporowymi naklejonymi na widocznych i przeciwległych ściankach próbek: a) do wyznaczenia E_x , ν_{xy} i ν_{xz} ; b) do wyznaczenia E_y , ν_{yx} i ν_{yz} ; c) do wyznaczenia E_z , ν_{zx} i ν_{zy} ; d) do wyznaczenia G_{xy} ; e) do wyznaczenia G_{xz} ; f) do wyznaczenia G_{yz}

Płyta wiórowa i płyta MDF mogą być traktowane jako ciała poprzecznie izotropowe. Wskazują na to w przypadku płyty wiórowej autorzy prac [3] i [4], płyty MDF – autorzy pracy [7]. Badania wstępne autora niniejszej pracy również potwierdziły to założenie. Uwzględniając je, badania płyty wiórowej i płyty MDF przeprowadzono na trzech typach próbek: a, c oraz e. Płyce OSB przypisano ortotropię właściwości sprężystych [8], wykorzystując w badaniach wszystkie typy próbek.

Do badań użyto płyty produkcji krajowej o grubości 18 mm. Płyta wiórowa i płyta MDF były płytami surowymi (niekleinowanymi), płyta OSB była typu OSB/3. Ich właściwości fizyczne przedstawiono w tablicy 1.

Do pomiaru odkształceń próbek zastosowano tensometrię elektrooporową, używając tensometrów kratowych o bazach 10, 15 i 20 mm. Tensometry te umieszczono na próbkach w sposób pokazany na rysunku 2, łącząc szeregowo odpowiednie pary tensometrów z przeciwległych ścianek próbki. Ze względu na

koszt metody ograniczono się do badań na 5. próbkach każdego typu. Mierzono przyrosty odkształceń $\Delta\varepsilon_i$ w kierunku ściskania i oraz $\Delta\varepsilon_j$ – w kierunku j prostopadłym do kierunku ściskania, odpowiadające przyrostowi wartości naprężeń normalnych w próbce od σ_{1i} do σ_{2i} . Wartość σ_{1i} była równa 5% a wartość σ_{2i} – 20% wytrzymałości doraźnej na ściskanie danego materiału płytowego w danym kierunku.

Tablica 1. Właściwości fizyczne materiałów płytowych użytych do badań

Materiał	Grubość [mm]	Gęstość [kg/m ³]	Wilgotność [%]
Płyta wiórowa	18	670	7,0
Płyta OSB	18	655	8,0
Płyta MDF	18	765	6,9

Moduły Younga E_i i współczynniki Poissona ν_{ij} obliczono za pomocą wzorów:

$$E_i = \frac{\sigma_{2i} - \sigma_{1i}}{\Delta\varepsilon_i} \quad i = x, y, z \quad (2)$$

$$\nu_{ij} = \frac{\Delta\varepsilon_j}{\Delta\varepsilon_i} \quad i, j = x, y, z \quad i \neq j \quad (3)$$

Na podstawie badania próbek diagonalnych, korzystając ze związków podanych w pracach [1] i [4] obliczono moduły Younga $E_{ij,45}$ w kierunku ściskania tych próbek oraz współczynniki Poissona $\nu_{ij,45}$ wiążące odkształcenia $\Delta\varepsilon_{ij,45}$ w kierunku ściskania i $\Delta\varepsilon_{ij,45pr}$ w kierunku do niego prostopadłym i zawartym w płaszczyźnie ij :

$$E_{ij,45} = \frac{\sigma_{2ij,45} - \sigma_{1ij,45}}{\Delta\varepsilon_{ij,45}} \quad (4)$$

$$\nu_{ij,45} = \frac{\Delta\varepsilon_{ij,45pr}}{\Delta\varepsilon_{ij,45}} \quad (5)$$

a następnie moduły ścinania G_{ij} w poszczególnych płaszczyznach ij :

$$G_{ij} = \frac{E_{ij,45}}{2(1 + \nu_{ij,45})} \quad (6)$$

3. WYNIKI

Wyniki badań – wartości średnie i odchylenia standardowe dla poszczególnych stałych sprężystości badanych materiałów płytowych przedstawiono w tablicy 2.

Tablica 2. Stałe sprężystości badanych płyt drewnopochodnych

Stała sprężystości		Płyta wiórowa		Płyta OSB		Płyta MDF	
		wartość średnia	odchylenie standard.	wartość średnia	odchylenie standard.	wartość średnia	odchylenie standard.
Moduł Younga [MPa]	E_x	1950	132	6300	860	3700	223
	E_y	1950*	—	4200	630	3700*	—
	E_z	250	22	280	17	530	25
Współczynnik Poissona	ν_{xy}	0,21	0,02	0,37	0,03	0,27	0,01
	ν_{yx}	0,21*	—	0,22	0,05	0,27*	—
	ν_{xz}	0,28	0,08	0,40	0,06	0,26	0,09
	ν_{zx}	0,041	0,005	0,021	0,008	0,037	0,009
	ν_{yz}	0,28*	—	0,33	0,03	0,26*	—
	ν_{zy}	0,041*	—	0,025	0,007	0,037*	—
Moduł ścinania [MPa]	G_{xy}	805	—	2070	260	1460*	—
	G_{xz}	140	13	245	39	315	10
	G_{yz}	140*	—	285	41	315*	—

* wartość stałej sprężystości określona przy założeniu poprzecznej izotropii płyty wiórowej i płyty MDF

Materiały te charakteryzują się znaczną anizotropią swych właściwości sprężystych. W celu określenia stopnia tej anizotropii porównano wartości odpowiednich modułów sprężystości (tablica 3). Zarówno stopień anizotropii wyrażony stosunkiem modułów Younga w kierunku stycznym i prostopadłym do płyty, jak i stopień anizotropii określony stosunkiem modułów ścinania w płaszczyźnie stycznej i prostopadłej do płyty osiągają największe wartości dla płyty OSB. Uśredniony moduł Younga w płaszczyźnie tej płyty jest, aż 18,8-krotnie większy niż moduł Younga w kierunku prostopadłym do tej płaszczyzny. Można tu zauważyć podobieństwo do drewna, dla którego moduł sprężystości w kierunku wzdłuż włókien jest około 20-krotnie większy niż moduł w kierunku w poprzek włókien.

Tablica 3. Porównanie modułów sprężystości badanych płyt

Porównywane moduły sprężystości	Płyta wiórowa	Płyta OSB	Płyta MDF
Stosunek modułów Younga w kierunku stycznym i prostopadłym do płyty	7,8	18,8*	7,0
Stosunek modułów ścinania w płaszczyźnie stycznej i prostopadłej do płyty	5,8	7,8**	4,6

* wartość średnia dla kierunków x i y

** wartość średnia dla płaszczyzn xz i yz

Stosunki odpowiednich modułów sprężystości dla płyty wiórowej i płyty MDF są tego samego rzędu. Stosunek modułów Younga w kierunku stycznym i prostopadłym do płyty jest równy około 7 a stosunek modułów ścinania w płaszczyźnie stycznej i prostopadłej do płyty – około 5.

O ile płyta wiórowa i płyta MDF z założenia charakteryzują się jednakowymi właściwościami sprężystymi w kierunkach x i y zawartych w płaszczyźnie płyty, o tyle płyta OSB wyróżnia się wyraźnym zróżnicowaniem tych właściwości. Moduł Younga wzdłuż osi x równoległej do kierunku formowania kobierca płyty, będącego zarazem kierun-

kiem ułożenia wiórów pasemkowych w warstwach zewnętrznych płyty jest 1,5-krotnie większy niż moduł Younga wzdłuż osi y prostopadłej do tego kierunku. Potwierdzone zostało więc założenie o ortotropii właściwości sprężystych płyty OSB.

Porównajmy jeszcze właściwości sprężyste dwóch płyt wiórowych: zwykłej i OSB. Wartości modułów sprężystości pierwszej są 2-3-krotnie mniejsze. Wskazana jest ostrożność przy stosowaniu płyty wiórowej zwykłej na elementy konstrukcji budowlanych, na przykład przy wykorzystywaniu jej zamiast płyty OSB na środniki drewnianych belek dwuteowych.

LITERATURA

- [1] Askenasi E.K., Ganov E.V.: Anizotropija konstrukcionnych materialov. Mašinos-trojenje, Leningrad 1980.
- [2] Bez autora: Wymagania dotyczące płyt OSB. Materiały Budowlane, nr 10, 1997, 30-31.
- [3] Bodig J., Jayne B.A.: Mechanics of wood and wood composites. Van Nostrand Reinhold Company, New York 1982.
- [4] Keylwerth R.: Die anisotrope Elastizität des Holzes und der Lagenholzer. VDJ – Forschungsheft 430, Düsseldorf 1951.
- [5] Lechnickij S.G.: Teorija uprugosti anizotropnogo tela. Nauka, Moskwa 1977.
- [6] Oniśko W.: Drewnopochodne materiały budowlane. Materiały IX Konferencji Naukowej Wydziału Technologii Drewna SGGW, Warszawa 1995, 11-20.
- [7] Schulte M., Frühwald A.: Shear modulus, internal bond and density profile of medium density fibre board (MDF). Holz als Roh – und Werkstoff, nr 1, 1996, 49-55.
- [8] Wilczyński A., Gogolin M.: Ortotropia właściwości sprężystych płyty OSB. Materiały Konferencji Naukowej „Drewno i materiały drewnopochodne w konstrukcjach budowlanych”, Szczecin – Świnoujście 1999, 103–109.

ANISOTROPY OF ELASTIC PROPERTIES OF WOOD COMPOSITE BOARDS

Summary

The paper investigates elastic properties of three types of wood composite materials: particleboard, oriented strandboard (OSB) and medium density fibreboard (MDF). The boards treated as orthotropic or transversal isotropic bodies were applied to define all elastic constants needed were obtained. The elastic resistance strain gauge technique was used to measure deformations in the specimens tested.

Key words: wood composite boards, elastic properties, anisotropy.

WYBRANE PROBLEMY DIAGNOSTYKI WIBROAKUSTYCZNEJ MASZYN*

Bogdan Żółtowski

Katedra Maszyn Roboczych i Pojazdów
Wydział Mechaniczny ATR
ul. Prof. S. Kaliskiego 7, 85–791 Bydgoszcz

W pracy przedstawiono główne problemy diagnostyki wibroakustycznej maszyn. Omówiono metodologię badań w ujęciu modelowania symptomowego i strukturalnego, a także wskazano na możliwość weryfikacji modeli symptomowych za pomocą analizy modalnej. Podano także główne składowe oceny stanu dla potrzeb strategii eksploatacji wg stanu technicznego. Całość rozważań oparto na eksperymencie czynnym przekładni modelowej.

Słowa kluczowe: wibroakustyka, diagnostyka techniczna, analiza modalna, stan maszyny

1. WPROWADZENIE

Diagnostyka techniczna to zorganizowany zbiór metod i środków do oceny stanu technicznego (jego przyczyn, ewolucji i konsekwencji) systemów technicznych. W większości przypadków są to systemy działaniowe, celowo zaprojektowane dla wykonania określonej misji, generujące lub transformujące informacje, które są wykorzystywane do oceny ich stanu technicznego.

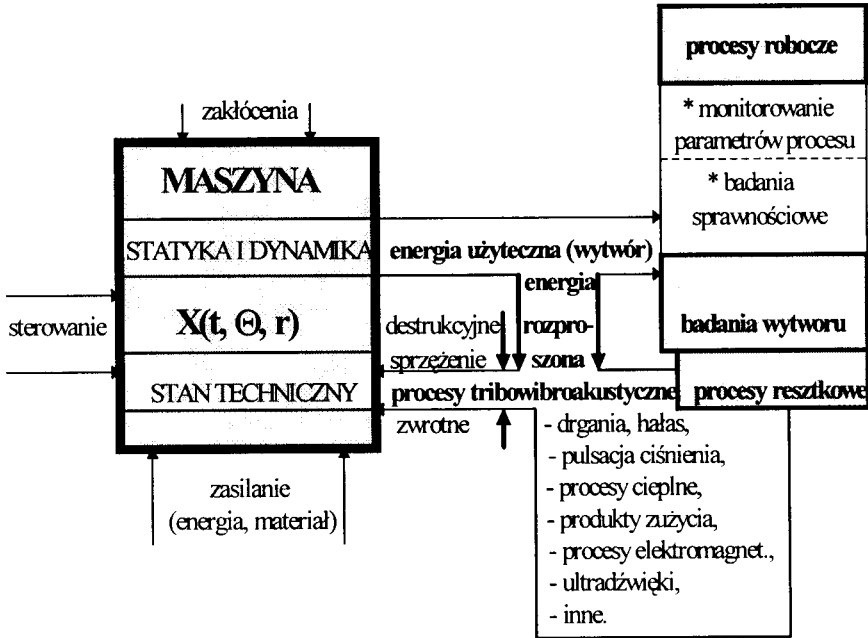
Potrzeba stosowania diagnostyki znajduje swoje uzasadnienie w modelu destrukcji obiektu, uwzględniającego związek zaawansowania zużycia proporcjonalny do energii dyssypacji, wiążący się z czasem istnienia obiektu, poziomem konstrukcji, nowoczesnością technologii wytwarzania, intensywnością użytkowania oraz jakością obsługiwań technicznych.

Patrząc syntetycznie na ogół możliwych zastosowań diagnostyki w kolejnych fazach istnienia obiektu, trzeba wyróżnić potrzebę znajomości wiedzy o obiekcie, sygnałach, syndromach i symptomach oraz elementy teorii decyzji w zakresie wnioskowania diagnostycznego, niezbędnych do prawidłowej oceny stanu obiektu.

Zaawansowanie procesów zużyciowych determinuje **stan techniczny**, który można określić, obserwując funkcjonowanie obiektu, tzn. jego wyjście główne przekształconej energii (lub produktu) oraz wyjście dyssypacyjne – gdzie obserwuje się różnego typu procesy reszkowe (towarzyszące), jak: drgania, hałas, temperatura, zjawiska elek-

* Pracę tę dedykuję prof. dr. hab. inż. Krzysztofowi Wernerowskiemu z okazji 70-lecia urodzin, który znaczną część swojego życia poświęcił pracy dydaktycznej i naukowej.

tromagnetyczne itd. Obserwacja tych wyjść daje całą gamę możliwości diagnozowania stanu technicznego obiektu, co syntetycznie pokazano na rys. 1.



Rys. 1. Maszyna jako system przetwarzania energii

Wyróżnia się tu:

- **diagnostykę przez obserwację procesów roboczych**, monitorując ich parametry w sposób ciągły, czy też na specjalnych stanowiskach prowadząc badania sprawnościowe maszyn (moc, moment, prędkość, ciśnienie itp.);
- **badania jakości wytworów**, zgodności wymiarów, pasowań, połączeń itp., gdyż ogólnie tym lepszy stan techniczny maszyny, im lepsza jakość produkcji;
- **obserwację procesów resztkowych**, będących źródłem wielu atrakcyjnych metod diagnozowania maszyn.

Cele diagnostyki osiągnięte są poprzez:

- poznanie procesów fizyczno-chemicznych wykorzystywanych jako nośniki informacji o zmieniającym się stanie obiektów,
- badania procesów fizyczno-chemicznych umożliwiających ustalenie zbioru parametrów diagnostycznych (symptomów stanu),
- ustalenie zbiorów niezależnych cech stanu (liczba i parametrów diagnostycznych),
- poszukiwania modelu diagnostycznego dla określonych podzbiorów cech stanu i parametrów diagnostycznych,
- algorytmy: diagnozowania, prognozowania i genezowania stanów wymuszają odpowiednią **podatność diagnostyczną** obiektu technicznego (podatność diagnostyczna to **diagnozowalność** [model, metoda, skuteczność] i **technologiczność diagnostyczna** [punkty, dostęp, wygoda]),

- opracowywanie metod i urządzeń diagnostycznych,
- opracowywanie procesów technologicznych badania i oceny stanów obiektów technicznych.

Wymienione elementy i diagności tworzą podsystem diagnostyczny usprawniający funkcjonowanie maszyn pod warunkiem, że określono funkcję i sposób wykorzystania DT. Wdrożone systemy diagnostyczne podlegają ocenie pod względem: *efektywności ekonomicznej, niezawodności i bezpieczeństwa funkcjonowania systemów działania.*

Ocena stanu technicznego maszyny (podczas konstruowania, wytwarzania lub eksploatacji) pozwala odpowiedzieć:

- **jaka jest maszyna (element, zespół) podczas konstruowania?**
- **jaka jest maszyna po jej wytworzeniu?**
- **jaka jest maszyna w czasie użytkowania lub obsługiwaniana?**
- **jak przebiega proces technologiczny realizowany przez maszynę?**

Odpowiedzi na te pytania można uzyskać z opracowanych algorytmów badania, dających odpowiedzi na pytania użytkowników:

- **co mierzyć?** (jaki proces, dlaczego ten, w którym miejscu),
- **jak mierzyć?** (sposób akwizycji sygnału, jakie parametry procesu, jakie cechy stanu, jak często),
- **czym mierzyć?** (oprzyrządowanie, przygotowanie sygnału, sposób przetwarzania);
- **jak wnioskować?** (modele, stany graniczne, decyzje).

W pracy tej przedstawiono podstawowe elementy diagnostyki wibroakustycznej, gdzie do oceny stanu maszyn wykorzystuje się procesy wibroakustyczne.

2. CHARAKTERYSTYKA PROCESÓW WIBROAKUSTYCZNYCH

Wibroakustyka jest dziedziną wiedzy zajmującą się wszelkimi procesami drganiowymi, akustycznymi i pulsacyjnymi zachodzącymi w przyrodzie, budownictwie, technice, maszynach, urządzeniach, środkach komunikacji i transportu, a więc w środowisku. Podstawy wibroakustyki powstały ponad ćwierć wieku temu, wiążąc się z dynamicznym rozwojem nowoczesnych maszyn i urządzeń, które wygenerowały nowe zadania i obszary możliwych zastosowań procesów wibroakustycznych.

Do zadań wibroakustyki zaliczyć można:

- **identyfikację źródeł energii wibroakustycznej**, która polega na zlokalizowaniu poszczególnych źródeł w obrębie obiektu, maszyny, czy środowiska, określenie charakterystyk i współzależności między poszczególnymi źródłami, określenie mocy wibroakustycznej, a także charakteru generacji drgań i dźwięków,
- **opracowanie dróg propagacji energii wibroakustycznej** w rzeczywistych konstrukcjach i środowisku (budowlach, maszynach, obiektach itp.), opracowanie teorii przenoszenia i transformacji energii, opracowanie biernych i czynnych kontroli zjawisk, opracowanie metod analizy i badań na pograniczu falowego i dyskretnego ujęcia zjawisk,
- **opracowanie metod kontroli energii wibroakustycznej** (emisji, propagacji, imisji) w maszynach i środowisku, a także opracowanie metod sterowania tymi zjawiskami, co łączy się z rozwijanymi w całym świecie metodami aktywnymi,
- **wykorzystanie sygnałów wibroakustycznych dla celów diagnostyki technicznej**, gdyż są one dobrym nośnikiem informacji o stanie obiektu o raz realizowanym procesie technologicznym (diagnostyka wibroakustyczna),

- **syntezę wibroakustyczna maszyn i obiektów**, prowadzoną dla uzyskania optymalnej aktywności wibroakustycznej. Synteza ta obejmuje:
 - a) syntezę parametrów opisujących pola akustyczne, względnie syntezę wielkości wibroakustycznych, stosowanych w aktywnych metodach redukcji drgań i hałasu oraz syntezę dźwięków w akustyce mowy,
 - b) syntezę maszyn i obiektów, przez co rozumie się syntezę strukturalną, kinematyczną i dynamiczną, prowadzącą do uzyskania optymalnej aktywności wibroakustycznej,
- **czynne zastosowania energii wibroakustycznej**. Procesy wibroakustyczne to nie tylko procesy szkodliwe, czy pasożytnicze. Celowo zastosowane mogą być efektywnym nośnikiem energii, którą można wykorzystać do realizacji różnorodnych procesów technologicznych – począwszy od spawania ultradźwiękowego, czyszczenia ultradźwiękowego, poprzez transport materiałów i elementów maszyn na liniach technologicznych do zagęszczania mas formierskich, wybijania i czyszczenia odlewów, aż do zagęszczania gruntów i betonów. Związane jest to z kontrolowanym wykorzystaniem energii wibroakustycznej w technice przy spełnionym warunku maksymalnej efektywności energetycznej i minimalnych zakłóceniach zewnętrznych.

Mimo małej sprawności mechaniczno-akustycznej w większości maszyn, urządzeń i środków transportu zagadnienia wibroakustyczne są istotne ze względu na małą dysypację energii w tworzywie konstrukcyjnym (drgania) oraz otaczającym środowisku (dźwięki). Stąd też przy małej sprawności akustycznej łatwo zachodzi zagrożenie hałasem środowiska pracy i życia człowieka, a także zagrożenia wibracyjnego dla innych maszyn i konstrukcji. Produkcja maszyn i urządzeń cichobieżnych związana jest z wysoką precyzją ich wykonania, odpowiednią klasą pasowania współpracujących elementów, odpowiednim doбором materiałów, co w zasadniczy sposób wpływa na ich jakość, niezawodność i trwałość.

Proces wibroakustyczny przedstawiony może być jako:

- generacja sił zmiennych w czasie, działających na strukturę i otaczające środowisko,
- propagacja i transformacja energii w strukturach i płynach oraz elementach środowiska,
- promieniowanie dźwięków poprzez elementy stref materiałowych środowiska i struktur mechanicznych.

W analizie procesów wibroakustycznych należy wziąć pod uwagę następujące aspekty:

- czasowy i przestrzenny rozkład przebiegu energii pochodzącej ze źródła (pierwotnego),
- odpowiedź układu (struktura, płyn) oraz przenoszenie przez propagujące media,
- współzależność między źródłami.

Badania procesów wibroakustycznych są w wielu przypadkach bardzo skomplikowane, w szczególności gdy bada się te procesy, występujące w rzeczywistych układach fizycznych. Badania procesów wibroakustycznych można prowadzić teoretycznie, przy zastosowaniu różnych metod oraz w sposób doświadczalny. Badania na drodze teoretycznej związane są z modelowaniem procesów wibroakustycznych metodami matematycznymi.

W ostatnich latach coraz częściej do analizy procesów wibroakustycznych stosuje się metody energetyczne. Tworzenie bowiem bilansu energetycznego wszelkich zjawisk fizycznych występujących w środowisku pozwala na równoczesny zapis różnych energii istniejących w środowisku. Przy badaniach rzeczywistych układów (maszyny, urządzenia, konstrukcje, budowle) podstawowym problemem jest określenie wartości energii wibroakustycznej zużyciowo magazynowanej, rozpraszanej zewnętrznie i przeno-

szej użytecznie przez poszczególne elementy tych układów. Znajomość tych wielkości służy ocenie wyężenia materiału, zmęczenia, badań diagnostycznych oraz predykcji hałasów, a także ułatwia projektowanie elementów układu (np. wibroizolacji). Każdy rzeczywisty układ fizyczny dzieli się na proste elementy, połączone w różny sposób o różnych właściwościach przenoszenia energii wibroakustycznej. Tworzy się równania bilansu energetycznego, wprowadzając współczynniki strat energii, współczynniki przenoszenia energii, a także charakterystyki wejściowe i wyjściowe.

Do badań procesów wibroakustycznych stosowane są również metody dyskretyzacyjne, a szczególnie metoda elementów skończonych (MES), metody analizy modalnej, metoda elementów brzegowych oraz metoda analizy przepływu mocy (energii) akustycznej.

Rozwój metod pomiarowych szczególnie pomiarów wielkości energetycznych w istotny sposób rozszerzyły możliwości badań promieniowania dźwięku przez struktury oraz pozwoliło na obliczenie mocy akustycznej promieniowanej do pola dalekiego na podstawie pomiarów w polu bliskim. Rozwinęły się ilościowe i jakościowe metody badań propagacji energii wibroakustycznej w przestrzeni ze złożonymi obszarami granicznymi. Związane to było z oceną ilościową energii wibroakustycznej gromadzonej w elementach maszyn i konstrukcji oraz oceny energii wypromieniowanej przez te elementy, a także energii przenoszonej różnymi innymi drogami. Wśród metod doświadczalnych na specjalne podkreślenie zasługują metody natężeniowe (metody natężenia pola akustycznego, metody natężenia przypowierzchniowego, metody natężenia materiałowego).

Celem užitarnym wibroakustyki jest obniżenie w otoczeniu do minimum poziomu zakłóceń drganiowych i akustycznych maszyn, urządzeń, instalacji, co jest możliwe na danym etapie wiedzy i technologii możliwego na danym etapie wiedzy i technologii. W badaniach procesów wibroakustycznych musimy wziąć pod uwagę, m.in. następujące aspekty: czasowy i przestrzenny rozkład energii wibroakustycznej, odpowiedź układu, współzależności między źródłami itp. Dlatego spotykamy się ze złożonymi, a niekiedy bardzo skomplikowanymi zagadnieniami, co ma miejsce szczególnie wtedy, gdy chcemy w sposób kompleksowy badać procesy wibroakustyczne występujące w rzeczywistych układach fizycznych. Stąd częste poszukiwanie nowych metod badania procesów wibroakustycznych.

Procesy wibroakustyczne, jako procesy towarzyszące (resztkowe) funkcjonowaniu maszyn – z punktu widzenia zastosowań diagnostycznych – są dobrymi nośnikami informacji o stanie technicznym. Zastosowanie ich do diagnozowania urządzeń mechanicznych wynika z następujących faktów:

- procesy wibroakustyczne są odzwierciedleniem najistotniejszych zjawisk fizycznych zachodzących w maszynach (odkształcenia, naprężenia, zderzenia elementów itp.), co wynika z charakteru rozprzestrzeniania się procesu drganiowego generowanego w parach kinematycznych,
- łatwość pomiaru procesów wibroakustycznych w warunkach normalnej pracy obiektu, bez konieczności wyłączenia go z ruchu oraz specjalnego przygotowania, umożliwia bezdemontażową ocenę stanu,
- procesy wibroakustyczne cechują się dużą prędkością przekazywania informacji w jednostce czasu, określoną wzorem Shanona:

$$C = F \lg_2 \left(1 + \frac{N_S}{N_Z} \right) \quad (1)$$

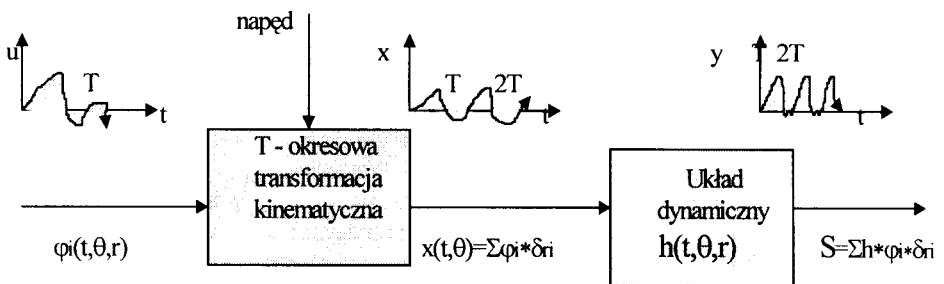
zależną od szerokości widmowej procesu F oraz stosunku mocy sygnału użytecznego N_s do mocy szumów zakłócających N_z ;

– procesy wibroakustyczne cechują się złożoną strukturą czasową, amplitudową i częstotliwościową, co zapewnia ich dużą informacyjność oraz umożliwia ocenę stanu całego urządzenia, jak również pojedynczych jego elementów i zespołów.

Technicznymi obiektami diagnostyki wibroakustycznej nazywamy generujące hałas lub drgania maszyny, urządzenia (lub ich podzespoły), linie technologiczne, pojazdy itp. Wibroakustyczna diagnostyka techniczna, będąca jedną z wielu metod diagnostycznych ma na celu określenie stanu aktualnego obiektu. Określenie klas stanów wibroakustycznych odpowiadających różnym stanom urządzenia może być również przydatne do automatyzacji urządzeń i procesów technologicznych o trudno mierzalnych, pozaakustycznych parametrów sterujących.

Chcąc w pełni skorzystać z informacji o stanie technicznym maszyny – zawartych w emitowanych procesach wyjściowych – należy najpierw zapoznać się z mechanizmem ich generacji oraz z ich charakterem. Sposób interpretacji sygnału diagnostycznego $S(t, \theta, r)$ maszyn przedstawiony jest ogólnie na rys.2.

Sposób interpretacji przedstawionych założeń dla $\theta = \text{const}$ (przy pominięciu sprzężeń zużyciowych) można przedstawić następująco. Sygnał pierwotny $\varphi_i(t, \theta, r)$ jest pierwotnym i-tym zdarzeniem elementarnym, którego postać determinuje konstrukcja, punkt odbioru r oraz stan eksploatacyjny maszyny. Dzięki T - okresowemu napędowi jest on przekształcony w ciąg zdarzeń elementarnych opisanych jako sygnał $x(t, \theta, r)$. Ten proces dynamiczny, przechodząc przez strukturę (korpus) maszyny daje w efekcie w punkcie odbioru sygnału nowy ciąg zdarzeń, przekształcony na strukturze obiektu, który jest nowym sygnałem diagnostycznym $S(t, \theta, r)$. Stopień uporządkowania tego sygnału jako ciągu zdarzeń, może być podstawą do tworzenia metody diagnostycznej. Miary tego uporządkowania mogą być różne, lecz muszą być one zawsze oparte na badaniu podobieństwa między poszczególnymi zdarzeniami ($i = 1, 2, \dots$). Mogą one dotyczyć, np. czasu występowania określonego fragmentu zdarzenia (np. metoda stroboskopowa), czasu jego trwania, amplitudy itp.



Rys. 2. Model generacji sygnału w maszynach o ruchu obrotowym

Sygnał odbierany w wybranym miejscu korpusu jest ważoną sumą odpowiedzi na wszystkie zdarzenia elementarne $S(t, \theta, r)$. Funkcje wagi przy tym sumowaniu mogą w najprostszym przypadku mieć charakter współczynników a_n , lecz ogólnie będzie to mnożenie splotowe (dwukrotne) przez impulsowe funkcje przejścia korpusu, od punktu wzbudzenia do punktu odbioru. W wielu zatem przypadkach szczegółowych modeli

generacji, sygnały te mogą mieć bardzo skomplikowany charakter, a co za tym idzie mogą nieść ogromne ilości informacji - nie zawsze koniecznych.

Powyższe rozważania dowodzą, że dla maszyn i mechanizmów o prostej strukturze kinematycznej i funkcjonalnej możliwe jest utworzenie prostego i skutecznego modelu generacji symptomów uszkodzenia. Umożliwia on analityczne bądź jakościowe rozróżnienie między symptomami maszyny zdanej a narastającego na tym tle symptomu uszkodzenia.

W przypadkach bardziej skomplikowanych modele takie dają możliwość adaptacji znanych miar sygnału do celów diagnostyki, opracowanie nowych miar, a także analityczne przebadanie wrażliwości miar sygnałów lub też celowości stosowania niektórych operacji przetwarzania sygnałów. Modele takie pozwalają przyjąć model zdeterminowanej relacji stan – sygnał, a tym samym wskazują co mierzyć.

Odrębnym problemem są maszyny o skomplikowanej strukturze konstrukcyjnej i funkcjonalnej, gdzie proste modele generacji nie zdają egzaminu z powodu dużego poziomu zakłóceń. W tych przypadkach rozwiązania problemu należy szukać na drodze długotrwałych obserwacji maszyny, bądź poprzez właściwe zaprojektowanie eksperymentów na grupie obiektów. W wyniku uzyskuje się efekty statystycznego próbkowania krzywych życia, z których specjalizowane procedury statystyczne pozwalają wyróżnić miary i charakterystyki sygnału, przydatne w diagnostowaniu.

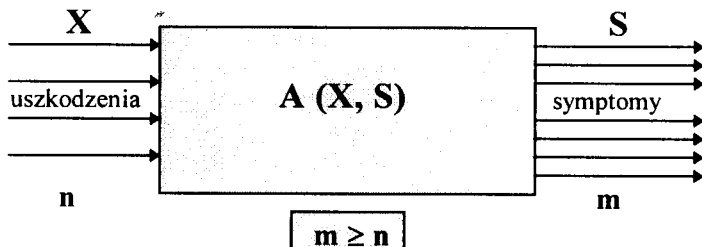
Każdorazowo, niezależnie od trudności i złożoności omawianych zagadnień, analiza modeli generacji procesów (sygnałów) diagnostycznych winna wskazać miary oraz zakres ich zmienności, które najlepiej odzwierciedlają zmiany stanu i zachowanie się maszyny w określonych warunkach.

3. METODOLOGIA BADAŃ WIBROAKUSTYCZNYCH

Warto w tym miejscu w sposób uproszczony pokazać ogólną istotę diagnostyki wibroakustycznej maszyn, zakładającą poszukiwania związków pomiędzy stanem maszyny X_n a generowanymi sygnałami wibroakustycznymi S_m , z pominięciem dla prostoty rozważań innych oddziaływań zewnętrznych (rys.3). W tablicy obserwacji (rys.4) z jednej strony mamy zestaw możliwych uszkodzeń (n), reprezentowanych przez cechy stanu, odwzorowujące rozwijające się uszkodzenia. Z drugiej zaś z pomiarów otrzymujemy zestaw symptomów (S_m), charakterystyczny dla stanu rozwoju uszkodzeń w chwili pomiaru symptomów. Jak widać z rysunku o jednym uszkodzeniu może informować wiele symptomów. Operator A , wiążący cechy stanu obiektu X i jego symptomy S po zidentyfikowaniu, pozwala na bazie zmierzonych symptomów S wnioskować o stanie X w obecności zakłóceń N .

Głównym problemem w analizie zmieniającego się stanu maszyny jest więc wyznaczenie sygnału wyjściowego S na podstawie historii sygnału na wejściu X oraz własności układu maszyny A , co można zapisać zależnością:

$$X(t, \Theta, r) = A(r, \Theta) S(\Theta) + N(t, \Theta, r) \quad (2)$$

Rys. 3. Obserwacja stanu maszyny X za pomocą symptomów S

Cechy stanu obiektu X_n	Symptomy S_m	Wartości mierzonych symptomów									
		C	K	I	P_{sk}	...	F_0	...	H_v	...	m
1. Bicie											
2. Luz											
3. Zacisk											
...		Symptomy diagnostyczne w dziedzinie czasu, amplitud, częstotliwości. (wymiarowe, bezwymiarowe)									
...											
...											
n. Ilość pracy											

Rys. 4. Tablica obserwacji mierzonych symptomów S_m dla wybranych cech stanu obiektu X_n .

System pomiarowy dla celów współczesnej diagnostyki wibroakustycznej maszyn składa się z dwóch podstawowych części:

sprzętu, w którym wyróżnia się następujące moduły:

- podsystem kondycjonowania i przetwarzania sygnałów,
- podsystem przetwarzania sygnałów znacznika fazy,
- podsystem komputera przemysłowego,
- podsystem zasilania,

oprogramowania, w którego skład wchodzi następujące moduły:

- system operacyjny,
- oprogramowanie modułów przetwarzania i analizy sygnałów,
- oprogramowanie zapewniające komunikację w systemie,
- oprogramowanie do archiwizacji i przetwarzania danych pomiarowych,
- oprogramowanie zarządzające pracą systemu (konfigurowanie i testowanie systemu, inicjalizacja sesji pomiarowych itp.).

Przedstawiona struktura systemu pomiarowego wykorzystuje najnowsze rozwiązania zarówno sprzętowe, jak i programowe. Takie rozwiązania umożliwiają łatwą rozbudowę systemu, oraz możliwości włączenia go do dowolnych struktur systemów diagnostycznych.

Użytkownicy maszyn są szczególnie zainteresowani ich zdolnością zadaniową, dla określenia której należy:

- wyznaczyć drganiowe symptomy stanu zdolności,
- określić wartości graniczne symptomów stanu zdolności,
- ustalić klasę zdolności obiektu,
- wyznaczyć okresowość diagnozowania.

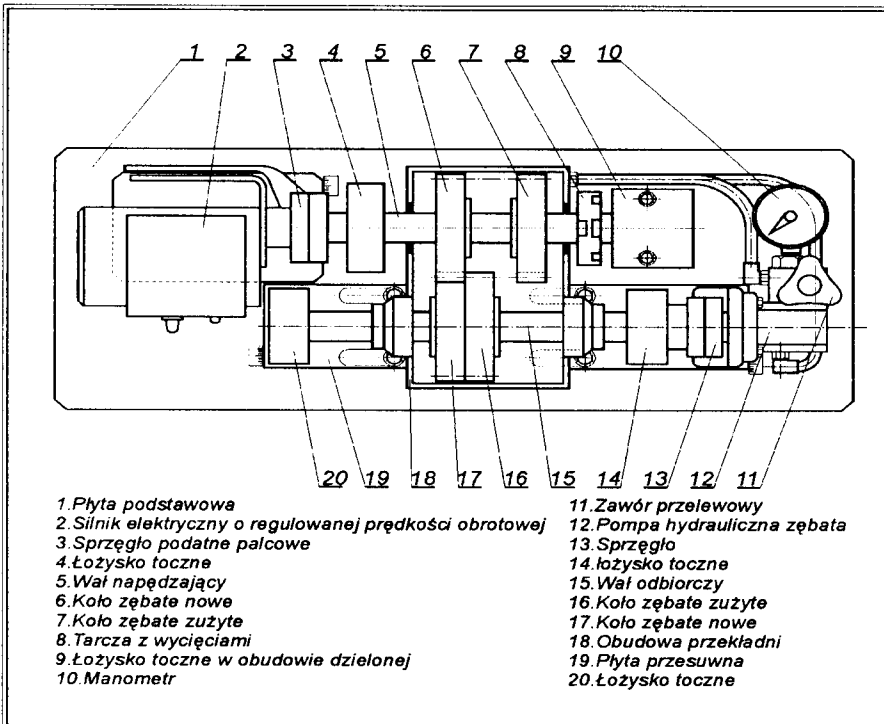
Dla potrzeb diagnostycznego systemu eksploatacji maszyn w tej pracy omówiono zagadnienia:

- wyboru symptomów stanu, na przykładzie modelowej przekładni zębatej, w eksperymencie czynnym;
- budowy wektora cech stanu dla badanej przekładni;
- wyznaczania terminów kolejnych diagnozowań.

3.1. Obiekt badań

Wyboru symptomów diagnostycznych i oceny ich wrażliwości na modelowane zmiany stanu, dokonano w wyniku przeprowadzenia eksperymentu czynnego z użyciem modelu przekładni zębatej DMG-I [wykonanej w ITE Radom].

Eksperyment czynny polegał na celowej zmianie dostępnych cech stanu (przyczyn) i obserwacji parametrów drgań (skutków), jakie te zmiany powodują.



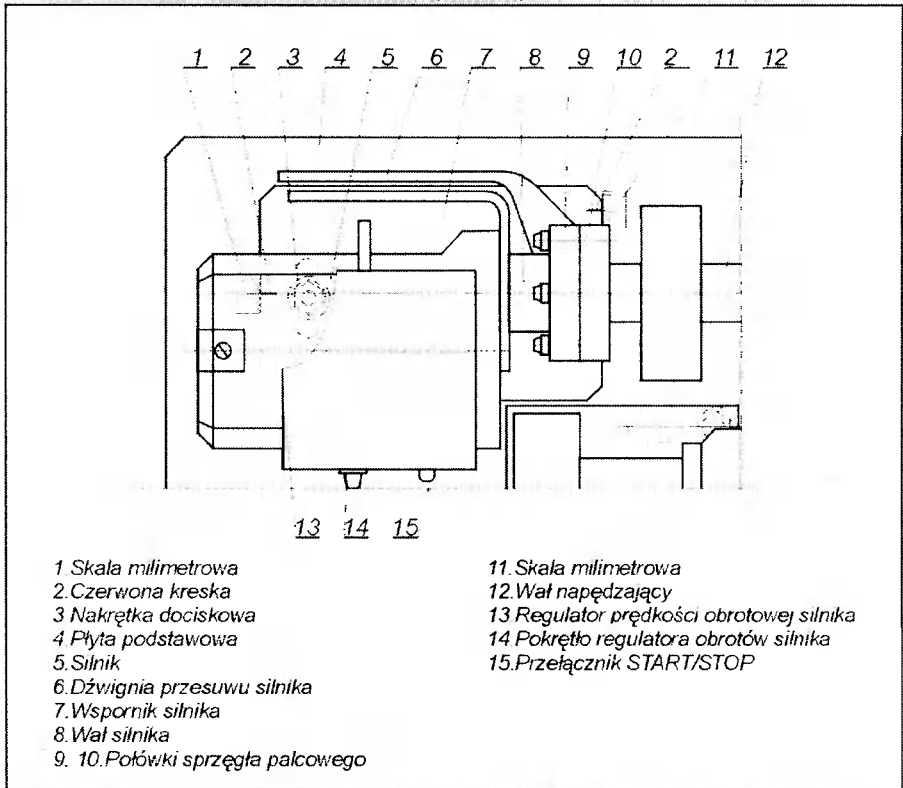
Rys. 5. Ogólny widok budowy badanej przekładni

Dla badanego modelu przekładni zębatej (rys.5), skonstruowano wektor cech stanu przekładni z uwzględnieniem wszystkich możliwych kombinacji uszkodzeń:

- stan 1** – brak uszkodzeń – przekładnia zdatna (cechy stanu w normie),
stan 2 – uszkodzenie elementu – (niektóre cechy poza normą),
 ... – możliwe kombinacje programowanych uszkodzeń i rozregulowań,
stan n – stan rozregulowania (wszystkie cechy stanu poza normą).

Pozwoliło to na wstępne wyróżnienie wielu stanów regulowanych, dla których rejestrowano odpowiadające im wartości parametrów diagnostycznych.

Układ sterowania i regulacji, przedstawiony na rys.6 umożliwi realizację zaplanowanych warunków badań i modelowanie założonych stanów przekładni.



Rys. 6. Układ napędowy przekładni z elementami sterowania

Wektor cech stanu przekładni po badaniach wstępnych uściślono i zredukowano do postaci następujących stanów:

- 1) brak uszkodzeń,
- 2) uszkodzone łożysko,
- 3) koło zębate wału napędowego zużyte,
- 4) koło zębate wału napędowego uszkodzone – wyłamany ząb,
- 5) koło zębate wału napędowego uszkodzone – wykruszony ząb,
- 6) koło zębate wału odbiorczego zużyte,
- 7) koło zębate wału odbiorczego uszkodzone – wyłamany ząb,

- 8) koło zębate wału odbiorczego uszkodzone – wykruszony ząb,
- 9) wał napędowy nie wyważony,
- 10) wał odbiorczy nie wyważony,
- 11) przekoszenie ($+1^\circ$) wału napędowego,
- 12) przekoszenie (-2°) wału napędowego,
- 13) przekoszenie ($+1^\circ$) wału odbiorczego,
- 14) przekoszenie (-2°) wału odbiorczego.

3.2. Stanowisko pomiarowe

Pomiary parametrów sygnału drganiowego (rys.7) przeprowadzono z zastosowaniem pakietu pomiarowo – przetwarzającego APB– 200, wchodzącego w skład oprogramowania CADA-PC.



Rys. 7. Schemat stanowiska pomiarowego

Przedstawiony układ umożliwia wyznaczanie następujących miar:

1. TIME - przebieg czasowy sygnału,
2. ACR - autokorelacja,
3. CEPS - cepstrum,
4. HISS - histogram amplitud,
5. AMPL - widmo amplitudowe,
6. POWER - gęstość widmowa mocy.

Dalsze przetwarzanie tych miar sygnału pozwala uzyskać całą gamę parametrów i dyskryminant szczegółowych procesu drganiowego, które wykorzystane zostaną do oceny ich wrażliwości na modelowane stany przekładni. Należą do nich:

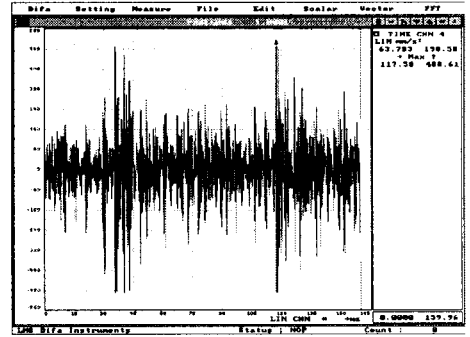
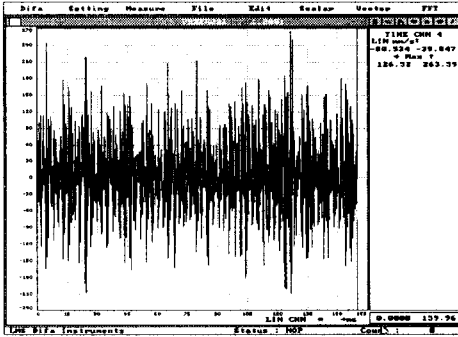
- 1) peaklist – wartości maksymalne amplitudy w częstościach charakterystycznych,
- 2) wyższe harmoniczne i ich amplitudy,
- 3) wartość maksymalna amplitudy drgań,
- 4) wartość minimalna amplitudy drgań,
- 5) wartość między szczytowa, określana na podstawie wartości maksymalnej i minimalnej,
- 6) wartość średnia amplitudy drgań,
- 7) wartość skuteczna amplitudy drgań,
- 8) dyskryminanty amplitudowe (C, K, I),
- 9) moment statystyczny 1 rzędu - wartość średnia,
- 10) moment statystyczny 2 rzędu - odchylenie standardowe.

3.3. Przykładowe wyniki badań

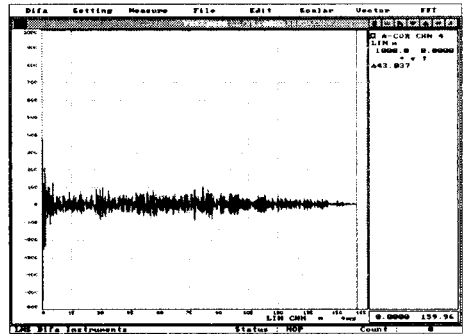
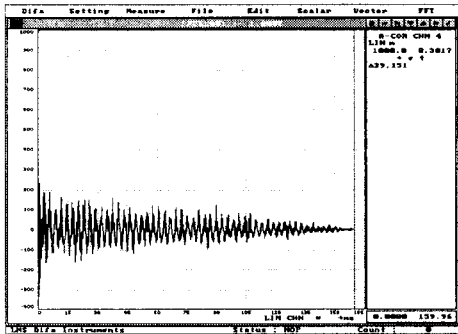
W badaniach rozpoznawczych uzyskano następujące przebiegi:

Przekładnia zdalna

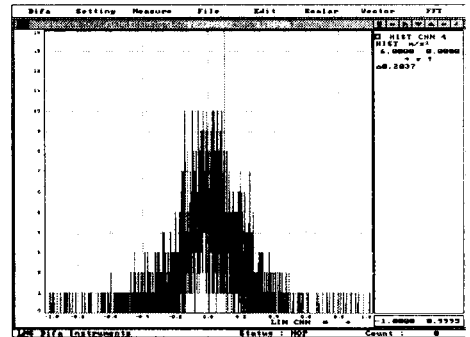
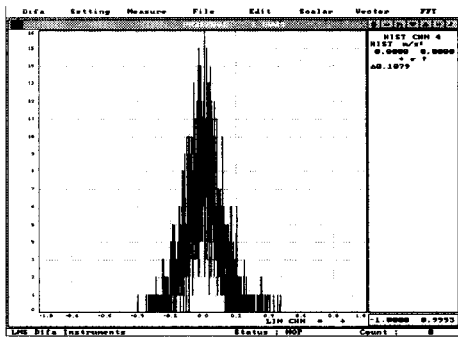
Przekładnia uszkodzona



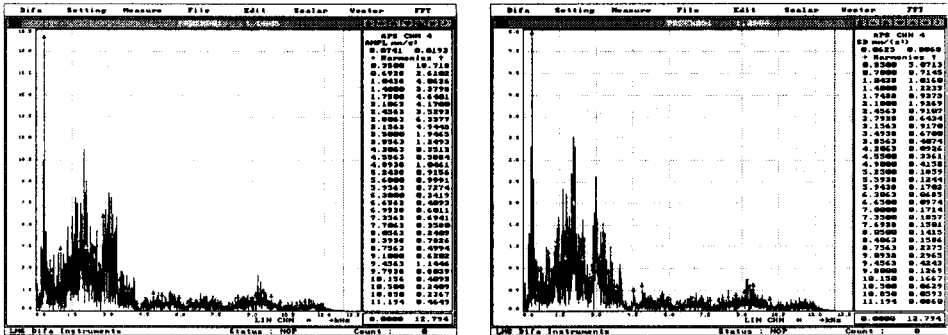
Rys. 8. TIME – przebiegi czasowe



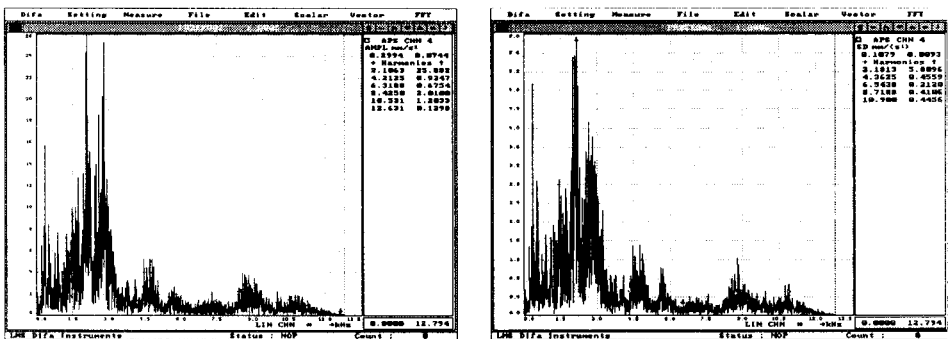
Rys. 9. ACR – autokorelacja



Rys. 10. HISS – histogram amplitud



Rys. 11. AMPL – widmo amplitudowe



Rys. 12. Power – gęstość widmowa mocy

3.4. Wybór parametrów diagnostycznych (redukcja danych)

Zbiór parametrów diagnostycznych sygnału wyróżnia się ze zbioru parametrów wyjściowych towarzyszących pracy maszyny. Na ogół przyjmowanymi kryteriami wyróżniania symptomów są warunki ich niezależności, jednoznaczności i mierzalności.

Wyznaczenie zbioru wrażliwych uszkodzeniowo parametrów diagnostycznych powinno uwzględniać:

- zdolność odwzorowania zmian stanu w czasie eksploatacji,
- ilość informacji o stanie technicznym przekładni,
- wrażliwość wartości parametrów w czasie eksploatacji.

Metody wyznaczenia symptomów diagnostycznych są następujące:

- metoda maksymalnej wrażliwości parametru na zmianę stanu technicznego,
- metoda maksymalnej względnej zmiany parametru diagnostycznego,
- metoda maksymalnej pojemności informacyjnej parametru diagnostycznego,
- metoda maksymalnej zmienności parametru diagnostycznego.

Powyższe metody pozwalają wybrać ze zbioru parametrów wyjściowych jednoelementowe, jak i wieloelementowe zbiory parametrów diagnostycznych.

Kryteria optymalizacji zbioru parametrów diagnostycznych:

1. Parametry diagnostyczne powinny charakteryzować proces destrukcji przekładni i być z nim ściśle związane.
2. Parametry diagnostyczne powinny być wrażliwe na zmiany zachodzącego procesu pogarszania się zdatości przekładni.
3. Liczba parametrów diagnostycznych nie może być zbyt duża, gdyż znaczna ich liczba utrudnia, a niekiedy uniemożliwia poznanie i określenie procesu pogarszania się stanu technicznego przekładni.
4. Muszą istnieć wiarygodne dane statystyczne i analityczne wyróżnianych parametrów.

4. WIELKOŚCI STERUJĄCE STRATEGIĄ EKSPLOATACJI WEDŁUG STANU

Dla potrzeb nowoczesnej strategii konieczne jest – wg stanu – określenie wielkości sterujących, obejmujących:

- dobre symptomy stanu ($s_1, s_2, s_3, \dots, s_m$),
- wartość graniczną symptomu:

$$S_{gr} = s + \sigma_s \sqrt{\frac{P_g}{2A}} \quad (3)$$

- okresowość diagnozowania:

$$t_d = \frac{(1 - P_r)(S_{gr} - S_m)}{S_m} \Theta_m \quad (4)$$

Zanikające duże systemy eksploatacji powodują pojawianie się maszyn indywidualnych, co wymusza potrzebę indywidualizacji metod diagnozowania.

5. PODSUMOWANIE

Uwzględniając obecne trendy rozwojowe maszyn trzeba uznać, że ich nowoczesność zawarta jest głównie w sferze automatyzacji i miniaturyzacji. Poszukiwać więc trzeba coraz to lepszych metod i systemów pomiarowo-kontrolnych prowadzących do:

- identyfikacji stanu obiektu i warunków jego użytkowania,
- wyboru wektora cech mierzalnych jakości,
- zredagowania zbioru kryteriów oceny wektora jakości obiektu,
- opracowania automatycznych obserwatorów i akwizytorów cech wektora jakości obiektu w historii jego użytkowania,
- automatyzacji klasyfikacji stanu.

Aktualnie zakres badań w dziedzinie metodologii diagnostyki obejmuje takie zagadnienia, jak: źródła informacji diagnostycznej, sygnały i symptomy diagnostyczne, zasady szczegółowych metod diagnostyki, modelowanie w diagnostyce, eksperymenty diagnostyczne, wspomaganie diagnostyki technologiami informatycznymi, diagnozowanie w systemach antropotechnicznych i socjotechnicznych oraz organizacyjne i ekonomiczne aspekty stosowania diagnostyki. Zagadnienia te dotyczą więc w kolejności:

źródeł informacji od strony fizycznej oraz informacyjnej, następnie podstaw metod i technik badawczych, modelowania i eksperymentowania w diagnostyce oraz nowoczesnego wnioskowania i wizualizacji wypracowywanych decyzji diagnostyczno-eksploatacyjnych.

LITERATURA

- [1] Birger A.: Techničeskaja diagnostika. Mašinostrojenie, Moskva 1978.
- [2] Cempel C.: Wibroakustyka stosowana. WNT, Warszawa 1989.
- [3] Dybała J., Radkowski S.: Zastosowanie sieci neuronowych w wykrywaniu uszkodzeń w przekładni zębatej. Mat. Konf. ATR, Borówno 1999.
- [4] Tylicki H.: Optymalizacja procesu prognozowania stanu technicznego pojazdów mechanicznych. Rozprawy nr 86, Wyd. Uczeln. ATR, Bydgoszcz 1999.
- [5] Uhl T.: Komputerowo wspomagana identyfikacja modeli konstrukcji mechanicznych. WNT, Warszawa 1997.
- [6] Żółtowski B.: Podstawy diagnostyki maszyn. Wyd. Uczeln. ATR, Bydgoszcz 1996.

SELECTIVE STUDY OF CHALLENGES IN MACHINE VIBROACOUSTIC DIAGNOSING

Summary

The present research investigates the main challenges in machine vibroacoustic diagnosing and covers methodology applied in symptom and structural modelling. The paper offers a possibility of verification with symptom model analysis and defines the main elements of the evaluation applied in dynamic machine operation strategy defined by the technical condition. The investigation is based on the active model drive experiment.

Key words: vibroacoustics, technical diagnostics, modal analysis, and machine condition.

Pracę wykonano w ramach GRANTU KBN nr 7 T07 B 01316

ИССЛЕДОВАНИЕ ДИНАМИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ТОРМОЗНОГО КРАНА

Николай Владимирович Богдан, Петрович Валентин Автушко,
Светлана Валентиновна Гиль

Белорусская Государственная Политехническая Академия
Минск

Разработана математическая модель рабочего процесса регулирования давления воздуха тормозным краном в ёмкости, которая учитывает основные нелинейности. Модель описывает следящие и экстренные режимы работы крана. Приведены расчётные и экспериментальные динамические характеристики процесса регулирования давления.

Ключевые слова: математическая модель, давление воздуха, тормозный кран

1. ВВЕДЕНИЕ

Пневматические приводы различных современных мобильных машин представляют собой многоконтурные системы управления, повышение быстродействия которых является актуальной задачей и требует проведение глубоких и всесторонних исследований их динамики. Важнейшим следящим пневмоаппаратом в тормозном приводе является тормозной кран, который управляет процессом регулирования давления воздуха в исполнительных двигателях (тормозные камеры, цилиндры) или в полостях других пневмоаппаратов. Следящий механизм тормозного крана обеспечивает отрицательную обратную связь по перемещению органа управления (педаль, рычаг и т.д.) и по управляющему усилию, прикладываемому к этому органу управления водителем. Для осуществления обратной отрицательной связи по перемещению в следящий механизм вводится упругий элемент (пружина, резиновая втулка), через который прикладывается управляющее усилие.

Статические и динамические характеристики тормозных кранов в значительной мере определяют эффективность торможения мобильных машин. Исследования статических характеристик различных современных пневматических следящих аппаратов достаточно полно освещены в работах [1, 2]. Анализ работ [1, 2, 3] показал, что вопросы динамики следящих пневмоаппаратов, в том числе и тормозных кранов, изучены недостаточно, что объясняется сложностью рабочих процессов, протекающих в них. При исследовании динамики пневмоаппаратов необходимо рассматривать движение подвижных элементов аппаратов (клапаны, поршни, диафрагмы и т.д.) как следствие, с одной стороны, приложения

переменных входных воздействий (усилие, перемещение), а с другой стороны, гидродинамических процессов, протекающих в соответствующих полостях аппаратов и наполняемых (или опоражнваемых) полостях пневмодвигателей. В свою очередь гидродинамические процессы обусловлены весьма разнообразными и недостаточно изученными явлениями.

Пневматический контур, состоящий из тормозного крана и присоединённой к нему ёмкости, представляет собой следящую систему автоматического регулирования давления воздуха в наполняемой (или опоражнваемой) ёмкости. Динамические свойства этой системы регулирования зависят от ряда нелинейных факторов. Поэтому достоверные количественные результаты анализа переходных процессов можно получить лишь при использовании нелинейной математической модели системы, применяя для этой цели ЭВМ.

Рассмотрим моделирование рабочего процесса регулирования давления односекционным тормозным краном в полости постоянного объёма для режима торможения (рис. 1, а). При рассмотрении динамических процессов и составлении дифференциальных уравнений принимаем следующие допущения: температура воздуха в ресивере, в ёмкости крана и наполняемой ёмкости не изменяется в течение переходного процесса регулирования давления воздуха; объём полости тормозного крана изменяется незначительно и поэтому она рассматривается как постоянная; не учитывается масса клапана; трубопроводы заменяются сосредоточенными пневмосопротивлениями; отсутствуют утечки воздуха из системы; процессы течения воздуха через дроссели рассматриваются как квазистационарные; давление воздуха в ресивере не изменяется в течение переходного процесса.

Для составления дифференциальных уравнений, описывающих динамику пневматических звеньев крана, используется уравнение баланса мгновенных массовых расходов в узлах Y_1 и Y_2 (рис. 1б) пневматической цепи и гиперболическая газодинамическая функция расхода воздуха через пневмосопротивление [3]. Учёт влияния объёма трубопровода, соединяющего кран с ёмкостью, на динамический процесс наполнения этой ёмкости, распределённый объём трубопровода приводится при помощи коэффициента приведения к сосредоточенному объёму ёмкости [4], который определяется по методике [4]. В уравнениях движения подвижных элементов штока учитываются инерционные силы, скоростные и позиционные нагрузки, зоны нечувствительности в кране, обусловленные зазорами и силами трения, ограничение следящего действия крана, нелинейная характеристика его упругого элемента. Нелинейная математическая модель системы регулирования давления воздуха в ёмкости представлена в виде

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dp_1}{dt} = \frac{k v_0 B_0}{V_1} ((\mu A)_{\Delta 1} p_p \frac{p_p - p_1}{B_1 p_p - p_1} - (\mu A)_2 p_1 \frac{p_1 - p_2}{B_1 p_1 - p_2}); \\ \frac{dp_2}{dt} = \frac{(\mu A)_2 k v_0 B_0}{V_2} p_1 \frac{p_1 - p_2}{B_1 p_1 - p_2}; \\ m_{ш} \frac{d^2 h_{ш}}{dt^2} + v_{ш} \frac{dh_{ш}}{dt} + c_1 (h_{ш} - h_{к0} - h_k) + c_2 (h_{ш} - h_{к0} - h_k)^2 + \\ + c_3 (h_{ш} - h_{к0} - h_k)^3 + F_{тр1} \operatorname{sgn} \frac{dh_{ш}}{dt} = F_{ш}; \end{array} \right.$$

$$h_k = \begin{cases} 0 & \text{при } 0 \leq h_k \leq h_{k0}; \\ h_{ш} - h_{k0} - \delta & \text{при } h_{k0} < h_k \leq h_{k\max}; \\ h_{k\max} & \text{при } h_k > h_{k\max}; \end{cases}$$

$$\delta = a_{11}A_n(p_1 - p_{10}) + a_{12}A_n^2(p_1 - p_{10})^2 + a_{13}A_n^3(p_1 - p_{10})^3;$$

$$(\mu A)_{\Sigma 1} = (\mu A)_1 (\mu A)_k / \sqrt{(\mu A)_1^2 + (\mu A)_k^2};$$

$$V_2 = V_{02} + \alpha_{n1} l_2 A_{T2};$$

$$F_{ш} = A_{ц} (p_{ц} - p_{ц0}) i_p \eta_{ц} \eta_p;$$

$$A_k = \begin{cases} 0 & \text{при } 0 \leq h_k \leq h_{кд}; \\ \pi D_k (h_k - h_{кд}) & \text{при } h_k > h_{кд}; \end{cases}$$

$$p_{ц} = \begin{cases} a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + a_3 t^3 & \text{при } 0 \leq t \leq t_{мц}; \\ p_{ц\max} & \text{при } t > t_{мц}; \end{cases}$$

где:

- p_1, p_2 – давление воздуха соответственно в полости тормозного крана и наполняемой ёмкости;
- B_0 и B_1 – коэффициенты аппроксимации газодинамической функции расхода
 $B_0 = 0,654; B_1 = 1,13;$
- V_1 – объём полости тормозного крана;
- a_0 – местная скорость звука: $a_0 = \sqrt{kRT}$;
- k – показатель адиабаты;
- R – удельная газовая постоянная;
- T – термодинамическая температура воздуха перед дросселем;
- $(\mu A)_2$ – пропускная способность трубопровода, соединяющего кран и ёмкость;
- V_2 – объём ёмкости с учётом объёма трубопровода;
- $m_{ш}$ – масса штока и приведенная к направлению его движения масса других подвижных деталей механического привода тормозного крана, воздействующих на шток (рычаг, педаль, тяги и др.);
- $h_{ш}, h_k$ – перемещения соответственно штока и впускного клапана;
- $v_{ш}$ – приведенный коэффициент вязкого трения между штоком и корпусом крана;
- c_1, c_2, c_3 – коэффициенты, характеризующие жёсткость упругого элемента (коэффициенты прямой регрессии);
- $h_{ок}$ – зазор между подвижным седлом и впускным клапаном;
- $F_{тр1}$ – сила сухого трения, действующая на шток;
- $F_{ш}$ – усилие, прикладываемое к штоку от тормозного крана;
- $h_{к0}$ – зазор между седлом следящего поршня и впускным клапаном;

- δ – деформация упругого элемента;
 $h_{\text{кmax}}$ – максимальное перемещение клапана;
 a_{11}, a_{12}, a_{13} – коэффициенты обратной регрессии;
 $A_{\text{п}}$ – площадь следящего поршня;
 r_{10} – зона нечувствительности тормозного крана, определяемая предварительным сжатием уравновешивающей пружины;
 $(\mu A)_1$ – пропускная способность дросселя, заменяющего трубопровод от ресивера до тормозного крана;
 $(\mu A)_\text{к} = \mu_\text{к} A_\text{к}$ – пропускная способность впускного клапана;
 $\mu_\text{к}$ – коэффициент расхода впускного клапана;
 $A_\text{к}$ – площадь проходного сечения клапана;
 $D_\text{к}$ – диаметр седла впускного клапана;
 $h_{\text{кд}}$ – положение клапана, соответствующее прекращению его герметизации;
 V_{02} – объём наполняемой ёмкости;
 $\alpha_{\text{н1}}$ – коэффициент приведения объёма трубопровода к объёму ёмкости для процесса наполнения, определяется по методике [4];
 l_2, A_2 – соответственно длина и площадь проходного сечения трубопровода, соединяющего тормозной кран с наполняемой ёмкостью;
 $A_\text{ц}$ – площадь поршня пневмоцилиндра управления;
 $p_\text{ц}$ – давление воздуха в пневмоцилиндре;
 $p_{\text{ц0}}$ – давление воздуха в пневмоцилиндре, соответствующее началу его движения; $\eta_\text{ц}$ - КПД пневмоцилиндра;
 $i_\text{р}, \eta_\text{р}$ – соответственно передаточное отношение и КПД рычажного привода тормозного крана;
 a_0, a_1, a_2, a_3 – коэффициенты аппроксимации давления в пневмоцилиндре;
 $t_{\text{мц}}$ – время достижения максимального значения давления $p_{\text{цmax}}$ в пневмоцилиндре.

2. АНАЛИЗ ПОЛУЧЕННЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ

По математической модели на языке Паскаль была разработана программа для решения системы дифференциальных уравнений методом Рунге – Кутты. Программа позволяет рассчитывать динамические характеристики системы регулирования давления воздуха в наполняемой ёмкости, исследовать влияние различных конструктивных параметров системы на качество процесса регулирования давления при следящих и экстренных режимах торможения.

Расчётный анализ баланса сил, действующих на шток тормозного крана, показал, что сила инерции приведенных к штоку масс по сравнению с движущей силой, прилагаемой к нему от управляющего устройства (тормозной педали или штока пневмоцилиндра) достигает 20...25% в начальный период переходного процесса. Поэтому инерционная сила должна обязательно учитываться в уравнении движения штока крана, иначе будет иметь место существенное искажение кривой переходного процесса и, как следствие этого, погрешности при оценке качества его. Всё вышеотмеченное подтверждает правомерность принятия в качестве основной одномассовой схемы тормозного крана с учётом массы штока.

Расчётные и экспериментальные динамические характеристики наполнения ёмкости объёмом $V_2 = 2,33 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$ через тормозной кран и трубопровод $l_2 = 4 \text{ м}$. $\varnothing 15 \times 1$ приведены на рис. 2 при давлении воздуха в пневмоцилиндре $p_{ц\max} = 0,27 \text{ МПа}$, подаваемом в его полость за время $t_{\max} = 0,07 \text{ с}$, что соответствует следующему режиму работы тормозного крана. Расчёт динамической характеристики выполнен для следующих параметров: $A_n = 24,5 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2$; $A_{ц} = 38,465 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2$; $A_1 = 1,77 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2$; $A_2 = 1,33 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2$; $V_{02} = 2,33 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$; $V_1 = 5 \cdot 10^{-5} \text{ м}^3$; $D_k = 2,35 \cdot 10^{-2} \text{ м}$; $\mu_1 = 0,52$; $\mu_2 = 0,28$; $\mu_k = 0,43$; $m_k = 0,1 \text{ кг}$; $m_{ш} = 0,5 \text{ кг}$; $v_{ш} = 2 \cdot 10^3 \text{ Нс/м}$; $F_{мп1} = 20 \text{ Н}$; $\eta_{ц} = 0,98$; $\eta_n = 0,98$; $i_p = 2,492$; $\alpha_{ш1} = 0,41$; $c_1 = 4,45 \cdot 10^5 \text{ Н/м}$; $c_2 = 1,15 \cdot 10^8 \text{ Н/м}^2$; $c_3 = 489 \cdot 10^{10} \text{ Н/м}^3$; $h_{кв} = 2,4 \cdot 10^{-3} \text{ м}$; $p_p = 0,8 \text{ МПа}$; $p_{ц0} = 0,12 \text{ МПа}$; $p_a = 0,1 \text{ МПа}$. Экспериментальные характеристики получены на специальном стенде для использования следящих пневмоаппаратов.

Сравнительный анализ приведенных динамических характеристик показывает, что относительные погрешности расчёта давлений и перемещений по сравнению с экспериментальными данными составляют 3÷8%. Приведенные динамические характеристики, а также сравнение расчётных и экспериментальных характеристик, полученных для других параметров системы (изменялись объёмы ёмкости, длина и диаметр трубопровода, параметры сигнала управления) указывают на достаточно хорошее совпадение результатов аналитического исследования с экспериментальными данными в количественном и качественном отношениях. Это обстоятельство объясняется тем, что разработанная математическая модель учитывает основные нелинейности, характерные для рабочего процесса системы регулирования давления воздуха: переменное проходное сечение впускного клапана в процессе регулирования давления воздуха в ёмкости, обусловленное действием отрицательной обратной связи крана; нелинейные газодинамические функции расхода воздуха через клапан и трубопроводы, достаточно точно описывающие процессы течения воздуха через них; зазор между седлом следящего поршня и впускным клапаном; ограничение перемещения штока и клапана крана; нелинейная характеристика упругого элемента следящего механизма. Учёт указанных нелинейностей выгодно отличает разработанную математическую модель от моделей [1, 2, 3], которые описывают экстренные режимы работы тормозного крана.

Таким образом, разработанная математическая модель тормозного крана, достаточно адекватно описывающая динамику системы регулирования давления в ёмкости в следящем и экстренном режиме работы, позволяет решать широкий круг вопросов анализа системы. Кроме того, эта модель является составной частью математических моделей различных пневматических приводов мобильных машин, применение которых даёт возможность значительно сократить и дорогостоящие натурные испытания на стадии проектирования пневмосистем.

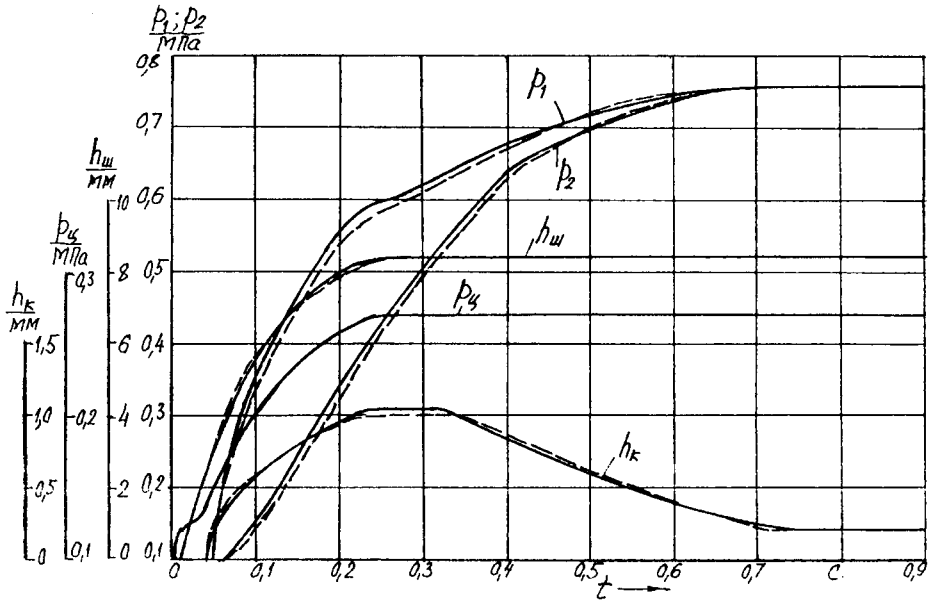


Рис. 2. Динамическая характеристика наполнения ёмкости через тормозной кран
 ----- – расчётная, ————— – экспериментальная

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Автомобили: Конструкция, конструирование и расчёт. Системы управления и ходовая часть: Учеб. пособие для вузов/ А.И. Гришкевич, Д.М. Ломако, В.П. Автушко и др.; Под ред. А.И. Гришкевича - Мн.: Выш. шк., 1987.- 200 с.
- [2] Вишняков Н.Н.: Исследование и расчёт современных пневматических тормозных приводов автомобилей. М.: Изд. МАДИ, 1979.- 68 с.
- [3] Метлюк Н.Ф., Автушко В.П.: Динамика пневматических и гидравлических приводов автомобилей. М.: Машиностроение, 1980.- 231 с.
- [4] Гиль С.В.: Методика учёта ёмкости трубопровода при динамическом расчёте пневмоприводов. Белорус. государ. политехн. академ.- Минск., 1997.- 10 с; ил.; - Библиогр. 7 назв.- Рус.- Деп. в ВИНТИ 1997 г., № 3643-В97.

ПЛАВНОСТЬ ХОДА И МЕТОДИКА МОДЕЛИРОВАНИЯ КОЛЕБАНИЙ ТРАКТОРНЫХ ПОЕЗДОВ

Николай Владимирович Богдан, Георгий А. Таяновский

Белорусская Государственная Политехническая Академия
Минск

В работе изложена сущность проблематики обеспечения приемлемых уровней низкочастотных колебаний тракторных транспортных агрегатов, создаваемых на базе новых высокоэнергонасыщенных колесных тракторов. С целью создания инструментария для одного из разделов проектного обоснования агрегатирования колесных тракторных прицепов различных схем с новыми тракторами, приведены основные положения методики моделирования прямолинейного движения тракторного поезда по микропрофилю стационарной случайной дороги с установившейся скоростью. Разработана универсальная математическая модель целесообразной сложности и программное приложение для проведения машинного эксперимента по оценке колебаний.

Ключевые слова: звеньев тракторного поезда при обосновании их агрегатирования

1. ВВЕДЕНИЕ

Эффективность тракторных поездов в сельском хозяйстве определяется их грузоподъемностью и рабочими скоростями движения. Возможные предельные значения этих показателей обуславливаются, кроме прочего, санитарными нормами низкочастотной вибронегруженности водителя тракторного поезда в движении.

Характер и уровни виброускорений на сиденьи водителя однозначно определяются конструктивной схемой тракторного агрегата, его массо-геометрическими параметрами, характеристиками шин и элементов поддрессирования, а также микропрофилем дороги, определяющим характер входного воздействия.

Исследованиями авторов показана целесообразность совершенствования не только конструкции прицепов, но и средств, и схем агрегатирования трактора классической компоновки, что в совокупности является наиболее эффективным средством решения проблемы вибронегруженности водителя на транспорте.

Имеется целый ряд разработанных авторами данной работы технических решений в этом направлении, защищенных патентами на изобретения.

Цель данной работы состоит в изложении наиболее существенных, на наш взгляд, положений универсальной методики моделирования и оценки низко-частотной вибронегруженности водителя и элементов конструкции тракторных поездов в составе колесных тракторов и прицепов различных конструктивных схем по действующим стандартам, в зависимости от значений целесообразных для изменения параметров конструкций звеньев.

Необходимо отметить, что в связи с существенным разнообразием и новизной конструкций тракторов и существующих большегрузных тракторных прицепов для достижения поставленной цели следует разработать расчетную динамическую систему и математическую модель тракторного поезда, методику формирования и структуру вариантов исходных данных. Отсутствие теоретических исследований плавности хода тракторных транспортных агрегатов с новыми прицепами, например, с прицепом дышло которого подрессорено относительно рамы прицепа, а колеса неподрессорены, предопределяет необходимость учесть эти факторы при анализе влияния и взаимовлияния параметров прицепа на исследуемое функциональное свойство с тем, чтобы выйти на разработку надежных рекомендаций по совершенствованию конструкций прицепов различных схем, предназначенных для агрегатирования с новыми тракторами.

2. МОДЕЛИРОВАНИЕ ДВИЖЕНИЯ ТРАКТОРНОГО ПОЕЗДА ПО МИКРОПРОФИЛЮ СЛУЧАЙНОЙ ДОРОГИ

Сущность принятого метода при исследованиях колебательных систем заключается в составлении математических моделей по расчетным динамическим моделям и их «прокатывании» по случайному дорожному микропрофилю. В результате расчетов получаются временные дискретные реализации различных параметров, характеризующих поведение данной колебательной системы. Как правило, это абсолютные и относительные перемещения (угловые и линейные), скорости и ускорения характерных точек системы, а также силы, действующие в системе. Полученные дискретные реализации в дальнейшем обрабатываются с целью получения их статистических характеристик: математического ожидания, дисперсии, автокорреляционной функции, спектральной плотности, среднеквадратических значений (СКЗ) в заданных полосах частот и др. Для достижения необходимого поведения колебательной системы при проведении расчетов изменяют различные параметры системы. Расчеты ведут в заданном диапазоне скоростей движения. По результатам расчетов строятся графики амплитудно-скоростных и амплитудно-частотных характеристик выходных параметров, в полной мере описывающих поведение данной системы.

В качестве обязательного базового возмущающего воздействия был взят микропрофиль грунтовой дороги из международного стандарта на методы определения и оценки показателей безопасности машин. Определение основных статистических характеристик, получаемых при проведении расчетов временных рядов, осуществлялось по следующим зависимостям.

Математическое ожидание реализации $x(t)$ вычисляется по формуле:

$$m_x = \frac{\sum_{i=1}^N x_i}{N}, \quad (2.1)$$

где:

N – число ординат во временном ряду.

Среднеквадратичное отклонение вычисляем по формуле:

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{1}{N} \left(\sum_{i=1}^N x_i^2 - N \cdot m_x^2 \right)}. \quad (2.2)$$

Коэффициенты корреляции (автокорреляционная функция) находятся по формуле:

$$R_x(j) = \frac{1}{N-j} \sum_{i=1}^{N-j} (x_i - m_x) \cdot (x_{i+j} - m_x), \quad (j = 0, 1, 2, 3, \dots) \quad (2.3)$$

где:

j – тый коэффициент соответствует интервалу корреляции $\tau = j \cdot \Delta t$,

Δt – интервал дискретизации (с).

По полученным значениям корреляционной функции рассчитывается спектральная плотность случайного процесса

$$S_x(\omega) = 2 \int_0^{\infty} R_x(\tau) \cdot \cos(\omega \cdot \tau) \cdot K(\tau) \cdot d\tau, \quad (2.4)$$

где:

$K(\tau)$ – временное (корреляционное) окно.

Временное окно необходимо для вычисления состоятельной оценки спектральной плотности. В спектральном анализе широко применяются временные окна: Бартлетта, Парзена, Тьюки.

Нами при расчетах использовалось временное окно Тьюки, имеющее следующую форму:

$$K(\tau) = \begin{cases} 0,5 \left(1 + \cos \frac{\pi\tau}{T_o} \right), & |\tau| \leq T_o \\ 0, & |\tau| > T_o \end{cases}, \quad (2.5)$$

где:

T_o – максимальный интервал корреляции,

$T_o < T$, T – длина записи процесса, с.

$$T = \Delta t \cdot (N - 1). \quad (2.6)$$

Отношение $\frac{T}{T_o}$ определяет ширину окна, выбор которой является важным практическим вопросом. В наших расчетах использовалось окно шириной 12.

Как видно, подинтегральное выражение в формуле (2.4) при $\tau > T_0$ равно 0. Поэтому, заменяя верхний предел интегрирования конечным значением равным T_0 , находим интеграл численным интегрированием. Нами использовалась формула Симпсона в преобразованном виде:

$$\int_a^b y(x) dx = \frac{h}{3} (y_0 + 4y_1 + 2y_2 + 4y_3 + 2y_4 + \dots + 2y_{n-2} + 4y_{n-1} + 2y_n - y_n) \quad (2.7)$$

$$y_0 = y(a), y_n = y(b), \quad (2.8)$$

где:

n – число отрезков, на которое разбивается интервал интегрирования с шагом h (обязательно четное число).

В этом случае число значений подинтегральной функции, умножаемых на 4, равно числу значений, умножаемых на 2, что удобно при составлении программы расчета.

Шаг разбивки интервала интегрирования для упрощения расчетов берется равным шагу дискретизации исходного временного ряда, т.е. $h = \Delta t$.

Вычислив интегралы по формуле (2.4) для различных значений частоты ω , получим спектральную плотность процесса.

Как известно, корреляционная функция является оригиналом, а спектральная плотность - изображением Фурье. Поэтому можно записать:

$$R_x(\tau) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} S_x(\omega) \cdot \cos(\omega\tau) d\omega \quad (2.9)$$

При $\tau = 0$, значение корреляционной функции равно дисперсии стационарного случайного процесса. Поэтому получаем:

$$D_x = \sigma_x^2 = R_x(0) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} S_x(\omega) \cdot d\omega \quad (2.10)$$

На этой формуле основан расчет среднеквадратических значений ускорений на сиденьи водителя в октавных полосах частот для оценки условий труда водителя по ГОСТ 12.2.019-91.

Спектральная плотность при $\omega \rightarrow \infty$ стремится к нулю. При исследовании колебаний тракторов спектр имеет малое значение при частотах свыше 22 Гц. Поэтому заменяем верхний предел интегрирования в формуле (2.10) этим значением. Находится интеграл численным интегрированием по формуле Симпсона.

Подставляя в формулу (2.10) пределы интегрирования, равные граничным значениям октавных полос частот, получим в этих полосах среднеквадратические значения исследуемого параметра.

Таким образом, дисперсия в октаве представляет собой площадь, заключенную между кривой спектра, осью частот ω и вертикальными прямыми, проходящими через границы октавы, деленную на число π .

3. ДИНАМИЧЕСКАЯ СИСТЕМА И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ТРАКТОРНОГО ПОЕЗДА

На рис.1. показана расчетная динамическая модель тракторного поезда в составе трактора "Беларус" обобщенной схемы и с.-х. прицепа наиболее общей конструктивной схемы, что дает возможность на одной такой универсальной модели транспортного состава исследовать самые разнообразные конкретные агрегаты различных конструктивно-компоночных схем.

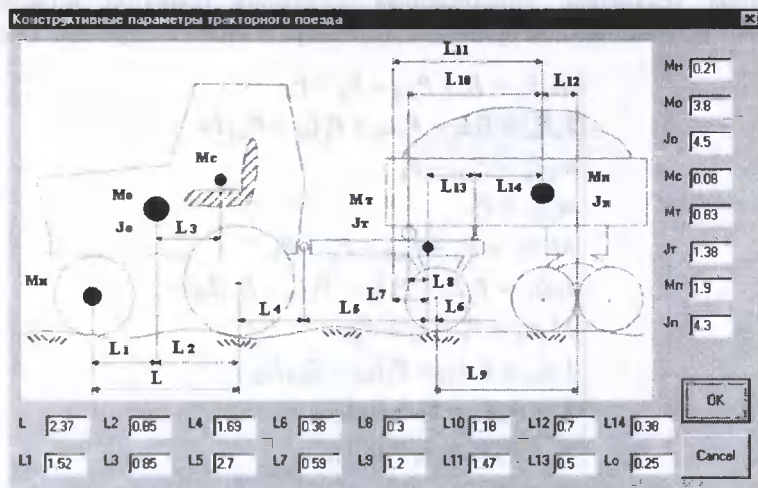


Рис. 1. Окно для ввода исходных данных в программном приложении

Модель составлена с учетом общеизвестных допущений для велосипедных колебательных систем транспортных агрегатов.

Расчетная модель представляет собой плоскую пятимассовую систему, имеющую шесть степеней свободы, и позволяет исследовать вертикальные и продольно-угловые колебания, которые наиболее тяжело переносятся водителем. Принятые условные обозначения: m_n – неподдресоренная масса переднего моста трактора; M_o – поддресоренная масса остова трактора; m_c – масса сиденья с водителем; M_T – масса тележки полуприцепа; M_n – масса полуприцепа без учета массы тележки; I_o, I_T, I_n – моменты инерции масс M_o, M_T, M_n относительно поперечных осей, проходящих через их центры тяжести; z_n, z_o, z_c, z_T, z_h – вертикальные перемещения центров соответствующих масс; $\alpha_o, \alpha_T, \alpha_h$ – угловые перемещения соответствующих масс системы, обладающих инерционностью; $P_{ш1,2,3,4}$ – усилия, действующие в шинах колес; P_1 – усилие в подвеске переднего моста трактора; P_c – усилие в подвеске сиденья водителя; P_2 – вертикальное усилие в сцепном устройстве; P_3 – усилие, действующее в шарнире, соединяющем тележку с рамой полуприцепа; P_x – усилие, создаваемое дополнительной пружиной, которая устанавливается между дышлом и рамой; L, L_g – базы

трактора и полуприцепа; $L_1 \dots L_8, L_{10} \dots L_{12}$ – плечи сил, действующих в системе; L_{13}, L_{14} – координаты упругого упора на раме полуприцепа; $q_1 \dots q_4$ – высоты неровностей дорожного профиля.

При составлении математической модели были приняты допущения:

1. Система совершает малые угловые колебания.
2. Упруго-демпфирующие характеристики шин являются линейными.
3. Сцепное устройство – без зазора.
4. Отрывы колес и пробои упругих элементов отсутствуют.

Система уравнений, описывающая колебания принятой модели, была составлена с использованием принципа Даламбера и имеет следующий вид:

$$\begin{cases} M_o \ddot{z}_o = P_1 + P_{u2} - P_c - P_2 \\ I_o \ddot{\alpha}_o = P_1 L_1 + P_c L_3 + P_2 L_4 - P_{u2} L_2 \\ m_n \ddot{z}_n = P_{u1} - P_1 \\ m_c \ddot{z}_c = P_c \\ M_T \ddot{z}_T = P_2 + P_{u3} - P_x - P_3 \\ I_T \ddot{\alpha}_T = P_2 L_5 - P_x L_7 - P_3 L_8 - P_{u3} L_6 \\ M_n \ddot{z}_n = P_x + P_3 + P_{u4} \\ I_n \ddot{\alpha}_n = P_x L_{11} + P_3 L_{10} - P_{u4} L_{12} \\ \ddot{z}_o - \ddot{\alpha}_o L_4 = \ddot{z}_T + \ddot{\alpha}_T L_5 \\ \ddot{z}_T + \ddot{\alpha}_T L_8 = \ddot{z}_n + \ddot{\alpha}_n L_{10} \end{cases} \quad (3.1)$$

Последние два уравнения являются уравнениями связи (по двум шарнирам).

В качестве обобщенных координат системы были приняты: $z_o, \alpha_o, z_n, z_c, \alpha_T, \alpha_n$.

Система принимает следующий вид:

$$\begin{cases} M_o \ddot{z}_o = P_1 + P_{u2} - P_c - P_2 \\ I_o \ddot{\alpha}_o = P_1 L_1 + P_c L_3 + P_2 L_4 - P_{u2} L_2 \\ m_n \ddot{z}_n = P_{u1} - P_1 \\ m_c \ddot{z}_c = P_c \\ I_T \ddot{\alpha}_T = P_2 L_5 - P_x L_7 - P_3 L_8 - P_{u3} L_6 \\ I_n \ddot{\alpha}_n = P_x L_{11} + P_3 L_{10} - P_{u4} L_{12} \end{cases} \quad (3.2)$$

Силы P_2, P_3 находятся по следующим формулам:

$$\begin{aligned} P_2 &= M_T \ddot{z}_T - P_{u3} + P_x + P_3, \\ P_3 &= M_n \ddot{z}_n - P_x - P_{u4}, \end{aligned}$$

где:

$$\begin{aligned} \ddot{z}_n &= \ddot{z}_T + \ddot{\alpha}_T L_8 - \ddot{\alpha}_n L_{10}, \\ \ddot{z}_T &= \ddot{z}_o - \ddot{\alpha}_o L_4 - \ddot{\alpha}_T L_5. \end{aligned}$$

Эти зависимости получены из 5-го, 7-го, 9-го и 10-го уравнений системы 3.1.

Остальные силы в правой части системы 3.2 находятся по формулам:

$$\begin{aligned} P_{ui} &= c_{ui} \cdot f_{ui} + K_{ui} \cdot \dot{f}_{ui}, (i=1...4) \\ P_i &= c_i \cdot f_i + K_i \cdot \dot{f}_i + F_i \text{sign}(\dot{f}_i), \\ K_i &= \begin{cases} K_{i1}, \dot{f}_i \leq 0 \\ K_{i2}, \dot{f}_i > 0, (i=1, c), \end{cases} \end{aligned} \quad (3.3)$$

где:

- c – жесткость упругого элемента;
- K – коэффициент демпфирования (с индексом 1 – на ходе отбоя, 2 – на ходе сжатия);
- F – абсолютное значение силы сухого трения;
- f, \dot{f} – деформация и скорость изменения деформации упруго-демпфирующих звеньев динамической системы.

Деформации находятся как разности абсолютных перемещений соответствующих точек системы, которые определяются по формуле:

$$z_i = z_j \pm \alpha_j L_i \quad (z_j = z_o, z_T, z_n; \alpha_j = \alpha_o, \alpha_T, \alpha_n).$$

Решение системы дифференциальных уравнений осуществлялось с использованием численного метода интегрирования – метода Рунге-Кутты 4-го порядка. Предварительно уравнения 1, 2, 5, 6 системы 3.2 разрешались относительно высших производных по методу Крамера.

Для получения сравнительной оценки колебаний были рассчитаны колебания и одиночного трактора.

Система уравнений для одного трактора получается из системы 3.2, если убрать два последних уравнения и положить $P_2=0$.

Для моделирования варианта, когда связь рамы полуприцепа с тележкой является упруго-демпфирующей система уравнений 3.1 решается без двух последних уравнений (уравнений связи). Силы P_2 и P_3 определяются по формуле 3.3. При этом значение параметра C_2 задается достаточно большим, чтобы деформация в сцепке отсутствовала.

Расчеты проводятся с учетом сглаживающей способности шин. Сглаженный микропрофиль получается при пропускании его через фильтр с памятью N_1 :

$$q_i = \left(\sum_{j=i-\frac{N_1}{2}}^{j=i+\frac{N_1}{2}} q_j \right) / N_1; \quad N_1 = \frac{L_{omn}}{\vartheta \cdot \Delta t},$$

где:

L_{omn} – длина отпечатка шины в статическом положении, определяется по формуле:

$$L_{omn} = 2 \cdot 0,75 \cdot \sqrt{R_o^2 - \left(R_o - G_{uu} / C_{uu} \right)^2},$$

где:

R_o – свободный радиус шины,

G_{uc} – нагрузка на колесо,

C_{uc} – радиальная жесткость шины.

Ординаты профиля под задними колесами находились следующим образом:

$$q_2 = q_1 \left(t - \frac{L}{g} \right), \quad q_3 = q_1 \left(t - \frac{L_1 + L_4 + L_5 + L_6}{g} \right), \quad q_4 = q_1 \left(t - \frac{L_1 + L_4 + L_5 + L_6 + L_9}{g} \right).$$

Скорость изменения высоты неровности профиля определялась:

$$\dot{q}_i = \frac{(q_{i+1} - q_{i-1})}{2h},$$

где:

h – шаг интегрирования системы уравнений.

Приведенная математическая модель является универсальной и позволяет определять параметры уровней низкочастотных колебаний в любой точке и на сиденье водителя как одиночного трактора, так и тракторного транспортного агрегата с прицепами различных конструктивных схем, при движении по микропрофилю дороги в октавных, а при необходимости, и в третьоктавных полосах частот. Пример результатов расчета показан на рис.2.

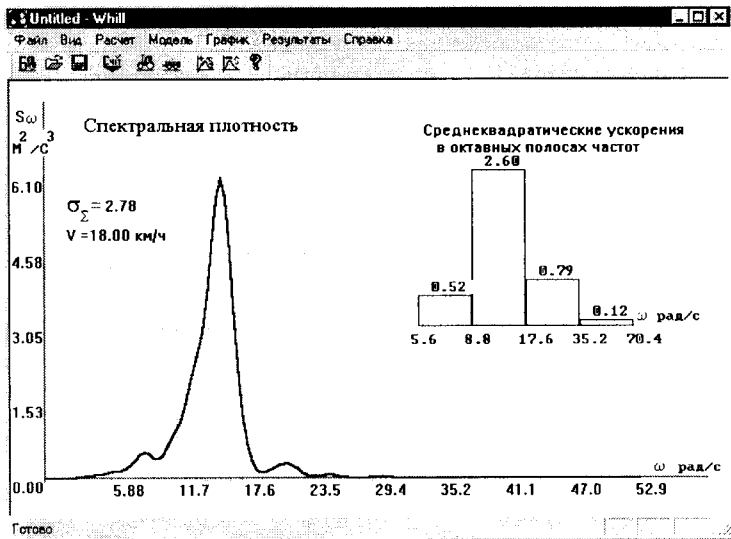


Рис.2. Окно результатов расчета колебаний тракторного поезда

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Приведенная и реализованная в виде программного приложения универсальная методика исследования и оценки низкочастотных колебаний тракторных транспортных поездов позволяет решать одну из важных задач проектного обоснования агрегатирования колесных тракторов и прицепов различных схем на транспорте.

FREE VIBRATION OF THE SANDWICH BEAM WITH A VISCOELASTIC INERTIAL INTERLAYER

Katarzyna Cabańska-Płaczkiewicz

Bydgoszcz Academy, Department of Mathematics, Technology & Natural Sciences
Institute of Technology
85-064 Bydgoszcz, Chodkiewicza 30

This paper presents an analytical method of solving the free vibration problem of a sandwich beam with damping. External layers are modelled as Bernoulli-Euler beams, while the internal layer is made of a viscoelastic inertial material. The phenomenon of free vibration is described by a homogeneous system of conjugate partial differential equations. Then the property of orthogonality of complex free vibration modes has been presented. The free vibration problem has been solved for arbitrarily assumed initial conditions.

Key words: sandwich beam, damping, inertial interlayer, free vibration

1. INTRODUCTION

The complex torsional systems coupled together by viscoelastic constraints play an important role in various engineering and building structures. In the last years the Bernoulli-Euler [2, 6, 9, 12] and Timoshenko [1, 8, 10, 13] models for different compound constructions have been considered. Vibration analysis of laminated layer elements including plates, shells, beams and shafts has been considered in the paper [3]. Vibration analysis of complex structural systems with vibration damping remains a difficult problem. In the above complex cases, especially where viscosity and discrete elements occur, it is recommended to adopt the method of solving a dynamic problem of a system in the domain of a real variable complex function [4, 11].

For the first time the property of orthogonality of free vibration complex modes for discrete systems with damping [11], for discrete-continuous systems with damping [4], and for continuous systems with damping [12-14] have been presented.

The aim of this paper is to conduct a mathematical analysis of a solution of the free vibration problem for a continuous sandwich beam with damping, in which outer layers are made of elastic material, while an internal layer of a viscoelastic inertial material.

2. FORMULATION OF THE PROBLEM

The sandwich beam consists of two homogeneous elastic parallel beams I and II of equal length, coupled together by a viscoelastic inertial interlayer (Fig. 1). The Bernoulli-Euler beams are simply supported at the ends. The viscoelastic inertial interlayer

possesses the characteristics of a homogeneous continuous one-directional Winkler foundation and has been described by the Voigt-Kelvin model [5, 7].

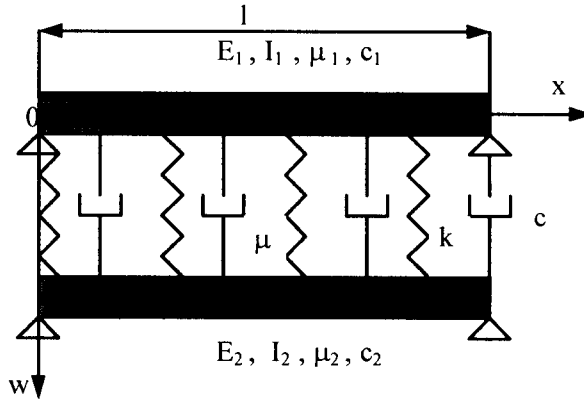


Fig. 1. Dynamic model of the system of two beams coupled by a viscoelastic inertial interlayer

Rys. 1. Dynamiczny model układu dwóch belek sprzężonych lepko-sprężystą inercyjną przekładką

The phenomenon of small transverse vibration of the sandwich beam with viscoelastic inertial interlayer is described by the following system of conjugate partial differential equations

$$\begin{aligned}
 R_1 \frac{\partial^4 w_1}{\partial x^4} + \mu_1 \frac{\partial^2 w_1}{\partial t^2} - (1 + c \frac{\partial}{\partial t}) Eb \frac{\partial w}{\partial y} \Big|_{y=0} &= 0 \\
 -(1 + c \frac{\partial}{\partial t}) Eb \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \mu \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} &= 0 \\
 R_2 \frac{\partial^4 w_2}{\partial x^4} + \mu_2 \frac{\partial^2 w_2}{\partial t^2} + (1 + c \frac{\partial}{\partial t}) Eb \frac{\partial w}{\partial y} \Big|_{y=h} &= 0
 \end{aligned} \tag{1}$$

where:

$w_1 = w_1(x, t)$, $w_2 = w_2(x, t)$, $w(x, y, t)$ – transverse deflections of beams I, II and the viscoelastic inertial interlayer,

E_1, E_2, E – Young modulus of the material for beams for I, II and the interlayer,

F_1, F_2, F – areas of cross-section of beams I, II and the interlayer,

c – damping coefficient of the interlayer,

k – elasticity coefficient of the interlayer,

ρ_1, ρ_2, ρ – mass density of the material of beams I, II and the interlayer per unit of length,

h_1, h_2, h – heights of beams I, II and the interlayer,

- b – width of the sandwich beam,
 l – length of sandwich beam,
 x – longitudinal axis of sandwich beam,
 t – time

and:

$$R_1 = E_1 I_1, R_2 = E_2 I_2, \mu_1 = \rho_1 F_1, \mu_2 = \rho_2 F_2, \mu = \rho F.$$

3. THE FREE VIBRATION PROBLEM

By substituting (2) in the system of differential equations (1)

$$\begin{bmatrix} w_1(x, t) \\ w(x, y, t) \\ w_2(x, t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} W_1(x) \\ W(x, y) \\ W_2(x) \end{bmatrix} \exp(i\nu t) \quad (2)$$

a homogenous system of conjugate ordinary differential equations describing the complex modes of free vibration of the beams and the viscoelastic inertial interlayer is obtained

$$\begin{aligned} R_1 \frac{d^4 W_1}{dx^4} - \mu_1 \nu^2 W_1 - (+i c \nu) E b \frac{\partial W}{\partial y} \Big|_{y=0} &= 0 \\ \frac{d^2 W}{dy^2} + \lambda^2 W &= 0 \\ R_2 \frac{d^4 W_2}{dx^4} - \mu_2 \nu^2 W_2 + (1 + i c \nu) E b \frac{\partial W}{\partial y} \Big|_{y=h} &= 0 \end{aligned} \quad (3)$$

where:

$$\lambda = \sqrt{\frac{\mu \nu^2}{E b (1 + i c \nu)}},$$

and:

- $W_1(x), W_2(x), W(x, y)$ – the complex mode of free vibration of the beams I, II,
 and the interlayer,
 ν – the complex eigenfrequency of the sandwich beam.

The general solution for the inertial viscoelastic interlayer (3) is presented in the following form

$$W(x, y) = \Theta_1(x) \sin \lambda y + \Theta_2(x) \cos \lambda y \quad (4)$$

where:

$$\Theta_1(x), \Theta_2(x) \text{ – constant coefficients.}$$

In order to solve the boundary value problem, the following boundary conditions are applied:

$$W_1 = W \Big|_{y=0} W_2 = W \Big|_{y=h} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} W_1 \Big|_{x=0} = 0, W_1 \Big|_{x=l} = 0, W_2 \Big|_{x=0} = 0, W_2 \Big|_{x=l} = 0, \\ \frac{d^2 W_1}{dx^2} \Big|_{x=0} = 0, \frac{d^2 W_1}{dx^2} \Big|_{x=l} = 0, \frac{d^2 W_2}{dx^2} \Big|_{x=0} = 0, \frac{d^2 W_2}{dx^2} \Big|_{x=l} = 0, \end{aligned} \quad (6)$$

The general solution of the system of differential equations (3) takes the following form

$$\begin{aligned} W_1(x) &= \sum_{\nu=1}^4 A_{\nu}^* \sin \lambda_{\nu} x + A_{\nu}^{**} \cos \lambda_{\nu} x \\ W(x, y) &= \frac{1}{\sin \lambda h} [W_2(x) - W_1(x) \cos \lambda h] \sin \lambda y + W_1(x) \cos \lambda y \\ W_2(x) &= \sum_{\nu=1}^4 B_{\nu}^* \sin \lambda_{\nu} x + B_{\nu}^{**} \cos \lambda_{\nu} x \end{aligned} \quad (7)$$

where:

$A_{\nu}^*, A_{\nu}^{**}, B_{\nu}^*, B_{\nu}^{**}$ – constant coefficients.

Amplitude coefficients are described

$$\begin{aligned} \frac{B_{\nu}^*}{A_{\nu}^*} = \frac{B_{\nu}^{**}}{A_{\nu}^{**}} = \alpha_n = \frac{(R_1 \lambda_n^4 - \mu_1 \nu_n^2) \cos \lambda h - \sin \lambda h (1 + i c \nu_n) E b l}{R_2 \lambda_n^4 - \mu_2 \nu_n^2} = \\ = \frac{(R_1 \lambda_n^4 - \mu_1 \nu_n^2) \sin \lambda h + \cos \lambda h (1 + i c \nu_n) E b l}{(1 + i c \nu_n) E b l} \end{aligned} \quad (8)$$

where:

$$\nu_n = i \eta_n \pm \omega_n, \quad \lambda_n = \frac{n \pi}{l}, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

By incorporating the sequences λ_n and α_n to Eq. (7), the three following sequences of modes of free vibration for two beams and the viscoelastic inertial interlayer are obtained

$$\begin{aligned} W_{1n}(x) &= \sin \lambda_n x \\ W_n(x, y) &= b_n \sin \lambda_n x \\ W_{2n}(x) &= \alpha_n \sin \lambda_n x \end{aligned} \quad (9)$$

where:

$$b_n = \left(\frac{\alpha_n}{\sin \lambda h} - \operatorname{ctg} \lambda h \right) \sin \lambda y + \cos \lambda y$$

Free vibration of beams is presented in the form of the Fourier series, based on the complex eigenfunctions, i.e.

$$\begin{bmatrix} w_1(x, t) \\ w(x, y, t) \\ w_2(x, t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{n=1}^{\infty} W_{1n}(x) \\ \sum_{n=1}^{\infty} W_n(x, y) \\ \sum_{n=1}^{\infty} W_{2n}(x) \end{bmatrix} \Phi_n \exp(i\nu_n t) \quad (10)$$

where:

Φ_n – the Fourier coefficient.

Free vibration of the sandwich beam with damping in the following form is obtained

$$\begin{aligned} w_1 &= \sum_{n=1}^{\infty} e^{-\eta_n t} |\Phi_n| |W_{1n}| \cos(\omega_n t + \varphi_n + \chi_{1n}) \\ w &= \sum_{n=1}^{\infty} e^{-\eta_n t} |\Phi_n| |W_n| \cos(\omega_n t + \varphi_n + \chi_n) \\ w_2 &= \sum_{n=1}^{\infty} e^{-\eta_n t} |\Phi_n| |W_{2n}| \cos(\omega_n t + \varphi_n + \chi_{2n}) \end{aligned} \quad (11)$$

where:

$$\chi_{1n} = \arg W_{1n} \quad \chi_{2n} = \arg W_{2n} \quad \chi_n = \arg W_n \quad \varphi_n = \arg \Phi_n$$

The formula for the Fourier coefficient in the operational form is obtained [15]

$$\Phi_n = ([2i\nu_n \mathbf{M} + \mathbf{L}] \mathbf{U}_n, \mathbf{U}_n)^{-1} ([\mathbf{M}\mathbf{u}_o + \mathbf{u}_o^o] + \mathbf{L}\mathbf{u}_o, \mathbf{U}_n) \quad (12)$$

where:

$$\mathbf{u}_o = \begin{bmatrix} w_{01} \\ w_{02} \end{bmatrix}, \mathbf{u}_o^o = \begin{bmatrix} \dot{w}_{01} \\ \dot{w}_{02} \end{bmatrix} \text{ – the initial vector of displacement and velocity,}$$

and:

\mathbf{M}, \mathbf{L} – inertial and damping operators.

The scalar form of the inertial and damping operators \mathbf{M}, \mathbf{L} is showed in the Eq. (1).

4. CALCULATIONS

The numerical results are presented for the following parameters:

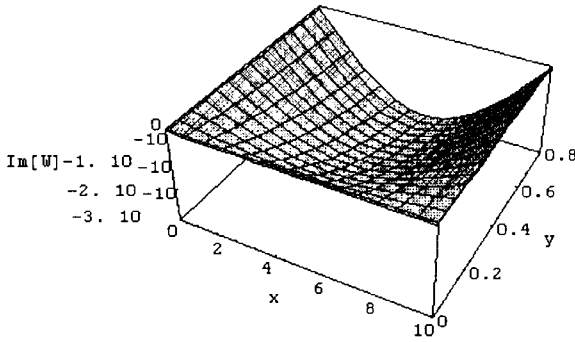
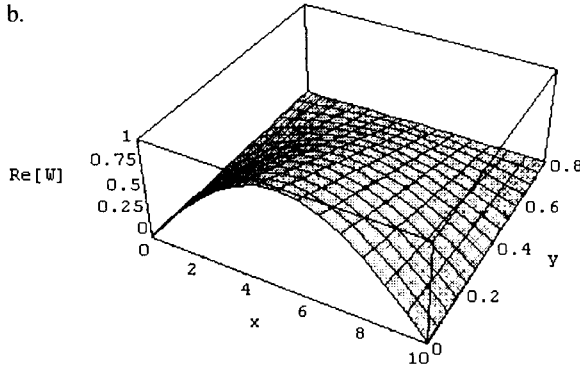
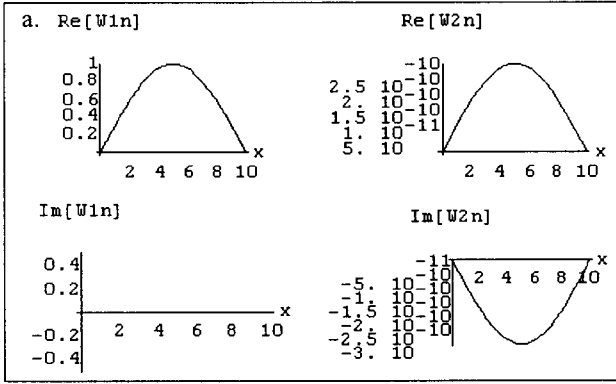
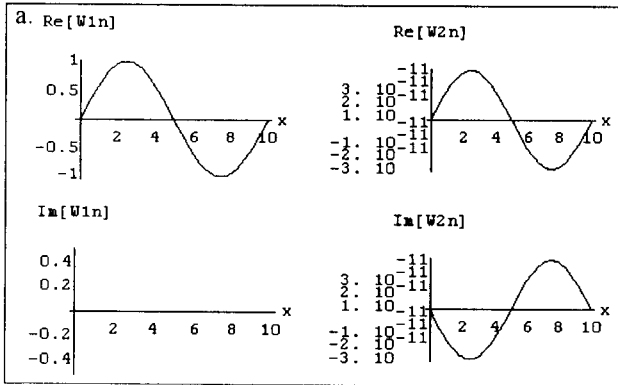


Fig. 2. Complex modes of free vibration of the sandwich beam for $n = 1$; a – for beam I, II, b – for the inertial interlayer
 Rys. 2. Zespólone postacie drgań swobodnych belki sandwiczowej dla $n = 1$; a – dla belki I, II, b – dla inercyjnej przekładki



b.

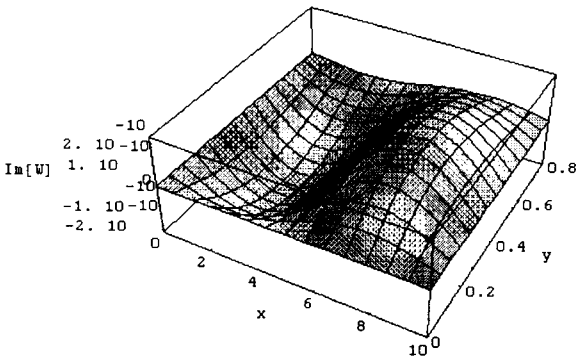
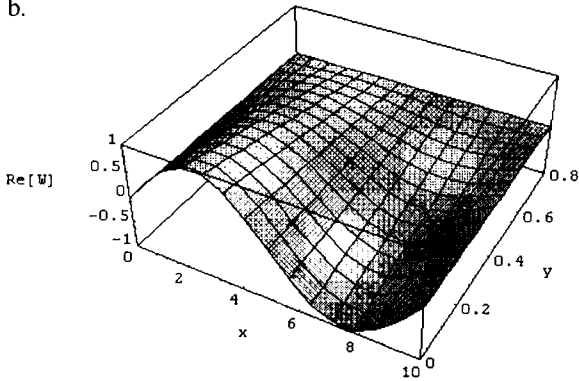
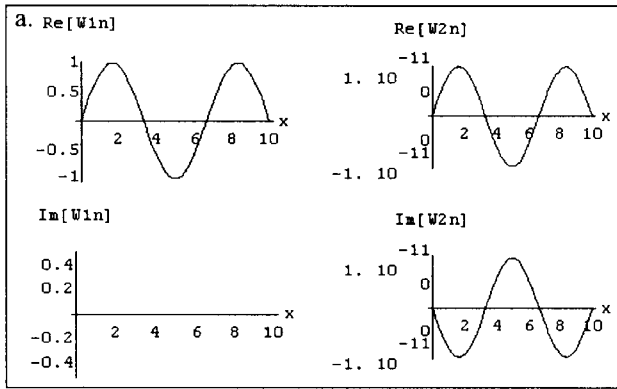


Fig. 3. Complex modes of free vibration of the sandwich beam for $n = 2$; a – for beam I, II, b – for the inertial interlayer

Rys. 3. Zespólone postacie drgań swobodnych belki sandwiczowej dla $n = 2$; a – dla belki I, II, b – dla inercyjnej przekładki



b.

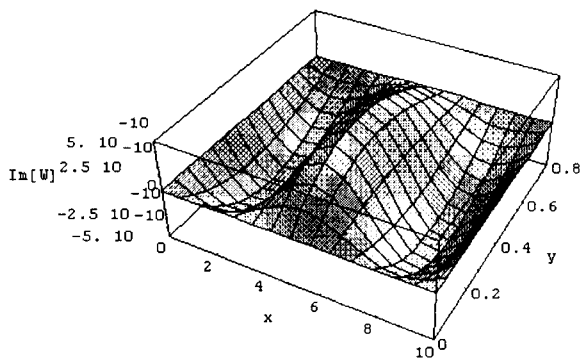
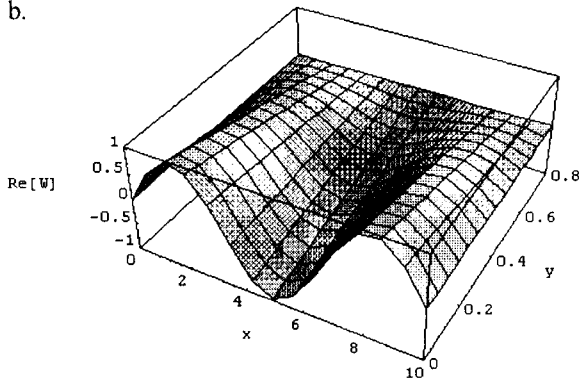


Fig. 4. Complex modes of free vibration of the sandwich beam for $n = 3$; a – for beam I, II, b – for the inertial interlayer

Rys. 4. Zespólone postacie drgań swobodnych belki sandwichowej dla $n=3$; a – dla belki I, II, b – dla inercyjnej przekładki

The diagrams in Fig. 2-4 show complex modes of free vibration for beams I, II and the viscoelastic inertial interlayer. The results are given for $n=1, 2, 3$. The diagrams of $W_1(x)$, $W_2(x)$ in Fig. 2a-4a show the real $\text{Re}W_1$, $\text{Re}W_2$ and the imaginary $\text{Im}W_1$, $\text{Im}W_2$ parts of complex modes of free vibrations of beams I and II in the range $0 < x < l$. The space diagrams of $W(x,y)$ in Fig 2b-4b show the real $\text{Re}W_n$ and the imaginary $\text{Im}W_n$ parts of complex modes of free vibrations of the interlayer in the ranges $0 < x < l$ and $0 < y < h$. For $h = 0$, the real and imaginary parts of beam I and the interlayer are identical. By analogy, for $h = 0.8$, the real and imaginary parts of beam II and the interlayer are identical.

5. CONCLUSIONS

1. Complex modes of vibration and the property of orthogonality of those modes presented in this paper are the basis for solving free and forced vibration problems of the sandwich beam with a viscoelastic inertial interlayer.
2. The sandwich beam with a viscoelastic inertial interlayer should be applied for a considerable thickness of an interlayer which possesses the characteristics of a homogeneous continuous one-directional Winkler foundation and has been described by the Voigt-Kelvin model [5, 7].

REFERENCES

- [1] Bogacz R., Nowakowski S., Popp K.: On stability of a Timoshenko beam on an elastic foundation under a moving spring mass system, *Acta Mechanica*, **61**, 1986, 117-127.
- [2] Kukła S., Skalmierski B.: Free vibration of a system composed of two beams separated by an elastic layer, *Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, **32**, 3, 1994, 581-590.
- [3] Kurnik W., Tylikowski A.: *Mechanics of laminated elements* (in Polish), Pub. of the Warsaw Univ. of Tech., Warsaw 1997, 1-108.
- [4] Nizioł J., Snamina J.: Free vibration of the discrete-continuous system with damping, *J. Theor. and Appl. Mech.*, **28**, 1-2, 1990, 149-160.
- [5] Nowacki W.: *The building dynamics* (in Polish), Arkady, Warsaw 1972.
- [6] Oniszczuk Z.: *Analiza drgań złożonych układów ciągłych z więzami sprężystymi*, Oficyna Wydawnicza Politechniki Rzeszowskiej, Rzeszów 1997, 1-247.
- [7] Osiński Z.: *Damping of the mechanical vibration* (in Polish), PWN, Warsaw 1979.
- [8] Pankratova N., Nikolaev B., Świtoński E.: Nonaxisymmetrical deformation of flexible rotational shells in classical and improved statements, *J. Engineering Mechanics*, **3**, 2, Brno 1996, 89-96.
- [9] Szcześniak W.: *Vibration of elastic sandwich and elastically connected double-beam system under moving loads* (in Polish), *Building Engineering*, **132**, Pub. of the Warsaw Univ. of Tech., 1998, 111-151.

- [10] Timoshenko S.P.: Method of analysis of statical and dynamical stresses in rail, Proceeding of the Second International Congress for Applied Mechanics, Zurich, Switzerland, 1926, 407-418.
- [11] Tse F., Morse I., Hinkle R.: Mechanical vibrations theory and applications, Allyn and Bacon, Boston 1978.
- [12] Cabańska-Płaczekiewicz K.: Free vibration of the system of two beams coupled by a viscoelastic interlayer, Journal Acoustic Bulletin, 1, 2, 1999, 3-10.
- [13] Cabańska-Płaczekiewicz K.: Free vibration of the system of two Timoshenko beams coupled by a viscoelastic interlayer, Journal Engineering Transactions, 47, 1, 1999, 21-37.
- [14] Cabańska-Płaczekiewicz K., Pankratova N.: Torsional vibration of the sandwich shaft with damping, Journal of Theoretical and Applied Mechanics (to be published).
- [15] Cabański J.: Operator expression of methods applied in analysis of free and forced vibration, XXXVIIIth Symposium of Model. in Mech., 9, Silesian Univ. of Tech., Gliwice 1999, 29-34.

DRGANIA SWOBODNE BELKI SANDWICZOWEJ Z LEPKO-SPRĘŻYSTĄ INERCYJNĄ PRZEKŁADKĄ

Streszczenie

Praca przedstawia metodę analityczną rozwiązywania problemu drgań swobodnych belki sandwiczowej z tłumieniem. Warstwy zewnętrzne zamodelowano jako belki Bernoulliego-Eulera, natomiast warstwa wewnętrzna wykonana jest z lepko-sprężystego inercyjnego materiału. Zjawisko drgań swobodnych opisano jednorodnym układem sprzężonych cząstkowych równań różniczkowych. Następnie przedstawiono własność ortogonalności zespolonych postaci drgań swobodnych. Problem drgań swobodnych rozwiązano dla dowolnie przyjętych warunków początkowych.

Słowa kluczowe: belka sandwiczowa, tłumienie, inercja przekładki, drgania swobodne

PERSPEKTYWY STRUMIENICOWYCH SYSTEMÓW NAPOWIETRZANIA W OCZYSZCZALNIACH ŚCIEKÓW

Cezary Dariusz Ciemiński

Zakład Mechaniki Płynów, Katedra Mechaniki Stosowanej
Wydział Mechaniczny ATR
ul. Prof. S. Kaliskiego 7, 85-796 Bydgoszcz

Strumienicowy system napowietrzania wyparty w latach 90. przez bardziej wydajne systemy napowietrzania wglębnego przeżywa swój regres. Artykuł stanowi próbę zidentyfikowania problemów, które należy rozwiązać, aby uczynić ze strumienic nowoczesny system napowietrzania, spełniający coraz wyższe wymagania odnośnie: energooszczędności, niezawodności, trwałości i prostoty obsługi.

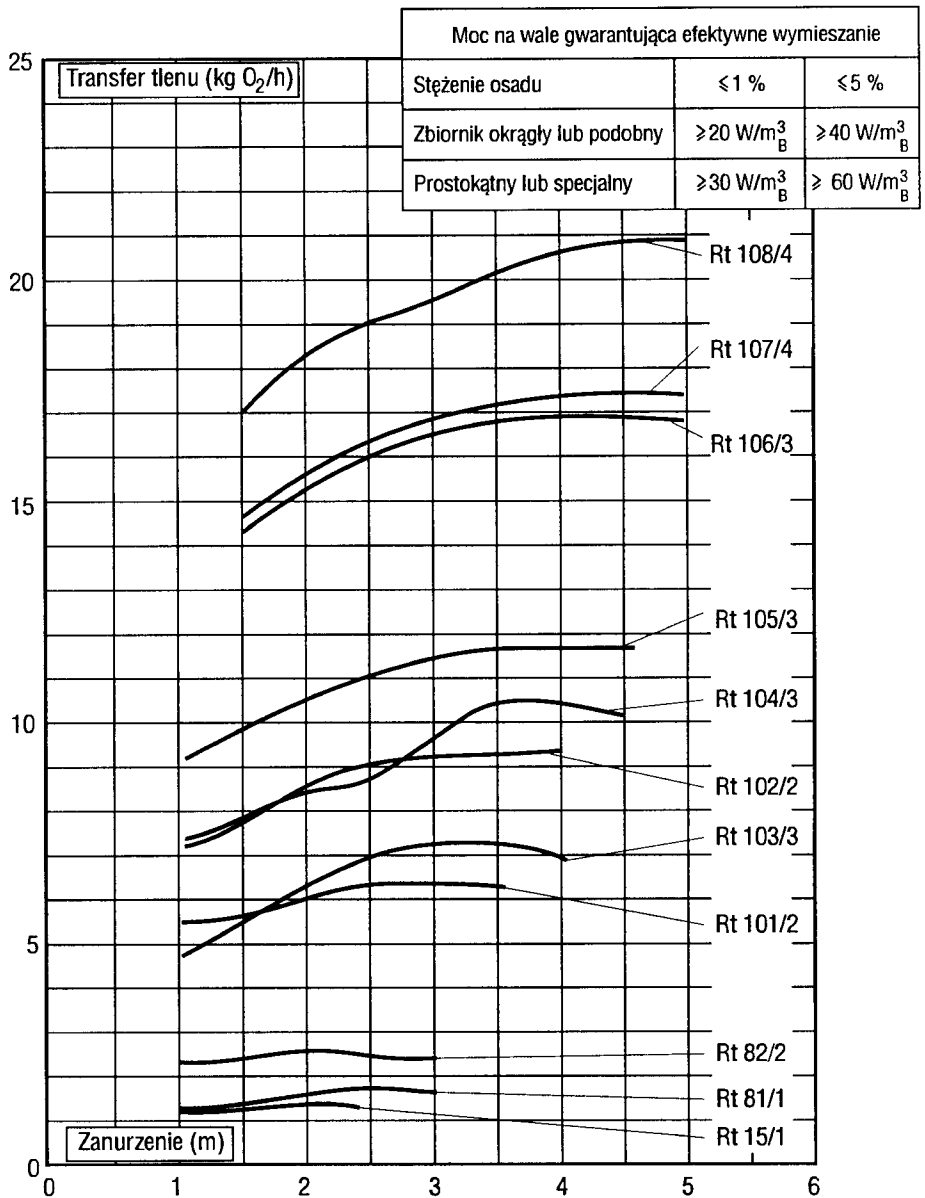
Słowa kluczowe: napowietrzanie, strumienice

1. PARAMETRY OSIĄGANE PRZEZ WSPÓŁCZESNE STRUMIENICE

Na rysunku 1 przedstawione są parametry – zmierzone w wodzie – osiągnięte przez strumienice napowietrzające, oferowane przez jednego z zachodnich dostawców [8]. Analiza tych wykresów wykazuje, że efektywność systemu – zdefiniowana jako ilość rozpuszczonego tlenu odniesiona do mocy pobieranej pompy zasilającej – wynosi od ok. 0,6 kgO₂/kW do 1,4 kgO₂/kW [7, 8]. Powszechnie przyjmuje się, że współczynnik α , określający szybkość dyfuzji tlenu poprzez ścianki pęcherzyków powietrza do medium napowietrzanego, wynosi w przypadku strumienic 0,65 [13].

Strumienicy osiągają wydajność tlenową ok. 3-krotnie niższą od napowietrzaczy wglębnych, dyfuzorowych ([13]), chociaż można się spotkać z opiniami użytkowników, że wydajność dyfuzorów może być zawyżana przez producentów ([14]). Niższa wydajność tlenowa strumienic uważana jest za ich podstawową wadę, jednak nie wynika to tylko z niskiej sprawności urządzeń działających na zasadzie iniektora ale również z faktu, że ma ona złożony związek z wytwarzanym przez strumienicę ruchem cieczy, dzięki któremu następuje mieszanie zawartości komory w otoczeniu pracującej strumienicy. Intensywne mieszanie wytwarzane przez strumienicę jest jej zaletą, zwłaszcza jeżeli praca ma charakter periodyczny i po okresie przestoju konieczne jest wzruszenie odłożonego osadu na dnie.

Wadą natomiast – w pewnych przypadkach – jest mała głębokość czynna zbiorników (praktycznie ok. 4 m), w których strumienice mogą być stosowane.



Rys. 1. Wydajność tlenowa strumienic typoszeregu Rotox [8]

2. PROBLEMY EKSPLOATACYJNE STRUMIENIC

Strumienice napowietrzające współpracują z urządzeniem pompowym, które wytwarza strumień zasilający. W tym przypadku stosowane są pompy z zanurzalnymi silnikami. W normalnych warunkach pracy trwałość wysokiej klasy agregatów pompowych tego typu sięga 8-12 lat eksploatacji, w tym żywotność łożysk ok. 50000 h pracy,

uszczelnienia ok. 15000-40000 h pracy, uzwojenia – w zależności od częstości załączeń – do ok. 70000 h pracy, części ulegających szybszemu zużyciu takie, jak: pierścienie szczelinowe i bieżne ok. 30000 h pracy [9].

W warunkach współpracy ze strumienicą żywotność poszczególnych elementów pompy ulega obniżeniu o ok. 50% [8].

Wpływ na to mają przede wszystkim niedostatecznie tłumione drgania konstrukcji strumienicy, a w przypadku przytykania strumienicy niestabilny punkt pracy (zjawisko kawitacji przy poprawnie dobranych pompach dotyczy jedynie samej strumienicy).

Podatność na drgania mocowania strumienicy wynika z faktu, iż najczęściej jest to konstrukcja stalowa, która nie jest optymalnie zaprojektowana z punktu widzenia mechaniki drgań.

3. WYMAGANIA STAWIANE NOWEJ STRUMIENICY

Pomimo ograniczeń natury fizycznej, wydaje się być możliwe zwiększenie wydajności tlenowej strumienicy w stosunku do obecnie uzyskiwanych parametrów (patrz rozdział 1) – jest to podstawowe zadanie do rozwiązania.

Drugim, równie ważnym celem jest wzrost trwałości pomp strumienicowych do 80-90% trwałości pomp łączonych z instalacją tłoczną przy pomocy kołnierza sprzęgającego w zanurzeniu. Niewykluczone jest uzyskanie identycznej trwałości, jednak wymaga to weryfikacji w bardzo długim okresie.

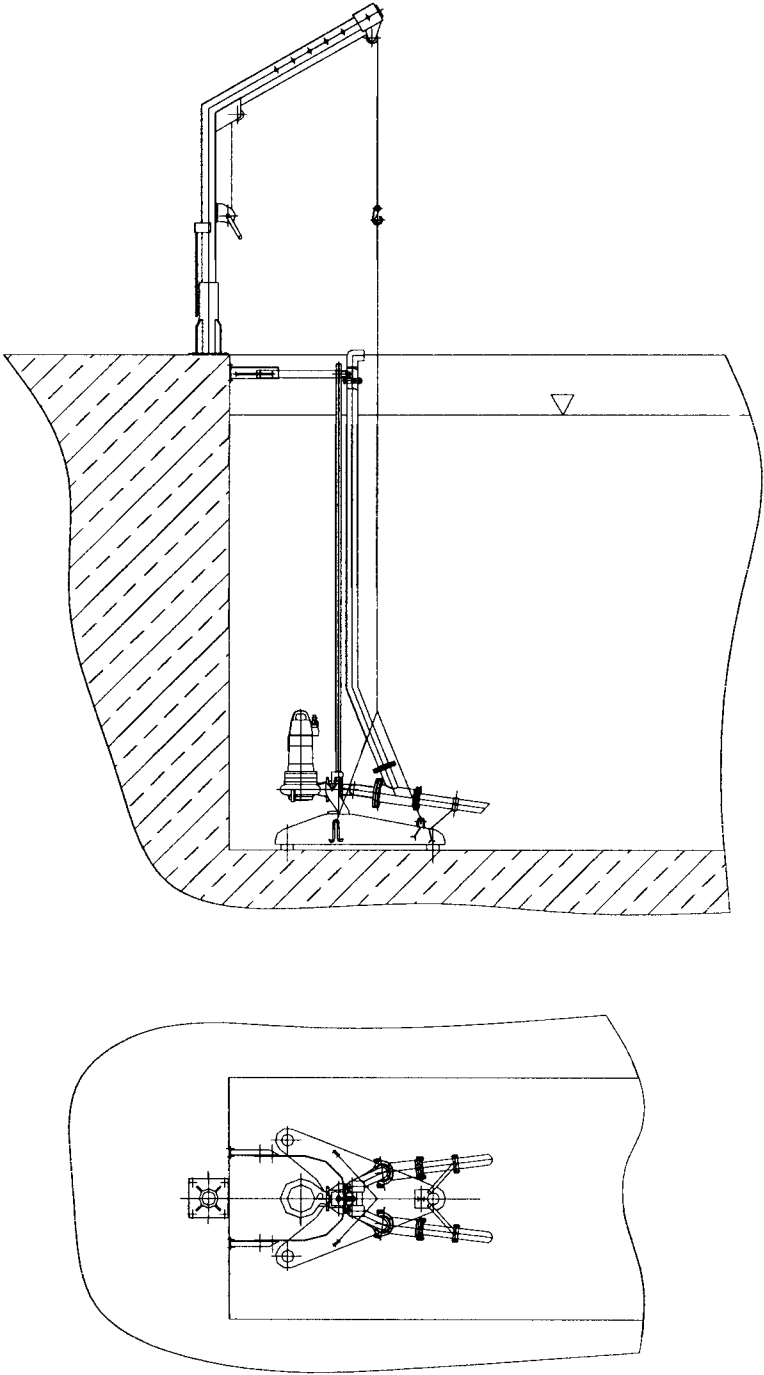
Nowa konstrukcja mocowania strumienicy musi umożliwić łatwy i szybki demontaż eksploatacyjny.

4. KIERUNKI BADAŃ NAD UNOWOCZEŚNIENIEM STRUMIENICY

Badania nad optymalną konstrukcją strumienicy muszą koncentrować się m.in. nad problemem zapewnienia pompie strumienicowej warunków pracy analogicznych, jak w przypadku pomp zanurzalnych łączonych z instalacją tłoczną przy pomocy kołnierza sprzęgającego w zanurzeniu. Można to osiągnąć poprzez wyeliminowanie szkodliwych drgań. W tym celu należy montować strumienice na specjalnych stopach fundamentowych, opierających się o dno zbiornika na elementach tłumiących drgania. Schemat takiego systemu montażu przedstawia rysunek 2 – zarówno pompa, jak i strumienica ze stopką mogą być kolejno wyciągane ponad powierzchnię wody.

Drugim kierunkiem badań jest wzrost efektywności natleniania i mieszania zawartości komory przez strumienicę. Służyć temu ma optymalizacja hydrauliczna konstrukcji strumienicy z uwzględnieniem samego procesu mieszania dwu strumieni, jak i ich oddziaływanie z otoczeniem w zbiorniku napowietrzanym (temu zagadnieniu jest poświęcony następny rozdział).

Tematem dodatkowym jest przetestowanie wybranych materiałów, które uczynią strumienicę bardziej trwałą i tańszą.



Rys. 2. Schemat zabudowy strumienicy

5. WZROST EFEKTYWNOŚCI NATLENIANIA I MIESZANIA STRUMIENIC

Wzrost efektywności natleniania i mieszania uzyskiwany za pomocą strumienic można osiągnąć poprzez optymalne zaprojektowanie: komory zasilającej, przewodu ssawnego wraz z króćcem, dysz zasilającej i chwytającej, komory mieszającej oraz dyfuzora.

Bardzo interesującym zagadnieniem jest zbadanie wpływu zawirowania strugi na efektywność napowietrzania. Za miernik intensywności zawirowania można przyjąć związek [15]:

$$s = \frac{\dot{K}}{\dot{L}d}$$

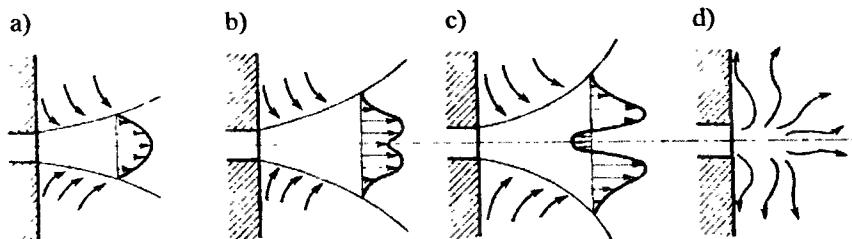
gdzie:

\dot{L} i \dot{K} – osiowe strumienie pędu i krętu.

Inną propozycją określenia intensywności zawirowania jest stosunek maksymalnych wartości prędkości obwodowej i osiowej [12]:

$$s_v = \frac{\bar{U}_{\phi \max}}{\bar{U}_{x \max}}$$

Rysunek 3 przedstawia kształt swobodnej strugi w zależności od stopnia zawirowania.



Rys. 3. Klasyfikacja swobodnych strug kołowych: a) struga niezawierana, b) słabo zawirowana, c) silnie zawirowana oraz d) rozzerwanie strugi

Zawirowanie wstępne strugi (przypadek b i c) wydaje się być bardzo korzystne, ponieważ towarzyszy mu wyraźny wzrost zarówno zasysanej z otoczenia strumienia masy płynu, jak i poprzecznych rozmiarów strugi. Oba te zjawiska w przypadku strumienic zwiększają skuteczność wymieszania pęcherzyków z otoczeniem i ich „omywania”, co sprzyja zwiększonej dyfuzji tlenu. Poza tym występowanie cyrkulacji (przypadek c) wydłuża czas kontaktu z medium napowietrzonym.

Przypadek graniczny (d) należy uznać za najmniej korzystny, dlatego w praktyce trzeba go wyeliminować.

W literaturze istnieje bardzo wiele przykładów prac (np. [7, 11, 12]) poświęconych analizie zachowania swobodnych strug kołowych. Niestety ograniczają się one przede wszystkim do przypadku strug słabo zawirowanych, dla których parametr s , określający intensywność zawirowania nie przekracza wartości 0,3 [7]. Dla takich strug wykazano

[11], że charakterystyczne wielkości aerodynamiczne podlegają potęgowej ewolucji w kierunku przepływu zgodnie z relacjami:

$$\bar{U}_x \sim x^{-1} \quad \bar{U}_\varphi \sim x^{-2} \quad P_\infty - \bar{P} \sim x^{-4}$$

oraz wyprowadzono uproszczone równania transportu masy i pędu.

W przypadku strug silnie zawirowanych brak jest tego typu równań. Problem ten komplikuje się jeszcze bardziej, jeżeli w przypadku strumieni napowietrzających struga taka nie jest jednorodna i obok składowej osiowej i obwodowej prędkości pojawia się składowa pionowa, związana z wyporem hydrostatycznym pęcherzyków powietrza. W fazie początkowej przeważający wpływ na turbulentny transport wielkości fizycznych mają składowa osiowa i szybciej od niej zanikająca składowa obwodowa. Wartość składowej pionowej w przeciwieństwie do dwóch pozostałych – wzrasta z czasem i w końcowym okresie transportu odgrywać zaczyna istotną rolę.

Teoretyczne ujęcie zjawisk przepływu przez strumienice (mechanizm mieszania się strumieni) oraz ich wpływu ze strumienicy, trafia na ogromne trudności natury fizycznej i matematycznej. Dlatego badania nad wzrostem efektywności natleniania i mieszania będą miały przede wszystkim charakter doświadczalny.

LITERATURA

- [1] Troskoleński A.T.: Hydromechanika. WNT, Warszawa 1967.
- [2] Troskoleński A.T.: Hydromechanika techniczna tom III. PWT, Warszawa 1957.
- [3] Troskoleński A.T., Łazarkiewicz Sz.: Pompy wirowe. WNT, Warszawa 1973.
- [4] Neumaier R.: Handbuch neuzeitlicher Pumpenanlagen. Lederle, Freiburg 1971.
- [5] Sokołow J.J., Zinger N.M.: Strumienice. PWN, Warszawa 1965.
- [6] Goliński J.A., Troskoleński A.T.: Strumienice teoria i konstrukcja. WNT, Warszawa 1979.
- [7] Elsner J.W.: Turbulencja przepływów. PWN, Warszawa 1987.
- [8] Materiały firmy EMU Abwassertechnik. Roth/RFN.
- [9] Materiały firmy EMU Unterwasserpumpen. Hof/RFN.
- [10] Prosnak W.J.: Mechanika płynów. PWN, Warszawa 1970.
- [11] Ustimenko V.R.: Processy turbulentnogo perenosu vo vraszczajuščichsja tečenijach, Nauka, KSSR, Alma-Ata 1977.
- [12] Pod red. Abramovič G.N.: Turbulentnoe smešene gazovych struj. Nauka, Moskva 1974.
- [13] ATV-Handbuch, Biologische und weitergehende Abwasserreinigung. Ernst & Sohn, Berlin 1997.
- [14] Grudzień B., Magrel L., Rodowicz Z., Wierzbicki T.L.: Doświadczenia z eksploatacji systemów powierzchniowego i głębnego napowietrzania na przykładzie oczyszczalni ścieków w Białymstoku, Materiały z III Ogólnopolskiej Konferencji Naukowo-Technicznej nt. „Rozwój technologii w ochronie wód”. PZiITS, Szczecin 1999.

- [15] Drobniaak S.: Ewolucja pól prędkości w swobodnej izotermicznej strudze zawirowanej. Praca doktorska, Politechnika Częstochowska 1979.
- [16] Orzechowski Z., Prywer J., Zarzycki R.: Mechanika płynów w inżynierii środowiska. WNT, Warszawa 1997.

DIE PERSPEKTIVEN DER STRAHLBELÜFTER IN KLÄRANLAGEN

Zusammenfassung

Strahlbelüfter, in den 90-en Jahren ersetzt durch die mehr ergiebige Bodenbelüfter, erleben einen Regreß. Mit diesem Aufsatz wird es versucht Probleme zu identifizieren, die gelöst sein müßen, damit die Strahlbelüfter zu einem modernen Belüftungssystem werden, das immer steigende Forderungen über Wirtschaftlichkeit, Zuverlässigkeit, Beständigkeit und einfache Bedienung erfüllt.

Schüsselwort: Belüftung, Strahlbelüfter

ZASTOSOWANIE PRZESTRZENI MINKOWSKIEGO DO MODELOWANIA ANIZOTROPOWEJ PRZESTRZENI PORÓW PRZEPUSZCZALNYCH MATERIAŁÓW POROWATYCH

Mieczysław Cieszko

Katedra Mechaniki Środowiska
Akademia Bydgoska im. Kazimierza Wielkiego
ul. Chodkiewicza 30, 85-064 Bydgoszcz

Przedmiotem pracy jest modelowanie anizotropowej struktury porów przepuszczalnych materiałów porowatych. W pracy zaproponowano nowy makroskopowy model takiego ośrodka, w którym anizotropowa przestrzeń porów przepuszczalnego szkieletu rozważana jest jako anizotropowa, metryczna przestrzeń Minkowskiego zanurzona w przestrzeni Euklidesa będącej modelem przestrzeni fizycznej. W pracy wykorzystano metryki obu przestrzeni, aby zdefiniować podwójne miary elementów linii, powierzchni i objętości. Umożliwiło to wprowadzenie czysto geometrycznych definicji parametrów charakteryzujących anizotropową strukturę porów materiałów porowatych: porowatości objętościowej, krętości porów oraz porowatości powierzchniowej. Pokazano, że izotropowa struktura porów jest charakteryzowana jedynie przez dwa niezależne parametry.

Słowa kluczowe: materiały porowate, struktura porów, przestrzeń Minkowskiego

1. WSTĘP

Przebieg zjawisk mechanicznych w nasyconych płynem materiałach porowatych bardzo złożony. Zależy bowiem nie tylko od własności mechanicznych porowatego szkieletu i płynu wypełniającego jego pory, ale dodatkowo komplikowany jest oddziaływaniem pomiędzy składnikami fizycznymi ośrodka w trakcie ich względnego ruchu i deformacji. Czynnikiem decydującym o charakterze tego oddziaływania, obok lepkości płynu, jest struktura porów szkieletu rozumiana ogólnie jako przestrzenny układ wzajemnie połączonych porów. Struktura ta jest odzwierciedleniem dwóch podstawowych cech charakteryzujących taki ośrodek; separowalności jego składników fizycznych oraz kinematycznego uprzywilejowania porowatego szkieletu. Oznacza to, że przepuszczalny szkielet tworzy bezpośrednią przestrzeń, w której porusza się płyn, a struktura jego porów nakłada ograniczenia na ruch płynu. Makroskopowym przejawem takich ograniczeń jest sprzężenie dynamiczne pomiędzy składnikami ośrodka występujące w trakcie ich zmiennego w czasie względnego ruchu.

Większość istniejących makrokontynualnych modeli mechanicznego zachowania się nasyconych płynem porowatych materiałów (np. [1-3]) formułowanych jest w zgo-

dzie z podstawową koncepcją teorii mieszanin [4, 5] w ramach której składniki ośrodka; porowaty szkielet i płyn wypełniający jego pory, traktowane są jako wzajemnie przenikające się kontinua o równorzędnych kinematykach. Takie podejście stanowi źródło poważnych trudności w pełnym opisie struktury porów szkieletu i ściśle związanego z nią sprzężenia dynamicznego. Trudności te występują już przy opisie izotropowej struktury porów, a w przypadku jej anizotropii zagadnienie to pozostaje wciąż nie rozwiązane. Dotyczy to zarówno charakterystyki anizotropowej struktury porów jak i sposobu jej wprowadzenia do opisu ośrodka.

Przedmiotem pracy jest modelowanie anizotropowej struktury porów przepuszczalnych materiałów porowatych. W pracy zaproponowano nowy makroskopowy model takiego ośrodka, w którym anizotropowa przestrzeń porów szkieletu przez który przepływa płyn rozważana jest jako płaska, anizotropowa przestrzeń metryczna – przestrzeń Minkowskiego [6, 7]. W takim ujęciu ograniczeniom, jakie nakłada na ruch płynu struktura porów szkieletu odpowiadają ograniczenia nakładane na ruch kontinuum materialnego (ruch płynu) przez strukturę metryczną anizotropowej przestrzeni. Dlatego wielkości opisujące anizotropię przestrzeni mogą być interpretowane jako parametry charakteryzujące strukturę porów szkieletu.

Przestrzeń Minkowskiego będąca modelem przestrzeni porów szkieletu rozważana jest jako zanurzona w przestrzeni Euklidesa stanowiącej model przestrzeni fizycznej w mechanice klasycznej. Dla obu przestrzeni wprowadzono pojęcia elementu powierzchni i objętości, których naturalnymi modelami są tensory antysymetryczne - odpowiednio drugiego i trzeciego rzędu. Zaproponowano także nowe metryki elementów pola i objętości trójwymiarowej przestrzeni anizotropowej (przestrzeni porów szkieletu). Otrzymano w ten sposób dwie niezależne miary elementów długości, pola i objętości, określone przez metryki obu przestrzeni. Umożliwiło to zdefiniowanie na drodze czysto geometrycznej, takich pojęć jak: krętość porów, porowatość powierzchniowa i objętościowa oraz właściwych im wielkości tensorowych, które są ściśle związane z tensorem metrycznym przestrzeni anizotropowej. Wielkości te charakteryzują anizotropową strukturę przestrzeni porów. Pokazano, że izotropowa struktura porów szkieletu charakteryzowana jest jedynie dwoma niezależnymi parametrami skalarnymi.

2. OZNACZENIA I PODSTAWOWE DEFINICJE

Wektory i tensory. W prowadzonych rozważaniach przez \mathcal{V} będziemy oznaczali 3-wymiarową przestrzeń wektorową nad ciałem liczb rzeczywistych \mathbb{R} , a przez \mathcal{V}^* przestrzeń wektorową dualną do \mathcal{V} . Elementy przestrzeni \mathcal{V} oznaczamy przez \mathbf{u} , \mathbf{v} , \mathbf{w} , ... i nazywamy wektorami natomiast elementy przestrzeni \mathcal{V}^* nazywamy kowektorami i oznaczamy przez \mathbf{u}^* , \mathbf{v}^* , \mathbf{w}^* . Jeśli $\mathbf{u} \in \mathcal{V}$ i $\mathbf{v}^* \in \mathcal{V}^*$, wówczas skalar $\mathbf{u} \cdot \mathbf{v}^* = \mathbf{v}^* \cdot \mathbf{u} \in \mathbb{R}$ nazywać będziemy iloczynem dualnym wektora \mathbf{u} i kowektora \mathbf{v}^* . Kropką (\cdot) oznaczać będziemy biliniowe działanie zewnętrzne określone na elementach przestrzeni \mathcal{V} oraz \mathcal{V}^* i nazywać będziemy mnożeniem dualnym.

Tensory są rozważane w pracy jako wieloliniowe odwzorowania przestrzeni wektorowych. Są one elementami przestrzeni liniowych będących iloczynami tensorowymi przestrzeni wektorowych. Na przykład, tensor $\mathbf{A} \in \mathcal{V} \otimes \mathcal{V}^*$ jest endomorfizmem przestrzeni \mathcal{V} i \mathcal{V}^* . Dla $\mathbf{u} \in \mathcal{V}$ i $\mathbf{v}^* \in \mathcal{V}^*$ mamy: $\mathbf{A} \cdot \mathbf{u} \in \mathcal{V}$ i $\mathbf{v}^* \cdot \mathbf{A} \in \mathcal{V}^*$. Iloczyny tensorowe wektorów $\mathbf{u} \otimes \mathbf{v}^*$ są najprostszyimi postaciami tensorów w przestrzeni $\mathcal{V} \otimes \mathcal{V}^*$.

Ponieważ w dalszych rozważaniach będziemy mieli do czynienia z tensorami drugiego i trzeciego rzędu, dla uproszczenia działań wykonywanych na tych obiektach, wprowadzamy alternatywne oznaczenia iloczynów tensorowych. Dla $\mathbf{u}, \mathbf{v}, \mathbf{w} \in \mathcal{V}$ mamy:

$$\mathbf{u} \otimes \mathbf{v} \equiv \begin{pmatrix} \mathbf{u} \\ \mathbf{v} \end{pmatrix} \in \otimes \mathcal{V}^2 = \mathcal{V} \otimes \mathcal{V} \qquad \mathbf{u} \otimes \mathbf{v} \otimes \mathbf{w} \equiv \begin{pmatrix} \mathbf{u} \\ \mathbf{v} \\ \mathbf{w} \end{pmatrix} \in \otimes \mathcal{V}^3$$

Reprezentacje elementów powierzchni i objętości. Podobnie jak wektor jest algebraicznym modelem skierowanego odcinka, tak tensory antysymetryczne drugiego rzędu $\sigma \in \otimes \mathcal{V}^2$ i trzeciego rzędu $\mathfrak{G} \in \otimes \mathcal{V}^3$ są naturalnymi modelami zorientowanych elementów powierzchni i objętości (patrz [8]). Elementy te, rozpięte odpowiednio na dwóch (\mathbf{u}, \mathbf{v}) i trzech $(\mathbf{u}, \mathbf{v}, \mathbf{w})$ liniowo niezależnych wektorach, mogą być reprezentowane przez iloczyny zewnętrzne tych wektorów $\mathbf{u} \wedge \mathbf{v}$ i $\mathbf{u} \wedge \mathbf{v} \wedge \mathbf{w}$, definiowane przez

$$\sigma \equiv \mathbf{u} \wedge \mathbf{v} \equiv \mathbf{u} \otimes \mathbf{v} - \mathbf{v} \otimes \mathbf{u} \equiv \begin{bmatrix} \mathbf{u} \\ \mathbf{v} \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{u} \\ \mathbf{v} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \mathbf{v} \\ \mathbf{u} \end{pmatrix} \quad (1)$$

$$\mathfrak{G} \equiv \mathbf{u} \wedge \mathbf{v} \wedge \mathbf{w} \equiv \begin{bmatrix} \mathbf{u} \\ \mathbf{v} \\ \mathbf{w} \end{bmatrix} \equiv \begin{pmatrix} \mathbf{u} \\ \mathbf{v} \\ \mathbf{w} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \mathbf{v} \\ \mathbf{w} \\ \mathbf{u} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \mathbf{w} \\ \mathbf{u} \\ \mathbf{v} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \mathbf{u} \\ \mathbf{w} \\ \mathbf{v} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \mathbf{v} \\ \mathbf{u} \\ \mathbf{w} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \mathbf{w} \\ \mathbf{v} \\ \mathbf{u} \end{pmatrix} \quad (2)$$

Elementy powierzchni σ tworzą trójwymiarową przestrzeń $\wedge \mathcal{V}^2$ ($\sigma \in \wedge \mathcal{V}^2 \subset \otimes \mathcal{V}^2$), antysymetrycznych tensorów drugiego rzędu, natomiast elementy objętości \mathfrak{G} tworzą jednowymiarową przestrzeń $\wedge \mathcal{V}^3$ ($\mathfrak{G} \in \wedge \mathcal{V}^3 \subset \otimes \mathcal{V}^3$) antysymetrycznych tensorów trzeciego rzędu.

Unormowane przestrzenie wektorowe. Przestrzeń wektorowa \mathcal{V} nazywana jest przestrzenią unormowaną, jeśli została na niej określona rzeczywista funkcja $u = L(\mathbf{u})$, która spełnia następujące aksjomaty, [6]:

$$L(\mathbf{u}) > 0 \quad \text{dla } \mathbf{u} \neq \mathbf{0} \quad \text{oraz } L(\mathbf{0}) = 0 \quad (3)$$

$$L(k \mathbf{u}) = k L(\mathbf{u}) \quad \text{dla } k > 0 \quad (4)$$

$$L(\mathbf{u} + \mathbf{v}) \leq L(\mathbf{u}) + L(\mathbf{v}) \quad (5)$$

dla liniowo niezależnych wektorów $\mathbf{u}, \mathbf{v} \in \mathcal{V}$.

Funkcja $L(\mathbf{u})$ o własnościach (3-5) nazywana jest normą przestrzeni wektorowej \mathcal{V} .

Norma $L(\mathbf{u})$ umożliwia określenie odległości pomiędzy elementami przestrzeni \mathcal{V} spełniającej aksjomaty uogólnionej metryki. Mamy zatem:

$$d(\mathbf{u}, \mathbf{v}) \equiv L(\mathbf{v} - \mathbf{u}) \quad (6)$$

Metryka (6), jak wynika z aksjomatów (3-5), w ogólnym przypadku nie musi być symetryczna ($d(\mathbf{u}, \mathbf{v}) \neq d(\mathbf{v}, \mathbf{u})$).

W wielu przypadkach, wykorzystując unormowaną przestrzeń wektorową wygodniej jest zamiast normą $L(\mathbf{u})$ posługiwać się tensorem metrycznym tej przestrzeni. Tensor taki definiowany jest wzorem, [6]:

$$\mathbf{M}_A(\mathbf{u}) = \frac{1}{2} \frac{\partial^2 L^2(\mathbf{u})}{\partial \mathbf{u} \partial \mathbf{u}} \in \mathcal{V}^* \otimes \mathcal{V}^* \quad (7)$$

i ze względu na jednorodność normy $L(\mathbf{u})$, daną wzorem (4), ma następujące własności:

$$\mathbf{u} \cdot \mathbf{M}_A(\mathbf{u}) \cdot \mathbf{u} \equiv L^2(\mathbf{u}) \quad 2\mathbf{M}_A(\mathbf{u}) \cdot \mathbf{u} \equiv \partial L^2(\mathbf{u}) / \partial \mathbf{u} \quad (8)$$

$$\mathbf{M}_A(k \mathbf{u}) \equiv \mathbf{M}_A(\mathbf{u}) \quad \text{dla } k > 0 \quad (9)$$

Z własności (9) wynika, że tensor metryczny $\mathbf{M}_A(\mathbf{u})$ zależy od kierunku wektora \mathbf{u} , natomiast nie zależy od jego długości. Taka własność tensora $\mathbf{M}_A(\mathbf{u})$ określa anizotropowe własności unormowanej przestrzeni wektorowej.

Przestrzenie afiniczne. Parę (P, \mathcal{V}) złożoną z punktu P i przestrzeni wektorowej \mathcal{V} będziemy utożsamiali z afiniczną przestrzenią punktową. Takie utożsamienie jest możliwe, bowiem struktura obu obiektów jest izomorficzna. Punkt P jest nazywany punktem odniesienia, a \mathcal{V} przestrzenią wektorów położenia punktów. Przestrzeń (P, \mathcal{V}) jest unormowana, jeśli przestrzeń wektorowa \mathcal{V} jest unormowana.

3. MODELOWANIE ANIZOTROPOWEJ PRZESTRZENI PORÓW

Wzajemnie połączone pory w przepuszczalnych materiałach porowatych tworzą złożoną sieć kanałów, które wypełnione płynem wyznaczają bezpośrednią przestrzeń ruchu płynu w takim ośrodku. Struktura przestrzeni porów, rozumiana ogólnie jako przestrzenny układ wzajemnie połączonych porów nakłada ograniczenia na ruch płynu, powodując, że cząsteczki płynu przemieszczające się w porach między dwoma punktami porowatego materiału pokonują znacznie dłuższą drogę niż w przypadku swobodnego przepływu płynu poza ośrodkiem porowatym. W ogólnym przypadku, długość tej drogi może zależeć od kierunku makroskopowego (średniego) przepływu płynu przez porowaty materiał. Oznacza to, że struktura przestrzeni porów szkieletu jest anizotropowa. Możliwe są również sytuacje, w których długość drogi przebytej przez cząsteczki płynu będzie przyjmowała różne wartości dla przeciwnych kierunków przepływu płynu. Z makroskopowego punktu widzenia sytuacje te mogą być modelowane jako brak symetrii metryki przestrzeni porów. Taka geometria przepływu płynu przez ośrodki porowate prowadzi do poważnych następstw w makroskopowym przebiegu zjawisk mechanicznych w płynie wypełniającym pory nieodkształcalnego szkieletu i uzasadnia przyjęcie anizotropowej przestrzeni Minkowskiego, jako makroskopowego modelu przestrzeni porów w przepuszczalnych materiałach porowatych.

Ważnym elementem dla całości prowadzonych rozważań jest fakt, że materiały porowate występują zawsze jako materialne obiekty zanurzone w przestrzeni fizycznej. Oznacza to, że modelując przestrzeń porów szkieletu, jako przestrzeń Minkowskiego celowe jest jej zanurzenie w afinicznej przestrzeni Euklidesa, która w ramach mechaniki klasycznej wykorzystywana jest, jako model przestrzeni fizycznej. Zanurzenie takie nakłada ograniczenia na wzajemne relacje pomiędzy miarami elementów linii, powierzchni i objętości w obu przestrzeniach. Wynika to z fizycznie uzasadnionego żądania, aby zanurzenie nie naruszało geometrycznej struktury przestrzeni bazowej (przestrzeni fizycznej). Oznacza to, że minimalna długość elementu linii i maksymalna objętość elementu objętości mierzona względem metryki przestrzeni Minkowskiego nie może przekraczać wartości miar tych elementów względem metryki przestrzeni Euklidesa. Oznaczając przez u_A i u długość dowolnego wektora $\mathbf{u} \in \mathcal{V}$, a przez V_A i V objętość dowolnego elementu objętości $\mathcal{G} \in \wedge \mathcal{V}^3$ odpowiednio względem metryki Minkowskiego i Euklidesa, otrzymamy:

$$u_A \geq u, \quad V_A \leq V \quad (10)$$

Można pokazać, że nierówności (10) nakładają również ograniczenie na wzajemne relacje między miarami Minkowskiego a Euklidesa dowolnego elementu powierzchni $\sigma \in \wedge \mathcal{V}^2$. Dla miar S_A i S tego elementu mamy:

$$S_A \leq S \quad (11)$$

3.1. Geometria przestrzeni fizycznej mechaniki klasycznej

Jak wspomniano wcześniej, matematycznym modelem przestrzeni fizycznej w mechanice klasycznej jest trójwymiarowa, punktowa przestrzeń Euklidesa. Przestrzeń ta jest najprostszą, unormowaną przestrzenią afiniczną. Z przestrzenią Euklidesa mamy do czynienia wówczas, gdy norma $L(\mathbf{u})$ przestrzeni wektorowej \mathcal{V} określona jest wzorem:

$$L^2(\mathbf{u}) = \mathbf{u} \cdot \mathbf{M} \cdot \mathbf{u} \equiv \mathbf{M} : \begin{pmatrix} \mathbf{u} \\ \mathbf{u} \end{pmatrix} \quad (12)$$

gdzie $\mathbf{M} \in \mathcal{V}^* \otimes \mathcal{V}^*$ nie zależy od wektora \mathbf{u} i jest nazywany tensorem metrycznym euklidesowej przestrzeni wektorowej. Tensor \mathbf{M} jest nieosobliwy, symetryczny, dodatnio określony i dlatego wyrażenie (12) spełnia aksjomaty normy (3)-(5). Przestrzeń Euklidesa z uwagi na afiniczną strukturę jest płaska i jednorodna, a ze względu na niezależność tensora metrycznego \mathbf{M} od mierzonego wektora \mathbf{u} jest izotropowa.

Istnienie metryki odległości w przestrzeni Euklidesa umożliwia zdefiniowanie norm elementów powierzchni $\sigma \in \wedge \mathcal{V}^2$ oraz elementów objętości $\mathfrak{S} \in \wedge \mathcal{V}^3$ w tej przestrzeni. Normy takie otrzymamy, określając postacie tensorów metrycznych w przestrzeni elementów powierzchni $\wedge \mathcal{V}^2$ oraz w przestrzeni elementów objętości $\wedge \mathcal{V}^3$.

Aby określić postać normy elementów powierzchni w przestrzeni Euklidesa postępujemy, jak przy wyznaczaniu długości wektora. Wykorzystamy fakt, że kwadrat długości wektora \mathbf{u} jest równy iloczynowi dualnemu tego wektora i dualnego do niego wektora $\mathbf{u}^* = \mathbf{M} \cdot \mathbf{u}$. Otrzymamy wówczas:

$$u^2 = \mathbf{u} \cdot \mathbf{u}^* = \mathbf{u} \cdot \mathbf{M} \cdot \mathbf{u}$$

Postępując podobnie, dla dowolnego elementu powierzchni $\sigma = \mathbf{u} \wedge \mathbf{v}$ rozpiętego na wektorach \mathbf{u} i \mathbf{v} możemy utworzyć element $\sigma^* = \mathbf{u}^* \wedge \mathbf{v}^*$ rozpięty na wektorach dualnych \mathbf{u}^* i \mathbf{v}^* postaci:

$$\sigma^* = \mathbf{u}^* \wedge \mathbf{v}^* = \begin{bmatrix} \mathbf{u}^* \\ \mathbf{v}^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{M} \cdot \mathbf{u} \\ \mathbf{M} \cdot \mathbf{v} \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{M} \\ \mathbf{M} \end{pmatrix} : \begin{bmatrix} \mathbf{u} \\ \mathbf{v} \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{M} \\ \mathbf{M} \end{pmatrix} : \sigma \quad (13)$$

Element σ^* należy do przestrzeni antysymetrycznych tensorów dualnych $\sigma^* \in \wedge \mathcal{V}^{*2}$.

Oznaczając przez $S(\sigma)$ pole elementu powierzchni σ , naturalnym żądaniem jest, aby $S^2(\sigma)$ było proporcjonalne do iloczynu dualnego elementów σ i σ^* .

Można pokazać, że wyrażenie:

$$S^2(\sigma) = \sigma : \mathbf{S} : \sigma \quad (14)$$

dla:

$$S = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} \mathbf{M} \\ \mathbf{M} \end{pmatrix} \in \otimes \mathcal{V}^{*4} \quad (15)$$

oraz po wykorzystaniu reprezentacji iloczynowej (1) elementu powierzchni σ , przyjmuje postać wyznacznika Grama układu wektorów \mathbf{u} i \mathbf{v} , który w geometrii euklidesowej jest jednym z wielu sposobów wyznaczania pola równoległoboku rozpiętego na wektorach \mathbf{u} i \mathbf{v} . Dowodzi to poprawności wzoru (14).

Tensor czwartego rzędu S , dany wzorem (15), nazywać będziemy euklidesowym tensorem metrycznym przestrzeni elementów powierzchni $\wedge \mathcal{V}^2$ generowanym przez tensor metryczny \mathbf{M} przestrzeni Euklidesa.

Postępując w podobny sposób jak to uczyniliśmy przy wprowadzaniu euklidesowej normy elementów powierzchni, możemy otrzymać euklidesową normę $V(\mathcal{G})$ elementów objętości \mathcal{G} w przestrzeni $\wedge \mathcal{V}^3$. Przyjmuje ona postać:

$$V^2(\mathcal{G}) = \mathcal{G} : \mathbf{V} : \mathcal{G} \quad (16)$$

gdzie:

$$\mathbf{V} = \frac{1}{3!} \begin{pmatrix} \mathbf{M} \\ \mathbf{M} \\ \mathbf{M} \end{pmatrix} \in \otimes \mathcal{V}^{*6} \quad (17)$$

jest tensorem metrycznym przestrzeni elementów objętości $\wedge \mathcal{V}^2$ generowanym przez tensor metryczny \mathbf{M} przestrzeni Euklidesa.

Miara $V(\mathcal{G})$ elementów objętości \mathcal{G} zdefiniowana wzorem (16) spełnia wszystkie aksjomaty normy - analogiczne do aksjomatów (3-5). Miara $V(\mathcal{G})$ jest dodatnio określona, jednorodna oraz wypukła.

3.2. Geometria anizotropowej przestrzeni porów szkieletu

Unormowana, afiniczna przestrzeń punktowa, której tensor metryczny $\mathbf{M}_A(\mathbf{u})$ zdefiniowano wyrażeniem (7) o własnościach (8)-(9), nazywana jest przestrzenią Minkowskiego. Przestrzeń ta, podobnie jak przestrzeń Euklidesa, jest płaska i jednorodna, a anizotropowe własności i brak symetrii odległości (w przypadku ogólnym) określają szczególne własności jej wewnętrznej struktury geometrycznej.

Analogicznie jak w przypadku przestrzeni Euklidesa, normę $V_A(\mathcal{G})$ elementów objętości \mathcal{G} w przestrzeni Minkowskiego przyjmujemy w postaci:

$$V_A^2(\mathcal{G}) = \mathcal{G} : \mathbf{V}_A(\mathbf{u}) : \mathcal{G} \quad (18)$$

gdzie:

$$\mathbf{V}_A(\mathcal{G}) = \alpha(\mathbf{u}) \frac{1}{3!} \begin{pmatrix} \mathbf{M}_A(\mathbf{u}) \\ \mathbf{M}_A(\mathbf{u}) \\ \mathbf{M}_A(\mathbf{u}) \end{pmatrix} \in \otimes \mathcal{V}^{*6} \quad (19)$$

jest tensorem metrycznym Minkowskiego przestrzeni $\wedge \mathcal{V}^3$ elementów objętości \mathcal{G} .

W wyrażeniu (19) wprowadzono dodatnio określony współczynnik $\alpha(\mathbf{u})$, będący funkcją skalarną wektora \mathbf{u} . Występowanie $\alpha(\mathbf{u})$ w tensorze (19) jest niezbędne, aby miara (18) elementów objętości nie zależała od wyboru wektora \mathbf{u} . Z taką sytuacją będziemy mieli do czynienia, gdy współczynnik $\alpha(\mathbf{u})$ będzie postaci

$$\alpha(\mathbf{u}) = \frac{f_v^2}{\det(\mathbf{M}^{-1} \cdot \mathbf{M}_A)} \quad (20)$$

wówczas bowiem miara Minkowskiego (18) elementu objętości \mathcal{V} staje się proporcjonalna do miary Euklidesa tego elementu danej wzorem (16). Otrzymamy wówczas

$$V_A^2(\mathcal{V}) = f_v^2 V^2(\mathcal{V}) \quad (21)$$

Stały parametr f_v występujący w (20) i (21), jak pokazemy w punkcie 4, może być interpretowany jako porowatość objętościowa. Jest to parametr charakteryzujący strukturę przestrzeni porów szkieletu.

Z równości (21) wynika, że spełnienie wszystkich aksjomatów normy przez miarę $V_A(\mathcal{V})$ elementów objętości w przestrzeni Minkowskiego jest konsekwencją spełnienia tych aksjomatów przez miarę Euklidesa $V(\mathcal{V})$ elementów objętości.

Równość (21) umożliwia stosunkowo proste, pośrednie wyznaczanie objętości w przestrzeni Minkowskiego i ominięcie żmudnych obliczeń bezpośrednich w oparciu o wzór (18), wymagający użycia złożonej postaci tensora metrycznego (19).

Wykorzystamy teraz normę $V_A(\mathcal{V})$ elementów objętości daną wzorem (18) oraz od wzorowanie postaci

$$\sigma = \frac{1}{u_A^2} \mathcal{V} \cdot \mathbf{M}_A(\mathbf{u}) \cdot \mathbf{u} \quad (22)$$

aby otrzymać miarę elementów powierzchni w przestrzeni Minkowskiego.

Odwzorowanie (22) umożliwia rozłożenie dowolnego elementu objętości \mathcal{V} na iloczyn zewnętrzny wektora \mathbf{u} i elementu powierzchni σ rozpinających element objętości \mathcal{V} oraz spełniających warunek ortogonalności elementów \mathbf{u} i σ względem metryki Minkowskiego. Otrzymujemy reprezentację:

$$\mathcal{V} = \mathbf{u} \wedge \sigma \quad (23)$$

Uwzględniając (23) oraz definicję tensora metrycznego (19), miarę elementu objętości \mathcal{V} możemy przedstawić w postaci:

$$V_A^2(\mathcal{V}) = \mathbf{u} \cdot \mathbf{M}_A(\mathbf{u}) \cdot \mathbf{u} \quad \sigma : S_A(\mathbf{u}) : \sigma \quad (24)$$

gdzie:

$$S_A(\mathbf{u}) = \frac{f_v^2}{\det(\mathbf{M}^{-1} \cdot \mathbf{M}_A)} \frac{1}{2!} \begin{pmatrix} \mathbf{M}_A(\mathbf{u}) \\ \mathbf{M}_A(\mathbf{u}) \end{pmatrix} \in \mathcal{V}^{*4} \quad (25)$$

jest tensorem czwartego rzędu.

Z wyrażenia (24) wynika postać definicji miary pola $S_A(\sigma)$ elementów powierzchni σ w przestrzeni Minkowskiego. Otrzymujemy

$$S_A^2(\sigma) = \sigma : S_A(\mathbf{r}) : \sigma \quad (26)$$

Dlatego tensor $S_A(\mathbf{u})$ dany wzorem (25) może być interpretowany jako tensor metryczny Minkowskiego przestrzeni elementów powierzchni Λ^2 . Tensor ten zależy od kierunku wektora \mathbf{u} , który jest prostopadły do mierzonego elementu powierzchni σ względem metryki $M_A(\mathbf{u})$.

4. PARAMETRY STRUKTURY PRZESTRZENI PORÓW

Wprowadzenie miar elementów linii, powierzchni i objętości w anizotropowej przestrzeni porów przepuszczalnego ośrodka porowatego o nieodkształcalnym szkieletcie, modelowanej jako anizotropowa, metryczna przestrzeń Minkowskiego, umożliwia określenie stosunków miar poszczególnych elementów do odpowiednich miar tych elementów w przestrzeni fizycznej, której modelem jest przestrzeń euklidesowa. Stosunki te definiują parametry: krętość porów, porowatość powierzchniową oraz porowatość objętościową. Charakteryzują one strukturę przestrzeni porów ośrodków porowatych i odgrywają ważną rolę w opisie mechanicznego zachowania się nasyconych płynem materiałów porowatych.

4.1. Krętość porów

Krętość porów ośrodka porowatego w kierunku określonym przez dowolny wektor \mathbf{u} jest definiowana jako stosunek długości wektora \mathbf{u} mierzonej względem metryki przestrzeni anizotropowej do długości tego wektora mierzonej względem metryki przestrzeni euklidesowej. Oznaczając parametr krętości porów przez $\delta(\mathbf{u})$ otrzymujemy

$$\delta^2(\mathbf{u}) = \left(\frac{u_\Lambda}{u} \right)^2 = \frac{\mathbf{u} \cdot \mathbf{M}_A(\mathbf{u}) \cdot \mathbf{u}}{\mathbf{u} \cdot \mathbf{M} \cdot \mathbf{u}} = \mathbf{n} \cdot \mathbf{M}_A(\mathbf{n}) \cdot \mathbf{n} \quad (27)$$

gdzie $\mathbf{n} = \mathbf{u}/u$ jest euklidesowym wektorem jednostkowym (wersorem; $\mathbf{n} \cdot \mathbf{M} \cdot \mathbf{n} = 1$).

Z wyrażenia (27) wynika, że dla wyznaczenia krętości porów w kierunku wskazanym przez euklidesowy wersor \mathbf{n} należy określić długość tego wersora, względem metryki przestrzeni anizotropowej. Oznacza to, że tensor metryczny przestrzeni anizotropowej w pełni charakteryzuje krętości porów w ośrodku i dlatego może być również interpretowany jako tensor krętości porów. Tensor ten charakteryzuje anizotropowe własności struktury przestrzeni porów ośrodka porowatego.

Biorąc pod uwagę ograniczenie (10)₁ nakładane na długości u_Λ i u wektora \mathbf{u} przez zanurzenie przestrzeni Minkowskiego w przestrzeni Euklidesa otrzymujemy; $\delta(\mathbf{n}) \geq 1$.

Tensor $M_A(\mathbf{n})$ będzie opisywał izotropową strukturę przestrzeni porów, jeśli będzie proporcjonalny do tensora metrycznego Euklidesa \mathbf{M} . Ze względu na definicję (27) otrzymujemy:

$$\mathbf{M}_A(\mathbf{n}) = \delta^2 \mathbf{M} \quad (28)$$

4.2. Porowatość objętościowa

Podobnie jak w przypadku krętości porów, możemy zdefiniować parametr porowatości objętościowej f_v jako stosunek miar dowolnego elementu objętości \mathcal{V} względem metryki Minkowskiego i Euklidesa. Wykorzystując definicję (16) i (18) otrzymujemy:

$$f_v^2 = \left(\frac{V_A}{V} \right)^2 = \frac{\mathfrak{g} : V_A : \mathfrak{g}}{\mathfrak{g} : V : \mathfrak{g}} = E_3 : V_A : E_3 \quad (29)$$

gdzie $E_3 = \mathfrak{g}/V$ jest euklidesowym, jednostkowym elementem objętości; $E_3 : V : E_3 = 1$.

Z ograniczenia (10)₂ nakładanego przez zanurzenie przestrzeni Minkowskiego w przestrzeni Euklidesa na miary elementów objętości wynika, że porowatość objętościowa f_v może przyjmować wartości dodatnie nie większe od jeden: $f_v \leq 1$

4.3. Porowatość powierzchniowa

Trzecim parametrem charakteryzującym strukturę przestrzeni porów materiałów porowatych jest porowatość powierzchniowa $\lambda(\sigma)$. Parametr ten definiowany jest jako stosunek miary dowolnego elementu powierzchni σ względem metryki Minkowskiego do miary tego elementu względem metryki Euklidesa. Uwzględniając definicje (14) i (26) otrzymujemy

$$\lambda^2(\sigma) = \left(\frac{S_A}{S} \right)^2 = \frac{\sigma : S_A(N) : \sigma}{\sigma : S : \sigma} = E_2 : S_A(N) : E_2 \quad (30)$$

gdzie $E_2 = \sigma/S$ jest euklidesowym, jednostkowym elementem powierzchni; $E_2 : S : E_2 = 1$, natomiast N jest wersorem Minkowskiego prostopadłym do elementu powierzchni σ (a więc także do E_2) względem metryki $M_A(N)$.

Z definicji (30) wynika, że tensor metryczny $S_A(\sigma)$ może być interpretowany jako tensor porowatości powierzchniowej. Parametr $\lambda(\sigma)$, ze względu na ograniczenie (11) musi spełniać warunek; $\lambda \leq 1$.

Wykorzystując definicję (30) możemy wprowadzić jeszcze inną postać tensora porowatości powierzchniowej, umożliwiającą wyznaczenie tej wielkości dla dowolnej płaszczyzny określonej przez wektor n , prostopadły do tej płaszczyzny względem metryki Euklidesa. Ponieważ element powierzchni E_2 może być przedstawiony przez prostopadły do niego euklidesowy wersor n za pomocą wzoru $E_2 = E_3 \cdot M^{-n}$ definicja (30) może być zredukowana do postaci

$$\lambda^2(\sigma) = n \cdot M_S(N) \cdot n \quad (31)$$

gdzie

$$M_S(N) = f_v^2 M \cdot M_A^{-1}(N) \cdot M \quad (32)$$

jest drugą postacią tensora porowatości powierzchniowej.

Z postaci wyrażeń (31) i (32) wynika, że odwrotność tensora metrycznego $M_A(N)$ anizotropowej przestrzeni porów wraz z porowatością objętościową f_v w pełni określają wartość parametru porowatości powierzchniowej λ . Oznacza to, że tak jak tensor $M_A(N)$ interpretowany jest jako tensor krętości porów, tak jego odwrotność $M_A^{-1}(N)$ może być interpretowana jako tensor porowatości powierzchniowej.

W przypadku izotropowej struktury przestrzeni porów - ze względu na zależność (28) - tensor (30) redukuje się do postaci:

$$\mathbf{M}_S(\mathbf{N}) = (f_v / \delta)^2 \mathbf{M}$$

a z definicji (31) otrzymujemy;

$$f_v = \lambda \delta. \quad (33)$$

Z zależności (33) wynika, że w ośrodku porowatym o izotropowej strukturze przestrzeni porów spośród parametrów: δ , λ , f_v , tylko dwa są niezależne.

LITERATURA

- [1] Bedford A., Drumheller D.S.: Int. J. Engng. Sci. **21**, 1983, 863-960.
- [2] Biot M.A.: J. Acoust. Soc. Am. **28**, 1956, 161-191.
- [3] Kubik J.: TiPM **9**, 1992, 15-24.
- [4] Truesdell C., Toupin R.A.: Handbuch der Physik, Vol. III/1, Springer-Verlag 1960.
- [5] Bowen R.M.: Theory of Mixtures in Continuum Physics. Ed. A.C. Eringen, Academic Press, New York 1960.
- [6] Rund H.: The Differential Geometry of Finsler Spaces. Springer-Verlag, Berlin-Göttingen-Heidelberg 1959.
- [7] Thompson A.C.: Minkowski Geometry. Encyclopedia of Mathematics and its Applications, Cambridge University Press, 1996.
- [8] Flanders H.: Teoria form różniczkowych. PWN, Warszawa 1969.

APPLICATION OF MINKOWSKI SPACE TO MODELLING OF PORE SPACE STRUCTURE OF POROUS MATERIALS

Summary

The present paper describes the anisotropic pore structure of permeable porous materials. A new macroscopic model of saturated porous medium is proposed in which a fluid flow through porous skeleton of anisotropic pore structure is considered as a motion of the material continuum in the plane anisotropic metric space (Minkowski space) immersed in Euclidean space. The metrics of both spaces is used to determine the double measures of any line, surface and volume elements. All that made it possible to introduce pure geometrical macroparameters typical for anisotropic pore structure of porous materials, namely: tortuosity, volume and surface porosity. It has been shown that the isotropic pore structure is described only by two independent parameters.

Key words: porous materials, pore structure, Minkowski space

WPLYW ROZPRASZANIA NA PARAMETRY PROPAGACJI FAL ULTRADŹWIĘKOWYCH W MATERIAŁACH NIEJEDNORODNYCH: BADANIA SPIEKÓW SZKŁA I ZAWIESIN SZKŁA W ŻELU

Radosław Drelich, Mariusz Kaczmarek

Katedra Mechaniki Środowiska
Akademia Bydgoska im. Kazimierza Wielkiego
ul. Chodkiewicza 30, 85-064 Bydgoszcz

W pracy przedstawiono wyniki badań eksperymentalnych wpływu zjawiska rozpraszania na propagację fal ultradźwiękowych w materiałach niejednorodnych: spiekach szkła i zawiesinach kulek szklanych w żelu ultrasonograficznym. W pomiarach zastosowano impulsową metodę fali przechodzącej oraz analizę spektralną sygnałów. Przebadano materiały modelowe o średnicach ziaren od znacznie mniejszych do porównywalnych z długościami fal ultradźwiękowych. Wyniki pomiarów współczynnika tłumienia oraz prędkości fazowej pozwalają wyróżnić dwa zakresy częstotliwości: zakres rozpraszania Rayleigha i zakres rozpraszania stochastycznego.

Słowa kluczowe: materiały porowate, zawiesiny, ultradźwięki, rozpraszanie

1. WSTĘP

Obserwuje się silny rozwój metod badań nieniszczących i nieinwazyjnych materiałów w tym, szczególnie z zastosowaniem technik ultradźwiękowych. Metody te są wykorzystywane do badań szerokiej klasy materiałów pochodzenia naturalnego i technicznego, takich jak: skały, złoża ropoносne, drewno, tkanki kostne, mięśnie, betony, ceramika, spieki metali, itp. W zdecydowanej większości wyżej wymienione materiały są niejednorodne. W ich przypadku problem wyznaczenia parametrów strukturalnych i mechanicznych na podstawie badań ultradźwiękowych wymaga dużego doświadczenia aby możliwa była prawidłowa interpretacja wyników pomiarów.

Jednym z istotnych czynników, wpływających na osłabienie energii fal ultradźwiękowych rozchodzących się w materiałach niejednorodnych w zakresie wyższych częstotliwości jest rozpraszanie fal, ściśle związane ze stosunkiem wielkości niejednorodności do długości fal. Obserwując efekty rozproszeniowe możemy uzyskać informacje o mikrostrukturze badanego materiału, szczególnie o wymiarach porów, ziaren lub innych elementów mikrostruktury.

W ciałach stałych, w których występują straty energii związane z pochłanianiem i rozpraszaniem fal, współczynnik tłumienia α może być przedstawiony jako suma $\alpha = \alpha_1 + \alpha_2$, przy czym: α_1 jest współczynnikiem pochłaniania, związanym z zamianą

energii mechanicznej w cieplną, zaś α_2 jest współczynnikiem rozpraszania fal. Dobrze poznаныmi materiałami, w których straty energii zachodzą w wyniku rozproszenia są metale, zbudowane z dużej ilości przypadkowo zorientowanych ziaren, [3]. W takich materiałach wyróżnia się trzy charakterystyczne typy rozpraszania, w których współczynnik tłumienia zależy od stosunku długości fali λ do rozmiaru niejednorodności D_{sr} . Jeżeli długość fali λ , jest o wiele większa niż średni rozmiar ziaren D_{sr} , ($\lambda \gg D_{sr}$), wówczas powstaje, tzw. rozpraszanie Rayleigha. Straty wywołane rozpraszaniem tego typu są proporcjonalne do trzeciej potęgi średniego wymiaru ziaren i czwartej potęgi częstotliwości, $\alpha = C_1 D_{sr}^3 f^4$. Jeśli długość fali λ jest porównywalna ze średnim rozmiarem ziaren, ($\lambda \approx D_{sr}$) dochodzi do, tzw. rozproszenia stochastycznego, charakteryzującego się tym, że straty rosną proporcjonalnie do rozmiaru ziaren oraz kwadratu częstotliwości, $\alpha = C_2 D_{sr} f^2$. Dość wąski zakres rozpraszania stochastycznego przechodzi w obszar rozpraszania dyfuzyjnego, które zachodzi wtedy, gdy długość fali λ , jest mniejsza niż średni rozmiar ziarna ($\lambda \ll D_{sr}$), i wówczas współczynnik tłumienia jest odwrotnie proporcjonalny do średnicy ziaren oraz nie zależy od częstotliwości fal, $\alpha = C_3 / D_{sr}$, [5].

Prowadzenie badań efektów rozproszeniowych w innych niż metale materiałach niejednorodnych, szczególnie w materiałach nienasyconych, takich jak skały lub beton, jest znacznie bardziej kłopotliwe ze względu na trudność uzyskania dobrego sprzężenia akustycznego pomiędzy próbką a głowicami. Tym samym trudno jest zapewnić powtarzalność wyników pomiarów. Ponadto brak jest szerszej informacji na temat wewnętrznej struktury takich materiałów.

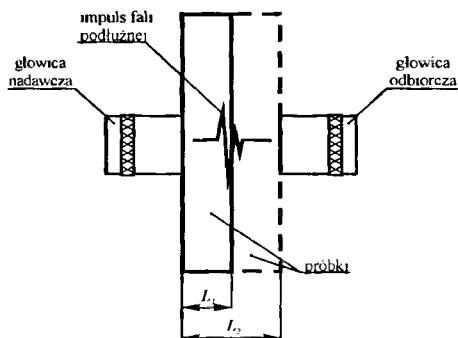
Praca niniejsza ma na celu eksperymentalne określenie wpływu rozpraszania na parametry propagacji fal ultradźwiękowych w modelowych materiałach porowatych wykonanych ze spiekanych ziaren szkła oraz w zawiesinie kulek szklanych w żelu ultrasonograficznym. Materiały te możemy traktować jako materiały modelowe, gdyż znane są ich własności struktury, takie jak udziały objętościowe faz, wymiary ziaren, rozkłady wymiarów ziaren. Dla spieków szkła badano wpływ wielkości ziaren na propagację fal, natomiast w przypadku zawiesin przedmiotem badań było wyznaczenie wpływu objętościowego udziału ziaren fazy stałej oraz wielkości średnic ziaren na prędkość i tłumienie fal ultradźwiękowych. W pracy skoncentrowano się na przedyskutowaniu dyspersji prędkości fazowej i zależności współczynnika tłumienia od częstotliwości fal podłużnych przy zastosowaniu ultradźwiękowej impulsowej metody fali przechodzącej i wykorzystaniu szerokopasmowej analizy spektralnej.

2. OPIS MATERIAŁÓW I METODY POMIAROWEJ

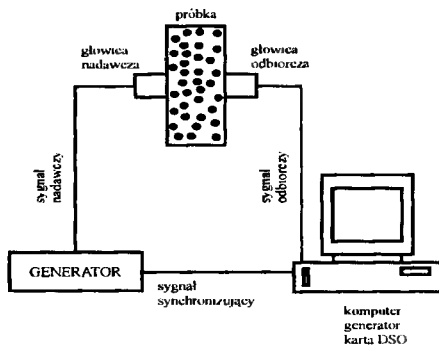
Do badań użyto spieki szkła o zadanych średnicach ziaren oraz zawiesiny szkła w żelu ultrasonograficznym. Granulat szklany został przesiany metodą sitową, dzięki czemu uzyskano frakcje o zadanym rozkładzie granulometrycznym. W przypadku spieków wyselekcjonowano materiał o średnich średnicach ziaren równych 155 μm , 275 μm i 570 μm i rozrzucie $\pm 10\%$. Próbkę poszczególnych frakcji granulatu poddano procesowi spiekania. Szczególną uwagę w procesie przygotowania próbek zwrócono na płaskość i równoległość powierzchni, do których przykłada się głowice pomiarowe. Odpowiednie przygotowanie tych powierzchni jest niezbędne dla uzyskania właściwego sprzężenia między głowicami a próbką oraz powtarzalności wyników pomiarów.

W przypadku zawiesin materiałem bazowym był żel ultrasonograficzny SONOBAX oraz wyselekcjonowane frakcje granulatu szklanego o średnich średnicach ziaren 110 μm , 300 μm , 470 μm i rozrzucie $\pm 10\%$. Wykonanie próbek obejmowało uzyskanie mieszanin żelu ultrasonograficznego z odpowiednimi udziałami objętościowymi (20%, 30%, 40%, 60%) frakcji granulatu szklanego. Tak przygotowane zawiesiny poddano procesowi stabilizacji na okres 48 godzin, zgodnie z zaleceniami producenta żelu, celem obniżenia zawartości powietrza w próbce. Szczególną uwagę w przygotowaniu materiału badawczego zwraca się na zachowanie jednorodności próbek.

Biorąc pod uwagę fakt występowania znacznego tłumienia fal w materiałach porowatych i zawiesinach oraz w przypadku pierwszego z materiałów problemy z uzyskaniem właściwego sprzężenia między głowicami ultradźwiękowymi a powierzchnią badanych próbek (dobre sprzężenie jest konieczne dla przejścia energii fal z głowicy do materiału i z materiału do głowicy, będąc warunkiem efektywnego prowadzenia testów), najbardziej odpowiednimi metodami badań ultradźwiękowych są takie, które nie wymagają wielokrotnego przejścia sygnałów przez próbki. W prowadzonych pomiarach zastosowano impulsową metodę fali przechodzącej bez linii opóźniającej. W metodzie tej wykorzystuje się dwie głowice umieszczone naprzeciwległe po dwóch stronach próbki. Głowice o częstotliwościach własnych 1 lub 2.25 MHz pozostają w bezpośrednim kontakcie z próbką (w przypadku materiałów porowatych z zastosowaniem środka sprzęgającego żelu ultrasonograficznego). Rejestracji impulsów fali przechodzącej przez dwie warstwy tego samego materiału o różnych grubościach L_1 i L_2 (rys.1) dokonano, wykorzystując układ pomiarowy przedstawiony schematycznie na rys.2, [7].



Rys. 1. Idea wyznaczania parametrów fal metodą fali przechodzącej



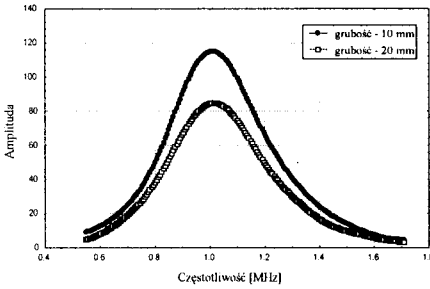
Rys. 2. Schemat układu pomiarowego

Zaletą metody fali przechodzącej jest fakt, że nie jest konieczna znajomość współczynników odbicia fal od powierzchni próbki badanego materiału. W wyżej wymienionej metodzie zakłada się, że długości fal, wymiary głowic i odległości między głowicami nadawczą a odbiorczą są tak dobrane, że w ramach wymaganej dokładności uzasadnione jest pominięcie efektów rozbieżności wiązki. Zakłada się również, że istnieje powtarzalne sprzężenie między głowicami a próbkami badanego materiału. Dla przygotowania sygnałów do obróbki numerycznej sygnały napięciowe z głowicy odbiorczej są próbkowane (w rozważanym przykładzie z częstotliwością 100 MHz) i kwantowane za pomocą karty oscyloskopu cyfrowego (DSO). Do zarejestrowanych impulsów stosuje się analizę spektralną, opierającą się na, tzw. szybkiej transformacji Fouriera (FFT). Zastosowanie procedury FFT umożliwia wyznaczenie spektralnych rozkładów

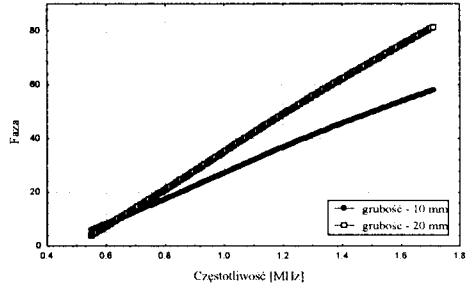
amplitudy (rys.3), fazy (rys.4) oraz impulsów falowych, przechodzących przez próbki, które są podstawą do wyznaczenia współczynnika tłumienia i prędkości fazowej fali według następujących relacji, [6]:

$$\alpha(f) = \frac{1}{L_2 - L_1} \ln \left[\frac{A_1(f)}{A_2(f)} \right] \quad v(f) = \frac{2\pi f(L_2 - L_1)}{2\pi n + \phi_2 - \phi_1} \quad (1)$$

gdzie: $A_1(f)$ i $A_2(f)$ są amplitudami, ϕ_1 i ϕ_2 fazami odpowiadającymi składowym harmonicznym o częstotliwości f impulsów, przechodzących odpowiednio przez próbkę cieńszą i grubszą; n jest całkowitą ilością długości mierzonych fal mieszczących się na długości $L_2 - L_1$.



Rys 3. Spektra amplitudowe dla grubszej i cieńszej próbki

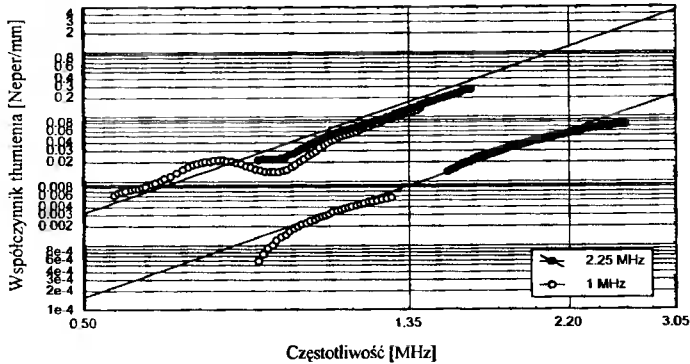


Rys 4. Spektra fazowe dla grubszej i cieńszej próbki

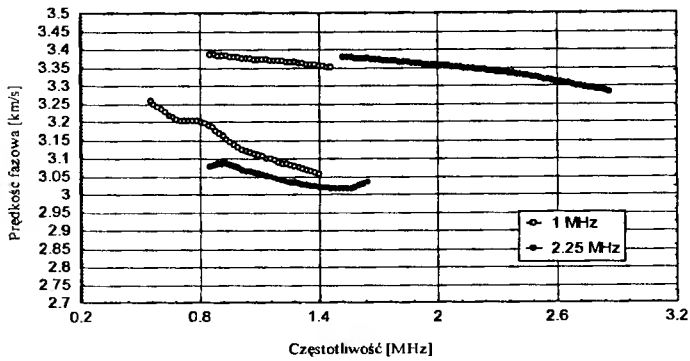
3. DYSKUSJA WYNIKÓW

Na rysunkach 5 i 6 przedstawiono odpowiednio w skali dwulogarytmicznej i liniowej zależności tłumienia i prędkości fazowej od częstotliwości dla podłużnej fali propagującej się w spiekany porowatym szkle o ziarnistości 155 i 275 μm . Otrzymane wyniki wskazują, że dla tych samych częstotliwości tłumienie w materiale o większej ziarnistości jest około dziesięciokrotnie wyższe od tłumienia w materiale o mniejszych ziarnach. Jednocześnie w obu przypadkach, w rozpatrywanym zakresie częstotliwości, współczynniki tłumienia są proporcjonalne do czwartej potęgi częstotliwości. Wskazuje to na fakt, że dominującym mechanizmem osłabienia fali w badanych materiałach jest rozpraszanie typu Rayleigha.

Prędkości fazowe w materiale o większej ziarnistości są nieznacznie niższe od prędkości w materiale o mniejszych ziarnach i w obu przypadkach zaznacza się wyraźną ujemną dyspersją (malejąca prędkość fazowa fali wraz ze wzrostem częstotliwości). Biorąc pod uwagę fakt, że długości fal w rozpatrywanym zakresie częstotliwości wynoszą od około 1.5 mm (dla najwyższych częstotliwości) do około 6 mm należy zauważyć, że długości fal są niemniejsze niż pięciokrotna średnica ziaren badanych materiałów.

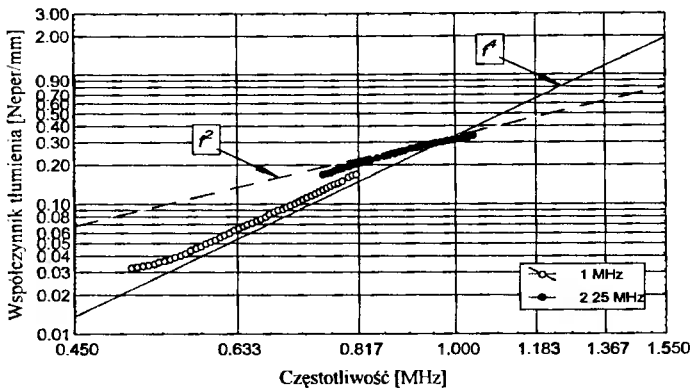


Rys. 5. Współczynnik tłumienia dla próbek 155 μm (dolny przebieg) i 275 μm (górny przebieg)



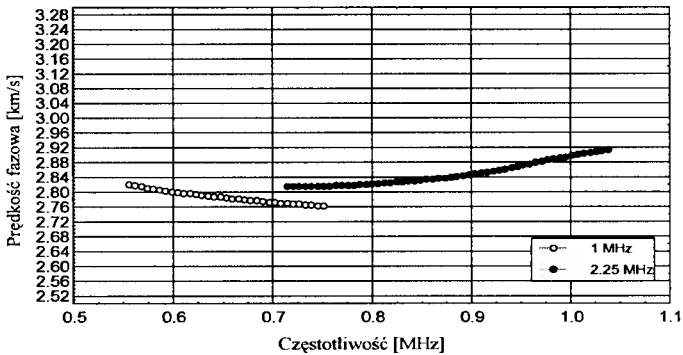
Rys. 6. Prędkość fazowa dla próbek 155 μm (górny przebieg) i 275 μm (dolny przebieg)

Na rysunkach 7 i 8 przedstawiono wyniki badań tłumienia i prędkości fazowej materiału o ziarnistości 550 μm . W dolnym zakresie częstotliwości tłumienie jest w przybliżeniu proporcjonalne do czwartej potęgi częstotliwości (linia ciągła).



Rys. 7. Współczynnik tłumienia wyznaczony dla próbek 550 μm

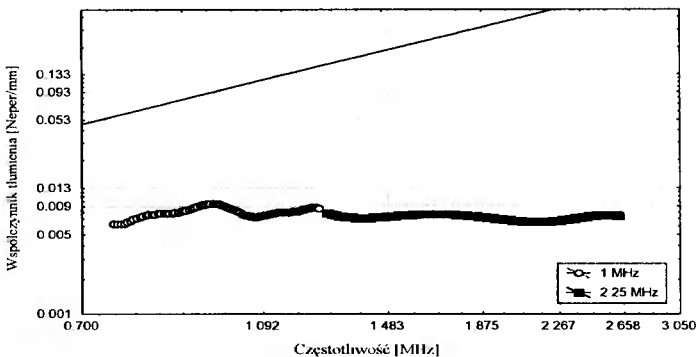
W zakresie wyższych częstotliwości tłumienie zmienia charakter i jest proporcjonalne do kwadratu częstotliwości (linia przerywana). Zmiana nachylenia tłumienia ma miejsce w przybliżeniu dla fali o długości pięciokrotnie większej od wymiaru ziaren. Zachowanie współczynnika tłumienia w zakresie wyższych częstotliwości jest charakterystyczne jak dla, tzw. rozpraszania stochastycznego. Zmiana charakteru rozpraszania, widoczna na wykresie współczynnika tłumienia, ma swoje odbicie także na wykresie prędkości fazowej.



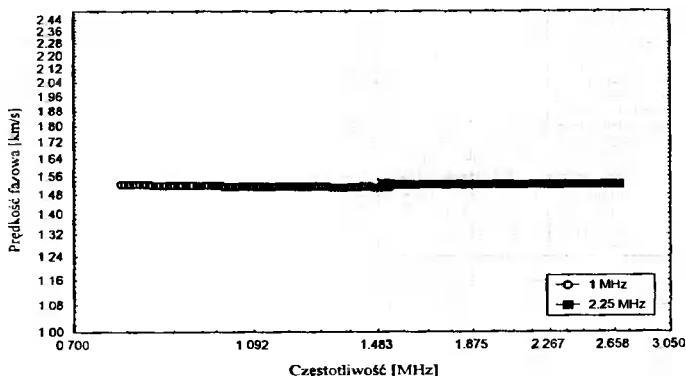
Rys. 8. Prędkość fazowa wyznaczona dla próbek o ziarnistości 550 μm

Ujemna dyspersja prędkości (rys.8), charakterystyczna dla rozpraszania typu Rayleigha przechodzi dla fal o długościach mniejszych od około pięciu średnic ziaren w dyspersję dodatnią. W dostępnej literaturze brak jest informacji o badaniach dla materiałów porowatych, które wskazywałyby na podobne jakościowo zachowanie się zależności prędkości fazowej od częstotliwości.

Pomiary zawieszon przeprowadzono w dwóch etapach. W pierwszym wyznaczono współczynnik tłumienia i prędkości fazowe dla żeluz ultrasonograficznego (zawierającego do 99.5% wody). W tym przypadku prędkość fazowa jest stała w zakresie mierzonych częstotliwości i wynosi ok. 1550 [m/s] (rys. 10), podczas gdy dla wody prędkość fal wynosi ok. 1480 [m/s]. Współczynnik tłumienia wyznaczony dla czystego żeluz ma także wartość stałą w całym zakresie częstotliwości, tj. od 500 kHz do 2.7 MHz (rys.9) i oscyluje w granicach od 0.007 do 0.009 [Nepera/mm].

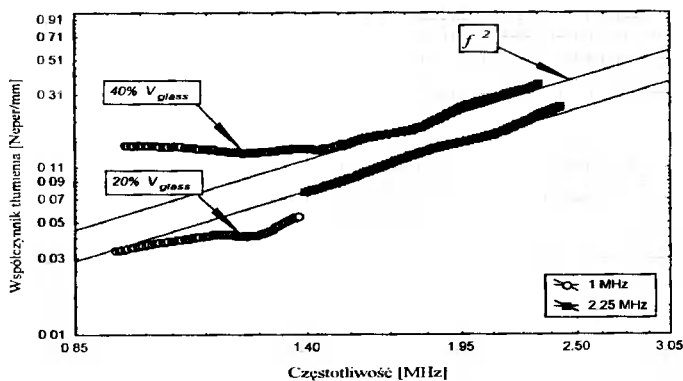


Rys. 9. Współczynnik tłumienia wyznaczony dla żeluz

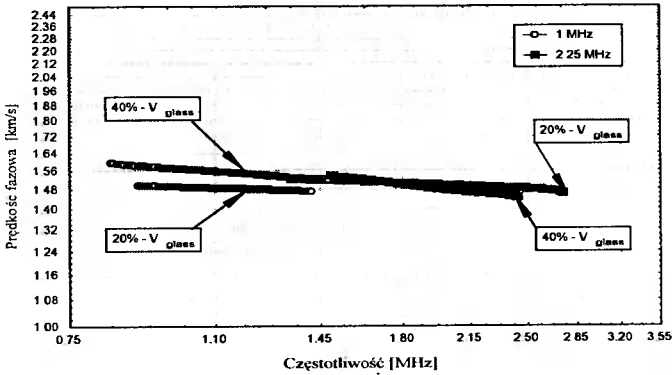


Rys. 10. Prędkość fazowa wyznaczona dla żeluz

W drugim etapie badań przeprowadzono pomiary mieszaniny żeluz z granulatem szklanym o określonych udziałach objętościowych granulatu. Współczynnik tłumienia wyznaczony dla mieszaniny o wielkości wtrąceń $300\ \mu\text{m}$ (rys.11) w zakresie niższych częstotliwości ma wartość stałą, natomiast od częstotliwości ok. 1.4 MHz, gdzie długość fali jest ok. czterokrotnie większa od wielkości ziaren ($\lambda = 1.11\ \text{mm}$, $D_{sr} = 0.3\ \text{mm}$), współczynnik tłumienia jest proporcjonalny do drugiej potęgi częstotliwości (linia ciągła), co odpowiada rozpraszaniu typu stochastycznego. Prędkość fazowa charakteryzują się ujemną dyspersją wraz ze wzrostem częstotliwości w całym zakresie częstotliwości (rys.12).

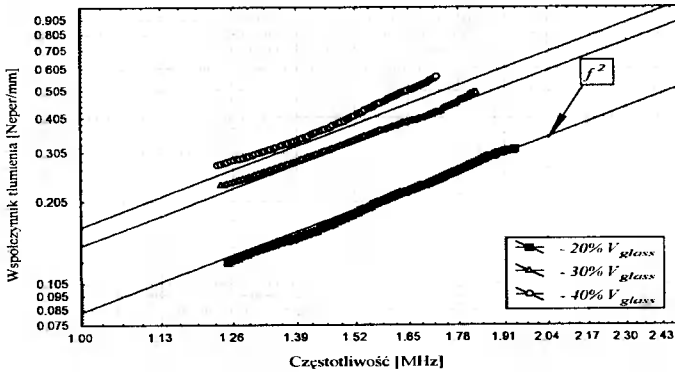
Rys. 11. Współczynnik tłumienia wyznaczony dla zawiesin o udziałach objętościowych szkła 20%, 40% oraz średniej średnicy ziaren $300\ \mu\text{m}$

W przypadku badanych zawiesin współczynnik tłumienia przechodzi od zakresu nierozproszeniowego do rozpraszania typu stochastycznego (w przypadku badanych spieków szkła obserwuje się zakres rozpraszania Rayleigha przechodzący w rozpraszanie typu stochastycznego).



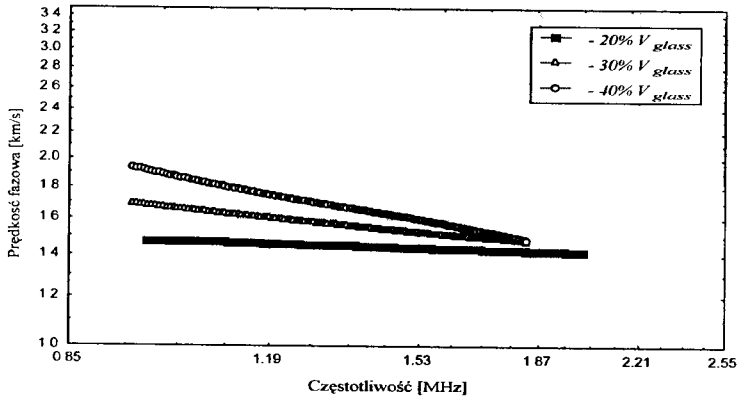
Rys. 12. Prędkość fazowa wyznaczona dla zawiesiny o udziałach objętościowych szkła 20%, 40% oraz średniej średnicy ziaren 300 μm

Wyniki uzyskane dla wtrąceń o wielkości ziaren 470 μm i różnych udziałach objętościowych granulatu pokazano na rysunkach 13 i 14. Obserwuje się wzrost tłumienia wraz ze wzrostem udziałów objętościowych frakcji rozpraszającej (rys.13).



Rys. 13. Współczynnik tłumienia wyznaczony dla zawiesin o udziałach objętościowych szkła 20%, 30%, 40% oraz średniej średnicy ziaren 470 μm

Prędkości fazowe wyznaczone dla poszczególnych udziałów granulatu w żelu charakteryzują się ujemną dyspersją w całym zakresie częstotliwości, przy czym obserwuje się wyższe prędkości dla większych udziałów fazy stałej (rys.14).



Rys. 14. Prędkość fazowa wyznaczona dla zawieszin o udziałach objętościowych szkła 20%, 30%, 40% oraz średniej średnicy ziaren $470 \mu\text{m}$

4. WNIOSKI

Analizując otrzymane wyniki pomiarów możemy zauważyć iż w przypadku badanych nienasyconych materiałów porowatych (spieków szkła) oraz zawieszin, dominującym czynnikiem, wpływającym na osłabienie energii fal ultradźwiękowych jest rozpraszanie. Z tą różnicą, iż w „suchych” materiałach porowatych możemy wyróżnić dwa zakresy rozproszeniowe: typu Rayleigha w zakresie niższych częstotliwości, przechodzące dla wyższych częstotliwości ultradźwiękowych w rozpraszanie stochastyczne. W zawieszinach natomiast nie obserwuje się zakresu rozpraszania Rayleigha, które poprzedzałyby pojawienie się rozpraszania stochastycznego. W przypadku spieków szkła prędkości fazowe charakteryzują się ujemną dyspersją w zakresie rozpraszania Rayleigha, przechodząc w dyspersję dodatnią w przypadku rozpraszania stochastycznego. W zawieszinach z kolei w całym zakresie pomiarowym obserwuje się spadek prędkości ze wzrostem częstotliwości.

Uzyskane rezultaty mogą służyć do interpretacji wyników dla innych materiałów, w szczególności naturalnych materiałów porowatych nasyconych płynem, np. skał lub tkanek kostnych, w których obserwuje się istotny wpływ rozpraszania na propagację fal ultradźwiękowych.

LITERATURA

- [1] Adach J., Chivers C.R.: On the measurement of ultrasonic attenuation in stirred suspensions of solid spheres in liquids. *Acustica* Vol. 75, 1991.
- [2] Drelich R., Kocharński J., Kaczmarek M., Kubik J.: Badanie wpływu rozpraszania na parametry propagacji fal ultradźwiękowych w spiekach szkła. *Zeszyty Naukowe Katedry Mechaniki Stosowanej, Politechnika Śląska* 10/99, s. 71-76.
- [3] Obraz J.: *Ultradźwięki w technice pomiarowej*. WNT, Warszawa 1983.
- [4] Ranachowski J.: Propagation of ultrasonic waves in porous ceramics. *Ultrasonics*, Sept. 1975, 203-207.

- [5] Smith R.L., Reynolds W.N., Wadley H.N.G.: Ultrasonic attenuation and microstructure in low-carbon steels. *Metal Science* 15, 1981, 554-558.
- [6] Yew E.H. and Chen C.S.: Experimental study of dispersive waves in beam and rod using FFT.: *J. Appl. Mechanics* 45, 1978, 940-942.
- [7] Wehr J.: *Pomiary prędkości i tłumienia fal ultradźwiękowych*. PWN, Warszawa 1972.

**IMPACT OF SCATTERING ON THE PROPAGATION OF
ULTRASONIC WAVES IN INHOMOGENEOUS MATERIALS:
STUDIES OF SINTERED GLASS AND SUSPENSIONS
OF GLASS IN GEL**

Summary

The present paper aims at investigating the impact of scattering on the propagation of ultrasonic waves in inhomogeneous materials: sintered glass and suspensions of glass beads in gel with casing pulse transmission method and spectral analysis of signals. The material grain diameters examined were considerably smaller than or comparable with the lengths of ultrasonic waves. The values of attenuation coefficient and phase velocity obtained define two ranges of frequency: the range of Rayleigh scattering and the range of stochastic scattering.

Key words: porous materials, suspensions, ultrasonic waves, scattering

ROLA STRUKTURY PORÓW W PRAWACH PRZEPEŁYWU. PRZEGLĄD MODELI PRZEPUSZCZALNOŚCI

Mariusz Dubas^{1*}, Mariusz Kaczmarek²

¹Zakład Technologii i Zastosowań, Wyższa Szkoła Oficerska im. S. Czarnieckiego
ul. Bukowska 34, 60-811 Poznań

²Katedra Mechaniki Środowiska, Akademia Bydgoska im. Kazimierza Wielkiego
ul. Chodkiewicza 30, 85-064 Bydgoszcz

Wpływ struktury na ruch płynu w ośrodku porowatym, w liniowym prawie przepływu opisany jest współczynnikiem przepuszczalności. Z uwagi na dostępność lub łatwość pomiaru niektórych parametrów geometrycznych struktury materiału porowatego, takich jak porowatość, powierzchnia wewnętrzna, wymiary porów lub ziaren, istnieją liczne próby powiązania parametrów geometrycznych z przepuszczalnością. Podstawą formułowania związków przepuszczalności z innymi parametrami struktury, tzw. modeli przepuszczalności, są rozwiązania zagadnień przepływu lub opływu płynu dla wybranych geometrii ośrodka, a także wyniki badań empirycznych. W pracy dokonano przeglądu zarówno strukturalnych jak i empirycznych modeli przepuszczalności, uwzględniając reprezentatywne struktury i materiały.

Słowa kluczowe: struktura ośrodka porowatego, przepuszczalność, modele przepuszczalności

WSTĘP

Ośrodek porowaty jest ciałem zawierającym w swojej objętości względnie dużą ilość pustych przestrzeni, kanałików lub szczelin (porów) o różnym kształcie i wielkości, których charakterystyczny wymiar jest niewielki w porównaniu z charakterystycznym wymiarem całego ciała.

Większość materiałów porowatych takich jak grunty, skały lub betony charakteryzuje się zdolnością przepuszczania (przez objętość porów) płynów. Miarą ilościową zdolności przepuszczania płynów w liniowym prawie przepływu, zwanym prawem Darcy, jest współczynnik przepuszczalności lub przewodność hydrauliczna. Współczynnik przepuszczalności (przepuszczalność) zależy wyłącznie od struktury porów materiału (zwanej czasami architekturą porów) i nie jest parametrem czysto geometrycznym, tj. mierzalnym za pomocą wielkości definiowanych geometrycznie. Przewodność hydrauliczna natomiast zależy jeszcze od lepkości płynu. Ze względu na występowanie w wielu przypadkach trudności z pomiarem przepuszczalności (zwłaszcza

* Autor przebywa na stażu naukowym w Katedrze Mechaniki Środowiska Akademii Bydgoskiej.

w warunkach polowych i dla materiałów silnie niejednorodnych) istnieją liczne próby powiązania tego parametru z podstawowymi charakterystykami geometrycznymi materiałów porowatych, takimi jak porowatość, powierzchnia właściwa, wymiary charakterystyczne porów lub ziaren. Związek określający zależność przepuszczalności lub przewodności hydraulicznej z pozostałymi parametrami struktury, w szczególności z parametrami geometrycznymi, nazywany jest modelem przepuszczalności.

Wypracowano kilka metod konstruowania takich modeli:

- 1) opierając się na mikroskopowym opisie przepływu lub opływu płynu w ośrodkach modelowych o wybranej strukturze przestrzeni porów lub określonej strukturze szkieletu formułowane są modele strukturalne,
- 2) wykorzystując wyniki badań eksperymentalnych przepuszczalności i pomiary parametrów geometrycznych konstruowane są modele empiryczne, i
- 3) wprowadzając współczynniki empiryczne do modeli wyprowadzonych na drodze teoretycznej otrzymuje się modele strukturalno-empiryczne.

W niniejszej pracy podjęto próbę dokonania przeglądu modeli przepuszczalności otrzymanych przy wykorzystaniu modelowania struktury ośrodka jak i badań eksperymentalnych. Przeglądem objęto wyniki uzyskane dla charakterystycznych typów struktur geometrycznych (struktury kanalikowe, prętowe, szczelinowe) oraz modele empiryczne dla materiałów, których przepuszczalność ma istotne znaczenie praktyczne. W pracy pominięto wiele modeli przepuszczalności, które nie stanowią jakościowo nowych propozycji oraz takich, które nie zyskały szerszego zastosowania.

1. TRANSPORT W MATERIAŁACH PRZEPUSZCZALNYCH A ROLA STRUKTURY

1.1. Przepływ i prawa przepływu

Model laminarnego przepływu płynu przez jednorodny, nieodkształcalny ośrodek porowaty opiera się na prawie Darcy. Wiąże ono lokalną prędkość filtracji cieczy q ze spadkiem ciśnienia Δp i długością próbki L oraz zależy od stałych materiałowych, takich jak przepuszczalność ośrodka k i lepkość cieczy μ i ma postać

$$q = - \frac{k}{\mu} \frac{\Delta p}{L} \quad (1.1)$$

Zakres stosowalności prawa Darcy obejmuje przepływy ustalone i laminarne [15], a granicę ważności tego prawa określa liczba Reynoldsa [9]:

$$Re = \frac{q \delta \rho}{\mu} \quad (1.2)$$

gdzie δ jest średnią średnicą ziaren lub porów w ośrodku porowatym, zaś ρ gęstością cieczy.

Pomimo licznych badań, brak jest ogólnych, tj. odnoszących się do wszystkich materiałów porowatych, minimalnych i maksymalnych wartości liczb Re , wyznaczających granice obowiązywania prawa Darcy.

Badania doświadczalne [9, 15, 16] wykazują, że przy większych liczbach Reynoldsa właściwy opis przepływu daje paraboliczne prawo Dupuita-Forchheimera, które w przypadku stacjonarnym ma postać:

$$\text{grad } p = a q + b q^2 \quad (1.3)$$

gdzie $a = \mu/k$, natomiast współczynnik b zależy od struktury ośrodka, lepkości cieczy i prędkości przepływu. Jeżeli ruch cieczy w porach jest laminarny, wówczas drugi człon równania (1.3) jest mały w porównaniu z pierwszym i można go pominąć [16]. Z kolei, jeżeli liczba Reynoldsa jest duża (z reguły $Re > 150$) przepływ jest turbulentny i w równaniu (1.3) wystarczy uwzględnić tylko drugi człon.

1.2. Transport jonowy, dyfuzja i propagacja fal

W modelach przepływu płynu przez materiał porowaty obecność charakterystyki struktury – przepuszczalności wynika z faktu zależności siły lepkiego oddziaływania między płynem a szkieletem od rozwinięcia przestrzeni porowej. W innych zjawiskach transportu, np. przepływie prądu jonowego lub dyfuzji masy w cieczy porowej, czy w zjawisku propagacji fali w płynie wypełniającym materiał porowaty, przepuszczalność może nie odgrywać istotnej roli z uwagi na odmienny rodzaj oddziaływań ze szkieletem. W grupie wymienionych wyżej zjawisk istotnymi parametrami struktury są: współczynnik krętości α i uformowania F . Biorąc pod uwagę gęstość prądu jonowego i oraz strumień dyfuzji masy J , odpowiednie prawa transportu mają postać [5]:

$$i = -\sigma \text{ grad } \phi, \quad J = -D \text{ grad } c \quad (1.4)$$

gdzie ϕ i c oznaczają gradienty potencjału elektrycznego i koncentracji. Makroskopowe współczynniki przewodności elektrycznej i dyfuzji σ i D mają jednoznaczny związek z przewodnością samego elektrolitu σ_0 i współczynnikiem dyfuzji masy w samej cieczy D_0 jak następuje:

$$\sigma = \frac{1}{F} \sigma_0 = \frac{f}{\alpha} \sigma_0, \quad D = \frac{1}{F} D_0 = \frac{f}{\alpha} D_0 \quad (1.5)$$

gdzie f jest porowatością objętościową. Parametry α i F są niezależnymi od przepuszczalności parametrami struktury. Zdefiniowany wyżej współczynnik krętości ma także istotne znaczenie w opisie procesu propagacji podłużnej fali w płynie wypełniającym materiał porowaty, jeżeli siły lepkości są zaniedbywalne, tj. przykładowo w zakresie wysokich częstotliwości. Prędkość propagacji fali w płynie porowym V jest wówczas związana z prędkością propagacji fali w samym płynie V_0 relacją

$$V = \frac{V_0}{\sqrt{\alpha}} \quad (1.6)$$

1.3. Geometryczne parametry struktury

Obok parametrów struktury opisujących transport, takich jak przepuszczalność, współczynnik uformowania lub krętość, strukturę ośrodka porowatego opisują pewne

parametry geometryczne: porowatość, wewnętrzna powierzchnia właściwa, wymiary oraz rozkłady wymiarów porów lub ziaren, czy wymiar fraktalny. W szczególnych przypadkach, tj. dla modelowych struktur przestrzeni porów, także parametr krętości ma geometryczny charakter i może być wyrażony jako stosunek rzeczywistej długości kapilary do grubości próbki.

Porowatość objętościowa jest stosunkiem objętości porów do całkowitej objętości próbki materiału porowatego. Wewnętrzną powierzchnię właściwą Σ najczęściej definiuje się jako stosunek całkowitej powierzchni wewnętrznej porów do objętości próbki. Obok średniej średnicy ziaren w modelach przepuszczalności występuje czasami średnica efektywna (miarodajna) d_e , odpowiadająca określonemu, procentowemu udziałowi (najczęściej 10% - d_{10} , czasami 17% - d_{17} , 20% - d_{20} , 50% - d_{50}) na krzywej składu granulometrycznego. Jest to taka średnica, że ziarna o średnicy równej i mniejszej od d_e stanowią wagowo e% całej próbki.

2. STRUKTURALNE MODELE PRZEPUSZCZALNOŚCI

W celu opisanego związku przepuszczalności z innymi parametrami struktury wykorzystuje się uproszczone modele przestrzeni porów lub szkieletu, które można podzielić na: modele kanalikowe, modele opływowe (ziarniste, prętowe lub włókniste) oraz modele ośrodków spękanych.

2.1. Modele kanalikowe

W modelach kanalikowych struktura porów reprezentowana jest przez układ kanałów, których ilość i geometria określają porowatość i powierzchnię wewnętrzną. Model przepuszczalności jest wynikiem rozwiązania problemu przepływu w kanałach.

Model wiązki prostych kapilar [14]. Rozważając wiązkę n prostych, równoległych kapilar o jednakowych średnicach δ oraz przyjmując, że przepływ przez kapilary opisuje prawo Hagen-Poiseuille'a, można pokazać, że przepuszczalność w kierunku kapilar określona będzie wzorem:

$$k = \frac{n \pi \delta^4}{128} = \frac{1}{32} f \delta^2 \quad (2.1)$$

gdzie druga z równości wynika z uwzględnienia związku porowatości f z ilością i średnicą kapilar.

Model prostopadłych wiązek kapilar [14]. Zakładając istnienie trzech wzajemnie prostopadłych wiązek prostych kapilar, które nie przenikają się wzajemnie, związek dla przepuszczalności takiego układu w jednym z trzech kierunków kapilar przyjmuje postać:

$$k = \frac{1}{96} f \delta^2 \quad (2.2)$$

Model o losowym rozkładzie kapilar [14]. Biorąc pod uwagę ośrodek, którego pory reprezentowane są przez proste, cylindryczne kanały o statystycznie jednorodnym

rozkładzie w przestrzeni można wykazać, że z punktu widzenia przepływu płynu, taki model osrodka jest równoważny modelowi wiązki prostopadłych kanałów i stosuje się wówczas związek (2.2).

2.2. Modele opływowe

W modelach opływowych osrodek porowaty zbudowany jest z ziaren, prętów lub włókien; przestrzeń porów wyznaczona jest przez otoczenie tych elementów, a model przepuszczalności jest wynikiem rozwiązania zagadnienia opływu płynu pojedynczych elementów.

Model równoległych prętów [5]. Rozważa się wiązkę prętów ułożonych w sposób regularny (w trójkątnej, kwadratowej, sześciokątnej siatce) lub losowy, zakładając, że pręty o jednakowej średnicy d są nieskończenie długie, a wiązka jest nieograniczona we wszystkich kierunkach. Każdy z tych układów prętów przy podłużnym oraz poprzecznym opływie płynu stawia pewien opór, który zależy między innymi od gęstości upakowania $\varphi (=1-f)$, czyli stosunku objętości prętów do objętości całkowitej wiązki. Znajomość siły oporu pozwala wyznaczyć odpowiednie współczynniki przepuszczalności.

Przy małej gęstości upakowania ($\varphi \ll 1$) stwierdza się [5], że zarówno dla regularnych, jak i losowych układów, opór przy laminarnym opływie podłużnym oraz poprzecznym bardzo słabo zależy od sposobu ułożenia prętów (rodzaju siatki) i w przybliżeniu słuszne są wzory:

$$\text{dla przepływu podłużnego [5]:} \quad k_{II} = \frac{d^2}{4\pi} \left(\ln \frac{1}{\varphi} - 1,5 \right) \quad (2.3)$$

$$\text{dla przepływu poprzecznego [5]:} \quad k_{I} = 0,5 k_{II} \quad (2.4)$$

Natomiast przy ścisłym upakowaniu prętów istotny wpływ na opór i przepuszczalność ma sposób ułożenia prętów.

Model opływanych ziaren (model Brinkmana) [3]. Zakłada się, że szkielet materiału porowatego zbudowany jest z ziaren o jednakowej średnicy d , a zaburzenie pola prędkości wokół pojedynczego ziarna nie ma wpływu na opis opływu pozostałych ziaren. Przepuszczalność takiego układu ma postać:

$$k = \frac{d^2}{72} \left\{ 3 + \frac{4}{\varphi} - 3 \left(\frac{8}{\varphi} - 3 \right)^{\frac{1}{2}} \right\} \quad (2.5)$$

2.3. Modele osrodków splekanych

Model równoległych szczelin [11]. Rozważając układ równoległych szczelin o długości L , charakterystycznym wymiarze δ_j i liczbie n na centymetr otrzymuje się związek dla przepuszczalności:

$$k = \frac{n \delta_f^3}{12 L} \quad (2.6)$$

Model ze stochastyczną orientacją szczelin [11]. Jeżeli zamiast układu równoległego, szczeliny mają orientację stochastyczną, związek dla przepuszczalności jest następujący:

$$k = \frac{n \delta_f^3}{18 L} \quad (2.7)$$

Model Dienesy [12]. Przyjmując, że ośrodek zawiera jednorodny i izotropowy rozkład mikropęknięć o średnicy δ , gęstości występowania μ_0 , stosunku grubości do średnicy $A=w/\delta$, przepuszczalność ośrodka będzie miała postać:

$$k = \frac{4\pi}{15} A^3 \mu_0 \delta^5 \varphi \quad (2.8)$$

gdzie φ jest parametrem mierzącym udział mikropęknięć, które tworzą sieć porów połączonych.

3. EMPIRYCZNE MODELE PRZEPUSZCZALNOŚCI

Najbardziej liczną grupę modeli przepuszczalności (patrz np. prace [2, 4, 16, 18]) stanowią wzory empiryczne, formułowane w oparciu o poszukiwanie korelacji pomiędzy przepuszczalnością a innymi eksperymentalnie wyznaczonymi parametrami struktury, takimi jak porowatość, średnie wymiary porów lub ziaren, rozkłady wymiarów porów lub ziaren. Zastosowanie modeli empirycznych ma zwykle ograniczony zakres ważności dla konkretnych gruntów, skał lub innych materiałów i nie obejmuje specyficznych warunków naturalnych, np. niejednorodności struktury lub porowatości.

Poniżej, spośród licznych modeli opracowanych, m.in. przez Hazena, Slichtera, Beyera, Krügera, Seelheima, Zauerbeya, Zunckera, Terzagiego, Zamarina i innych przedstawiono wybrane wzory ustalone w warunkach laboratoryjnych. Niektóre ze wzorów nie odnoszą się do przepuszczalności k , lecz do przewodności hydraulicznej K , która jest funkcją przepuszczalności i zależy od lepkości cieczy μ oraz jej ciężaru właściwego γ , tj.

$$K = k \frac{\gamma}{\mu} \quad (3.1)$$

W rezultacie warto zauważyć, że przewodność hydrauliczna może zależeć od temperatury. W przypadkach, kiedy jest to wymagane ze względu na współczynniki liczbowe obecne we wzorach na przewodność lub przepuszczalność, obok wzoru podano odpowiednie jednostki.

Model Hazena [2, 4, 16, 18]. Model ten wiąże przewodność hydrauliczną K_t z uziarnieniem gruntu wyrażonym, tzw. średnicą efektywną (miarodajną) d_{10} oraz z temperaturą wody:

$$K_t = C d_{10}^2 (0,70 + 0,03 t) \quad [\text{m/dobę}] \quad (3.2)$$

gdzie C jest współczynnikiem empirycznym zależnym od współczynnika różnoziarnistości o wartościach z zakresu od 400 do 1200, d_{10} oznacza średnicę efektywną (miarodajną) ziaren, odpowiadającą 10% na krzywej składu granulometrycznego, tzn. taką, że ziarna o średnicy równej i mniejszej od d_{10} stanowią wagowo 10% całej próbki [mm], t jest temperaturą wody [$^{\circ}$ C].

Model Hazena ma przede wszystkim zastosowanie w przypadku piasków (rzadziej do żwirów) o dużej jednorodności uziarnienia, gdzie $0,01 < d_{10} < 3,00$ mm. Ocenia się, że w porównaniu z rezultatami doświadczalnymi model ten może dać wyniki zawyżone do 40%.

Model USBS (amerykański) [2, 4, 16, 18]. Jest bardzo zbliżony do modelu Hazena. Obejmuje materiały, dla których $0,01 < d_{20} < 2,00$ mm. Daje wyniki zarówno niższe, jak i wyższe w porównaniu z wynikami doświadczalnymi:

$$K_{10} = 0,36 d_{20}^{2,3} \quad [\text{cm/s}] \quad (3.3)$$

gdzie d_{20} określa średnicę efektywną (miarodajną) ziaren - odpowiednio jak w modelu Hazena.

Model Slichtera [2, 18]:

$$K = 496 d_{10}^2 M \quad [\text{m/dobę}] \quad (3.4)$$

gdzie M jest funkcją porowatości.

Zastosowanie tego wzoru ograniczone jest do piasków i żwirów, gdzie $0,01 < d_{10} < 5,00$ mm. Model Slichtera daje często wyniki zaniżone w porównaniu z wynikami doświadczalnymi i niewskazane jest jego stosowanie w przypadku gruntów o grubym ziarnie.

Model Krumbeina-Monka [17]. Badania nieskonsolidowanych piasków o znacznych porowatościach i średnim promieniu ziaren R_0 [μm] pozwoliły określić związek dla przepuszczalności w postaci:

$$k = 3000 R_0^2 \exp(-1,89 \sigma) \quad [\mu\text{m}^2] \quad (3.5)$$

gdzie σ jest szerokością rozkładu logarytmiczno-normalnego ziaren.

Model dla ilów [11] Przepuszczalność materiałów słabo przepuszczalnych, takich jak ility i łupki można wyrazić jako funkcję wykładniczą porowatości, tj.:

$$\log k = -10 + 8f \quad [\text{darcy}] \quad (3.6)$$

Model dla piaskowców [11]. W wielu przypadkach przepuszczalność piaskowców może być opisana potęgową zależnością porowatości:

$$k = a f^b \quad (3.7)$$

gdzie a i b są stałymi empirycznymi.

Model dla skał magmowych i metamorficznych (model Brace) [11]. Badania eksperymentalne skał magmowych i metamorficznych pozwoliły ustalić związek dla przepuszczalności w postaci:

$$k = \frac{r^2}{k_0} F^{1.5} \quad (3.8)$$

gdzie r_p jest średnią średnicą porów, k_0 oznacza współczynnik kształtu o wartościach z przedziału od 2 do 3.

Model dla materiałów włóknistych (model Deviesa) [13]. Badania włóknistych materiałów filtracyjnych o średniej średnicy włókna δ_f pozwoliły znaleźć relację:

$$k = \frac{\delta_f^2}{64 (1-f)^{1.5} [1 + 56 (1-f)^3]} \quad (3.9)$$

4. STRUKTURALNO-EMPIRYCZNE MODELE PRZEPUSZCZALNOŚCI

Model Kozeny i Carmana [6, 10, 11]. Najszerzej znanymi i wykorzystywanymi modelami strukturalno-empirycznymi (półempirycznymi) są modele Kozeny i Carmana. Są to wzory, których ogólną postać dla wiązki kanałów można teoretycznie wyprowadzić uwzględniając takie czynniki, jak średnicę efektywną, porowatość, a także powierzchnię właściwą, kształt przekroju poprzecznego porów i ich krętość.

Najczęściej przytaczana postać wzoru Kozeny jest następująca:

$$k = C \frac{f^3}{\Sigma} \quad (4.1)$$

gdzie C jest, tzw. stałą Kozeny, zależną od kształtu kanalików.

Carman, rozważając różny kształt dróg przepływu (krętość) na przykładzie ośrodka o strukturze regularnej, zbudowanego z identycznych sfer o średnicy d zaproponował rozwinięcie równania Kozeny występujące w literaturze, jako prawo Kozeny-Carmana

$$k = \frac{1}{45} \frac{f^3}{(1-f)^2} d^2 \quad (4.2)$$

Model Katza-Thompsona [7]. Wykorzystując teorię perkolacji oraz duży zbiór danych eksperymentalnych dla skał (przede wszystkim osadowych) ustalono związek dla przepuszczalności:

$$k = \frac{\delta_c^2}{226 F} \quad (4.3)$$

gdzie δ_c jest krytycznym wymiarem poru, określonym za pomocą porozymetrii ręciowej i odpowiadającym pojawieniu się pierwszej połączonej na wskroś próbki ścieżki ręki. Badania pokazują, że powyższy związek daje dobre przybliżenie przepuszczalności licznych poronowych skał osadowych, jak też zaczynu cementowego [5].

ZAKOŃCZENIE

Transport płynów w materiałach naturalnych (geo- i bio- materiałach) oraz technicznych (np. filtry, katalizatory) ma ogromne znaczenie praktyczne (przepływ wód gruntowych, ropy, gazu, transport substancji odżywczych itp.). Parametrem, od którego zależy intensywność transportu, np. przepływ płynu lepkiego lub adwekcyjne przeniesienie masy jest przepuszczalność.

W pracy przedstawiono trzy różne podejścia do formułowania zależności pomiędzy przepuszczalnością, a innymi parametrami charakteryzującymi strukturę porów lub szkieletu materiału. Przedstawione reprezentatywne modele związane z charakterystycznymi typami struktur wewnętrznych materiałów oraz powszechnością występowania materiałów porowatych.

Analiza modeli nie pozwala na proste uogólnienie przedstawionych wzorów i zaproponowanie uniwersalnej formuły dla przepuszczalności, jakkolwiek w ramach poszczególnych typów struktur można wskazać pewne charakterystyczne zależności (w szczególności kwadratowe funkcje charakterystycznego wymiaru poru lub ziarna). Przewiduje się dalsze rozwijanie podjętego problemu przeglądu modeli przepuszczalności, w celu porównania przewidywań modeli oraz uwzględnienia czynników powodujących ewolucję przepuszczalności, takich jak: obciążenie mechaniczne, zmiany temperatury i chemizm cieczy porowej.

LITERATURA

- [1] Baczewski K., Hebda M.: Filtracja płynów eksploatacyjnych. T.1 i 2. Wyd. MCNEMT, Radom 1991/1992.
- [2] Białas Z., Kleczkowski A.: O przydatności niektórych wzorów empirycznych dla określenia współczynnika filtracji k. Archiwum Hydrotechniki, Zeszyt 3, 1970.
- [3] Dullien F.: Single phase flow through porous media and pore structure. Chem. Eng. J. 10, 1975, 1-34.
- [4] Głazer Z., Malinowski J.: Geologia i geotechnika dla inżynierów budownictwa. PWN, Warszawa 1991.
- [5] Garboczi E.J.: Permeability, diffusivity and microstructural parameters: A critical review. Cement and Concrete Res. 20, 1990, 591-601.
- [6] Hulewicz Z.: Opór przepływu płynu dla złoża ziarnistego w obszarze laminarnym. Inżynieria Chemiczna i Procesowa 6, 3, 1985.
- [7] Katz A.J., Thompson A.H.: Quantitative prediction of permeability in porous rock. Phys. Rev. B. 34, 1986, 8179-1181.
- [8] Kołodziej J.: Filtration resistance of a system of parallel cylinders at a transverse creeping flow. Mechanika Teoretyczna i Stosowana, t.4, 1986.
- [9] Kubik J. i inni: Porowate spieki żelaza. Otrzymywanie. Własności. Zastosowanie. Wyd. IPPT 42/1986, Warszawa 1986.
- [10] Liszkowska E.: Wzór Carmana-Kozeny uniwersalnym wzorem na obliczanie współczynnika filtracji. Geologos 1, 1996.

- [11] Oelkers E.: Physical and chemical properties of rocks and fluids for chemical mass transport calculations, [w:] „Reactive Transport in Porous Media” ed. P.C. Lichtner, C.I. Steefel, E.M. Oelkers, MSA 1996.
- [12] Ollivier J.P., Massat M.: Permeability and microstructure of concrete: a review of modelling. Cement and Concrete Res., 22, 1992, 503-514.
- [13] Orr C.: Filtration. Principles and practices. Marcel Dekker, 1977.
- [14] Scheidegger E.: The physics of flow through porous media. Univ. Toronto Press, Toronto 1960.
- [15] Waclawik J.: Mechanika płynów i termodynamika. Wyd. AGH, Kraków 1985.
- [16] Wieczysty A.: Hydrogeologia inżynierska. PWN, Warszawa 1982.
- [17] Wilkinson D.: Modified drag theory of permeability. Phys. Fluids 28, 1985, 1015-1022.
- [18] Vuković M., Soro A.: Određivanje koeficijenta filtracije preko podataka o granulometrijskom sastavu. Belgrad 1991.

PORE STRUCTURE IN FLUID TRANSPORT THROUGH POROUS MEDIA. REVIEW OF PERMEABILITY MODELS

Summary

The impact of internal structure on fluid flow through porous media as defined by Darcy's law is described with the permeability coefficient. Accessible or easy measurements of some geometrical structure parameters of porous materials, including porosity, internal surface, pore or grain sizes, encourage numerous efforts to establish relationships between the parameters and permeability. The relationships, the so called 'permeability models', are formulated considering flow and flow-round in particular geometries or experimental data. The paper presents a review of structural and empirical models of permeability for representative structures and materials.

Key words: structure of porous media, permeability, models of permeability.

ROZWIĄZANIA BELKI TIMOSHENKI WYRAŻONE W TERMINACH ROZWIĄZAŃ EULERA-BERNOULLIEGO DLA ZGINANYCH WŁÓKNOKOMPOZYTOWYCH BELEK PROSTYCH

Jerzy Gołaś

Katedra Mechaniki Budowli
Wydział Budownictwa i Inżynierii Środowiska ATR
ul. Prof. S. Kaliskiego 7, 85-796 Bydgoszcz

W pracy omówiono zginanie poprzeczne kompozytowych belek prostych o warstwowym układzie włókien wzmacniających. Uwzględniono podatność belek na poprzeczne odkształcenia postaciowe (teoria Timoshenki) oraz przyjęto, że macierza (osnowa) włóknokompozytu jest materiałem poprzecznie izotropowym o własnościach liniowo-lepkosprężystych. Uzyskane rozwiązania na siły przekrojowe (M , T) i przemieszczenia (w , ψ) dla kompozytowych belek prostych (tj. swobodnie podpartej, wspornikowej, obustronnie utwierdzonej oraz na jednym końcu utwierdzonej, a na drugim swobodnie podpartej) wyrażono w terminach rozwiązań korespondujących z teorią belek Eulera-Bernoulliego. Podane w pracy rozwiązania i zależności pozwalają na łatwe uzyskiwanie rozwiązań dla belek Timoshenki, korzystając z rozwiązań prostszych Eulera-Bernoulliego, bez potrzeby wykonywania skomplikowanej analizy uwzględniającej giętno-postaciowe deformacje. Dla uzyskanych w pracy rozwiązań istnieją przejścia graniczne do rozwiązań podanych przez Wanga [10], dotyczących sprężystych belek jednorodnych.

Słowa kluczowe: belki włóknokompozytowe, poprzeczne odkształcenia postaciowe, liniowa lepkosprężystość

1. WPROWADZENIE

Konstrukcje z kompozytu warstwowego o zróżnicowanych własnościach mechanicznych składników, poddane zginaniu charakteryzują się dużą odkształcalnością poprzeczną (spaczeniem) przekroju poprzecznego. Właściwość ta, wraz z nieodłącznymi zmianami reologicznymi zachodzącymi przede wszystkim w materiale matrycy (osnowie), należy do podstawowych cech tego kompozytu. Z badań eksperymentalnych i teoretycznych, np. [1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9] wynika, że w analizie wytrzymałościowej dźwigarów powłokowych, płytowych, belkowych z kompozytu warstwowego należy odstąpić od hipotezy nieodeformowalnego elementu normalnego (bądź w przypadku belek od założenia o płaskich przekrojach). W rozważaniach przedstawionych poniżej ograniczymy się do jednej z prostszych teorii belek zginanych, tj. belki Timoshenki. Teoria ta jest pewnym rozszerzeniem modelu Eulera-Bernoulliego o efekt uwzględnie-

nia poprzecznych odkształceń postaciowych. Osłabia ona założenie o niedeformowalnych przekrojach płaskich przez przyjęcie dodatkowego obrotu przekroju ψ , co powoduje wprowadzenie do równań niezerowych odkształceń postaciowych. W odniesieniu do materiału matrycy zakładamy, że jest on materiałem poprzecznie izotropowym i liniowo-lepkosprężystym odpowiadającym reologicznemu modelowi ciała trójparametrowego.

W pracy uzyskano zamknięte rozwiązania analityczne na siły przekrojowe (M, T) i przemieszczenia (w, ψ) dla dowolnie statycznie obciążonych poprzecznie włókno-kompozytowych belek prostych, które wyrażone zostały w terminach rozwiązań odpowiadających teorii belek Eulera–Bernoulliego. Rozwiązania dotyczą belek o przekroju prostokątnym wzmacnianym warstwowo i symetrycznie na wysokości rodzinami ciągłych włókien podłużnych. Podane w pracy rozwiązania pozwalają w praktyce inżynierskiej na łatwe otrzymywanie rozwiązań dla belek Timoshenki z rozwiązań prostszych odpowiadających belce Eulera–Bernoulliego, bez potrzeby wykonywania bardzo złożonej analizy uwzględniającej giętno-postaciowe deformacje.

Dla uzyskanych w pracy rozwiązań istnieją przejścia graniczne do rozwiązań podanych przez WANGA [10], a dotyczących sprężystych belek jednorodnych.

2. RÓWNANIA PODSTAWOWE

Rozważa się zginanie poprzeczne belki Timoshenki o rozpiętości L i przekroju prostokątnym $b \times h = A$ w płaszczyźnie $0xz$. Na belkę działa obciążenie poprzeczne $p_z = q(x)$. Kinematykę belki Timoshenki opisują zależności:

$$\begin{aligned} \bar{u}(x, z) &= u(x) + z\psi(x) & \bar{w}(x, z) &= w(x) \\ e_x(x, z) &= \varepsilon_x(x) + z\kappa(x) & e_{xz} &= \varepsilon_{xz}(x) \end{aligned} \quad (1)$$

gdzie:

u, w – przemieszczenia podłużne i poprzeczne osi belki,
 ψ – kąt obrotu przekroju poprzecznego, natomiast:

$$\varepsilon_x = u_{,x} \quad \varepsilon_{xz} = \psi + w_{,x} \quad \kappa = \psi_{,x} \quad (2)$$

są odpowiednio odkształceniami podłużnymi, postaciowymi i giętnymi belki, zaś $(\)_{,x} = d(\)/dx$. Jak wiadomo w teorii Eulera–Bernoulliego $\varepsilon_{xz} = 0$, czyli $\psi = -w_{,x}$.

Zakłada się, że belka wykonana jest z kompozytu dwuskładnikowego, którego faza I–matryca jest materiałem poprzecznie izotropowym opisanym równaniami [3]:

$$\sigma_x(t) = Ee_x(t) - \int_0^t R_x(t-\tau)e_x(\tau)d\tau \quad \sigma_{xz}(t) = Ge_{xz}(t) - \int_0^t R_{xz}(t-\tau)e_{xz}(\tau)d\tau \quad (3)$$

gdzie:

E, G – natychmiastowe moduły Younga i Kirchhoffa,
 t – czas,
 $R_x(t)$ i $R_{xz}(t)$ – jądrami relaksacji o postaci:

$$R_x = \frac{E - H}{n_x} \exp\left(-\frac{t - \tau}{n_x}\right) \quad R_{xz} = \frac{G - H'}{n_{xz}} \exp\left(-\frac{t - \tau}{n_{xz}}\right) \quad (4)$$

Powyższe równania odpowiadają modelowi ciała trójparametrowego o związku konstytutywnym $\sigma(t) + n \frac{\partial}{\partial t} \sigma(t) = H e(t) + n E \frac{\partial}{\partial t} e(t)$. W wyrażeniach (4) H i H' są długotrwałymi modułami Younga i Kirchhoffa, a n_x i n_{xz} współczynnikami relaksacji. W dalszych rozważaniach przyjęto $n_x = n_{xz} = n$.

Fazę II – wzmocnienie (zbrojenie) stanowią – warstwowo i symetrycznie rozmieszczone na wysokości przekroju belki – rodziny ciągłych włókien prostoliniowych o kierunku osi x leżące w płaszczyznach $z = z_r$ ($r=1,2,3,\dots$), $z_r \in (-h/2, h/2)$. Włókna są cienkie i przenoszą jedynie siły podłużne. Wykonane są z materiału liniowo sprężystego o charakterystykach wytrzymałościowych znacznie przewyższających materiał matrycy. Siła we włóknach r -tej rodziny wynosi

$$S_x^r = j E^r A^r \left(e_x^r - e_x^{or} \right) \quad (5)$$

gdzie:

e_x^r – wydłużenie względne,

e_x^{or} – wstępna dystorsja,

E^r – moduł Younga,

A^r – pole przekroju pojedynczego włókna,

j – liczba włókien w danej rodzinie.

Zakłada się pełną przyczepność między matrycą i zbrojeniem kompozytu, wobec czego przekrojowe siły wewnętrzne są sumą sił poszczególnych jego składników. Zatem moment zginający M^T i siłę poprzeczną T^T w belce Timoshenki określają wzory:

$$M^T = \int_A \sigma_x z dA + \sum_r S_x^r z_r \quad T^T = \int_A \sigma_{xz} dA \quad (6)$$

kóre po wykorzystaniu zależności (1), (2), (3), (4) i (5) dla i par jednakowych rodzin włókien rozmieszczonych w odległościach $z_r = \pm e_1, \pm e_2, \dots, \pm e_i$; $e_i \in (0, h/2)$, przyjmują postać [9]:

$$M^T(x, t) = D \psi_{,x}(x, t) - \frac{1}{n} (E - H) J \psi_{,x}(x, t) * \exp(-t/n) \quad (7)$$

$$T^T(x, t) = G A k \left[\psi(x, t) + w_{,x}^T(x, t) \right] - \frac{1}{n} (G - H') A k \left[\psi(x, t) + w_{,x}^T(x, t) \right] * \exp(-t/n) \quad (8)$$

W powyższych równaniach w^T oznacza ugięcie belki Timoshenki, $D = EJ + 2 \int \int \int E A \sum_i e_i^2$ jest natychmiastową sztywnością giętną belki włóknokompozytowej, J momentem bezwładności przekroju poprzecznego, $k = 5/6$, zaś „*” jest symbolem mnożenia splotowego.

Natomiast odpowiadające związkom (7) i (8) równania dla belki Eulera–Bernoulliego są następujące:

$$M^E(x, t) = -Dw_{,xx}^E(x, t) + \frac{1}{n}(E - H)Jw_{,xx}^E(x, t) * \exp(-t/n) \quad (9)$$

$$T^E(x, t) = M_{,x}^E(x, t) = -Dw_{,xxx}^E(x, t) + \frac{1}{n}(E - H)Jw_{,xxx}^E(x, t) * \exp(-t/n) \quad (10)$$

gdzie:

M^E , T^E i w^E oznaczają odpowiednio siły przekrojowe i ugięcie belki Eulera.

Równania równowagi wewnętrznej dla belek w obu teoriach są identyczne i mają postać:

$$M_{,x}(x, t) = T(x, t) \quad (11)$$

$$T_{,x}(x, t) = -q(x) \quad (12)$$

Podstawiając (10) i (11) do równania (12) otrzymamy równanie przemieszczeniowe belki Eulera–Bernoulliego

$$-Dw_{,xxx}^E(x, t) + \frac{1}{n}(E - H)Jw_{,xxx}^E(x, t) * \exp(-t/n) = M_{,xx}^E(x, t) = -q(x) \quad (13)$$

Wstawiając (7) i (8) do (11) i (12), równania belki Timoshenki przyjmują postać:

$$\begin{aligned} GAk(\psi + w_{,x}^T) - \frac{1}{n}(G - H')Ak(\psi + w_{,x}^T) * \exp(-t/n) = \\ = D\psi_{,xx} - \frac{1}{n}(E - H)J\psi_{,xx} * \exp(-t/n) \end{aligned} \quad (14)$$

$$GAk(\psi_{,x} + w_{,xx}^T) - \frac{1}{n}(G - H')Ak(\psi_{,x} + w_{,xx}^T) * \exp(-t/n) = -q(x) \quad (15)$$

skąd po zróżniczkowaniu (14) względem x oraz uwzględnieniu (15) i (7) otrzymamy:

$$D\psi_{,xxx}(x, t) - \frac{1}{n}(E - H)J\psi_{,xxx}(x, t) * \exp(-t/n) = M_{,xx}^T(x, t) = -q(x) \quad (16)$$

Z porównania (13) i (16), po kolejnym całkowaniu względem zmiennej x otrzymujemy zależności:

$$\frac{T^T(x, t)}{D} = \frac{T^E(x, t)}{D} + C_1(t) \quad (17)$$

$$\frac{M^T(x, t)}{D} = \frac{M^E(x, t)}{D} + xC_1(t) + C_2(t) \quad (18)$$

$$\psi(x,t) - \frac{(E-H)J}{nD} \psi(x,t) * \exp(-t/n) = -w_{,x}^E(x,t) + \frac{(E-H)J}{nD} w_{,x}^E(x,t) * \exp(-t/n) + \frac{x^2}{2} C_1(t) + xC_2(t) + C_3(t) \quad (19)$$

Z wyrażenia (19), po dokonaniu odpowiednich przekształceń Laplace'a [11], otrzymamy:

$$\psi(x,t) = -w_{,x}^E(x,t) + \left[\frac{x^2}{2} C_1(t) + xC_2(t) + C_3(t) \right] * \left[\delta(t) + \frac{1}{n} \left(1 - \frac{\bar{D}}{D} \right) \exp\left(-\frac{\bar{D}}{nD} t \right) \right] \quad (20)$$

gdzie:

$$\bar{D} = D - (E-H)J = HJ + 2 \sum_i^r e_i^2 - \text{długośćowa sztywność giętna belki włóknokompozytowej,}$$

$\delta(t)$ – funkcja Diraca.

Natomiast po wyznaczeniu z (14) wielkości

$$\left(\psi + w_{,x}^r \right) = \frac{D}{GAK} \psi_{,xx} * \left[\delta(t) - \frac{1}{n} \left(\frac{H'}{G} - \frac{\bar{D}}{D} \right) \exp\left(-\frac{H'}{nG} t \right) \right] \quad (21)$$

i podstawieniu do powyższego w miejsce ψ wyrażenia (20), otrzymamy po scałkowaniu względem x i wykorzystaniu równania (9) następującą zależność:

$$w^T(x,t) = w^E(x,t) - \left[\frac{x^3}{6} C_1(t) + \frac{x^2}{2} C_2(t) + xC_3(t) + C_4(t) \right] * \left[\delta(t) + \frac{1}{n} \left(1 - \frac{\bar{D}}{D} \right) \exp\left(-\frac{\bar{D}}{nD} t \right) \right] + \frac{1}{GAK} \left[M^E(x,t) + Dx C_1(t) \right] * \left[\delta(t) + \frac{1}{n} \left(1 - \frac{H'}{G} \right) \exp\left(-\frac{H'}{nG} t \right) \right] \quad (22)$$

Zależności (17), (18), (20) i (22) określają bezpośrednio stan sił przekrojowych M^T i T^T oraz stan przemieszczeń w^T i ψ w belce Timoshenki, przez odpowiednie wielkości M^E , T^E i w^E odpowiadające belce Eulera–Bernoulliego. Występujące w nich stałe C_1 , C_2 , C_3 i C_4 należy wyznaczyć z zadanych warunków podparcia dla rozważanej belki. Jeśli przykładowo koniec belki jest: swobodny, przegubowo podparty lub utwierdzony, to spełnione w nim muszą być odpowiednio warunki:

$$M^E = M^T = T^E = T^T = 0, \quad (23)$$

$$w^E = w^T = M^E = M^T = 0, \quad (24)$$

$$w^E = w^T = dw^E/dx = \psi = 0. \quad (25)$$

Dokonując przejścia do włóknokompozytowej belki sprężystej wystarczy w podanych wyżej zależnościach założyć stałość w czasie modułu Younga $E=H=const$ i modułu Kirchhoffa $G=H'=const$, skąd $D = \bar{D}$ oraz

$$\begin{aligned}\psi(x) &= -w_{,x}^E(x) + C_1 \frac{x^2}{2} + C_2 x + C_3, \\ w^T(x) &= w^E(x) + \frac{M^E(x)}{GAK} - C_1 \left(\frac{x^3}{6} - \frac{D}{GAK} x \right) - C_2 \frac{x^2}{2} - C_3 x - C_4.\end{aligned}\quad (26)$$

Zaś przechodząc dalej do belki jednorodnej należy ponadto wyeliminować z przekroju poprzecznego fazę włóknistą przyjmując $\dot{A} = 0$ co powoduje, że w miejsce sztywności giętej D należy podstawić we wzorach (26) wyrażenie EJ .

Można również dane przejścia graniczne przeprowadzić w odwrotnej kolejności, tzn. w pierw wyeliminować fazę włóknistą z przekroju uzyskując rozwiązania dla lekko sprężystej belki jednorodnej, a następnie przejść do belki jednorodnej. Uzyskane w ten sposób rozwiązania graniczne dotyczące jednorodnej belki sprężystej sprowadzają się do rozwiązań podanych przez WANGA [10], jeśli uwzględni się przyjętą tam nieco inną postać odkształceń postaciowych, a mianowicie $\varepsilon_{xz} = -\psi + w_{,x}$.

3. ROZWIĄZANIA

3.1. Belka swobodnie podparta

W przypadku belki swobodnie podpartej w punktach $x=0$ i $x=L$ spełnione muszą być warunki (24), skąd po podstawieniu (18) i (22) wynika, że

$$C_1(t) = C_2(t) = C_3(t) = C_4(t) = 0 \quad (27)$$

Zatem zależności dla sił przekrojowych i przemieszczeń między belką Timoshenki a belką Eulera-Bernoulliego są tu następujące:

$$\begin{aligned}M^T(x,t) &= M^E(x,t); \quad T^T(x,t) = T^E(x,t); \quad \psi(x,t) = -w_{,x}^E(x,t) \\ w^T(x,t) &= w^E(x,t) + \frac{1}{GAK} M^E(x,t) * \left[\delta(t) + \frac{1}{n} \left(1 - \frac{H'}{G} \right) \exp \left(-\frac{H'}{nG} t \right) \right]\end{aligned}\quad (28)$$

$$\text{W zadaniu sprężystym} \quad w^T(x) = w^E(x) + \frac{I}{GAK} M^E(x).$$

3.2. Belka wspornikowa

Zakładając, np., że lewy koniec belki ($x=0$) jest utwierdzony a prawy ($x=L$) swobodny, z warunków (23) i (25) otrzymamy:

$$C_1(t) = C_2(t) = C_3(t) = 0$$

$$C_4(t) = \frac{1}{GAk} M_0^E(t) * \left[\delta(t) - \frac{1}{n} \left(\frac{H'}{G} - \frac{\bar{D}}{D} \right) \exp\left(-\frac{H'}{nG}t\right) \right] \quad (29)$$

a w konsekwencji:

$$M^T(x, t) = M^E(x, t); \quad T^T(x, t) = T^E(x, t); \quad \psi(x, t) = -w_{,x}^E(x, t)$$

$$w^T(x, t) = w^E(x, t) + \frac{1}{GAk} \left[M^E(x, t) - M_0^E(t) \right] * \left[\delta(t) + \frac{1}{n} \left(1 - \frac{H'}{G} \right) \exp\left(-\frac{H'}{nG}t\right) \right] \quad (30)$$

$$\text{W zadaniu sprężystym} \quad w^T(x) = w^E(x) + \frac{1}{GAk} \left[M^E(x) - M_0^E \right]$$

3.3. Belka obustronnie utwierdzona

W danym przypadku na obu końcach $x = 0$ i $x = L$ belki spełnione muszą być warunki (25), skąd:

$$C_1(t) = -\frac{2}{L} C_2(t) \quad C_3(t) = 0$$

$$C_4(t) = \frac{1}{GAk} M_0^E(t) * \left[\delta(t) - \frac{1}{n} \left(\frac{H'}{G} - \frac{\bar{D}}{D} \right) \exp\left(-\frac{H'}{nG}t\right) \right] \quad (31)$$

oraz

$$\bar{C}_1(p) = -\frac{12 \left[\bar{M}_L^E(p) - \bar{M}_0^E(p) \right] \Omega}{DL(1+12\Omega)} \cdot \frac{p + \frac{\bar{D}}{nD}}{p + \frac{1}{n(1+12\Omega)} \frac{\bar{D}}{D} \left(\frac{H'}{G} \frac{D}{\bar{D}} + 12\Omega \right)} \quad (32)$$

gdzie:

$$\Omega = \frac{D}{GAkL^2} \text{ – bezwymiarowy parametr ścinania.}$$

Wzór (32) wyrażono tu w postaci transformaty, dla której z łatwością można podać odwrotne przekształcenie Laplace'a. Jednak z uwagi na złożoność zapisu analitycznego dokonajmy dalej pewnego uproszczenia zakładając, że $\frac{H'}{G} \frac{D}{\bar{D}} = 1$.

Wówczas:

$$C_1(t) = -\frac{12 \left[M_L^E(t) - M_0^E(t) \right] \Omega}{DL(1+12\Omega)} \quad C_2(t) = \frac{6 \left[M_L^E(t) - M_0^E(t) \right]}{D(1+12\Omega)}$$

$$C_3(t) = 0 \quad C_4(t) = \frac{L^2 \Omega}{D} M_0^E(t) \quad (33)$$

Natomiast:

$$M^T(x,t) = M^E(x,t) + \frac{1}{2}DL \left(\frac{2x}{L} - 1 \right) C_1(t); \quad T^T(x,t) = T^E(x,t) + DC_1(t);$$

$$\psi(x,t) = -w_{,x}^E(x,t) + \frac{1}{2}Lx \left(\frac{x}{L} - 1 \right) C_1(t) * \left[\delta(t) + \frac{1}{n} \left(1 - \frac{\bar{D}}{D} \right) \exp \left(-\frac{\bar{D}}{nD} t \right) \right]$$

$$w^T(x,t) = w^E(x,t) - \left[\frac{x^2 L}{4} \left(\frac{2x}{3L} - 1 \right) C_1(t) + \frac{M_0^E(t)}{GAk} \right] * \left[\delta(t) + \frac{1}{n} \left(1 - \frac{\bar{D}}{D} \right) \exp \left(-\frac{\bar{D}}{nD} t \right) \right] + \quad (34)$$

$$+ \frac{1}{GAk} \left[M^E(x,t) + Dx C_1(t) \right] * \left[\delta(t) + \frac{1}{n} \left(1 - \frac{H'}{G} \right) \exp \left(-\frac{H'}{nG} t \right) \right]$$

W zadaniu sprężystym ugięcie belki wyraża się wzorem

$$w^T(x) = w^E(x) + \frac{1}{GAk} \left[M^E(x) - M_0^E \right] + \frac{3(M_L^E - M_0^E)x}{GAk(1+12\Omega)L} \left(\frac{2x^2}{3L^2} - 4\Omega - \frac{x}{L} \right)$$

W stosunku do dwu wcześniej rozważanych zewnętrznie statycznie wyznaczalnych belek, powstało dodatkowe powikłanie spowodowane faktem jednoczesnego nałożenia się na siebie zarówno wewnętrznej, jak i zewnętrznej statycznej niewyznaczalności układu. Bowiem już sama belka włóknokompozytowa jako układ dwufazowy jest układem wewnętrznie statycznie niewyznaczalnym.

3.4. Belka na lewym końcu podparta swobodnie, a na drugim utwierdzona

Przyjmując identyczne założenie upraszczające, jak w przypadku belki obustronnie utwierdzonej otrzymamy w danym przypadku z warunków podparcia (24) dla $x = 0$ i (25) dla $x = L$ następujące wyrażenia na stałe całkowania:

$$C_1(t) = -\frac{3M_L^E(t)\Omega}{DL(1+3\Omega)} \quad C_2(t) = 0$$

$$C_3(t) = \frac{3M_L^E(t)L\Omega}{2D(1+3\Omega)} \quad C_4(t) = 0 \quad (35)$$

W rezultacie mamy tu zależności:

$$M^T(x,t) = M^E(x,t) - \frac{3M_L^E(t)\Omega}{(1+3\Omega)} \left(\frac{x}{L} \right); \quad T^T(x,t) = T^E(x,t) - \frac{3M_L^E(t)\Omega}{(1+3\Omega)L}$$

$$\psi(x,t) = -w_{,x}^E(x,t) - \frac{3L\Omega}{2D(1+3\Omega)} \left[\left(\frac{x}{L} \right)^2 - 1 \right] M_L^E(t) * \left[\delta(t) + \frac{1}{n} \left(1 - \frac{\bar{D}}{D} \right) \exp \left(-\frac{\bar{D}}{nD} t \right) \right]$$

$$w^T(x,t) = w^E(x,t) + \frac{3M_L^E(t)}{2Gak(1+3\Omega)} L \left(\frac{x^2}{3L^2} - 1 \right) * \left[\delta(t) + \frac{1}{n} \left(1 - \frac{\bar{D}}{D} \right) \exp\left(-\frac{\bar{D}}{nD} t \right) \right] + \\ + \frac{1}{Gak} \left[M^E(x,t) - \frac{3\Omega}{(1+3\Omega)} M_L^E(t) \frac{x}{L} \right] * \left[\delta(t) + \frac{1}{n} \left(1 - \frac{H'}{G} \right) \exp\left(-\frac{H'}{nG} t \right) \right] \quad (36)$$

W zadaniu sprężystym ugięcie belki wynosi

$$w^T(x) = w^E(x) + \frac{M^E(x)}{Gak} - \frac{3M_L^E}{Gak(1+3\Omega)} \frac{x}{L} \left(\Omega + \frac{1}{2} - \frac{x^2}{6L^2} \right)$$

4. PODSUMOWANIE

W pracy przedstawiono wzajemne zależności między przemieszczeniami a siłami przekrojowymi dla poprzecznie obciążonych, jednoprzęsłowych, włóknokompozytowych belek Timoshenki i Eulera-Bernoulliego. Uwzględniono w nich lepkość sprężystości właściwości materiału matrycy. Uzyskane z nich, po dokonaniu odpowiednich przejść granicznych, rozwiązania dla jednorodnych belek sprężystych są identyczne z rozwiązaniami w pracy [10].

Podane w pracy niniejszej rozwiązania są uogólnieniem rozwiązań Wanga na lepkość sprężystości belek włóknokompozytowe.

LITERATURA

- [1] Tarnopolski J.M., Roze A.V.: Special solution of details of reinforced plastic [in Russian]. Zinatne, Riga 1969.
- [2] Skudra A.M, Bulavs F.J., Rocens K.A.: Creeping and statical fatigue of reinforced plastics [in Russian]. Zinatne, Riga 1971.
- [3] Malmeister A.K., Tamuž V.P., Teters V.P.: Strength of polymeric and composite materials [in Russian]. Zinatne, Riga 1980.
- [4] Kapania R.K., Raciti S.: Recent advances in analysis of laminated beams and plates, Part I. Shear effects and buckling. AIAA J. 27, 7, 1989, 923-934.
- [5] Ochoa O.O., Reddy J.N.: Finite element analysis of composite laminates. Kluwer Academic Publisher, Dordrecht 1992.
- [6] Kubik J.: Mechanika konstrukcji warstwowych. TiT, Opole 1993.
- [7] Gołaś J.: Buckling of composite cylindrical shells under axial compression taking into account creep and shear deformation. Archives of Civil Engineering 41, 2, 1995, 177-194.
- [8] Gołaś J.: On limits of application of Kirchhoff's hypothesis in the theory of viscoelastic fibrous composite plates. Engineering Transactions 43, 3, 1995, 603-626.
- [9] Gołaś J.: On necessity of making allowance for shear strain in cylindrical bending of fibre composite viscoelastic plates. Archives of Civil Engineering 43, 2, 1997, 121-147.

- [10] Wang C.M.: Timoshenko beam-bending solutions in terms of Euler-Bernoulli solutions. *J. of Engineering Mechanics*, June 1995, 763-765.
- [11] Osiowski J.: *Zarys rachunku operatorowego*. WNT, Warszawa 1981.

SOLUTION FOR TIMOSHENKO BEAMS EXPRESSED IN TERMS OF EULER – BERNOULLI SOLUTIONS FOR FIBRE-REINFORCED STRAIGHT COMPOSITE BEAMS

Summary

The present paper discusses transverse bending of straight composite beams of reinforcing fibre layer structure and considers beam flexibility under transverse shear strains (Timoshenko's theory). It is assumed that the matrix of fibre-reinforced composite is a transversally isotropic material with linear viscoelastic properties. Solutions obtained for cross-sectional forces (M , T) and displacements (w , ψ) of straight beams (simply supported, cantilevered, fixed at both ends and fixed at one end with other end simply supported) are expressed in terms corresponding to the solutions of Euler-Bernoulli theory for beams. Solutions and relationships presented in the paper allow for obtaining solutions for Timoshenko beams via simpler solutions of Euler-Bernoulli easily, without performing a very complicated analysis of flexural shear deformations. For the solutions developed in the paper a suitable limit transition exists to the solutions given by WANG [10] for homogeneous elastic beams.

Key words: fibre reinforced composite beams, shear deformation, linear visco-elasticity

ZAGADNIENIE LAMBA DLA PÓŁPRZESTRZENI Z WARSTWĄ TŁUMIĄCĄ

Irena Gołębiowska, Maciej Dutkiewicz

Katedra Konstrukcji Budowlanych
Wydział Budownictwa i Inżynierii Środowiska ATR
ul. Prof. S. Kaliskiego 7, 85-791 Bydgoszcz

Rozpatrzono płaski, harmoniczny problem Lamba dla półprzestrzeni z warstwą tłumiącą. Zagadnienie rozwiązano przy użyciu transformacji Fouriera. Znaleziono wyrażenia dla przemieszczeń pionowych i poziomych półprzestrzeni sprężystej. Przeprowadzone obliczenia wskazują na możliwość redukcji drgań półprzestrzeni za pomocą układu mas, sprężyn i tłumików rozłożonych równomiernie na powierzchni półprzestrzeni.

Słowa kluczowe: redukcja drgań, problem Lamba

1. WPROWADZENIE

Pierwsze prace dotyczące zachowania się ośrodków sprężystych pod wpływem obciążeń dynamicznych powstały już przeszło 100 lat temu. W 1904 roku H. Lamb rozwiązał problem odpowiedzi dynamicznej półprzestrzeni na obciążenie harmoniczne i impulsowe [1].

Problemy redukcji drgań półprzestrzeni sprężystej pokrytej układem tłumiącym pod wpływem obciążeń dynamicznych, były analizowane przez autorów i przedstawione na przykład w pracach [2] i [3].

W niniejszej pracy badano drgania sprężystej półprzestrzeni spowodowane obciążeniem harmonicznym. Półprzestrzeń sprężysta pokryta jest warstwą złożoną z mas, sprężyn i tłumików. Sformułowano warunki brzegowe i rozwiązano zagadnienie, ograniczając się do określenia przemieszczeń pionowych i poziomych powierzchni półprzestrzeni. Następnie analizowano szczególnie przypadek obciążenia, dla którego obliczono numerycznie część rzeczywistą i urojoną przemieszczenia pionowego powierzchni półprzestrzeni w zależności od wielkości współczynnika tłumienia. Analizowano problem redukcji drgań półprzestrzeni sprężystej za pomocą tej warstwy.

2. SFORMUŁOWANIE I ROZWIĄZANIE PROBLEMU

Rozważmy płaski problem drgań sprężystej, jednorodnej, półprzestrzeni $z \geq 0$ obciążonej na pewnym ograniczonym obszarze obciążeniem harmonicznym (rys.1). Pół-

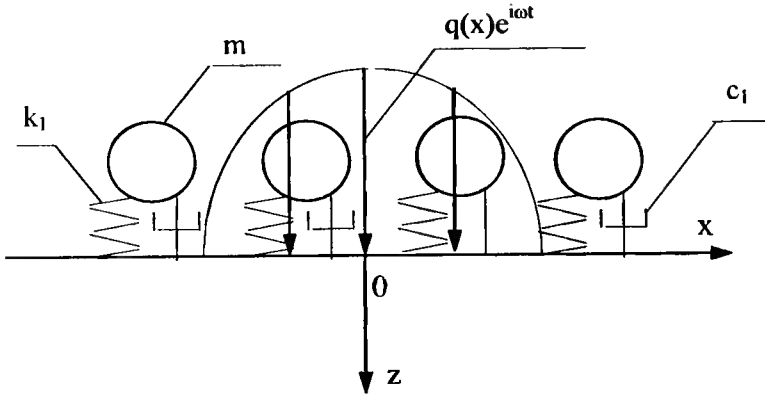
przestrzeń jest równomiernie pokryta dużą liczbą małych amortyzowanych mas w taki sposób, że ich reakcja na półprzestrzeni może być traktowana jako równomiernie rozłożona. Załóżmy również, że elementy sprężyste i tłumiące tych mas reagują tylko na przemieszczenia pionowe półprzestrzeni.

Celem naszym jest określenie przemieszczeń dynamicznych półprzestrzeni spowodowanych przez obciążenie $q(x)\exp(i\omega t)$. W układzie x, y, z równania ruchu sprężystego ośrodka mogą być zapisane, zgodnie z [4], w następującej postaci:

$$\mu \nabla^2 \mathbf{u} + (\lambda + \mu) \text{grad} \text{div} \mathbf{u} - \rho \ddot{\mathbf{u}} = 0 \quad (1)$$

gdzie:

∇^2 – operator Laplace'a,
 ρ – gęstością ośrodka.



Rys. 1. Przyjęty układ współrzędnych i obciążenie powierzchni półprzestrzeni

W powyższych równaniach $u = [u, 0, w]^T$ oznacza wektor przemieszczenia ośrodka, a λ, μ są stałymi Lamego.

Związki naprężeniowo-odkształceniowe wyrażają się następująco:

$$\sigma_{ij} = \lambda \delta_{ij} \varepsilon_{kk} + 2\mu \varepsilon_{ij} \quad (i, j, k = 1, 2, 3) \quad (2)$$

gdzie:

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} (u_{i,j} + u_{j,i}) \quad (i, j = 1, 2, 3) \quad (3)$$

δ_{ij} – symbol Kroneckera.

Równania (1) muszą być uzupełnione przez warunki brzegowe na powierzchni $z = 0$. Dla naszego rozważanego problemu warunki brzegowe mogą być zapisane następująco:

$$\begin{aligned}
 \sigma_z(x,0) &= -q(x) - (a+ib)w(x) & |x| \leq a_1, \\
 \sigma_z(x,0) &= -(a+ib)w(x) & |x| > a_1, \\
 \sigma_{xz}(x,0) &= 0 & |x| < \infty
 \end{aligned} \tag{4}$$

gdzie:

a, b – parametry warstwy tłumiącej pokrywającej półprzestrzeń.

Aby rozwiązać problem, dokonano rozkładu wektora przemieszczenia \mathbf{u} wykorzystując znane rozłożenie Greena-Lame'go:

$$\mathbf{u} = \text{grad}\phi + \text{rot } \psi, \quad \psi = [0, \psi, 0]^T, \tag{5}$$

Wiadomo, że układ równań (1) daje się sprowadzić do układu równań falowych:

$$\nabla^2 \phi + h^2 \phi = 0 \tag{6}$$

$$\nabla^2 \psi + k^2 \psi = 0 \tag{7}$$

gdzie:

$$h = \omega/c_1, k = \omega/c_2.$$

Prędkości fal podłużnych i poprzecznych wyrażają się w następujący sposób:

$$c_1 = \sqrt{\frac{\lambda + 2\mu}{\rho}}, \quad c_2 = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}} \tag{8}$$

Składowe wektora przemieszczenia i tensora naprężenia są wyrażone przez potencjały następująco:

$$\begin{aligned}
 u &= \frac{\partial \phi}{\partial x} - \frac{\partial \psi}{\partial z} & w &= \frac{\partial \phi}{\partial z} - \frac{\partial \psi}{\partial x} \\
 \sigma_z &= 2\mu \left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial x \partial z} \right) + \lambda \nabla^2 \phi \\
 \sigma_{zx} &= \mu \left(2 \frac{\partial^2 \phi}{\partial x \partial z} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} \right) + \lambda \nabla^2 \phi
 \end{aligned} \tag{9}$$

Rozważane równania falowe rozwiązano przy użyciu wykładniczej transformacji całkowej Fouriera. Rozwiązania równań (6) i (7) będą spełniać następujące wyrażenia całkowe:

$$\phi = \frac{e^{i\omega t}}{\sqrt{2\Pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} kA(s) e^{-k\alpha_1 z} e^{-iksx} ds \tag{10}$$

$$\psi = \frac{e^{i\omega t}}{\sqrt{2\Pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} kB(s) e^{-k\alpha_2 z} e^{-iksx} ds \tag{11}$$

gdzie:

$$\alpha_1 = \sqrt{s^2 - n^2}, \alpha_2 = \sqrt{s^2 - 1}.$$

Warunki wypromieniowania Sommerfelda wymagają, żeby ϕ, ψ i ich pierwsze pochodne względem x i z powinny dążyć do zero jak $|x|$ i $|z|$ zmierza do nieskończoności. Zatem następująca nierówność musi być spełniona:

$$\operatorname{Re}(\alpha_n) > 0 \quad n=1,2 \quad (12)$$

Po uwzględnieniu warunków brzegowych stałe $A(s)$ i $B(s)$ otrzymują postać:

$$A(s) = -\frac{(2s^2 - 1)}{\mu F(s)k^2} \tilde{p}(s) \quad B(s) = -\frac{2i\alpha_1}{\mu F(s)k^2} \tilde{p}(s) \quad (13)$$

gdzie:

$$F(s) = (s^2 - 1)^2 - 4s^2\alpha_1\alpha_2 + (a + ib)\frac{\alpha_1}{\mu k} \quad \tilde{p}(s) = \frac{1}{\sqrt{2\Pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} p(x)e^{iksx} dx$$

$$a = \frac{m^* a_0}{l^2} (d \cos \alpha - \gamma l^2 d \sin \alpha - 1)$$

$$b = \frac{m^* a_0}{l^2} [d \sin \alpha + \gamma l^2 (d \cos \alpha - 1)]$$

$$d = \sqrt{\frac{1 + \gamma^2 l^4}{(1 - l^2)^2 + \gamma^2 l^4}} \quad \operatorname{tg} \alpha = \frac{-\gamma l^4}{(1 - l^2) + \gamma^2 l^4}$$

$$\gamma = \frac{2c_1}{\omega m} \quad m^* = \frac{m}{\rho \alpha_1} \quad a_0 = k \alpha_1 \quad l = \frac{\omega}{\omega_e} \quad \omega_e = \sqrt{\frac{k_1}{m}}$$

Po odpowiednich przekształceniach otrzymano przemieszczenia poziome i pionowe sprężystej półprzestrzeni dla $z = 0$:

$$u(x, 0, t) = \frac{-e^{i\omega t}}{\mu \sqrt{2\Pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\tilde{p}(s)(2s^2 - 2\alpha_1\alpha_2 - 1)e^{-iksx}}{F(s)} ds \quad (14)$$

$$w(x, 0, t) = \frac{-e^{i\omega t}}{\mu \sqrt{2\Pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\alpha_1 \tilde{p}(s)e^{-iksx}}{F(s)} ds \quad (15)$$

Funkcję $F(s)$ nazwano funkcją Rayleigha dla półprzestrzeni z warstwą tłumiącą.

Dalej rozważano szczególny przypadek obciążenia $p(x, t) = q_0 e^{i\omega t}$ dla $(-a \leq x \leq a)$ na półprzestrzeni sprężystej.

Przemieszczenie pionowe granicy półprzestrzeni będzie miało wówczas następującą postać:

$$w(x,0,t) = \frac{-2e^{i\omega t} q_0 a_1}{\Pi \mu} \int_0^{\infty} \frac{\sin a_0 s}{a_0 s} \frac{\sqrt{s^2 - n^2}}{F(s)} \cos(kxs) ds \quad (16)$$

Powyższe przemieszczenie może być wyrażone następująco:

$$w(x,0,t) = \frac{-q_0 a_1 e^{i\omega t}}{\mu} C(x) \quad (17)$$

gdzie:

$$\begin{aligned} \operatorname{Re} C(x) &= \frac{2}{\Pi} a \int_0^n \frac{(n^2 - s^2) \sin(a_0 s)}{a_0 s F_3(s)} \cos(kxs) ds + \\ &+ \frac{2}{\Pi} \int_n^1 \frac{\left[(2s^2 - 1) + a\sqrt{s^2 - n^2} \right]}{a_0 s F_4(s)} \sqrt{s^2 - n^2} \sin(a_0 s) \cos(kxs) ds + \\ &+ \frac{2}{\Pi} \int_1^{\infty} \frac{\sqrt{s^2 - n^2} \sin(a_0 s) \cos(kxs)}{a_0 s F_6(s)} \left[(2s^2 - 1)^2 + \right. \\ &\left. - 4s^2 \sqrt{s^2 - n^2} \sqrt{s^2 - 1} + a\sqrt{s^2 - n^2} \right] ds + \\ &+ 2 \frac{\sqrt{s_R^2 - n^2} \operatorname{Im}[\tilde{F}'(s_R)]}{a_0 s_R F'(s_R) \tilde{F}'(s_R)} \sin(a_0 s_R) \cos(kx s_R), \\ \operatorname{Im} C(x) &= \frac{2}{\Pi} \int_0^n \frac{\sqrt{(n^2 - s^2)} \left[(2s^2 - 1)^2 + 4s^2 \sqrt{n^2 - s^2} \sqrt{1 - s^2} - b\sqrt{n^2 - s^2} \right]}{a_0 s F_3(s)} \\ &\cdot \sin(a_0 s) \cos(kxs) ds + \frac{2}{\Pi} \int_n^1 \frac{\sqrt{s^2 - n^2} \left[4s^2 \sqrt{s^2 - n^2} \sqrt{1 - s^2} - b\sqrt{s^2 - n^2} \right]}{a_0 s F_4(s)} \\ &\cdot \sin(a_0 s) \cos(kxs) ds - \frac{2}{\Pi} \int_1^{\infty} \frac{b(s^2 - n^2) \sin(a_0 s) \cos(kxs)}{a_0 s F_6(s)} ds + \\ &- 2 \frac{\sqrt{s_R^2 - n^2} \operatorname{Re}[\tilde{F}'(s_R)]}{a_0 s_R F'(s_R) \tilde{F}'(s_R)} \sin(a_0 s_R) \cos(kx s_R), \end{aligned}$$

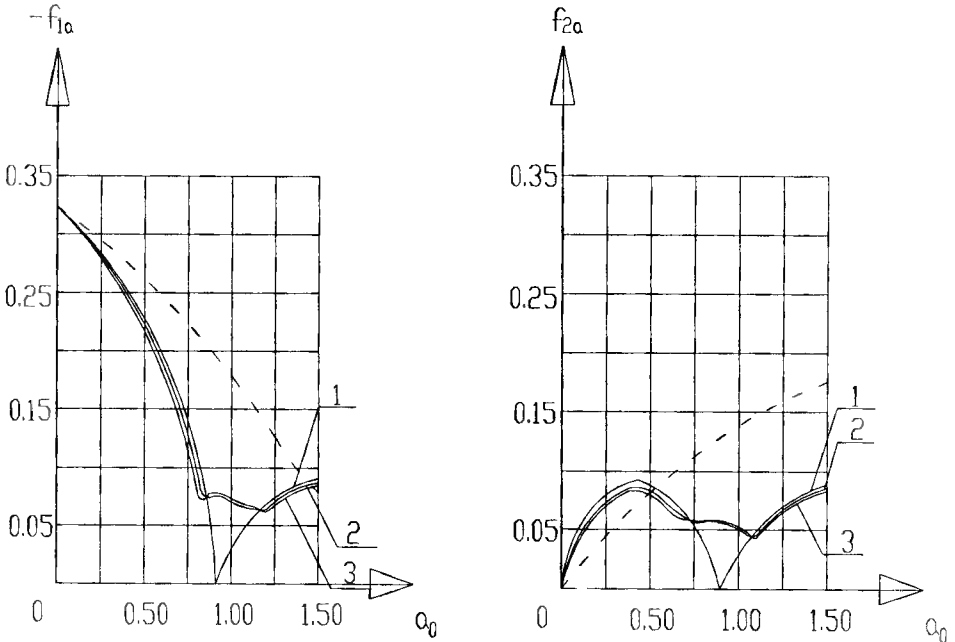
gdzie:

$\tilde{F}'(s)$ = funkcja sprzężona do $F'(s)$

$$F_3(s) = \left[(2s^2 - 1)^2 + 4s^2 \sqrt{n^2 - s^2} \sqrt{1 - s^2} - b\sqrt{n^2 - s^2} \right]^2 + a(n^2 - s^2)$$

$$F_4(s) = \left[(2s^2 - 1)^2 + a\sqrt{n^2 - s^2} \right]^2 + \left[-4s^2\sqrt{s^2 - n^2}\sqrt{1 - s^2} + b\sqrt{s^2 - n^2} \right]^2$$

$$F_6(s) = \left[(2s^2 - 1)^2 - 4s^2\sqrt{s^2 - n^2}\sqrt{s^2 - 1} + a\sqrt{s^2 - n^2} \right]^2 + b(s^2 - n^2)$$



Rys. 2. Funkcja $f_{1a} = \text{Re } C(0)$ i $f_{2a} = \text{Im } C(0)$ dla różnych wartości tłumienia:

1 - $\gamma = 0.0$; 2 - $\gamma = 0.1$; 3 - $\gamma = 0.2$; i dla stałych wartości $m^* = 0.1$, $l = 1.0$

Wyniki przeprowadzonych obliczeń numerycznych części rzeczywistej i urojonej przedstawiono na rysunku 2. Linie przerywane pokazują wartości f_{1a} i f_{2a} otrzymane dla swobodnego brzegu półprzestrzeni.

3. WNIOSKI

Pokazano, że przemieszczenie granicy półprzestrzeni zależy zdecydowanie od wyboru parametrów warstwy tłumiącej. Wymagane przemieszczenia powierzchni ośrodka mogą być otrzymane przez odpowiedni dobór tych parametrów.

Numeryczne przykłady pokazują wpływ warstwy złożonej z masy, z elementów tłumiących i sprężyn przy założonej wielkości parametrów l, m^* i ν na wielkości przemieszczeń dynamicznych.

LITERATURA

- [1] Lamb H.: On the propagation of tremors over the surface of an elastic solid. Phil. Trans. Roy. Soc. A., 1904, 203, 1-42.
- [2] Gołębiowska I.: Stacjonarny problem Lamba dla półprzestrzeni z warstwą elementów rezonansowych. Zeszyty Naukowe nr 192, Mechanika 37, ATR Bydgoszcz 1995, 33-41.
- [3] Gołębiowska I., Dutkiewicz M.: Vibration of a footing on the elastic half-space with damping system. Local Seminar of IASS Polish Chapter, Warsaw 1999, 30-33.
- [4] Nowacki W.: Structural dynamic. Arkady, Warsaw 1972.

LAMB'S PROBLEM FOR HALF-SPACE WITH DAMPING LAYER

Summary

The present paper investigates the time harmonic plane Lamb's problem for half-space with damping layer to be solved with the Fourier transformation technique. The solutions for vertical and horizontal displacements of the boundary of the half-space are found. Numerical calculations are offered for the vertical load in a form of strip function, acting on the surface of the half-space. The calculations indicate that the surface layer of the mass-spring-damper system can reduce vibrations of the boundary of half-space.

Key words: vibration reduction, Lamb's problem

PASYWNE STEROWANIE DRGAŃ UKŁADU DYSKRETNO-CIĄGŁEGO

Henryk Holka¹, Krzysztof Nowicki²

¹Katedra Mechaniki Stosowanej, Wydział Mechaniczny ATR
ul. Prof. S. Kaliskiego 7, 85-796 Bydgoszcz

²Katedra Sterowania i Konstrukcji, Wydział Mechaniczny ATR
ul. Prof. S. Kaliskiego 7, 85-796 Bydgoszcz

W pracy przedstawiono metodę sterowania poziomem drgań układu dyskretno-ciągłego przy zastosowaniu strukturalnej syntezy podatności. Metoda może być również stosowana do aktywnego sterowania drgań za pomocą równań stanu, które wyznaczono na podstawie otrzymanej macierzy podatności. Pracę zakończono przykładem.

Słowa kluczowe: synteza podatności, sterowanie drgań, równania stanu, macierz podatności

1. WSTĘP

Jedną z metod sterowania poziomem drgań w wybranych punktach konstrukcji jest modyfikacja strukturalna. Polega ona w ogólności na zmianie struktury układu poprzez dołączenie układu dodatkowego. Jednak jak wykażemy w niniejszej pracy, zmianę poziomu drgań można uzyskać również bez zmiany struktury a tylko poprzez odpowiednią konfigurację elementów rozważanego układu. Przykładem takich rozwiązań może być strop hali fabrycznej w której poziom drgań zależy między innymi od umiejscowienia poszczególnych maszyn.

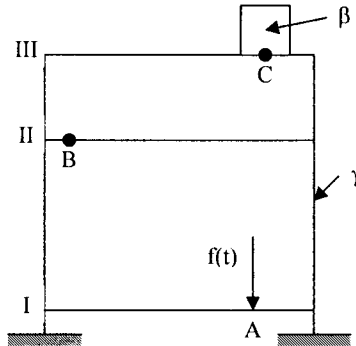
Dogodną metodą analizy takich układów jest metoda oparta na strukturalnej syntezy podatności [1]. Wybrany obiekt dzieli się na poszczególne podukłady opisane ich podatnościami a następnie zachowując warunki ciągłości przemieszczeń i zgodności sił łączy się je budując schemat blokowy rozważanego układu. Metoda jest szczególnie przydatna dla układów dyskretno-ciągłych w których układy ciągłe są trudne do opisu analitycznego. W takim przypadku podatności układu ciągłego wyznaczamy doświadczalnie i to tylko w punktach połączeń z układami dyskretnymi.

Tak zbudowany schemat połączenia jest w pełni przystosowany do analizy jaką stosuje się w automatyce za pomocą macierzy strukturalnej. Ponadto w tak otrzymany schemat strukturalny łatwo wpisać człon aktywny realizujący zadania aktywnej kontroli drgań.

Jeżeli jednak zamierzamy projektować układ za pomocą zmiennych stanu najczęściej w zamiarze aktywnego sterowania drgań, wówczas zmienne stanu otrzymać można również za pomocą proponowanej metody.

2. SYNTEZA PODATNOŚCI

Będziemy analizować układ liniowy o podatności „ γ ”, do którego w punkcie C, zamocowano podukład dyskretny o podatności β , rys. 1.

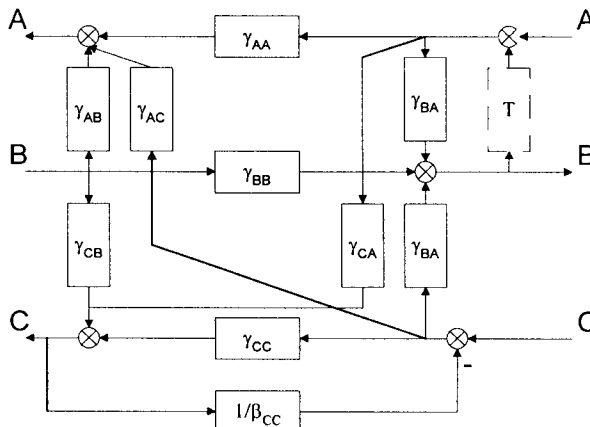


Rys. 1. Model układu

Zakładamy dalej, że układ ciągły jest tak złożony, że analityczny opis z punktu widzenia dokładności obliczeń jest nie przyjęcia. Pozostaje doświadczalne wyznaczenie podatności, a następnie jej synteza z podukładem B. Należy zapewnić wymagany poziom drgań w punkcie B, przez dobór lub odpowiednie umiejscowienie istniejącej na poziomie III konstrukcji o podatności „ β ”. Układ ciągły „ γ ” opisany jest macierzą podatności w której elementami są podatności pomierzone w interesujących nas punktach konstrukcji.

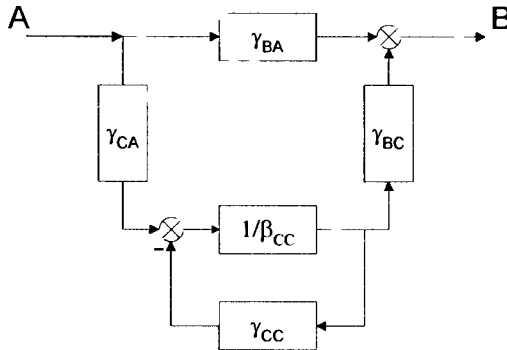
$$\gamma(i\omega) = \begin{bmatrix} \gamma_{AA} & \gamma_{AB} & \gamma_{AC} \\ \gamma_{BA} & \gamma_{BB} & \gamma_{BC} \\ \gamma_{CA} & \gamma_{CB} & \gamma_{CC} \end{bmatrix} \quad (1)$$

Zachodzi oczywiście odpowiedniość $\gamma_{ij} = \gamma_{ji}$. Ogólny schemat połączenia przedstawiono na rysunku 2.



Rys. 2. Schemat strukturalny połączenia

Interesująca nas podatność G_{AB} po syntezy wyznaczamy ze schematu przedstawionego na rysunku 3.



Rys. 3. Schemat blokowy podatności GBA

Po zwinięciu obwodu otrzymujemy poszukiwaną podatność $G_{BA}(i\omega)$

$$G_{B^Y_{BA}} = \frac{\gamma_{BA}(\gamma_{CC} + \beta_{CC}) - \gamma_{BC}\gamma_{CA}}{\gamma_{CC} + \beta_{CC}} = \frac{L_{BA}(i\omega)}{M(i\omega)} \quad (2)$$

Z wzoru wynika, że dobierając podatność G_{BA} , możemy sterować poziomem drgań w punkcie B. Jest bowiem:

$$X_B(i\omega) = G_{BA}(i\omega) \cdot P_A t e^{i\omega t} \quad (3)$$

Jeżeli $L_{BA}(i\omega) \approx 0$ wówczas $x_B \approx 0$. Podstawiając $L_{BA}(i\omega) = 0$, z wzoru (2) otrzymujemy

$$\beta_{CC}(i\omega) = \frac{\gamma_{BC} \cdot \gamma_{CA} - \gamma_{BA} \cdot \gamma_{CC}}{\gamma_{BA}} \quad (4)$$

Przyjmując masę przytwierdzoną sztywno do podłoża otrzymujemy

$$\beta_{CC} = -\frac{1}{m\omega^2} \quad (5)$$

i stąd podstawiając (5) do (4) otrzymamy masę $m(\omega)$ gwarantującą teoretycznie zerowy poziom drgań w punkcie B:

$$m(\omega) = \frac{\gamma_{BA}(\omega)}{\omega^2 [\gamma_{BA}(\omega) \cdot \gamma_{CC}(\omega) - \gamma_{BC}(\omega) \cdot \gamma_{CA}(\omega)]} \quad (6)$$

Oddziałując z punktu B poprzez człon aktywny na siłę działającą w punkcie A możemy zrealizować tzw. sterowanie aktywne przez ruch. Podatność takiej realizacji ma postać:

$$G_{BA}^T(i\omega) = \frac{L_{BA}}{M} \left(1 + \frac{L_{BA}}{M} \cdot T \right)^{-1} \quad (7)$$

Wzór ten otrzymano rozwiązując schemat strukturalny z rysunku 2, w którym linią kreskowaną oznaczono działanie członu aktywnego.

3. OPIS UKŁADU ZA POMOCĄ ZMIENNYCH STANU

Przedstawione zadanie można również opisać za pomocą równań stanu. Taka forma opisu jest szczególnie dogodna w projektowaniu układów aktywnych. Równania stanu mają formę:

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad (8)$$

$$y = Cx + Du \quad (9)$$

gdzie:

- x – n wymiarowy wektor stanu,
- A – macierz obiektu o wymiarach $n \times n$,
- B – macierz wejścia o wymiarach $n \times p$,
- u – p wymiarowy wektor wymuszenia,
- y – q wymiarowy wektor odpowiedzi,
- C – macierz wyjścia o wymiarach $q \times n$,
- D – macierz transmisyjna o wym. $q \times p$.

Jeżeli dla rozważanego obiektu możemy wyznaczyć równania ruchu wówczas transformacja tych równań do równań stanu jest zadaniem trywialnym. Dla podanego na rysunku 1 modelu takich równań nie możemy wyznaczyć gdyż jest to skomplikowany układ ciągły. W celu rozwiązania problemu wykorzystamy w tej pracy inne podejście opisane między innymi w pracy [2].

Równanie wiążące dowolny sygnał wejścia z wyjściem w dziedzinie zmiennej zespolonej s przy zerowych warunkach początkowych ma postać:

$$y(s) = G(s) \cdot U(s) \quad (10)$$

gdzie:

- $y(s)$ – odpowiedź układu,
- $G(s)$ – macierz podatności dynamicznej,
- $U(s)$ – wymuszenie.

Przekształcając odpowiednio (8) i (9) i porównując z (10) otrzymujemy:

$$G(s) = C[sI - A]^{-1} \cdot B = \frac{C[sI - A]_{adj} B}{\det[sI - A]} \quad (11)$$

Przedstawiony wzór pozwala wyznaczyć czwórkę poszukiwanych macierzy A , B , C , D na podstawie znajomości $G(s)$, którą przypominamy można znaleźć na podstawie strukturalnej syntezy podatności. Zachodzi bowiem równość:

$$G(i\omega) = G(s)|_{s=i\omega} \quad (12)$$

Zależność (11) nie jest jednoznaczna, tzn. znaleźć można wiele macierzy spełniających ten warunek. Dlatego wprowadza się pojęcie tzw. realizacji minimalnej dla których liczba współrzędnych „ n ” jest minimalna. Macierz $G(i\omega)$ ma postać:

$$G(i\omega) = \frac{1}{M(i\omega)} \begin{bmatrix} L_{AA} & L_{AB} & L_{AC} \\ L_{BA} & L_{BB} & L_{BC} \\ L_{CA} & L_{CB} & L_{CC} \end{bmatrix} \quad (13)$$

Należy zauważyć, że mianownik jest równy dla wszystkich elementów macierzy podatności i po przyrównaniu go do zera wyznacza częstotliwości własne układu. Ze wzoru (2) wynika, że:

$$M(i\omega) = \gamma_{CC}(i\omega) + \beta_{CC}(i\omega) \quad (14)$$

Aby wyznaczyć równanie stanu (8), (9) należy w pierwszym kroku określić macierz podatności operatorowych (12). W tym celu należy wyznaczyć wszystkie elementy macierzy (13). Uczynimy to podobnie jak dla podatności G_{BA} , wzór (2), poprzez rozwiązanie schematu strukturalnego, rysunek 2. W dalszym etapie dokonujemy transformacji (12). W dalszej części pracy macierz $G(s)$ będziemy nazywali macierzą transmitancji aby zaznaczyć, że przeszliśmy do układu sterowania.

Pamiętamy, że wszystkie podatności układu ciągłego dane są z eksperymentu, tzn. opisane są w postaci tabel lub wykresów. Taki opis jest wystarczający w przypadku analizy częstotliwościowej jaką przeprowadzono w punkcie 1 pracy. Jednak dla wyznaczenia podatności $G(s)$ należy podatności układu ciągłego zastąpić modelem dyskretnym.

Otrzymany z eksperymentu wykresy $G(i\omega)$ zastępujemy modelem rzędu drugiego:

$$\gamma(s)_{ij} = \frac{b_1 s + b_0}{s^2 + a_1 s + a_0} \quad (15)$$

Przystępujemy do wyznaczenia macierzy A, B, C, D równań stanu (8), (9). Ogólna postać macierzy transmitancji operatorowej ma postać:

$$G(s) = \frac{1}{M} [L(s)]_{q \times p} \quad (16)$$

gdzie:

$$M = s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_1 s + a_0$$

$$L_{ij} = b_{n-1}^{ij} s^{n-1} + \dots + b_1^{ij} s + b_0^{ij}$$

Dla układów mechanicznych macierz $G(s)$ jest macierzą kwadratową, stąd $p = q$. Poza tym macierz $D = 0$, gdyż:

$$D = \lim_{s \rightarrow \infty} G(s) = 0 \quad (17)$$

co zachodzi gdy stopień licznika jest mniejszy od stopnia mianownika transmitancji $G(s)$. W dalszej części postępujemy zgodnie z przedstawioną kolejnością:

– licznik i mianownik transmitancji mnożymy przez s^{-n} ,

– tworzymy macierze

$$A = \begin{bmatrix} A' & 0 & 0 \\ 0 & A' & 0 \\ \circ & \circ\circ & \circ\circ \\ 0 & 0 & A' \end{bmatrix}_{q=p} \quad (18)$$

Uwaga: A' są równe gdyż $M(s)$ jest wspólne

$$\begin{aligned} B &= \text{col} [B_1, B_2 \cdots B_q]_{q=p} \\ C &= [C_1, C_2 \cdots C_p]_{q=p} \end{aligned} \quad (19)$$

gdzie:

$$A' = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \cdots & 0 & -a_0^i \\ 1 & 0 & \cdots & 0 & -a_1^i \\ 0 & 1 & \cdots & 0 & -a_2^i \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & -a_{n_i-2}^i \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & -a_{n_i-1}^i \end{bmatrix} \quad (20)$$

$$B_i = \begin{bmatrix} b_0^{i1} & b_0^{i2} & \cdots & b_0^{ip} \\ b_1^{i1} & b_1^{i2} & \cdots & b_1^{ip} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ b_{n_i-1}^{i2} & b_{n_i-1}^{i2} & \cdots & b_{n_i-1}^{ip} \end{bmatrix} \quad (21)$$

$$C_i = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (22)$$

– tworzymy macierz

$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & 0 \end{bmatrix} \quad (23)$$

- przekształcamy ją do postaci

$$\left[\begin{array}{cc|c} A_{11} & 0 & 0 \\ A_{21} & A_{22} & B_2 \\ \hline C_1 & C_2 & 0 \end{array} \right] \quad (24)$$

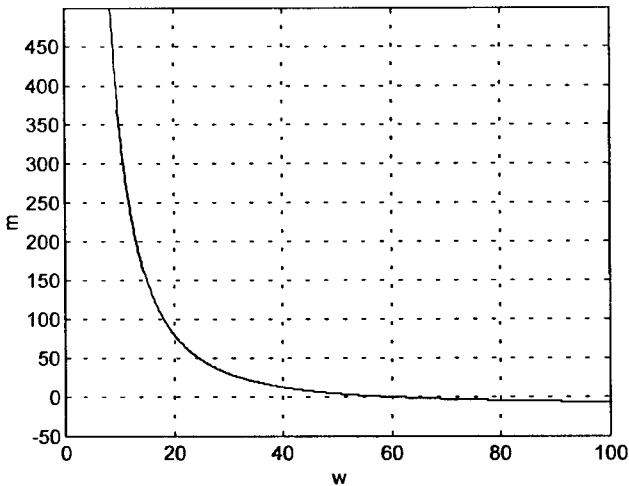
Poszukiwaną realizacją minimalną jest realizacja A_{22} , B_2 , C_2 . Przekształcenia macierzy (23) w macierz (24) wykonano za pomocą programu MATLAB.

4. PRZYKŁAD LICZBOWY

Rozpatrzmy przykład liczbowy z rysunku 1. Wzór (6) określa masę podukładu „β” w funkcji ω , przy której podatność $G_{BA}(i\omega)$ równa się zero. Inaczej mówiąc, przy tak dobranej masie przemieszczenie punktu B przy sile działającej w punkcie A równa jest zero. We wzorze (6) występują podatności układu ciągłego „γ”. Wykonano pomiary podatności a następnie aproksymowano uzyskane wyniki funkcjami

$$\begin{aligned} \gamma_{BA}(s) &= \frac{0,1}{s^2 + 60^2} & \gamma_{CC}(s) &= \frac{0,2}{s^2 + 60^2} \\ \gamma_{BC}(s) &= \frac{0,125}{s^2 + 60^2} & \gamma_{CA}(s) &= \frac{0,08}{s^2 + 60^2} \\ \gamma_{AA}(s) &= \frac{0,1}{s^2 + 60^2} & \gamma_{BB}(s) &= \frac{1}{s^2 + 60^2} \end{aligned} \quad (25)$$

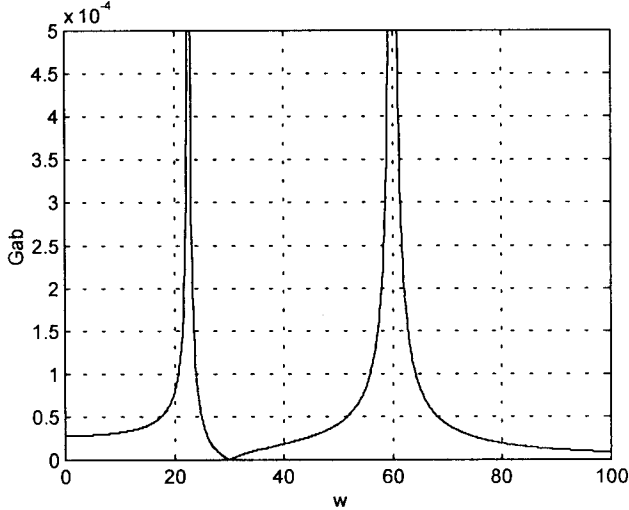
Na rysunku 4 przedstawiono wykres obliczonej masy w funkcji częstotliwości ω .



Rys. 4. Wykres $m = f(\omega)$, przy której $G_{BA}(i\omega) = 0$

Dla sprawdzenia otrzymanej zależności wykreślono funkcję podatności $G_{BA}(i\omega)$ przy czym przyjęto, że wymuszenie ma częstotliwość $\omega = 30$ rad/s. Z rysunku 4

odczytujemy, że dla tak przyjętej częstotliwości $m = 30$ kg. Wykres podatności $G_{BA}(i\omega)$ przedstawiono na rysunku 5.



Rys. 5. Podatność dynamiczna $G_{BA}(i\omega)$

Jak wynika z wykresu rzeczywiście przy częstotliwości $\omega = 30$ podatność $G_{BA}(i\omega) = 0$. Ponadto odczytujemy, że w układzie występuje częstotliwość rezonansowa $\omega_1 = 22,6$ i $\omega_2 = 60,0$, które to częstotliwości obliczyć można jako pierwiastki równania $M(s) = 0$.

Powyższe zadanie rozwiążemy także za pomocą równań stanu. Po rozwiązaniu schematu strukturalnego z rysunku 2 wyznaczono wszystkie elementy macierzy podatności (13)

$$\begin{aligned} G_{AA}(i\omega) &= \frac{\gamma_{AA} \cdot M - \gamma_{AC}^2}{M} & G_{BB}(i\omega) &= \frac{\gamma_{BB} \cdot M - \gamma_{CB}^2}{M} \\ G_{AB}(i\omega) &= \frac{\gamma_{BA} \cdot M - \gamma_{BC} \cdot \gamma_{CA}}{M} & G_{BC}(i\omega) &= \frac{\gamma_{BC} \cdot M \cdot \beta_{CC}}{M} \\ G_{AC}(i\omega) &= \frac{\gamma_{AC} \cdot \beta_{CC}}{M} & G_{CC} &= \frac{\gamma_{CC} \cdot \beta_{CC}}{M} \end{aligned} \quad (25)$$

gdzie:

$$M(i\omega) = \gamma_{CC} + \beta_{CC}$$

Po podstawieniu danych $m = 30$ kg, $\omega = 30$ rad/s otrzymujemy macierz transjancji operatorowej (16):

$$G(s) = \frac{1}{M} \begin{bmatrix} \frac{0,5s^2 + 360}{0,4s^2 + 360} & \frac{0,4s^2 + 360}{6,53s^2 + 3600} & \frac{0,08s^2 + 288}{0,125s^2 + 450} \\ \frac{0,08s^2 + 288}{0,125s^2 + 450} & \frac{0,125s^2 + 450}{0,2s^2 + 720} & \frac{0,08s^2 + 288}{0,125s^2 + 450} \end{bmatrix} \quad (26)$$

gdzie:

$$M(s) = 7s^4 + 28800s^2 + 12960000$$

Z wartości stopnia mianownika wynika, że $n = 4$, także ze stopnia macierzy $G(i\omega)$ otrzymujemy, że $q = p = 3$. Podstawowa macierz transformacji (23) posiada następującą postać:

0	0	0	-1851428	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,07	0,05	0,01
0	1	0	-4114	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	51,42	51,42	41,14
0	0	0	0	0	0	0	-1851428	0	0	0	0	0
0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0,05	0,09	0,01
0	0	0	0	0	1	0	-4114	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	51,42	514,28	64,28
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1851428	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0,05	0,09	0,01
0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0

Po przekształceniu algorytmem Rosenbrocka otrzymujemy macierz sterowalności określoną wzorem (24) w postaci:

0	0	0	-0,99	0	0	0	0	0
0	0	0	-4022,56	1744872	619034	0	0	0
0	0	0	32,63	619034	-1744872	0	0	0
0,003	-0,005	0,900	0	0	0	0,05	0,00	-3,07
0,328	-0,003	0	0	0	0	-45,21	9,07	-3,46
-0,944	-0,001	0,003	0	0	0	76,74	729,07	94,01
0,0009	0,91	0,41	0	0	0	0	0	0
0,0014	-0,29	0,64	0	0	0	0	0	0
0,0014	-0,29	0,64	0	0	0	0	0	0

W celu sprawdzenia poprawności przekształceń sprawdzamy równość:

$$C_2(sI - A_{22})B_2 = C(sI - A)B \tag{27}$$

Otrzymując:

$$\begin{vmatrix} 0,95 & 0,95 & 0,76 \\ 0,95 & 9,52 & 1,19 \\ 0,95 & 9,52 & 1,19 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0,95 & 0,95 & 0,76 \\ 0,95 & 9,52 & 1,19 \\ 0,95 & 9,52 & 1,19 \end{vmatrix}$$

5. WNIOSKI

1. Dobierając odpowiednio podatność układu dodatkowego Bcc możemy sterować drganiami w wybranych punktach konstrukcji.
2. Otrzymana macierz podatności układu dyskretno-ciągłego (układ ciągły wyznaczony poprzez eksperyment) pozwala na wyznaczenie układu równań stanu obiektu.

3. Realizacja maksymalna jest prosta do ustalenia, natomiast trudne jest uzyskanie realizacji minimalnej szczególnie dla wielu stopni swobody.
4. Na stopień macierzy A ma wpływ przyjęty model dyskretny układu ciągłego.

LITERATURA

- [1] Cegła R., Zalewski A.: Matlab – obliczenia numeryczne i ich zastosowania. Wydawnictwo Nakom, Poznań 1997.
- [2] Holka H.: Receptance Synthesis by Means of Block Diagrams. VIIth World Congress on IFT₀MM, Sevilla 1987.
- [3] Holka H.: Wybór zmiennych stanu układów dyskretno-ciągłych na podstawie syntezy podatności. Zeszyty Naukowe nr 221, Mechanika 44, ATR Bydgoszcz 1999.

PASSIVE CONTROL OF DISCRETE FLEXIBLE SYSTEM VIBRATION

Summary

The paper presents a method of passive control of discrete flexible system vibration with the receptance synthesis which can be applied also to the active method of vibration control by a formulation of space equations from the receptance matrix. The study includes the results of numerical investigations.

Key words: receptance synthesis, vibration control, state-space method, receptance matrix

MODELOWANIE ROZWOJU MIKROUSZKODZEŃ W MATERIAŁACH SPRĘŻYSTO-PLASTYCZNYCH

Jacek Jackiewicz

Katedra Mechaniki Stosowanej
Wydział Mechaniczny ATR
ul. Prof. S. Kaliskiego 7, 85-796 Bydgoszcz

Przedmiotem artykułu jest modelowanie rozwoju mikrouszkodzeń w materiałach sprężysto-plastycznych elementów maszyn, które są użytkowane w różnych temperaturach otoczenia. Do osiągnięcia tego celu zastosowano hybrydowy model pęknięcia stali. Wykorzystuje on komputerowe symulacje metody elementów skończonych wraz z eksperymentalnymi próbami badawczymi realizowanymi w skali makro. Model ten umożliwi oszacowanie makroskopowych efektów uszkodzeń stali, które zostały wywołane przez dominujące formy jej mikrouszkodzeń. Wyniki numerycznych symulacji zostały porównane z wynikami prób eksperymentalnych.

Słowa kluczowe: sprężysto-plastyczna mechanika pęknięcia, ciągły wzrost pęknięcia, kruche pęknięcie

1. WPROWADZENIE

Projektowanie elementów maszyn wymaga zastosowania niezawodnych i efektywnych metod określania zmian właściwości mechanicznych materiałów sprężysto-plastycznych, które są wywoływane przez złożone układy obciążeń zewnętrznych. Zmiany te są określane w czasie symulacji komputerowych przez następujące wielkości fizyczne: prędkość odkształcenia, temperaturę oraz tzw. ewolucję uszkodzenia materiału.

Przedmiotem opracowania jest modelowanie rozwoju uszkodzeń w materiałach sprężysto-plastycznych elementów maszyn, które są użytkowane w różnych temperaturach otoczenia. Do osiągnięcia tego celu zastosowano hybrydowy model pęknięcia stali. Model ten wykorzystuje komputerowe symulacje metody elementów skończonych wraz z eksperymentalnymi próbami badawczymi realizowanymi w skali makro. Użycie tego modelu stwarza możliwość oszacowania makroskopowych efektów uszkodzeń materiału, które zostały wywołane przez dominujące formy jego mikrouszkodzeń w postaci sferoidalnych mikropustek względnie mikroskopijnych pęknięć.

Istota modelowania rozwoju mikrouszkodzeń w materiałach sprężysto-plastycznych tkwi w sformułowaniu odpowiednich procedur numerycznych całkowania równań konstytutywnych teorii sprężysto-plastyczności. Dla materiałów niesprężystych, które są ściśliwe lub nieściśliwe – wraz z uwzględnieniem złożonych warunków wzmocnienia kinematyczno-izotropowego materiału – odpowiednią procedurą numeryczną całkowania równań konstytutywnych jest procedura określana w literaturze przedmiotowej jako

semi-implicite (patrz [5]). Wyniki obliczeń numerycznych uzyskane przy wykorzystaniu tej procedury są stabilne, tj. bez istotnych oscylacji, które mogą być wywołane trudnością uzyskania zadanej dokładności obliczeń w trakcie kolejnych iteracji.

Poprzez objętościowe uśrednienie wybranych lokalnych wielkości fizycznych równań konstytutywnych uzyskano wielkości nielokalne, które uwzględniają efekty mikrostruktury dla przyjętej reprezentatywnej objętości materiału. Objętościowe uśrednianie, które jest również określane jako homogenizacja, zostało dokonane przy wykorzystaniu algorytmów ewolucyjnych bazujących na technikach lokalnej selekcji (patrz [2, 3]). W obrębie teorii odkształceń skończonych, sformułowane w ten sposób nielokalne kontinuum spełnia przyjęte wymagania obiektywności procesu modelowania rzeczywistych materiałów konstrukcyjnych.

2. DOMINUJĄCE FORMY MIKROUSZKODZEŃ

Można wyróżnić dwa podstawowe procesy powodujące deteriorację właściwości mechanicznych materiału: pękanie kruche oraz ciągliwe. Pękanie kruche jest procesem niestabilnym, opisywanym za pomocą funkcji probabilistycznych, któremu towarzyszą małe odkształcenia plastyczne. Natomiast stabilnemu pękaniu ciągliwemu towarzyszą znacznie większe wartości odkształceń plastycznych. Jest to proces związany z istotną dyssypacją energii w materiale. Oba te procesy są wywoływane przez formy mikrouszkodzeń w postaci: mikropęknięć i mikropustek. W okolicach wierzchołków mikropęknięć można zaobserwować znaczne koncentracje naprężeń, które nie występują w okolicach sferoidalnych mikropustek.

W przypadku, gdy n_D dyslokacji ulega koalescencji w materiale, utworzony w ten sposób przyrost długości mikropęknięcia jest otwarty przez względne przemieszczenie $n_D v_B$, gdzie v_B jest wektorem Burgersa. Stąd, praca wykonana pod wpływem działającego na mikropęknięcie naprężenia σ_{MC} (patrz [4]) podczas elementarnego przyrostu jego długości

$$\frac{1}{2} \sigma_{MC} n_D v_B = \gamma \quad (1)$$

jest równa energii powierzchniowej wywołującej dekohezję materiału γ . Jeśli naprężenie σ_{MC} jest wystarczająco duże, ruch grupy dyslokacji reprezentuje propagację mikropęknięcia. Przejście między stanem pękania kruchego a stanem pękania ciągliwego, które zachodzi gdy materiał osiąga granicę plastyczności σ_y , może być określone za pomocą kryterium Cottrela-Petcha:

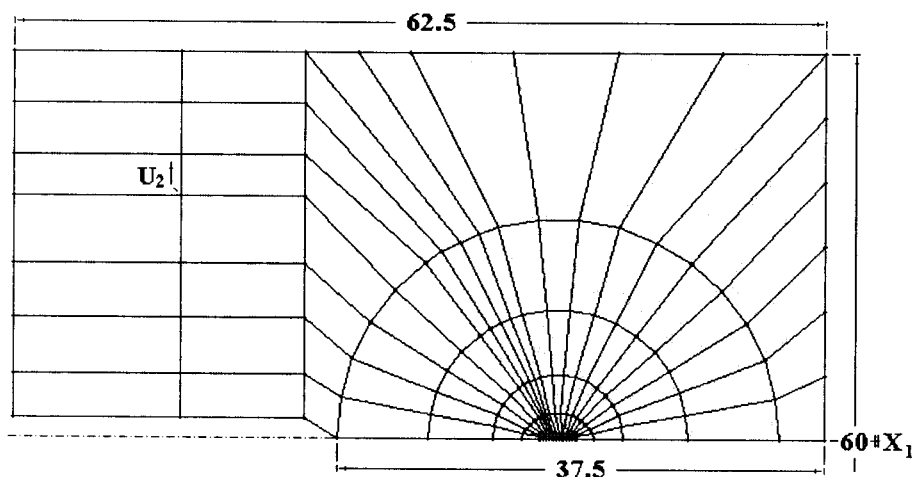
$$\sigma_{MC} \equiv \frac{\sigma_0 + k_y d^{-1/2}}{q_\sigma} \geq \frac{4\mu\gamma}{k_y d^{1/2}} \quad (2)$$

gdzie:

- $\sigma_0 \equiv B_c \exp(-\beta_c T)$ – naprężenie tarcia zależne od temperatury T ,
- B_c i β_c – stałe materiałowe modelu Cottrela-Petcha,
- q_σ – współczynnik naprężenia,
- μ – moduł sprężystości poprzecznej,
- k_y – stała określająca zależność między wymiarem ziarna d a granicą plastyczności σ_y .

Jeśli naprężenie σ_{MC} jest większe od wyrażenia po prawej stronie nierówności (2), to nastąpi kruche propagowanie się mikropęknięcia. Zarówno wzrost wymiaru ziarna d , jak i wzrost wartości naprężenia tarcia σ_0 sprzyjają kruchemu pękaniu materiału. Natomiast, proces stabilnego ciągliwego pękania materiału jest niezależny od wymiaru ziarna d . Temperatura przejścia T_c między stanem pękania kruchego a ciągliwego jest określana za pomocą następującego równania:

$$\beta_c T_c = \ln(B_c) - \ln\left(\frac{4q_\sigma \mu \gamma}{k_y} - k_y\right) - \ln(d^{-1/2}) \quad (3)$$



Rys. 1. Siatka elementów skończonych modelu próbki zwartej

3. OBLICZENIA NUMERYCZNE

Podstawowe założenia i sformułowania matematyczne dotyczące modelowania rozwoju mikrouszkodzeń w materiałach sprężysto-plastycznych zostały zweryfikowane za pomocą przykładów obliczeniowych. Dwa z nich z zakresu mechaniki pękania są przedstawione w niniejszym opracowaniu.

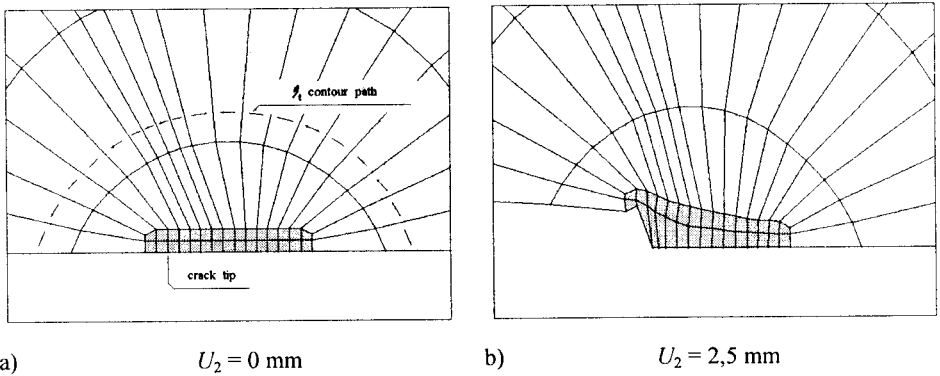
3.1. Symulacja ciągliwego wzrostu pęknięcia w próbce zwartej

Rozciągana próbka zwarta została zamodelowana za pomocą dwuwymiarowych elementów skończonych znajdujących się w płaskim stanie odkształcenia. Z uwagi na symetrię próbki jedynie jej połowa została zdyskretyzowana elementami skończonymi. Istotne szczegóły modelu próbki są przedstawione w tabelicy 1 i na rysunku 1.

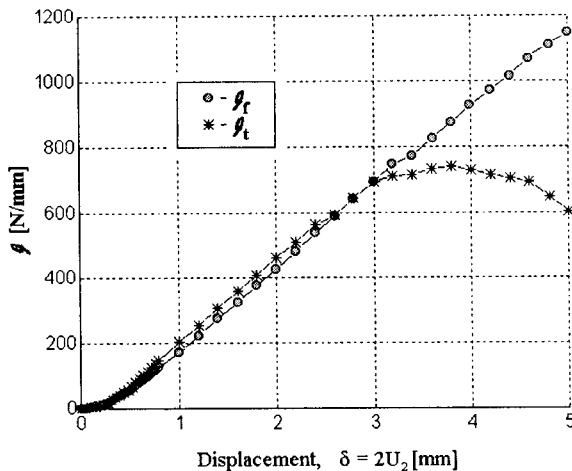
Tablica 1. Właściwości modelu próbki zwartej

Definicja odkształcenia	odkształcenie Greena , uwzględniające uaktualniony opis Lagrange'a		
Rodzaj elementów	płaski stan odkształcenia	Rząd całkowania	2x2
Ilość węzłów elementu	4	Ilość elementów	139
Parametry modelu Gursona		$f_0 = 0,0020$	$f_c = 0,0048$
$K_{inst} = 4$		$g_1 = 1,5$	$g_2 = 1$

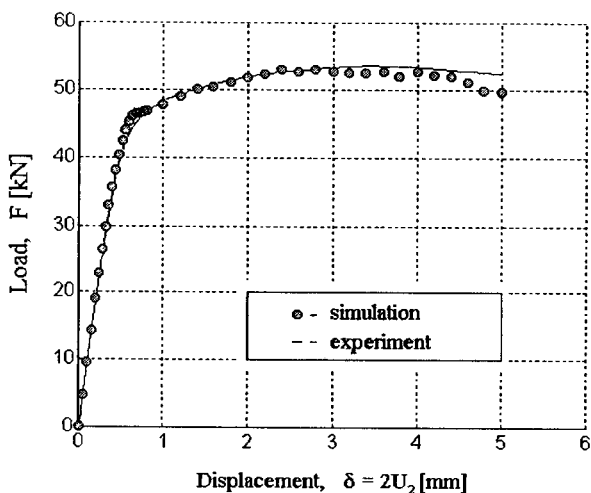
Rysunek 2 przedstawia siatki elementów skończonych próbki zwartej w okolicy wierzchołka pęknięcia w stanie początkowym i odkształconym. Element skończony zawierający wierzchołek pęknięcia obrócił się, powodując stępienie ostrza pęknięcia. Jako miarę pęknięcia ciągłego przyjęto całkę J_I , wyznaczoną wzdłuż drogi całkowania w okolicy wierzchołka pęknięcia oraz całkę J_f , określoną na podstawie krzywej zależności obciążenia próbki F od przemieszczenia $\delta = 2U_2$ (patrz rysunki 3 i 4).



Rys. 2. Siatki elementów skończonych modelu próbki zwartej w okolicy wierzchołka pęknięcia w stanach: (a) początkowym i (b) odkształconym



Rys. 3. Obliczone wartości całek J_f i J_t zależne od przemieszczenia $\delta = 2U_2$

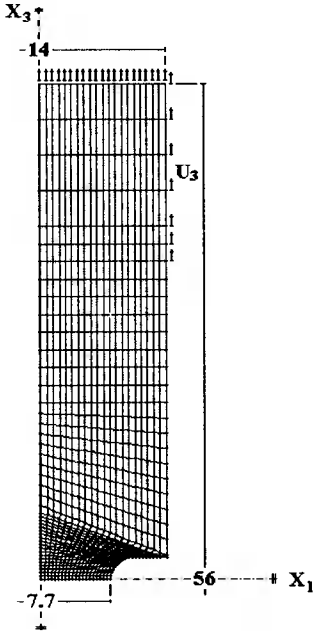


Rys. 4. Krzywa zależności obciążenia próbki F od przemieszczenia $\delta = 2U_2$

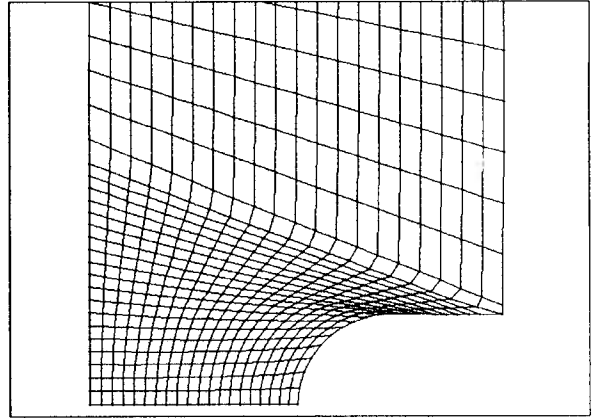
3.2. Symulacja kruchego pęknięcia rozciąganych osiowo próbek z karbem

Numeryczna analiza bazująca na modelach statystycznych i metody elementów skończonych została wykorzystana do prognozowania kruchego pęknięcia materiału (patrz [1]). W celu określenia prognozy zniszczenia materiału populacji jednakowych rozciąganych próbek z karbem wykorzystano statystykę Weibulla. Zastosowanie statystyki Weibulla zostało ograniczone do prognozy inicjacji makrouszkodzeń. Metoda obliczeń iteracyjnych przedstawiona w pracy [6] umożliwiła określenie wartości dwóch parametrów m i σ_u statystyki Weibulla. Badane próbki zostały wykonane z tego samego gatunku stali lecz o jej różnej ziarnistości.

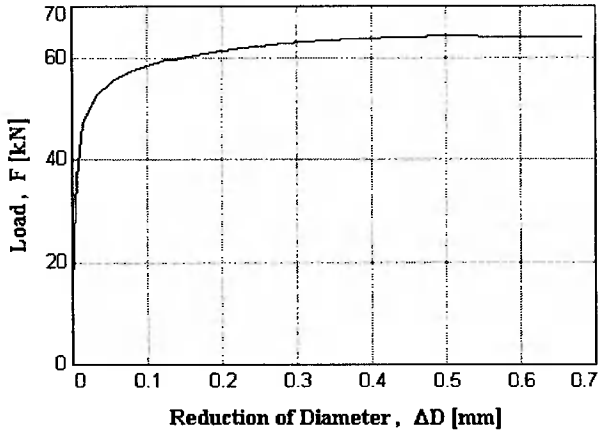
Model numeryczny próbki (patrz rysunki 5 i 6) składa się z dwuwymiarowych elementów skończonych, sformułowanych dla zagadnienia osiowo-symetrycznego. Z uwagi na symetrię próbki zamodelowano tylko jej jedną czwartą część. Zależna od obciążenia zewnętrznego redukcja średnicy modelu próbki odpowiada redukcji średnicy rzeczywistej próbki, która została zmierzona podczas badań eksperymentalnych (patrz rys.7). Wyniki obliczeń zostały przedstawione na rysunkach 8, 9, 10 i 11. Można założyć, że numer warstwy materiału, z której wykonano próbkę wskazuje na wymiar ziarna, który pośrednio odpowiada parametrom m i σ_u .



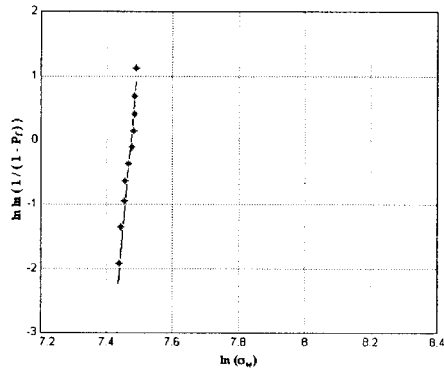
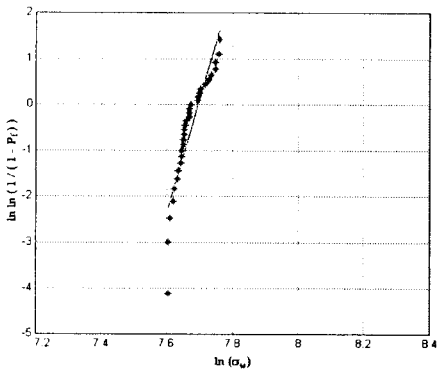
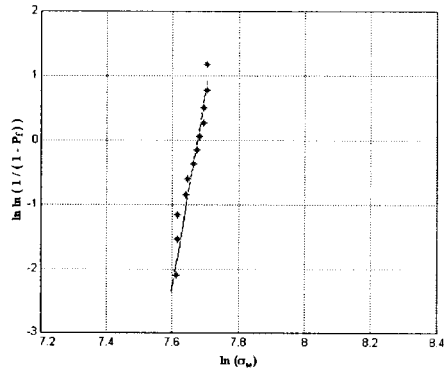
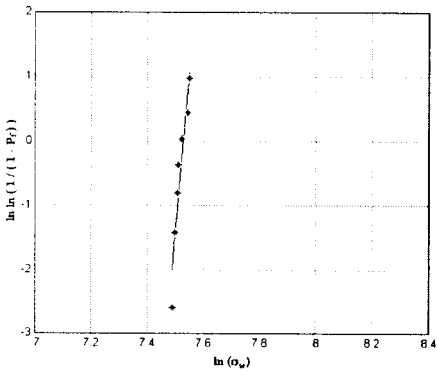
Rys. 5. Siatka elementów skończonych modelu rozciąganej próbki z karbem



Rys. 6. Siatka elementów skończonych modelu próbki w okolicy karbu w stanie odkształconym ($U_3 = 0,3 \text{ mm}$)



Rys. 7. Wykres zależności siły reakcji F od redukcji średnicy ΔD

Rys. 8. Wszystkie próbki ($m = 25$; $\sigma_u = 2195$ MPa)Rys. 9. Warstwy: 1, 2, 3 ($m = 60$; $\sigma_u = 1760$ MPa)Rys. 10. Warstwa 4 ($m = 51,2$; $\sigma_u = 1859$ MPa)Rys. 11. Warstwy: 5, 6 ($m = 30,6$; $\sigma_u = 2151$ MPa)

4. WNIOSKI

W opracowaniu przedstawiono wyniki badań numerycznych modelowania rozwoju mikrouszkodzeń w materiałach sprężysto-plastycznych. Przeprowadzono dwie symulacje numeryczne: ciągłego wzrostu pęknięcia w próbce zwartej i symulację kruchego pęknięcia rozciąganych osiowo próbek z karbem. Wyniki obliczeń numerycznych pozwalają stwierdzić, że przedstawiona metoda może być rozpatrywana jako wartościowe narzędzie inżynierskie, służące do modelowania rozwoju mikrouszkodzeń w materiałach sprężysto-plastycznych. Zaletą przedstawionej metodyki badań numeryczno-eksperymentalnych jest możliwość wnioskowania o właściwościach mikroskopowych materiału na podstawie obserwacji makroskopowych bez konieczności przeprowadzania kosztownych badań eksperymentalnych w skali mikro.

LITERATURA

- [1] Bernauer G., Brocks W.: Numerical round robin on micro-mechanical models, Phase II, Results of task A. Technical Note GKSS/WMS/00/5, 2000.
- [2] Jackiewicz J.: Nielokalna analiza procesu pękania stali w różnych temperaturach. Zesz. Nauk. Katedry Mechaniki Stosowanej, Politechnika Śląska, z. 6, Gliwice, 1998, 133-138.
- [3] Jackiewicz J.: Modelowanie ciągłego pękania stali w próbce zwartej. Zesz. Nauk. Katedry Mechaniki Stosowanej, Politechnika Śląska, z. 10, Gliwice, 1999, 53-158.
- [4] Liebowitz H.: Fracture -An Advanced Treatise - Vol. I: Microscopic and Macroscopic Fundamentals. Academic Press, 1968.
- [5] Marin E.B., McDowell D.L.: A semi-implicit integration scheme for rate-dependent and rate-independent plasticity. Comput. Struct. 63, 1997, 579-600.
- [6] Sherry A.: Guidance on local approach methods: Appendix 17. R/H/R6 Report, AEA Technology, 1999.

MICRO-DEFECT GROWTH MODELLING IN ELASTIC PLASTIC MATERIALS

Summary

The paper investigates micro-defect growth modelling in elastic plastic materials of structural components used at various temperatures by applying a steel-cracking hybrid model. The model uses a finite element simulation combined with macro-scale experiments and makes it possible to estimate macroscopic effects of steel micro-defects. The results obtained from numerical simulations have been compared with the experimental data.

Key words: elastic plastic fracture mechanics, ductile crack growth, cleavage fracture

BADANIE STRUKTURALNYCH WŁASNOŚCI MATERIAŁÓW POROWATYCH Z ZASTOSOWANIEM ULTRADŹWIĘKÓW

Jan Kochański¹, Józef Kubik²

¹Institut Techniki, ²Katedra Mechaniki Środowiska
Akademia Bydgoska im. Kazimierza Wielkiego
ul. Chodkiewicza 30, 85-064 Bydgoszcz

W pracy przedstawiono analityczno-eksperymentalny sposób wyznaczania dwóch parametrów struktury porów materiału porowatego, tj. przepuszczalności hydrodynamicznej i krętości, bazujący na pomiarze impulsowej, ultradźwiękowej fali wolnej.

Słowa kluczowe: materiały porowate, struktura porów, przepuszczalność

1. WSTĘP

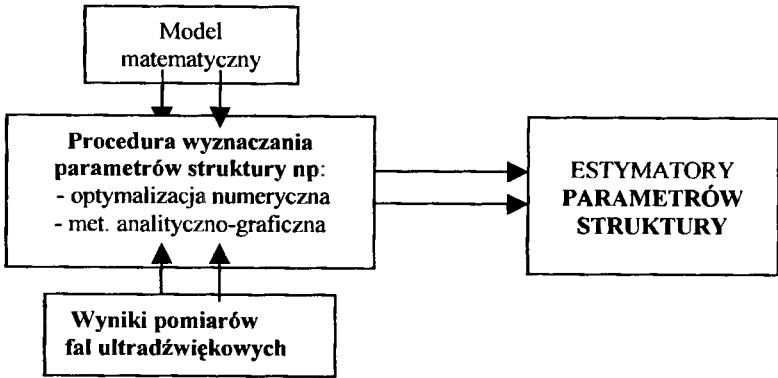
Do najważniejszych parametrów charakteryzujących strukturę porów należą: porowatość objętościowa, przepuszczalność hydrodynamiczna oraz krętość (lub związana z nią strukturalna przepuszczalność). Wymienione parametry struktury jawnie występujące w makrokontynualnych modelach ośrodków porowatych (np. [1, 3]) odzwierciedlają efekty, takie jak: nierozpuszczalność składników ośrodka (immiscibility effect), opór hydrodynamiczny w wyniku lepkiego oddziaływania faz na bardzo złożonej geometrycznie powierzchni międzyfazowej ośrodka w ruchu względnym faz oraz międzyfazowe sprzężenie dynamiczne na skutek mikroniejednorodności względnego pola prędkości płynu w przestrzeni porowej. Znajomość parametrów struktury oraz dostępność metod ich wyznaczania odgrywa bardzo ważną rolę przy rozwiązywaniu zagadnień mechaniki ośrodków przepuszczalnych odpowiadających potrzebom inżynierii materiałowej, licznym zagadnieniom bioinżynierii, filtracji, czy innym zagadnieniom inżynierskim.

W niniejszej pracy przedstawiono metodę eksperymentalnego wyznaczania dwóch parametrów struktury ośrodka porowatego, tj. krętości i przepuszczalności hydrodynamicznej, wykorzystującą technikę ultradźwiękową i analizę spektralną. Warto dodać, że w przypadku krętości, proponowana metoda ultradźwiękowa wyznaczania wartości liczbowej tego parametru jest w chwili obecnej, obok metody konduktometrycznej, [2] (opartej na pomiarach przewodności elektrycznej materiału porowatego wypełnionego elektrolitem), jedyną znaną alternatywą eksperymentalnego wyznaczania tego parametru.

Zaproponowana metoda opiera się na modelu matematycznym nasyconego ośrodka porowatego jako ośrodka dwufazowego – zaprezentowanym w pracach [1, 4], uwzględniającym zależność parametrów propagacji fal sprężystych rozchodzących się

w tym ośrodku od parametrów struktury porów. Model taki określa odpowiednie mody falowe oraz zależności prędkości propagacji (dyspersję) i tłumienie tych fal od częstotliwości w wyniku dyssypacyjnego charakteru oddziaływań pomiędzy fazami.

Ideę zaprezentowanej w tej pracy metody ultradźwiękowego wyznaczania parametrów struktury porów ośrodka przepuszczalnego można schematycznie przedstawić w następującej postaci:



Rys. 1. Idea wyznaczania parametrów struktury materiału porowatego

2. MAKROSKOPOWY MODEL NASYCONEGO OŚRODKA POROWATEGO

Zaproponowany przez Biota model matematyczny propagacji fal w nasyconym płynie ośrodku porowatym określają *liniowe równania ruchu* oraz *związki konstytutywne*.

Równania ruchu

$$\operatorname{div} \mathbf{T}^s + \bar{\rho}^s b + r^s = \bar{\rho}^s \frac{\partial}{\partial t} v^s + \bar{\rho}^f (1 - \alpha) \frac{\partial}{\partial t} (v^f - v^s)$$

$$\operatorname{div} \mathbf{T}^f + \bar{\rho}^f b + r^f = \bar{\rho}^f \frac{\partial}{\partial t} v^f - \bar{\rho}^f (1 - \alpha) \frac{\partial}{\partial t} (v^f - v^s)$$

gdzie:

$$r^s = -r^f = \eta \frac{f_v^2}{k} (v^f - v^s)$$

jest siłą lepkiego oddziaływania płynu z porowatym szkieletem, natomiast wyrażenie:

$$\bar{\rho}^f (1 - \alpha) \frac{\partial}{\partial t} (v^f - v^s)$$

reprezentuje siłę sprężenia dynamicznego obu składników ośrodka. Przez $\bar{\rho}^s$ i $\bar{\rho}^f$ oznaczono parcjalne gęstości szkieletu i cieczy. Są one związane z gęstościami efektywnymi ρ^s i ρ^f następującymi zależnościami:

$$\bar{\rho}^s = \rho^s (1 - f_v) \quad \bar{\rho}^f = \rho^f f_v$$

Ponadto:

- $\mathbf{T}^s, \mathbf{T}^f$ – oznaczają parcjalne tensory naprężenia odpowiednio dla szkieletu i cieczy,
 $\mathbf{v}^s, \mathbf{v}^f$ – wektory prędkości (wielkości średnie) szkieletu i cieczy,
 \mathbf{b} – wektor sił masowych,
 f_v – porowatość objętościowa,
 λ – parametr strukturalnej przepuszczalności (nazywany również efektywną porowatością powierzchniową),
 α – współczynnik krętości porów $\alpha = f_v / \lambda$,
 k – współczynnik przepuszczalności hydrodynamicznej ośrodka,
 η – lepkość dynamiczna cieczy.

Związki konstytutywne

$$\mathbf{T}^s = 2N\boldsymbol{\varepsilon} + (A\boldsymbol{\varepsilon} + Q\Theta)\mathbf{1}$$

$$\mathbf{T}^f = (Q\boldsymbol{\varepsilon} + R\Theta)\mathbf{1}$$

gdzie:

- $\boldsymbol{\varepsilon}$ – tensor małych odkształceń szkieletu,
 $\boldsymbol{\varepsilon}$ – dylatacja szkieletu,
 Θ – dylatacja cieczy,
 A, N, Q, R – współczynniki materiałowe ośrodka.

3. PROPAGACJA FAL HARMONICZNYCH

Analiza rozwiązań modelu dla fal harmonicznym propagujących się w nasyconym ośrodku porowatym prowadzi do stwierdzeń, że w ośrodku tym mogą propagować się dwie fale podłużne nazwane przez Biota [1] falą szybką ($j = 1$) i wolną ($j = 2$) oraz jedna fala poprzeczna. Prędkości fazowe fal podłużnych V_j i ich współczynniki tłumienia β_j określone są wzorami [4]:

$$V_j = 2\sqrt{Y\left(A_j + \sqrt{A_j^2 + B_j^2}\right)^{-1}} \quad j = 1, 2$$

$$\beta_j = 0,5\omega\sqrt{\left(-A_j + \sqrt{A_j^2 + B_j^2}\right)(Y)^{-1}} \quad j = 1, 2$$

Dla fali poprzecznej prędkość i tłumienie wynoszą odpowiednio [3]:

$$V_s = \sqrt{2 \left(u + \sqrt{u^2 + v^2} \right)^{-1}}$$

$$\beta_s = \omega \sqrt{0.5 \left(-u + \sqrt{u^2 + v^2} \right)}$$

W zależnościach powyższych współczynniki A_j , B_j , Y , u , v zależą od własności fizycznych poszczególnych faz oraz od parametrów struktury porów [4]; ω oznacza częstość kołową fali harmoniczej. Można w związku z tym napisać w postaci ogólnej, że:

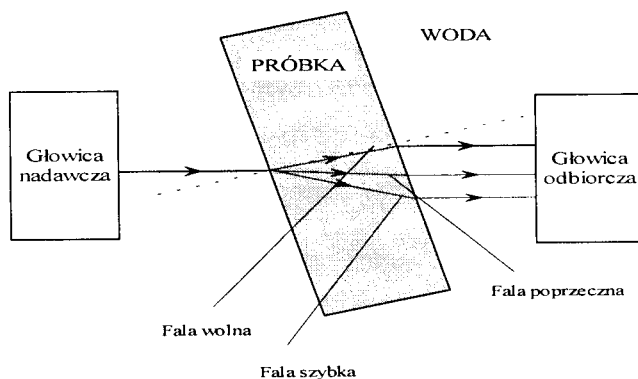
$$\{V_1, V_2, V_s\} = \{V_1, V_2, V_s\} (A, Q, R, N, \eta, f_v, \alpha, k, \omega)$$

$$\{\beta_1, \beta_2, \beta_s\} = \{\beta_1, \beta_2, \beta_s\} (A, Q, R, N, \eta, f_v, \alpha, k, \omega)$$

W zależnościach powyższych widać wpływ parametrów struktury (f_v , α , k) na parametry propagacji (prędkość i tłumienie) fal harmoniczych.

4. METODA POMIAROWA. WYNIKI POMIARÓW

Mając na uwadze relatywnie silne tłumienie fal w materiałach porowatych oraz problemy z uzyskaniem właściwego sprzężenia pomiędzy głowicami ultradźwiękowymi a powierzchnią próbek wykonanych z materiałów porowatych (dobre sprzężenie jest konieczne dla przejścia energii fal z głowicy do materiału i jest warunkiem efektywnego prowadzenia testów), najbardziej odpowiednimi metodami badań ultradźwiękowych tych materiałów są takie, które realizuje się w zanurzeniu i w których nie jest wymagane wielokrotne przejście sygnałów przez próbkę. Poniżej przedstawiono (rys.2) metodę impulsowej fali przechodzącej w zanurzeniu. Metoda ta umożliwia stosunkowo łatwą separację i identyfikację wszystkich modów falowych, a stosowanie odpowiednio ukształtowanych impulsów pobudzających o dużej mocy, jest szczególnie cenne w pomiarach silnie tłumionej fali wolnej. Aby wyznaczyć tłumienie i prędkość fazową danego modu falowego (np. fali wolnej) rejestruje się impulsy $f_1(t)$ oraz $f_2(t)$ przechodzące przez dwie próbki o różnej grubości wykonane z tego samego materiału.



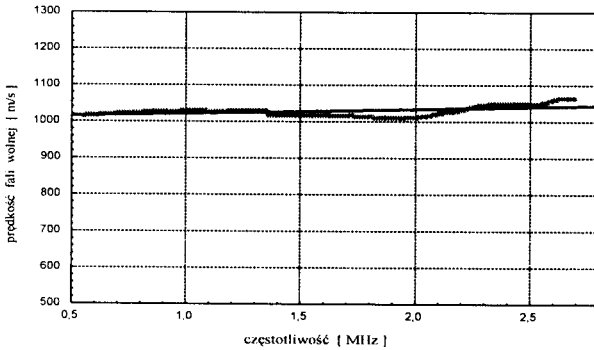
Rys. 2. Rozmieszczenie próbki i głowic w zanurzeniowej metodzie fali przechodzącej

Następnie impulsy te poddaje się transformacji Fouriera (FFT), w wyniku czego otrzymuje się ich transformaty $F_1(\omega)$ oraz $F_2(\omega)$. Tłumienie i prędkość fazową fali w badanym materiale porowatym wyznacza się według następujących relacji:

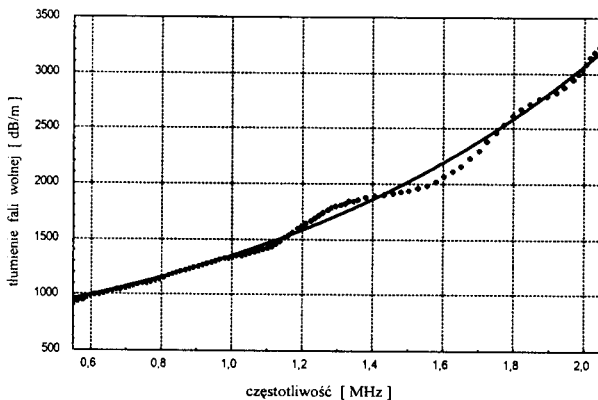
$$\beta(f) = \frac{20}{L_2 - L_1} \log \frac{|F_1(\omega)|}{|F_2(\omega)|}$$

$$v(f) = \frac{2 \pi f (L_2 - L_1)}{2 \pi n + [\Psi_2(\omega) - \Psi_1(\omega)]}$$

gdzie $|F_1(\omega)|$ i $|F_2(\omega)|$ są widmami amplitudowymi, natomiast $\Psi_1(\omega)$ i $\Psi_2(\omega)$ - widmami fazowymi zarejestrowanych impulsów $f_1(t)$ oraz $f_2(t)$, przechodzących odpowiednio przez próbkę cieńszą o grubości L_1 i grubszą o grubości L_2 ; n jest całkowitą liczbą długości fal mieszczących się na odcinku $L_2 - L_1$, określoną dla początkowej wartości częstotliwości analizowanych widm, natomiast f jest częstotliwością równą $f = \omega/2\pi$.



Rys. 3. Zależność prędkości fazowej fali wolnej od częstotliwości w nasyconym wodą spieku kulek szklanych o średnicy $80 \mu\text{m}$. Linia ciągłą oznaczono prostą regresji

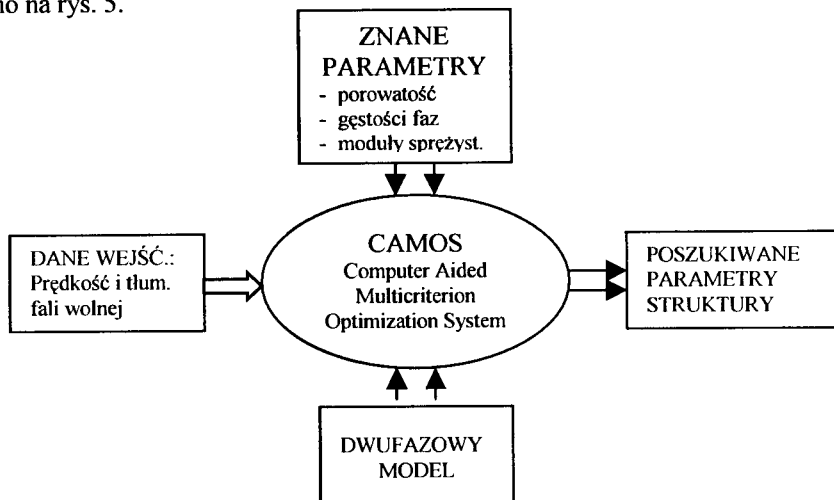


Rys. 4. Zależność tłumienia fali wolnej od częstotliwości w nasyconym wodą spieku kulek szklanych o średnicy $80 \mu\text{m}$. Linia ciągłą oznaczono krzywą regresji

Na rysunkach 3 i 4 przedstawiono prędkość fazową oraz tłumienie fal wolnej (określone na podstawie pomiarów ultradźwiękowych) w nasyconym wodą spieku kulek szklanych o średniej średnicy ziarna 80 μm . Charakterystyki te, zawierające informacje o parametrach struktury, można wprowadzić do procedury wyznaczania parametrów struktury (rys.1) jako wyniki pomiarów fal ultradźwiękowych.

5. OPTIMALIZACYJNA PROCEDURA WYZNACZANIA PARAMETRÓW STRUKTURY

Pomiary współczynnika tłumienia i prędkości fazowej fal w funkcji częstotliwości z wykorzystaniem metody szerokopasmowej spektroskopii ultradźwiękowej są źródłem dużej ilości informacji o własnościach fizycznych materiałów porowatych i mogą być wykorzystane do wyznaczenia współczynników materiałowych, mechanicznych, bądź strukturalnych, występujących w opisie takich materiałów. Z uwagi na pośredni charakter pomiarów oraz złożoną postać zależności parametrów propagacji: fal od współczynników struktury nie jest możliwe bezpośrednio wyliczenie współczynników struktury bazujące na wyznaczonych parametrach propagacji fal. Z tego względu opracowano optymalizacyjną procedurę numeryczną wyznaczania dwóch parametrów struktury: przepuszczalności i krętości. Bazą do ich określenia są dane eksperymentalne o prędkości i tłumieniu fali wolnej (rys. 3 i 4). Dodatkowo, dla wyznaczenia stałych sprężystych porowatego szkieletu wykorzystano pomiary prędkości fali podłużnej i fali poprzecznej w suchym materiale porowatym. Za podstawę teoretyczną procedury optymalizacyjnej przyjęto model ośrodka porowatego nasyconego cieczą (model dwufazowy) z dwuparametrową charakterystyką struktury porów. Schemat blokowy głównych elementów opracowanej procedury optymalizacyjnego wyznaczania parametrów struktury przedstawiono na rys. 5.



Rys. 5. Schemat blokowy procedury wyznaczania parametrów struktury

Programem obliczeniowym, wykorzystanym do wyznaczania ekstremum funkcji celu (jest to centralny element opracowanej procedury optymalizacyjnej) jest system obliczeniowy CAMOS (Computer Aided Multicriterion Optimization System). System

CAMOS został uzupełniony o procedurę definiującą model matematyczny, ograniczenia na poszukiwane parametry, funkcję celu oraz zbiór danych wejściowych procedury. Program CAMOS jest interaktywnym systemem służącym do rozwiązywania szerokiej klasy problemów optymalizacji, napisanym w języku FORTRAN. Autorem programu jest prof. Osyczka z Politechniki Krakowskiej.

Funkcja celu

$$E(k, \alpha) = \min \sum_i \sum_j \left\{ W_{1j} \left[V_j(f_i) - V_j^m(f_i) \right]^2 + W_{2j} \left[\beta_j(f_i) - \beta_j^m(f_i) \right]^2 \right\}$$

gdzie:

- E – funkcja celu,
- k – przepuszczalność ($k > 0$),
- α – krętość ($\alpha > 1$),
- $j = 1, 2, 3$ – indeks odpowiednio dla fali szybkiej (1), wolnej (2), poprzecznej (3),
- i – indeks odpowiadający i -temu punktowi z charakterystyki częstotliwościowej,
- $V_j(f_i)$ – prędkość fazowa fali dla częstotliwości f_i wzięta z wyznaczonej eksperymentalnie charakterystyki prędkości w funkcji częstotliwości,
- $V_j^m(f_i)$ – prędkość fazowa fali dla częstotliwości f_i wyznaczona z modelu,
- $\beta_j(f_i)$ – współczynnik tłumienia fali dla częstotliwości f_i z wyznaczonej eksperymentalnie charakterystyki tłumienia w funkcji częstotliwości,
- $\beta_j^m(f_i)$ – współczynnik tłumienia fali dla częstotliwości f_i wyznaczony z modelu,
- W_{1j}, W_{2j} – współczynniki wagowe przypisane poszczególnym parametrom fal (1 – dla prędkości, 2 – dla tłumienia).

6. UZYSKANE WYNIKI

W celu znalezienia przepuszczalności i krętości, wykonano uruchomienia procedury optymalizacyjnej przy zastosowaniu różnych wariantów oferowanych przez system CAMOS. Jako dane wejściowe wykorzystano wyniki pomiarów tłumienia i prędkości ultradźwiękowej fali wolnej propagującej się w spiekany granulacie szklanym (o ziarnistości 80 μm) nasyconym wodą. Zestaw danych liczbowych charakteryzujących taki ośrodek był następujący: $f_v = 0.38$, $\rho^f = 1000 \text{ kg/m}^3$, $\rho^s = 2400 \text{ kg/m}^3$, $\eta = 0.001 \text{ Pa}\cdot\text{s}$, $K_s = 46 \cdot 10^3 \text{ MPa}$, $K_f = 2.25 \cdot 10^3 \text{ MPa}$, $K_b = 10.74 \cdot 10^3 \text{ MPa}$, $N = 4.49 \cdot 10^3 \text{ MPa}$. Stałe K_s , K_f , K_b , N oznaczają odpowiednio moduły ściśliwości: materiału szkieletu, cieczy, porowatego szkieletu, natomiast N jest modułem sprężystości postaciowej szkieletu.

Obliczone parametry struktury porów: $\alpha = 1.9$, $k = 0.8 \cdot 10^{-12} \text{ m}^2$

7. WNIOSKI

1. Proponowany sposób wyznaczania krętości i przepuszczalności hydrodynamicznej za pomocą ultradźwięków charakteryzuje się tym, że parametry te można wyznaczyć na jednym stanowisku pomiarowym, małą liczbą pomiarów (jeden pomiar).
2. Należy stwierdzić, że proponowana metoda wyznaczania parametrów struktury stanowi nowoczesną, efektywną i wygodną alternatywę metod statycznych i quasi-statycznych, szczególnie cenną ze względu na szybkość uzyskiwania wyników i możliwość rozwijania jej w kierunku wyznaczania dalszych parametrów materiałowych.

LITERATURA

- [1] Biot M.A.: Theory of propagation of elastic waves in a fluid-saturated porous solid. *J. Acoust. Soc. Am.* 28, 1956.
- [2] Bourbie T., Coussy O., Zinszner B.: *Acoustics of porous media*. Gulf Publ. Company, 1987.
- [3] Kubik J.: A macroscopic description of geometrical pore structure of porous solids, *Int. J. Engng. Sci.* 24, 6, 1986.
- [4] Kubik J., Kaczmarek M.: Wpływ struktury porów na propagację fal harmoniczných w ośrodku przepuszczalnym wypełnionym cieczą. *Rozpr. Inż.* 36, 3, 1988.

ULTRASONIC STUDIES OF POROUS MATERIAL STRUCTURAL PROPERTIES

Summary

The paper presents a combined experimental and analytical method of determination of two porous material structural parameters: permeability and tortuosity. The method is based on ultrasonic studies of wave parameters in water saturated porous materials.

Key words: porous materials, pore structure, permeability

MIMOŚRODOWE ROZCIĄGANIE PRZEKROJÓW OSŁABIONYCH OTWORAMI WEDŁUG PN-90/B03200

Jan Lorkowski

Katedra Konstrukcji Budowlanych
Wydział Budownictwa i Inżynierii Środowiska ATR
ul. S. Kaliskiego 7, 85-796 Bydgoszcz

W artykule poruszono zagadnienie obliczania nośności mimośrodowo zginanych przekrojów stalowych, osłabionych otworami, według PN-90/B-03200 i niejednoznaczności z tym związanych. Szczególnie omówiono dyskusyjny problem pomijania wpływu osłabienia przekroju na wzrost naprężeń normalnych od momentu zginającego.

Słowa kluczowe: konstrukcje stalowe, osłabienia przekroju

1. WSTĘP

Zgodnie z założeniami norm dotyczących konstrukcji stalowych obowiązujących od 1990 r. w przypadku, gdy przekroje osłabione otworami były obciążone momentem zginającym (ewentualnie siłą normalną) naprężenia w przekroju obliczano zgodnie z zasadami klasycznej wytrzymałości materiałów dla rzeczywistego przekroju netto (A_n).

Wprowadzona w 1990 roku wersja normy pomija wpływ osłabienia przekroju na wzrost naprężeń normalnych wywołanych momentem. Autorzy normy [1] uważają iż składnik zgięciowy $\Delta\sigma$ nie wymaga korekty, ponieważ w przypadku ścianek zginanych w swojej płaszczyźnie moment plastyczny przekroju netto nie jest mniejszy niż maksymalny moment sprężysty przekroju brutto [2]. Czyli zakładają, że:

$$M_{Rn,pl} = \alpha_p \cdot W_n \cdot f_d > M_{R,sp} = W \cdot f_d \quad (1)$$

gdzie:

$M_{Rn,pl}$ – moment plastyczny przekroju netto,

W_n – wskaźnik wytrzymałości przekroju netto,

$M_{R,sp}$ – moment sprężysty przekroju brutto,

W – wskaźnik wytrzymałości przekroju brutto,

f_d – wytrzymałość obliczeniowa.

Stwierdzenie takie nie w każdym przypadku jest słuszne. Obliczenia wykonane według normowego wzoru:

Położenie osi obojętnej przekroju osłabionego w stanie sprężystym:

$$y_{x_0} = \frac{S_x}{A_n} = \frac{1,1 \cdot (7,9^2 \cdot 0,5 + 1,9 \cdot 11,05)}{10,78} = 5,3265 \text{ cm}$$

Moment bezwładności przekroju osłabionego względem osi obojętnej:

$$J_{x_0} = 1,1 \cdot \left(\frac{12,0^3}{12} + 12,0 \cdot 0,6735^2 - \frac{2,2^3}{12} - 2,2 \cdot 3,6735^2 \right) = 130,755 \text{ cm}^4$$

Wskaźniki wytrzymałości przekroju osłabionego:

$$W_x^g = \frac{130,755}{6,6735} = 19,593 \text{ cm}^3 \quad W_x^d = \frac{130,755}{5,3265} = 24,548 \text{ cm}^3$$

Położenie osi obojętnej w stanie pełnego uplastycznienia przekroju osłabionego:

$$y_p = \frac{1,1 \cdot (7,9 + 1,9)}{2 \cdot 1,1} = 4,9 \text{ cm}$$

Plastyczny wskaźnik wytrzymałości przekroju osłabionego:

$$W_{pl} = |S_t + S_c| = (4,9^2 \cdot 0,5 + 3,0^2 \cdot 0,5 + 1,9 \cdot 6,15) \cdot 1,1 = 31,009 \text{ cm}^3$$

Współczynnik rezerwy plastycznej przekroju osłabionego:

$$\alpha_{pl} = \frac{W_{pl}}{W_x^g} = \frac{31,009}{19,593} = 1,5826$$

Obliczeniowy współczynnik rezerwy plastycznej przekroju osłabionego:

$$\alpha_p = \frac{1}{2} \cdot (1 + \alpha_{pl}) = \frac{1}{2} \cdot (1 + 1,5826) = 1,2913$$

Ostatecznie względem środka ciężkości przekroju osłabionego siła działa na mimośrodku $e = 8,735 \text{ mm}$.

Nośność przekroju według normy [1]

Według punktu 4.1.2.c normy [1] naprężenia w rozpatrywanej, osłabionej części przekroju należy wyznaczać na podstawie jego cech geometrycznych brutto (przekrój nieosłabiony). Naprężenia normalne wywołane działaniem siły podłużnej:

$$\sigma_N = \frac{N}{A} = \frac{365,0}{13,2} = 276,515 \text{ MPa}$$

Maksymalne naprężenia normalne wywołane działaniem dodatkowego momentu zginającego powstałego na skutek nieosiowego przyłożenia siły (w przekroju nieosłabionym):

$$\Delta\sigma = \sigma_M = \frac{N \cdot a}{W_x} = \frac{365 \cdot 0,2}{26,4} = 27,652 \text{ MPa}$$

Sprowadzone pole przekroju przy rozciąganiu wynosi:

$$A_{t\varphi} = A_n \cdot \frac{0,8 \cdot R_m}{R_e} = 10,78 \cdot \frac{0,8 \cdot 560}{440} = 10,976 \text{ cm}^2$$

Wskaźnik osłabienia:

$$\Psi_{ot} = \frac{A_{t\varphi}}{A} = \frac{10,976}{13,2} = 0,8315$$

Maksymalne naprężenia normalne w przekroju:

$$\sigma_{\max} = \sigma_N + \sigma_M = 276,515 + 27,652 = 304,167 \text{ MPa}$$

Średnie naprężenie normalne w przekroju:

$$\bar{\sigma} = \sigma_N = 276,515 \text{ MPa}$$

Naprężenia w przekroju osłabionym:

$$\sigma_{et} = \frac{\bar{\sigma}}{\Psi_{ot}} + \Delta\sigma = \frac{276,515}{0,8315} + 27,652 = 360,20 \text{ MPa} < f_d = 370 \text{ MPa} \quad (3)$$

Na podstawie powyższych obliczeń należy stwierdzić, że nośność przekroju jest zapewniona.

Nośność przekroju osłabionego przy liniowo-sprężystym rozkładzie naprężeń.

Naprężenia normalne pochodzące od siły podłużnej:

$$\sigma_N = \frac{N}{A_n} = \frac{365,0}{10,78} = 338,59 \text{ MPa}$$

Dodatkowe naprężenia normalne powstałe na skutek mimośrodowego działania siły podłużnej:

$$\sigma_M^g = \frac{N \cdot e}{W_x^g} = \frac{365,0 \cdot 0,8735}{19,593} = 162,73 \text{ MPa}$$

$$\sigma_M^d = \frac{N \cdot e}{W_x^d} = \frac{365,0 \cdot 0,8735}{24,548} = 129,88 \text{ MPa}$$

Maksymalne naprężenia normalne wystąpią na górnej krawędzi przekroju. Ich wartość wynosi:

$$\sigma_{\max} = \sigma_N + \sigma_M^g = 338,59 + 162,73 = 501,32 \text{ MPa} > f_d = 370 \text{ MPa} \quad (4)$$

W wyniku przeprowadzonych obliczeń według liniowo-sprężystego rozkładu naprężeń w przekroju osłabionym otrzymaliśmy maksymalne naprężenia znacznie przekraczające wytrzymałość obliczeniową stali.

Nośność przekroju osłabionego w stanie pełnego uplastycznienia

Moment siły normalnej względem osi obojętnej w stanie sprężystym przekroju osłabionego wynosi: $M = 0,8735 \text{ kNcm}$.

Moment naprężeń w stanie plastycznym względem osi obojętnej w stanie sprężystym przekroju osłabionego (rys.2) określimy następująco:

$$M_{pl} = \left[1,9 \cdot 5,7235 + \frac{2,5735^2}{2} - \frac{(5,3265 - e_p)^2}{2} + e \cdot \left(5,3265 - \frac{e_p}{2} \right) \right] \cdot g \cdot \sigma_{pl}$$

Sumując naprężenia plastyczne w przekroju osłabionym otrzymamy

$$N_{pl} = (12,0 - 2 \cdot e_p - 2,2) \cdot g \cdot \sigma_{pl}$$

Wielkość e_p wyznaczmy podstawiając powyższe równania do zależności określającej moment siły normalnej w przekroju osłabionym i dzieląc obie strony wyrażenia przez $g \cdot \sigma_{pl}$.

W wyniku przeprowadzonych operacji matematycznych otrzymujemy równanie określające wielkość e_p w postaci: $e_p^2 - 1,2393 \cdot e_p + 8,56 = 0$.

Z rozwiązania powyższego równania otrzymujemy: $e_p = 0,7343$ cm

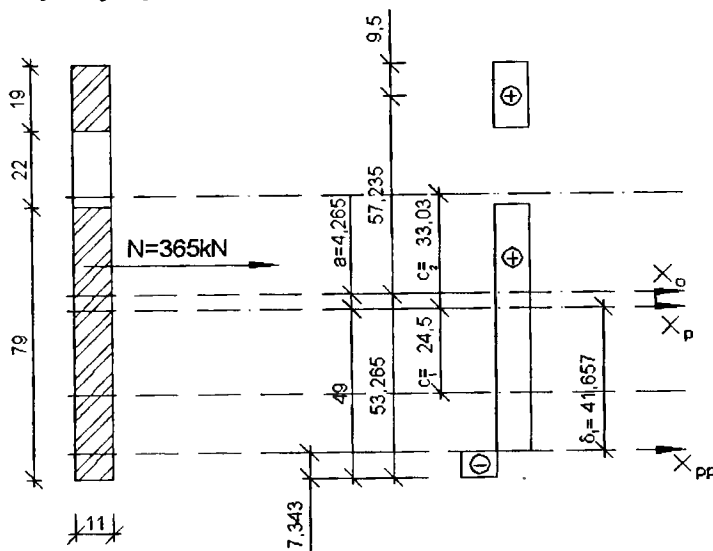
Naprężenia plastyczne wyznaczamy z zależności:

$$\sigma_{pl} = \frac{0,8 \cdot R_m}{\gamma_s} = \frac{0,8 \cdot 560}{1,2} = 373,33 \text{ MPa}$$

Siła normalna wywołująca uplastycznienie zredukowana ze względu na działanie momentu zginającego w tym przypadku wynosi

$$N_{pl,red} = (12,0 - 2 \cdot 0,7343 - 2,2) \cdot 1,1 \cdot \sigma_{pl} = 9,164 \cdot \sigma_{pl} = 342,14 \text{ kN}$$

W analizowanym przypadku $\frac{N}{N_{pl,red}} = \frac{365,0}{342,14} = 1,067$ co wskazuje na przekroczenie nośności plastycznej w przekroju osłabionym.



Rys. 2

- Oznaczenia: x_0 – oś obojętna stanu sprężystego czystego zginania
 x_p – oś obojętna stanu plastycznego czystego zginania
 x_{pp} – oś obojętna stanu plastycznego zginania i rozciągania
 c_1, c_2 – odległości od osi do środka ciężkości pola ściskanego i rozciąganego w stanie plastycznym czystego zginania
 (wszystkie wymiary podano w milimetrach)

Krzywe graniczne

Równania równowagi analizowanego przekroju możemy zapisać następująco

$$\int_A \sigma \cdot dA = N, \quad \int_A \sigma \cdot y \cdot dA = M + N \cdot a.$$

Rozpisując szczegółowo pierwsze z równań równowagi uzyskujemy:

$$N = \sigma_{pl} \cdot 2 \cdot \int_0^{\delta_1} b \cdot dy$$

gdzie:

σ_{pl} – naprężenie plastyczne,
 b – szerokość przekroju.

Stosunek działającej siły normalnej do siły podłużnej powodującej uplastycznienie przekroju osłabionego możemy zapisać w postaci:

$$\frac{N}{N_{pl}} = \frac{\sigma_{pl} \cdot 2}{\sigma_{pl} \cdot A_n} \cdot \int_0^{\delta_1} b \cdot dy = \frac{2 \cdot b}{A_n} \cdot \delta_1$$

Z powyższej zależności możemy określić przesunięcie δ_1 , które wynosi:

$$\delta_1 = \frac{N}{N_{pl}} \cdot \frac{A_n}{2 \cdot b} \quad (5)$$

W naszym przypadku przesunięcie to wyniesie:

$$\delta_1 = \frac{10,78}{2 \cdot 1,1} \cdot \frac{N}{N_{pl}} = 4,9 \cdot \frac{N}{N_{pl}}$$

Drugie z równań równowagi przekroju po rozpisaniu przyjmuje postać:

$$M + N \cdot a = \sigma_{pl} \cdot \frac{A_n}{2} \cdot (c_1 + c_2) - 2 \cdot \int_0^{\delta_1} \sigma_{pl} \cdot y \cdot b \cdot dy$$

Dzieląc obie strony równania przez M_{pl} otrzymamy:

$$\frac{M}{M_{pl}} = \frac{\sigma_{pl} \cdot A_n}{2} \cdot (c_1 + c_2) \cdot \frac{1}{M_{pl}} - \frac{N \cdot a}{M_{pl}} - \frac{\sigma_{pl} \cdot b \cdot \delta_1^2}{M_{pl}}$$

Uwzględniając, że $M_{pl} = \frac{\sigma_{pl} \cdot A_n}{2} \cdot (c_1 + c_2)$ oraz $M_{pl} = W_{pl} \cdot \sigma_{pl}$ powyższą zależność zapiszemy jako:

$$\frac{M}{M_{pl}} = \frac{M_{pl}}{M_{pl}} - \frac{N \cdot a}{W_{pl} \cdot \sigma_{pl}} \cdot \frac{A_n}{A_n} - \frac{\sigma_{pl} \cdot b \cdot \delta_1^2}{W_{pl} \cdot \sigma_{pl}}$$

Wykorzystując fakt, że $N_{pl} = A_n \cdot \sigma_{pl}$ oraz redukując wyrazy podobne zależność przybierze postać:

$$\frac{M}{M_{pl}} = 1 - \frac{a \cdot A_n}{W_{pl}} \cdot \frac{N}{N_{pl}} - \frac{b \cdot \delta_1^2}{W_{pl}}$$

Po podstawieniu do powyższego związku zależności (5) otrzymamy:

$$\frac{M}{M_{pl}} = 1 - \frac{a \cdot A_n}{W_{pl}} \cdot \frac{N}{N_{pl}} - \frac{b \cdot A_n^2}{4 \cdot W_{pl}} \cdot \left(\frac{N}{N_{pl}} \right)^2 \quad (6)$$

Dla analizowanego przekroju po podstawieniu danych równanie przedstawia się następująco:

$$\frac{M}{M_{pl}} = 1 - 0,1483 \cdot \frac{N}{N_{pl}} - 0,8517 \cdot \left(\frac{N}{N_{pl}} \right)^2$$

W wyniku powyższych obliczeń otrzymaliśmy równanie krzywej granicznej pełnego uplastycznienia we współrzędnych bezwymiarowych.

Zależność ta będzie identyczna dla dowolnie przyjętej wartości σ_{pl} . Zatem niezależnie od tego, czy przyjmiemy $\sigma_{pl} = f_d$, czy też $\sigma_{pl} = 0,8 \cdot R_m / \gamma_s$, równanie krzywej granicznej możemy zapisać w postaci

$$\frac{M_{pl,red}}{M_{pl}} = 1 - 0,1483 \cdot \frac{N}{N_{pl}} - 0,8517 \cdot \left(\frac{N}{N_{pl}} \right)^2$$

lub (7)

$$\frac{M_{pl,red}}{M_{pl}} = 1 - 0,1483 \cdot \frac{N_{R,red}}{N_{pl}} - 0,8517 \cdot \left(\frac{N_{R,red}}{N_{pl}} \right)^2$$

Równanie krzywej granicznej niepełnego uplastycznienia według wzoru Z4-3 (PN-90/B-03200) we współrzędnych bezwymiarowych

$$M_{R,red} = \frac{M_{pl,red}}{M_{pl}} \cdot M_R$$

można również zapisać

$$\frac{M_{R,red}}{M_{pl}} = \frac{M_{pl,red}}{M_{pl}} \cdot \frac{M_R}{M_{pl}}$$

Poszczególne elementy powyższej zależności możemy wyznaczyć następująco:

$$M_{pl} = W_{pl} \cdot f_d = 31,009 \cdot 37 = 1147,33 \text{ kNcm},$$

$$M_R = \alpha_p \cdot W \cdot f_d = 1,2913 \cdot 19,593 \cdot 37 = 936,116 \text{ kNcm},$$

$$\frac{M_{R,red}}{M_{pl}} = 0,8159 \cdot \frac{M_{pl,red}}{M_{pl}}$$

$$M_{pl,red} = N_{R,red} \cdot e \quad (8)$$

gdzie:

e – mimośród siły względem osi obojętnej w stanie sprężystym.

Podstawiając powyższe zależności do głównego równania otrzymamy

$$\frac{M_{R,red}}{M_{pl}} = \frac{M_{R,red} \cdot e}{M_{pl}} = \frac{e \cdot A_n \cdot \sigma_{pl}}{W_{pl} \cdot \sigma_{pl}} \cdot \frac{N_{R,red}}{N_{pl}} = \frac{0,8735 \cdot 10,78}{31,09} \cdot \frac{N_{R,red}}{N_{pl}} = 0,30365 \cdot \frac{N_{R,red}}{N_{pl}} \quad (9)$$

Powyższa zależność jest krzywą graniczną niepełnego uplastycznienia dla przekroju prostokątnego osłabionego otworem.

Nośność uogólnionego przegubu plastycznego

W złożonych stanach naprężenia nośność uogólnionego przegubu plastycznego dla przekrojów innych niż dwuteowe możemy wyznaczyć na podstawie wzoru Z4-3 (PN-90/B-03200)

$$M_{R,red} = \frac{M_{pl,red}}{M_{pl}} \cdot M_R$$

Przekształcając tę zależność otrzymamy:

$$\frac{M_{pl,red}}{M_{pl}} = \frac{M_{R,red}}{M_R}$$

podstawiając powyższe do równania (6) uzyskujemy:

$$\frac{M_{R,red}}{M_R} = 1 - \frac{a \cdot A_n}{W_{pl}} \cdot \frac{N}{N_{pl}} - \frac{b \cdot A_n^2}{4 \cdot W_{pl}} \cdot \left(\frac{N}{N_{pl}} \right)^2$$

Ponieważ

$$M_{R,red} = N_{R,red} \cdot e = N \cdot e$$

powyższą zależność zapiszemy jako

$$\frac{N \cdot e}{M_R} = 1 - \frac{a \cdot A_n}{W_{pl}} \cdot \frac{N}{N_{pl}} - \frac{b \cdot A_n^2}{4 \cdot W_{pl}} \cdot \left(\frac{N}{N_{pl}} \right)^2$$

Obie strony tej zależności mnożymy przez M_R i dzielimy przez N_{pl} w wyniku czego przyjmuje ona postać

$$e \cdot \frac{N}{N_{pl}} = \left[1 - \frac{a \cdot A_n}{W_{pl}} \cdot \frac{N}{N_{pl}} - \frac{b \cdot A_n^2}{4 \cdot W_{pl}} \cdot \left(\frac{N}{N_{pl}} \right)^2 \right] \cdot \frac{M_R}{N_{pl}}$$

Wiedząc, że: $M_R = \alpha_p \cdot W \cdot f_d$, $N_{pl} = A_n \cdot f_d$ analizowaną zależność zapiszemy jako:

$$e \cdot \frac{N}{N_{pl}} = \left[1 - \frac{a \cdot A_n}{W_{pl}} \cdot \frac{N}{N_{pl}} - \frac{b \cdot A_n^2}{4 \cdot W_{pl}} \cdot \left(\frac{N}{N_{pl}} \right)^2 \right] \cdot \frac{\alpha_p \cdot W}{A_n}$$

Dokonując przekształceń uzyskamy:

$$e \cdot \frac{N}{N_{pl}} = \left[\frac{\alpha_p \cdot W}{A_n} - \frac{a \cdot \alpha_p}{\alpha_{pl}} \cdot \frac{N}{N_{pl}} - \frac{b \cdot A_n \cdot \alpha_p}{4 \cdot \alpha_{pl}} \cdot \left(\frac{N}{N_{pl}} \right)^2 \right]$$

Ze względu na N/N_{pl} po uporządkowaniu otrzymujemy równanie kwadratowe w postaci:

$$\frac{b \cdot A_n \cdot \alpha_p}{4 \cdot \alpha_{pl}} \cdot \left(\frac{N}{N_{pl}} \right)^2 + \left(\frac{a \cdot \alpha_p}{\alpha_{pl}} + e \right) \cdot \frac{N}{N_{pl}} - \frac{\alpha_p \cdot W}{A_n} = 0$$

Rozwiązując równanie dla analizowanego przypadku uzyskujemy: $N/N_{pl} = 0,82026$.

Równanie krzywej granicznej musi być spełnione dla każdej wartości $N < N_{pl}$ znajdującej się w liczniku zależności N/N_{pl} , zatem:

$$\frac{N}{N_{pl}} = \frac{N_{R,red}}{N_{pl}} = 0,82026$$

$$N_{R,red} = 0,82026 \cdot N_{pl} = 0,82026 \cdot A_n \cdot f_d = 0,82026 \cdot 10,78 \cdot 37,0 = 327,17 \text{ kN} \quad (10)$$

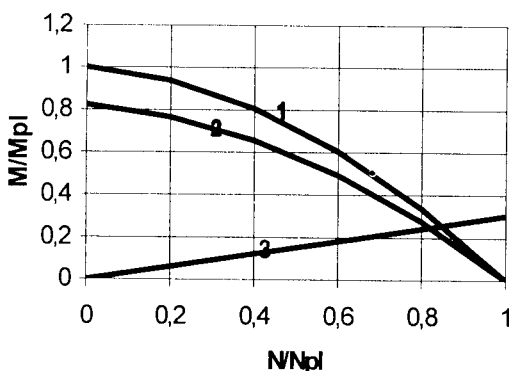
$$M_{R,red} = N_{R,red} \cdot e = 327,17 \cdot 0,8735 = 285,78 \text{ kNcm}$$

3. ZAKOŃCZENIE

Zgodnie z wzorem (3) nośność przekroju osłabionego przy obciążeniu siłą $N = 365 \text{ kN}$ przyłożoną na mimośrodku $a = 0,8735 \text{ cm}$ względem środka ciężkości przekroju osłabionego była zapewniona. Natomiast z zależności (10) wynika, że dopuszczalna dla tego przekroju siła przyłożona na tym mimośrodku wynosi $N = 327,17 \text{ kN}$. Zatem $N/N_{R,red} = 365/327,17 = 1,116$, co oznacza, że wartość siły jest przekroczone o około 12%. Również $N/N_{pl,red} = 365/342,18 = 1,067$.

Ostatecznie wykonano dla analizowanego przykładu wykonano wykres krzywych granicznych gdzie:

- krzywa 1 – wg równania (7) jest krzywą graniczną pełnego uplastycznienia,
- krzywa 2 – wg równania (8) jest krzywą graniczną niepełnego uplastycznienia,
- prosta 3 – wg równania (9) jest prostą graniczną pełnego uplastycznienia przy stałym mimośrodku $e = 0,8735 \text{ cm}$.



Rys. 3

LITERATURA

- [1] PN-90/B-03200. Konstrukcje stalowe. Obliczenia statyczne i projektowanie.
- [2] Komentarz do PN-90/B-03200 Konstrukcje stalowe. Obliczenia statyczne i projektowanie. Centralny Ośrodek Badawczo-Projektowy Konstrukcji Metalowych Mostostal S.A.

ECCENTRIC TENSION IN CROSS-SECTION ATTENUATED BY HATCH COMPLIANT WITH THE PN-90/B-03200 STANDARD

Summary

The present paper investigates the calculation of load capacity of steel cross-section attenuated by hatch compliant with the PN-90/B-03200 standard and defines problems of such calculation. The author considers, first of all, an increase in normal stress off the bending moment caused by attenuated cross-section, which frequently remains ignored.

Key words: steel construction, cross-section attenuation

BADANIA WŁASNOŚCI STRUKTURY KOŚCI GĄBCZASTEJ Z ZASTOSOWANIEM METOD SPEKTROSKOPII ELEKTRYCZNEJ I METODY ULTRADŹWIĘKOWEJ

Janusz Łukowski, Michał Pakuła, Mariusz Kaczmarek

Katedra Mechaniki Środowiska
Akademia Bydgoska im. Kazimierza Wielkiego
ul. Chodkiewicza 30, 85-068 Bydgoszcz

Kości są materiałami o anizotropowych własnościach mechanicznych i strukturalnych. Główne kierunki anizotropii tych materiałów związane są z obciążeniami, jakimi są poddawane w warunkach fizjologicznych. Badania własności mechanicznych pokazują, że najczęściej materiały kostne charakteryzują się transwersalną izotropią lub ortotropią. Celem niniejszej pracy było wyznaczenie i analiza parametrów anizotropowej struktury kości gąbczastej, tj. współczynnika uformowania oraz krętości w oparciu o pomiary przewodności elektrycznej i porównanie relacji pomiędzy zmierzonymi parametrami struktury a prędkością propagacji podłużnej fali ultradźwiękowej. Do wyznaczenia parametrów struktury wykorzystano metodę dwuelektrodową z zastosowaniem mostka RLC oraz układu umożliwiającego pomiar przewodności metodą techniczną w zakresie częstotliwości od 100 Hz do 100 kHz. Materiał badany stanowiły sześciennie próbki gąbczastej kości wołowej o wymiarze boku ok. 10 mm uzyskane z głowy kości udowej i kręgów kręgosłupa. Pomiary przewodności przeprowadzono dla materiału zawierającego szpik kostny – nasyconego płynem fizjologicznym, w trzech wzajemnie prostopadłych kierunkach.

Słowa kluczowe: kość gąbczasta, współczynnik uformowania, krętość, prędkość fali ultradźwiękowej

1. WSTĘP

Rozwój technik diagnostycznych w medycynie z zastosowaniem metod ultradźwiękowych, czy radiologicznych pozwala na coraz lepszą wizualizację tkanek oraz głębsze poznanie struktury biomateriałów oraz diagnozowanie zmian patologicznych w organizmie, np. rozwoju osteoporozy. Powszechnie uważa się, iż kości są materiałami anizotropowymi, których kierunki głównych osi anizotropii zależą od obciążeń działających w warunkach fizjologicznych [2]. Większość badań wskazujących na anizotropię kości dotyczy własności mechanicznych, takich jak moduły sprężystości i wytrzymałość [6]. Istnieje także wiele prac pokazujących, że własności mechaniczne kości gąbczastych zależą od struktury przestrzeni porowej charakteryzowanej przez porowatość objętościową i struktury szkieletu, opisywanej tensorem uformowania, [4].

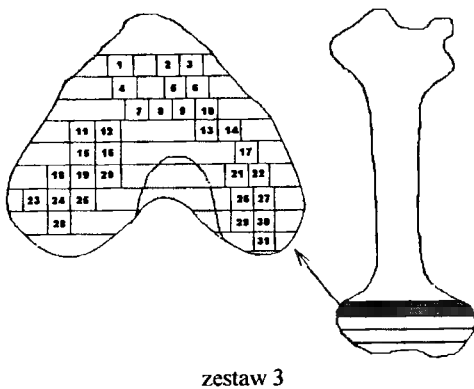
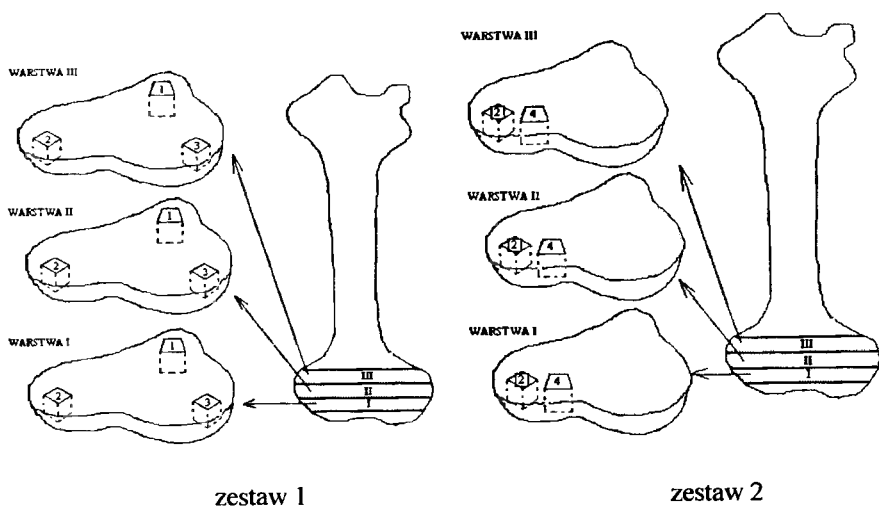
Mimo że istnieje dobrze opracowana metodologia badań własności struktury porów materiałów przepuszczalnych, w literaturze brak jest szerszej analizy związku między własnościami struktury porów materiału a własnościami mechanicznymi szkieletu.

Celem pracy jest wyznaczenie dwóch parametrów charakteryzujących strukturę porów kości gąbczastej, tj. współczynnika uformowania, FF oraz krętości, T próbek pochodzących z różnych miejsc głowy kości udowej i kości kręgosłupa oraz zbadanie korelacji między wyżej wymienionymi parametrami a prędkością propagacji fal sprężystych. Parametry struktury: współczynnik uformowania, FF , definiuje się jako stosunek przewodności roztworu elektrolitu, λ , wypełniającego materiał porowaty do przewodności próbki nasyconej tym roztworem, λ_p , tj. $FF = \lambda / \lambda_p$. Natomiast krętość T jest powiązana ze współczynnikiem uformowania FF , i porowatością f_v w następujący sposób $T = FF \cdot f_v$, [1]. Wyniki pomiarów parametrów struktury kości gąbczastej potwierdzają silną niejednorodność i anizotropię kości. Badania przeprowadzono na próbkach pochodzących z trzech warstw głowy kości udowej, nasyconych szpikiem i płynem fizjologicznym oraz z kości kręgosłupa, nasyconych płynem fizjologicznym.

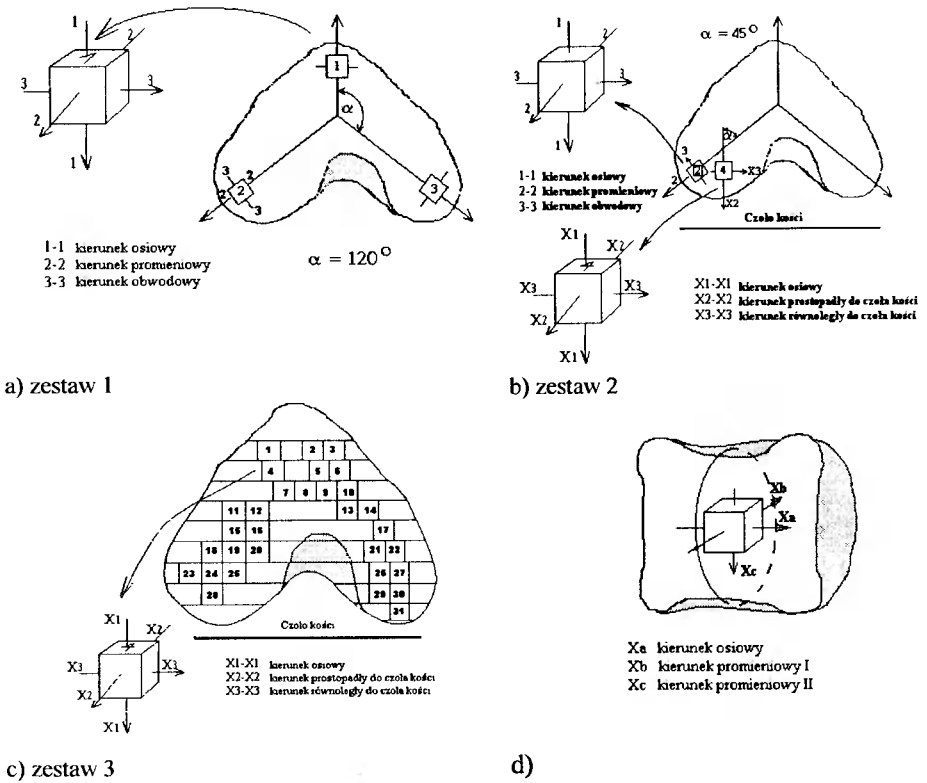
2. MATERIAŁ I ZASTOSOWANA METODA POMIAROWA

Materiałem wyjściowym do uzyskania próbek kości gąbczastej były trzy różne wołowe kości udowe pochodzące z osobników 2- i 4-letnich oraz kości kręgosłupa. Z części kolanowej głowy kości wycięto trzy równoległe warstwy (rys.1) o grubości ok. 10 mm. Z poszczególnych warstw wybrano sześciennie próbki kości gąbczastej, rozmieszczone w sposób pokazany na rys.1. Jeden z kierunków przygotowanych próbek pokrywał się z kierunkiem osi długiej trzonu kości.

Warstwy głowy kości udowej wycięto piłą diamentową, zachowując równoległość warstw - prostopadle do kierunku trzonu kości. Sześciennie próbki z poszczególnych warstw kości udowej i kręgosłupa wycięto przy użyciu piły ręcznej. Próbki podzielono na trzy zestawy. Pierwszy zestaw obejmował próbki uzyskane z trzech równoległych warstw kości usytuowanych w znacznej odległości od siebie (rys.2a). Drugi zestaw składał się z próbek uzyskanych z jednej części każdej z warstw (rys.2b). Trzeci zestaw (rys.2c) stanowiły próbki z warstwy, która charakteryzowała się największą jednorodnością. Na dwóch pierwszych zestawach kości przeprowadzono pomiary konduktometryczne próbek wypełnionych szpikiem oraz płynem fizjologicznym. Rozmieszczenie próbek w ramach warstw w zestawie 1 i 2 było takie same, gdyż należało porównać parametry struktury kości w kierunku osi kości długiej.

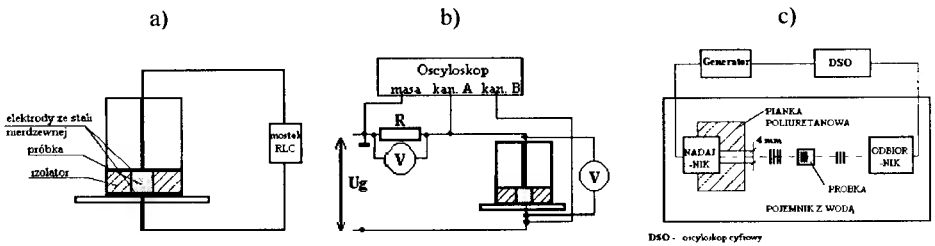


Rys. 1. Rozmieszczenie próbek kości gąbczastej w 3 warstwach głowy kości udowej



Rys. 2. Orientacja i rozmieszczenie próbek kości gąbczastych

W badaniach konduktometrycznych zastosowano metodę mostkową oraz techniczną w układzie dwuelektrodowym (patrz rys.3)[5].



Rys. 3. Układy pomiarowe: a) pomiar przewodności metodą mostkową, b) pomiar przewodności metodą techniczną, c) pomiar prędkości fali ultradźwiękowej

W celu uzyskania dokładnego kontaktu elektrody z próbką w przypadku badań materiałów wypełnionych szpikiem zastosowano obciążenie górnej elektrody, a pomiędzy elektrodami i próbką umieszczono bibułę nasyconą płynem fizjologicznym.

Pomiary próbek wypełnionych szpikiem miały na celu ustalenie, czy wyznaczenie parametrów struktury jest możliwe w przypadku próbek nienaruszonych. Wyznaczenia wartości przewodności właściwych elektrolitu i próbek wypełnionych elektrolitem stanowiących podstawę wyznaczenia parametrów struktury dokonywano w oparciu o model rezystancyjno-pojemnościowy.

Porowatość objętościową próbek kości gąbczastej wyznaczono metodą wagowo-objętościową.

Badania prędkości propagacji fali ultradźwiękowej w próbkach kości przeprowadzono w układzie przedstawionym na rysunku 3c. Układ pomiarowy składał się z dwóch głowic ultradźwiękowych o częstotliwości 1 MHz, generatora fali ultradźwiękowej firmy Panametrics, model 5058 PR oraz karty oscyloskopowej. Głowica nadawcza pobudzana jest impulsem elektrycznym z generatora, sygnał przechodzi przez układ ciecz-próbka-ciecz, następnie jest odbierany przez głowicę odbiorczą i rejestrowany przez kartę oscyloskopu cyfrowego. Znając odległość między głowicami S , grubość próbki L , prędkość fali w wodzie V_w oraz czas przybycia impulsu t_s , możemy wyznaczyć prędkość propagacji fali w próbce zgodnie ze wzorem:

$$V_s = \frac{L \cdot V_w}{t_s \cdot V_w - (S - L)}$$

We wstępnej serii przeprowadzono pomiary dla próbek z zestawu 1 i 2. Z uwagi na uzyskaną pełną korelację między prędkością propagacji fali ultradźwiękowej a odwrotnością krętości w ramach każdej z badanych próbek przeprowadzono następnie badania ultradźwiękowe dla wszystkich próbek zestawu 3 oraz dla kości kręgosłupa.

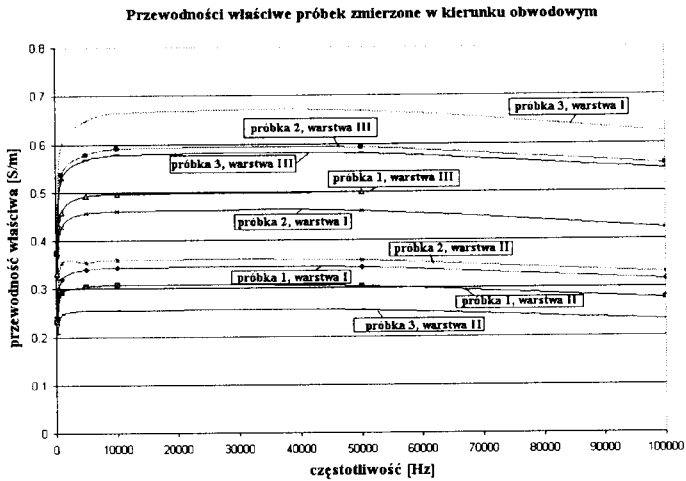
3. WYNIKI BADAŃ

W celu określenia optymalnej częstotliwości pomiaru przewodności elektrycznej (ze względu na efekty polaryzacji elektrodowej), wstępne pomiary przewodności próbek kości gąbczastej, nasyconych elektrolitem, wykonano w zakresie od 100 Hz do 100 kHz. W zakresie częstotliwości od 100 Hz do 10 kHz (rys.4) obserwujemy dość znaczny wzrost przewodności, po czym w zakresie częstotliwości od 10 kHz do 50 kHz wartości stabilizują się i dla częstotliwości powyżej 50 kHz można zauważyć nieznaczny spadek wartości przewodności właściwych kości. Biorąc pod uwagę te zależności przyjęto, że zakres optymalnych częstotliwości pomiarowych, przy których efekty polaryzacyjne nie wpływają na wyznaczane wartości przewodności zawiera się w przedziale 10 - 50 kHz.

Wyznaczenie parametrów struktury, tj. współczynnika uformowania oraz krętości w oparciu o pomiary konduktometryczne jest możliwe w przypadku, gdy w całkowitym przewodnictwie próbek dominuje przewodnictwo objętościowe nad powierzchniowym [3]. W celu określenia rodzaju przewodnictwa w badanych kościach dokonano pomiarów próbek wypełnionych roztworem wodnym płynu fizjologicznego w stosunku 1:1; 1:2; 1:5; 1:10; 1:20. Na podstawie uzyskanych wyników pomiarów stwierdzono, że przy zastosowaniu płynu fizjologicznego o stężeniu 1:1 w przewodnictwie jonowym elektrolitu dominuje przewodnictwo objętościowe nad powierzchniowym.

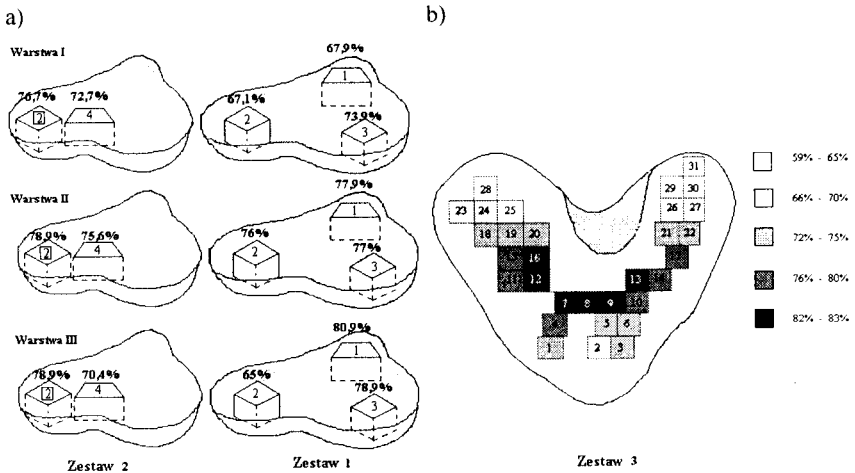
Pomiary porowatości objętościowej dla wszystkich próbek kości gąbczastej (rys.5) pozwalają stwierdzić występowanie istotnych różnic porowatości próbek zarówno

w ramach jednej warstwy jak i pochodzących z różnych warstw. Zakres zmian porowatości dla próbek zestawu 1 i 2 zawierał się w przedziale od 65% do blisko 81%.



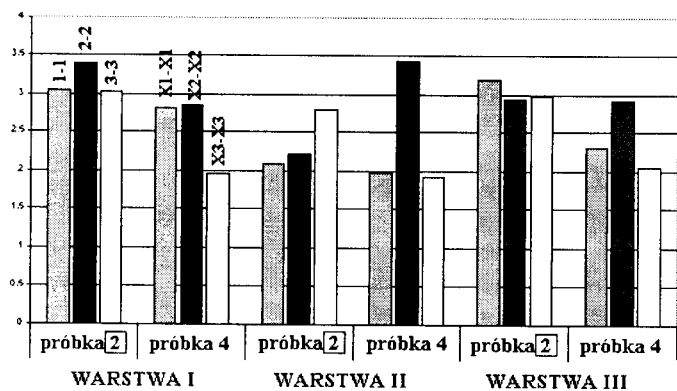
Rys. 4. Przewodność właściwa próbek zestawu 1 w funkcji częstotliwości

Rysunek 5b przedstawia mapę rozkładu porowatości wykonaną na podstawie pomiarów 31 próbek wyciętych w ramach jednej warstwy. Warto zauważyć dużą rozbieżność wyników 59-83 % oraz fakt, że największą porowatość mają próbki uzyskane ze środkowej części warstwy.



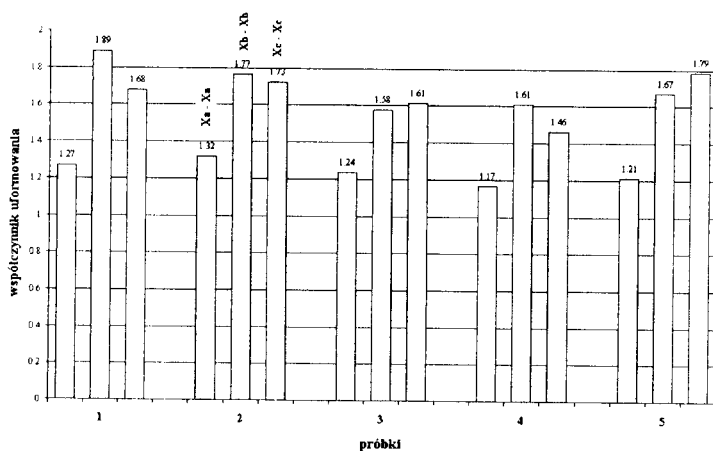
Rys. 5. Porowatości próbek kości gąbczastej

Na rysunku 6 przedstawiono wartości współczynnika uformowania próbek kości gąbczastej nasyconej płynem fizjologicznym, wyznaczone dla próbek z zestawu 2.



Rys. 6. Współczynnik uformowania próbek z zestawu 2

Różnice w wartościach współczynnika uformowania próbek z kolejnych warstw i w ramach warstw świadczą o silnej niejednorodności struktury. Wartości współczynnika uformowania wyznaczone dla poszczególnych próbek w trzech prostopadłych kierunkach potwierdzają anizotropię struktury kości gąbczastej głowy kości udowej. Na rysunku 7 przedstawiono wartości współczynnika uformowania otrzymane dla próbek uzyskanych z części środkowej kości kręgosłupa (rys.2d). Należy zwrócić uwagę, że dla każdej z próbek wartości współczynnika uformowania w kierunku X_a , tj. zgodnym z osią kręgosłupa są dużo mniejsze niż w dwóch wzajemnie prostopadłych kierunkach X_b i X_c .

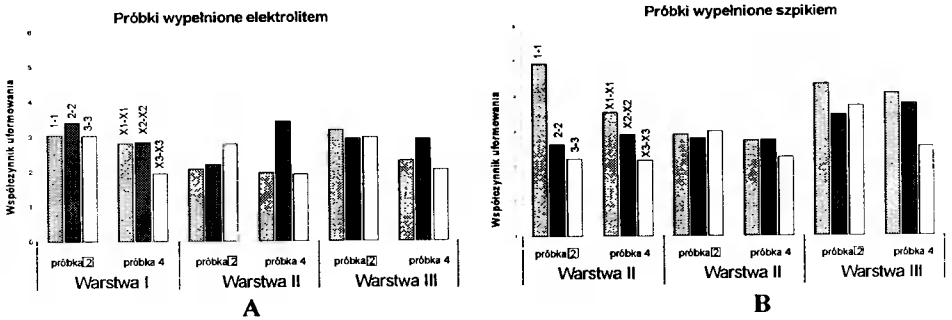


Rys. 7. Współczynnik uformowania próbek uzyskanych z kości kręgosłupa

W celu stwierdzenia, czy pomiary próbek kości wypełnionych szpikiem kostnym mogą być wykorzystane do wyznaczenia parametrów struktury wykonano serię pomiarów kości udowych w stanie nienaruszonym.

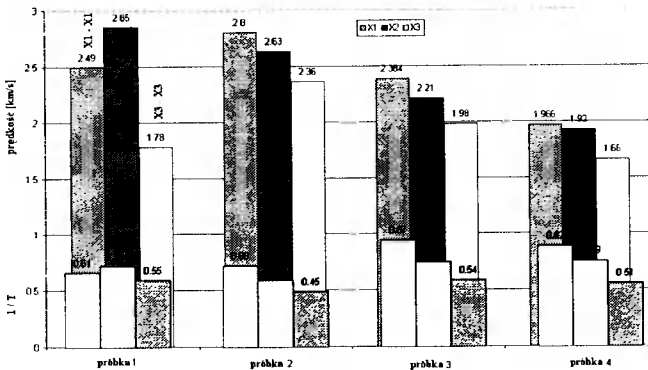
Na rysunku 8 zestawiono wartości współczynnika uformowania próbek kości z zestawu 2, wypełnionych szpikiem i płynem fizjologicznym. Zakładając, iż płyn fizjolo-

giczny jest substancją jednorodną o jednakowych własnościach elektrycznych niezależnych od kierunku pomiaru, różnice w wartościach współczynnika uformowania dla tych samych próbek wypełnionych szpikiem kostnym i elektrolitem świadczą o niejednorodności własności elektrycznych szpiku. Powyższy wynik wskazuje, że nie można wykozystać próbek nasyconych szpikiem do wyznaczania parametrów struktury.



Rys. 8. Współczynnik uformowania dla próbek z zestawu 2 wypełnionych: elektrolitem (A) i szpikiem (B)

W celu zbadania relacji badanych parametrów struktury porów z prędkością propagacji podłużnej fali ultradźwiękowej wykonano badania ultradźwiękowe prędkości propagacji fali w układzie przedstawionym na rysunku 3c, stosując głowice ultradźwiękowe o częstotliwości 1 MHz. Na rysunku 9 przedstawiono wartości prędkości propagacji fal ultradźwiękowych oraz odwrotności krętości w trzech wzajemnie prostopadłych kierunkach dla wybranych próbek z zestawu 3. Stwierdzono całkowitą korelację pomiędzy prędkością propagacji fal ultradźwiękowych a odwrotnością współczynnika krętości porów.



Rys. 9. Odwrotność krętości i prędkość dla próbek z zestawu 3 w trzech kierunkach

4. WNIOSKI

Uzyskane wyniki badań konduktometrycznych jak i ultradźwiękowych świadczą o niejednorodności i anizotropii struktury wołowej kości gąbczastej. Dodatkowo na niejednorodność wskazują różnice w wartościach porowatości objętościowej. Anizotro-

powe własności struktury kości potwierdzają różnice w wartości parametrów struktury: współczynnika uformowania i krętości w trzech wzajemnie prostopadłych kierunkach badanych próbek. Pomiary konduktometryczne przeprowadzone na materiałach kostnych zawierających szpik wykluczają możliwość wyznaczenia parametrów struktury ze względu na niejednorodność własności elektrycznych szpiku.

Porównanie wyników badań ultradźwiękowych i konduktometrycznych dowodzi istnienia korelacji prędkości fali z odwrotnością krętości. Przyjmując, że wartości prędkości fali ultradźwiękowej związane są ze sztywnością szkieletu kości, a ta ze strukturą ułożenia blaszek i beleczek kostnych w badanych próbkach należy przewidzieć dalsze prace w celu ustalenia relacji pomiędzy parametrami struktury porów a parametrami struktury szkieletu.

LITERATURA

- [1] Brown R.J.S.: Connection between formation factor for electrical resistivity and fluid-solid coupling factor in Biot's equations for acoustic waves in fluid-filled porous media. *Geophysics*, 45, 1980, 1269-1275.
- [2] Cowin S.C.: Mechanical modelling of the stress adaptation process in bone. *Calif. Tissue Int.*, 36, 1984, 98-103.
- [3] Glover P.W., Meredith P.G., Sammonds P.R., Murrell S.A.F.: Ionic surface electrical conductivity in sandstone. *Journal of Geophysical Research*, 99, 1994, 21.635-21.650.
- [4] Haire T.J., Hodgskinson R., Ganney P.S., Langton C.M.: A comparison of porosity, fabric and fractal dimension as predictors of the Young's modulus of equine cancellous bone. *Medical Eng. Physics*, 20, 1998, 588-593.
- [5] Łukowski J., Kaczmarek M., Kubik J.: Experimental studies of formation factor and tortuosity for granular materials. *Studia Geotechnica et Mechanica*, 9-10, 1999.
- [6] Williams J.L., Lewis J.L.: Properties and anisotropic model of cancellous bone from the proximal tibial epiphysis. *J. Biomech. Enging.*, 104, 1982, 50-56.

ANISOTROPIC PROPERTIES OF TRABECULAR BONE. CONDUCTOMETRIC AND ULTRASONIC STUDIES

Summary

Bones are materials with anisotropic mechanical and structural properties. The paper investigates parameters of anisotropic structure of trabecular bone: formation factor and tortuosity using measurements of electric impedance and a comparison between the structure parameters measured and velocity of ultrasonic wave propagation. To determine the material impedance, the two-electrode method with RLC bridge and direct technique are applied. The cubic specimens (1cm × 1cm × 1cm) of trabecular bovine bone are cut from the distal epiphysis of fresh bovine femora and vertebra. The results show a good correlation between tortuosity measured by electric spectroscopy and velocity of longitudinal waves.

Key words: trabecular bone, formation factor, tortuosity, ultrasonic velocity

WPŁYW STANU POWIERZCHNI ŻYŁY NA NOŚNOŚĆ POŁĄCZENIA UCHWYT – PRZEWÓD ENERGETYCZNY

Stanisław Mroziński, Zbigniew Lis

Katedra Podstaw Konstrukcji Maszyn
Wydział Mechaniczny ATR
ul. Prof. S. Kaliskiego 7, 85-796 Bydgoszcz

W pracy przedstawiono wyniki prób nośności połączenia uchwyt-przewód energetyczny. Podczas badań wykorzystywano przewody energetyczne samonośne AsXSn o przekroju $4 \times 70 \text{ mm}^2$. Wielkością charakteryzującą badane przewody była zróżnicowana chropowatość powierzchni żyły przewodu przed nałożeniem izolacji z polietylenu. Badania prowadzono dla dwóch temperatur przewodu 15 i 70 °C. Na podstawie badań stwierdzono wpływ chropowatości powierzchni żyły oraz temperatury przewodu na nośność połączenia uchwyt - przewód.

Słowa kluczowe: badania przewodów, uszkodzenia przewodów

1. WPROWADZENIE

W Polsce od kilku lat produkowane są izolowane przewody napowietrzne. Ze względu na swoje zalety, przede wszystkim zwiększenie bezpieczeństwa linii przesyłowych, ilość instalowanych przewodów rośnie z roku na rok. W Bydgoskiej Fabryce Kabli, jako pierwszej w kraju rozpoczęto ich produkcję. Konstrukcyjnie przewody te są wyrobem pozornie mało skomplikowanym. Składają się z części metalowej, zwanej linką, (będącej równocześnie przewodnikiem i elementem nośnym) oraz z powłoki izolacyjnej wykonanej z polietylenu usieciowanego.

O niezawodności i bezpieczeństwie izolowanych linii przesyłowych decyduje zarówno jakość samych przewodów, jak również osprzętu współpracującego (uchwyty odciągi itp.). Podstawowe uszkodzenia takich linii, to zerwania przewodów lub uszkodzenia połączeń; uchwyty – przewody. Nośność połączenia uchwyt mocujący – przewód energetyczny zależy od wielu czynników. Na podstawie badań przeprowadzonych w pracy [1] można stwierdzić, że nośność tego połączenia zależy w sposób istotny, m.in. od temperatury. W temperaturze 70°C odpowiada jedynie około 20% nośności tego połączenia w temperaturze 15°C. Istotnie zróżnicowana jest postać uszkodzenia połączenia dla obydwu temperatur. W przypadku temperatury 15°C uszkodzenie to najczęściej zerwanie żył wraz z izolacją, natomiast w temperaturze 70°C polega na ściągnięciu izolacji z żył przewodu. W drugim przypadku o nośności połączenia decyduje nie wytrzymałość żyły, lecz przyczepność izolacji wykonanej z usieciowanego polietylenu do aluminiowej żyły. W obydwu temperaturach o przyczepności izolacji decyduje przede wszystkim sprzężenie cierne między izolacją a żyłą oraz w niewielkim stopniu sprzężenie kształtowe, wynikające z wypełnienia przez polietylen linii śrubo-

wej o dużym skoku, powstałej poprzez skręt drutów. Siły przyczepności izolacji do żyły są wystarczające w temperaturze 15°C, lecz zdecydowanie zbyt małe w podwyższonych temperaturach.

Jedną z metod zwiększenia przyczepności izolacji do żyły może być zwiększenie udziału sprzężenia kształtowego w przenoszonym obciążeniu. Można to osiągnąć poprzez odpowiednie przygotowanie powierzchni żyły przed nałożeniem izolacji.

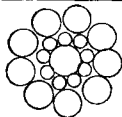
Celem poniższej pracy jest doświadczalna ocena wpływu stanu powierzchni żyły na nośność połączenia; uchwyt – przewód energetyczny.

2. OPIS BADAŃ

2.1. Obiekty badań

Obiekt badań stanowiły przewody samonośne AsXSn przeznaczone do budowy i modernizacji izolowanych linii napowietrznych niskiego napięcia, głównie na terenach zabudowanych, zadrzewionych, leśnych oraz jako przyłącza do odbiorców wiejskich miejskich i małych obiektów przemysłowych. Przewody produkowane są w systemie czteroprzewodowym w którym wszystkie żyły fazowe i neutralne stanowią elementy samonośne. Przewody AsXSn mają przekroje znamionowe mieszczące się w przedziale od 4x16 mm² do 4x120 mm². W zależności od wielkości przekroju mają różną budowę. Dla przekrojów 16, 25, 35 i 50 mm² są siedmiodrutowe (1+6). Natomiast dla przekrojów 70, 95, 120 mm² są dziewiętnastodrutowe (1+9+9) o tzw. styku liniowym i jednokierunkowym skręcie. Szczegóły budowy żył przewodów samonośnych omówiono w pracy [2]. Do badań w poniższej pracy, jako reprezentatywne przyjęto przewody 4x70 mm². Cechy geometryczne przekroju jednej żyły tego przewodu zamieszczono w tablicy 1.

Tablica 1. Cechy geometryczne jednej żyły przewodu AsXSn o przekroju 4 x 70 mm²

Przekrój, mm ²	Schemat przekroju	Średnica żyły bez izolacji, mm	Średnica żyły z izolacją, mm	Skok skrętu drutów, mm
70		9,9	12,7	130

Powierzchnie żył przygotowano wstępnie przed nałożeniem izolacji z polietylenu. Przygotowanie polegało na ukształtowaniu na powierzchni żyły poprzecznych rowków które wykonano metodą nacinania. Nacięte rowki dla różnych żył cechowały się taką samą podziałką nacięcia, lecz zróżnicowaną głębokością. Do badań przygotowano trzy żyły o zróżnicowanych cechach geometrycznych powierzchni A, B, C. Jako miarę stanu powierzchni przyjęto wartość parametru R_a oraz R_z . Średnie wartości tych parametrów dla badanych żył zestawiono w tablicy 2. W celu porównania w tablicy zestawiono również wartości parametrów R_a i R_z dla żył bez przygotowania (Z).

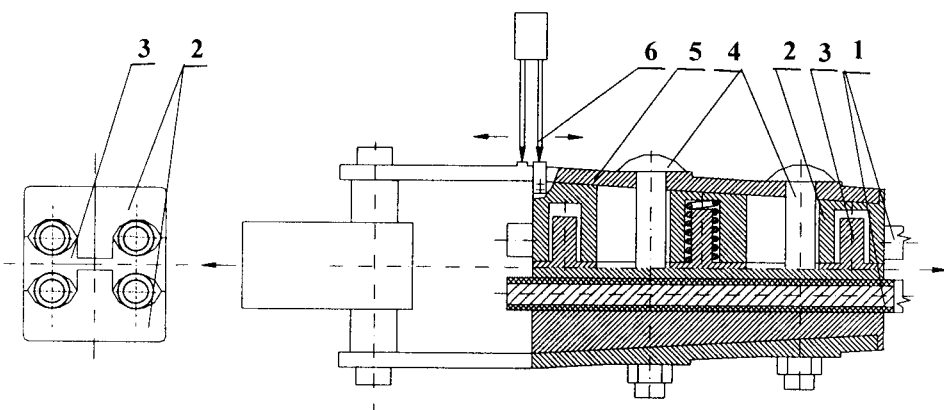
Tablica 2. Chropowatość powierzchni żył przyjętych dla badań

Parametr	Rodzaj żyły			
	Z	A	B	C
$R_a, \mu\text{m}$	0,1	4,5	5,7	20,3
$R_z, \mu\text{m}$	0,2	20,9	28,3	99,6

Na wcześniej przygotowane żyły nałożono izolację z polietylenu zgodnie z procesem technologicznym stosowanym w BFK. Szczegółowy opis tego procesu znaleźć można w pracy [3].

W ramach badań prowadzonych w pracy [1] określono wytrzymałość pojedynczych żył podczas obciążenia monotonicznego. Wytrzymałość ta (określona dla próbek żył o długości pomiarowej 3100 mm na końcach bez izolacji mocowanych w specjalnych uchwytach) wynosi około 175 MPa.

Do badań nośności połączenia uchwyt – przewód wykorzystano uchwyty odciągowe do przewodów izolowanych, produkowanych w zakładach Wytwórczych Sprzętu Sieciowego BELOS z Bielska Białej typu 3002. Uchwyt ten według producenta powinien zapewnić prawidłową współpracę dla przewodów o przekrojach z zakresu 4×16 do $4 \times 120 \text{ mm}^2$. Uchwyt schematycznie przedstawiono na rys. 1.



Rys. 1. Uchwyt mocujący stosowany podczas badań

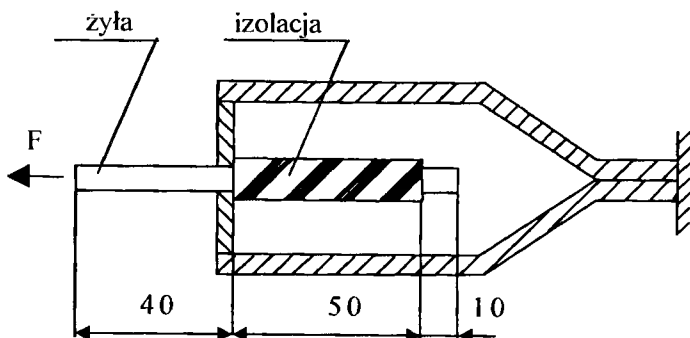
W uchwycie mocującym cztery żyły (1) przewodów mocowane są parami w dzielonych wzdłużnie wkładkach klinowych zewnętrznych (2) i wewnętrznych (3). Wkładki te wykonano metodą wtrysku z itamidu-poliamidu, wzmocnionego krótkim włóknem szklanym. Tworzywo to charakteryzuje się wysoką wytrzymałością, oraz jest dobrym izolatorem. Wkładki umieszczone są pomiędzy dwoma stalowymi cięgnami (5). Żyły przewodu energetycznego osadzone są we wzdłużnych rowkach poprzecznie żłobionych o promieniu 7 mm (przy średnicy żyły izolowanej 12,7 mm – tablica 1). Poprzeczne żłobienia umożliwiają kształtowe powiązanie pomiędzy izolacją żyły a wkładką. Zacisk przewodu w uchwycie jest realizowany przy wykorzystaniu dwóch śrub (4). Producent uchwytów podaje, że śruby podczas montażu należy napiąć momentem $M = 40 \text{ Nm}$. Podczas obciążenia eksploatacyjnego może nastąpić dodatkowy zacisk przewodu na skutek przesuwu kompletu wkładek względem cięgien. Maksymalny dopuszczalny przesuw wkładek został ograniczony konstrukcyjnie i wynosi 15 mm.

2.2. Przebieg badań

Badania eksperymentalne podzielono na dwie grupy:

- badania przyczepności izolacji do żyły zgodnie z [3],
- badania nośności połączenia; uchwyt – przewód energetyczny.

Ad. a. Badania przyczepności polegały na określeniu siły potrzebnej do wyciągnięcia żyły z izolacji. Badania przeprowadzono na maszynie wytrzymałościowej Instron 8501 przy wykorzystaniu przyrządu, który przedstawiono schematycznie na rys. 2.



Rys. 2. Badanie przyczepności pomiędzy izolacją a żyłą

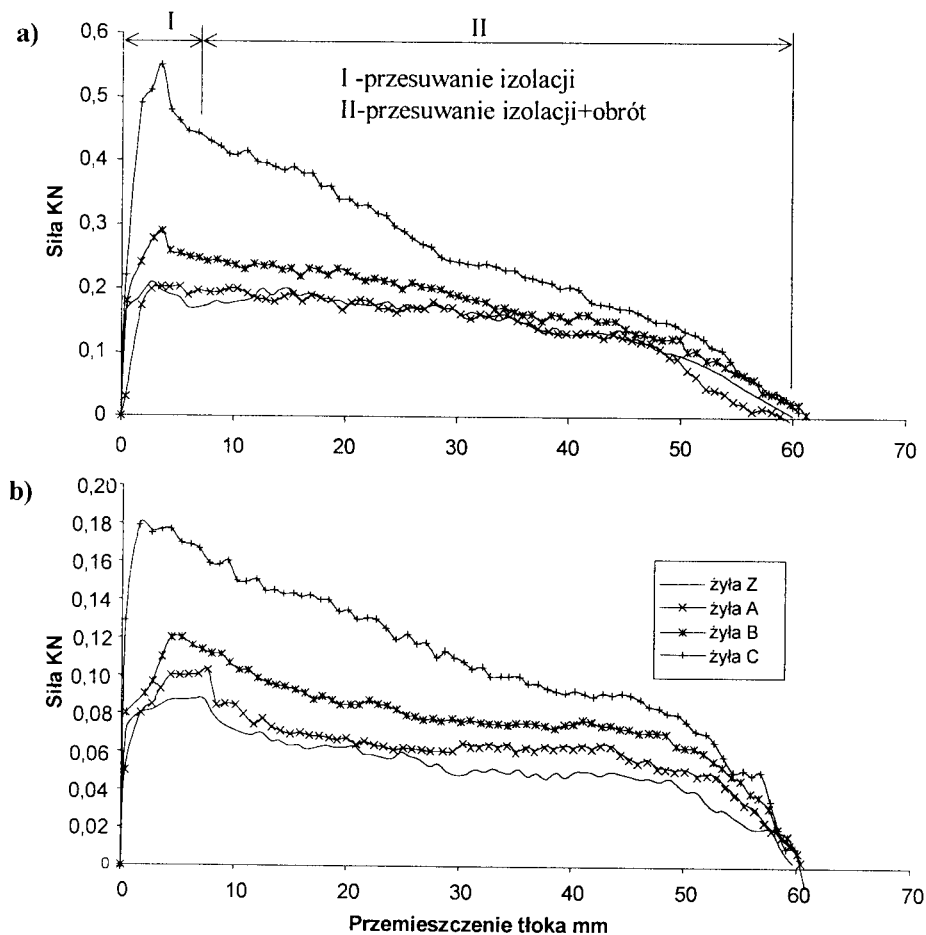
Podczas badań pomiarowi i rejestracji podlegała wartość siły i przemieszczenia tłoka maszyny. Badania przeprowadzono na pięciu próbkach każdego z przygotowanych przewodów dla dwóch temperatur przewodu 15 i 70°C. Niższą z temperatur przewodu uzyskiwano w temperaturze laboratorium, natomiast wyższą poprzez wygrzewanie próbek przed badaniem przez około 10 min w piecu elektrycznym. Podczas badań prędkość przesuwu tłoka maszyny wytrzymałościowej wynosiła 200 mm/min.

Ad. b. Badania nośności połączenia uchwyt – przewód polegało na obciążaniu z prędkością 200 mm/min układu dwóch uchwytów z zamocowanym w nich przewodzie. Podczas badań pomiarowi i rejestracji podlegały wartość siły, przemieszczenia tłoka oraz przemieszczenie cięgien względem wkładek. Przemieszczenie cięgien względem wkładek mierzono przy wykorzystaniu czujnika (6). Podczas badań stosowano dwa identyczne uchwyty, przy czym tylko jeden z uchwytów był pomiarowym, w którym występował dodatkowy zacisk podczas obciążenia. W drugim uchwycie zacisk dodatkowy (przesuw cięgien względem wkładek - patrz rys. 2) zrealizowano już na etapie montażu przewodu w uchwycie. W celu uzyskania pewności mocowania przewodu w tym uchwycie zwiększono napięcie śrub mocujących do 60 Nm. Schemat sposobu mocowania przewodów w uchwycie przedstawiono na rys. 4. Podobnie, jak w przypadku prób przyczepności izolacji do żyły badania nośności przeprowadzono w temperaturach 15 i 70°C.

3. WYNIKI BADAŃ

3.1. Wyniki pomiarów przyczepności izolacji do żyły

Uzyskane wyniki pomiaru przyczepności izolacji i żyły przedstawiono w formie wykresów zmian siły obciążającej w funkcji przemieszczenia tłoka. Na rysunku 3 przedstawiono wykresy zmian siły obciążającej dla czterech badanych żył w temperaturach 15 i 70°C.



Rys. 3. Wykresy przyczepności pomiędzy izolacją a żyłą w funkcji przemieszczenia tłoka w temperaturze 15°C (a) i 70°C (b)

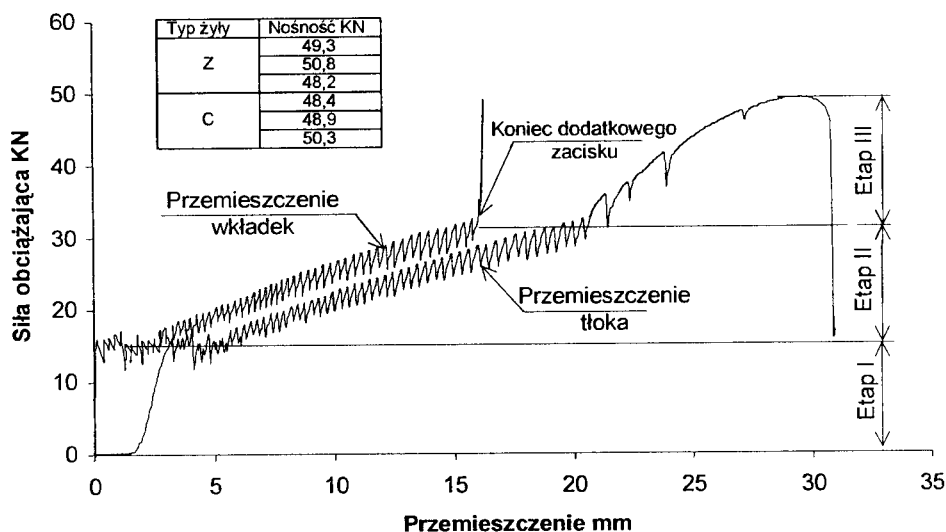
Zgodnie z oczekiwaniami na wartość i przebieg zmian siły przyczepności wpływ ma rodzaj przewodu oraz temperatura żyły. Analiza przedstawionych wykresów ukazuje występowanie podczas próby przyczepności w zróżnicowanych temperaturach podobnych okresów. Okresy te są związane z położeniem żyły względem izolacji podczas próby. Największa wartość siły przyczepności występuje w obszarze odpowiadającym

przemieszczeniu tłoka o około 5 mm. Następnie siła przyczepności przez cały czas ulega zmniejszeniu, aż do momentu całkowitego wysunięcia żyły z izolacji. Najwyższe wartości tej siły dotyczą żyły typu C, natomiast najniższe żyły bez przygotowania (żyła Z). W temperaturze 15°C wzrost przyczepności w zależności od rodzaju żyły wynosił od 20 % dla żyły typu A do 250 % dla żyły typu C. W temperaturze 70°C wzrost siły przyczepności izolacji wynosił od 25 % dla żyły A do 230 % dla żyły typu C.

Na rys. 3 oznaczono orientacyjnie etap przesuwu tłoka, od którego zsuwaniu żyły z izolacji towarzyszył proces jej obrotu względem żyły. Obrót ten jest spowodowany oddziaływaniem linii śrubowej na żyłę powstałej ze skrętu drutów. Początek ruchu obrotowego izolacji rozpoczął się zawsze w podobnym położeniu tłoka i wynosił niezależnie od temperatury żyły od 5-8 mm.

3.2. Wyniki pomiarów nośności

Wyniki pomiarów nośności połączenia uchwyt – przewód przedstawiono w formie wykresów zmienności siły obciążającej połączenie w funkcji przemieszczenia tłoka w temperaturze 15°C. Badania nośności przeprowadzono jedynie dla dwóch odmian przewodu z żyłami typu Z oraz typu C. Podczas wszystkich przeprowadzonych prób, niezależnie od rodzaju żył uzyskano zbliżone wartości nośności połączenia oraz taką samą postać uszkodzenia w formie zerwania żyły przewodu. Ze tego względu na rys. 4 przedstawiono, jako reprezentatywny wykres obciążania połączenia jedynie dla żyły Z. Ponadto pokazano dodatkowo wykres wyjaśniający dodatkowy zacisk przewodu na skutek przesuwu wkładek zewnętrznych i wewnętrznych względem cięgien. Uzyskane wyniki nośności dla przewodów zbudowanych z żył odmiany Z i C zestawiono na rys. 4.



Rys. 4. Wykres obciążania połączenia uchwyt – przewód energetyczny (żyła typu Z) w temperaturze 15°C

Na podstawie analizy wykresu można stwierdzić, że nośność połączenia uchwyt - przewód odniesiona do pola przekroju jest zbliżona do wytrzymałości pojedynczej żyły. Na podstawie analizy wyników zestawionych na rys 4 można stwierdzić, że w temperaturze 15^oC nośności połączeń są na takim samym poziomie i wynoszą średnio 50 kN, co odpowiada wytrzymałości na poziomie 180 MPa. Na podstawie badań zrealizowanych w pracy [1] można stwierdzić, że odpowiada to w przybliżeniu wytrzymałości określonej dla pojedynczej żyły.

Na wykresie obciążania (rys. 4) można wyróżnić trzy podstawowe etapy związane z procesem obciążania połączenia; uchwyt – przewód energetyczny. Należą do nich:

Etap I – prostowanie żył zamocowanych w uchwycie.

Etap II – liniowy wzrost obciążenia, w którym występuje wydłużenie przewodu oraz dodatkowy zacisk żył w uchwycie na skutek przemieszczania wkładek między metalowymi cięgnami. Proces ten jest widoczny na wykresie w postaci uskoków siły na obydwu wykresach. Efektów tych nie obserwowano podczas obciążania uchwytów w temperaturze 70^oC.

Etap III – dalszy wzrost obciążenia powodujący jego wydłużenie, aż do chwili zerwania przewodu.

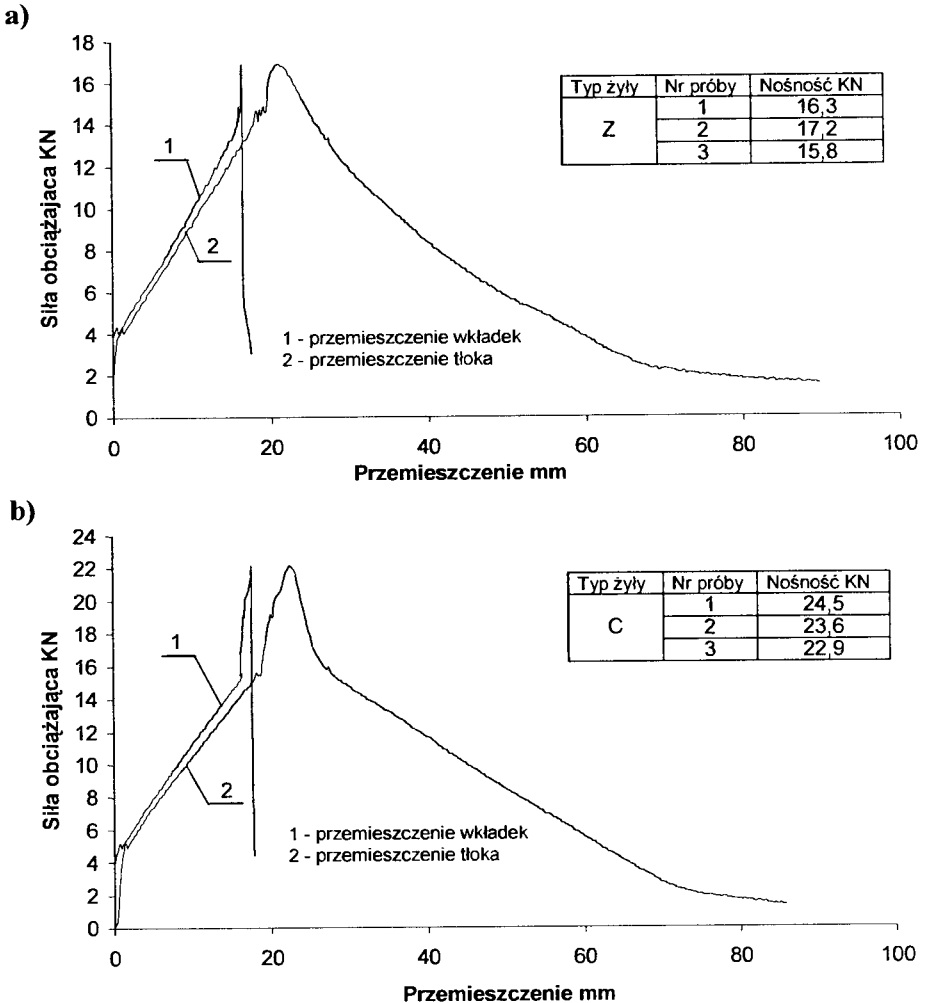
Taka sama postać uszkodzenia oraz zbliżona wartość nośności połączenia wydają się świadczyć o braku wpływu stanu powierzchni żyły na nośność połączeń w temperaturze 15^oC. Wpływ stanu powierzchni żyły na nośność połączenia obserwowano natomiast w temperaturze 70^oC. Na rysunku 5 przedstawiono wykonane wykresy obciążania uchwytów uzyskane dla połączeń wykonanych na bazie żył typu Z i C w temperaturze 70^oC.

Na podstawie analizy porównawczej wykresów nośności można stwierdzić, że nośność układu uchwyt – przewód, w przypadku wykonania z żył typu Z wynosi około 16 kN, co stanowi około 30 % nośności połączenia w temperaturze 15^oC. Natomiast połączenie zbudowane na bazie żył typu C wykazuje średnią nośność na poziomie 25 kN, co stanowi około 50 % nośności połączenia w temperaturze 15^oC.

PODSUMOWANIE

Na podstawie uzyskanych wyników badań można stwierdzić, że odpowiednie przygotowanie powierzchni żyły przed nałożeniem izolacji zwiększa przyczepność izolacji do żyły. Dotyczy to zarówno temperatur pokojowych, jak również podwyższonych.

Wzrost siły przyczepności między izolacją a żyłą spowodował wzrost nośności połączenia uchwyt – przewód energetyczny, szczególnie w podwyższonych temperaturach eksploatacji. Zastosowana metoda przygotowania powierzchni żyły może stanowić jeden z kierunków działań, zmierzających do poprawy jakości i bezpieczeństwa eksploatowanych przewodów energetycznych.



Rys. 5. Wykres obciążania połączenia uchwyt – przewód energetyczny w temperaturze 70°C dla żył typu Z (a) i C(b)

Zmodyfikowane żyły poddano testom przewidzianym w ramach procesu technologicznego produkcji żył. Do najważniejszych prób można zaliczyć: odporność na uderzenie, na niskie temperatury oraz na starzenie cieplne. Szczegółowy opis tych badań oraz uzyskane wyniki zamieszczono w pracy [3]. Pomimo pozytywnych wyników tych prób przeprowadzone badania uznać można jako jeden z etapów dalszych szczegółowych badań. W pracy nie podjęto analizy wpływu wprowadzonych zmian na inne właściwości eksploatacyjne, takie jak: odporność przewodu na obciążenia zmienne, drgania, czy proces pełzania. Dalsze prace badawcze, dotyczące wzrostu nośności połączenia uchwyt-przewód powinny być prowadzone w kilku kierunkach i dotyczyć:

- a) modyfikacji obecnych uchwytów – jedną z propozycji tych zmian przedstawiono w pracy [5],

- b) podwyższenia przyczepności izolacji do żyły szczególnie w podwyższonych temperaturach,
- c) oceny wpływu czynników eksploatacyjnych na własności zmodyfikowanych przewodów i uchwytów.

LITERATURA

- [1] BZ-20/97. Badania eksperymentalne w zakresie parametrów wytrzymałościowych żył przewodów samonośnych. Praca realizowana 1997 w roku na zlecenie Bydgoskiej Fabryki Kabli w Bydgoszczy.
- [2] Czarnecki P., Mroziński S., Topoliński T.: Konstrukcja, wytrzymałość i badania przewodów elektroenergetycznych. Przegląd Mechaniczny 4/00.
- [3] Cierzniakowski T.: Wpływ stanu powierzchni żyły na nośność układu konstrukcyjnego uchwyt przewod energetyczny. Praca dyplomowa, Wydział Mechaniczny ATR, 2000.
- [4] PN-89/E-04160/16. Sprawdzanie przyczepności izolacji do żyły.
- [5] Czarnecki P., Mroziński S., Topoliński T.: Możliwość kształtowania cech dynamicznych przewodów AFLwsXSn poprzez zastosowanie uchwytów napinających. Przegląd Mechaniczny 22/99.

IMPACT OF CABLE WIRE SURFACE CONDITIONS ON THE GRIP-CABLE CONNECTION LOAD CAPACITY

Summary

The present paper presents the results of load capacity tests for grip-cable connection where $4 \times 70 \text{ mm}^2$ cross-section AsXSn cables were used. The surface roughness of the wires investigated varied prior to their covering with polyethylene insulation. The research covered two cable wire temperatures, 15 and 70°C . The study defined the impact of wire surface roughness and cable temperature on the grip-cable connection load capacity.

Key words: cable investigations, fracture of the cable

EKSPERYMENTALNE OKREŚLENIE TORU RUCHU ŁADUNKU JEDNOSTKOWEGO W PROCESIE ZGARNIANIA

Tomasz Piątkowski, Janusz Sempruch

Katedra Sterowania i Konstrukcji
Wydział Mechaniczny ATR
ul. Prof. S. Kaliskiego 7, 85-796 Bydgoszcz

Artykuł dotyczy badań doświadczalnych wyznaczania torów ruchu ładunków jednostkowych podczas ich zgarniania na maszynie rozdzielczej. Badania te prowadzone są w celu zweryfikowania wyników uzyskanych podczas symulacji modelu teoretycznego procesu zgarniania. Badania doświadczalne potwierdziły założenia przyjętej budowy modelu analitycznego.

Słowa kluczowe: proces zgarniania, zgarniak, modelowanie

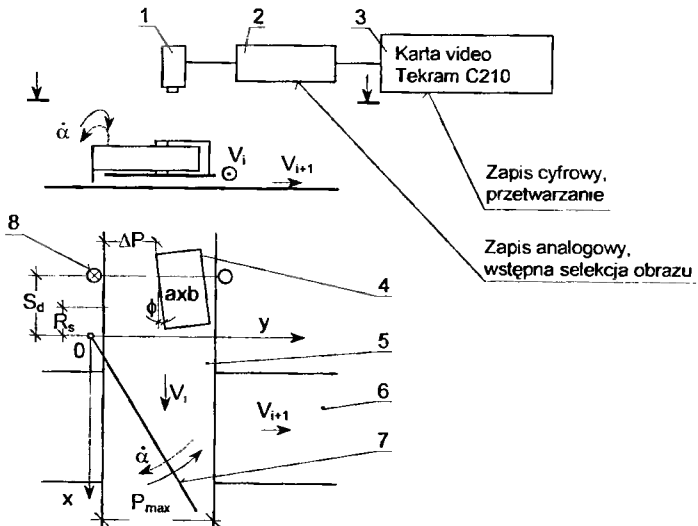
1. WSTĘP

Maszyny rozdzielcze stosowane są w procesie sortowania do automatycznego podziału ładunków jednostkowych (np. paczek). Maszyny te, będąc elementem systemu transportowego rozdzielni, są „wplecione” w układ przenośników dosyłająco-odbiorczych. Jednym z rozwiązań technicznych jest maszyna pracująca na zasadzie zgarniania paczek z przenośnika taśmowego zgarniakiem wychyłowym. Pożądaną cechą maszyn rozdzielczych jest możliwość wpływania poprzez parametry procesu na wydajność rozdziału (przy zachowaniu niezawodności i bezpieczeństwa dzielonych ładunków). Sterowanie poziomem wydajności nie może posiadać znamion przypadkowości, lecz musi być świadomym wyborem. Zmiana jednego z parametrów procesu zgarniania (prędkości przenośnika V , czasu cyklu pracy zgarniaka t_c , położenia czoła paczki w chwili zadziałania zgarniaka R_c) pociąga za sobą potrzebę zmiany pozostałych. Poznanie zasad postępowania przy dobieraniu parametrów jest możliwe poprzez badanie i analizę modelu matematycznego procesu zgarniania. Dla ułatwienia budowy modelu fizycznego przyjęto następujące założenia upraszczające: paczkę potraktowano jako ciało sztywne o równomiernie rozłożonej masie i jednorodnych właściwościach ciernych, a urządzenie zgarniające, jako mechanizm o członach nieodkształcalnych. Ciągły proces zgarniania zamodelowano jako sekwencję dyskretnych stanów charakterystycznych paczki: uderzenie ukośne narożem paczki o zgarniak, ruch płaski paczki przy odskoku po udarze, powtórne ukośne uderzenie o zgarniak, obrót paczki wokół naroża ocierającego się o ramię zgarniaka, ruch paczki wzdłuż ramienia zgarniaka oraz poślizg narożnikami paczki o ramię zgarniaka i burtę taśmociągu [1]. Wynikają one z wzajemnego oddziaływania ładunku i elementów wykonawczych maszyny. Jednym

ze sposobów oceny zbudowanego modelu są badania eksperymentalne torów ruchu ładunku podczas zgarniania na maszynie rozdzielczej. Zgodność pokrywania się torów rzeczywistego i wyznaczonego analitycznie będzie świadczyć o słuszności przyjętego modelu.

2. STANOWISKO DO REJESTRACJI TORÓW RUCHU PACZKI

Przebieg eksperymentu zgarniania paczek nagrywano na magnetowidzie S-VHS Panasonic oraz rejestrowano kamerą monochromatyczną CCD K-45R Elemis (z elektroniczną migawką 1/2000 s) umieszczoną nad fragmentem maszyny rozdzielczej przygotowanej do prób zgarniania (rys.1). Powierzchnia paczki obserwowana kamerą video pokryta była czarnym nieodblaskowym papierem, a na niej umieszczono biały kontrastowy znak w kształcie krzyża. Na krzyżu znajdował się kontrastowy znacznik - punkt. Na burcie taśmociągu, także na ciemnym tle, umieszczono podziałkę liniową pozwalającą na późniejsze, podczas odczytu zapisów video, określenie rzeczywistych przemieszczeń paczki. Zarejestrowane zapisy z procesu zgarniania przeglądano klatkę po klatce i zapisywano jako pliki z rozszerzeniem bmp, korzystając z oprogramowania multimedialnego VideoCAP-C210 i karty video C210 firmy Tekram współpracującej z magnetowidem. Utworzone pliki importowano do edytora graficznego MS Paint i odczytywano położenie znacznika paczki. Kolejne położenia znaku paczki z poszczególnych klatek zapisu wyznaczają tor ruchu środka ciężkości paczki podczas zgarniania. Obraz zapisano z rozdzielczością 640x480 punktów. Odległość 0,6 m oznaczona linią na burcie taśmociągu odpowiadała 304 punktom na obrazie edytora graficznego.

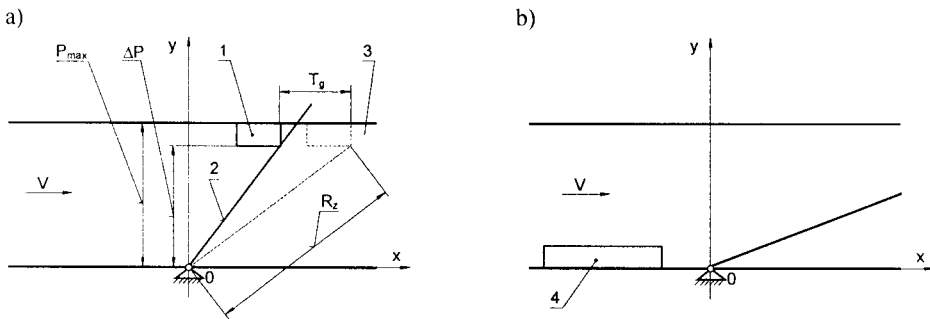


Rys.1. Układ rejestracji i zapisu toru ruchu ładunku: 1 – kamera, 2 – magnetowid, 3 – komputer, 4 - zgarniany ładunek (o wymiarach axb), 5 i 6 – przenośniki, 7 – ramię zgarniaka, 8 - bariera świetlna, S_d – położenie bariery świetlnej, R_s – położenie czoła ładunku w chwili zadziałania zgarniaka, ΔP – odległość ładunku od brzegu przenośnika, V_i – prędkość liniowa, α – prędkość kątowa ramienia zgarniaka, ϕ – kąt obrotu ładunku

3. ANALIZA PROCESU ZGARNIANIA PACZEK

Na podstawie przeprowadzonych badań wstępnych ustalono, że najtrudniejszymi do zgarnięcia są paczki o granicznych wymiarach ułożone przed zgarnięciem na skraju taśmociągu:

- paczka minimalnych rozmiarów (200x100x100 mm) ułożona jest przy zewnętrznym skraju taśmociągu, w największej odległości od osi obrotu zgarniaka (przypadek 1, rys.2a),
- paczka granicznych wymiarów (700x100x100 mm) ułożona jest przy wewnętrznym skraju taśmociągu, najbliżej osi obrotu zgarniaka (przypadek 2, rys.2b).



Rys.2. Paczki w najmniej korzystnych przypadkach zgarniania: 1 – paczka (200x100x100), 2 – ramię zgarniaka, 3 – przenośnik taśmowy, 4 – paczka (700x100x100), R_z – długość ramienia zgarniaka, T_g – odległość czoła paczki od położenia, w którym następuje ucieczka paczki, ΔP – odległość paczki od brzości przenośnika, P_{max} – szerokość przenośnika, V – prędkość liniowa: a) ΔP przyjmuje wartość maksymalną, b) ΔP przyjmuje wartość minimalną

Zanim paczki zostaną zgarnięte z przenośnika taśmowego przez dłuższy czas wędrują na nim – od momentu wprowadzenia na maszynę rozdzielczą. W związku z tym można uznać, iż paczka przed zgarnięciem jest nieruchoma względem taśmy. Kryterium zgarnięcia paczki minimalnych rozmiarów (200x100x100) ułożonej na zewnętrznym skraju taśmy jest bardzo rygorystyczne (rys.2a). Zakłada ono, że paczka zgarnięta jest wtedy, gdy możliwy jest, co najmniej kontakt naroża czoła paczki z końcem zgarniaka. Uproszczenia wprowadzone w modelowaniu teoretycznym nie mają wpływu na kontrolowanie warunku zgarnięcia w pierwszym przypadku. W tych obliczeniach wykorzystuje się tylko czynniki geometryczne i kinematyczne – nie dynamiczne. Z tego powodu podczas badań doświadczalnych należy koncentrować się na wyznaczeniu toru ruchu paczki – przypadek drugi. Z punktu widzenia działania modelu procesu zgarniania, najtrudniejszym jest przypadek zgarniania (paczki oddalonej od burt taśmociągu), w którym pojawia się zderzenie paczki ze zgarniakiem i gdy następują po nim kolejne stany charakterystyczne ruchu paczki. Paczka wówczas poddawana jest intensywnym oddziaływaniom dynamicznym ze strony ramienia zgarniaka, wykonując złożoną kinematykę. W związku z powyższym w trakcie badań doświadczalnych zgarniania ładunków należy także zwrócić uwagę na tory ruchu paczek, które przed zgarnięciem są oddalone od burt taśmociągu.

Badania polegały na zapisie kamerą video przebiegu zgarniania paczki 700x100x100 mm przed zgarnięciem przy wewnętrznym skraju ($\Delta P = 0$ m) i ułożonej

w osi taśmociągu ($\Delta P = 0,3$ m). W dalszej kolejności rejestrowano zgarńnięcie paczki o wymiarach 400x260x150 mm, także ułożonej w osi taśmociągu ($\Delta P = 0,22$ m).

Próbowo zgarniania poddawano paczki o wymiarach 700x100x100 mm (3,5 kg) i 400x260x150 mm (5 kg) wykonane wg PN [4]. Eksperyment zgarniania przeprowadzono dla dwóch wartości parametrów zgarniania:

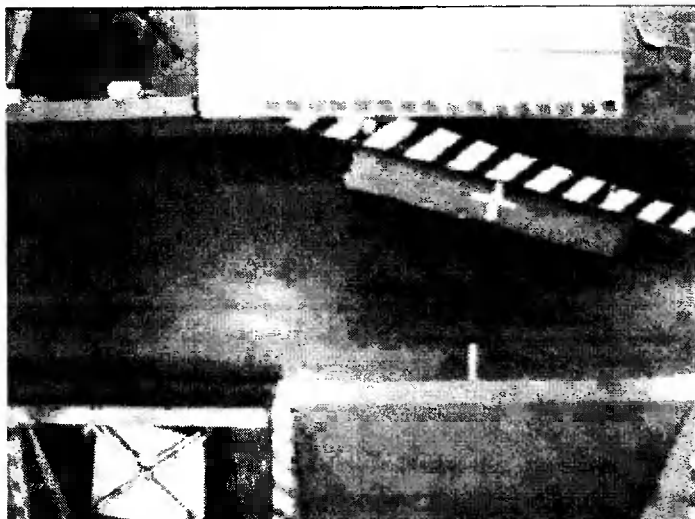
- określonych w dokumentacji technicznej maszyny i zalecanych w pracy [3] ($t_c = 1,36$ s, $V = 0,65$ m/s, $R_s = 0,8$ m),
- optymalnych wyznaczonych podczas analizy modelu teoretycznego procesu zgarniania [1] ($t_c = 1,36$ s, $V = 2$ m/s, $R_s = 0$ m).

4. WYNIKI BADAŃ TORÓW RUCHU PACZKI

Wyniki rejestracji położenia środka ciężkości paczki 700x100x100 mm ułożonej przy burcie taśmociągu ($\Delta P = 0$) na podstawie odczytów obrazów zapisanych podczas jej zgarniania przedstawiono w tabelicy 1 (odpowiednio dla parametrów: $t_c = 1,36$ s, $V = 0,65$ m/s, $R_s = 0,8$ m oraz $t_c = 1,36$ s, $V = 2$ m/s, $R_s = 0$ m). Odtworzony kadr z badań zgarniania ładunku z taśmociągum umieszczono na rysunku 3.

Tablica 1. Współrzędne środka ciężkości paczki 700x100x100 mm, $\Delta P = 0$, $\phi = 0$

Nr pomiaru	Parametry zgarniania			
	$t_c = 1,36$ s, $V = 0,65$ m/s, $R_s = 0,8$ m		$t_c = 1,36$ s, $V = 2$ m/s, $R_s = 0$ m	
	y [m]	x [m]	y [m]	x [m]
1	0,050	0	0,050	0
2	0,059	0,034	0,050	0,095
3	0,085	0,066	0,050	0,200
4	0,122	0,089	0,050	0,307
5	0,173	0,100	0,050	0,414
6	0,229	0,107	0,059	0,516
7	0,279	0,102	0,090	0,611
8	0,364	0,091	0,124	0,698
9	0,427	0,080	0,197	0,766
10	0,480	0,064	0,276	0,820
11	0,515	0,066	0,364	0,857
12	-	-	0,435	0,875
13	-	-	0,541	0,895
14	-	-	0,643	0,934
15	-	-	0,702	0,995



Rys. 3. Kadr pochodzący z badań zgarniania ładunku na maszynie rozdzielczej

Tablica 2 zawiera zestawienie położenia środków ciężkości paczki o wymiarach 700x100x100 mm, a tablica 3 – paczki 400x260x150 mm, które przed zgarnięciem były ułożone na osi taśmociągu (dla parametrów zgarniania: $t_c = 1,36$ s, $V = 0,65$ m/s, $R_x = 0,8$ m oraz $t_c = 1,36$ s, $V = 2$ m/s, $R_x = 0$ m).

Tablica 2. Współrzędne środka ciężkości paczki 700x100x100 mm, $\Delta P = 0,3$ m, $\phi = 0$

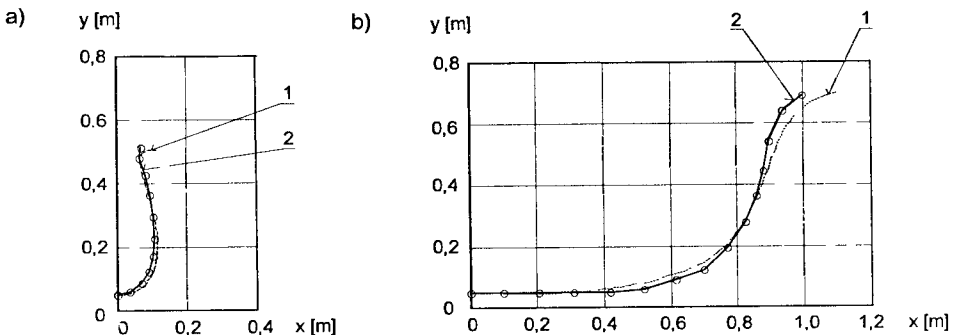
Nr pomiaru	Parametry zgarniania			
	$t_c = 1,36$ s, $V = 0,65$ m/s, $R_x = 0,8$ m		$t_c = 1,36$ s, $V = 2$ m/s, $R_x = 0$ m	
	y [m]	x [m]	y [m]	x [m]
1	0,350	0	0,350	0
2	0,371	0,010	0,351	0,040
3	0,401	0,021	0,370	0,081
4	0,459	0,010	0,391	0,120
5	0,512	-0,010	0,410	0,140
6	0,560	-0,021	0,430	0,151
7	0,609	-0,031	0,472	0,159
8	0,653	-0,042	0,549	0,170
9	-	-	0,620	0,190
10	-	-	0,680	0,210
11	-	-	0,721	0,221

Tablica 3. Współrzędne środka ciężkości paczki 400x260x150 mm, $\Delta P = 0,22$ m, $\phi = 0$

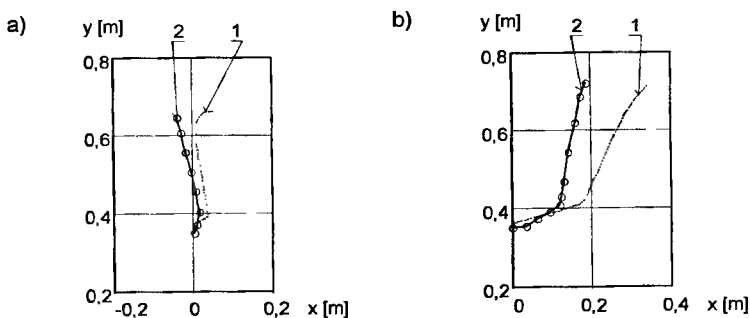
Nr pomiaru	Parametry zgarniania			
	$t_c = 1,36$ s, $V = 0,65$ m/s, $R_s = 0,8$ m		$t_c = 1,36$ s, $V = 2$ m/s, $R_s = 0$ m	
	y [m]	x [m]	y [m]	x [m]
1	0,350	0	0,350	0
2	0,359	0,006	0,370	0,030
3	0,380	0,008	0,389	0,051
4	0,390	0,010	0,410	0,080
5	0,421	0,008	0,441	0,101
6	0,450	0,006	0,471	0,119
7	0,472	0	0,560	0,160
8	0,560	-0,010	0,631	0,171
9	0,620	-0,029	0,700	0,181
10	0,661	-0,040	-	-
11	0,710	-0,050	-	-

5. ANALIZA TORÓW PACZEK UZYSKANYCH NA DRODZE ANALITYCZNEJ I DOŚWIADCZALNEJ

Na rysunkach 4, 5 i 6 wykreślono obok siebie toru ruchu paczek we współrzędnych Oxy (względem ramy przenośnika rozdzielczego) – uzyskane drogą symulacji komputerowej modelu numerycznego procesu zgarniania (1) i zarejestrowane kamerą video (2). Oś x skierowana jest wzdłuż osi taśmociągu (przy wewnętrznym skraju) z początkiem w punkcie, w którym następuje (zaczyna się) względny poślizg pomiędzy paczką i taśmociągiem. Rysunek 4 przedstawia tor ruchu środka ciężkości paczki o wymiarach 700x100x100 mm, gdy przed zgarnięciem znajdowała się przy burcie taśmociągu ($\Delta P = 0$), rys.5 – gdy była ułożona w osi taśmociągu. Rysunek 6 obrazuje tor ruchu środka ciężkości paczki 400x260x150 mm umieszczonej w osi taśmociągu.

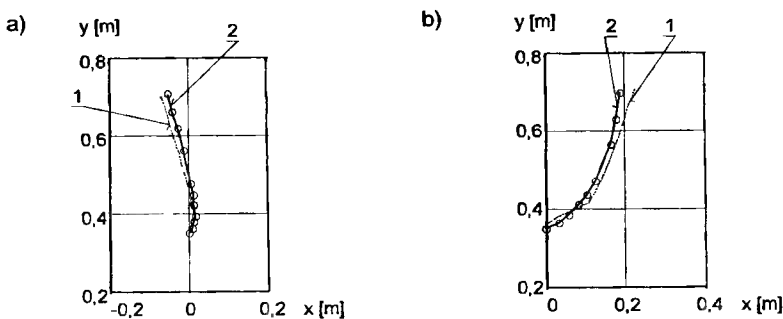


Rys. 4. Tor ruchu środka ciężkości paczki (700x100x100 mm, $\Delta P = 0$):
 1 – wynik symulacji modelu, 2 – zarejestrowany kamerą video;
 parametry zgarniania: a) $t_c = 1,36$ s, $V = 0,65$ m/s, $R_s = 0,8$ m,
 b) $t_c = 1,36$ s, $V = 2$ m/s, $R_s = 0$ m



Rys. 5. Tor ruchu środka ciężkości paczki (700x100x100 mm, $\Delta P = 0,3$ m):
 1 – wynik symulacji modelu, 2 – zarejestrowany kamerą video;
 parametry zgarniania: a) $t_c = 1,36$ s, $V = 0,65$ m/s, $R_x = 0,8$ m,
 b) $t_c = 1,36$ s, $V = 2$ m/s, $R_x = 0$ m

W przypadku paczki 700x100x100 mm ułożonej przy burcie taśmociągu przy niskiej prędkości taśmy uzyskano wysoką zgodność pokrywania się torów (teoretycznego i rzeczywistego, rys.4a), nieco mniejszą zgodność przy wyższej prędkości przenośnika (rys.4b). Podobne rezultaty uzyskano przy zgarnianiu paczki o zwartej budowie (o wymiarach w trzech kierunkach tego samego rzędu – 400x260x150 mm, rys.6), gdy znajdowała się ona przed zgarnięciem w osi taśmociągu. Znacznie gorszą zgodność torów zarejestrowano w przypadku zgarniania paczki o wydłużonym kształcie (700x100x100 mm, rys.5) umieszczonej na osi taśmociągu. Rozbieżności torów ruchu paczek wynikają z ich różnego przemieszczania wzdłuż osi taśmociągu. Nieścisłości te nie ujmują jednak przydatności modelu do oceny stopnia spełnienia warunku zgarnięcia paczki. Model pozwala na prawidłową ocenę przemieszczenia paczki w kierunku poprzecznym do osi taśmy, tj. na sprawdzenie ograniczenia, czy dla zadanych parametrów procesu zgarniania nastąpi zgarnięcie lub niezgarnięcie paczki. Różnice przemieszczeń środków paczek wynikają w znacznej mierze ze skomplikowanej i trudnej do zamodelowania natury oporów tarcia. Innym powodem rozbieżności torów ruchu paczek są także trudne do matematycznego opisu właściwości sprężysto-tłumiące paczki i zgarniaka, które w modelu procesu zgarniania ujęto w postaci współczynnika restytucji.



Rys. 6. Tor ruchu środka ciężkości paczki (400x260x150 mm, $\Delta P = 0,22$ m):
 1 – wynik symulacji modelu, 2 – zarejestrowany kamerą video;
 parametry zgarniania: a) $t_c = 1,36$ s, $V = 0,65$ m/s, $R_x = 0,8$ m,
 b) $t_c = 1,36$ s, $V = 2$ m/s, $R_x = 0$ m

Metodyka badań doświadczalnych wykorzystana dla weryfikacji przemieszczeń paczki (wyznaczonych drogą symulacji modelu numerycznego) polegająca na obserwacji procesu zgarniania kamerą video i późniejszej obróbce kadrów w edytorze graficznym jest wystarczająco precyzyjna. Proces zgarniania ładunków nie jest procesem szybkozmiennym i nie wymaga stosowania kosztownych specjalizowanych urządzeń kontrolno-pomiarowych.

LITERATURA

- [1] Piątkowski T., Sempruch J.: Model and Analysis of Selected Features of Scraping Process. Tenth World Congress on the Theory of Machines and Mechanisms. Oulu 1999, ss. 159-168.
- [2] Piątkowski T., Sempruch J.: Model procesu zgarniania na przykładzie paczkowej maszyny rozdzielczej. Zeszyty Naukowe nr 222, Mechanika 45, ATR Bydgoszcz 1999, ss. 5-20.
- [3] Wiatr R., Rawłuszko J.: Analiza pracy pocztowej maszyny rozdzielczej pod kątem zwiększenia wydajności i/lub niezawodności sortowania paczek. Zeszyty Naukowe nr 169, ATR Bydgoszcz 1990.
- [4] PN-98/T-85000. Typowe opakowania do paczek pocztowych.

EXPERIMENTAL RESEARCH INTO UNITARY LOAD PATH IN THE SCRAPING PROCESS

Summary

The paper reports on experimental research of the path of the unitary load being scraped on the separating machine. The study aimed at verifying model testing results; the results obtained confirmed the assumptions made using the simulated model.

Key words: scraping process, scraper arm, modelling

ИССЛЕДОВАНИЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ МОМЕНТОВ В ТРАНСМИССИЯХ КОЛЕСНЫХ МАШИН

Александр Сергеевич Поварехо

Кафедра «Тракторы»

Белорусская Государственная Политехническая Академия
проспект Ф.Скорины, 65, г. Минск 220027, Беларусь

На основе анализа основных эксплуатационных режимов полноприводных колесных машин выбраны характерные режимы их движения, которые различным образом оказывают влияние на нагрузки, возникающие в трансмиссии. Получены математические выражения для определения величин моментов, нагружающих трансмиссию полноприводной колесной машины, учитывающие конструктивные параметры машины и эксплуатационные условия ее движения. Проведен вычислительный эксперимент, позволивший выполнить сравнительный анализ влияния конструктивных и эксплуатационных условий на распределение моментов между мостами полноприводной машины. В качестве характерных режимов движения рассмотрены следующие: установившееся движение машины с заблокированным межосевым приводом; движение машины с заблокированным межосевым приводом "накатом" при отключенном двигателе; торможение машины при заблокированном межосевом приводе; разгон машины с заблокированным и разблокированным приводом.

Ключевые слова: машина полноприводная, кинематическое несоответствие, момент, тяговый режим, торможение

1. ВВЕДЕНИЕ

Определение нагрузочных режимов для оценки прочности деталей трансмиссий тягово-транспортных машин является важной, и в то же время сложной задачей вследствие переменных конструктивных параметров и эксплуатационных режимов исследуемой машины. Из всего разнообразия нагрузок следует выбрать те, которые в значительной степени характеризуют прочность деталей. Среди основных факторов, вызывающих повреждение деталей машин, выделяют следующие: кратковременные динамические нагрузки, вызывающие в деталях повышенные напряжения; длительные циклические нагрузки, создающие накопление в материале деталей усталостных повреждений; трение контактирующих поверхностей, обуславливающее их изнашивание; температурные и химические воздействия активных сред, вызывающие коррозию и старение материалов.

Как правило, работоспособность деталей зависит от всех перечисленных факторов, однако некоторые из них в зависимости от типа деталей являются определяющими.

Определение расчетных нагрузочных режимов для оценки прочности деталей тягово-транспортных машин осложняется тем, что в процессе его эксплуатации изменяются не только дорожные условия, но и скорости движения, интенсивность разгона и торможения, величины полезной нагрузки от перевозимого груза, усилия на крюке при агрегатировании с прицепным составом и т.д.

При проведении анализа нагрузочных режимов традиционно выделяют три расчетных режима: по максимальному моменту двигателя; по максимальному сцеплению ведущих колес с дорогой; по максимальным динамическим нагрузкам, наблюдающимся при переходных режимах движения машины.

Для полноприводных колесных машин выбор нагрузочных режимов трансмиссии осложняется тем, что распределение крутящих моментов между мостами машины существенным образом определяется наличием кинематической, а соответственно и силовой связи между колесами мостов. При этом за счет циркуляции момента в трансмиссии величины крутящих моментов могут значительно отличаться от соответствующих значений, полученных без учета межосевой связи, как по величине, так и по знаку.

В данной работе на основе анализа основных эксплуатационных режимов полноприводных колесных машин выбраны характерные режимы их движения, которые различным образом оказывают влияние на нагрузки, возникающие в трансмиссии.

Получены математические выражения для определения величин моментов, нагружающих трансмиссию полноприводной колесной машины, учитывающие конструктивные параметры машины и эксплуатационные условия ее движения.

Проведен вычислительный эксперимент, позволивший выполнить сравнительный анализ влияния конструктивных и эксплуатационных условий на распределение моментов между мостами полноприводной машины.

В качестве характерных режимов движения рассмотрены следующие: установившееся движение машины с заблокированным межосевым приводом; движение машины с заблокированным межосевым приводом "накатом" при отключенном двигателе; торможение машины при заблокированном межосевом приводе; разгон машины с заблокированным и разблокированным приводом.

2. РАСПРЕДЕЛЕНИЕ МОМЕНТОВ МЕЖДУ МОСТАМИ ПОЛНОПРИВОДНОЙ МАШИНЫ В ТЯГОВОМ РЕЖИМЕ

При движении машины с заблокированным межосевым приводом создаваемый двигателем крутящий момент распределяется через трансмиссию к задним и передним колесам машины. Крутящий момент двигателя будет всегда равен сумме моментов, подводимых от коленчатого вала двигателя к переднему и заднему мостам машины:

$$M_{dv} = M_1 + M_2, \quad (1)$$

где:

M_1, M_2 – моменты, передаваемые от двигателя к колесам переднего и заднего мостов.

При проектировании машин с блокированным межосевым приводом целесообразно обеспечивать синхронность линейных теоретических скоростей ведущих колес при прямолинейном движении:

$$V_{T1} = V_{T2} = \omega_1 \cdot r_1 = \omega_2 \cdot r_2,$$

где:

$\omega_1, r_1, \omega_2, r_2$ – угловые скорости и радиусы качения колес в ведомом режиме переднего и заднего мостов соответственно.

Для реализации автоматического отключения или подключения переднего ведущего моста в различных дорожных условиях вводят искусственное конструктивное рассогласование скоростей, которое для двухосных машин выражается условием $V_{T1} < V_{T2}$. В случае, если основной ведущий мост передний, для автоматического подключения заднего моста условие соотношения линейных теоретических скоростей будет выглядеть $V_{T1} > V_{T2}$.

Указанное рассогласование оценивается коэффициентом кинематического несоответствия. В случае $V_{T1} < V_{T2}$ коэффициент кинематического несоответствия вычисляют как:

$$m_n = \frac{V_{T2} - V_{T1}}{V_{T2}} = \frac{\omega_2 \cdot r_2 - \omega_1 \cdot r_1}{\omega_2 \cdot r_2} = 1 - \frac{\omega_1 \cdot r_1}{\omega_2 \cdot r_2} = 1 - u_{ip} \cdot \frac{r_1}{r_2}, \quad (2)$$

где:

u_{ip} – передаточное отношение трансмиссии от передних колес к задним.

Наличие конструктивного кинематического несоответствия приводит к возникновению рассогласования вращения колес мостов и нагружению трансмиссии циркулирующим в ней крутящим моментом.

При прямолинейном движении различие в окружных скоростях колес мостов даже при $m_n = 0$ и одинаковых шинах мостов возникает вследствие перераспределения нагрузки по осям при различном агрегатировании машины, вследствие разницы давлений в шинах и т.д. При применении колес мостов с различным номинальным диаметром различие в окружных скоростях колес получается также в результате невозможности по конструктивным условиям точно согласовать угловые скорости вращения обоих мостов [1].

Величина кинематического несоответствия при переходных режимах движения машины будет переменна, так как перераспределение веса и, соответственно, крутящих моментов между мостами оказывает влияние на радиусы качения колес.

Возникающее во время движения машины буксование колес относительно дороги оценивается коэффициентом буксования:

$$\delta_i = \frac{V_{Ti} - V_d}{V_{Ti}}, \quad (3)$$

где:

V_{mi} – теоретическая скорость i -го моста;

V_{di} – действительная скорость i -го моста.

Так как при прямолинейном движении действительные скорости мостов равны, можно выразить соотношения между буксованием колес мостов и кинематическим несоответствием:

$$V_{T1} \cdot (1 - \delta_1) = V_{T2} \cdot (1 - \delta_2)$$

С учетом выражения (2) получаем

$$\delta_2 = m_n + \delta_1 \cdot (1 - m_n); \quad \delta_1 = \frac{\delta_2 - m_n}{1 - m_n} \quad (4)$$

На величину касательной силы тяги колес, которая определяет нагруженность соответствующих ветвей трансмиссии крутящим моментом, основное влияние оказывает реализуемый в пятне контакта шин с дорогой коэффициент сцепления.

Зависимость коэффициента сцепления в функции буксования выявляет особенности характеристик сцепления между колесом и дорогой в промежутке между двумя крайними условиями его работы: свободно катящееся колесо $\delta = 0$ и полностью буксующее колесо $\delta = 1$.

В процессе движения машины с номинальной загрузкой в диапазоне имеющих место буксований зависимость коэффициента сцепления от коэффициента буксования с достаточной степенью точности описывается экспоненциальной зависимостью вида [2]:

$$\varphi_i = \varphi_{i \max} \cdot (1 - e^{-k_i \cdot \delta_i}), \quad (5)$$

где:

$\varphi_{i \max}$ – максимальный коэффициент сцепления колеса, соответствующий его полному буксованию,

k_i – коэффициент аппроксимации кривой буксования.

Тогда касательные силы тяги по мостам машины зависят от коэффициента сцепления и приходящейся на него нормальной нагрузки:

$$\begin{aligned} F_{k1} &= N_1 \cdot \varphi_{1 \max} \cdot (1 - e^{-k_1 \cdot \delta_1}) \\ F_{k2} &= N_2 \cdot \varphi_{2 \max} \cdot (1 - e^{-k_2 \cdot \delta_2}) = N_2 \cdot \varphi_{2 \max} \cdot (1 - e^{-k_2 \cdot (m_n + \delta_1 \cdot (1 - m_n))}) \end{aligned} \quad (6)$$

где

N_1, N_2 – нормальные реакции по мостам полноприводной машины,

φ_1, φ_2 – текущие значения коэффициента сцепления колес с опорной поверхностью.

Крутящий момент, подводимый от двигателя к передним колесам, равен

$$M_1 = \frac{F_{k1} \cdot r_{d1}}{u_1 \cdot \eta_1}, \quad (7)$$

где:

u_1, η_1 – передаточное отношение от двигателя к передним колесам и к.п.д. привода,

r_{d1} – динамический радиус передних колес.

Аналогичным образом момент, распределяемый на колеса заднего моста может быть выражен:

$$M_2 = \frac{F_{k2} \cdot r_{d2}}{u_2 \cdot \eta_2}, \quad (8)$$

где:

u_2, η_2 – передаточное отношение от двигателя к передним колесам и к.п.д. привода,

r_{d2} – динамический радиус задних колес.

Тогда, подставляя в (1) выражения (7) и (8), с учетом (6) имеем:

$$\frac{(m \cdot g \cdot (l_2 - \varphi_{2\max} \cdot (1 - e^{-k_2 \cdot (m_n + \delta_1 \cdot (1 - m_n))})) \cdot h + F_{sopr} \cdot h) \cdot \varphi_{1\max} \cdot (1 - e^{-k_1 \cdot \delta_1}) \cdot r_{d1}}{u_1 \cdot \eta_1} + \frac{(m \cdot g \cdot (l_1 + \varphi_{1\max} \cdot (1 - e^{-k_1 \cdot \delta_1})) \cdot h - F_{sopr} \cdot h) \cdot \varphi_{2\max} \cdot (1 - e^{-k_2 \cdot (m_n + \delta_1 \cdot (1 - m_n))}) \cdot r_{d2}}{u_2 \cdot \eta_2} = \quad (9)$$

$$M_{dw} \cdot (L + (\varphi_{1\max} \cdot (1 - e^{-k_1 \cdot \delta_1}) - \varphi_{2\max} \cdot (1 - e^{-k_2 \cdot (m_n + \delta_1 \cdot (1 - m_n))})) \cdot h)$$

где:

F_{sopr} – сила сопротивления движению машины,

h – высота центра масс,

L – база машины;

Разрешая выражение (9) относительно δ_1 находим значения моментов, нагружающих переднюю и заднюю ветви трансмиссии при различных конструктивных параметрах машины и эксплуатационных условиях.

При относительно больших значениях кинематического несоответствия может иметь место переход колес переднего или заднего мостов из ведущего режима в ведомый, в зависимости от знака кинематического несоответствия.

При положительном кинематическом несоответствии это приводит к скольжению передних и буксованию задних колес. Т.е.

$$F_{k1} = -N_1 \cdot \varphi_1 = -N_1 \cdot \varphi_{1\max} \cdot (1 - e^{-k_1 S_1})$$

$$F_{k2} = N_2 \cdot \varphi_2 = N_2 \cdot \varphi_{2\max} \cdot (1 - e^{-k_2 \cdot \delta_2})$$

где:

S_1 – скольжение колес переднего моста.

Взаимосвязь скольжения S_1 и буксования δ_2 имеет вид

$$\delta_2 = \frac{m - S_1}{1 - S_1}; \quad S_1 = \frac{m - \delta_2}{1 - \delta_2};$$

В случае отрицательных значений кинематического несоответствия возможна ситуация, когда передние колеса будут двигаться с буксованием, а задние - со скольжением. Т.е.

$$F_{k1} = N_1 \cdot \varphi_1 = N_1 \cdot \varphi_{1\max} \cdot (1 - e^{-k_1 S_1})$$

$$F_{k2} = -N_2 \cdot \varphi_2 = -N_2 \cdot \varphi_{2\max} \cdot (1 - e^{-k_2 \cdot \delta_2})$$

где:

S_1 – скольжение колес переднего моста.

Взаимосвязь скольжения S_2 и буксования δ_1 имеет вид:

$$\delta_1 = 1 - \frac{1}{(1 - m) \cdot (1 - S_2)}; \quad S_2 = 1 - \frac{1}{(1 - m) \cdot (1 - \delta_1)}$$

Подставляя полученные выражения для определения сил F_{ki} в (7) и (8), а затем в (1) получаем выражения, схожие с (9), разрешая которые относительно величин

скольжения или буксования колес соответствующих мостов, определяем распределение моментов в трансмиссии полноприводной машины.

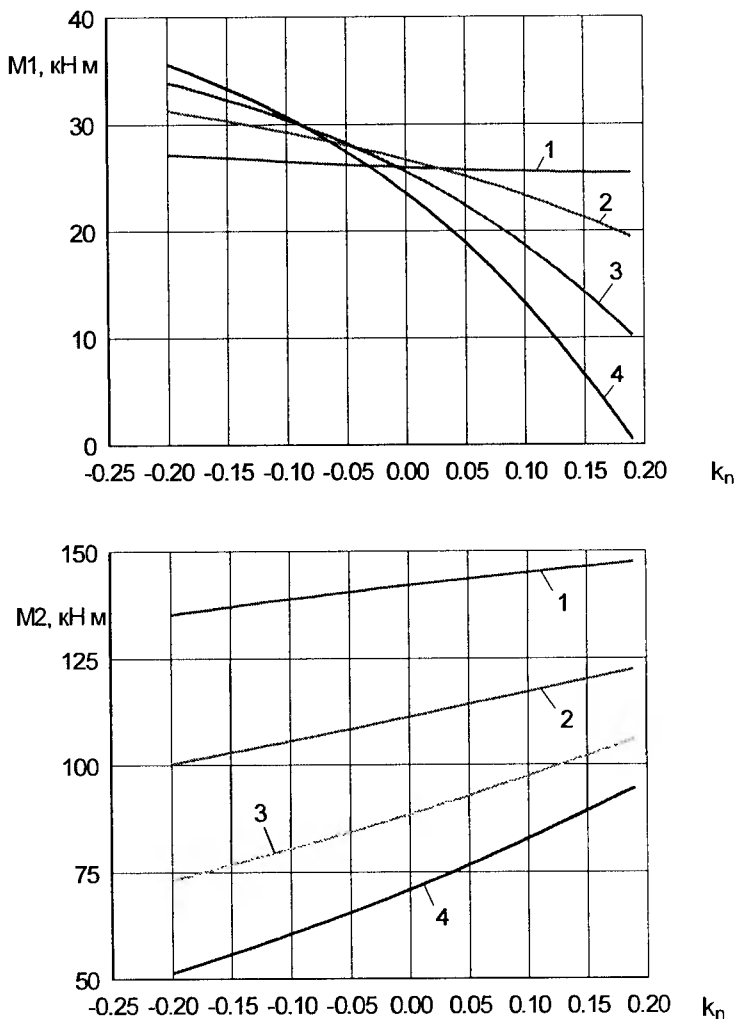


Рис. 1. Зависимость моментов, подводимых к колесам мостов полноприводной машины, от кинематического несоответствия в тяговом режиме на различных передачах: 1 – $i_2 = 298,21$; 2 – $i_2 = 245,2$; 3 – $i_2 = 238,56$; 4 – $i_2 = 168,08$

При исследовании распределения моментов между мостами в тяговом режиме рассматривалась полноприводная машина МЛ-131, выпускаемая Минским тракторным заводом, со следующими основными параметрами: номинальный крутящий момент двигателя – 375,2 Н·м; свободные радиусы колес переднего моста – 1,87 м, заднего моста – 1,3 м; масса машины 21000 кг с развесовкой по мостам 37% - передний и 63% - задний. При этом рассматривалось движение на 4-х передачах I-го диапазона, для которых имеют место следующие значения

передаточных отношений между двигателем и задними колесами: 1-я передача $i_2 = 298,21$; 2-я передача $i_2 = 245,2$; 3-я передача $i_2 = 238,56$; 4-я передача $i_2 = 168,08$. Изменение кинематического несоответствия осуществлялось путем варьирования передаточным отношением к переднему мосту.

Анализ приведенных на рис. 1 зависимостей показывает, что величина моментов, нагружающих трансмиссию лесной машины в тяговом режиме, существенно зависит от величины кинематического несоответствия и передаточного отношения коробки передач. Причем с увеличением кинематического несоответствия уменьшается момент, нагружающий передний мост и возрастает момент, подводимый от двигателя к колесам задней тележки.

Приведенные выше уравнения позволяют оценить распределение моментов в трансмиссии полноприводной машины при ее равноускоренном движении при некотором заданном значении момента двигателя. С другой стороны движение машины с постоянной скоростью происходит при равенстве суммарной касательной силы тяги колес силе сопротивления движению машины, т.е.

$$F_{k1} + F_{k2} = F_{sopr}$$

$$\frac{m \cdot g \cdot l_2 \cdot \varphi_{1\max} \cdot (1 - e^{-k_1 \cdot \delta_1}) \cdot r_{d1}}{u_1 \cdot \eta_1} + \frac{m \cdot g \cdot \varphi_{2\max} \cdot (1 - e^{-k_2 \cdot (m_n + \delta_1 \cdot (1 - m_n))}) \cdot r_{d2}}{u_2 \cdot \eta_2} = F_{sopr} \cdot L$$

Полученное при этом распределение моментов между колесами мостов машины МЛ-131 в случае силы сопротивления движению равной 4,2 кН ($f_{conp} = 0,2$) представлены на рис. 2.

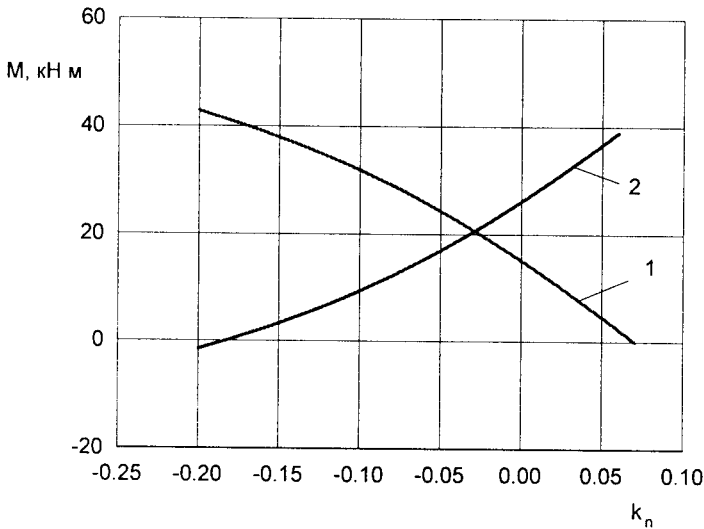


Рис. 2. Распределение моментов между мостами машины при движении в тяговом режиме с постоянной скоростью в зависимости от кинематического несоответствия: 1 – передний мост; 2 – задний мост

3. РАСПРЕДЕЛЕНИЕ МОМЕНТОВ МЕЖДУ МОСТАМИ ПОЛНОПРИВОДНЫХ МАШИН ПРИ ТОРМОЖЕНИИ

Наряду с динамическими показателями процесса торможения, определяющими эффективность работы тормозной системы, существенный интерес представляет анализ влияния конструктивных параметров трансмиссии на распределение моментов между мостами полноприводной машины.

Как установлено в результате проведенных автором исследований наибольший интерес представляет оценка торможения полноприводной машины, оборудованной тормозными механизмами только на одном из мостов (данные схемы характерны для универсально-пропашных тракторов). При торможении с заблокированным межосевым приводом происходит регулирование тормозных сил за счет перераспределения тормозного момента между мостами трактора. Перераспределяющийся момент нагружает трансмиссию машины и его величина зависит от многих факторов: эффективности тормозных механизмов, развесовки машины по мостам, вида агрегатирования, перераспределения при торможении весовой нагрузки, сцепных качеств передних и задних колес и т.д.

Тормозные силы на колесах мостов машины с учетом перераспределения тормозного момента определяется по формулам:

$$F_1 = \frac{\Delta M \cdot \eta_{тп.}}{u_{тп.} \cdot r_{к1}} \quad F_2 = \frac{\eta_2 \cdot u_2}{r_{к2}} \cdot (M_{тм} - \Delta M) \quad (10)$$

где:

- $M_{тм}$ – тормозной момент, развиваемый тормозными механизмами заднего ведущего моста,
- ΔM – перераспределяющийся момент, снимаемый с задних тормозных механизмов,
- $u_{тп.}$ – передаточное отношение трансмиссии от передних колес до тормозных механизмов,
- $\eta_{тп.}$ – к.п.д. участка трансмиссии между передними колесами и тормозными механизмами,
- u_2 – передаточное отношение от тормозных механизмов к колесам заднего моста,
- $\eta_{тп.}$ – к.п.д. участка трансмиссии между тормозными механизмами и задними колесами.

При торможении с заблокированным приводом на прямолинейном участке дороги действительные линейные скорости колес переднего V_{d1} и заднего V_{d2} мостов равны между собой: $V_{d1} = V_{d2}$.

Для нахождения значений скольжений колес переднего и заднего мостов с учетом их взаимосвязи разрешим уравнения (10) относительно ΔM и приравняв полученные выражения в результате имеем:

$$\frac{F_1 \cdot r_{к1} \cdot u_{тп.}}{\eta_{тп.}} = M_{тм} - \frac{F_2 \cdot r_{к2}}{\eta_2 \cdot u_2} \quad (11)$$

Значения тормозных сил определяем по известным зависимостям

$$F_i = N_i \cdot \varphi_i = N_i \cdot \varphi_{i\max} \cdot (1 - e^{-k_i \cdot S_i}) \quad (12)$$

В случае соотношения теоретических скоростей колес $V_{T1} < V_{T2}$ коэффициент кинематического несоответствия вычисляют как:

$$m_n = \frac{V_{T2} - V_{T1}}{V_{T2}} = \frac{\omega_2 \cdot r_2 - \omega_1 \cdot r_{k1}}{\omega_2 \cdot r_{k2}} = 1 - \frac{\omega_1 \cdot r_{k1}}{\omega_2 \cdot r_{k2}} = 1 - u_{mp\Sigma} \cdot \frac{r_{k1}}{r_{k2}},$$

где:

$u_{mp\Sigma}$ – передаточное отношение трансмиссии от передних колес к задним;
 ω_1, ω_2 – угловые скорости передних и задних колес.

Наличие кинематического несоответствия приводит к взаимосвязям скольжений колес, которые можно представить в виде:

$$S_1 = m_n + S_2 \cdot (1 - m_n); S_2 = \frac{S_1 - m_n}{1 - m_n}$$

Подставляя значения нормальных реакций в (12), а затем в (11), получаем:

$$\begin{aligned} & (m \cdot g \cdot (l_2 + \varphi_{2\max} \cdot (1 - e^{-k_2 \cdot S_2}) \cdot h) + F_{comp.} \cdot h + F_c \cdot (h - h_c) + \\ & Q_c \cdot (\varphi_2 \cdot h - l_c)) \cdot \varphi_{1\max} \cdot (1 - e^{-k_1(m_n + S_2(1 - m_n))}) \cdot r_{k1} \cdot \frac{u_{mp.}}{\eta_{mp.}} = \\ & M_{mv} \cdot (L - (\varphi_{1\max} \cdot (1 - e^{-k_1(m_n + S_2(1 - m_n))}) - \varphi_{2\max} \cdot (1 - e^{-k_2 \cdot S_2})) \cdot h) - \\ & (m \cdot g \cdot (l_1 - \varphi_{1\max} \cdot (1 - e^{-k_1(m_n + S_2(1 - m_n))}) \cdot h) - F_{comp.} \cdot h - F_c \cdot (h - h_c) + \\ & Q_c \cdot (L + l_c - \varphi_1 \cdot h)) \cdot \varphi_{2\max} \cdot (1 - e^{-k_2 \cdot S_2}) \cdot r_{k2} \cdot \frac{1}{u_2 \cdot \eta_2} \end{aligned} \quad (13)$$

Задаваясь значениями тормозных моментов, развиваемых тормозными механизмами трактора, из выражения (13) находим скольжение S_2 колес заднего моста. После этого величина перераспределяющегося момента, нагружающего трансмиссию, может быть найдена как:

$$\begin{aligned} \Delta M = M_{mv} & \cdot \left[\frac{m \cdot g \cdot (l_1 - \varphi_{1\max} \cdot (1 - e^{-k_1(m_n + S_2(1 - m_n))}) \cdot h) - F_{comp.} \cdot h - F_c \cdot (h - h_c)}{L - (\varphi_{1\max} \cdot (1 - e^{-k_1(m_n + S_2(1 - m_n))}) - \varphi_{2\max} \cdot (1 - e^{-k_2 \cdot S_2})) \cdot h} + \right. \\ & \left. \frac{Q_c \cdot (L + l_c - \varphi_{1\max} \cdot (1 - e^{-k_1(m_n + S_2(1 - m_n))}) \cdot h)}{L - (\varphi_{1\max} \cdot (1 - e^{-k_1(m_n + S_2(1 - m_n))}) - \varphi_{2\max} \cdot (1 - e^{-k_2 \cdot S_2})) \cdot h} \right] \cdot \varphi_{2\max} \cdot (1 - e^{-k_2 \cdot S_2}) \cdot r_{k2} \cdot \frac{1}{u_2 \cdot \eta_2} \end{aligned}$$

Полученные зависимости (рис. 3) свидетельствуют, что величина перераспределяющегося между мостами момента существенно зависит от эффективности тормозных механизмов мостов и кинематического несоответствия межосевого привода.

Как следует из полученных зависимостей, при увеличении момента тормозного механизма влияние кинематического несоответствия не перераспределение моментов снижается. В частности, при увеличении эффективности тормозных механизмов до 2000 Н·м, изменение кинематического несоответствия практически не вызывает изменение величины перераспределяющегося момента. Это объясняется тем, что при указанных значениях тормозных моментов происходит полная реализация сцепных качеств колес заднего моста, и колеса переднего моста также находятся в условиях, близких к их полному скольжению.

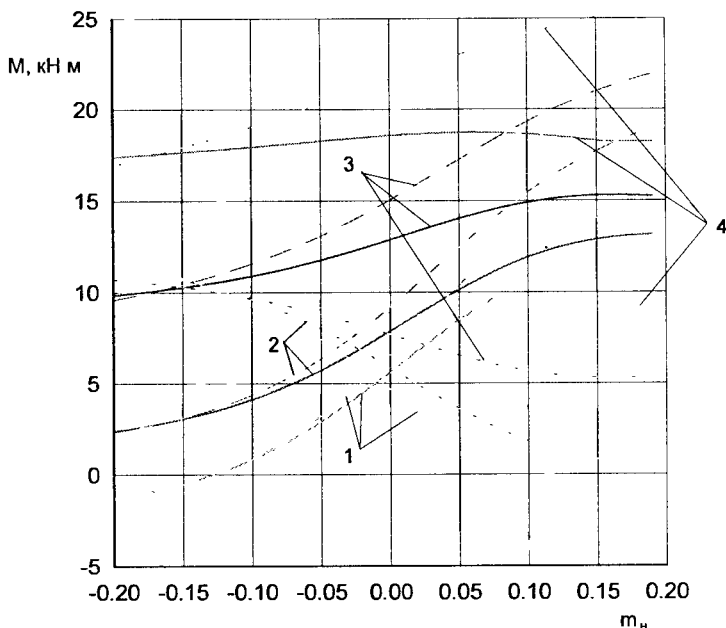


Рис. 3. Распределение моментов между мостами трактора Беларус-1221 в зависимости от кинематического несоответствия при различных значениях тормозных моментов: 1 – $M_m = 750$ Нм; 2 – $M_m = 1000$ Нм; 3 – $M_m = 1500$ Нм; 4 – $M_m = 2000$ Нм; — — — величина перераспределяющегося момента ΔM , приведенная к колесам заднего моста; — — — — момент, подводимый к колесам переднего моста; — момент, подводимый к колесам заднего моста

При отрицательных значениях кинематического несоответствия по мере увеличения его абсолютных значений происходит снижение величины момента, подводимого к колесам переднего моста, и увеличение значений момента, подводимого к колесам заднего моста. По мере увеличения положительных значений кинематического несоответствия происходит обратная картина – снижается момент на колесах заднего и увеличивается момент на колесах переднего моста.

Наибольшие значения перераспределяющегося момента достигают 17 кН·м. Величина суммарного момента, нагружающего передний мост в приведении к его колесам, имеет место при $m_n = 0,16$ и составляет 25,2 кН·м.

4. РАСПРЕДЕЛЕНИЕ МОМЕНТОВ В ТРАНСМИССИИ ПРИ ДВИЖЕНИИ МАШИНЫ С БЛОКИРОВАННЫМ МЕЖОСЕВЫМ ПРИВОДОМ И ОТКЛЮЧЕННЫМ ДВИГАТЕЛЕМ

Интерес представляет также влияние кинематического несоответствия на распределение моментов в трансмиссии полноприводного трактора при использовании заблокированного межосевого привода в качестве вспомогательной тормозной системы.

В случае отрицательного кинематического несоответствия передний мост будет работать в ведущем, а задний - в тормозном режимах. Взаимосвязь скольжений колес ведущих мостов позволяет получить следующее соотношение:

$$(m \cdot g \cdot (l_2 + \varphi_{2\max} \cdot (1 - e^{-k_2 \cdot S_2}) \cdot h) + F_{sopr} \cdot h) \cdot \varphi_{1\max} \cdot (1 - e^{-k_1 \left(1 - \frac{1}{(1-m_n)(1-S_2)}\right)}) \cdot \frac{(1-m_n)}{\eta_{np}} =$$

$$(m \cdot g \cdot (l_1 + \varphi_{1\max} \cdot (1 - e^{-k_1 \left(1 - \frac{1}{(1-m_n)(1-S_2)}\right)}) \cdot h) - F_{sopr} \cdot h) \cdot \varphi_{2\max} \cdot (1 - e^{-k_2 \cdot S_2})$$

Вычислив значение скольжения S_2 определяем силы в контакте шин мостов трактора с дорогой и моменты, реализуемые на колесах.

$$M_1 = (m \cdot g \cdot (l_2 + \varphi_{2\max} \cdot (1 - e^{-k_2 \cdot S_2}) \cdot h) + F_{sopr} \cdot h) \cdot \varphi_{1\max} \cdot (1 - e^{-k_1 \left(1 - \frac{1}{(1-m_n)(1-S_2)}\right)}); \quad (14)$$

$$M_2 = (m \cdot g \cdot (l_1 + \varphi_{1\max} \cdot (1 - e^{-k_1 \left(1 - \frac{1}{(1-m_n)(1-S_2)}\right)}) \cdot h) - F_{sopr} \cdot h) \cdot \varphi_{2\max} \cdot (1 - e^{-k_2 \cdot S_2})$$

Взаимосвязь моментов на колесах переднего и заднего мостов трактора при движении с заблокированным межосевым приводом в случае положительного кинематического несоответствия можно выразить зависимостью:

$$F_1 \cdot r_{k1} \cdot u_{\varphi\Sigma} \cdot \eta_{\varphi\Sigma} = F_2 \cdot r_{k2}$$

Отсюда получается выражение для определения скольжения S_1 в виде:

$$(m \cdot g \cdot (l_2 - \varphi_{2\max} \cdot (1 - e^{-k_2 \frac{m_n - S_1}{1 - S_1}}) \cdot h) + F_{sopr} \cdot h) \cdot \varphi_{1\max} \cdot (1 - e^{-k_1 \cdot S_1}) \cdot (1 - m_n) \cdot \eta_{\varphi\Sigma} =$$

$$(m \cdot g \cdot (l_1 - \varphi_{1\max} \cdot (1 - e^{-k_1 \cdot S_1}) \cdot h) - F_{sopr} \cdot h) \cdot \varphi_{2\max} \cdot (1 - e^{-k_2 \left(1 - \frac{1-m_n}{1-S_1}\right)})$$

Вычислив значение скольжения S_1 определяем силы в контакте шин мостов трактора с дорогой и моменты, реализуемые на колесах.

$$M_1 = (m \cdot g \cdot (l_2 - \varphi_{2\max} \cdot (1 - e^{-k_2 \frac{m_n - S_1}{1 - S_1}}) \cdot h) + F_{сomp} \cdot h) \cdot \varphi_{1\max} \cdot (1 - e^{-k_1 \cdot S_1}); \quad (15)$$

$$M_2 = (m \cdot g \cdot (l_1 - \varphi_{1\max} \cdot (1 - e^{-k_1 \cdot S_1}) \cdot h) - F_{сomp} \cdot h) \cdot \varphi_{2\max} \cdot (1 - e^{-k_2 \left(1 - \frac{1-m_n}{1-S_1}\right)})$$

Полученные на основании выражений (14) и (15) зависимости моментов, возникающих на колесах мостов полноприводного трактора при движении "накатом" с заблокированным приводом, представлены на рис. 4.

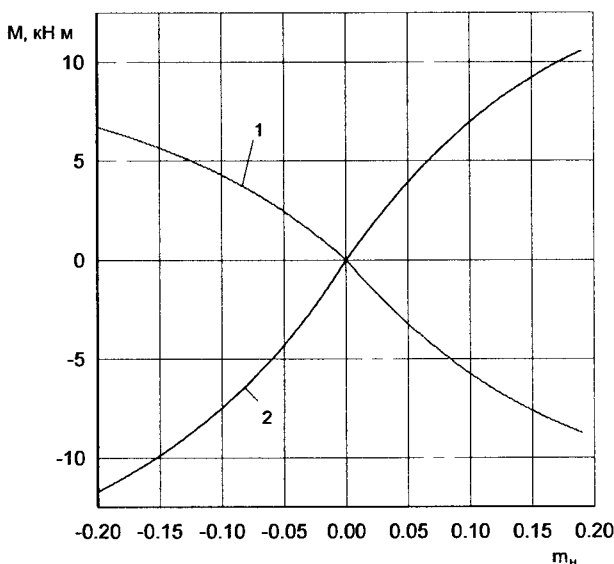


Рис. 4. Распределение моментов между мостами полноприводного трактора Беларус-1221 при движении "накатом" с заблокированным межосевым приводом: 1 – момент на переднем мосту; 2 – момент на заднем мосту

Из полученных зависимостей следует, что кинематическое несоответствие оказывает влияние как на величину, так и на направление действующего на колеса мостов момента. При этом увеличение абсолютного значения кинематического несоответствия приводит к увеличению абсолютных значений моментов, подводимых к мостам трактора. Наибольшие значения суммарных моментов, подводимых к колесам мостов составляют 11,72 кН·м для заднего и 8,76 кН·м для переднего мостов.

5. ВЫВОДЫ

Проведенные теоретические исследования позволили выявить наиболее характерные для полноприводных колесных машин режимы движения и предложить методику оценки распределения моментов между мостами в зависимости от конструктивных параметров машины и условий ее движения.

Полученные уравнения позволяют оценить распределение моментов в трансмиссии полноприводной машины при ее равноускоренном движении при некотором заданном значении момента двигателя, а также при движении машины с постоянной скоростью. Анализ результатов расчетов показывает, что величина моментов, нагружающих трансмиссию полноприводной машины в тяговом режиме, существенно зависит от величины кинематического несоответствия и передаточного отношения коробки передач. Причем с увеличением кинематического несоответствия уменьшается момент, нагружающий передний мост и возрастает момент, подводимый от двигателя к колесам задней тележки.

Полученные в результате исследований торможения полноприволной машины зависимости свидетельствуют, что величина перераспределяющегося между мостами момента существенно зависит от эффективности тормозных механизмов мостов и кинематического несоответствия межосевого привода. При этом с увеличением момента тормозного механизма влияние кинематического несоответствия не перераспределение моментов снижается. При отрицательных значениях кинематического несоответствия по мере увеличения его абсолютных значений происходит снижение величины момента, подводимого к колесам переднего моста, и увеличение значений момента, подводимого к колесам заднего моста. По мере увеличения положительных значений кинематического несоответствия происходит обратная картина - снижается момент на колесах заднего и увеличивается момент на колесах переднего моста.

При использовании заблокированного межосевого привода в качестве вспомогательной тормозной системы (движение "накатом") кинематическое несоответствие оказывает влияние как на величину, так и на направление действующего на колеса мостов момента. При этом увеличение абсолютного значения кинематического несоответствия приводит к увеличению абсолютных значений моментов, подводимых к мостам машины.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Ванцевич В.В.: Исследование дифференциалов повышенного трения и их влияния на поворачиваемость колесных тракторов 4К4 класса 14-20 кН. Дисс...канд.техн.наук. - Мн.: 1981 - 242 с.
- [2] Бойков В.П., Ванцевич В.В., Стригунов С.И., Лефаров А.Х.: Тяговые характеристики шин универсально-пропашных тракторов классов 1,4 и 2. В ж-ле „Тракторы и сельхозмашины”, № 1, 1986.

SYSTEM MECHANICZNEGO ZLICZANIA I PAKOWANIA PIECZYWA DROBNEGO

Kazimierz Sadkiewicz, Józef Flizikowski

Katedra Maszyn Spożywczych i Ochrony Środowiska
Wydział Mechaniczny ATR
ul. Prof. S. Kaliskiego 7, 85-796 Bydgoszcz

Do określania liczby technologicznie jednorodnego pieczywa znajdującego się w zasięgu działania przetworników obiektowych, w dowolnym zasobniku, kontenerze, czy pojemniku, zastosowano metodę modelu średniej arytmetycznej ze wzorcowej próby n elementów. Głównym osiągnięciem zaproponowanej metody jest dobra powtarzalność i dokładność pomiarów, szczególnie przy próbkach o dużej liczebności. Z sukcesem można stosować metodę liczenia do zliczania (np. bułek), a zaproponowaną technikę – również do pakowania dowolnych elementów masowych, jednorodnych co do masy i postaci geometrycznej.

Słowa kluczowe: liczenie pieczywa, pomiary, automatyka, pakowarka

1. WPROWADZENIE

Pod pojęciem „pieczywo drobne” rozumiemy takie asortymenty pieczywa, którego masa (gramatura) jednostkowa nie przekracza 100 gramów bez względu na kształt. Są to przede wszystkim bułki owalne, podłużne, rogale, obwarzanki itp.

Problem liczenia pieczywa o jednorodnej masie i postaci geometrycznej nie został dotychczas należycie rozwiązany. Znany licznik bułek jest urządzeniem przeznaczonym do odliczania porcji bułek w podstawie kosza. Licznik stosowany jest w linii produkcji bułek drobnych i współpracuje z transporterem odbiorczym pieczywa z trzonu wypiekowego pieca taśmowego cyklotermicznego [1]. Licznik ten zbudowany jest z przenośników, układu fotooptycznego – przesterowującego kierowanie bułek do poszczególnych koszy. Wyposażony jest w podajnik wibracyjny oraz rynny spadowe z wylotami i rozdzielaczami. W każdej z tych rynien spadowych, w miejscach rozgałęzienia znajdują się układy fotooptyczne i urządzenia rozdzielające.

Powszechne są praktyki „ręcznego” liczenia gorących bułek, rogali, chałek – z wszelkimi niedogodnościami takiego postępowania, np. niedokładnym porcjowaniem, niszczeniem dłoni, uszkodzeniami pieczywa itp.

2. SFORMUŁOWANIE PROBLEMU

Z praktyki wiadomo, że wyniki liczenia poszczególnych porcji pieczywa drobnego X_i różnią się od średniej arytmetycznej \bar{X} :

$$\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i \quad (1)$$

gdzie:

n – liczba obserwacji.

Jeżeli natomiast założy się, że liczbą obserwowanych obiektów jest uśrednienie pewnej wzorcowej sumy wskazań odniesionej do wzorca \bar{X} , to otrzymamy model liczenia oparty na powielaniu wzorca \bar{X} w dowolnej i oczekiwanej liczbie elementów w próbie [2]:

$$n = \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{\bar{X}} \quad (2)$$

Wówczas należy jedynie ustalić i zbadać związek między zmienną liczbą pieczywa w koszu $n_k = x$ a liczbą wyświetlaną na ekranie zliczarki $n_e = y$.

Jeżeli funkcja regresji liniowej jest typu:

$$y = a + bx \quad (3)$$

to stałe a , b , można wyznaczyć metodą najmniejszych kwadratów z zależności:

$$b = \frac{\sum_{i=1}^n x_i \cdot y_i - \frac{1}{n} \left(\sum_{i=1}^n x_i \right) \cdot \left(\sum_{i=1}^n y_i \right)}{\sum_{i=1}^n x_i^2 - \frac{1}{n} \left(\sum_{i=1}^n x_i \right)^2} \quad (4)$$

$$a = \bar{y} - b \cdot \bar{x} \quad (5)$$

w których:

x_i, y_i – wartości policzone bezpośrednio i wyświetlone na ekranie zliczarki;
 \bar{x}, \bar{y} – ich średnie wartości.

Średnią arytmetyczną zmiennej niezależnej x wyznacza się zgodnie z zależnością (1). Średnią arytmetyczną zmiennej zależnej y oblicza się według:

$$\bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^n y_i}{n} \quad (6)$$

Po wyznaczeniu prostej regresji i po sprawdzeniu wykresu korelacyjnego można ocenić stopień dopasowania prostej do zbioru punktów, odpowiedzi licznika na płaszczyźnie, a jednocześnie można zbadać jej zmienność. Miarą tej zmienności jest odchylenie standardowe składnika losowego $S_{y,x}$:

$$S_{y \cdot x} = \sqrt{\frac{1}{n-2} \cdot (S_y^2 - S_{xy}^2 / S_x^2)} \quad (7)$$

gdzie:

$$S_y^2 = \sum_{i=1}^n y_i^2 - \frac{1}{n} \left(\sum_{i=1}^n y_i \right)^2 \quad - \text{suma kwadratów odchyłeń zmiennej } y, \quad (8)$$

$$S_x^2 = \sum_{i=1}^n x_i^2 - \frac{1}{n} \left(\sum_{i=1}^n x_i \right)^2 \quad - \text{suma kwadratów zmiennej } x, \quad (9)$$

$$S_{xy} = \sum_{i=1}^n x_i \cdot y_i - \frac{1}{n} \cdot \left(\sum_{i=1}^n x_i \right) \cdot \left(\sum_{i=1}^n y_i \right) \quad - \text{kowariancja między zmiennymi.} \quad (10)$$

Z uwagi na to, że punkty na wykresie korelacyjnym układały się prostoliniowo, więc miarą siły wiązania zmiennych jest współczynnik korelacji prostoliniowej wyrażony zależnością:

$$r = \frac{S_{xy}}{\sqrt{S_x^2 \cdot S_y^2}} \quad (11)$$

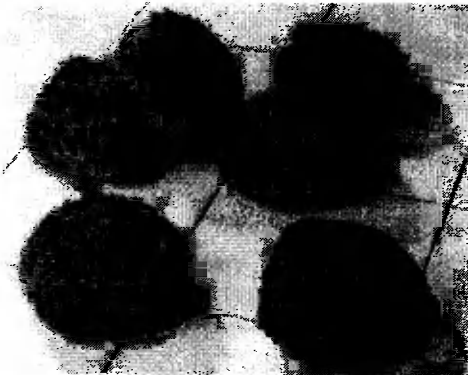
Jako estymator i miarę ścisłego związku między zmiennymi przyjęto współczynnik determinacji, który oblicza się jako:

$$d = r^2 \quad (12)$$

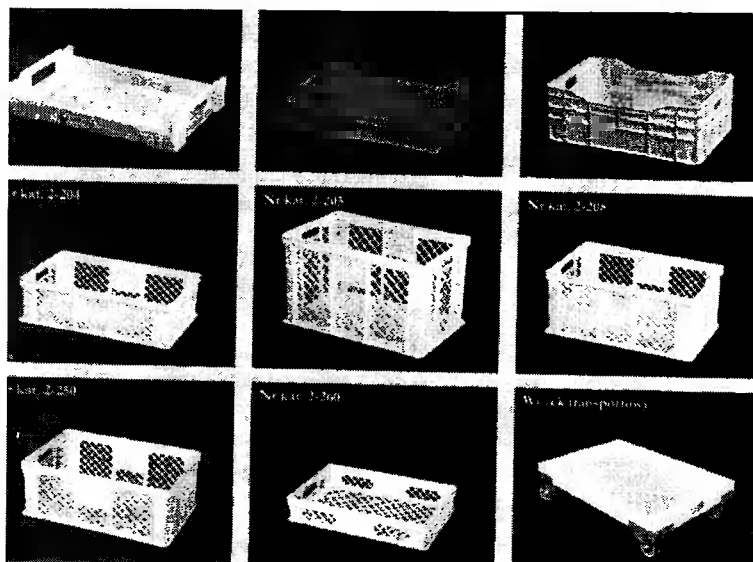
3. TECHNOLOGICZNE LICZENIE PIECZYWA

Konwencjonalne sposoby liczenia

W praktyce, obok typowej produkcji chleba piekarnie wypiekają od kilkuset do kilkudziesięciu tysięcy sztuk pieczywa drobnego na dobę, co wiąże się z koniecznością ich zliczania i pakowania przed wysyłką do odbiorców – sklepów. Dostawy pieczywa drobnego najczęściej odbywają się luzem w typowych koszach zliczanych po 50, 100 a nawet 200 sztuk w każdym.



Rys. 1. Asortyment pieczywa drobnego



Rys. 2. Kosze na drobne pieczywo

W wielu krajach, w tym również i w Polsce, liczenie pieczywa drobnego polega na ręcznym przekładaniu z jednego kosza do drugiego z jednoczesnym pamięciowym liczeniem. Sposób ten jest nie tylko żmudny, pracochłonny, drogi ale również niezbyt dokładny, szczególnie przy zliczaniu dużych ilości, co wynika z przemęczenia pracowników, a tym samym możliwością popełniania błędów. Inny sposób polega na przesypywaniu do koszy całej zawartości z blach wypiekowych zawierających najczęściej 30 bułek. Wprawdzie system ten jest szybszy, ale także żmudny i zawodny.

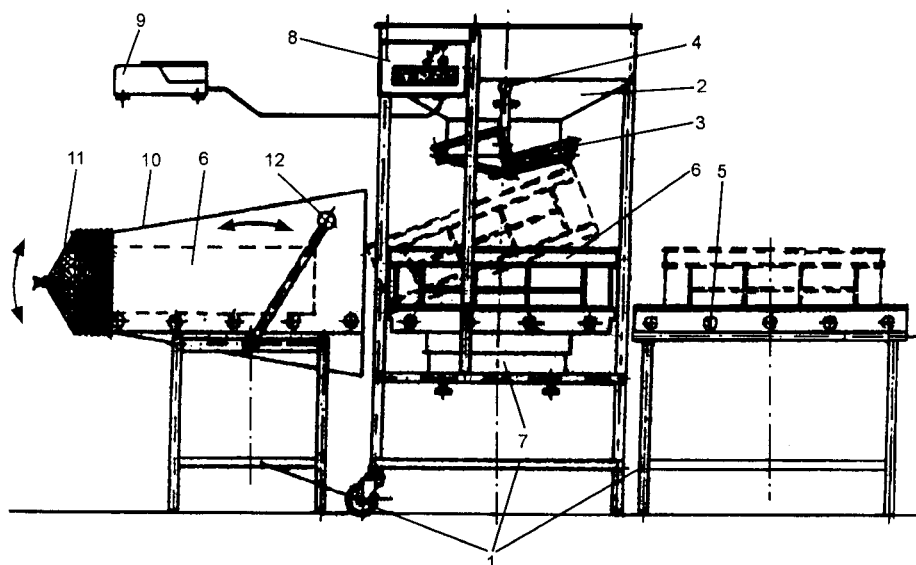


Rys. 3. Wózek z blachami wypiekowymi

Sporadycznie stosowane są urządzenia do zliczania składające się z lejka, transportera podającego i głowicy pomiarowej rejestrującej ilość przechodzącego pieczywa. System ten sprawdza się przy zliczaniu i pakowaniu w foliowe torebki termokurczliwe porcji np. 3, 6 lub 12 sztuk z przeznaczeniem dla sklepów samoobsługowych. Powyższy sposób jest mało efektywny przy zliczaniu dużej ilości pieczywa. Ponadto jest mało sprawny z uwagi na zapychanie kanału, cofanie lub wypadanie bułek z transportera.

Nowy sposób liczenia pieczywa drobnego

W wyniku współpracy bydgoskiego Zakładu Badawczego Przemysłu Piekarskiego z Katedrą Maszyn Spożywczych i Ochrony Środowiska ATR w Bydgoszczy opracowano stanowisko do zliczania i pakowania pieczywa drobnego w dużych porcjach, wykorzystując czujniki obiektowe (masowe) i technikę elektroniczną oraz zestaw urządzeń mechanicznych podających, napełniających, dozujących bułki bezpośrednio do koszy lub pojemników siatkowych. Precyzyjne zliczanie następuje po uprzednim wzorcowaniu systemu pomiarowego materiałem pochodzącym z danej szarży wypiekowej, uśrednieniu masy z pobranej próbki - przeznaczonej do zliczania i pakowania. Dane z wzorcowania, po wprowadzeniu do pamięci umożliwiają następnie określanie liczby pieczywa po napełnieniu koszy, przesuwanym na transporterze rolkowym do magazynu z wydrukiem rzeczywistej lub deklarowanej zawartości, również po zapakowaniu w siatkę ażurową.



Rys. 4. Schemat stanowiska do zliczania i pakowania: 1 – zespół zliczania, 2 – lej zasypowy, 3 – ogranicznik wsypu, 4 – dźwignia blokady, 5 – rolki obrotowe transporterów, 6 – kosz na pieczywo, 7 – układ czujników obiektowych, 8 – czytnik cyfrowy, 9 – drukarka rejestrująca, 10 – zespół pakujący, 11 – siatka ażurowa, 12 – wywrotnica

Estymacja nowego sposobu liczenia pieczywa

Ocenę dokładności liczenia i wyznaczenie charakterystyk statystycznych przeprowadzono w oparciu o zależności od (1) do (12). W tablicy 1 zamieszczono wybrane wyniki pomiarów i obliczeń zmiennej niezależnej x i zależnej y , które są niezbędne do wyznaczenia liniowej funkcji regresji. Z uwagi na wyjątkową powtarzalność i zgodność ilość pieczywa w koszu (x) oraz wskazań na monitorze zliczarki (y) w tablicy bardziej zawarto informację o zakresie prowadzonych prób niż zestawienie wyników. Próby powtarzano 15-krotnie.

Tablica 1. Dane z badań statystycznych zliczarki bułek

i	x_i	y_i	x_i^2	y_i^2	$x_i \cdot y_i$
1	1	1	1	1	1
...
15	1	1	1	1	1
16	10	10	100	100	100
...
30	10	10	100	100	100
31	50	50	2500	2500	2500
...
45	50	50	2500	2500	2500
46	100	100	10000	10000	10000
...
60	100	100	10000	10000	10000
Σ	2415	2415	189015	189015	189015

Mimo, że wynik końcowy jest znany, a sama obserwacja jest statystycznie nieyt-powa, to jednak przytacza się obliczenia:

$$b = 1$$

$$\bar{x} = 40,25$$

$$\bar{y} = 40,25$$

$$Y = x$$

$$S_x^2 = S_y^2 = S_{xy} = 91.811,25$$

$$r = 1$$

$$d = r^2 = 1$$

Zasadniczo jest to sytuacja niespotykana w technikach liczenia pieczywa drobne-go, lecz ze względu na to, że pomiar realizowano na idealizowanych fizycznych mode-lach bułek (automat, badane i stabilizowane surowce składowe) z kontrolowanej szarzy – jest ona do przyjęcia. Wyniki pomiarów świadczą o dużej dokładności i powtarzalno-ści wyników, zależnych jednak od dużej liczby elementów użytych do wzorcowania (w każdym z 15 przypadków – wzorec 50. elementowy)

4. PODSUMOWANIE

Zaletą rozwiązania nowego systemu zliczania i ewentualnego pakowania porcji pieczywa drobnego jest dokładne ($d = 1$, tj. 100% reprezentacja liczby bułek znajdujących się w koszach, wynikami wyświetlanymi na ekranie zliczarki) ustalanie zawartości – sztuk bułek w koszach wg potrzeb zależnych od odbiorców i to bez względu na kształt i temperaturę zliczanych jednostek. Po zapakowaniu metodą osiatkowania następuje zabezpieczenie przed wypadaniem lub kradzieżą w transporcie. Dodatkową zaletą jest możliwość zmniejszenia liczby osób zatrudnionych przy liczeniu, łatwość obsługi, pewność i szybkość zliczania, a przy osiatkowaniu luzem – oszczędność w zakupie koszy, ich mycia, przywożenia pustych po sprzedaży itp.

Prezentowane rozwiązanie może mieć zastosowanie nie tylko w piekarstwie, ale także w innych obszarach branży spożywczej oraz w innych dziedzinach gospodarczych, gdzie występuje permanentna potrzeba porcjowania powtarzalnych masowo sztuk produktu.

LITERATURA

- [1] Flizikowski J.: Projektowanie środowiskowe maszyn. Wyd. Uczeln. ATR, Bydgoszcz 1998.
- [2] Sadkiewicz K., Sadkiewicz J.: Urządzenia pomiarowo-badawcze dla przetwórstwa zbożowo-mącznego. Wyd. Uczeln. ATR, Bydgoszcz 1998.

NUMBERING MACHINE SYSTEM FOR SMALL BAKERY

Summary

The present paper presents innovative trends in the numbering machine system application for small bakery. The traditional and innovative numbering machine systems have been contrasted. The latter offers a high numbering precision and effectiveness, which decreases costs and, consequently, remains more environment-friendly.

Key words: numbering for small bakery, automation, packaging machine

WPLYW STAŁEGO OBCIĄŻENIA NA DRGANIA CHAOTYCZNE W UKŁADZIE BELKA-WAHADŁO

Danuta Sado

Instytut Podstaw Budowy Maszyn
Politechnika Warszawska
ul. Narbutta 84, 02-524 Warszawa

Rozpatrzono zjawisko występowania chaosu w nieliniowo sprzężonym autoparametrycznym układzie belka-wahadło obciążonym oprócz siły harmonicznej także stałą siłą. Stwierdzono, że stała siła przesuwa zakres występowania drgań chaotycznych. Chaotyczny charakter ruchu stwierdzono na podstawie przebiegów czasowych drgań, map Poincaré, widm Fouriera oraz maksymalnych wykładników Lapunowa.

Słowa kluczowe: przenoszenie energii, drgania autoparametryczne, chaos

1. WSTĘP

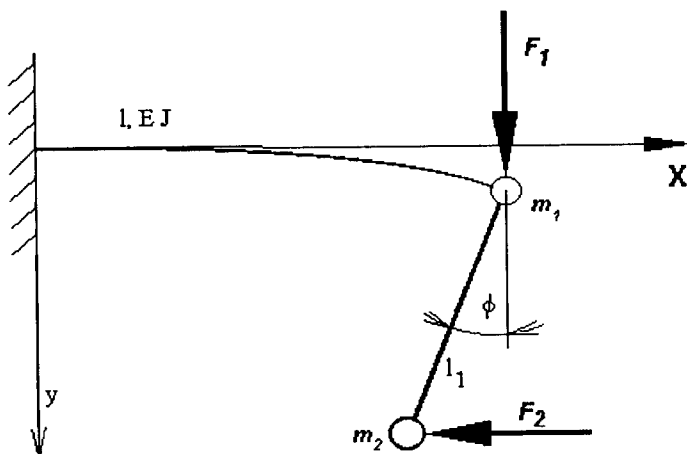
Badania dotyczą autoparametrycznego układu belka-wahadło, którego szczegółową analizę można znaleźć we wcześniejszej pracy autorki [1]. W pracy tej pokazano, że w autoparametrycznych układach drgających o dwóch stopniach swobody na skutek sprzężenia bezwładnościowego energia może być przenoszona z jednej postaci drgań na drugą. Może to spowodować, że układ wprowadzony w drgania jednej postaci pobudza na drodze parametrycznej drgania drugiej postaci. W przypadku całkowitego przeniesienia energii obserwuje się zjawisko autoparametrycznego rezonansu wewnętrznego. Jeśli układ poddany jest ponadto harmonicznemu wymuszeniu zewnętrznemu, to oprócz rezonansu wewnętrznego może wystąpić również rezonans zewnętrzny. Ponieważ równania opisujące ruch takiego układu są silnie sprzężone nieliniowo, więc oprócz drgań ustalonych mogą pojawić się także drgania o innym charakterze. Zależy to od wartości amplitudy wymuszenia, stosunku częstości i innych parametrów układu. Zjawiska bifurkacji i chaosu w układach autoparametrycznych zawierających jako jeden element wahadło rozpatrywano w pracach [2, 3, 4, 5, 6], gdzie rozważano możliwość wystąpienia różnych rodzajów ruchów wahadła w zależności od parametrów układu. Drgania chaotyczne wywołane siłami harmonicznymi w układzie belka-wahadło z tłumieniem wiskotycznym były analizowane we wcześniejszych pracach autorki [7, 8, 9], gdzie pokazano, że w pobliżu rezonansu wewnętrznego oraz zewnętrznego, dla małych wartości współczynników tłumienia, oprócz różnego rodzaju drgań okresowych mogą wystąpić także drgania o charakterze chaotycznym. Przejście od porządku do chaosu obserwowano na podstawie analizy przebiegów czasowych obu postaci drgań w długim okresie,

map Poincaré, widm Fouriera (otrzymanych przy użyciu szybkiej transformaty Fouriera - FFT) oraz obliczanych numerycznie maksymalnych wykładników Lapunowa.

W niniejszej pracy zbadano możliwość wystąpienia drgań chaotycznych w autoparametrycznym układzie belka-wahadło w przypadku, gdy oprócz wymuszających sił harmoniczných na badany układ działają także stałe obciążenia. Uwzględnienie stałych sił jest szczególnie istotne, gdy bada się układ w czasie rozruchu lub hamowania. W pracy [1] zbadano wpływ, jaki wywierają stałe siły wymuszające na amplitudy rezonansowe i stwierdzono, że stała siła przesunwa rezonans w kierunku mniejszej częstości, zmieniając także jego amplitudę. Ponieważ w badanym układzie stwierdzono możliwość wystąpienia w pobliżu rezonansu oprócz ruchów ustalonych także drgań o innym charakterze, istotna jest więc analiza wpływu stałych sił na zachowanie się układu. Taką analizę przeprowadzono w prezentowanej pracy

2. SCHEMAT UKŁADU I RÓWNANIA RUCHU

Badany układ przedstawiono schematycznie na rysunku 1. Jest to analizowany przez autorkę we wcześniejszych pracach [1, 7, 8, 9] układ belka - wahadło, przy czym nie ograniczono się do małych ugięć belki. Składa się on z nieważkiej belki o długości l posiadającej stałą sztywność na zginanie $EI = \text{const}$ i dwóch ciał o masach m_1 i m_2 .



Rys. 1. Schemat układu belka - wahadło

Przyjęto, że belka charakteryzuje się sprężystością nieliniową o charakterystyce mającej postać paraboli trzeciego stopnia. Ciało o masie m_1 zamocowane jest punktowo na końcu belki. Do tego ciała podwieszony jest wahadło złożone ze sztywnego nieważkiego pręta o długości l_1 i zamocowanego punktowo na jego końcu ciała o masie m_2 . Ponieważ nie ograniczono się do małych ugięć belki wspornikowej, oprócz nieliniowości geometrycznej wynikającej z istnienia wahadła uwzględniono również nieliniowość geometryczną wynikającą z dużych ugięć belki. Przyjęto za pracę [1], że zależność przesunięcia poziomego końca belki od jego przesunięcia pionowego dobrze przybliża

równanie $\Delta x = \alpha(y + y_{st})^2$, w którym α wynika z aproksymacji. Założono, że na ciało o masie m_1 działa tłumienie wiskotyczne ośrodka proporcjonalne do prędkości tego ciała, zaś na wahadło działa tłumienie wiskotyczne proporcjonalne do prędkości kątowej wahadła. Przebadano przypadki, gdy na układ działają wymuszenia harmoniczne: pionowe na ciało o masie m_1 i poziome na ciało o masie m_2 . Ponadto na oba ciała mogą działać dodatkowo w tych samych kierunkach, co siły harmoniczne stałe siły. Przyjęto więc, że na ciało o masie m_1 działa siła wymuszająca o postaci: $F_1 = F_{10} \cos \nu_1 t + F_{01}$, a na wahadło pozioma siła o postaci: $F_2 = F_{20} \cos \nu_2 t + F_{02}$. Wyprowadzenie równań ruchu badanego układu można znaleźć w pracy autorki [1].

Dla bezwymiarowego czasu $\tau = t\omega_1$ oraz oznaczeń:

$$\begin{aligned} y_1 &= \frac{y}{l}, \quad y_{1st} = \frac{y_{st}}{l}, \quad b_1 = \frac{m_1}{m_2}, \quad a = b_1 + 1, \quad a_1 = \frac{l_1}{l}, \quad \alpha_1 = \alpha l, \\ \omega_1^2 &= \frac{k_1}{m_1 + m_2}, \quad \omega_2^2 = \frac{g}{l_1}, \quad \beta = \frac{\omega_2}{\omega_1}, \quad b_2 = \frac{k_2 l_1^2}{k_1}, \quad \gamma_1 = \frac{c_1}{m_1 \omega_1}, \\ \gamma_2 &= \frac{c_2}{m_2 l^2 \omega_1}, \quad \mu_1 = \frac{\nu_1}{\omega_1}, \quad \mu_2 = \frac{\nu_2}{\omega_1}, \quad A_v = \frac{F_{10}}{m_2 l \omega_1^2}, \\ A_{0v} &= \frac{F_{01}}{m_2 l \omega_1^2}, \quad A_h = \frac{F_{20}}{m_2 l \omega_1^2}, \quad A_{0h} = \frac{F_{02}}{m_2 l \omega_1^2} \end{aligned} \quad (1)$$

mają one postać:

$$\begin{aligned} \ddot{y}_1 &= \frac{1}{f_3} \left\{ \left[2\alpha_1 f_1 \cos \varphi - 4a\alpha_1^2 (y_1 + y_{1st}) \right] \dot{y}_1^2 + a_1 f_2 \dot{\varphi}^2 + \right. \\ &\quad - a f_4 + a_1 a^2 [f_1 \sin \varphi + a] - b_1 f_3 \gamma_1 \dot{y}_1 + a_1 f_1 \gamma_2 \dot{\varphi} + \\ &\quad \left. + A_v \cos \mu_1 \tau + A_{0v} + (A_h \cos \mu_2 \tau + A_{0h}) \right\} 2 \alpha_1 (y_1 + y_{1st}) - f_1 \cos \varphi \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \ddot{\varphi} &= \frac{1}{a_1 f_5} \left\{ a \left[-2\alpha_1 f_3 \cos \varphi + 4 \alpha_1^2 f_1 (y_1 + y_{1st}) \right] \dot{y}_1 - a_1 f_1 f_2 \dot{\varphi}^2 + a f_1 f_4 + \right. \\ &\quad \left. - a a_1 \beta^2 [f_3 \sin \varphi + f_1] + b_1 f_1 f_3 \gamma_1 \dot{y}_1 - a a_1 f_3 \gamma_2 \dot{\varphi} - f_1 \left[A_v \cos \mu_1 \tau + A_{0v} \right] + \right. \\ &\quad \left. + (A_h \cos \mu_2 \tau + A_{0h}) \right\} a f_3 \cos \varphi - 2\alpha (y_1 + y_{1st}) f_1 \end{aligned}$$

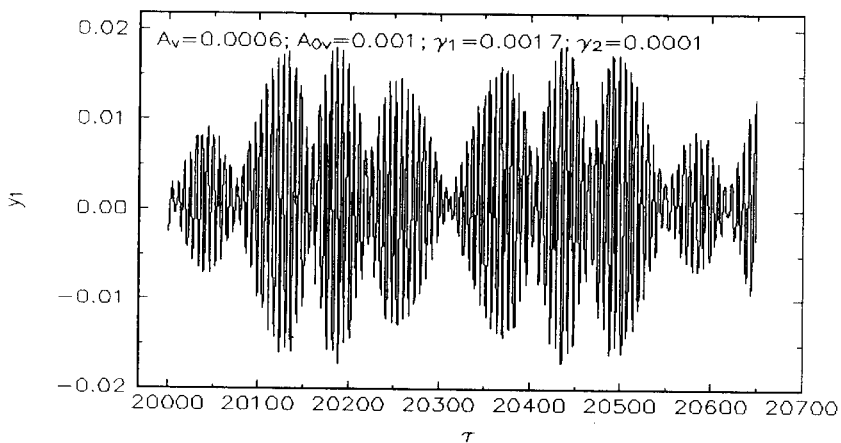
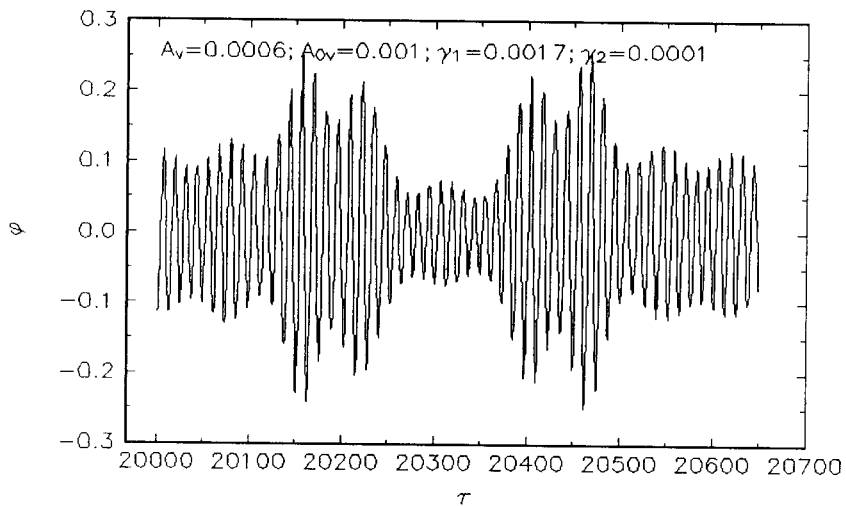
gdzie:

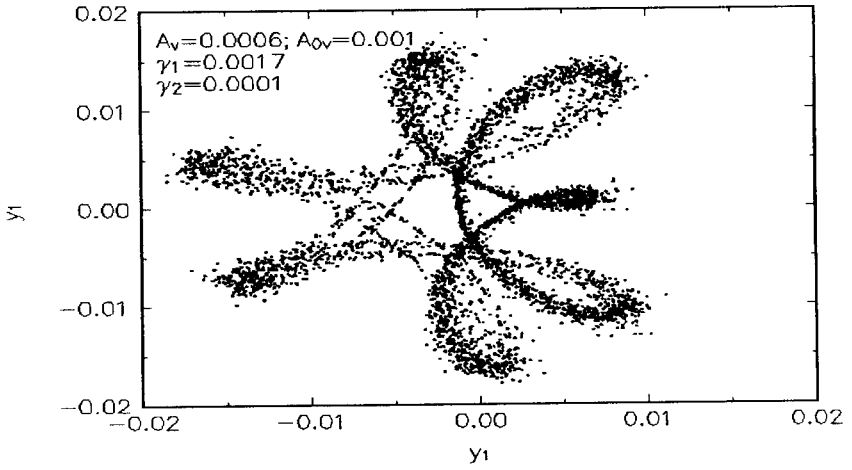
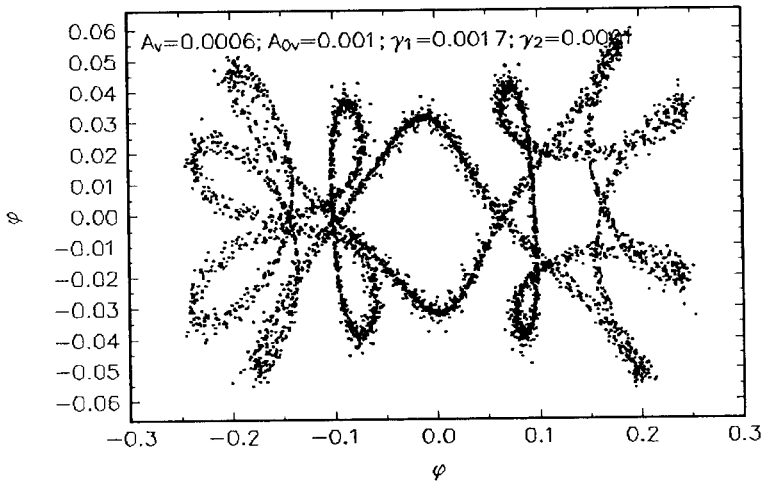
$$\begin{aligned} f_1 &= 2\alpha_1 (y_1 + y_{1st}) \cos \varphi + \sin \varphi \\ f_2 &= 2\alpha_1 (y_1 + y_{1st}) \sin \varphi - \cos \varphi \\ f_3 &= 1 + 4\alpha_1^2 (y_1 + y_{1st})^2 \\ f_4 &= (y_1 + y_{st}) + b_2 (y_1 + y_{1st})^3 \\ f_5 &= a f_3 - f_1^2 \end{aligned} \quad (3)$$

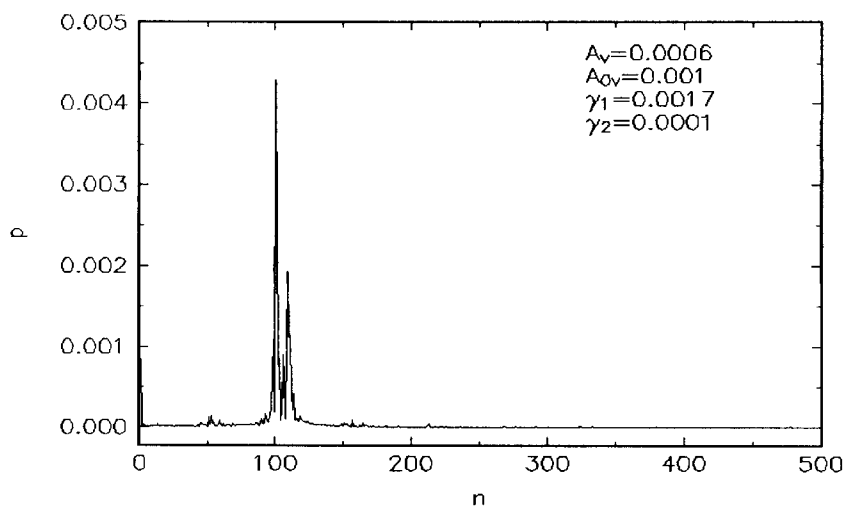
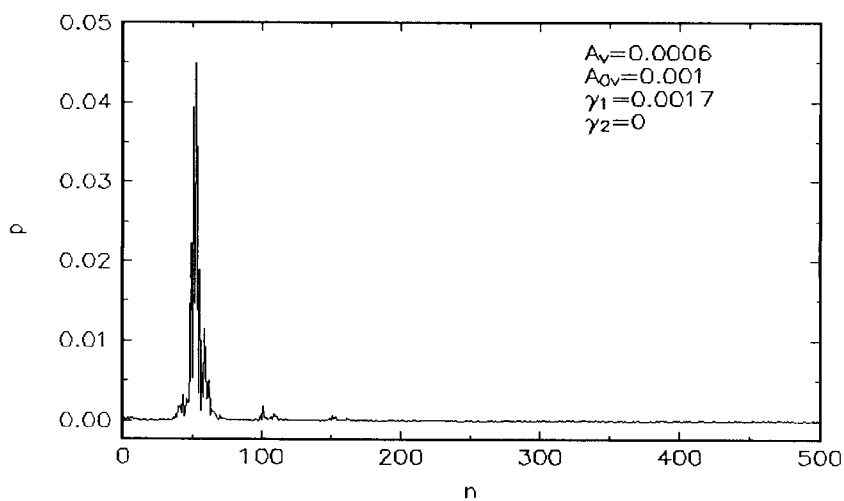
Równania powyższe są silnie nieliniowe, rozwiązywano je więc numerycznie.

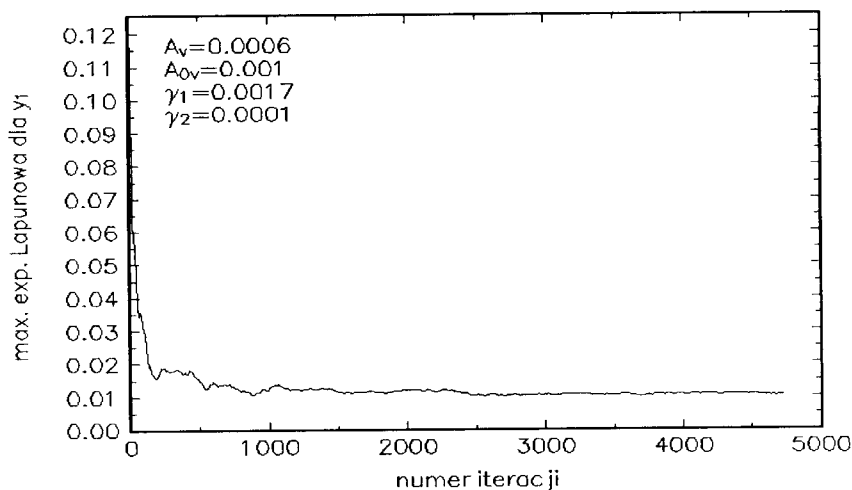
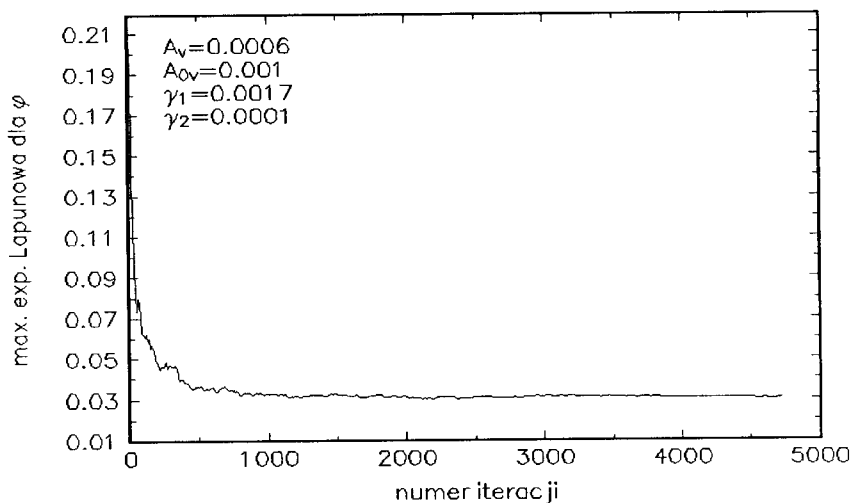
3. WYNIKI NUMERYCZNE

Jak pokazano w pracy [1] w autoparametrycznym układzie belka-wahadło w pobliżu głównego rezonansu wewnętrznego oraz w pobliżu rezonansów zewnętrznych oprócz różnego typu drgań okresowych mogą pojawić się drgania o innym charakterze. W pracach [7, 8, 9] pokazano jak układ zmierza w stronę chaosu poprzez zmianę współczynników, które to przejście powodują. Zaobserwowano przejście od rozwiązań okresowych do rozwiązań quasiokresowych a następnie do nieokresowych rozwiązań chaotycznych. Przejście od porządku do chaosu powodowała zmiana wartości amplitudy wymuszenia harmonicznego, stosunku częstości oraz tłumień zarówno w układzie belki, jak i w układzie wahadła. Obecnie pokazano jak układ zmierza w stronę chaosu poprzez zmianę wartości stałych sił wymuszających działających razem z siłami wymuszającymi harmonicznymi. Przejście to śledzono analizując przebiegi drgań w czasie, ich obraz fazowy (mapy Poincaré budowane poprzez odwzorowanie punktów trajektorii fazowych próbkowanych co okres wymuszenia), widma częstości otrzymane przy użyciu szybkiej transformaty Fouriera oraz obliczając numerycznie maksymalne wykładniki Lapunowa. Jak wiadomo [3], dla drgań okresowych przebiegi czasowe są regularne, mapki Poincaré są dla układu o dwóch stopniach swobody dwoma punktami (lub krzywymi zamkniętymi dla drgań quasiokresowych), widma Fouriera są dyskretne, zaś maksymalne wykładniki Lapunowa są ujemne. Gdy drgania mają charakter chaotyczny przebiegi czasowe są nieregularne, mapki Poincaré przedstawiają tzw. dziwne atraktory, widma Fouriera są ciągłe a wykładniki Lapunowa dodatnie. W pracy przebadano pod tym kątem układ z uwzględnieniem stałych sił działających zarówno na belkę jak i na wahadło, zmieniając w szerokim zakresie różne parametry układu. Przykładowe wykresy odpowiadające drganiom chaotycznym z uwzględnieniem stałej siły przedstawiono dla obu postaci drgań na rysunkach 2-5. Drgania o charakterze chaotycznym w przypadku, gdy układ obciążony jest pionową siłą wymuszającą działającą na ciało o masie m_1 zaobserwowano dla następujących parametrów badanego układu: $A_v = 0.0006$, $A_{0v} = 0.001$, $b_1 = 0.2$, $\alpha_1 = 0.5955$, $\beta = 0.51$, $\mu_1 = 0.99$, $a_1 = 0.2$, $b_2 = 1$, $\gamma_1 = 0.0017$, $\gamma_2 = 0.0001$. Na rysunkach 2 i 3 pokazano fragmenty przebiegów czasowych drgań odpowiednio dla końca belki y_1 i wahadła φ . Na rysunkach 4 i 5 przedstawiono mapki Poincaré odpowiadające kolejno współrzędnym y_1 oraz φ sporządzone dla czasu bezwymiarowego $\tau = 20000-50000$. Rysunki 6 i 7 przedstawiają odpowiednio dla tych współrzędnych widma Fouriera. Natomiast na wykresach 8 i 9 widzimy wynik numeryczny przebiegu maksymalnych wykładników Lapunowa.

Rys. 2. Przebieg drgań dla współrzędnej y_1 Rys. 3. Przebieg drgań dla współrzędnej φ

Rys. 4. Mapa Poincaré dla współrzędnej y_1 Rys. 5. Mapa Poincaré dla współrzędnej φ

Rys. 6. Widmo częstotliwości dla współrzędnej y_1 Rys. 7. Widmo częstotliwości dla współrzędnej φ

Rys. 8. Maksymalny wykładnik Lapunowa dla y_1 Rys. 9. Maksymalny wykładnik Lapunowa dla φ

Jak widać na prezentowanych wykresach przebiegi drgań obu postaci drgań są nieregularne (rysunki 2 i 3), mapki Poincaré ukazują dziwne atraktory (rysunki 4 i 5), widma częstości są ciągłe (rysunki 6 i 7), zaś maksymalne wykładniki Lapunowa są do-

datnie (rysunki 8 i 9). Jest to więc przypadek drgań chaotycznych (wartości parametrów podano na wykresach, zaś pozostałe parametry wynosiły: $b_1 = 0.2$, $\beta = 0.51$; $\mu_1 = 0.99$, $\alpha_1 = 0.5955$, $\alpha_1 = 0.2$, $b_2 = 1$). Porównując te wyniki z wynikami przedstawionymi w pracy [9] widzimy, że dla układu z uwzględnieniem stałej siły drgania chaotyczne występują dla małego tłumienia w układzie wahadła przy takich samych wartościach pozostałych parametrów. Badany układ jest bardzo wrażliwy nawet na małe zmiany parametrów. Zmiana zakresu parametrów może zmieniać ruch nie tylko ilościowo, ale i jakościowo. Szczególnie istotne jest badanie tego typu układów w pobliżu zakresu parametrów dla których występuje rezonans wewnętrzny, gdyż w tym zakresie mamy do czynienia z przepływem energii między elementami układu i układ wprawiony w drgania z jedną postacią może pobudzić inną, czasem niepożądaną postać drgań.

4. WNIOSKI

Pokazano, że w układzie autoparametrycznym obciążonym jednocześnie siłami harmonicznymi i siłami stałymi mogą wystąpić drgania o charakterze chaotycznym. Analiza wyników numerycznych wykazała, że nawet mała zmiana wartości stałej siły może zmienić charakter ruchu. Stała siła działająca równocześnie z siłą harmoniczną zmienia zakres parametrów dla których mogą pojawić się drgania o charakterze chaotycznym.

LITERATURA

- [1] Sado D.: Przenoszenie energii w nieliniowo sprzężonych układach o dwóch stopniach swobody. Oficyna Wydawnicza PW, Prace Naukowe, Mechanika, 1997, z.166.
- [2] Hatwal H., Mallik A.K., Ghosh A.: Forced Nonlinear Oscillations of an Autoparametric System - Part II: Chaotic Responses. Journal of Applied Mechanics, Transactions of the ASME, 1983, 50, 663-668.
- [3] Moon.F.C.: Chaotic Vibrations. John Wiley & Sons Inc., 1987.
- [4] Tondl A.: Analysis of an autoparametric system. EUROMECH-2nd European Nonlinear Oscillation Conference, Prague, Sept. 9-13, 1996, 467-470.
- [5] Verhulst F.: Autoparametric Resonance, Survey and New Results. EUROMECH-2nd European Nonlinear Oscillation Conference, Prague, Sept. 9-13, 1996, 483-488.
- [6] Mustafa G., Ertas A.: Dynamics and bifurcations of a coupled column-pendulum oscillator. Journal of Sound and Vibration, 1995, 182, 393-413.
- [7] Sado D.: Nonlinear Vibrations of Inertial Coupling Mechanical Systems With Various Types of Friction. PD-Vol.81, Engineering Systems Design and Analysis Conference, Vol.9, ASME 1996, 119-124.

- [8] Sado D.: Periodic and chaotic oscillations of the autoparametric beam-pendulum system. Proceedings of the Third Biennial World Conference on Integrated Design and Process Technology (ASME), Berlin, Germany, IDPT, 1998, 6, 206-213.
- [9] Sado D.: Chaos in autoparametric coupled mechanical systems. Proceedings Tenth World Congress on the Theory of Machines and Mechanisms (IFTToMM), Oulu, Finland, 1999, 4, 1638-1643.

IMPACT OF CONSTANT EXCITATION ON CHAOTIC VIBRATIONS IN THE BEAM-PENDULUM SYSTEM

Summary

This present work focuses on the chaos in non-linear coupled beam-pendulum system excited by both harmonic and constant forces. The constant force was shown to change the range of chaotic vibration. The chaotic character of the vibration was analysed with time histories, Poincaré maps, the Fourier spectra as well as maximum exponents of Lyapunov.

Key words: energy transfer, autoparametric vibrations, chaos

DOŚWIADCZALNE METODY WYZNACZANIA PARAMETRÓW DYNAMICZNEJ ODPORNOŚCI NA PĘKANIE

Jan Sadowski

Katedra Mechaniki Stosowanej
Wydział Mechaniczny ATR
ul. Prof. S. Kaliskiego 7, 85-796 Bydgoszcz

W pracy dokonano przeglądu aktualnych, jakościowych metod oceny odporności na dynamiczne pękanie materiałów. Opierając się na kryteriach wynikających z aplikacji dynamicznej mechaniki pękania i wykorzystując oprzyrządowaną próbę zginania (próbę udarności), przedstawiono nowe metody ilościowej oceny parametrów dynamicznej odporności na pękanie jak: K_{Id} , J_{Id} itp. dla wybranych materiałów. Pokazano możliwości zastosowania w praktyce nowych metod.

Słowa kluczowe: dynamiczna odporność na pękanie, metody wyznaczania

1. WPROWADZENIE

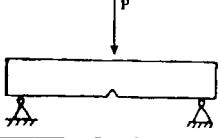
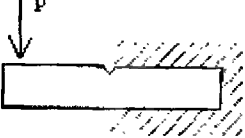
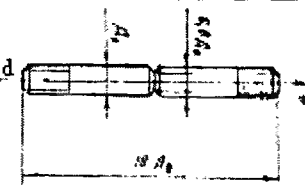
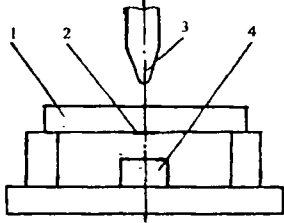
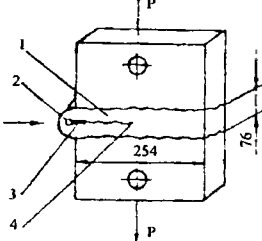
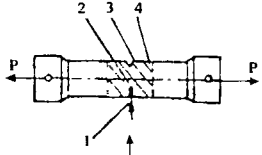
Postęp w zakresie nowych metod badawczych w inżynierii materiałowej, to nie tylko projektowanie i otrzymywanie nowych materiałów, lecz także na wysokim poziomie nowoczesne techniki badawcze. Przykładem takiego postępu w dziedzinie zastosowania nowych metodyk badawczych są badania umożliwiające wyznaczanie parametrów dynamicznej odporności na pękanie materiałów, zwłaszcza przy obciążeniach dynamicznych (udarowych).

Powszechnie stosowane metody badań oceny odporności na dynamiczne pękanie materiałów są w zasadzie próbami jakościowymi, służącymi do oceny plastyczności materiału, tzn. dla porównania, materiału kruchego z plastycznym. Poszczególne metody jakościowe wyszczególniono w tablicy 1 [1].

Metody te służą do oceny udarności KCV, a także progu kruchości zerowej materiału, oceny zerowej plastyczności NDT oraz kruchości odpuszczania materiałów itp. W metodach jakościowych nie można wykorzystywać otrzymanych parametrów do obliczeń inżynierskich jak np. znanych wskaźników wytrzymałościowych R_m , R_e , H_B itp. Obecnie wymienionym w tablicy 1 próbom usiłuje się nadać bardziej uniwersalny charakter, zwłaszcza próbie udarności Charpy V. Czyni się to przez oprzyrządowanie młotów udarowych w układy elektroniczne: rejestrujące, przetwarzające i analizujące szybkozmienne przebiegi zdejmowane w próbie udarowego zginania, tj.: siła - czas $F(t)$, siła - przemieszczenie $F(f)$, przemieszczenie - czas $f(t)$ z wykorzystaniem metod komputerowej obróbki przebiegów, np. programem FRACDYNA [2].

Układy takie zwane są powszechnie CAI (Computer Aided Instrumented Charpy Impact Testing).

Tablica 1. Jakościowe metody badań oceny na dynamiczne pękanie

Lp.	Metoda	Schemat	Cel
1.	Próba udarności Charpy		Ocena udarności i plastyczności, ocena punktu zerowej kruchości
2.	Próba Izoda		Ocena plastyczności przy jednopunktowym zginaniu
3.	Próba rozciągania dynamicznego		Ocena odporności na kierunkowe pękanie, ocena dynamicznej granicy plastyczności na rozciąganie dynamiczne
4.	Próba spadającego ciężaru Peliniego		Ocena temperatury zerowej plastyczności NDT
5.	Próba Robertsona		Ocena temperatury zatrzymania pęknięcia TZP
6.	Próba ESSO		Ocena temperatury zerowej kruchości, przy której zatrzymywana jest szczelina

Umożliwiają one rozszerzenie informacji o zachowaniu się materiału w procesie jego dynamicznego niszczenia oraz pozwalają inaczej spojrzeć np. na parametr KCV, będący wynikiem pomiaru udarności materiału. Ponadto, dysponując zarejestrowanymi

przebiegami $F(t)$, $F(f)$ i uwzględniając aspekty wynikające z dynamicznej mechaniki pęknięcia możliwa jest ocena parametrów dynamicznej odporności na pęknięcie K_{Id} , J_{Id} , materiału, a więc parametrów znacznie bardziej użytecznych niż parametry odporności na pęknięcie K_{Ic} , J_{Ic} , wynikających z oceny przy obciążeniach statycznych.

Metodyka oceny parametrów dynamicznej odporności na pęknięcie w próbie udarowego zginania jest przedmiotem licznych badań zarówno w kraju [3, 4], jak i w innych państwach [5, 6, 7]. Niektóre prace dotyczące wyznaczania tych parametrów, a także badania własne dotyczące oceny parametrów K_{Id} , J_{Id} zostaną przedstawione w niniejszej pracy. Są to parametry ujmujące w sposób ilościowy proces dynamicznego pęknięcia materiałów, a więc można je z powodzeniem zastosować w obliczeniach inżynierskich projektowanej konstrukcji, a także przy projektowaniu procesów technologicznych i eksploatacyjnych.

2. PRZEGLĄD METOD WYZNACZANIA ODPORNOŚCI NA PĘKNIĘCIE

Spośród znanych metod oceny parametrów dynamicznej odporności na pęknięcie można wyróżnić metody dotyczące oceny tych parametrów dla materiałów kruchych (liniowa dynamiczna mechanika pęknięcia) [6] oraz sprężysto-plastycznych (nieliniowa dynamiczna mechanika pęknięcia) [4, 5].

Według normy ASTM [6] oraz BS6729 [8] warunki plastyczności ustala się na podstawie stosunku zarejestrowanej siły F_m , do ugięcia zginanej próbki f_f . Jeżeli F_m/f_f oraz $0,5 F_m/f_{0,5}$ nie różnią się między sobą nie więcej niż 10%, wówczas materiał uważa się za kruchy. Wobec powyższego dla materiałów kruchych stosuje się parametr siłowy, a krytyczną wartość dynamicznego współczynnika intensywności naprężeń K_{Id} oblicza się wzorem [3,4,6]:

$$K_{Id} = \frac{F_m \cdot L}{B \cdot W^{3/2}} \left[2,9 \left(\frac{a}{w} \right)^{\frac{1}{2}} - 4,6 \left(\frac{a}{w} \right)^{\frac{3}{2}} + 21,8 \left(\frac{a}{w} \right)^{\frac{5}{2}} + 37,6 \left(\frac{a}{w} \right)^{\frac{7}{2}} + 38,7 \left(\frac{a}{w} \right)^{\frac{9}{2}} \right] \quad (1)$$

gdzie:

- F_m – maksymalna wartość siły wyznaczona na przebiegu $F(t)$,
- a – długość pęknięcia w próbce,
- L – odległość między podporami młota,
- B – szerokość próbki,
- W – wysokość próbki.

Bardziej złożona jest ocena odporności na dynamiczne pęknięcie materiałów sprężysto-plastycznych i o dużej ciągliwości. Parametrem oceny jest parametr energetyczny-krytyczna wartość dynamicznej całki Rice'a- J_{Id} określona wzorem [3,5]:

$$J_{Id} = \frac{2 E_p}{B(w-a)} \quad (2)$$

gdzie:

- E_p – energia absorbowana przez próbkę do momentu wzrostu szczeliny określana z przebiegu $F(t)$

Parametry K_{Id} , J_{Id} są stałymi materiałowymi badanych materiałów, umożliwiającymi oszacowanie dopuszczalnej wielkości wady w materiale przy założonych obciąże-

niach dynamicznych lub odwrotnie-oszacowanie wielkości dopuszczalnych obciążeń przy stałej, założonej wielkości wady w materiale.

Zasadniczym problemem poprawnego wyznaczania parametrów dynamicznej odporności na pękanie przy zginaniu uderowym K_{Id} , J_{Id} , T_{mat} itp. na podstawie znajomości zarejestrowanych przebiegów $F(t)$, $F(f)$ jest znalezienie punktu inicjacji pęknięcia, tj. miejsca zapoczątkowania pęknięcia w szczelinie badanej próbki.

Siła F_p , czas, t_f , energia E_p – potrzebne do zapoczątkowania pęknięcia w różnych materiałach są różne a właściwe określenie tych wielkości stanowi podstawę wyznaczania wspomnianych wyżej parametrów.

Znalezienie punktu inicjacji pęknięcia w badaniach statycznych, np. metodą spadku potencjału wokół rozmieszczonej szczeliny lub metodą pomiaru emisji akustycznej, czy też metodą pomiaru rozwarcia szczeliny nie nastręcza trudności. W przypadku obciążeń uderowych metody te są trudne do zrealizowania, ze względu na szybkie warunki narastania obciążenia i wymagają szeregu prac poznawczych dla zdobycia doświadczenia przy interpretacji otrzymywanych wyników badań. Istniejące aktualnie trudności w ocenie punktu inicjacji pęknięcia powodują, że innych metod badawczych poszukuje się w przypadku badania materiałów kruchych innych dla materiałów sprężysto-plastycznych.

2.1. Metody badań odporności na pękanie materiałów kruchych

Rozpatrując możliwości wyznaczania punktu inicjacji pęknięcia dla materiałów kruchych próbek Charpy V z pęknięciem wstępnym norma, [6] oraz autorzy prac [2, 7] podają, iż jest to punkt osiągnięcia na przebiegu $F(t)$ siły maksymalnej F_{max} lub punkt dla czasu określonego metodą 3τ wzorem:

$$t_f = 3\tau \quad (3)$$

gdzie:

- t_f – czas inicjacji pęknięcia,
- τ – okres pojedynczej oscylacji siły zginanej uderowo próbki.

Czas oscylacji określa się wzorem:

$$\tau = 1,68(SWEBC)^{1/2} / c_0 \quad (4)$$

gdzie:

- S – odległość między podporami młota,
- W – wysokość próbki,
- E – moduł Younga,
- B – szerokość próbki,
- c – podatność próbki,
- c_0 – prędkość dźwięku w próbce.

Czas t_f – naniesiony na wykres przebiegu $F(t)$ – określa potrzebną do zapoczątkowania siłę, rozwijającą pęknięcie F_p , niezbędną dla obliczenia parametru K_{Id} wg wzoru (1).

Metoda opracowana przez Kalthoffa i współpracowników [9] określa sposób znajdowania czasu inicjacji pęknięcia t_f w oparciu o krzywą dynamicznej reakcji (impact response curve). Metoda ta polega na zbudowaniu krzywej dynamicznej reakcji $K^{dyn}(t)$ badanego materiału, przy czym zakłada się, że krzywa ta ma tę samą postać dla grupy materiałów o tych samych własnościach sprężystych. Ustala się czas początku pęknięcia t_f

badanej próbki Charpy V (specjalnymi czujnikami magnetoelektrycznymi umieszczonymi na próbce w pobliżu szczeliny). Wartość tego czasu odniesiona na wykresie krzywej dynamicznej reakcji wyznacza wartość krytyczną dynamicznej odporności na pęknięcie K_{Id} wg wzoru:

$$K_{Id} = K^{dyn}(t = t_f) \quad (5)$$

Zasady tej metody pokazano na rysunku 1. Zaletą tej metody w porównaniu z metodą 3τ jest brak ograniczeń czasowych, umożliwiających zastosowanie wysokich szybkości odkształceń.



Rys. 1. Wyznaczanie dynamicznej odporności na pęknięcie K_{Id} metodą krzywej dynamicznej reakcji

Z kolei metoda opracowana przez Rokacza [10] jest metodą analityczno-doświadczalną wyznaczania parametru K_{Id} określona wzorem:

$$\begin{aligned} K_{Id} = & K_I^{(1)} F(f) + 2R(t)(K_I^{(3)} - K_I^{(1)}) + \\ & + K_I \sum_{i=1}^{N'} (C_i - C_{i-1}) H(t - t_{i-1}) \left[\sum_j (\eta_j / w_j) \sin(w_j(t - t_{i-1})) \right] \\ & + K_I^{(2)} \sum_{i=1}^{N'} (C'_i - C'_{i-1}) H(t - t_{i-1}) \left[\sum_j (\eta_j / w_j) \sin(w_j(f - t_{i-1}')) \right] \end{aligned} \quad (6)$$

gdzie:

- $K_I^{(1)} F(t)$, $(K_I^{(3)} - K_I) R(t)$ – statyczne współczynniki intensywności naprężeń, (WIN),
- $K_I^{(1)}$ – WIN dla jednostkowego obciążenia przy jednopunktowym zginaniu,
- $K_I^{(3)}$ – WIN dla trójpunktowego zginania,
- $F(t)$ – siła zarejestrowana na bijaku młota
- $R(t)$ – siła zarejestrowana na podporach,
- C_i – współczynnik kierunkowy i -tego odcinka linii aproksymującej krzywą $F(t)$, C'_i – to samo dla krzywej $R(t)$,
- η_j – współczynnik wagowy proporcjonalny do udziału i -tej postaci drgań próbki,
- w_i – częstość i -tej postaci drgań własnych próbki.

Również inne sposoby modelowania próby udarowego zginania można znaleźć w pracach [11, 12], a samo określenie parametru K_{Id} odbywa się różnymi sposobami. Autorzy prac [11] wykorzystują do określenia parametru K_{Id} wyprowadzone analitycznie wartości sił $F(f)$ i momentów gnących $M(t)$ w miejscu pęknięcia, co można uwzględnić w następujących wzorach:

$$K_{Id} = \frac{F(t)}{BW^{1/2}} \cdot Y\left(\frac{a}{w}\right) \quad (7)$$

$$K_{Id} = \frac{M(t)}{BW^{3/2}} \cdot Y\left(\frac{a}{w}\right) \quad (8)$$

gdzie:

$Y(a/w)$ – funkcja kształtu szczeliny.

Inni autorzy [13] dla wyznaczenia wartości K_{Id} posługują się otrzymanymi wcześniej w badaniach wartościami statycznej odporności na pęknięcie K_{Ic} którą stosuje się w odpowiednich wzorach przeliczeniowych.

2.2. Metody badań odporności na dynamiczne pęknięcie materiałów plastycznych

Zagadnieniem znalezienia punktu inicjacji pęknięcia w przypadku zginania udarowego materiałów plastycznych o dużej ciągliwości zajmowano się w pracach [2, 4, 5].

Opierając się na programie komputerowym FRACDYNA [2, 4] zaproponowano następujące metody wyznaczania parametrów odporności na pęknięcie J_{Id} – dla stali 18G2A:

- metoda siły maksymalnej F_{max} [6],
- metoda zmiany podatności próbki [4, 5],
- metoda aproksymacji liniowej przebiegu $F(t)$,
- metoda różniczkowania przebiegu $F(t)$,
- metoda wielopróbkowa (zatrzymania pęknięcia).

Metoda zmiany podatności próbki (compliance danging rate method) [4, 5] wymaga wyznaczenia zależności na zarejestrowanym przebiegu $F(f)$:

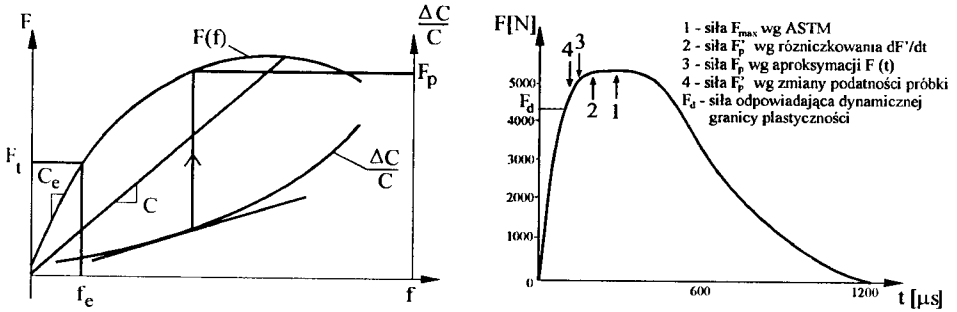
$$C^{-1} \Delta C = (C - C_e) C_e^{-1} \quad (9)$$

gdzie:

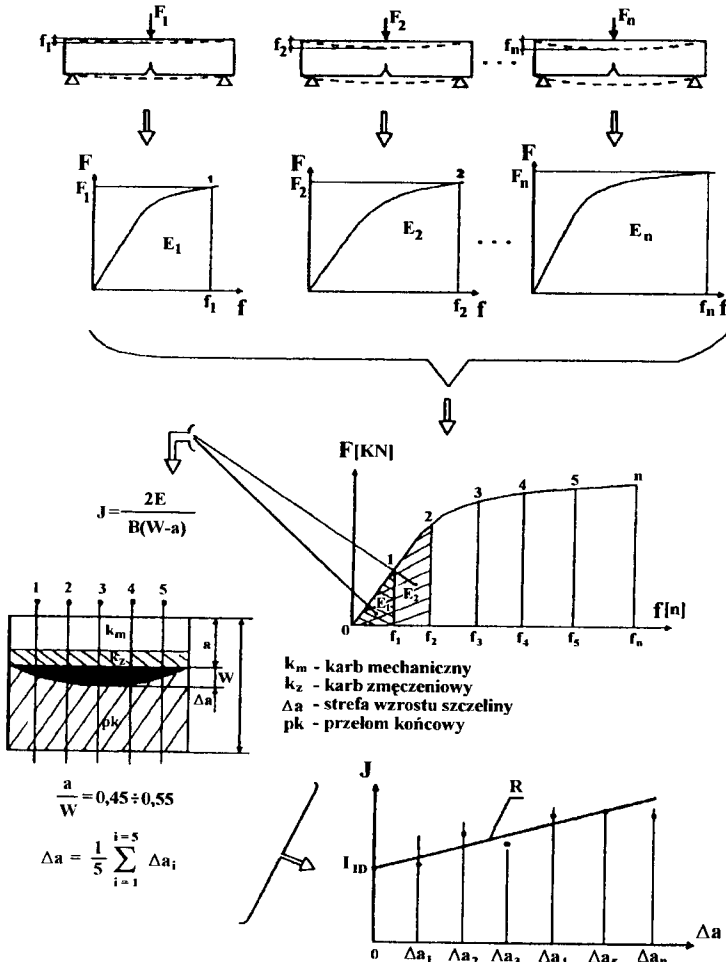
- $C^{-1} \Delta C$ – względna zmiana podatności,
- C – podatność określona wzdłuż przebiegu $F(f)$,
- C_e – podatność sprężysta wyznaczona dla liniowo-sprężystej części przebiegu $F(f)$.

Z analizy kształtu krzywej $\Delta C C^{-1}$ przy istotnej zmianie jej pochylenia w momencie pęknięcia wyznacza się punkt inicjacji pęknięcia szczeliny, a na podstawie tego punktu siłę F_p oraz energię E_p , odpowiadającą początkowi pęknięcia – dla obliczenia parametru J_{Id} wg wzoru (2). Postępowanie w tej metodzie pokazano na rysunku 2a.

Na rysunku 2b naniesiono – na tle zarejestrowanego przebiegu siły $F(t)$ dla łamanej stali 18G2A – wartości sił początku inicjacji pęknięcia F_p znalezione wymienionymi powyżej metodami (a-d) przy użyciu programu FRACDYNA [2, 4].



Rys. 2. Wyznaczanie punktu inicjacji pęknięcia metodą zmiany podatności próbki (a); Przebieg $F(t)$ z naniesionymi punktami inicjacji pęknięcia, otrzymanymi różnymi metodami dla stali 18G2A (b)



Rys. 3. Metodyka wyznaczania odporności na pęknięcie J_{Id} metodą wielopróbkową (zatrzymania pęknięcia)

Metodykę postępowania w ocenie parametru J_{Id} metodą wielopróbkową (metoda d – zatrzymania pęknięcia) przedstawiono na rysunku 3.

Metodę tę jako najbardziej dokładną przyjęto za wzorcową w stosunku do innych metod. Badano tą metodą stal 18G2A. Zgodnie z rysunkiem 3 wzrastająca siła F wywoływała stabilny przyrost szczeliny w kilku badanych próbkach. Celem uzyskania różnych wartości przyrostów długości pęknięcia przy różnej sile obciążającej, u podstawy młota zainstalowano przyrząd ograniczający ruch noża wahadła młota udarowego.

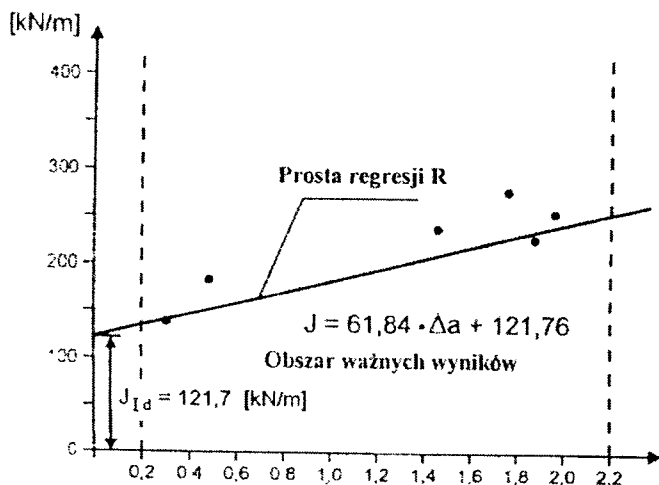
Urządzenie to, dzięki możliwości regulacji odległości płaszczyzn oporowych platformy ruchomej przyrządu od noża wahadła umożliwiło otrzymanie różnych wartości przyrostów długości pęknięcia Δa badanych próbek i uniemożliwiło całkowite zniszczenie próbki. Podczas próby rejestrowano na młocie wahadłowym przebiegi obciążenia próbki oraz przemieszczenie punktów przyłożenia obciążenia w funkcji czasu: $F(t)$ i $f(t)$ i przetransformowano je na przebiegi obciążenia w funkcji przemieszczenia $F(f)$, celem obliczenia energii pochłoniętej przez poszczególne próbki obciążane różnymi siłami. Obliczone wartości energii odniesione do pól przekrojów próbek badanych posłużyły do wyznaczenia wartości całek J w poszczególnych próbkach wg wzoru (2). Całki te odpowiadały różnym wartościom przyrostów pęknięć w różnych próbkach.

W dalszej kolejności sporządzano zależność obliczanych całek J od odpowiadających im przyrostom długości pęknięcia Δa . Następnie aproksymowano otrzymane punkty prostą regresji, metodą najmniejszych kwadratów, tworząc równanie krzywej oporu R przeciw rozwijającemu się pęknięciu badanej stali 18G2A. Punkt przecięcia tej funkcji ekstrapolowany z osią $J(\Delta a=0)$ wyznaczał krytyczną wartość całki $J-J_{Id}$, odpowiadającą początkowi przyrostu pęknięcia i stanowił dokładną wartość parametru odporności na pęknięcie badanej stali odniesioną, np. do innych metod badawczych wyszczególnionych powyżej.

Otrzymane poszczególnymi metodami (a-d) wskaźniki odporności na pęknięcie J_{Id} dla stali 18G2A, porównano z wynikami otrzymanymi w metodzie wielopróbkowej (wzorcowej). Zestawienie otrzymanych wyników przedstawiono w tablicy 2. Wykres wartości całki J w funkcji przyrostu pęknięcia Δa dla stali badanej (18G2A) otrzymany w metodzie wielopróbkowej przedstawiono na rysunku 4.

Tablica 2. Rezultaty oceny dynamicznej odporności na pęknięcie K_{Id} , J_{Id} dla stali 18G2A otrzymane różnymi metodami

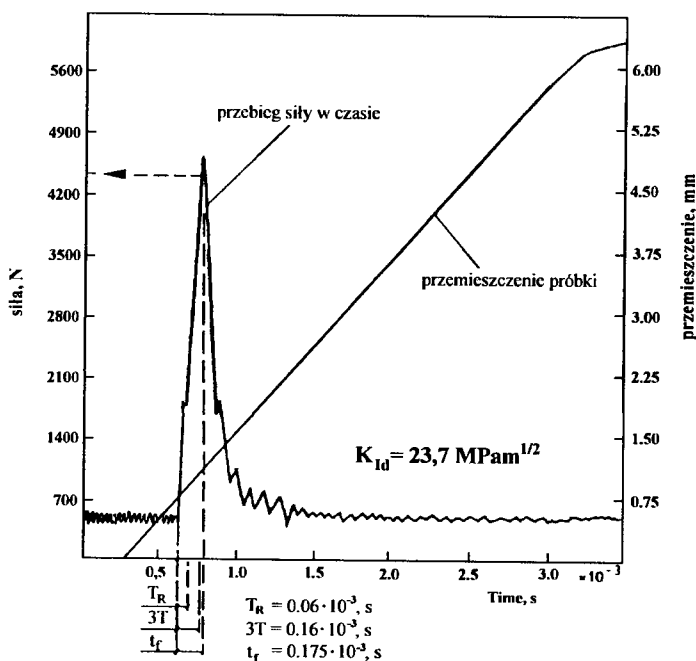
Oznaczenie metody badań	Metoda wyznaczenia punktu inicjacji pęknięcia	Obliczone wartości parametrów odporności na pęknięcie		Różnica % J_{Id} w stosunku do metody „e”
		K_{Id} [MPa m ^{1/2}]	J_{Id} [kJ/m]	
„a”	siły F_{max} wg ASTM	75,4	209,1	71,8
„b”	zmiany podatności próbki	50,6	131,2	7,5
„c”	aproksymacji liniowej przebiegu $F(t)$	61,2	148,4	21,9
„d”	różniczkowania przebiegu $F(t)$	68,5	187,4	53,8
„e”	wielopróbkowa (zatrzymania pęknięcia)	–	121,7	–



Rys. 4. Wartości całki J w funkcji przyrostu długości pęknięcia Δa dla stali 18G2A, aproksymowane prostą regresji R

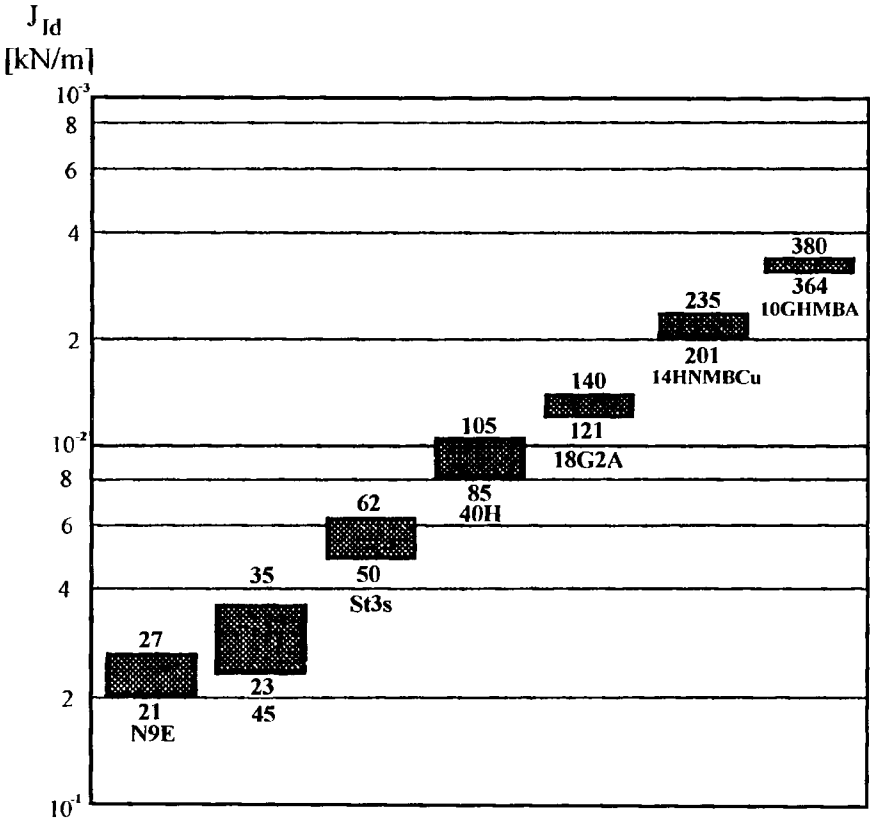
3. PRZYKŁADY ZASTOSOWAŃ

Na rysunku 5 przedstawiono wyniki badań oceny parametru K_{Id} dla stali 45 w temperaturze -60°C – ocenione metodą 3τ .



Rys. 5. Ocena wartości parametru K_{Id} metodą 3τ dla stali 45

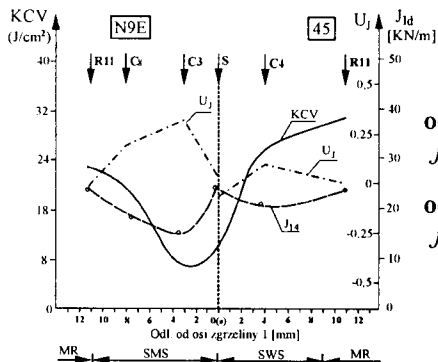
Z przedstawionej tablicy 2, zawierającej wyniki badań procesu udarowego zginania stali 18G2A wynika, że najmniejsze procentowe różnice otrzymanych wskaźników J_{Id} , w stosunku do metody wielopróbkowej (trudnej technicznie) wykazała metoda zmiany podatności zginanej próbki (metoda a). Jest to praktycznie metoda w miarę dokładna i mniej pracochłonna oraz możliwa do realizacji w warunkach przemysłowych (wynik można otrzymać z badań jednej próbki). Metodę tę przyjęto jako optymalną dla oceny parametrów dynamicznej odporności na pęknięcie J_{Id} , dla różnych materiałów i układów niejednorodnych (połączeń spajanych), co przykładowo pokazano na rysunkach 6 i 7 [2, 4].



Rys. 6. Wyniki oceny odporności na pęknięcie J_{Id} różnych gatunków stali otrzymane metodą zmiany podatności zginanych udarowo próbek

Przedstawione przykłady uwiadcniają możliwość realnego wykorzystania i zastosowania wyznaczonych parametrów dynamicznej odporności na pęknięcie w praktyce inżynierskiej. Przykładowo oceniając np. współczynnik uwrażliwienia na pęknięcie U_f układów niejednorodnych, jako stosunku J_{Id} , w danej strefie połączenia do odporności na pęknięcie J_{Id} w materiale rodzimym połączenia spajanego lub powiązanie parametrów dynamicznej odporności na pęknięcie J_{Id} z wynikami udarności KCV itp.

a)

Zależność $J_{1d} = f(KCV)$ w złączy:

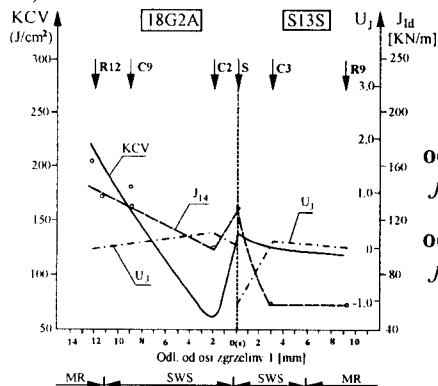
od strony materiału N9E:

$$J_{1d(l)} = 0,578KCV_{(l)} + 0,2 \cdot l^2 - 2,96 \cdot l + 18,7 \quad (10)$$

od strony materiału 45:

$$J_{1d(l)} = 0,578KCV_{(l)} + 0,2 \cdot l^2 - 2,96 \cdot l + 18,7 \quad (11)$$

b)

Zależność $J_{1d} = f(KCV)$ w złączy:

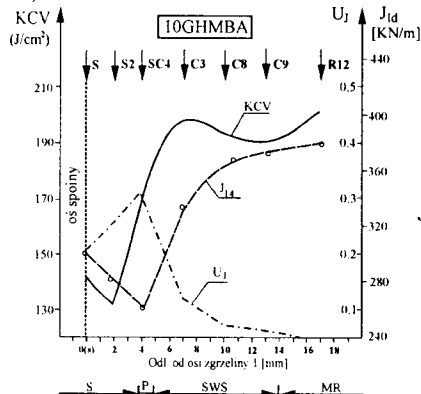
od strony materiału 18G2A:

$$J_{1d(l)} = 0,2526 \cdot KCV_{(l)} + (0,27 \cdot l^2 - 3,07 \cdot l + 89,3) \quad (12)$$

od strony materiału St3S:

$$J_{1d(l)} = KCV_{(l)} (0,62 \cdot l^{-0,1541}) \quad (13)$$

c)

Zależność $J_{1d} = f(KCV)$ w złączy:

$$J_{1d(l)} = -12,53 \cdot KCV_{(l)} + (0,03847 \cdot l^5 + 1,841 \cdot l^4 - 31,28 \cdot l^3 + 215,68 \cdot l^2 - 402 \cdot l + 2163) \quad (14)$$

Rys. 7. Charakter zmian odporności na pękanie J_{1d} , udarności KCV, współczynnika uwrażliwienia na pękanie SWC- U_j oraz funkcyjne związki $J_{1d} = f(KCV)$ w zależności od odległości l od osi zgrzeiny (spoiny) w badanych złączych spajanych: a) zgrzewanych tarciowo N9E-45, b) zgrzewanych tarciowo 18G2A-St3S, c) spawanych ze stali 10GHMBA

4. PODSUMOWANIE

Na obecnym etapie badań doświadczalne metody określania parametrów dynamicznej odporności na pękanie przy udarowym obciążeniu dla ciał kruchych są wystarczająco właściwie opracowane dla celów praktycznych. Pomiaru krytycznej wartości dynamicznej odporności na pękanie K_{Id} , równej dynamicznemu współczynnikowi intensywności naprężeń $K_I(t)$ można dokonać w oparciu o metodykę opracowaną przez: Rokacza, Kalthoffa względnie wg ustaleń tymczasowej normy ASTM. Niemniej metody te wymagają dalszych prac nad ich doskonaleniem.

Jednak doświadczalne metody określania parametrów odporności na pękanie przy udarowym obciążeniu dla ciał sprężysto-plastycznych i ciągliwych nie zostały jeszcze do końca opracowane i zasadniczo brak jest takiego parametru. Na obecnym poziomie wiedzy, główna uwaga skupiona jest na parametrze J_{Id} . Postęp w tym zakresie polega na doskonaleniu technik pomiaru krytycznej wartości dynamicznej całki J - J_{Id} , szczególnie w zakresie określania momentu inicjacji pęknięcia w zginanej udarowo próbce oraz pomiaru przyrostu długości szczeliny wykorzystując, np. metody sformułowania równań ewolucji szybkości pęknięć.

Podjęte próby powiązania wyników badań udarowości z parametrami dynamicznej mechaniki pęknięcia należałoby dalej kontynuować. Poznanie związków między tymi parametrami stwarza możliwość racjonalnego wykorzystania udarowości, jako parametru wytrzymałościowego.

LITERATURA

- [1] Butnicki S.: Spawalność i kruchość stali. WNT, Warszawa 1991.
- [2] Ranatowski E., Strzelecki R., Sadowski J.: Possibilities of mathematical processing of impact bend test of Charpy V samples diagram. *Mechanika Teoretyczna i Stosowana* 1994, V.32, No 1, p. 238-248.
- [3] Biel-Gołaska M.: A test stand and method to determine the fracture toughness by dynamic loading. *Prace Instytutu Odlewnictwa*, 1993, No 1-2, p. 3-13.
- [4] Sadowski J.: Ocena odporności na pękanie złączy spajanych w aspekcie próby udarowego zginania. Gdańsk 1997.
- [5] Kobayashi T., Yamamota I., Niinomi M.: Introduction of a New Dynamic Fracture Toughness Evaluation System. *Journal of Testing and Evaluation*, 1993, Vol. 21, No 3, p. 145-153.
- [6] ASTM E 24.03.03: Proposed standard method of test for instrumented impact of pracracked Charpy specimens of metallic materials. Draft 2c, Philadelphia 1980.
- [7] Karajev A.B., Sugierkov B.A.: Priminienije metoda asciłlografirovanija pri ispytanijach standartnyh obrazcov na udarnyj izgib. *Zavodskaja Laboratorija* 1989, No 3, s. 48-52.
- [8] BS 6729: British Standard Method for determination of the dynamic fracture toughness of metallic materials. BSJ, London 1987.
- [9] Kalthoff J.F., Winkler S., Böhme W.: A novel procedure for measuring the impact fracture toughness K_{Id} with pracracked Charpy specimes. *J. Physique* 1985, Vol. 46, No 8, p. C5-179-C5-186.

- [10] Rokač I.: O číselnom modelirovanii eksperimentov po opriedieleniju dinamickéskoj trješčinostjokosti materiała. Problemy Pročnosti, 1992, Nr 7, s. 22-26.
- [11] Krasovskij A.Ja., Krasiko V.N., Orynjak J.V.: K metodike processa udarnych ispytanij na sosredotočennyj izgib. Sobščeniye 1: Problemy Pročnosti, Nr 5, s. 25-29, Sobščeniye 2: Problemy Pročnosti, Nr 6, 1989 s. 3-7.
- [12] Kalajda V.V.: Opriedielenije treščinostjokosti materiałov pri udarnom nagruženji. Problemy Pročnosti, No 9, 1993, s. 15-23.
- [13] Watanabe M.: Criteria of dynamic crack initiation. Journal of Applied Mechanics, 1994, Vol. 61, p. 221-223.

DETERMINATION OF MATERIAL DYNAMIC FRACTURE RESISTANCE PARAMETERS

Summary

The present paper reviews current qualitative methods to assess material dynamic fracture resistance. New material failure resistance impact research methods and their applications are offered to assess the dynamic parameters of K_{Id} , J_{Id} and others.

Key words: dynamic fracture resistance, investigation methods

DRGANIA Z TŁUMIENIEM NIELINIOWYM

Krzysztof Wernerowski

Katedra Mechaniki Stosowanej
Wydział Mechaniczny ATR
ul. Kaliskiego 7, 85-796 Bydgoszcz

W artykule przedstawiono metodę obliczeń asymptotycznych drgań z tłumieniem nieliniowym. Rozwiązano równanie różniczkowe uwzględniające tarcie nieliniowe proporcjonalne do trzeciej potęgi prędkości. Podczas obliczeń zastosowane uśrednienie i analizę zbieżności. Dla porównania wykonano numeryczne obliczenia komputerowe. Uzyskano, wystarczającą zgodność wyników asymptotycznych bardzo zbliżonych do ścisłych i numerycznych.

Słowa kluczowe: drgania, tłumienie, uśrednienie, zbieżność

1. WSTĘP

Zagadnienie tarcia wewnętrznego jest bardzo złożone. Do ważniejszych przyczyn [3, 4] nieliniowości zalicza się nieuporządkowanie atomów i defekty w siatce krystalicznej, poślizgi na granicach ziaren ciał stałych, struktury materiałów elektromechanicznych, termosprężystość itd. Ogólnie stwierdzono, że dla większych amplitud wibracji opór tarcia jest nieliniowy [1, 3] i często proporcjonalny do trzeciej potęgi prędkości. Równanie drgań z tłumieniem nieliniowym rozwiązano metodą asymptotyczną [2, 5]. Zastosowano uśredniania oraz wykorzystano zbieżność ogólną i struktury szeregów potęgowych. Rozwiązanie asymptotyczne jest bardzo zbliżone do ścisłego i umożliwia dokładną analizę tłumienia nieliniowego. Dla porównania zastosowano też komputerową metodę numeryczną. Program Mathcad umożliwił rozwiązanie liczbowe oraz w postaci wykresu.

2. ROZWIĄZANIE ASYMPTOTYCZNE

Wibracje z tłumieniem nieliniowym opisuje równanie różniczkowe:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2 x = \varepsilon f(v_x) \quad (1)$$

$$f\left(\frac{dx}{dt}\right) = -\left(\frac{dx}{dt}\right)^3 \quad (1a)$$

gdzie:

- ε – mały parametr,
- f – część nieliniowa.

Rozwiązanie ogólne jest szeregiem potęgowym z zmienną amplitudą i fazą:

$$x(t, \varepsilon) = A(t, \varepsilon) \cos[\psi(t, \varepsilon)] \quad (2)$$

$$A(t, \varepsilon) = A_0(t) + \varepsilon A_1[t, A_0(t), h(t)] + \varepsilon^2 A_2[t, A_0(t), h(t)] + \dots \quad (2a)$$

$$\psi(t, \varepsilon) = \omega t + h(t) + \varepsilon B_1[t, A_0(t), h(t)] + \varepsilon^2 B_2[t, A_0(t), h(t)] + \dots \quad (2b)$$

Następnie obliczono prędkość:

$$v_x = \frac{dx}{dt} = -\omega A(t, \varepsilon) \sin[\psi(t, \varepsilon)] + \frac{dA(t, \varepsilon)}{dt} \cos[\psi(t, \varepsilon)] \quad (3)$$

Uwzględniono wartości liczbowe małego parametru ε i częstości ω .

Najczęściej:

$$\varepsilon \ll \omega$$

i wobec tego zależność od ε jest wolnozbieżna. Druga składowa prędkości (3) praktycznie zeruje się:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{dA(t, \varepsilon)}{dt} \cos[\psi(t, \varepsilon)] \rightarrow 0 \quad (4)$$

Wzór (3) przyjmuje postać:

$$\frac{dx}{dt} = -\omega A(t, \varepsilon) \sin[\psi(t, \varepsilon)] \quad (5)$$

Istotną częścią rozwiązania jest nieliniowość. Na podstawie (5) można przedstawić funkcję (1a) tłumienia:

$$f\left(\frac{dx}{dt}\right) = \omega^3 A^3(t, \varepsilon) \sin^3[\psi(t, \varepsilon)] \quad (6)$$

Dla pierwszego przybliżenia:

$$A(t, \varepsilon) \rightarrow A_0(t) \quad (7)$$

Wprowadzono uśrednienie fazy:

$$\varphi = \omega t + h \quad (8)$$

Funkcję nieliniową tłumienia (6) można przedstawić w postaci szeregu potęgowego. Wyznaczono współczynniki rozwinięcia funkcji f_0, f_1, f_2, \dots itd. Współczynnik zerowy jest następujący:

$$f_0[A_0(t), \varphi] = \omega^3 A_0^3(t, \varepsilon) \sin^3 \varphi \quad (9)$$

Z rozwinięcia i wzoru (4) wynikają dla skończonych i zwłaszcza pierwszych wyrazów rozwinięcia potęgowego równania standardowe:

$$\frac{\partial A_1}{\partial t} = -\frac{1}{\omega} f_0[A_0(\tau), \varphi] \sin \varphi - \frac{dA_0(\tau)}{d\tau} \quad (10a)$$

$$\frac{\partial B_1}{\partial t} = -\frac{1}{A_o(\tau)\omega} f_o[A_o(\tau), \varphi] \cos \varphi - \frac{dh(\tau)}{d\tau} \quad (10b)$$

$$\frac{\partial A_2}{\partial t} = -F_2 \cos \varphi - \Phi_2 \sin \varphi - \frac{1}{\omega} f_1 \sin \varphi \quad (11a)$$

$$\frac{\partial B_2}{\partial t} = \frac{1}{A_o(\tau)} F_2 \sin \varphi - \frac{1}{A_o(\tau)} \cos \varphi - \frac{1}{\omega A_o(\tau)} f_1 \cos \varphi \quad (11b)$$

gdzie:

$$\tau = \varepsilon t \quad (12a)$$

$$F_2 = F_2[A_o(\tau), h(\tau), A_1, B_1 \text{ oraz ich pochodnych}] \quad (12b)$$

$$\Phi_2 = \Phi_2[A_o(\tau), h(\tau), A_1, B_1 \text{ oraz ich pochodnych}] \quad (12c)$$

Następnie obliczono składowe:

$$f_o[A_o(\tau), \varphi] \sin \varphi = \omega^3 A_o^3(\tau) \sin^4 \varphi \quad (13a)$$

$$f_o[A_o(\tau), \varphi] \cos \varphi = \omega^3 A_o^3(\tau) \sin^3 \varphi \cos \varphi \quad (13b)$$

Ważną częścią obliczeń asymptotycznych są uśrednienia połączone z analizą zbieżności:

$$M_t \{f\} = \lim_{t_k \rightarrow \infty} \frac{1}{t_k} \int_0^{t_k} f[A(\tau), \varphi] d\varphi \quad (14)$$

$$\begin{aligned} M_t \left\{ f_o[A_o(\tau), \varphi] \sin \varphi \right\} &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} f_o[A_o(\tau), \varphi] \sin \varphi d\varphi = \\ &= \frac{\omega^3 A_o^3(\tau)}{2\pi} \int_0^{2\pi} \sin^4 \varphi d\varphi = \frac{\omega^3 A_o^3(\tau)}{2\pi} \left[\frac{3}{8} \varphi - \frac{1}{4} \sin^2 \varphi + \frac{1}{32} \sin^4 \varphi \right]_0^{2\pi} = \\ &= \frac{3\omega^3}{8} A_o^3(\tau) = Y_1[A_o(\tau), h(\tau)] \end{aligned} \quad (15)$$

$$\begin{aligned} M_t \left\{ f_o[A_o(\tau), \varphi] \cos \varphi \right\} &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} f_o[A_o(\tau), \varphi] \cos \varphi d\varphi = \\ &= \frac{\omega^3 A_o^3(\tau)}{2\pi} \int_0^{2\pi} \sin^3 \varphi \cos \varphi d\varphi = 0 = Y_2[A_o(\tau), h(\tau)] \end{aligned} \quad (16)$$

Dla uśrednienia wielkości amplitudy i fazy drgań można określić wzór:

$$\frac{dA_o(\tau)}{d\tau} = -\frac{1}{\omega} Y_1[A_o(\tau), h(\tau)] \quad (17a)$$

Uwzględniając (12a) otrzymano:

$$\frac{d A_o(\tau)}{d t} = -\frac{\varepsilon}{\omega} Y_1[A_o(t), h(t)] \quad (17b)$$

Analogicznie kształtują się zależności dla fazy:

$$\frac{d h(\tau)}{d \tau} = -\frac{1}{A_o(\tau) \omega} Y_2[A_o(\tau), h(\tau)] \quad (18a)$$

$$\frac{d h(t)}{d t} = -\frac{\varepsilon}{A_o(t) \omega} Y_2[A_o(t), h(t)] \quad (18b)$$

Na podstawie (15, 17b) obliczono uśrednioną część amplitudy

$$\frac{d A_o(t)}{A_o^3(t)} = -\frac{3}{8} \varepsilon \omega^2 dt \quad (19)$$

dla warunków początkowych $t_o = 0$, $A(t) = A(0)$

$$\int_{A(o)}^{A_o(t)} \frac{d A_o(t)}{A_o^3(t)} = -\frac{3}{8} \varepsilon \omega^2 t \quad (20)$$

$$A_o(t) = \left[A^{-2}(o) + \frac{3}{4} \varepsilon \omega^2 t \right]^{-0,5} \quad (21)$$

Fazę określono, uwzględniając (16, 18b):

$$\frac{d h(t)}{d t} = 0 \quad (22)$$

i warunki początkowe $t_o = 0$, h_o , stwierdzono, że:

$$h = h_o = const. \quad (23)$$

Nawiązując do wzorów (10a-12c) i uśrednień (15,16) określono pochodne cząstkowe składowych rozwinięcia:

$$\frac{\partial A_1}{\partial t} = -\frac{1}{\omega} [f_o(A_o, \varphi) \sin \varphi - M \{f_o(A_o, \varphi) \sin \varphi\}] \quad (24)$$

$$\frac{\partial B_1}{\partial t} = -\frac{1}{A_o \omega} [f_o(A_o, \varphi) \cos \varphi - M \{f_o(A_o, \varphi) \cos \varphi\}] \quad (25)$$

czyli:

$$\frac{\partial A_1}{\partial t} = \frac{d A_1}{d t}, \quad \frac{\partial B_1}{\partial t} = \frac{d B_1}{d t} \quad (26a,b)$$

$$d t = \frac{d \varphi}{\omega} \quad (27)$$

czyli

$$\frac{dA_1}{d\varphi} = -\omega^3 A_0^3 \left[\sin^4 \varphi + \frac{3}{8} \right] \quad (28)$$

$$\begin{aligned} A_1 &= -\omega^3 A_0^3 \int_h^\varphi \left(\sin^4 \varphi + \frac{3}{8} \right) d\varphi = -\omega^3 A_0^3 \left[\frac{2 \cdot 3}{8} \varphi - \frac{1}{4} \sin 2\varphi + \frac{1}{32} \sin 4\varphi \right]_h^\varphi = \\ &= -\frac{\omega^3 A_0^3}{4} \left[\frac{3}{4} (\varphi - h) + \sin 4h - \sin 2\varphi + \frac{1}{8} (\sin 4\varphi - \sin 4h) \right] \end{aligned} \quad (29)$$

Podobnie kształtują się obliczenia drugiej wielkości przybliżenia:

$$\frac{dB_1}{d\varphi} = -\omega^3 A_0^2 \sin^3 \varphi \cos \varphi \quad (30)$$

$$B_1 = -\frac{\omega^3 A_0^2}{4} (\sin^4 \varphi - \sin^4 h) \quad (31)$$

Rozwiązanie asymptotyczne jest następujące:

$$\begin{aligned} x = x(t, \varepsilon) &= \left\{ A_0 - \frac{\varepsilon \omega^3 A_0^3}{4} \left[\frac{3}{4} (\varphi - h) + \sin 4h - \sin 2\varphi + \frac{1}{8} (\sin 4\varphi - \sin 4h) \right] + \dots \right\} \cdot \\ &\cdot \cos \left[\omega t + h - \frac{\varepsilon \omega^3 A_0^2}{4} (\sin 4\varphi - \sin 4h) + \dots \right] = A(t) \end{aligned} \quad (32)$$

Wykres (a) rozwiązania metodą asymptotyczną pokazano na rys.1.

Zrealizowano również obliczenia komputerowe programem Mathcad. Oczywiście rozwiązaniem analizowanego równania nieliniowego jest funkcja. Równanie różniczkowe (1) przekształcono do postaci:

$$\frac{d^2 x}{dt^2} = -\varepsilon \left(\frac{dx}{dt} \right)^3 - \omega^2 x \quad (33)$$

gdzie:

$$\varepsilon = 0,01$$

$$\omega = 10$$

Następnie wyznaczono wektor wartości początkowych, który dotyczy funkcji oraz jej pierwszej pochodnej:

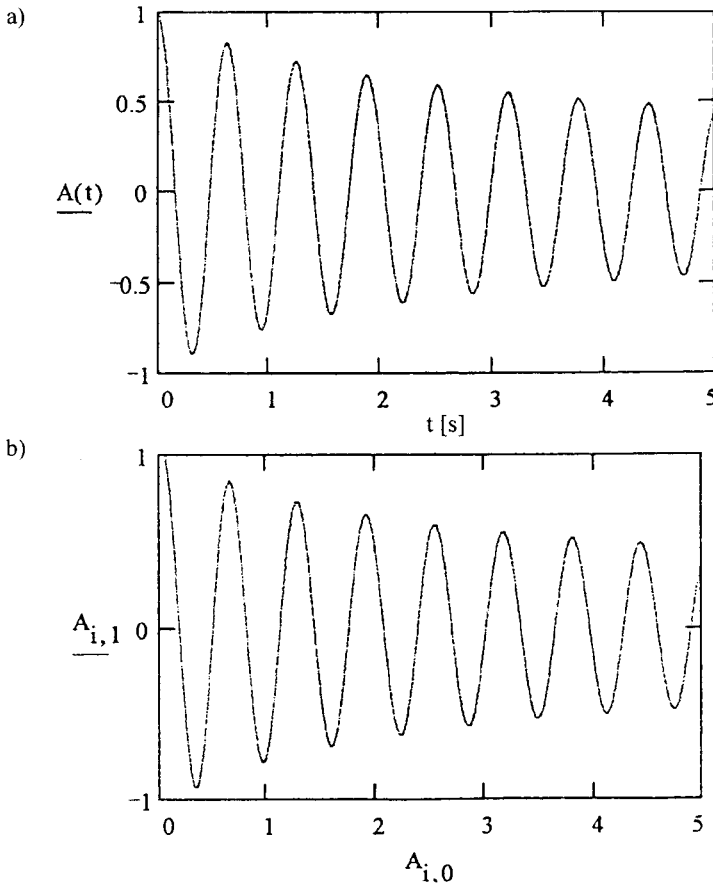
$$x := \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix} \quad (34)$$

Kolejna zależność uwzględnia drugą i pierwszą pochodną

$$D(t, x) := \begin{pmatrix} x_1 \\ -0,01 \cdot x_1^3 - 100 \cdot x_0 \end{pmatrix} \quad (35)$$

Obliczenia numeryczne wykonano funkcją standardową Mathcadu rk fixed:

$$A := \text{rk fixed}(x, 0, 5, 40, D) \quad (36)$$



Rys. 1. Rozwiązania: a) wykres asymptotyczny, b) graficzne metodą numeryczną

Rozwiązanie numeryczne równania różniczkowego (1) opisującego drgania z tłumieniem nieliniowym przedstawiono w postaci funkcji czasu na rysunku 1.

Porównując na rys.1 wykres (a) z graficznym rozwiązaniem (b) stwierdzono wystarczającą zgodność rozwiązania asymptotycznego z numerycznym.

LITERATURA

- [1] Giergiel J.: Tłumienie drgań mechanicznych. Wydawnictwo AGH, Kraków 1984.
- [2] Mitropolskij Ju.A.: Metod usrednenija w nielinejnej mechanike. Naukowa Dumka, Kijów 1971.
- [3] Osiński Z.: Tłumienie drgań. PWN, Warszawa 1997 (rozdział 4).
- [4] Tylikowski A.: Ciecze elektoreologiczne i ich zastosowania. Proceedings of the 7th Structural Acoustics and Mechanics Conference, Zakopane 1998.
- [5] Wernerowski K.: Asymptotyczne rozwiązanie wybranych zagadnień nieliniowych wibroakustyki maszyn. Wyd. Uczeln. ATR, Bydgoszcz 1995.

VIBRATIONS WITH NON-LINEAR DAMPING

Summary

The present paper offers the asymptotic analysis of vibrations with non-linear damping. Differential equation with non-linear friction proportional to the third power of velocity was solved applying averaging and convergence and, for comparison, numerical computation. There was obtained a sufficient compatibility between asymptotic close to exact and numerical results.

Key words: vibrations, damping, averaging, convergence

ВЛИЯНИЕ ТИПА ДВИЖИТЕЛЯ НА ТЯГОВО-СЦЕПНЫЕ СВОЙСТВА ТРАКТОРА

Чеслав Жданович, Владимир Бойков, Юрий Атаманов

Кафедра «Тракторы»

Белорусская Государственная Политехническая Академия
проспект Ф.Скорины 65, г. Минск 220027, Беларусь

Разработана методика расчета коэффициентов показательных функций вида $\varphi = \varphi_{\max}(1 - \exp(-k\delta))$, которыми чаще всего аппроксимируются кривые буксования. Если точки лежат на указанной кривой, то разработанная методика позволяет точно определить коэффициенты φ_{\max} и k показательной функции. По разработанной методике рассчитаны осредненные коэффициенты для колесных и гусеничных тракторов на различных почвенных фонах, используя которые можно воспроизвести зависимость $\varphi(\delta)$ во всем диапазоне буксования движителя. Проведен анализ влияния на тягово-сцепные свойства трактора колесного, резиногусеничного и металлугусеничного движителей, а также их геометрических параметров.

Ключевые слова: Трактор; Движитель; Буксование; Тягово-сцепные свойства.

1. ВВЕДЕНИЕ

Для определения тягово-сцепных свойств трактора необходимо знать, как изменится коэффициент использования сцепления φ в функции буксования δ движителя при изменении параметров движителя и почвы. Экспериментальные зависимости $\varphi(\delta)$ используются для определения оптимальных конструктивных параметров трактора и анализа их ходовых систем. Большое практическое значение имеют зависимости $\varphi(\delta)$ при построении тяговой характеристики проектируемого трактора. Причем, для выполнения расчетов удобнее пользоваться не массивом данных, а иметь аналитические выражения, позволяющее воспроизвести кривую $\varphi(\delta)$ во всем диапазоне изменения буксования движителей.

Как показывают исследования [1-3] зависимость между φ и буксованием δ наилучшим образом аппроксимируется показательной функцией

$$\varphi = \varphi_{\max} (1 - e^{-k\delta}) \quad (1)$$

где:

φ_{\max} , k – постоянные эмпирические коэффициенты, зависящие от почвенного фона, типа и параметров движителя.

Существующие методы [4] расчета аппроксимирующих коэффициентов экспоненты (1) имеют существенный недостаток - при обработке экспери-

ментальных данных используются только две-три экспериментальные точки из всего массива данных, причем, нет уверенности, что выбранные точки точно лежат на теоретической кривой. Так как экспериментальные данные получены с некоторой погрешностью, то и их представление эмпирической зависимостью не может быть точной.

Нами разработана методика [5] определения коэффициентов φ_{\max} и k аппроксимирующей показательной зависимости (1), в которой используются все экспериментальные точки. В данной статье приведена методика аппроксимации кривых буксования показательными функциями и проведен анализ влияние типа движителя и его параметров на тягово-сцепные свойства трактора.

2. МЕТОДИКА ИССЛЕДОВАНИЙ

Методика включает в себя два этапа: предварительное определение коэффициента φ_{\max} и определение коэффициента k с использованием одного из методов оптимизации (нами использовался метод золотого сечения). В качестве целевой функции используется сумма ошибки (в процентах) расчетных значений y_{ci} и экспериментальных данных y_{ei} .

$$S = 100 \sum (1 - y_{ci}/y_{ei})$$

Для предварительного определения коэффициента φ_{\max} используется известное свойство гиперболы, которая хорошо аппроксимирует финишные участки восходящей экспоненты $\varphi(\delta)$ [6]

$$y = \frac{x}{b_0 + b_1 x} \quad (2)$$

где:

b_0, b_1 – коэффициенты гиперболы, подлежащие определению.

Указанное свойство гиперболы использовалось для предварительного определения коэффициента φ_{\max} в формуле (1). Для этого формулу гиперболы (2) преобразуем следующим образом

$$x = -\frac{b_0}{b_1} + \frac{1}{b_1} \frac{x}{y} \quad (3)$$

Введем линеаризующую замену переменных в формуле (3)

$$x/y = y^1 \quad -b_0/b_1 = b_0^1 \quad 1/b_1 = y_{\lim}$$

Учтем, что гипербола (2) при $x \rightarrow \infty$ стремится к асимптоте $y \rightarrow y_{\lim} = 1/b_1$. В результате такой замены выражение (3) можно записать в следующем виде

$$x = b_0^1 + y_{\lim} y^1. \quad (4)$$

Используя экспериментальные данные $\varphi(\delta)$, определяем асимптоту гиперболы (2) y_{\lim}

$$y_{\text{lim}} = Q_{xy^1} / Q_{y^1}$$

где:

$$Q_{xy^1} = \Sigma xy^1 - (\Sigma x \Sigma y^1) / n \quad Q_{y^1} = \Sigma (y^1)^2 - (\Sigma y^1)^2 / n,$$

(для сокращения индексы у знаков суммы опущены);

n – число экспериментальных точек.

После чего находится коэффициент b_1 гиперболы (2)

$$b_1 = 1 / y_{\text{lim}}$$

Коэффициент b_0^1 прямой (4) определяем по формуле

$$b_0^1 = (\Sigma x - y_{\text{lim}} \Sigma y^1) / n$$

а затем рассчитывается коэффициент b_0 гиперболы (2)

$$b_0 = -b_0^1 b_1 = -b_0^1 / y_{\text{lim}}$$

В первом приближении принимаем $\varphi_{\text{max}} = y_{\text{lim}}$. Так как асимптота гиперболы (2) расположена выше действительного значения φ_{max} , (рис.1) то после определения первого значения коэффициента k , если $\varphi_{\text{max}} - y_{\text{сп}} < 0$, φ_{max} уменьшается на определенную величину. Этот цикл (определения коэффициента k и корректирование φ_{max}) продолжается до тех пор пока сумма ошибки S не получит своего минимального значения.

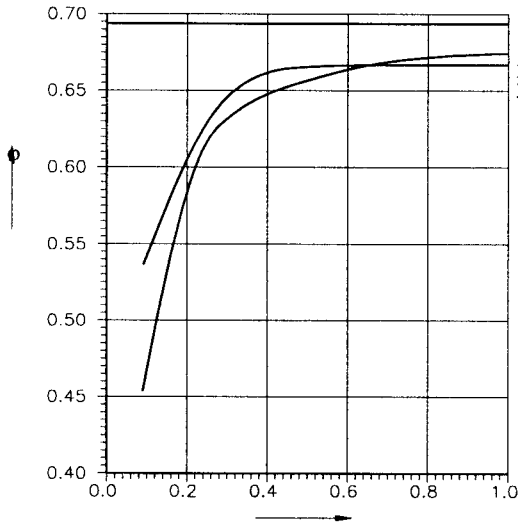


Рис. 1. Взаимное расположение асимптоты гиперболы (1), гиперболы (2) и экспоненты (3)

Рассмотрим предлагаемую методику определения коэффициентов аппроксимирующей показательной зависимости $\varphi(\delta)$ (1), используя в качестве экспериментальных данных результаты расчета по выражению

$$\varphi = 0,67(1 - e^{-12\delta}) \quad (5)$$

Последовательность предварительного расчета φ_{\max} представлены в табл. 1. В третьей колонке таб. 1 представлены результаты расчета по выражению (5) при различных значениях буксования δ , которые даны во второй колонке. В остальных колонках даны промежуточные расчеты, необходимые для определения y_{\lim} и коэффициентов гиперболы (2).

На рис. 1 показана экспонента (5) и ее аппроксимация гиперболой (2) с рассчитанными коэффициентами, а в табл. 2 ординаты экспоненты y_1 , гиперболы y_2 и ошибка (в процентах) расчета ординаты экспоненты по формуле (2). Как видно из приведенных данных гипербола (2) хорошо аппроксимирует экспоненту (1) на финишных участках - ошибка менее 1%.

По данным таблицы 1 рассчитываем:

$$Q_{xy^1} = 1,18809; Q_{y^1} = 1,71262; y_{\lim} = 0,69373; b_0 = 0,040; b_1 = 1,441.$$

Таблица 1. Последовательность предварительного расчета φ_{\max}

i	δ	φ	$y^1 = \delta/\varphi$	δ^2	$(y^1)^2$	δy^1
1	0.100	0.468	0.2136	0.0100	0.0456	
2	0.200	0.609	0.3283	0.0400	0.1078	0.065658
3	0.300	0.652	0.4603	0.0900	0.2119	0.138102
4	0.400	0.664	0.6020	0.1600	0.3624	0.240788
5	0.500	0.668	0.7481	0.2500	0.5597	0.374062
6	0.600	0.669	0.8962	0.3600	0.8032	0.537715
7	0.700	0.670	1.0450	0.4900	1.0920	0.731508
8	0.800	0.670	1.1941	0.6400	1.4259	0.955288
9	0.900	0.670	1.3433	0.8100	1.8045	1.208980
10	1.000	0.670	1.4925	1.0000	2.2277	1.492546
Σ	5.500		8.323	3.850	8.6406	5.766005

Таблица 2. Ординаты экспоненты y_1 , гиперболы y_2 и ошибка расчета ординаты экспоненты по формуле (2)

δ	Экспонента, y_1	Гипербола, y_2	Погрешность, %
0.100	0.468200	0.543183	16.015206
0.200	0.609219	0.609385	-0.027174
0.300	0.651693	0.635189	2.532420
0.400	0.664486	0.648929	2.341178
0.500	0.668339	0.657462	1.627473
0.600	0.669500	0.663277	0.929530
0.700	0.669849	0.667493	0.351759
0.800	0.669955	0.670691	-0.109887
0.900	0.669986	0.673199	-0.479541
1.000	0.669996	0.675219	-0.779641

Следовательно, в качестве начального значения коэффициента φ_{\max} принимаем $\varphi_{\max} = y_{\lim} = 0,69373$. В результате выполнения второго этапа находятся

конечные значения коэффициентов $\varphi_{\max} = 0,67$; $k = -12$ аппроксимирующей показательной функции (1).

Как видно из приведенных результатов, если экспериментальные точки принадлежат кривой (1), то методика, разработанная нами, позволяет абсолютно точно определить коэффициенты аппроксимирующей показательной функции (1).

3. ВЛИЯНИЕ ТИПА ДВИЖИТЕЛЯ НА ТЯГОВО-СЦЕПНЫЕ СВОЙСТВА ТРАКТОРА

Описанная методика была использована для расчета коэффициентов аппроксимирующей экспоненты осредненных зависимостей $\varphi(\delta)$ для колесных, полугусеничных и гусеничных тракторов, приведенных в работах [7-11 и др.]. Значения коэффициентов φ_{\max} и k аппроксимирующей экспоненты приведены в табл. 3.

Таблица 3. Значения коэффициентов φ_{\max} и k аппроксимирующей экспоненты

Тип трактора	Почвенный фон, тип почвы или дорожного покрытия	$\varphi = \varphi_{\max}[1 - \exp(k\delta)]$		
		φ_{\max}	k	
Колесные 4К2: одинарные шины	Сухой бетон	0,76	-23,89	
	Стерня зерновых на суглинке	0,70	-8,48	
	Стерня зерновых на супеси	0,60	-7,69	
	Поле, подготовленное под посев, на суглинке и супеси	0,55	-7,01	
	сдвоенные шины	Стерня зерновых на суглинке и супеси	0,87	-6,59
	Слежавшаяся пахота	0,68	-7,90	
	Поле, подготовленное под посев на суглинке и супеси	0,58	-7,63	
Полугусеничный, резиновая гусеница: шириной 600 мм	Стерня зерновых на суглинке	0,67	-13,57	
	Поле, подготовленное под посев на суглинке	0,69	-9,40	
	Пойменный луг	0,50	-15,95	
	шириной 240 мм	Слежавшаяся пахота	0,63	-14,64
Гусеничный, резиновая гусеница: шириной 400 мм	Стерня зерновых на суглинке	0,75	-21,97	
	Слежавшаяся пахота на суглинке	0,70	-14,03	
	Поле, подготовленное под посев на суглинке	0,67	-13,53	
	шириной 630 мм	Стерня зерновых на суглинке	0,82	-18,82
		Слежавшаяся пахота на суглинке	0,75	-19,65
		Поле, подготовленное под посев на суглинке	0,75	-15,65
	шириной 810 мм	Стерня зерновых на суглинке	0,90	-16,11
		Слежавшаяся пахота на суглинке	0,77	-20,57
		Поле, подготовленное под посев на суглинке	0,76	-19,44
Гусеничный, металлическая гусеница шириной 390 мм	Стерня зерновых на тяжелом суглинке	0,75	-69,77	
	Стерня зерновых на среднем суглинке	0,67	-44,78	
	Поле, подготовленное под посев, на среднем и тяжелом суглинке	0,62	-27,99	

Не учитывая особенностей конструкции колесного и гусеничного движителя, попытаемся оценить тягово-цепные свойства трактора на основе анализа данных в табл.3. Тягово-цепные свойства будем оценивать коэффициентами аппроксимации φ_{\max} и k для показательной функции вида (1), которая позволяет воспроизвести, задаваясь буксованием δ движителя трактора, зависимость коэффициента использования сцепления φ от буксования δ движителя, являющейся одним из основных показателей для оценки тягово-цепных свойств трактора.

Анализ данных табл.3 и рис. 2 показывает, что увеличение длины опорной поверхности движителя приводит к увеличению коэффициента аппроксимации k особенно на плотной почве. Увеличение коэффициента аппроксимации k говорит о более резком нарастании кривой $\varphi = f(\delta)$.

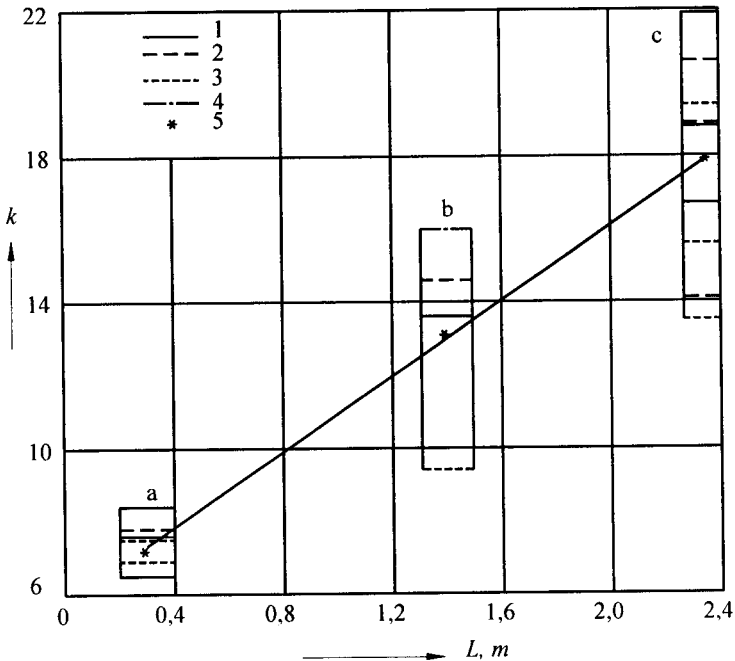


Рис. 2. Зависимость коэффициента k от длины L опорной поверхности движителя: а — колесный; б — полугусеничный; с — резиногоусеничный; 1 — стерня; 2 — слежавшаяся пахота; 3 — поле, подготовленное под посев; 4 — пойменный луг; 5 — среднее значение k

Проанализируем влияние ширины движителя на различных почвенных фонах на тягово-цепные свойства трактора. Рассмотрим кривые буксования трактора МТЗ-80 с шинами задних колес 15,5R38 и 9,5-42 на слежавшейся пахоте. Обработка по нашей методике указанных кривых буксований дала следующие результаты по определению коэффициентов аппроксимации экспериментальных точек показательной функцией (1):

шина 15,5R38 ($b_t = 0,357$ м, $D_a = 1,540$ м) $\varphi_{\max} = 0,68$; $k = -5,02$,
 шина 9,5-42 ($b_t = 0,24$ м, $D_a = 1,512$ м) $\varphi_{\max} = 0,65$; $k = -5,59$.

Из полученных результатов видно, что увеличение ширины шины на 48% привело к увеличению коэффициента φ_{\max} на слежавшейся пахоте на 4,6%. В тоже время коэффициент аппроксимации k уменьшился на 10%. Из сказанного следует, что трактор с шинами 15,5R38 имеет несколько лучшие тягово-сцепные свойства, чем трактор с шинами 9,5-42. Однако, кривые $\varphi = f(\delta)$ для обеих шин практически совпадают во всем диапазоне буксований движителя от 0 до 30% (рис.3). И только при буксованиях свыше 40% наблюдается преимущество шины 15,5R38 по тягово-сцепным свойствам на слежавшейся пахоте перед шиной 9,5-42.

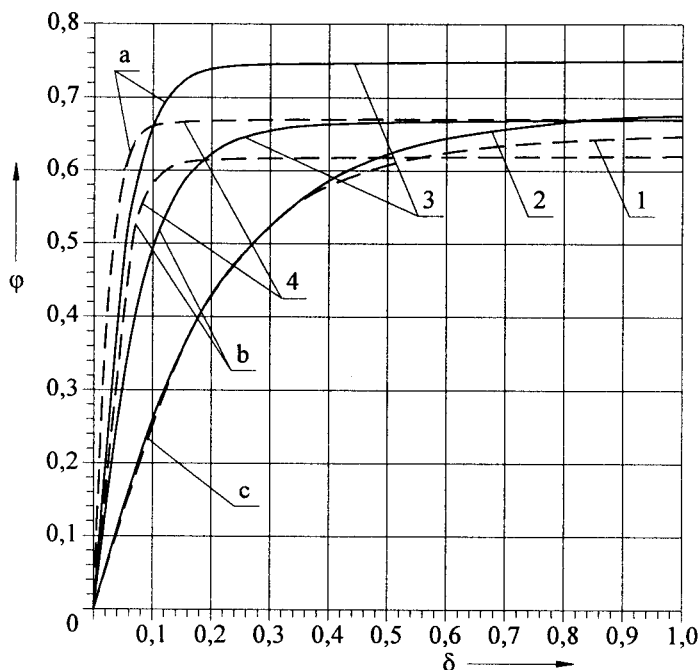


Рис. 3. Зависимость коэффициента φ от буксования δ : а – на стерне; б – на поле, подготовленном под посев; с – на слежавшейся пахоте; 1 – шина 9,5-42; 2 – шина 15,5R38; 3 – резиновая гусеница; 4 – металлическая гусеница

Анализ влияние ширины гусеницы на тягово-сцепные свойства трактора на различных почвенных фонах проводился с использованием экспериментальных данных опубликованных в работе [8]. Рассматривалась резиновая гусеница шириной 400мм, 630мм и 810мм при движении трактора по стерне, слежавшейся пахоте и полю, подготовленному под посев (табл.3). Из приведенных данных следует, что с увеличением податливости грунта тягово-сцепные свойства гусеничного трактора ухудшаются - коэффициент сцепления φ_{\max} уменьшается - при любой ширине гусеницы. На одном рабочем фоне с увеличением ширины гусеницы тягово-сцепные свойства гусеничного трактора улучшаются, о чем говорит увеличение коэффициента сцепления φ_{\max} . Причем с увеличением ширины гусеницы более существенно улучшаются тягово-сцепные свойства трактора на стерне. На вспаханном поле с увеличением ширины гусеницы улучшение тягово-сцепных свойств не столь значительно. Так, при увеличении

ширины гусеницы в 2 раза с 400мм до 810мм коэффициент сцепления φ_{\max} на стерне увеличивается с 0,75 до 0,90 или в 1,2 раза, в то время как на вспаханном поле увеличение коэффициента φ_{\max} составило 1,1...1,13 раз.

Изменение коэффициента k на различных почвенных фонах происходит по различным законам в зависимости от ширины гусеницы. Так, на стерне коэффициент k с ростом ширины гусеницы уменьшается почти по линейному закону, а на вспаханном поле наоборот- увеличивается.

Следовательно, данные, полученные в результате обработки многочисленных экспериментальных кривых буксований говорят о том, что увеличение ширины движителя (гусеничного и колесного) улучшает тягово-сцепные свойства тракторов. Однако, имеющихся данных недостаточно, чтобы получить эмпирические формулы зависимости для коэффициентов φ_{\max} и k от ширины движителей, работающих на различных почвенных фонах.

Сравним тяговые свойства резиновой гусеницы шириной 400мм с металлической шириной 390мм (табл.3). Коэффициент φ_{\max} несколько выше у резиновой гусеницы, на стерне соответственно 0,75 и 0,67, на поле, подготовленном под посев – 0,67 и 0,62. Таким образом, резиногусеничный движитель реализует большую максимальную силу тяги по сравнению с металлогусеничным (рис.3). Однако коэффициент k у резиновой гусеницы более чем в 2 раза меньше, чем у металлической: на стерне соответственно 21,97 и 44,78, на поле, подготовленном под посев – 13,53 и 27,99. Т.е. буксование у резиновой гусеницы выше. При одинаковых буксованиях резиновая гусеница имеет меньшие значения коэффициента использования сцепного веса φ .

4. ВЫВОДЫ

Разработана методика расчета коэффициентов показательных функций вида $\varphi = \varphi_{\max}(1 - \exp(-k\delta))$, которыми чаще всего аппроксимируются кривые буксования. Расчет коэффициентов ведется в два этапа: используя свойство гиперболы удовлетворительно аппроксимировать финишные значения указанной показательной функции, определяется в первом приближении коэффициент φ_{\max} , затем, воспользовавшись методом золотого сечения, рассчитывается второй коэффициент k и уточняется коэффициент φ_{\max} . Если точки лежат на указанной кривой, то разработанная методика позволяет точно определить коэффициенты показательной функции.

По разработанной методике рассчитаны осредненные коэффициенты для колесных и гусеничных тракторов на различных почвенных фонах, используя которые можно воспроизвести зависимость $\varphi(\delta)$ во всем диапазоне буксования движителя.

Установлено, что увеличение длины опорной поверхности движителя приводит к увеличению коэффициента аппроксимации k особенно на плотной почве. Увеличение коэффициента аппроксимации k говорит о более резком нарастании кривой $\varphi = f(\delta)$.

Данные полученные в результате обработки многочисленных экспериментальных кривых буксований говорят о том, что увеличение ширины движителя (гусеничного и колесного) улучшает тягово-сцепные свойства тракторов.

Резиногусеничный двигатель реализует большую максимальную силу тяги по сравнению с металлогусеничным, но буксование у резиновой гусеницы выше. При одинаковых буксованиях резиновая гусеница имеет меньшие значения коэффициента использования сцепного веса φ .

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Гуськов В.В.: Оптимальные параметры сельскохозяйственных тракторов. М.: Машиностроение, 1969, 196 с.
- [2] Тракторы. Теория. М.: Машиностроение, 1988, 376 с.
- [3] Guskov V.V.: Making the 4w.d. more competitive/ Some theoretical aspects of the performance vis a vis the 2w.d.I. Farm machine design Engineering, December, 1968, England, p. 42-46.
- [4] Стригунов С.И.: Тягово-сцепные свойства и экономичность тракторов МТЗ 4х4 в зависимости от типа привода. Автореферат дис. ... канд. техн. наук, Мн.: БПИ, 1983, 20 с.
- [5] Бойков В.П., Атаманов Ю.Е., Жданович Ч.И.: Методика аппроксимации кривых буксования показательными функциями // Весці НАН Беларусі. Сер. фіз.-тэхн. навук. 2000. № 1, с. 120-126.
- [6] Львовский Е.Н.: Статистические методы построения эмпирических формул. М.: Высшая школа, 1968, 238 с.
- [7] Turner R.J.: Comparison of Two and Four Track Machines to Rubber Tire Tractors in Prairie Soil Conditions // Belt and Tire Traction in Agricultural Vehicles. SP-1291, SAE, 1997, p. 31-43.
- [8] Zoz F.M.: Beld and Tire Tractive Performance // Belt and Tire Traction in Agricultural Vehicles. SP-1291, SAE, 1997, p. 87-93.
- [9] Boikov V., Zhdanovich Ch., Sizova S.: Design Development of Elastic Wheel - Track and Traction Systems of Tractors and Agricultural Machines // Belt and Tire Traction in Agricultural Vehicles. SP-1291, SAE, 1997, p. 95-99.
- [10] Колобов Г.Г., Парфенов А.П.: Тяговые характеристики тракторов. М.: Машиностроение, 1972, 153 с.
- [11] Тяговые характеристики сельскохозяйственных тракторов. Альбом – справочник. М.: Россельхозиздат, 1979, 240 с.

ISSN 0208-6395