

AKADEMIA TECHNICZNO-ROLNICZA
IM. JANA I JĘDRZEJA ŚNIADECKICH
W BYDGOSZCZY

Rozprawy
nr 32

JANUSZ KWIECIEN

Automatyczne laserowe tyczenie
prostej odniesienia w pomieszczeniach
fabrycznych ze szczególnym uwzględnieniem
turbulencji atmosferycznej

BYDGOSZCZ - 1989

AKADEMIA TECHNICZNO-ROLNICZA
IM. JANA I JĘDRZEJA ŚNIADECKICH
W BYDGOSZCZY

Rozprawy
nr 32

JANUSZ KWIECIEN

Automatyczne laserowe tyczenie
prostej odniesienia w pomieszczeniach
fabrycznych ze szczególnym uwzględnieniem
turbulencji atmosferycznej

Biblioteka Główna ATR w Bydgoszczy



000000062231

BYDGOSZCZ – 1989

PRZEWODNICZĄCY KOMITETU REDAKCYJNEGO
doc. dr hab. Juliusz Skonieczny

OPINIODAWCY
prof. dr hab. inż. Stanisław Pachuta
prof. dr hab. inż. Stefan Przewłocki

REDAKTOR NAUKOWY
doc. dr hab. inż. Edward Kujawski

OPRACOWANIE REDAKCYJNE I TECHNICZNE
mgr Halina Klupczyńska, Zbigniew Gackowski



Wydano za zgodą Rektora
Akademii Techniczno-Rolniczej
w Bydgoszczy

74097

ISSN 0209-0597

**WYDAWNICTWO UCZELNIANE AKADEMII TECHNICZNO-ROLNICZEJ
W BYDGOSZCZY**

Wyd. I. Nakład 150 egz. Ark. wyd. 4, ark. druk. 5. Papier kl. V, 70 × 100

Oddano do druku w marcu 1989 r. Druk ukończono w kwietniu 1989 r.

MEN Cena 104 zł

Prasowe Zakłady Graficzne RSW „Prasa-Książka-Ruch” w Bydgoszczy, ul. Dworcowa 13.

Zamówienie nr 1273/89. TR E-2

89 0 33 10

Spis treści

	str.
1. WSTĘP	5
2. ELEKTRONICZNE CENTROWANIE WIĄZKI LASEROWEJ	9
2.1. Wprowadzenie	9
2.2. Detektory kwadrantowe	10
2.3. Liniowe detektory położenia	13
3. TURBULENCJA POWIETRZA I JEJ WPŁYW NA DOKŁADNOŚĆ PRAC POMIAROWYCH .	17
3.1. Turbulencja a współczynnik refrakcji	17
3.1.1. Wprowadzenie	17
3.1.2. Współczynnik refrakcji atmosferycznej	18
3.1.3. Istota atmosferycznej turbulencji	18
3.2. Odchylenia wiązki laserowej w płaszczyźnie poziomej	20
3.2.1. Zachowanie się wiązki laserowej w czasie turbulencji atmosferycznej występującej w pomieszczeniach fabrycz- nych	20
3.2.2. Kątowe i liniowe odchylenia wiązki laserowej w płasz- czyźnie poziomej	23
4. AUTOMATYCZNE LASEROWE TYCZENIE PROSTEJ ODNIESIENIA W CZASIE TURBU- LENCJI ATMOSFERYCZNEJ	27
4.1. Zasada pomiaru	27
4.2. System pomiarowy eksperymentu	29
5. STATYSTYCZNO-KORELACYJNE OSZACOWANIE POMIARÓW EKSPERYMENTALNYCH .	33
5.1. Kwalifikacja danych	33
5.2. O statystycznej analizie odchyłek turbulentnych	40
5.3. Widmowa wartość szacowania empirycznych funkcji czasowych .	42
5.3.1. Dyskretna rejestracja danych	43
5.3.2. „Skończony” przedział czasowy	43
5.3.3. Przedział ufności dla widmowej wartości szacowania $P_{XX}(\omega)$ empirycznej funkcji czasowej	44
5.3.4. Przedział ufności wartości szacowania normalnej kohe- rencji empirycznych funkcji czasowych	45
5.4. Wyniki pomiarów	46
6. PODSUMOWANIE I WNIOSKI	55
DODATEK A	57
DODATEK B	61
DODATEK C	63
LITERATURA	77
Streszczenia	81

1. WSTĘP

Metoda prostej odniesienia jest od dawna znanym sposobem tyczenia nie wymagającym większych uzasadnień teoretycznych, a stosowanie jej w praktyce nie wymaga prawie żadnych obliczeń. Polega ona na odkładaniu określonych odcinków od pionowej płaszczyzny odniesienia. Płaszczyzna ta zawiera prostą określoną za pomocą dwóch punktów zastabilizowanych w terenie lub na określonym obiekcie. Stałość pionowej płaszczyzny odniesienia jest zapewniona poprzez stałość prostej zawartej w tej płaszczyźnie.

Metoda prostej odniesienia znalazła szereg zastosowań w pomiarach realizacyjnych i kontrolnych. Wykorzystuje się ją przy niektórych pracach związanych z [23]:

- pomiarami przemieszczeń wydłużonych konstrukcji inżynierskich,
- pracami montażowymi w przemyśle maszynowym,
- pomiarami torów podsuwnicowych i suwnic,
- obsługą geodezyjną wznoszenia budynków.

Metodę prostej odniesienia stosuje się zasadniczo do wyznaczania i kontrolowania punktów obiektu inżynierskiego w płaszczyźnie poziomej. W pewnych szczególnych przypadkach można stosować ją również do pionowej realizacji i kontroli obiektu.

Wraz ze wzrostem wymagań dotyczących podniesienia dokładności tej metody pomiaru pojawiają się nowe technologie i urządzenia pomiarowe oparte na najnowszych osiągnięciach w dziedzinie optyki, elektroniki i innych. Wykorzystanie np. techniki laserowej dla realizacji prostej odniesienia oprócz automatyzacji pomiaru daje również jego wysoką dokładność rzędu 10^{-6} [1, 9, 10, 17, 18, 22, 25, 26, 31, 45, 48, 66, 68].

Często jednak uzyskanie tej wysokiej precyzji uzależnione jest od występujących w czasie pomiaru warunków meteorologicznych i przemysłowych. Znalezienie ścisłych związków między wpływem warunków zewnętrznych, a dokładnościami pomiarów stanowi złożony i skomplikowany problem. Wpływ nieregularnych i ustawicznie zmieniających się czynników atmosferycznych (zmiany temperatury, zawirowania powietrza, pyły, dymy itp.) jest niezwykle trudny do wyeliminowania i zmniejszenia ich oddziaływania na wyniki pomiarów [11, 22, 23, 30, 31, 32, 33, 34, 41, 51, 70].

Mniej uciążliwe jest zastosowanie techniki laserowej w zamkniętych pomieszczeniach przemysłowych [31], gdyż warunki atmosferyczne panujące w halach fabrycznych mają bardziej stabilny charakter i droga propagacji wiązki laserowej jest znacznie krótsza, niż na otwartej przestrzeni.

Wyznaczenie parametrów meteorologicznych potrzebnych do korekty wyników pomiarów jest jednak bardzo kłopotliwe zarówno na wolnym powietrzu, jak i w pomieszczeniach zamkniętych.

Tyczenie prostej odniesienia za pomocą laserowego wskaźnika kierunku (np. teodolit z nasadką laserową) wiąże się z propagacją w środowisku o

stale zmieniającym się współczynnikiem załamania powietrza. Problemy z tym związane są omawiane w literaturze bardzo szeroko przez wielu badaczy, głównie radzieckich i amerykańskich, takich jak Tatarski [60, 61], Obuchow [46], Chernov [7], Clifford [12, 13, 15], Strohbehn [57, 58] i inni. Ich rozważania teoretyczne poparte są olbrzymią ilością eksperymentów prowadzonych przez różne ośrodki naukowe na świecie. Wyniki tych doświadczeń w mniejszym lub większym stopniu potwierdzają hipotezy teoretyczne. Trzeba jednak stwierdzić, że większość tych eksperymentów odnosi się do propagacji wiązki laserowej na wolnym powietrzu w przyziemnych warstwach atmosfery [12, 13, 46, 54, 57, 58, 60, 61, 70].

Natomiast bardzo skromnie przedstawione jest w literaturze wyjaśnienie zjawisk towarzyszących propagacji wiązki laserowej w pomieszczeniach zamkniętych. Można tu wymienić tylko niektóre monografie i artykuły przeglądowe [17, 31, 32, 62].

Jak wiadomo przyczyną zakrzywienia toru fali świetlnej jest niejednorodność współczynnika refrakcji atmosferycznej wynikająca ze zmian warunków meteorologicznych w różnych miejscach trasy pomiarowej. Wartość współczynnika refrakcji można wyrazić wzorem [55]:

$$N(\bar{r}) = N_0 + N_1(\bar{r}) \quad (1.1)$$

gdzie:

- \bar{r} - wektor wodzący punktu, w którym określana jest wartość współczynnika refrakcji
- $N_0 = \langle N(\bar{r}) \rangle \approx 1$ - stała wartość współczynnika refrakcji
- $N_1(\bar{r})$ - fluktuująca część współczynnika refrakcji
- $\langle \rangle$ - symbol oznaczający średnią statystyczną (wartość oczekiwaną)

Z przedstawionego wyżej wzoru widać, że oszacowanie błędów wyznaczenia kierunku wiązki laserowej spowodowanych odchyleniem promienia zależy od dwóch składowych współczynnika refrakcji, tj.: refrakcji systematycznej i przypadkowej.

Przez refrakcję systematyczną rozumie się taką wartość, której regularne zmiany są bardzo wolne w czasie, np. dłuższym od 1 minuty [55]. Na te regularne zmiany nakładają się przypadkowo fluktuacje wywołane przez turbulentne zawirowania powietrza.

Sposób wyznaczenia wartości stałej współczynnika refrakcji przy pomocy pomiaru gradientów temperatury w przestrzeni otaczającej wiązkę laserową został przedstawiony we wcześniejszych publikacjach autora [32, 33]. Również eksperymenty związane z refrakcją przypadkową można znaleźć w pracy [31], gdzie dla przewidywania wpływów turbulencji powietrza na dokładność tyozenia stałej prostej uwzględniono charakterystyki pola temperaturowego zmieniającego się w sposób dynamiczny. Procedura ta jest jednak bardzo pracochłonna i sprawiająca duże kłopoty natury technicznej. W rozwiązaniu tym można szacunkowo przewidzieć wielkości odchylenia wiązki na podstawie pomiaru fluktuacji gradientu temperatury, ale tylko w jednym punkcie wzdłuż drogi propagacji, tj. tam, gdzie występują największe zawirowania powietrza.

Pokonanie wymienionych trudności skłoniło autora do zaproponowania innej metody ograniczania wpływu fluktuującego współczynnika refrakcji, aniżeli stosowanie konwencjonalnych meteorologicznych pomiarów. Dlatego też w prezentowanej pracy przed rozpoczęciem badań postawiona została następująca teza:

„Technika laserowa może być przydatna do precyzyjnego tyczenia prostej odniesienia w turbulentnej atmosferze pod warunkiem zastosowania nowej, niemeteorologicznej metody ograniczającej negatywny wpływ zawirowań powietrza na propagację wiązki laserowej”.

Najpierw jednak - w oparciu o zagraniczne studia literaturowe - autor podjął się próby opisanie dynamicznego pola refrakcji i jego wpływu na dokładność tyczenia prostej odniesienia. W wyniku teoretycznej analizy wyprowadzony został własny wzór umożliwiający przewidywanie wielkości odchylenia wiązki laserowej w płaszczyźnie poziomej w zależności od aktualnych warunków atmosferycznych panujących w pomieszczeniu zamkniętym (np. hala fabryczna).

Dalsza część pracy poświęcona jest eksperymentom związanym z weryfikacją wyprowadzonego przez autora wzoru. Pomiarów testowych wykonano w laboratorium geodezyjnym przy pomocy zestawu aparatury automatycznie ograniczającej niekorzystne oddziaływanie turbulencji na proces pomiarowy.

2. ELEKTRONICZNE CENTROWANIE WIĄZKI LASEROWEJ

2.1. Wprowadzenie

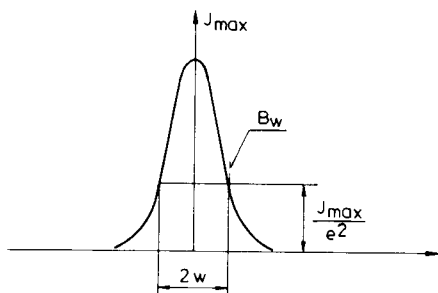
Bezpośrednie wytyczenie prostej odniesienia za pomocą laserowego wskaźnika kierunku (np. teodolit z nasadką laserową He-Ne) może być uzyskane w następujący sposób:

- metodą wizualną, w której obserwacja wiązki promieniowania wyznaczającej prostą odniesienia może być oceniona „nieuzbrojonym” okiem (np. na ekranie),
- metodą elektroniczną, w której efekty oddziaływania promieniowania laserowego można zamienić na przebiegi elektryczne poprzez zamianę energii fotonów na wzbudzenie elektronów. Zamianę tę nazywamy detekcją promieniowania.

Sposób wizualny stosuje się przy niewielkich odległościach między laserem, a stanowiskiem pomiarowym, gdy dokładność określania położenia punktów nie wymaga wysokiej precyzji pomiarów [31].

Jedynie w przypadku zastosowanie pośredniej metody wizualnej, przy zastosowaniu tzw. metody dyfrakcyjnej [31], można zwiększyć dokładność, ale wymagane są w tym tyczeniu specjalne płytki, których parametry geometryczne są różne w zależności od odległości między laserem, a wytyczanym punktem prostej odniesienia.

Natomiast przy większych odległościach stosowanie metody wizualnej jest utrudnione, gdyż propagacja wiązki laserowej typu He-Ne o gaussowskim rozkładzie natężenia (rys. 1) w turbulентnej atmosferze ulega ograniczeniu. Trudno jest wtedy wizualnie określić punkt wiązki o maksymalnym natężeniu w jednoznaczny sposób, ponieważ rozkład natężenia w przekroju promieniowania ulega zniekształceniu.



Rys.1. Rozkład natężenia w poprzecznym przekroju wiązki gaussowskiej:
 $2w$ - średnica wiązki, B_w - brzeg kształtu wiązki, e - stała matematyczna

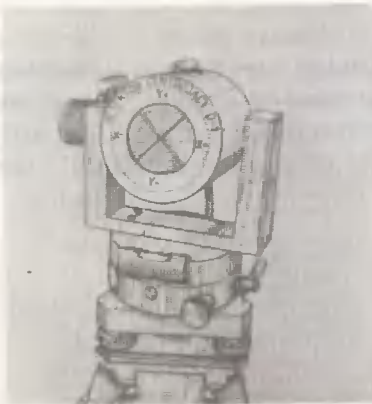
Jedynie zastosowanie elektronicznego centrowania umożliwia precyzyjne tyczenie prostej odniesienia. Polega ono na znalezieniu przy pomocy foto-

czułych elementów detektora równoważącego centrum energii plamki laserowej w przekroju wiązki [31].

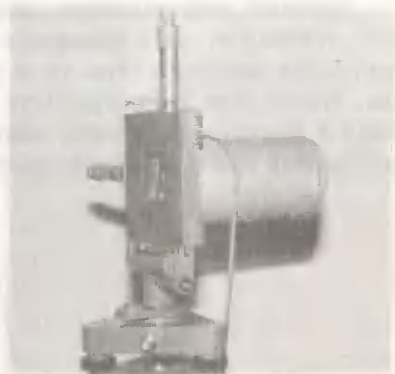
Dlatego większość urządzeń światłoczułych stosowanych do centrowania pracuje nie na zasadzie wyszukiwania maksymalnego, czy minimalnego natężenia promieniowania [54], lecz wyszukuje zrównoważone centrum energii plamki laserowej w przekroju wiązki.

2.2. Detektory kwadrantowe

Najbardziej popularnym urządzeniem do wyznaczania położenia środka wiązki jest detektor kwadrantowy, który wyszukuje centrum energii na zasadzie zerowania prądów różnicowych, otrzymanych z czterech fotoczułych elementów umieszczonych symetrycznie w przekroju wiązki promieniowania. Elementy te są parami połączone wzdłuż przekątnych, a ich różnicowy sygnał elektryczny jest wzmacniany i przekazywany na wskaźniki natężeń prądu dla każdej pary oddzielnie. W chwili, gdy centrum energii wiązki promieniowania pokrywa się ze środkiem kwadratu utworzonego przez cztery fotokomórki, wskaźniki prądów różnicowych zerują się. Przykłady takich urządzeń przedstawiają rysunki 2 i 3, natomiast w tabelach 1 i 2 zestawiono dane techniczne polskich i zagranicznych detektorów kwadrantowych nie posiadających tzw. integracji czasowej sygnałów. Możliwości wykorzystania tych detektorów są ograniczone z uwagi na wpływy warunków zewnętrznych zakłócających pomiary (np. turbulencja atmosferyczna).



Rys.2. Detektor kwadrantowy - WAT
Warszawa



Rys.3. Detektor USG - pro-
totyp wg autora

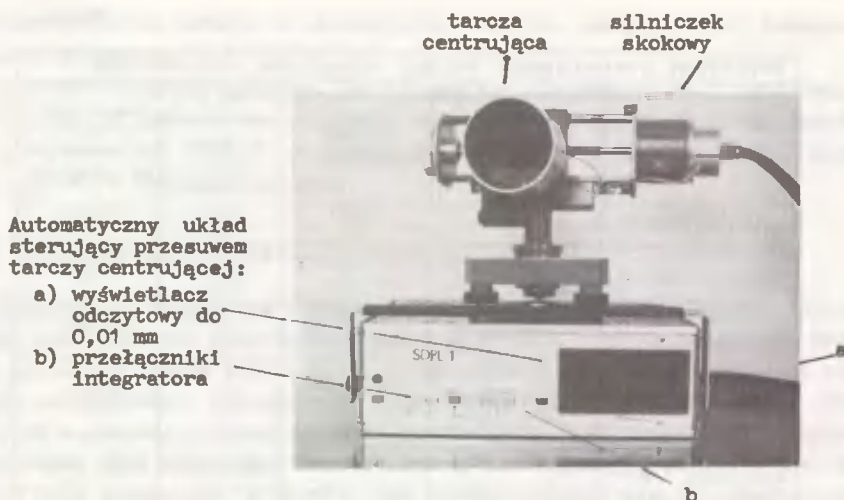
Dla tyczenia prostej odniesienia na większych odległościach konieczne jest stosowanie detektorów zerujących, ale z czasową i przestrzenną integracją sygnałów otrzymywanych z elementów światłoczułych. Przykładem takiego urządzenia może być zaprojektowany i skonstruowany przez autora prototyp samocentrującego detektora SDPL (rys. 4).

Tabela 1

DETEKTRY KWADRANTOWE - POLSKIE ROZWIĄZANIA KONSTRUKCYJNE				
Nazwa	Producent	Zakres pomiarowy	Zasięg przy wyznaczeniu średniego błędu centrowania	Średni błąd centrowania wiązki na odległości
[-]	[-]	[mm]	[m]	[mm]
1	2	3	4	5
Detektor USG	prototyp autora ATR-Bydgoszcz	± 15 poziom ± 15 pion	60 200	± 0,03
Detektor DE - 1 dwuobiektywowy	WAT - Warszawa	± 20 poziom ± 20 pion	30	± 0,10
Detektor DE - 2 lub DE - 3 czteroobiektywowy	WAT - Warszawa	± 20 poziom ± 20 pion	30	± 0,10
Zespół odbiorczo- -pomiarowy LUN - 1	WAT - Warszawa	brak danych	500 ÷ 700	± 20 ÷ ± 30
Laserowe urządzenie sterujące UL - 5	MERA - PIAP Warszawa	brak danych	250	± 10
Sygnalizator do wykrywania wiązki laserowej UL - 6	MERA - PIAP Warszawa	brak danych	250	± 0,10 ÷ ± 1,00
Laserowe urządzenie pomiarowe UL - 7	MERA - PIAP Warszawa (wspólnie z AGH Kraków)	brak danych	500	± 0,10 ÷ ± 1,00

Tabela 2

DETEKTRY KWADRANTOWE - ZAGRANICZNE ROZWIĄZANIA KONSTRUKCYJNE				
Nazwa [źródło literaturowe]	Producent	Zakres pomiarowy	Zasięg przy wyznaczeniu średniego błędu centrowania	Średni błąd centrowania wiązki na odległości
[-]	[-]	[mm]	[m]	[mm]
1	2	3	4	5
Czterosegmentowa dioda TK GDR 206 [25]	TESLA - ČSRS	± 15 poziom ± 15 pion	250	brak danych
Detektor zerujący UNB [10]	Kanada (prototyp)	± 30 poziom	264 312 816	± 0,08 ± 0,21 ± 0,90
Detektor M10FS 29 [16]	VEB WF Berlin - NRD	± 30 poziom ± 75 pion	92 192 312 504	± 0,35 ± 0,64 ± 0,82 ± 0,63
Detektor zerujący [19]	USA (prototyp)	± 150 poziom	brak danych	± 0,20
Czterosegmentowy detektor zerujący UTD - SC 10 [3]	United Detector Technology USA	± 5 poziom ± 5 pion	100	± 0,05
Czterosegmentowy detektor zerujący LM - 10 [3]	Scientifica Cook Electronics LTD Wlk Brytania	± 12,5 poziom ± 12,5 pion	100	± 0,10



Rys.4. Detektor samocentrujący - prototyp wg autora

Tarcza centrująca tego detektora ma wbudowane dwa fotoogniwa krzemowe o powierzchni 18 cm^2 ($6 \times 3 \text{ cm}$). Umożliwia to tyczenie kierunków na odległość do 1 km. Elektryczny silniczek skokowy połączony z tarczą centrującą przesuwają ją automatycznie w kierunku środka energii plamki laserowej skokami co $0,01 \text{ mm}$. Jeśli padająca na fotoogniwa plamka laserowa ma niejednakowe natężenie, to wzmacniony różnicowy sygnał elektryczny wysyłany jest do wzmacniacza całkującego. Po osiągnięciu pewnego poziomu nasycenia we wzmacniaczu sygnał elektryczny wysyła impuls do układu sterowania kierunkiem pracy silniczka skokowego. Powoduje to przesunięcie tarczy centrującej o jeden krok w kierunku środka plamki laserowej. Maksymalna szybkość przesuwu w prototypie SDPL-1 wynosi 50 skoków na sekundę ($0,5 \text{ mm/s}$). Okres integracji sygnału różnicowego można ustalić na szybszy lub wolniejszy (10 razy) w zależności od warunków termicznych turbulencji atmosferycznej. Numeryczny odczyt przesuwu jest uwidoczniony na wyświetlaczu ze wskaźnikiem + (plus) albo - (minus) odpowiednio do kierunku przesuwu. Naprowadzenie tarczy centrującej na ten sam punkt odniesienia względem osi spodarki odbywa się w sposób mechaniczny poprzez ręczne ustawienie odpowiednich wskaźników na tarczy i na spodarce z dokładnością $0,01 \text{ mm}$.

Zastosowanie takich detektorów przez autora i innych badaczy w pomiarach geodezyjnych potwierdziło ich pełną praktyczną przydatność. W tabeli 3 przedstawiono dane techniczne niektórych samocentrujących detektorów o różnych rozwiązaniach konstrukcyjnych.

Tabela 3

DETEKTORY SAMOCENTRUJACE				
Nazwa [źródło literaturowe]	Producent	Zakres pomiarowy	Zasięg przy wyznaczeniu średniego błędu centrowania	Dokładność centrowania (średni błąd pojedynczej obserwacji)
[-]	[-]	[mm]	[m]	[mm]
1	2	3	4	5
SDPL - 1 [31, 35]	prototyp autora ATR - Bydgoszcz	± 30 poziom ± 30 pion	40 200	± 0,05 ± 0,15'
CERN [17]	Europejska Or- ganizacja do Badań Atomowych CERN - Szwajcaria (prototyp)	± 60 poziom	brak danych	brak danych
SAC - 1 [10, 11]	Uniwersytet w New Brunswick Kanada (prototyp)	± 20 poziom ± 40 pion	do 1000	$10^{-6} \times$ zasięg
Wista [48]	WAT - Warszawa	± 50 poziom	do 1000	± 1,00

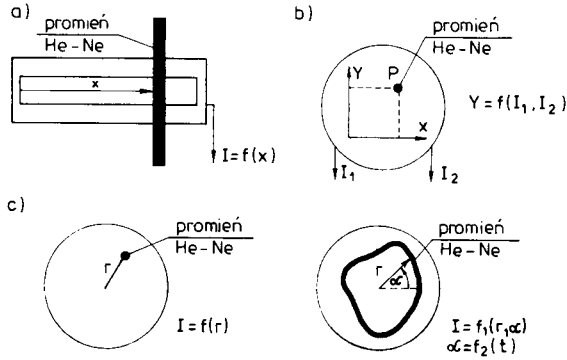
2.3. Liniowe detektory położenia

Dokładne wyznaczenie kierunku, z którego przychodzi promieniowanie, można uzyskać stosując tzw. liniowe detektory położenia. Pracują one na innej zasadzie niż kwadrantowe detektory, gdyż rejestrują odległość obszaru oświetlonego od punktu początkowego w wyznaczonym kierunku.

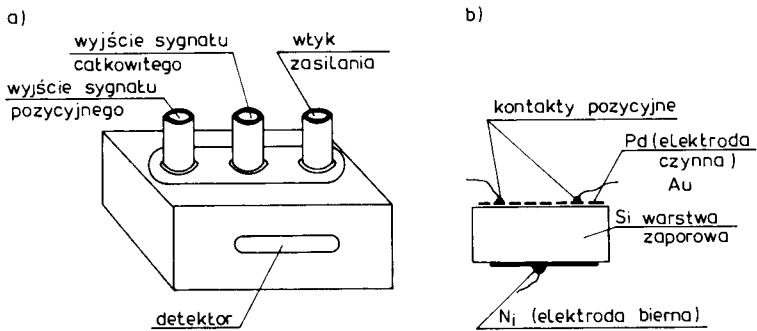
Rozróżniamy trzy typy liniowych detektorów położenia:

- 1) jednowymiarowy detektor położenia - rejestruje odległość obszaru oświetlonego od punktu początkowego (rys. 5a),
- 2) dwuwymiarowy detektor położenia - rejestruje położenie punktu na płaszczyźnie (rys. 5b),
- 3) radialny detektor położenia - rejestruje odległość obszaru oświetlonego od środka detektora (rys. 5c).

Technologia wykonania detektorów położenia jest skomplikowana i tylko nieliczne firmy produkują je seryjnie. Do wiodących w tym zakresie należy amerykańska wytwórnia United Detector Technology. Również w Polsce podjęta została próba wykonania tego typu detektora. Instytut Fizyki Politechniki Warszawskiej na zlecenie Akademii Techniczno-Rolniczej w Bydgoszczy podjął się opracowania technologii i wyprodukowania kilku prototypów detektorów położenia. W wyniku wielokrotnych prób wykonano trzy prototypy jednowymiarowego detektora liniowego o różnych powierzchniach czynnych. Wygląd zewnętrzny oprawki oraz pionowy przekrój poprzeczny przedstawiono na rys. 6.



Rys.5. Schemat pracy liniowego detektora (I - natężenie fotoprądu):
a) jednowymiarowy, b) dwuwymiarowy, c) radialny



Rys.6. Detektor pozycyjny:

- a) wygląd zewnętrzny oprawki,
b) przekrój poprzeczny pionowy

W technologii detektorów pozycyjnych wykorzystywane są monokryształy krzemu typu n (111) o grubości od 0,25 mm do 0,30 mm. Płytki te po oszlifowaniu i wypolerowaniu są następnie trawione. Na wytrawione i wystarzone z dostępem powietrza powierzchnie krzemu nanoszone są za pomocą specjalnych masek cienkie warstwy palladu, formowane w postaci prostokątnych paszków o odpowiedniej grubości i wymiarach. Stanowią one elektrodę czynną detektora. Elektrodę bierną natomiast stanowi odpowiedniej grubości warstwa niklu lub stopu złota i antymonu.

Elektroda czynna pełni kilka funkcji, a mianowicie:

- zapewnia otrzymanie bariery rozdzielającej generowane przez światło nośniki prądu,
- umożliwia uzyskanie danych o położeniu plamki świetlnej, bowiem dzieli fotoprąd na dwa strumienie nośników w zależności od jej odległości od plamki,
- pełni funkcję elektrody zbiorczej prądu.

Działanie detektora położenia uwarunkowane jest własnościami powierzchniowymi warstwy czynnej. Wyzwalane pod wpływem wiązki światła nośniki mniejszościowe wędrują od miejsca generacji do elektrod kontaktowych detektora. Jek wynika z prostej teorii elektrostatycznej dla oświetlenia niezależnego od czasu, do jednej z elektrod kontaktowych dopływa prąd proporcjonalny do iloczynu prądu całkowitego i stosunku oporności części warstwy (mierzonej od miejsca generacji do drugiej elektrody kontaktowej) do całkowitej oporności warstwy czynnej detektora.

Przy jednorodnej warstwie powierzchniowej możliwe jest zatem uzyskanie detektora, którego odpowiedź jest liniowo zależna od położenia plamki świetlnej względem elektrod kontaktowych.

Konfiguracja elektrod i rozkład oporności szeregowej detektora są odpowiadające za kształt odpowiedzi pozycyjnej detektora. Prototypy wykonane przez Instytut Fizyki Politechniki Werszewskiej okazały się przydatne dla wyznaczania prostej odniesienia, czego dowodem były wyniki pomiarów testowych wykonanych przez autora w różnych typach pomieszczeń zamkniętych. Dokładny opis pomiarów testujących znajduje się w publikacji [31].

Porównanie dokładności detektorów zerujących i liniowych przedstawiono w tabeli 4. Testowanie to przeprowadzono na terenie hali fabrycznej Zakładów Ceramiki Budowlanej w Bydgoszczy, w której panowały trudne warunki pomiarowe (temperatura, duże zapylenie). Pomimo to, uzyskane wyniki pomiarów na podstawie dwóch niezależnych prób potwierdziły przydatność obu typów detektorów do precyzyjnego wyznaczania prostej odniesienia [31].

Tabela 4

PORÓWNANIE DOKŁADNOŚCI CENTROWANIA DETEKTORÓW KWA - DRANTOWYCH I LINIOWYCH NA ODLEGŁOŚCI 50 m W HALI FABRYCZNEJ			
	Detektory kwadrantowe		Detektory pozycyjne liniowe
	USG [mm]	SDPL - 1 [mm]	[mm]
1	2	3	4
Średni błąd pojedynczego naprowadzenia	$\pm 0,15 \pm \pm 0,17$	$\pm 0,09 \pm \pm 0,09$	$\pm 0,07 \pm \pm 0,09$

Biorąc pod uwagę przeprowadzone w niniejszym podrozdziale rozważania, w jego zakończeniu można sformułować następujące ważniejsze wnioski:

- 1) wszelkiego rodzaju pomiary, w których wiązkę promieni laserowych używane jest jako linie odniesienia, wymagają urządzeń detekcyjnych jednoznacznie określających oś wiązki,
- 2) konstrukcje polskich detektorów nie odbiegają pod względem ich dokładności pomiarowej od podobnych konstrukcji zagranicznych,
- 3) zwiększenie dokładności centrowania przy pomocy detektorów może nastąpić poprzez zaprojektowanie w ich konstrukcji urządzeń uwzględniających wpływ warunków zewnętrznych (szczególnie turbulencji).

Ostatni wniosek był powodem, dla którego autor podjął się dalszych badań dotyczących wpływu turbulencji powietrza na dokładność centrowania wiązki. W związku z tym w dalszej części pracy przedstawiono optymalną metodę automatycznie uśredniającą fluktuującą wiązkę tylko w momencie słabo oddziaływującej turbulencji.

3. TURBULENCJA POWIETRZA I JEJ WPŁYW NA DOKŁADNOŚĆ PRAC POMIAROWYCH

3.1. Turbulencja a współczynnik refrakcji

3.1.1. Wprowadzenie

Teoretyczne i eksperymentalne rozważania nad geometrią toru wiązki laserowej biegnącej w atmosferze stanowią ważne zagadnienie w badaniach nad jej propagacją. Układ pomiarowy typu nadajnik - odbiornik często jest ozuły na zakłócenia z powodu różnego rodzaju optycznych niejednorodności. Przy czym w niniejszej pracy przyjęto założenie tzw. czystej atmosfery, to znaczy pominięto zarówno efekty związane z rozpraszaniem na aerozoluach, jak i absorpcji molekularnej. Omawiane są jedynie skutki oddziaływania nieregularności współczynnika refrakcji wywołane przez turbulentną atmosferę.

Jak wiadomo zawirowania atmosfery są wywołane wiatrem i konwekcją ciepła. Na skutek lepkości powietrza, po przekroczeniu pewnej krytycznej prędkości, zawirowania te rozbijają się na mniejsze wiry o mniejszej prędkości, aż prędkość kolejnych wirów staje się mniejsza niż prędkość krytyczna. Prędkość krytyczna określona jest liczbą Reynoldsa [22, 31]

$$Re = \frac{U \cdot l}{\nu} \gg 10^6 \dots 10^7 \quad (3.1)$$

gdzie:

- U - prędkość strumienia powietrza
- l - jego charakterystyczny wymiar (średnica wiru)
- ν - lepkość cząsteczek powietrza

Wymiary wirów l zawierają się między największymi wymiarami $L_0 \approx 1 \dots 100$ m, a minimalnymi wymiarami $l_0 \approx 1 \dots 0,010$ m. Najmniejsze wymiary wirów powstają w wyniku wielokrotnych podziałów strumienia o dużej liczbie Reynoldsa.

Interakcję pojedynczego wiru z wiązką laserową można porównać do przechodzenia jej przez pewien rodzaj optycznej soczewki, która przybiera różne kształty i wymiary. Oddziaływania te - zmienne w czasie - powodują fluktuacje fazy, amplitudy i zmiany kąta propagacji fali laserowej. Należy tu podkreślić, że te rozmaite efekty poprzez swój kumulacyjny charakter mogą w ostateczności całkowicie zdegradować laserowy system pomiarowy.

Przeprowadzenie przynajmniej przybliżonej analizy wyjaśniającej oddziaływanie turbulentnego środowiska na propagację wiązki laserowej, której efektem byłoby podanie konkretnego wzoru prognostycznego na przewidywanie wielkości odchyżeń od kierunku propagacji, wymagało przedtem podania pewnych pojęć związanych z procesami stochastycznymi. Teoria ta stosowana jest w badaniach wielu zjawisk fizycznych, gdzie mamy do czynienia z wielkościami zależnymi od przypadku i zmieniającymi się ze zmianą pewnego parametru (np. czasu).

Współczesna teoria turbulencji jest oparta na tym dziale matematyki. Ze względu jednak na obszerność wiedzy teoretycznej w dodatku A na końcu pracy przedstawiono tylko pewne wybrane fragmenty z tej dziedziny, pozwalające - zdaniem autora - zrozumieć wyprowadzenie wzoru prognostycznego i analizę przeprowadzonych eksperymentów.

3.1.2. Współczynnik refrakcji atmosferycznej

Współczynnik refrakcji powietrza w zakresie optycznego widma można przedstawić w przybliżeniu następującym wzorem [58]:

$$N - 1 = 77,6 \cdot (1 + 7,52 \cdot 10^{-3} \cdot \lambda^{-2}) \cdot (P/T) \cdot 10^{-6} \quad (3.2)$$

gdzie:

P - ciśnienie atmosferyczne w milibarach

T - temperatura w Kelwinach

λ - długość fali świetlnej w μm

Przedstawiony wzór nie uwzględnia zawartości pary wodnej w powietrzu, ponieważ jej zawartość w halach przemysłowych (np. hutach) stanowi w większości przypadków mały procent.

3.1.3. Istota atmosferycznej turbulencji

Teoria oddziaływania turbulencji atmosferycznej na propagację fal świetlnych jest bardzo rozległą dziedziną omawianą w wielu monografiach [7, 15, 58, 60, 61]. Turbulencję, jako przypadkowy proces, opisuje się przy pomocy wielkości stochastycznych, co jest sprawą bardzo trudną. Przewidywanie prędkości i kierunku pewnego wybranego „elementu objętościowego” otaczającego nas powietrza jest zagadnieniem niesłychanie skomplikowanym. Można też powiedzieć, że praktycznie pełna analiza stochastyczna jest niemożliwa.

Przedstawione w dalszej części pracy określenia stochastycznych charakterystyk są tylko bardzo uproszczoną próbą przedstawienia istoty turbulentnej atmosfery.

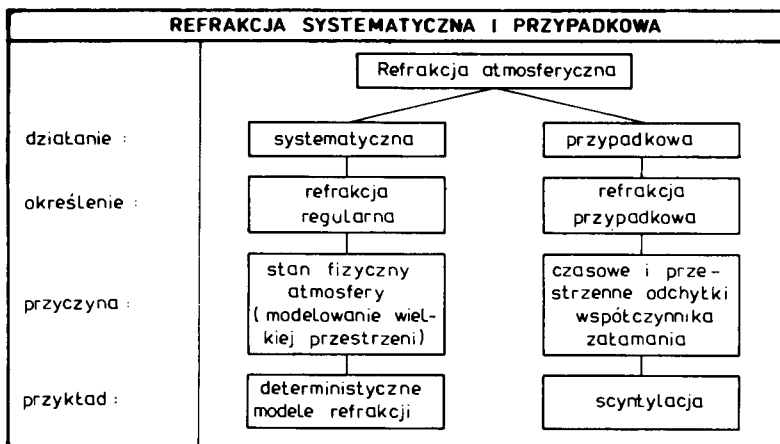
Jak już stwierdzono we wstępie do pracy, refrakcja atmosferyczna ma swoje źródło w zmiennym współczynniku załamania atmosfery, który daje się przedstawić jako funkcja punktu i czasu $N = f(x, y, z, t)$. Wpływy atmosferyczne na promieniowanie elektromagnetyczne wskutek zmiennego współczynnika załamania można podzielić na dwie grupy: refrakcję systematyczną i przypadkową (tab. 5).

Istnienie gradientów temperatury w atmosferze wywołuje gradienty N_0 , co prowadzi do zakrzywienia biegu promieni świetlnych (refrakcji systematycznej). Regularne zmiany N_0 wywołują zmiany kąta refrakcji w czasie, co powoduje powolne zmiany położenia przestrzennego wiązki promieniowania. Na powstawanie zmian N_0 w pomieszczeniach fabrycznych mogą mieć wpływ np. [31]:

- dobowe zmiany pola temperaturowego wywoływane przez proces technologiczny w zakładzie przemysłowym,

- sezonowe zmiany temperatury na zewnątrz pomieszczeń zamkniętych (zima, lato),
- przebieg wiązki w pobliżu urządzeń stale wydzielających ciepło.

Tabela 5



Wskutek unoszenia konwekcyjnego i działania zawirowań powietrza (np. na granicy dwóch pomieszczeń) niejednorodności współczynnika refrakcji są rozrywane i mieszane przechodząc stopniowo z wirów o dużych wymiarach, poprzez średnie, aż do najmniejszych. Stąd na regularne zmiany N_0 nakładają się przypadkowo fluktuacje N_1 wywołane turbulencją. W teorii turbulencji takie zmienne są opisane funkcjami kowariancji i parametrami korelacji (patrz dodatek A).

Ogólnie uznaje się [60], że fluktuująca część współczynnika refrakcji N_1 jest gaussowską zmienną losową, wobec czego najbardziej istotne są jej dwa pierwsze momenty. Zgodnie z przyjętą definicją jest oczywiście $\langle N_1 \rangle = 0$. Zwykle zakłada się, że środek jest lokalnie stacjonarny, to znaczy biorąc pod uwagę kowariancję $N_1(\bar{r}_1) \cdot N_1(\bar{r}_2)$ i rozpatrując ją jako funkcję nowych zmiennych $\bar{R} = \frac{\bar{r}_1 + \bar{r}_2}{2}$ i $\bar{q} = \bar{r}_2 - \bar{r}_1$ dostaje się szybką zmienność wraz z \bar{q} i bardzo powolną wraz z \bar{R} . W tym przypadku kowariancja B_{N_1} dana jest przez (patrz dodatek B):

$$B_{N_1} = \int e^{ik \cdot \bar{q}} \bar{\Phi}(\bar{k}) d^3\bar{k} \quad (3.3)$$

Określa ona korelację między fluktuacjami współczynnika refrakcji w zależności od odległości.

Funkcja $\bar{\Phi}(\bar{k})$ jest trójwymiarowym widmem przestrzennym fluktuacji współczynnika refrakcji, natomiast \bar{k} - wektorem odpowiadającym danej częstotliwości przestrzennej.

Postaci funkcji $\bar{\Phi}(\bar{k})$ poświęcono wiele prac i eksperymentów. Za najczęściej stosowane należy uznać widmo Kałmogorowa mające postać [27]:

$$\Phi_N(k) = 0,033 C_N^2 \cdot k^{-11/3} \quad \text{dla} \quad \frac{2\pi}{L_0} < k < \frac{2\pi}{l_0} \quad (3.4)$$

gdzie:

$$k = \sqrt{k_x^2 + k_y^2 + k_z^2}$$

Wielkość L_0 znana jest jako tzw. zewnętrzna skala turbulencji i jest miarą największych odległości, na których fluktuacje współczynnika refrakcji są skorelowane, podczas gdy l_0 (wewnętrzna skala turbulencji) opisuje najmniejsze zawirowania. Wielkość C_N^2 określana jest jako stała strukturalna współczynnika refrakcji i jest miarą fluktuacji tego współczynnika. Według Davisa [15] może mieć ona następujące wartości:

$$\begin{aligned} C_N &= 8 \cdot 10^{-9} \text{ m}^{-1/3} && \text{słaba turbulencja} \\ C_N &= 4 \cdot 10^{-8} \text{ m}^{-1/3} && \text{średnia turbulencja} \\ C_N &= 5 \cdot 10^{-7} \text{ m}^{-1/3} && \text{silna turbulencja} \end{aligned}$$

W uzupełnieniu do funkcji kowariancji (3.3) należy również wspomnieć o zdefiniowanej przez Tatarskiego [60] funkcji strukturalnej D_N fluktuacji współczynnika refrakcji, gdyż jest ona często stosowana. Ma ona postać:

$$D_{N_1}(\xi) = \langle [N_1(r_1) - N_1(r_2)]^2 \rangle \quad (3.5)$$

Równanie (3.5) jest praktycznie geometryczną średnią wszystkich różnic współczynnika refrakcji pomiędzy dwoma oddalonymi o ξ niejednorodnościami przypadkowego pola refrakcji (niejednorodności można utożsamiać z pewnymi bardzo małymi „elementami objętościowymi”).

Natomiast związek między funkcją strukturalną D_{N_1} i funkcją korelacyjną B_{N_1} określa zależność:

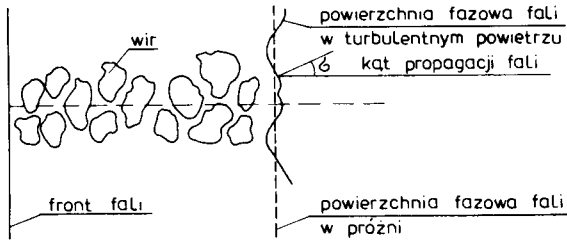
$$B_{N_1}(\xi) = \frac{1}{2} D_{N_1}(\infty) - \frac{1}{2} D_{N_1}(\xi) \quad (3.6)$$

3.2. Odchylenia wiązki laserowej w płaszczyźnie poziomej

3.2.1. Zachowanie się wiązki laserowej w czasie turbulencji atmosferycznej występującej w pomieszczeniach fabrycznych

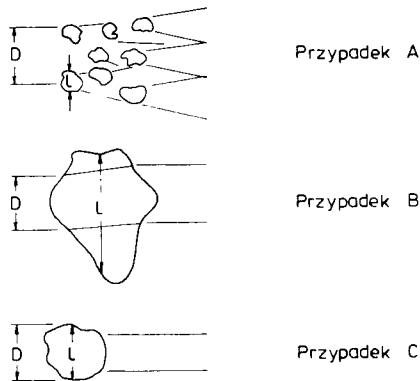
Istnieje w chwili obecnej bardzo bogata literatura w postaci monografii [5, 7, 55, 60, 61] i artykułów [4, 11, 12, 13, 14, 15, 21, 29, 32, 33, 34, 37, 51] przedstawiająca problem propagacji fali świetlnej w turbulentnej atmosferze. Większość autorów tych prac dla lepszego zrozumienia i wyobrażenia sobie turbulentnej atmosfery porównuje ją do olbrzymiego zbioru pewnego rodzaju soczewek o wymiarach skali l_0 i L_0 , które poruszają się w przestrzeni (rys. 7).

Fala świetlna (ogólniej elektromagnetyczna) rozchodząc się w takim turbulentnym środowisku doznaje przypadkowych fluktuacji amplitudy i fazy oraz zmian kąta propagacji z powodu fluktuacji współczynnika refrakcji. Propagacja ta może być rozpatrywana zarówno dla frontu płaskiego jak i sferycznego fali.



Rys.7. Schemat propagacji płaskiej fali przez turbulентne środowisko

W prezentowanej pracy rozważania nad oddziaływaniem turbulencji na propagację światła laserowego rozpatrywane będą w odniesieniu do przypadku fali płaskiej, przy założeniu, że średnica wiązki laserowej jest mniejsza niż większość występujących niejednorodności. Będzie to przypadek B według rysunku 8. W przypadku A każdy element niejednorodności mniejszy od średnicy spowoduje rozerwanie wiązki na mniejsze części. W przypadku C wiązka będzie doznawać efektów podobnych jak przy przejściu przez soczewkę, tzn. następować będzie ogniskowanie i rozogniskowanie całej lub części wiązki.



Rys.8. Działanie elementów turbulencji na wiązkę laserową
(D = średnica wiązki, l = wymiar turbulентnego wiru)

Przyjęcie założenia płaskiego frontu fali laserowej jest uzasadnione z teoretycznego punktu widzenia [4, 58] dla krótkich odległości występujących w pomieszczeniach fabrycznych.

Przy wyznaczaniu wielkości fluktuacji amplitudy, fazy i kąta propagacji często stosuje się analizę widmową, zarówno dla płaskiego jak i sferycznego frontu fali (patrz dodatek A). Teoretyczne ujęcie tych zagadnień w sposób bardzo syntetyczny można znaleźć w pracy [58]. Szczegóły tych wywodzeń nie będą tu przytaczane.

Wszystkie problemy propagacji fali laserowej w turbulентnym środowisku rozważane w cytowanej pracy sprowadzają się do rozwiązania skalarnego fali

$$\Delta E + k^2 \cdot N_1^2(r) \cdot E = 0 \quad (3.7)$$

gdzie:

- E - funkcja skalarna fali
 Δ - trójwymiarowy operator Laplace'a (laplasjan)
 $N_1(r)$ - przypadkowy lokalny współczynnik refrakcji
 $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ - liczba falowa w ośrodku
 λ - długość zastosowanej fali laserowej

W równaniu (3.7) pominięto człon reprezentujący efekty depolaryzacji zaniedbywalny dla fal optycznych w atmosferze.

Istniejące metody rozwiązania powyższego równania są przybliżone. Do najbardziej klasycznych należy metoda małych zaburzeń, która polega na rozwinięciu E w szereg zmniejszających się wyrazów

$$E = E_0 + E_1 + \dots \quad (3.8)$$

Wyraz E reprezentuje tu nierozproszoną (niezaburzoną) falę, a E_1 falę o pierwszym rzędzie rozproszenia. Tego typu przypadek pojedynczego rozproszenia może być rozpatrywany na tak krótkich odległościach, jakie występują w pomieszczeniach zamkniętych.

Obliczenie wpływu turbulencji na amplitudę i fazę propagowanej fali oraz określenie statystycznych charakterystyk fluktuacji zostało dokonane przez Tatarskiego [61]. Postuluje on, że zmiany amplitudy podlegają rozkładowi log-normalnemu i podaje następujące wyrażenie dla obliczenia wariancji tego rozkładu:

$$\sigma_A^2 = \left\langle \left(\ln \frac{A}{A_0} \right) \right\rangle^2 = 0,31 \cdot C_N^2 \cdot k^{7/6} \cdot L^{11/6} \quad (3.9)$$

gdzie:

- L - długość drogi propagacji
 C_N^2 - stała strukturalna turbulencji
k - liczba falowa

W praktyce jest również używana wariancja natężenia promieniowania I, która ze względu na proporcjonalność natężenie promieniowania I do kwadratu amplitudy wynosi $\sigma_{\ln I}^2 = 4 \sigma_A^2$.

Z kolei dla zmian fazy Tatarski postuluje rozkład normalny podając wzór

$$\sigma_\varphi = 2,92 \cdot C_N^2 \cdot k^2 \cdot L \cdot \varphi^{5/3} \quad \text{dla} \quad \sqrt{\lambda L} \ll \varphi \ll L_0 \quad (3.10)$$

gdzie:

- φ - poprzeczna odległość w przekroju wiązki między dwoma punktami różniącymi się w fazie
 λ - długość fali laserowej
L - długość drogi propagacji
 $\sqrt{\lambda L}$ - tzw. promień I-jej strefy Fresnela

Wielkość wpływu turbulencji na amplitudę i fazę propagowanej fali laserowej o długości $\lambda = 0,6328 \mu\text{m}$ można zobrazować podstawiając następujące dane do wzorów (3.9) i (3.10):

- 1° Odległość między laserem a detektorem $L = 50$ m
- 2° Stała strukturalna turbulencji $C_N = 10^{-7} \text{ m}^{-1/3}$
- 3° Średnica wiązki laserowej $D = 10$ mm
- 4° Odległość korelacyjna w przekroju wiązki $\xi = 10$ mm
- 5° Promień I-jej strefy Fresnela $\sqrt{\lambda L} = 6$ mm
- 6° Wewnętrzna skala turbulencji (tj. średnica najmniejszych wirów) $l_0 = 20$ mm
- 7° Zewnętrzna skala turbulencji $L_0 = 1 \text{ m} \dots 10 \text{ m}$

Przy spełnieniu założeń, że $l_0 \gg D$ oraz $\sqrt{\lambda L} \ll \xi \ll L_0$, wariancja logarytmu naturalnego natężenia I wyniesie $\sigma_{\ln I} = 4 \xi_A^2 = 2,6 \cdot 10^{-3}$, natomiast kowariancja fazy $\sigma_{\varphi} = 1,16 \cdot 10^{-3}$ rad.

3.2.2. Kątowe i liniowe odchylenia wiązki laserowej w płaszczyźnie poziomej

W literaturze można znaleźć rozwiązania dotyczące problemu odchylenia kierunku wiązki laserowej wskutek turbulentnych zawirowań atmosfery [5, 7, 21, 51], ale są to oszacowania wpływu atmosfery poprzez jej prosty model i dotyczą propagacji na wolnej przestrzeni, a nie pomieszczeń fabrycznych. Na przykład Brückner [5] proponuje następujący przybliżony wzór na średniokwadratową odchyłkę kątową w płaszczyźnie poziomej:

$$\Delta \alpha_y^2 \approx C_N^2 \cdot \frac{L}{\xi \sqrt{2}} \quad (3.11)$$

gdzie:

- C_N - stała strukturalna
- L - odległość między laserem a odbiornikiem w [m]
- ξ - wymiar skali turbulencji w [m]

Jeżeli według Davisa [15] oszacujemy C_N na $1 \cdot 10^{-7}$, a wymiar skali turbulencji przyjmiemy kilkakrotnie większy od średnicy wiązki, np. 0,05 m, to wówczas średniokwadratowa odchyłka kątowa dla odcinka przenoszenia $L = 50$ m wyniesie:

$$\sqrt{\langle \Delta \alpha^2 \rangle} \approx \pm 1 \cdot 10^{-7} \sqrt{\frac{50}{0,05 \sqrt{2}}} \approx 0'' \cdot 6 \quad (\text{lub } \pm 0,13 \text{ mm})$$

Z rysunku 9 wyraźnie widać, jak silnie zależne są odchyłki kątowe wiązki zakłóconej i niezakłóconej od wielkości elementów turbulencji przy zastosowaniu powyższego przybliżonego wzoru.

Z kolei Chernov [7] podaje wzór na odchylenie liniowe wiązki w postaci:

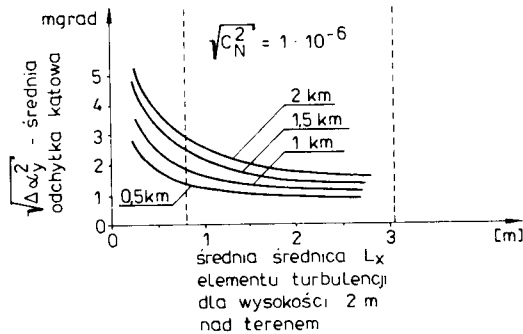
$$\sqrt{\langle p^2 \rangle} = \pm \frac{2}{\sqrt{3}} D^{1/2} \cdot L^{3/2} \quad (3.12)$$

gdzie:

- D - współczynnik rozproszenia równy $1,5 \cdot 10^{-10} \text{ km}^{-1}$

Podstawiając $L = 50$ m odchylenie liniowe wyniesie $\pm 0,16$ mm.

Powyższe wzory można stosować zarówno dla odchyień poziomych, jak i pionowych.



Rys.9. Średniokwadratowa odchyłka katowa wiązki laserowej wg równania (3.11) [5]

Ponieważ w znanej i dostępnej autorowi literaturze nie można było znaleźć wyjaśnienia zjawiska poziomych fluktuacji wiązki laserowej w obecności lokalnych zawirowań powietrza (przeciągi, praca wentylatorów itp.) na terenie pomieszczeń fabrycznych, podjęto próbę uzupełnienia tej luki.

Biorąc pod uwagę propagację promieniowania na kierunku laser-odbiornik można stwierdzić, że w przypadku pomieszczeń fabrycznych (krótkie odległości) odchylenie wiązki jako ośkości odnosić się będzie do rozwiązania B pokazanego na rys. 8. Obliczenie odchyień kierunku musi być więc odniesione do wiązki o średnicy D , która może zmieniać się od kilku milimetrów do kilku centymetrów, pod warunkiem spełnienia dwóch założeń, tj. że $D/l_0 \ll 1$ oraz $\sqrt{\lambda L} \ll l_0$ (przypadek optyki geometrycznej).

W wyniku teoretycznej analizy wyprowadzony został przez autora wzór na liniowe odchylenia wiązki laserowej w płaszczyźnie poziomej na drodze o długości L między nadajnikiem laserowym i odbiornikiem (może to być np. detektor samonaprowadzający SDPL-1) (rys. 10):

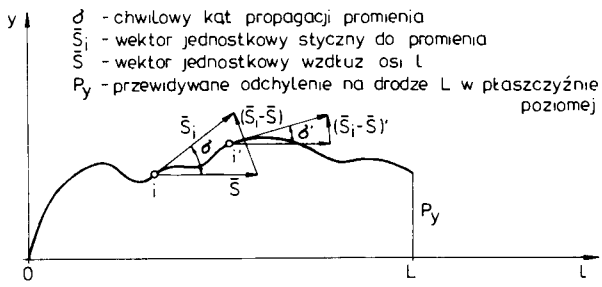
$$p_y = \pm 2,92 \cdot C_N \cdot L^{4/3} \quad \text{w [m]} \quad (3.13)$$

gdzie:

C_N - stała strukturalna turbulencji w $[m^{-1/3}]$

L - odległość między nadajnikiem a odbiornikiem w [m]

Szczegółowy przebieg tego dosyć skomplikowanego wyprowadzenia podano w dodatku C do niniejszej pracy.



Rys.10. Odchylenie promienia laserowego w turbulentnej atmosferze



4. AUTOMATYCZNE LASEROWE TYCZENIE PROSTEJ ODNIESIENIA W CZASIE TURBULENCJI ATMOSFERYCZNEJ

4.1. Zasada pomiaru

W celu ograniczenia błędów tyczenia prostej odniesienia wywołanych wpływem turbulencji stosuje się pewne sposoby przeciwdziałania poprzez:

- a) przepuszczenie promieniowania przez środowisko ze stałym współczynnikiem refrakcji wzdłuż całej długości propagowanej wiązki (np. osłony z rur aluminiowych),
- b) przybliżone oszacowanie wielkości wpływu turbulencji na odchylenie wiązki wywołane przez możliwe do zlokalizowania źródło zakłóceń (np. przewiewy powietrza na granicy dwóch pomieszczeń, wentylatory, piece hutnicze itp.), które można ocenić za pomocą przybliżonych wzorów podanych w podrozdziale 3.2.2, tj. (3.11) i (3.12). Wystarczy tylko szacunkowo ustalić stałą strukturalną ze pomocą prostego miernika.

Sposób podany w punkcie a) ze względu na koszt i pracochłonność stosuje się bardzo rzadko i tylko w wyjątkowych przypadkach [45]. Druga metoda - punkt b) - również jest uciążliwa i trudna do zastosowania w bezpośredniej produkcji geodezyjnej, chociaż pozwala ocenić, czy możliwe jest osiągnięcie z góry założonej dokładności centrowania podczas realizacji prostej odniesienia [31].

W celu pokonania wymienionych wyżej trudności autor zaproponował inny sposób ograniczania wpływu turbulencji atmosferycznej, aniżeli wyznaczanie stałej strukturalnej C_N w oparciu o pomiary meteorologiczne (tj. przede wszystkim fluktuacji temperatury). Metoda ta odnosi się do samonaprowadzających systemów detekcyjnych wiązki, gdzie dokładność centrowania, oprócz mechanicznych i elektronicznych rozwiązań, zależy głównie od czasu integracji sygnałów otrzymywanych na odbiorniku w procesie uśredniania położenia wiązki laserowej w turbulentnej atmosferze.

Wiadomo jest, że odchylenia wiązki laserowej zapisane odpowiednim rejestratorem elektromechanicznym lub innym podłączonym do samonaprowadzającego detektora (np. SDPL-1) mogą mieć w swoim czasowym przebiegu zarówno wartości duże, jak i małe. Odchylenia te głównie wynikają z zawirowań atmosfery, chociaż w pewnym stopniu na składową odchylenia mogą wpływać również zakłócenia występujące w elektronicznych układach pomiarowych nadajnika i odbiornika.

Ponieważ w poniższym rozdziale chodzi o przedstawienie sposobu pomiaru w warunkach turbulencji, więc odbierający układ elektroniczny będzie rozpatrywany jako tzw. „czarna skrzynka”, gdyż przy dobrej jakości detektora występujące w nim szумы można uznać za nielototne dla procesu centrowania.

Natomiast w przypadku nadajnika laserowego mogą wystąpić pewne odchylenia kierunkowe wiązki na jej wyjściu, spowodowane niejednorodnością prze-

strzennych zjawisk w rezonatorze [34]. Z reguły zakłócenia te są o rząd wielkości mniejsze niż fluktuacje wiązki wywołane turbulencją, nie mniej jednak w niektórych przypadkach (np. niska jakość rury laserowej) mogą wpływać na składową odchylenia wywołaną przez turbulencję. Ze względu na swój przypadkowy charakter składowa zakłócenia kierunku wywoływana przez nadajnik może zmniejszać lub zwiększać wypadkowe odchylenie rejestrowane przez odbiornik.

Powyższe rozważania dotyczą wyłącznie nadajników słabej jakości. Dla zapewnienia właściwego uśredniania fluktuującej wiązki oraz dla prawidłowej oceny dokładności, kryterium wyboru odpowiedniego momentu (przedziału czasowego) może być tylko wtedy, gdy wpływ turbulencji jest najmniejszy.

Procedurę laserowego tyczenia prostej odniesienia autor proponuje zrealizować w następujący sposób:

1. Wiazkę laserową emitowaną z nadajnika należy podzielić za pomocą odpowiedniego układu optycznego na dwie części.
2. Jedna część podzielonej wiązki (nazwijmy ją geodezyjną) służąc jako prosta odniesienia jest centrowana przy pomocy detektora samonaprowadzającego.
3. Druga część wiązki (nazwijmy ją fizyczną), równoległa do pierwszej (np. w odległości 5 cm), pozwala oceniać i wybierać korzystny stan atmosfery. Wymaga to zamontowania w detektorze dodatkowego urządzenia (radiometru) mierzącego fluktuacje natężenia światła. Na ich podstawie można wyznaczyć stałą turbulencji C_N , a dalej przewidywane odchylenie poziome p_y (np. na podstawie wzoru (3.13)).
4. Czas rejestracji emitowanej podwójnej wiązki (geodezyjnej i fizycznej) nie powinien przekraczać 1 minuty (zgodnie z założeniem z rozdziału 1).
5. W czasie rejestracji wiązki geodezyjnej powinno następować uśrednianie otrzymywanego sygnału w przedziałach czasowych nie przekraczających 3 sekund [11, 22].
6. Jednocześnie w tych samych przedziałach czasowych powinno następować obliczanie przewidywanego odchylenia poziomego p_y w oparciu o zarejestrowane fluktuacje natężenia światła występujące w wiązce fizycznej (proces obliczeniowy może wykonywać odpowiednio zaprogramowany mikroprocesor umieszczony w konstrukcji detektora).
7. Kolejną fazą proponowanej procedury pomiarowej powinno być wyszukanie przy pomocy mikroprocesora odpowiedniego przedziału z najmniejszym przewidywanym odchyleniem p_y , a po jego znalezieniu porównanie go z założoną dokładnością centrowania.
8. Jeżeli odchylenie przewidywane jest mniejsze od założonej dokładności, wtedy mikroprocesor powinien podać wielkość średnią położenia wiązki geodezyjnej z przedziału czasowego odpowiadającego przedziałowi wiązki fizycznej z najmniejszym przewidywanym odchyleniem p_y .

4.2. System pomiarowy eksperymentu

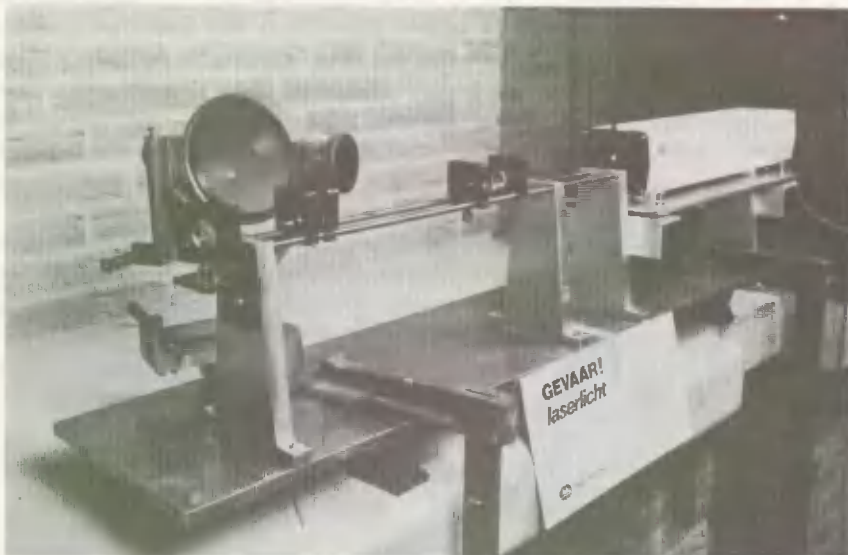
Pomiary badawcze weryfikujące zaproponowaną przez autora metodę automatycznego tyczenia prostej odniesienia przeprowadzono na odległości 47 m w laboratorium Wydziału Geodezji w Delft (Holandia), pokazanym na rys. 11.



Rys.11. Laboratorium geodezyjne w Delft

Do wykonania obserwacji doświadczalnych wykorzystano następującą aparaturę:

- 1 mW He-Ne laser firmy Spectra Physics, model 155 A z 5 mm średnicą wiązki i kącie rozbieżności 0,1 mrad (rys. 12),
- X-Y SC/10 pozycyjny detektor firmy UDT (USA) z 1 cm² polem aktywności, o czułości widmowej 350-1100 nm (rys. 13),
- wzmacniacz typu 30 A wraz z monitorem pokazującym odchylenia wiązki laserowej w dwóch płaszczyznach X-Y z dokładnością 0,001 cala (rys.13),
- radiometr model 450 produkowany przez firmę EG&G (USA) służący do kierunkowych pomiarów fluktuacji natężenia światła wiązki laserowej. Powierzchnia czynna detektora wynosiła 1 cm² (rys. 13),
- rejestrator elektromechaniczny prod. japońskiej, firmy Rikadenki (rys. 13),
- termiczny wentylator dla stymulowania różnych rodzajów turbulencji atmosferycznej.



Rys.12. Laser He-Ne wraz z układem optycznym dzielącym wiązkę na dwie części



Rys.13. Zestaw aparatury odbierającej promieniowanie laserowe: a) detektor SC-10 UDT, b) wzmacniacz UDT, c) radiometr EG&G, d) rejestrator analogowy, e) fotodioda radiometru EG&G

He-Ne laser o długości fali 632,8 nm zastabilizowano na ławie optycznej. Na wyjściu wiązka laserowa została podzielona na dwie przy pomocy układu optycznego. Dla rejestracji fluktuacji wiązki na końcu ławy optycznej ustawiono dwa odbiorniki. Pierwszym był pozytywny detektor SC-10 UDT wraz z monitorem 30 A, a drugim radiometr typu 450 wraz z detektorem typu 550 firmy EG&G (rys. 13). Ciągły zapis sygnałów wiązki laserowej wpadającej do obydwu odbiorników zapisywano przy pomocy wielokanałowego rejestratora elektromechanicznego. Detektor SC-10 rejestrował odchylenia wiązki geodezyjnej w płaszczyźnie poziomej, natomiast radiometr 450 rejestrował fluktuacje natężenia światła laserowego wiązki fizycznej. Z rejestracji wiązki fizycznej można było później obliczyć stałą strukturalną w oparciu o przekształcony wzór (3.9) podany w podrozdziale 3.2.1, tj.:

$$G_N^2 = \frac{\sigma_J^2}{1,24 \cdot k^{7/6} \cdot L^{11/6}} \quad (4.1)$$

gdzie:

$$\sigma_J^2 = 4\sigma_A^2 = \ln \frac{\langle J^2 \rangle}{\langle J \rangle^2}$$

$\frac{\langle J^2 \rangle}{\langle J \rangle^2}$ - znormalizowany drugi moment fluktuacji natężenia światła laserowego

$k = \frac{2\pi}{\lambda}$ - liczba falowa

λ - długość fali laserowej

L - długość propagowanej wiązki

5. STATYSTYCZNO-KORELACYJNE OSZACOWANIE WYNIKÓW POMIARÓW TESTOWYCH

5.1. Kwalifikacja danych

Statystyczna obróbka sygnałów, gdy zakłada się, że są procesami przypadkowymi, stwarza wiele problemów. Aby uniknąć ciągłych dyskusji założeń stawianych przy analizie sygnałów przypadkowych zakłada się co następuje: wszystkie funkcje przypadkowe są stacjonarne i ergodyczne, jeżeli wyraźnie nie podano innych założeń. Określenie stacjonarności i ergodyczności procesów przypadkowych zostało omówione w dodatku A do pracy.

Pomiary sygnałów niestacjonarnych stanowią odrębne zagadnienie i jak dotychczas nie istnieje ogólna metoda analizy sygnałów niestacjonarnych.

Dane doświadczalne otrzymane w przeprowadzonych badaniach zostały przedstawione w postaci zapisu czasowego. Zapis czasowy jest to sygnał wyjściowy przyrządu pomiarowego (detektora) zapisany przy pomocy rejestratora analogowego.

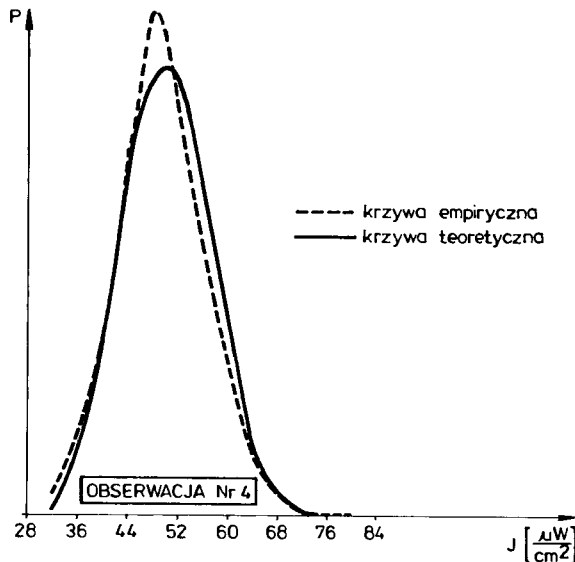
Na rysunkach 14 - 17 przedstawiono przykłady zarejestrowanych jednocześnie odchylen wiązki laserowej w płaszczyźnie poziomej i fluktuacji jej natężenia. Na całkowitą ilość pomiarów testowych składało się 6 niezależnych eksperymentów w różnych warunkach atmosferycznych, tj. zarówno dla przypadku naturalnej, jak i stymulowanej (przy pomocy termicznej dmuchawy) turbulencji powietrza.

Zgodnie z terminologią przyjętą w matematyce czas trwania testu badawczego jest tu zmienną niezależną, natomiast wielkość odchylenia wiązki lub natężenia światła jest zmienną zależną. W omawianych w pracy zagadnieniach występuje też jako zmienna niezależna częstotliwość zmian położenia wiązki oraz fluktuacji natężenia. Prezentowane funkcje mogą być więc interpretowane jako opis procesów przyporządkowujących każdej wartości zmiennej niezależnej dokładnie jedną wartość zmiennej zależnej. Na analizowane w pracy przebiegi czasowe nałożone były dwa ograniczenia:

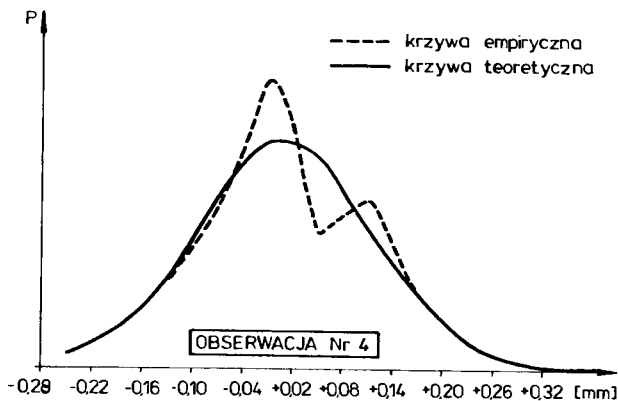
1. Czas rejestracji zespołu danych (rekordu danych) był ograniczony do 1-ej minuty zgodnie z założeniem podanym we wstępie pracy, gdyż po tym okresie oddziałuje refrakcja systematyczna, która w prezentowanej pracy nie była przedmiotem badań.
2. Dyskretyzacja sygnałów została przeprowadzona w wybranych chwilach czasowych, tj. dokonano ich próbkowania o 0,1 lub 0,2 sek (szczegóły w podrozdziale 5.3.1).

Przed przystąpieniem do zasadniczej analizy statystycznej zweryfikowano rodzaj rozkładu i stacjonarność zarejestrowanych sygnałów. Na rysunkach 18 - 21 przedstawiono przykłady rozkładów wartości sygnałów wchodzących w skład realizowanych eksperymentów. Otrzymane wyniki testowe nie zawsze wskazują na gaussowski charakter rozkładu, co wynika z zakłóceń towarzyszących podczas zbierania danych (rys. 19 i 20). Kształt tych krzywych

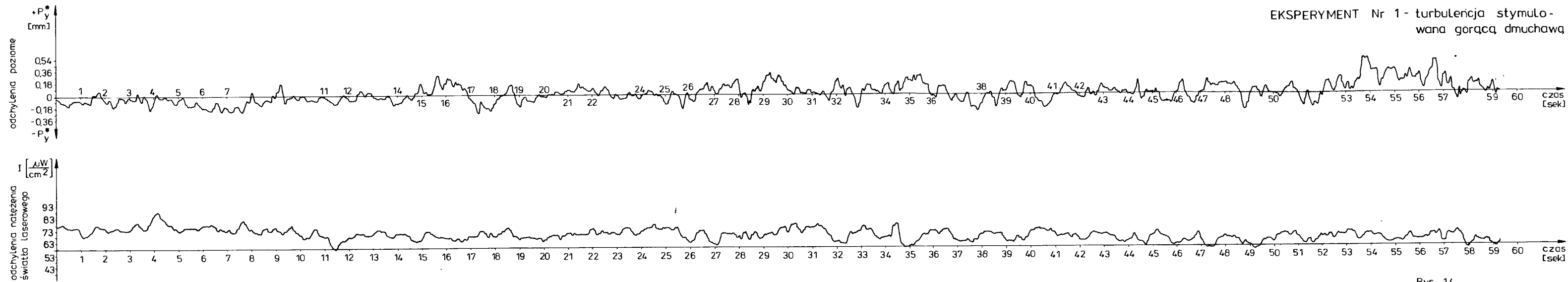
jest typowym obrazem rozkładu prawdopodobieństwa zmiennej sinusoidalnej z szumem losowym. Gdyby usunąć z tych sygnałów składową okresową, to okazałoby się, że gęstość rozkładu prawdopodobieństwa szumu losowego jest normalna. W prezentowanej pracy nie zajmowano się szczegółową analizą otrzymanych rozkładów empirycznych, zakładając, że i tak na mocy centralnego twierdzenia granicznego każdy rozkład empiryczny dąży do rozkładu normalnego, gdy liczebność (lub czas trwania procesu) dąży do nieskończoności.



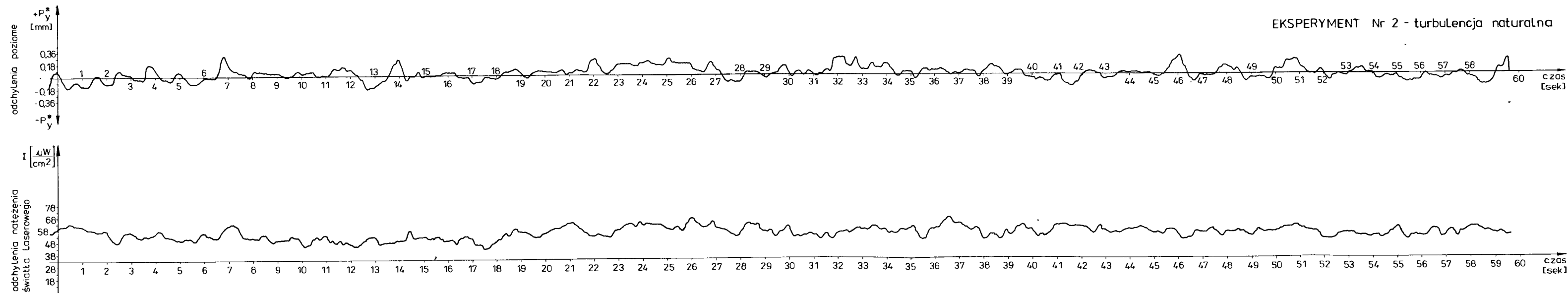
Rys.18. Rozkład empiryczny i teoretyczny fluktuacji natężenia wiązki laserowej



Rys.19. Rozkład empiryczny i teoretyczny odchyłeń wiązki laserowej w płaszczyźnie poziomej

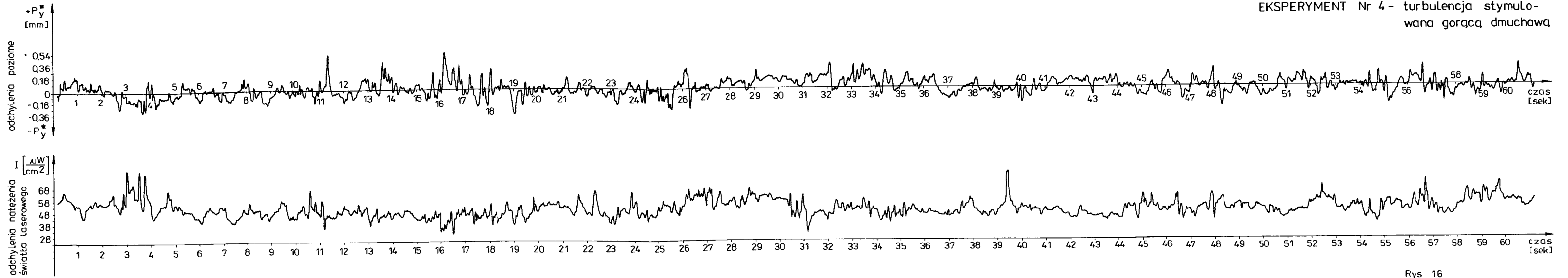


Rys 14.



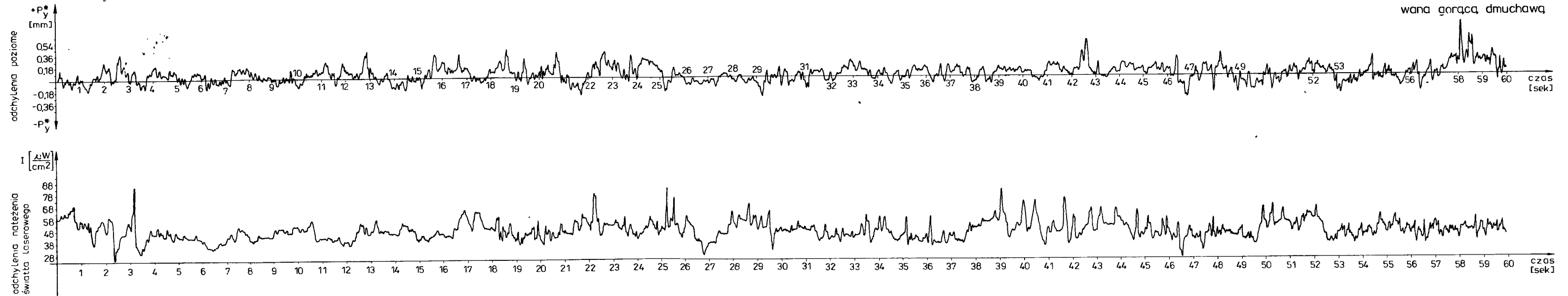
Rys. 15

EKSPERYMENT Nr 4 - turbulencja stymulowana gorącą dmuchawą

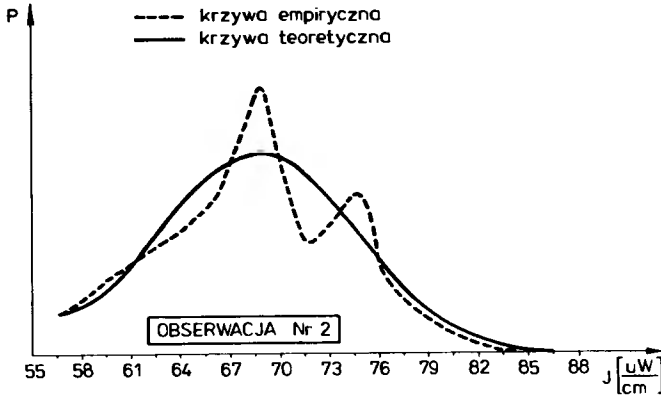


Rys 16

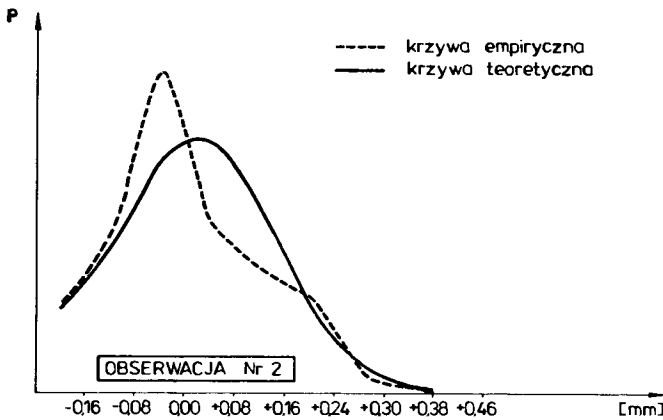
EKSPERYMENT Nr 5 - turbulencja stymulowana gorącą dmuchawą



Rys. 17.



Rys.20. Rozkład empiryczny i teoretyczny fluktuacji natężenia wiązki laserowej

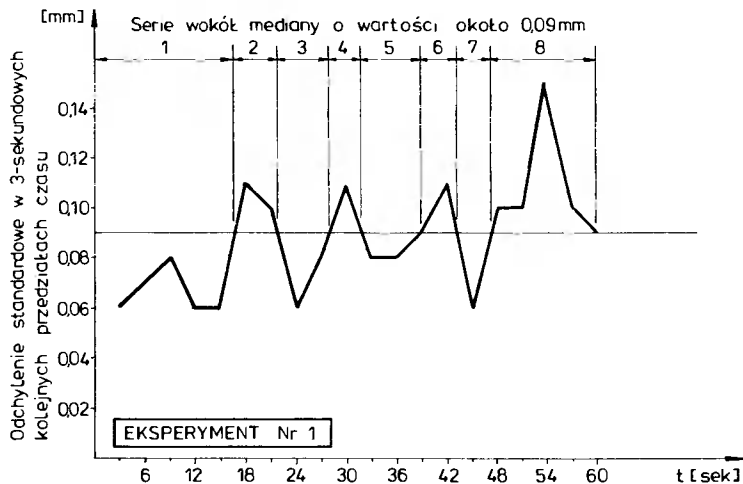


Rys.21. Rozkład empiryczny i teoretyczny odchyień wiązki laserowej w płaszczyźnie poziomej

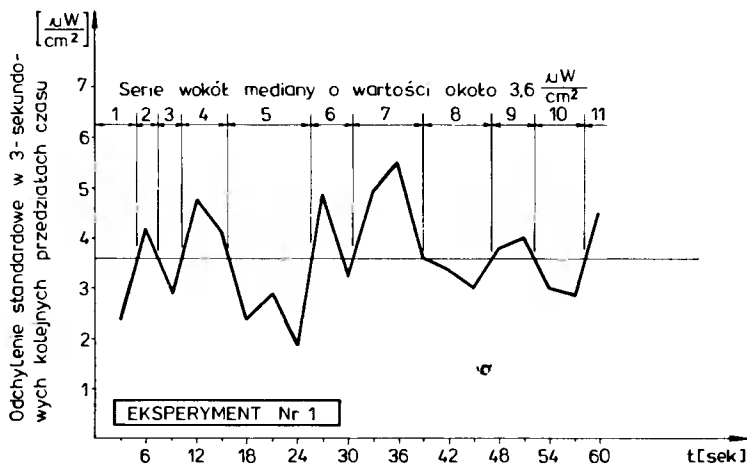
Natomiast, aby przystąpić do opisu sygnału w dziedzinie częstotliwości niezmiernie ważna jest jego stacjonarność, gdyż metody analizy sygnału niestacjonarnego są bardzo skomplikowane. Najprostszym testem stacjonarności będzie tutaj test zgodności oparty na teorii serii, który można przeprowadzić w następujący sposób:

Zakładając hipotetycznie, że w ciągu próbek wartości odchyień standardowych s_1, s_2, \dots, s_n każda z nich jest niezależna i stanowi realizację zmiennej losowej o wartości odchylenia ξ , to - jeżeli hipoteza ta jest prawdziwa - zmiany w ciągu wartości próbek będą miały charakter losowy i nie wykażą trendu. Dlatego liczba serii w ciągu w odniesieniu do mediany powinna być taka, jak dla ciągu niezależnych obserwacji losowych zmiennej losowej. Jeżeli liczba serii znacznie różni się od oczekiwanej, wtedy hipoteza o stacjonarności powinna być odrzucona, w przeciwnym zaś przypadku

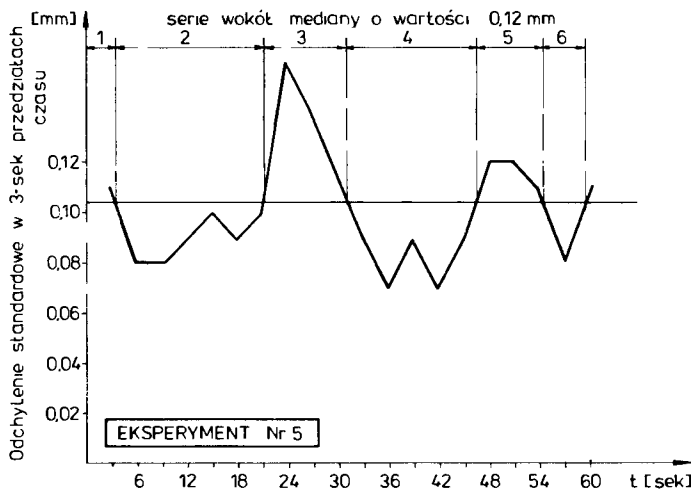
powinna być przyjęta. Oczekiwaną liczbę serii przy przyjętym poziomie istotności można znaleźć w każdych tablicach statystycznych. Ilustracją zastosowanego testu opartego na teorii serii w prezentowanej pracy mogą być rysunki 22 - 25.



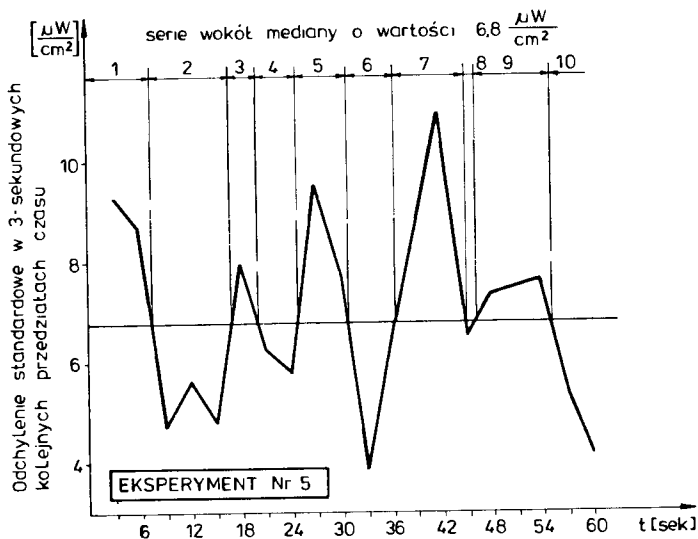
Rys.22. Test stacjonarności odchyień wiązki laserowej w płaszczyźnie poziomej



Rys.23. Test stacjonarności fluktuacji natężenia światła wiązki laserowej



Rys.24. Test stacjonarności odchylen wiązkii laserowej w płaszczyźnie poziomej



Rys.25. Test stacjonarności fluktuacji natężenia światła wiązki laserowej

Rozważając przykładowo wyniki testu przedstawione na rysunku 22 można wyjaśnić sposób przeprowadzania weryfikacji hipotezy o stacjonarności otrzymanych obserwacji czasowych. W rozpatrywanym przypadku przebieg otrzymanego sygnału podzielono na 20 odcinków o jednakowym czasie trwania (3 sekundy każdy) i obliczono odchylenia standardowe dla każdego odcinka. Należy zauważyć, że mediana jest w przybliżeniu równa 0,09. Przyjmijmy teraz hipotezę, że proces jest w przybliżeniu stacjonarny. Z tablicy A6 umiesz-

czonej w pracy [50] wynika, że hipotezę tę można przyjąć przy poziomie istotności $\alpha = 0,05$, jeżeli liczba serii zaobserwowanych w ciągu odchyłek standardowych względem mediany wyniesie najmniej 6, ale nie więcej niż 15. Z rysunku 22 wynika, że w ciągu występuje 8 serii. Tak więc przy 5-procentowym poziomie istotności omawiany proces powinien być rozpatrywany jako stacjonarny. Hipoteza o stacjonarności w przeprowadzonych badaniach potwierdziła się we wszystkich doświadczeniach.

5.2. O statystycznej analizie odchyłek turbulentnych

Badane w pracy odchylenia poziome wiązki laserowej p_y dla lepszego zrozumienia prezentowanych w tym podrozdziale wzorów oznaczono jako $x'(t)$, natomiast fluktuacje natężenia światła laserowego I jako $y'(t)$. Turbulentne odchylenia $x'(t)$ i $y'(t)$ są rozumiane jako odchylenia chwilowych wartości $x(t)$ i $y(t)$ od średnich czasowych \bar{x} - \bar{y} w przedziale odniesienia

$$x'(t) = x(t) - \bar{x} \quad (5.1)$$

gdzie

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad (5.2)$$

oraz

$$y'(t) = y(t) - \bar{y} \quad (5.3)$$

gdzie

$$\bar{y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i \quad (5.4)$$

Chwilowe wartości sygnału czasowego $x(t)$ i $y(t)$ występując jako wartości dyskretne rejestrowanych danych pozwalają jedynie oszacowywać funkcje statystyczne opisujące właściwości danego procesu. Przy czym funkcje te można podzielić na dwie grupy: jedna z nich opisuje wartości zmiennych wielkości, druga grupa funkcji określa prędkość zmian tych wielkości.

Wielkościami charakteryzującymi wartości zmiennych są:

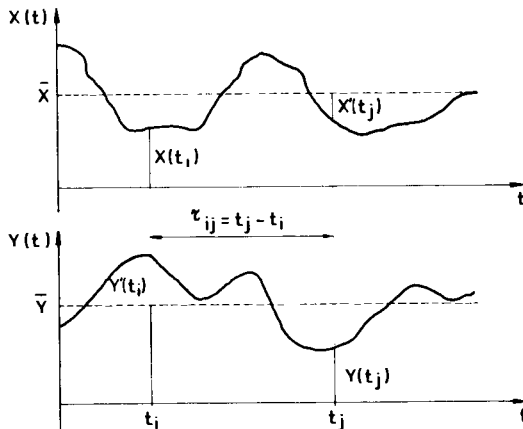
- a) wartość średnia lub oczekiwana i wariancja,
- b) wartość średniokwadratowa,
- c) funkcja gęstości prawdopodobieństwa.

Wielkościami charakteryzującymi zmienność sygnałów są:

- d) funkcja autokorelacji,
- e) funkcja gęstości widmowej.

Wielkości wymienione od a) do d) charakteryzują sygnały w dziedzinie czasu, natomiast gęstość widmowa charakteryzuje sygnały w dziedzinie częstotliwości (dodatek A).

Dla obliczenia funkcji widmowych założono w pracy, że badane sygnały są stacjonarnymi procesami stochastycznymi. Po przyjęciu tej hipotezy autokorelacja C_{xx} szeregu czasowego $x(t)$ lub korelacja wzajemna C_{xy} pomiędzy szeregami czasowymi $x(t)$ i $y(t)$ jest zależna od czasowego przesunięcia τ (rys. 26).



Rys.26. Funkcja autokorelacji i korelacji wzajemnej

Poniżej podane zostały wzory oszacowania dla szeregu czasowego występującego w postaci wartości dyskretnych, przy czym nie podano wyprowadzenia wzorów, gdyż na ten temat jest bardzo bogata przedmiotowo literatura (np. [47, 50]).

Oszacowanie funkcji autokorelacji i korelacji wzajemnej otrzymuje się

z:

$$C'_{xx} = \frac{1}{n-j} \sum_{i=1}^{n-j} x'_i \cdot x'_{i+j} \quad j = 0, 1, 2, \dots, m \quad (5.5)$$

oraz

$$C'_{xy} = \frac{1}{n-j} \sum_{i=1}^{n-j} x'_i \cdot y'_{i+j} \quad j = 0, 1, 2, \dots, m \quad (5.6)$$

gdzie:

- $\tau = j \cdot \Delta t$ - przesunięcie czasowe
- Δt - odległość czasowa wartości pomiarowych x'_i, y'_i równoodległych
- n - ilość równoodległych wartości pomiarowych x'_i, y'_i
- m - ilość wartości funkcji korelacji

Funkcja gęstości widmowej $P_{xx}(\omega)$ (widmo mocy, widmo energetyczne) jest ekwiwalentnym do funkcji autokorelacji przedstawieniem jej w dziedzinie częstotliwości ω . Widmo mocy uzyskuje się z transformacji funkcji autokorelacji, a jego oszacowanie otrzymuje się z wzoru:

$$P_{XX}(\omega) = \frac{1}{m} \sum_{j=-m}^m C_{XX}(j) \cdot \cos(\omega j \Delta t) \quad (5.7)$$

gdzie:

C_{XX} - funkcja autokorelacji wg wzoru (5.5)

Natomiast widmo korelacji wzajemnej jest funkcją zespoloną, której wartość, tzw. koherencja, jest określana z części rzeczywistej $Co_{rZ}(\omega)$ i części urojonej $Co_u(\omega)$:

$$Co_{xy}^2(\omega) = [Co_{rZ_{xy}}(\omega)]^2 + [Co_{u_{xy}}(\omega)]^2 \quad (5.8)$$

gdzie:

$$Co_{rZ_{xy}}(\omega) = \frac{1}{m} \sum_{k=-m}^m C_{xy}^{rZ}(k) \cdot \cos(\omega \cdot k \cdot t) \quad \text{składowa liniowa}$$

$$Co_{xy}^u(\omega) = \frac{1}{m} \sum_{k=-m}^m C_{xy}^u(k) \cdot \sin(\omega \cdot k \cdot t) \quad \text{składowa nieliniowa}$$

Stosując funkcję koherencji do zagadnień fizycznych korzystnie jest wprowadzać do rozważań tzw. koherencję unormowaną w postaci wzoru:

$$\text{koherencja normalna } Co_{xy}^2(\omega) = \frac{Co_{xy}^2(\omega)}{P_{xy}(\omega) \cdot P_{xy}(\omega)} \quad (5.9)$$

gdzie:

$$0 < \text{koherencja normalna } Co_{xy}^2(\omega) < 1$$

Normalna koherencja podaje podobieństwo dwóch procesów na częstotliwości ω , przedstawia więc tym samym uogólniony współczynnik korelacji. W niniejszej pracy za pomocą widma koherencji zbadano, czy poziome odchyłki wiązki laserowej oraz odchyłki natężenia światła laserowego są skorelowane jako funkcja częstotliwości.

5.3. Widmowa wartość oszacowania empirycznych funkcji czasowych

Dla widma empirycznej funkcji czasowej można obliczyć tylko wartość szacunkową z różnego rodzaju powodów:

- szereg czasowy występuje tylko w wartościach dyskretnych o kroku analizy Δt (podrozdział 5.3.1),
- wartość oszacowania $C'_{XX}(\tau)$ względnie $C'_{xy}(\tau)$ znana jest tylko dla wartości $\tau \leq \tau_{\max}$, przy czym τ_{\max} wynosi około 10 % okresu rejestracji (podrozdział 5.3.2),
- wartość oszacowania $C'_{XX}(\tau)$ względnie $C'_{xy}(\tau)$ obliczana jest tylko z jednego, skończonego długiego szeregu pomiarowego (podrozdziały 5.3.3 i 5.3.4).

5.3.1. Dyskretna rejestracja danych

Najbardziej istotnym ograniczeniem przy dyskretnej rejestracji danych jest powstająca wieloznaczność częstotliwości, zwana również efektem Aliasa. Aby jednoznacznie móc uchwycić drganie, poza punktem początkowym w pełnym okresie 2π muszą leżeć przynajmniej dwa kolejne punkty rejestracji. Tak maksymalnie rozwiązywana częstotliwość ω_N nazywa się częstotliwością Nyquista i jest zależna od kroku analizy Δt .

$$\omega_N = \frac{1}{2 \cdot \Delta t} \quad (5.10)$$

W ten sposób należy wyprowadzić krok analizy Δt w zależności od fizycznie oczekiwanej częstotliwości, lub też z granicznej zdolności rozdzielczej rejestrującego układu. „Skończona” długość rejestracji T_0 i „skończenie wąski” krok analizy Δt powodują, że empiryczna funkcja autokorelacji $C'_{xx}(\tau)$ obliczona na podstawie (5.5) względnie $C'_{xy}(\tau)$ obliczona z (5.6) znana jest tylko w dyskretnych punktach $\tau = j \cdot \Delta t$.

W związku z tym można zastosować jedynie transformację sumy Fouriera, co z kolei powoduje, że widmo energetyczne może być obliczone z określonej ilości pasm częstotliwościowych tej samej szerokości w punktach:

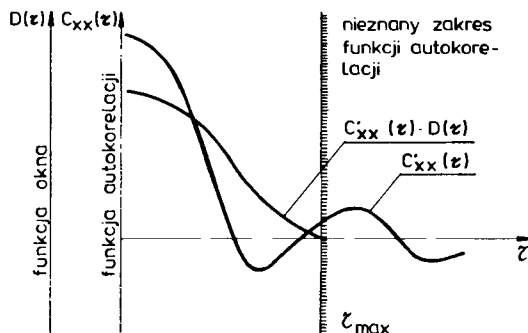
$$\omega_j = \frac{j}{m} \cdot \omega_N, \quad j = 0, 1, 2, \dots, m \quad (5.11)$$

5.3.2. „Skończony” przedział czasowy

Funkcja autokorelacji $C'_{xx}(\tau)$ względnie $C'_{xy}(\tau)$ jest obliczana jedynie w „przedziale przesunięcia” $0 \leq \tau \leq \tau_{\max} \ll T_0$. Całka Fouriera wymaga jednak granic całkowania $\pm\infty$. Dlatego też funkcja autokorelacji jest mnożona przez funkcję $D(\tau)$ określoną w przedziale pomiarowym τ_{\max} .

$$C_{xx}(\tau) = D(\tau) \cdot C'_{xx}(\tau) \quad (5.12)$$

$D(\tau)$ określa się jako okno τ , gdyż funkcja okna, jak przysłona lub jak okno, pozwala na obserwacje jedynie wycinka $C'(\tau)$. Empiryczna funkcja autokorelacji jest dana jedynie dla τ_{\max} (rys. 27).



Rys.27. Funkcja okna $D(\tau)$

Zastosowanie funkcji okna rozszerza zakres definicji.

W geofizycznych oszacowaniach szeregów czasowych stosowana jest często funkcja okna wg Hann'a [47]:

$$D_H(z) = \begin{cases} 0 & \text{dla } z > z_{\max} \\ \frac{1}{2} \left(1 + \cos \frac{\pi \cdot z}{z_{\max}} \right) & \text{dla } z \leq z_{\max} \end{cases} \quad (5.13)$$

Zastosowanie funkcji okna ma niepożądany, jednak nie dający się uniknąć efekt uboczny. Wartości widmowe zostają „zamazane” w szerokości pasma $\Delta \omega$, to znaczy wartości szacunkowe $\bar{P}_{xx}(\omega)$ są wartościami średnimi z małego przedziału rzeczywistej gęstości mocy $\bar{P}_{xx}(\omega)$, poza tym przy zastosowaniu funkcji okna uwzględnione są w obrazie średniej gęstości mocy obce częstotliwości, jednak z nieznacznym wpływem.

Szerokość pasma widmowego „okna” W została według Jenkins'a i Watta [24] zdefiniowana w 1968, jak niżej:

$$\Delta \omega_W = \frac{1}{F_W} \quad (5.14)$$

$$F_W = \int_{-}^{+} D_W(z)^2 dz \quad (5.15)$$

Jeżeli wstawimy w (5.15) okno Hann'a, tzn. wzór (5.13), wówczas otrzymamy $F_H = 0,75 \cdot z_{\max}$, względnie szerokość pasma

$$\Delta \omega_H = \frac{1}{0,75 \cdot z_{\max}} = \frac{1,33}{z_{\max}} \quad (5.16)$$

Tak więc widmowe rozwiązanie szerokości pasma widmowego „okna” jest tym samym zależne od z_{\max} i zastosowanej funkcji okna.

5.3.3. Przedział ufności dla widmowej wartości oszacowania $P_{xx}(\omega)$ empirycznej funkcji czasowej

W podrozdziale tym sformułowany zostanie przedział ufności, w którym z określonym prawdopodobieństwem leży widmo rzeczywiste. Otóż szacunkowe wartości próby losowej $P_{xx}(\omega)$ stosują się do rozkładu χ^2 , gdyż widmo gęstości mocy odpowiada sumie kwadratów o wielkościach rozkładu normalnego (co zostało zweryfikowane w podrozdziale 5.1). Analogicznie do przedziału ufności dla empirycznego odchylenia standardowego można dlatego zapisać [47]:

$$P \left(\frac{M}{\chi_{M, \alpha/2}^2} \cdot \bar{P}_{xx}(\omega) \leq P_{xx}(\omega) \leq \frac{M}{\chi_{M, 1-\alpha/2}^2} \cdot \bar{P}_{xx}(\omega) \right) = 1 - \alpha \quad (5.17)$$

We wzorze (5.17) M oznacza stopień swobody, który ogólnie jest dany według następującej zależności:

$$M = \frac{2 \cdot T_0}{F_W} \quad (5.18)$$

Stopień swobody wygładzonego widma częstotliwościowego jest tym samym zależny od okresu pomiarowego i funkcji okna. Stosując wzory (5.11) i (5.13) stopień swobody wyniesie

$$M_H = 2,667 \cdot \frac{T_0}{\tau_{\max}} \quad (5.19)$$

Poglądowe objaśnienie dla M jest następujące: szerokość pasma $\Delta \cdot \omega_H$ (5.16) zawiera dokładnie M_H elementarnych pasm częstotliwości $\Delta \cdot \omega_0$ [5]

$$\Delta \cdot \omega_0 \approx \frac{1}{2 \left(T_0 - \frac{1}{3} \tau_{\max} \right)} \quad (5.20)$$

Oznacza to, że im większe jest M_H , tym węższy jest przedział ufności, a tym samym mniejsza staje się widmowa zdolność rozdzielcza.

5.3.4. Przedział ufności wartości oszacowania normalnej koherencji empirycznych funkcji czasowych

Kolejną widmową wartością szacunkową, która była zastosowana w opracowaniu wyników badań, była normalna koherencja według (5.9), która dla obliczenia przedziału ufności jest traktowana jako normalny współczynnik korelacji, przy czym należy uwzględnić, że wszystkie dane stanowią przybliżenia, gdyż rzeczywiste widmo jest w każdym przypadku nieznane.

Jeżeli zastosujemy dla $Co_{xy}^2(\omega)$ transformację „Z” według Fischer'a, wówczas otrzymamy zależność [47]

$$z_{xy}(\omega) = \arctan Co_{xy}(\omega) = \frac{1}{2} \ln \frac{1 + Co_{xy}(\omega)}{1 - Co_{xy}(\omega)} \quad (5.21)$$

Funkcja $z_{xy}(\omega)$ ma następującą wariancję

$$\sigma_{z_{xy}}^2 \approx \frac{1}{M-2} \left(1 - 0,004 \cdot 1,6 Co_{xy}^2(\omega) + 0,22 \right)^2 \quad (5.22)$$

gdzie:

M - stopień swobody obliczony według (5.18)

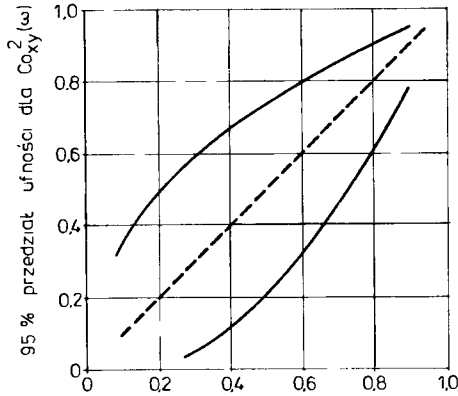
Według Enochsona i Goodmana z 1965 r. [47] transformowana zmienna losowa $z_{xy}(\omega)$ ma w przybliżeniu rozkład normalny. Wówczas przedział ufności dla wartości rzeczywistej $\bar{z}_{xy}(\omega)$ wynosi

$$P \left(z_{xy}(\omega) - \lambda \alpha/2 \cdot \sigma_{z_{xy}} < \bar{z}_{xy}(\omega) < z_{xy}(\omega) + \lambda \alpha/2 \cdot \sigma_{z_{xy}} \right) = 1 - \alpha \quad (5.23)$$

gdzie:

$\lambda \alpha/2$ - kwantyl znormalizowanego rozkładu normalnego

Wyżej zdefiniowany przedział ufności dla normalnej koherencji [4] można zaczerpnąć z wykresu przedstawionego na rysunku 28.



Rys.28. 95 % przedział ufności dla normalnej koherencji

5.4. Wyniki pomiarów

W tabeli 6 zaprezentowano wyniki przeprowadzonych eksperymentów. Podane zostały zaobserwowane i przewidywane standardowe odchylenia fluktujującej wiązki laserowej w płaszczyźnie poziomej w przedziałach narastających od 0 do 60 sekund oraz w przedziałach 3 sekundowych. W tabeli tej umieszczono też wielkości obliczonych współczynników strukturalnych refrakcji C_N . Wartości odchyżeń w przedziałach 3 sekundowych obliczono na podstawie 15 lub 30 dyskretnych wielkości odczytanych z zarejestrowanych wykresów w zależności od charakteru sygnału (przy większej częstotliwości zmian sygnału odczytywano 30 danych). Natomiast w przedziałach narastających ilość danych odpowiednio wzrastała, by w najdłuższym przedziale 0-60 osiągnąć liczbę 600.

Występujące różnice pomiędzy odchyleniami obserwowanymi a przewidywanymi sprawdzono testem kolejności par Wilcoxona (testem rangowym). Test ten wykazał, że z 5 % prawdopodobieństwem popełnienia błędu można przyjąć hipotezę o nie występowaniu istotnych różnic pomiędzy odchyleniami obserwowanymi i przewidywanymi we wszystkich eksperymentach. Przykładem takiego testu jest tabela 7, w której przedstawiono wyniki obliczeń dla eksperymentu nr 4.

Na podstawie wartości zestawionych w tabeli 6 można zauważyć, że najlepsze rezultaty badań uzyskano w eksperymentach nr 2 i nr 6, tj. w przypadku naturalnej, niestymulowanej turbulencji, gdzie praktycznie już po 12 sekundach nie występują różnice między odchyleniami większe niż 0,01 mm.

Nr ekspe- rimentu		Przedziały czasowe eksperymentu w sekundach																	OchYLENIA standardowe P _{xy} - obser- wowane P _{xy} - przewi- dywane		Rodzaj turbulencji	
		0 + 3	3 + 6	6 + 9	9 + 12	12 + 15	15 + 18	18 + 21	21 + 24	24 + 27	27 + 30	30 + 33	33 + 36	36 + 39	39 + 42	42 + 45	45 + 48	48 + 51				51 + 54
1	0,06	0,07	0,08	0,06	0,06	0,11	0,10	0,06	0,08	0,12	0,08	0,08	0,09	0,12	0,06	0,10	0,10	0,15	0,10	0,09	* Py	mm
	0,03	0,05	0,04	0,07	0,06	0,04	0,04	0,03	0,07	0,05	0,07	0,08	0,06	0,08	0,07	0,08	0,08	0,08	0,08	0,08	Py	mm
	7,05 E-8	1,1 E-7	8,4 E-8	1,5 E-7	1,3 E-7	7,9 E-7	9,1 E-8	5,9 E-8	1,5 E-7	9,9 E-8	1,5 E-7	1,8 E-7	1,2 E-7	1,1 E-7	1,0 E-7	1,3 E-7	1,4 E-7	1,0 E-7	9,8 E-8	1,6 E-7	1,6 E-7	CN
5	0,11	0,08	0,08	0,09	0,11	0,10	0,10	0,15	0,09	0,16	0,09	0,06	0,09	0,07	0,09	0,12	0,12	0,11	0,08	0,14	* Py	mm
	0,17	0,21	0,12	0,12	0,11	0,17	0,14	0,21	0,16	0,21	0,16	0,15	0,18	0,22	0,14	0,18	0,16	0,16	0,12	0,09	Py	mm
	3,8 E-7	4,2 E-7	2,5 E-7	2,2 E-7	3,4 E-7	3,0 E-7	3,0 E-7	2,2 E-7	4,2 E-7	3,3 E-7	1,8 E-7	3,1 E-7	3,8 E-7	4,5 E-7	2,8 E-7	3,7 E-7	3,3 E-7	3,4 E-7	2,5 E-7	1,9 E-7	CN	m ^{-1/3}
3	0,08	0,06	0,08	0,08	0,07	0,07	0,07	0,06	0,05	0,08	0,04	0,09	0,06	0,05	0,05	0,12	0,07	0,09	0,05	0,10	* Py	mm
	0,07	0,06	0,05	0,03	0,05	0,04	0,06	0,07	0,03	0,04	0,02	0,05	0,07	0,03	0,05	0,04	0,06	0,10	0,05	0,04	Py	mm
	1,4 E-7	1,3 E-7	1,1 E-7	6,1 E-8	1,1 E-7	7,6 E-8	1,2 E-7	1,5 E-7	7,1 E-8	8,0 E-8	4,5 E-8	9,3 E-8	1,4 E-7	6,8 E-8	1,0 E-7	8,4 E-8	1,2 E-7	2,1 E-7	9,5 E-8	8,0 E-8	CN	m ^{-1/3}
4	0,10	0,10	0,07	0,10	0,02	0,15	0,09	0,08	0,12	0,06	0,07	0,10	0,09	0,07	0,07	0,11	0,08	0,07	0,10	0,09	* Py	mm
	0,13	0,19	0,08	0,11	0,06	0,13	0,12	0,13	0,14	0,08	0,14	0,08	0,08	0,12	0,10	0,11	0,09	0,10	0,13	0,13	Py	mm
	2,6 E-7	3,9 E-7	1,7 E-7	2,3 E-7	1,2 E-7	2,7 E-7	2,5 E-7	2,7 E-7	2,9 E-7	1,6 E-7	2,9 E-7	1,6 E-7	1,6 E-7	2,6 E-7	2,1 E-7	2,2 E-7	1,9 E-7	2,2 E-7	2,7 E-7	2,6 E-7	CN	m ^{-1/3}
2	0,08	0,08	0,08	0,08	0,06	0,04	0,07	0,06	0,05	0,08	0,04	0,09	0,06	0,05	0,05	0,12	0,07	0,09	0,08	0,08	* Py	mm
	0,07	0,07	0,05	0,03	0,05	0,04	0,06	0,07	0,04	0,04	0,02	0,06	0,07	0,04	0,05	0,04	0,06	0,10	0,08	0,08	Py	mm
	1,4 E-7	1,3 E-7	1,1 E-7	5,4 E-8	1,1 E-7	7,6 E-8	1,2 E-7	1,5 E-7	7,1 E-8	8,0 E-8	4,5 E-8	1,1 E-7	1,3 E-7	8,2 E-8	1,0 E-7	8,4 E-8	1,2 E-7	2,1 E-7	1,6 E-7	1,5 E-7	CN	m ^{-1/3}
6	0,07	0,06	0,05	0,07	0,05	0,06	0,03	0,05	0,05	0,03	0,05	0,04	0,04	0,04	0,07	0,05	0,05	0,06	0,04	0,04	* Py	mm
	0,06	0,02	0,03	0,07	0,05	0,05	0,07	0,05	0,03	0,04	0,01	0,03	0,03	0,03	0,07	0,05	0,05	0,06	0,04	0,04	Py	mm
	1,1 E-7	4,5 E-8	0,8 E-8	1,3 E-7	9,5 E-8	9,5 E-8	1,4 E-7	8,6 E-8	6,2 E-8	7,4 E-8	2,5 E-8	6,4 E-8	6,4 E-8	6,6 E-8	1,3 E-7	5,1 E-8	7,6 E-8	7,1 E-8	1,1 E-7	1,1 E-7	CN	m ^{-1/3}

np. $3,5 \cdot 10^{-7} = 3,5 \cdot 10^{-7}$

cd. tabeli 6

Nr ekspe- rymentu		Odchylenia standardowe zaobserwowane i przewidywane podczas laserowego tyczenia prostej odniesienia																				Odchylenia standardowe			Rodzaj turbulencji
		Przedziały czasowe eksperymentu w sekundach																				Py	Py	Py	
		0 + 6	0 + 9	0 + 12	0 + 15	0 + 18	0 + 21	0 + 24	0 + 27	0 + 30	0 + 33	0 + 36	0 + 39	0 + 42	0 + 45	0 + 48	0 + 51	0 + 54	0 + 57	0 + 60					
1	0,06 0,08 1,1 E-7	0,07 0,06 1,0 E-7	0,07 0,04 1,8 E-7	0,07 0,07 1,6 E-7	0,10 0,06 1,6 E-7	0,10 0,04 1,8 E-7	0,10 0,04 1,5 E-7	0,10 0,07 1,5 E-7	0,10 0,09 1,5 E-7	0,11 0,09 1,5 E-7	0,11 0,09 1,5 E-7	0,11 0,08 1,5 E-7	0,11 0,08 1,5 E-7	0,11 0,08 1,6 E-7	0,11 0,08 1,6 E-7	0,11 0,08 1,6 E-7	0,11 0,08 1,6 E-7	0,12 0,08 1,6 E-7	0,12 0,08 1,8 E-7	Py Py CN m ^{-1/3}	mm mm m ^{-1/3}				
5	0,10 4,4 E-7	0,09 4,3 E-7	0,09 4,0 E-7	0,10 3,7 E-7	0,10 3,7 E-7	0,10 3,6 E-7	0,10 3,5 E-7	0,13 3,6 E-7	0,11 3,5 E-7	0,11 3,5 E-7	0,11 3,5 E-7	0,17 3,5 E-7	0,17 3,5 E-7	0,17 3,5 E-7	0,17 3,6 E-7	0,17 3,6 E-7	0,17 3,6 E-7	0,17 3,6 E-7	0,11 3,6 E-7	0,11 3,5 E-7	Py Py CN m ^{-1/3}	mm mm m ^{-1/3}			
3	0,07 0,08 1,6 E-7	0,07 0,08 1,6 E-7	0,07 0,08 1,5 E-7	0,07 0,07 1,5 E-7	0,07 0,08 1,6 E-7	0,07 0,08 1,6 E-7	0,07 0,08 1,6 E-7	0,07 0,07 1,5 E-7	0,07 0,07 1,5 E-7	0,07 0,07 1,4 E-7	0,07 0,07 1,4 E-7	0,07 0,07 1,4 E-7	0,07 0,07 1,4 E-7	0,07 0,07 1,4 E-7	0,07 0,07 1,4 E-7	0,07 0,07 1,4 E-7	0,07 0,07 1,4 E-7	0,07 0,07 1,4 E-7	0,08 0,07 1,4 E-7	0,08 0,07 1,4 E-7	Py Py CN m ^{-1/3}	mm mm m ^{-1/3}			
4	0,11 0,16 3,3 E-7	0,10 0,17 3,5 E-7	0,10 0,16 3,4 E-7	0,11 0,16 3,3 E-7	0,12 0,16 3,3 E-7	0,12 0,16 3,3 E-7	0,11 0,16 3,2 E-7	0,11 0,16 3,2 E-7	0,11 0,16 3,2 E-7	0,11 0,16 3,1 E-7	0,11 0,15 3,1 E-7	0,11 0,15 3,1 E-7	0,11 0,15 3,1 E-7	0,11 0,15 3,0 E-7	0,11 0,15 3,0 E-7	0,11 0,14 2,9 E-7	0,11 0,14 2,9 E-7	0,14 0,14 2,9 E-7	0,14 0,14 2,9 E-7	Py Py CN m ^{-1/3}	mm mm m ^{-1/3}				
2	0,07 0,08 1,6 E-7	0,07 0,08 1,6 E-7	0,07 0,07 1,5 E-7	0,07 0,07 1,4 E-7	0,07 0,08 1,6 E-7	0,07 0,08 1,6 E-7	0,07 0,08 1,6 E-7	0,07 0,07 1,5 E-7	0,07 0,07 1,5 E-7	0,07 0,07 1,4 E-7	0,07 0,07 1,4 E-7	0,07 0,07 1,4 E-7	0,07 0,07 1,4 E-7	0,07 0,07 1,4 E-7	0,07 0,07 1,4 E-7	0,07 0,07 1,4 E-7	0,07 0,07 1,4 E-7	0,06 0,07 1,4 E-7	0,06 0,07 1,4 E-7	Py Py CN m ^{-1/3}	mm mm m ^{-1/3}				
6	0,07 0,06 1,2 E-7	0,06 0,05 1,1 E-7	0,08 0,07 1,4 E-7	0,08 0,08 1,7 E-7	0,07 0,08 1,7 E-7	0,07 0,08 1,7 E-7	0,07 0,08 1,6 E-7	0,07 0,08 1,6 E-7	0,07 0,08 1,6 E-7	0,07 0,08 1,6 E-7	0,07 0,08 1,6 E-7	0,07 0,08 1,6 E-7	0,07 0,08 1,6 E-7	0,07 0,08 1,5 E-7	0,07 0,08 1,5 E-7	0,07 0,07 1,4 E-7	0,07 0,07 1,4 E-7	0,07 0,07 1,4 E-7	0,07 0,07 1,4 E-7	0,07 0,07 1,5 E-7	Py Py CN m ^{-1/3}	mm mm m ^{-1/3}			

np. E-7 = 1,1 · 10⁻⁷

Tabela 7

TEST ISTOTNOŚCI RÓŻNIC DLA EKSPERYMENTU Nr 4					
	Odchylenia		Różnice	Rangi	Uwagi
	obserwowane	przewidywane			
	P_y^*	P_y	d_i	R_i	
1	2	3	4	5	6
1	0,10	0,13	-3	-8	Z tabeli XXV umieszczonej w książce B. Neyu „Metody statystyczne w geodezji” wynika, że dla $n=20$ obliczona suma rang „plusowych” przekracza wartość sumy podanej w tabeli tj $\Sigma + = 90 > 52$, co pozwala przyjąć hipotezę o nie występowaniu istotnych różnic między P_y^* i P_y
2	0,10	0,19	-9	-1	
3	0,09	0,06	+1	+16,5	
4	0,10	0,11	-1	-14	
5	0,12	0,06	+6	+20	
6	0,15	0,13	+2	+18,5	
7	0,09	0,12	-3	-8	
8	0,08	0,13	-5	-4	
9	0,12	0,14	-2	-11,5	
10	0,06	0,08	-2	-11,5	
11	0,07	0,14	-7	-2	
12	0,10	0,08	+2	+18,5	
13	0,09	0,08	+1	+16,5	
14	0,07	0,13	-6	-3	
15	0,07	0,10	-3	-8	
16	0,10	0,11	-1	-14	
17	0,08	0,09	-1	-14	
18	0,07	0,10	-3	-8	
19	0,10	0,13	-3	-8	
20	0,09	0,13	-4	-5	
Suma rang ze znakiem „-” =				-120	
Suma rang ze znakiem „+” =				+90	

Natomiast sztuczne wymuszanie turbulencji przy pomocy dmuchawy pogorszyło wyniki doświadczeń, chociaż przeprowadzenie takiej stymulacji było konieczne dla uzyskania maksymalnie niekorzystnych warunków atmosferycznych. Pozwoliło to też na zróżnicowanie wartości współczynników strukturalnych C_N , które zawarte są od $2,5 \cdot 10^{-8}$ do $4,4 \cdot 10^{-7}$, co odpowiada średniej i silnej turbulencji (podrozdział 3.1.3).

W tabeli 8 przedstawione zostały widmowe parametry obliczone ze wzorów podanych w podrozdziale 5.3. Dane te umożliwiły właściwe przetworzenie sygnałów analogowych na cyfrowe w procesie dyskretyzacji.

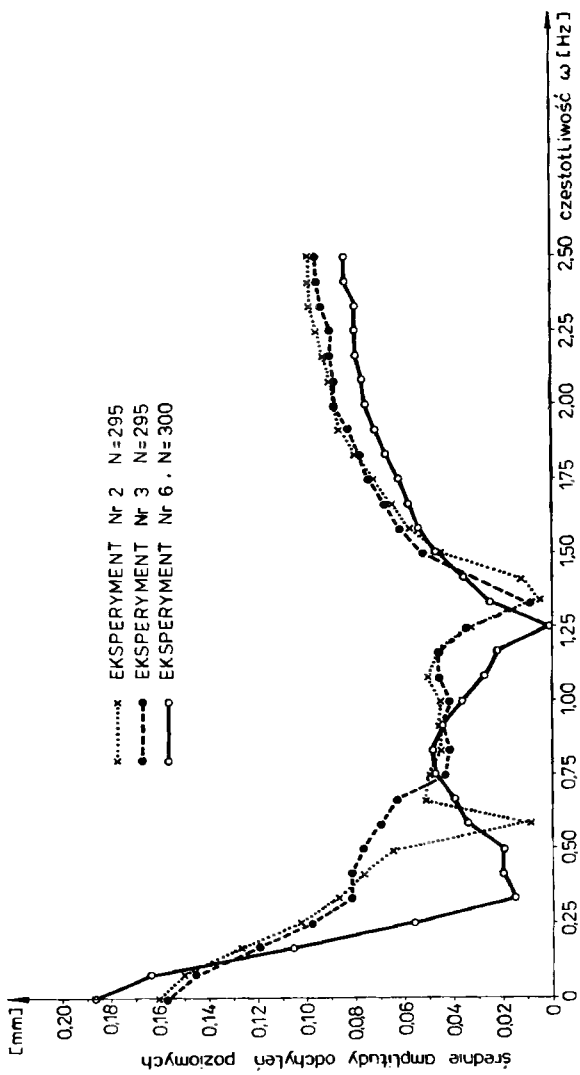
Z kolei na rysunkach 29 i 30 przedstawiono wykresy widm amplitudowych dla poziomych odchyień położenia wiązki laserowej. Przebieg i kształt otrzymanych krzywych potwierdzają poprawność wykonanych eksperymentów. W przypadku naturalnej turbulencji (tj. eksperymenty nr 2, nr 3 i nr 6) można zauważyć dwa poziomy ustabilizowania się amplitud odchyień, tj. 0,05 mm w pasmie częstotliwości od 0,75 Hz do 1 Hz, oraz 0,09 mm w pasmie od 1,5 Hz do 2,5 Hz. Natomiast dla stymulowanej turbulencji ustabilizowanie się amplitud odchyień występuje na średnim poziomie 0,09 mm dopiero powyżej 3,75 Hz.

WIDMOWE PARAMETRY OSZACOWANYCH SZEREGÓW CZASOWYCH			
Czas rejestracji		T_0 [sek]	60
Krok analizy		Δt [sek]	0,1 0,2
Wartości pomiarowe szeregu czasowego		n	600 300
Maksymalne przesunięcie czasowe		τ_{\max} [sek]	6 3
Częstotliwość Nyquista'a		ω_N [Hz]	5 2,5
Widmowa szerokość pasma		$\Delta \omega_H$ [Hz]	0,22 0,53
Stopień swobody		M_H	26,7 53,3
Elementarne pasmo częstotliwości		$\Delta \omega_0$ [Hz]	0,009 0,008
Przedział ufności widm	mocy $P_{XX}(\omega)$	$P/0,672 P_{XX}(\omega) \leq \bar{P}_{XX}(\omega) \leq 1,677 P_{XX}(\omega) = 1-0,05$	
	amplitudy $A_{XX}(\omega) = \sqrt{2 \cdot P_{XX}(\omega)}$	$P/0,820 \cdot A_{XX}(\omega) \leq \bar{A}_{XX}(\omega) \leq 1,295 A_{XX}(\omega) = 1-0,05$	
Przedział ufności dla koherencji np 0,5		$0,2 < Co_{xy}^2 < 0,73$	

Dosyć istotnym wnioskiem wypływającym z otrzymanych wykresów może być też to, że stymulowanie turbulencji przy pomocy zimnej dmuchawy (eksperyment nr 3) nie zmieniło jej charakteru i jej wpływ jest podobny do naturalnej turbulencji. Wynika to z faktu, że zasadniczy wpływ na wahania amplitud odchyłań mają fluktuacje temperatury cząstek strumienia powietrza przebiegających w poprzek promienia. Zastosowanie zimnej dmuchawy będzie jedynie zwiększać częstotliwość odchyłań, których amplitudy będą jednak dużo mniejsze niż w przypadku gorącego strumienia. Potwierdza to przebieg widm na rysunku 30 w paśmie od 0,75 do 2,25 Hz.

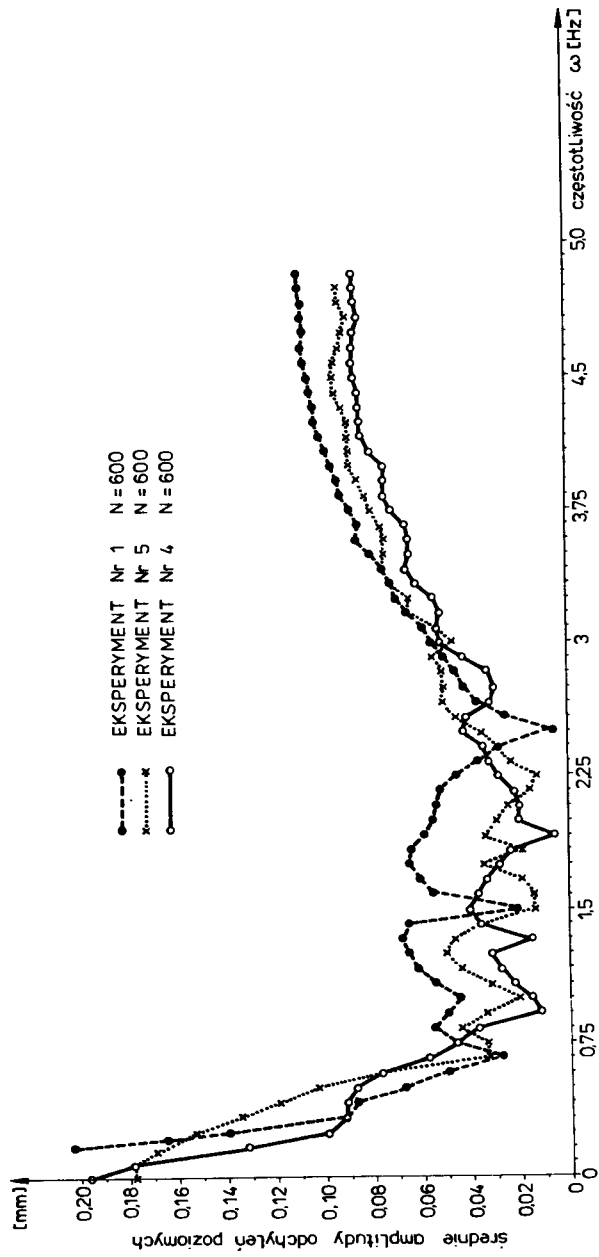
Na rysunkach 31 i 32 przedstawiono wykresy unormowanej funkcji koherencji Co_{xy}^2 , które obrazują stopień skorelowania poziomych odchyłek wiązki laserowej oraz natężenia światła laserowego w funkcji częstotliwości.

Z otrzymanych krzywych wynika, że przy przyjętym poziomie istotności, tj. około 0,2, procesy nie są skorelowane dopiero powyżej 1,5 Hz dla naturalnej turbulencji oraz 2,6 Hz dla stymulowanej turbulencji. Należy jednak podkreślić, że normalna koherencja jest tylko uogólnionym współczynnikiem korelacji. Nie mniej jednak pozwala ona ocenić stopień podobieństwa dwóch procesów na częstotliwości ω .

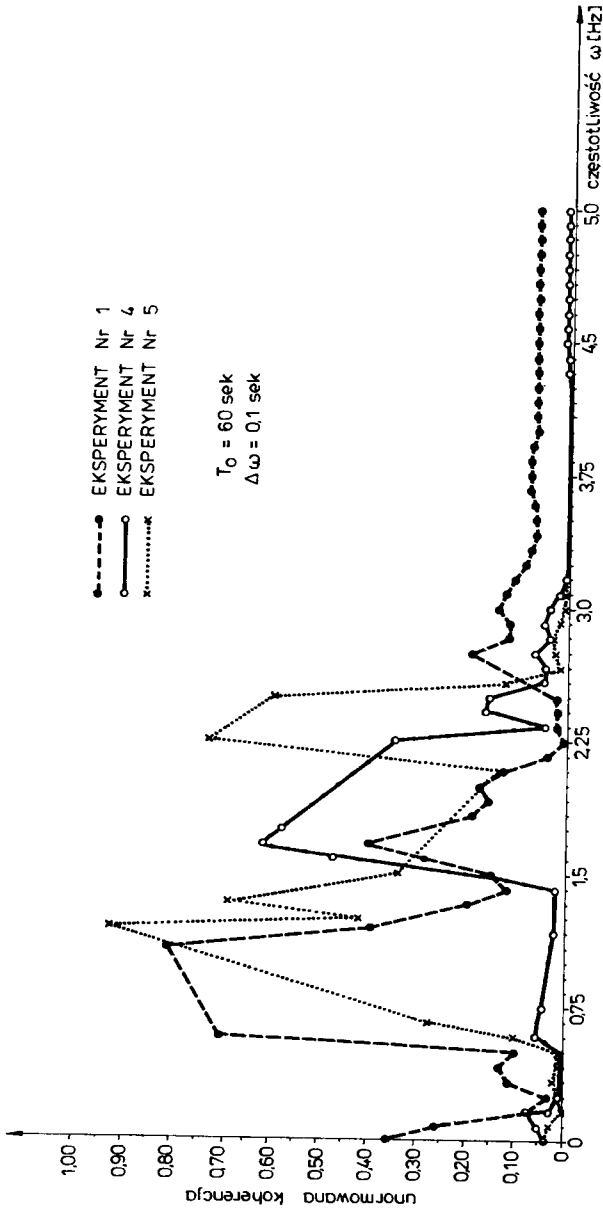


Rys.29. Widma amplitudowe autokorelacji poziomych odchyleni położenia wiązki laserowej (turbulencja naturalna dla eksperymentu nr 2 i nr 6 oraz stymulowana zimną dmuchawą dla eksperymentu nr 3, długość odcinka 47 m)

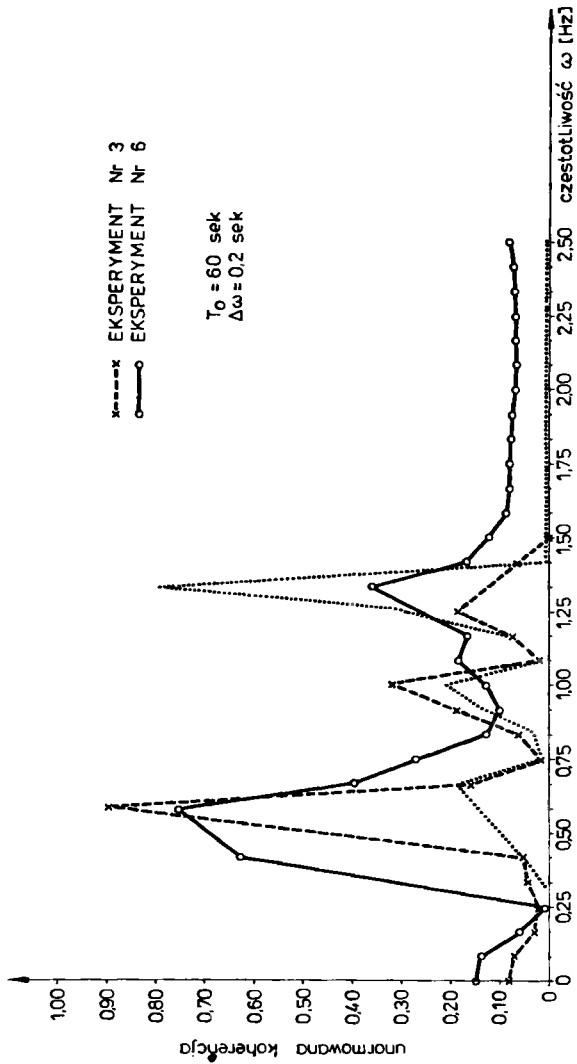




Rys. 30. Widma amplitudowe autokorelacji poziomych odchylen położenia wiązki laserowej
 (turbulencja stymulowana gorącą dmuchawą, długość odcinka 47 m)



Rys. 31. Unormowane koherencje pomiędzy fluktuacjami natężenia światła laserowego i poziomymi odchyleniami położenia wiązki (granica istotności $Co_{xy}^2 \approx 0,2$, turbulencja stymulowana gorącą dmuchawą, długość odcinka 47 m)



Rys. 32. Unormowane koherencje pomiędzy fluktuacjami natężenia światła laserowego i poziomymi odchyleniami położenia wiązki (granica istotności Co_2 0,2, turbulencja naturalna dla eksperymentu nr 2 i nr 6 oraz stymulowana zmianą dmuchawą dla eksperymentu nr 3, długość odcinka 47 m)

6. PODSUMOWANIE I WNIOSKI

Podsumowując teoretyczno-doświadczalne rozważania na temat wdrożenia do praktyki nowej automatycznej metody laserowego tyczenia prostej odniesienia w pomieszczeniach fabrycznych i w wyniku realizacji postawionej w rozdziale 1 tezy o przydatności lasera do precyzyjnego tyczenia prostej odniesienia autor:

- zaproponował własną metodę automatycznego laserowego tyczenia prostej odniesienia w pomieszczeniach fabrycznych,
- przedstawił jej podstawy teoretyczne,
- opracował technologię nowej metody,
- zweryfikował opracowaną technologię na poligonie doświadczalnym.

Uzyskane wyniki eksperymentów związanych z praktyczną weryfikacją metody potwierdziły jej przydatność do precyzyjnej realizacji i kontroli punktów obiektów inżynierskich znajdujących się w pomieszczeniach fabrycznych.

W świetle przeprowadzonych rozważań teoretycznych i badań praktycznych, oprócz wniosków szczegółowych omawianych w kolejnych rozdziałach, można na zakończenie sformułować jeszcze kilka uwag, które mogą przydać się w czasie projektowania i konstruowania urządzeń w oparciu o zaproponowaną metodę:.

1. W warunkach termicznej turbulencji powietrza detektory z czasową i przestrzenną integracją sygnałów powinny posiadać dodatkowe urządzenie automatycznie analizujące aktualny stan turbulencji atmosferycznej. Urządzenie to (np. radiometr) powinno samoczynnie uruchamiać procedurę uśredniania położenia wiązki tylko w tym momencie, gdy stan atmosfery pozwala na osiągnięcie żądanej dokładności pomiaru.
2. Rejestracja emitowanej z nadajnika podwójnej wiązki (tj. geodezyjnej i fizycznej) nie powinna przekraczać 1 minuty, gdyż po tym czasie będzie oddziaływać już refrakcja systematyczna.
3. Czas uśredniania położenia wiązki w korzystnym momencie dla żądanej dokładności pomiaru nie powinien przekraczać 3 sekund.
4. Podzielenie zarejestrowanego sygnału geodezyjnej wiązki na przedziały czasowe nie przekraczające 3 sekund, a następnie podanie wyniku średniego z przedziału o najmniejszym odchyleniu standardowym, jest zabiegiem błędnym. Wynika to z faktu, że na błąd uśrednionej wartości, oprócz zasadniczej składowej, jaką jest wpływ turbulencji, może oddziaływać również przypadkowy czynnik, jakim są zmiany kierunkowe wiązki na wyjściu z nadajnika spowodowane zakłóceniami występującymi w rezonatorze lasera [34]. Składowa ta może zmniejszać lub zwiększać wypadkowe odchylenie rejestrowane przez detektor. Np. w jednym momencie, mimo silnego oddziaływania turbulencji, wypadkowe odchylenia może być bardzo mała, by za chwilę zwiększyć swoją wartość. Będzie to

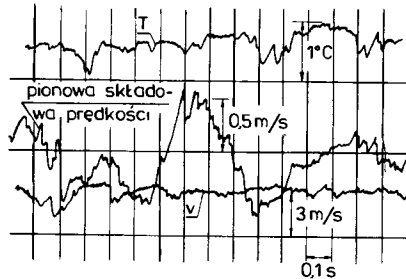
wynikało z faktu, że znak przypadkowych zmian kierunku wiązki na wyjściu z nadajnika może być zbieżny lub rozbieżny ze składową turbulencją.

5. Jedynym kryterium właściwego doboru przedziału dla uśredniania fluktuującej wiązki geodezyjnej oraz prawidłowej oceny jej dokładności powinna być chwila, gdy wpływ turbulencji wyznaczony przy pomocy wiązki fizycznej jest najmniejszy.

D O D A T E K A

FUNKCJE PRZYPADKOWE W PROCESIE STACJONARNYM

W badaniach eksperymentalnych dotyczących zjawiska turbulencji atmosferycznej mierzone są między innymi takie wielkości fizyczne jak ciśnienie, temperatura, szybkość wiatru itp. Informację o mierzonej wielkości otrzymuje się przeważnie w postaci sygnału przesyłanego w odpowiednim sygnale pomiarowym. Na rysunku 33 pokazano jako przykład zsynchronizowany zapis sygnałów pewnych meteorologicznych wielkości mierzonych przez odpowiednio czułą aparaturę.



Rys.33. Jednoczesna rejestracja temperatury T , prędkości wiatru v i pionowej składowej prędkości wiatru w przygruntowych warstwach powietrza

Na rysunku tym widać, że wartości szybkości wiatru i temperatury doświadczają nieuporządkowanych fluktuacji, które mając różne amplitudy i częstotliwości nakładają się wzajemnie dając chaotyczny obraz. W takich przypadkach analiza deterministyczna badanych zjawisk jest nieadekwatna i musi być zastąpiona analizą stochastyczną związaną z przedstawieniem owych nieregularnych czynników za pomocą funkcji przypadkowych.

Strukturę częstotliwościową zdeterminowanego sygnału fizycznego zmiennego w czasie t (np. pomiar napięcia) z łatwością można wyznaczyć używając transformaty Fouriera [50]. Jeżeli sygnał jest funkcją $F(t)$, to jego transformatę określa się przez

$$W(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(t) e^{i\omega t} dt \quad (\text{A.1})$$

gdzie $\omega = 2\pi f$, a f jest częstotliwością w Hz.

Z kolei dla odwrócenia $F(t)$ odwracamy wyrażenie (A.1) pisząc

$$F(t) = \int_{-\infty}^{\infty} d\omega W(\omega) e^{-i\omega t} \quad (\text{A.2})$$

Zapis ten pozwala punkt po punkcie zrekonstruować sygnał czasowy $F(t)$ na podstawie znajomości jego transformaty $W(\omega)$.

W analogiczny sposób możemy opisać funkcję przypadkową $p(t)$ przy pomocy całki stochastycznej Fouriera-Stieltjesa [69]

$$p(t) = \int_{-\infty}^{\infty} dH(\omega) e^{i\omega t} \quad (\text{A.3})$$

Równanie (A.3) wyraża zależność między zrealizowanym przypadkowym procesem fizycznym, a jego wartością widmową w podobny sposób jak wzór (A.2) czyni to dla procesu zdeterminowanego. Jednak w procesie przypadkowym $p(t)$ i $dH(\omega)$ jako zmienne przypadkowe różnią się przy każdej nowej realizacji tego procesu. Funkcja $dH(\omega)$ odgrywa podobną rolę jak $W(\omega) d\omega$ w wzorze (A.2). To znaczy, gdyby $H(\omega)$ było różniczkowalne, to można by napisać $dH(\omega) = H'(\omega) d\omega$ i w ten sposób pokazać analogię do (A.2). Specyfika wyrażenia $dH(\omega)$ pozwala nam również wykorzystać (A.3) nawet w tym przypadku, gdy widmo przypadkowego procesu nie jest różniczkowalne. Przykładem tego może być uogólnienie przypadkowego procesu na podstawie zawartych w nim przypadkowych generatorów harmoniczych.

Funkcję przypadkową nazywamy wtedy stacjonarną, gdy jej wielkości statystyczne określające jej zachowanie się są niezmiennie w czasie. Na przykład, gdy znajdziemy wartość średnią danego procesu w momencie t_0 , to powinna ona być identyczna z wartością otrzymaną w czasie $t_0 + t$.

Przez wielkość średnią procesu rozumie się jej wartość będącą wynikiem uśrednienia wielu różnych pojedynczych realizacji z danego zbioru. Procedura uśredniania jest jednak utrudniona ze względu na zmiany czynników zewnętrznych (np. atmosferycznych), w których wykonywane są poszczególne realizacje. W związku z tym dla całego zbioru zakłada się przeważnie tzw. ergodyczność procesu dla oszacowania wartości średnich. Oznacza to, że dowolna charakterystyka procesu otrzymana ze zbioru realizacji w dowolnym momencie czasu t jest równa charakterystyce otrzymanej z jednej realizacji procesu [50]. Nie zawsze jest to możliwe, chociaż dla procesów ograniczonych pewnym przedziałem pasmowym odpowiednio dobrany czas uśredniania może dać prawidłową wartość parametru statystycznego.

Długość czasu uśredniania, efekty pasmowego ograniczania (filtrowania) w czasie, czas trwania samej obserwacji, długość przedziału obserwacji brana do obliczeń, to ważne charakterystyki w analizie sygnału losowego. Szczególną teorię dotyczącą tych zagadnień można znaleźć w [5, 50], a w zastosowaniu do zjawisk atmosferycznych w [27].

Wiadomości teoretyczne zawarte w tej literaturze były dla autora podstawową bazą umożliwiającą opisanie procesu przypadkowego, jakim jest zjawisko turbulencji atmosferycznej.

Ważną charakterystyką przypadkowej funkcji jest jej tzw. funkcja korelacyjna, czasami zwana też kowariancją [61]

$$B(t_1, t_2) = \langle [p(t_1) - \langle p(t_1) \rangle] [p^*(t_2) - \langle p^*(t_2) \rangle] \rangle \quad (\text{A.4})$$

gdzie κ oznacza wartość sprzężenia zespolonego.

Wstawiając w (A.4) $t_1 = t_2$ otrzymamy

$$B(t, t) = \langle |p(t) - \langle p(t) \rangle|^2 \rangle = \overline{\delta^2}(t) \quad (\text{A.5})$$

gdzie $\overline{\delta^2}(t)$ jest średnim kwadratem fluktuacji czyli wariancją.

W przypadku stacjonarnych procesów $B(t_1 + T, t_2 + T) = B(t_1, t_2)$, a więc B zależy tylko od $\tau = t_1 - t_2$.

Bardziej ogólnym pojęciem od funkcji korelacyjnej jest wprowadzenie do teorii turbulencji funkcji strukturalnej, która pozwala opisywać pewne proste procesy niestacjonarne dające się jednak sprowadzić do stacjonarności. Nie zawsze jest jednak możliwe znalezienie odpowiedniej funkcji strukturalnej. Często dąży się właśnie najpierw do znalezienia odpowiedniej funkcji korelacyjnej, a następnie przy jej pomocy określa się funkcję strukturalną. Po przekształceniu (A.3) i (A.4) otrzymamy zależność [58]:

$$B(t_1, t_2) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{i\omega_1 t_1 - i\omega_2 t_2} \langle dH(\omega_1) dH^*(\omega_2) \rangle \quad (\text{A.6})$$

w której przyjęto możliwość wymiany całkowania i uśredniania.

Jeżeli założymy stacjonarność $p(t)$, to lewa strona równania (A.6) zależy będzie tylko od przesunięcia czasowego $\tau = t_1 - t_2$, natomiast całka zawierać będzie czynnik $\delta(\omega_1 - \omega_2)$ (funkcja delta Diraca), który zapewni pojawienie się kombinacji t_1 i t_2 , a więc

$$\langle dH(d\omega_1) dH^*(t) \rangle = \delta(\omega_1 - \omega_2) P(\omega_1) d\omega_1 d\omega_2 \quad (\text{A.7})$$

W konsekwencji zależności (A.7) wzór (A.6) można zredukować do postaci

$$B(t_1 - t_2) = B(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} d\omega_1 e^{-i\omega_1 \tau} P(\omega_1) \quad (\text{A.8})$$

gdzie funkcję $P(\omega_1)$ nazywamy gęstością widmową mocy funkcji $p(t)$.

Ważnym wnioskiem płynącym z (A.8) jest to, że gdy tylko równe częstotliwości $\omega_1 = \omega_2$ są skorelowane, to wtedy wszelkie informacje fazowe o funkcji $p(t)$ znikają. Wynika stąd wniosek, że nie można wszystkich detali funkcji $p(t)$ odtworzyć ze znajomości $P(\omega)$. Informacja zawarta w $P(\omega)$ jest ilością mocy, która istnieje w danym procesie na jednostkowy przedział częstotliwości. Można tego dowieść przez następujące rozumowanie. Ponieważ $[p(t) \cdot p^*(t)]$ jest chwilową mocą funkcji, to z kolei ze wzoru (A.4) wynika, że $B(t, t)$ jest jej wartością średnią:

$$B(t, t) = \langle p(t) \cdot p^*(t) \rangle \quad (\text{A.9})$$

a dalej

$$\langle p(t) \cdot p^*(t) \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} P(\omega) d\omega \quad (\text{A.10})$$

Ponieważ lewa strona jest średnią mocą, więc $P(\omega) d\omega$ musi być mocą w przedziale częstotliwości od ω do $\omega + d\omega$.

Reasumując można powiedzieć, że podstawowe znaczenie dla pomiarów procesów stacjonarnych ma jego widmowa gęstość mocy. Jednak w przeciwieństwie do zdeterminowanych zmiennych, jej znajomość nie pozwala dokładnie zrekonstruować przypadkowego procesu z powodu zagubienia informacji o fazie.

D O D A T E K B

FUNKCJA GĘSTOŚCI WIDMOWEJ WSPÓŁCZYNNIKA REFRAKCJI

Jak już napisano we wstępie tej pracy współczynnik refrakcji można przedstawić wzorem:

$$N(\vec{r}) = \langle N(\vec{r}) \rangle + N_1(\vec{r}) \quad (\text{B.1})$$

Fluktuującą część współczynnika refrakcji $N_1(\vec{r})$ można znaleźć przy pomocy całki Fouriera-Stieltjesa rozpatrując ją jako przypadkową funkcję wektorową:

$$N_1(\vec{r}) = \int d\gamma(\vec{k}) e^{i \cdot \vec{k} \cdot \vec{r}} \quad (\text{B.2})$$

gdzie:

$$\vec{k} = [k_x, k_y, k_z] \quad - \text{trójwymiarowy wektor falowy}$$

$$d\gamma \quad - \text{przypadkowa przestrzenna amplituda (podobnie jak } \omega \text{ i } dH \text{ we wzorze (A.3) podanym w dodatku A)}$$

Na podstawie rozważań podanych w dodatku A funkcję korelacyjną fluktuującego współczynnika refrakcji w punktach odległych o r można zapisać w postaci zależności:

$$B_N(\vec{r}_1 + \vec{r}, \vec{r}_1) = \langle N_1(\vec{r}_1 + \vec{r}) \cdot N_1(\vec{r}_1) \rangle \quad (\text{B.3})$$

Jeżeli wstawimy (B.2) do (B.3) to otrzymamy podobne wyrażenie do wzoru (A.6), ale w układzie przestrzennym [58]:

$$B_N(\vec{r}_1 + \vec{r}, \vec{r}_1) = \iint e^{i \cdot \vec{k} \cdot (\vec{r}_1 + \vec{r}) - i \cdot \vec{k}' \cdot \vec{r}_1} \langle dN(\vec{k}) dN^*(\vec{k}') \rangle \quad (\text{B.4})$$

Z rozważań o jednorodności (lub stacjonarności) przedstawionych w dodatku A wiemy, że statystycznie jednorodne pole nie może mieć swoich średnich własności zależnych od położenia w polu, w którym średnia wielkość jest obliczana. Znaczący to, że ten sam rezultat powinien być otrzymany przy przemieszczeniu dwóch czujników pomiarowych (np. temperatury) z jednego miejsca pola do innego. Przy takim założeniu można napisać, że

$$B_N(\vec{r}_1 + \vec{r}, \vec{r}_1) = B_N(\vec{r})$$

Z powodu podwójnej całki we wzorze (B.4) dla spełnienia jednorodności wielkość zawarta w nawiasie $\langle \rangle$ powinna spełniać warunek (podobnie jak w (A.7)):

$$\langle dN(\vec{k}) dN(\vec{k}') \rangle = \delta(\vec{k} - \vec{k}') \phi_N(\vec{k}) d^3\vec{k} d^3\vec{k}' \quad (\text{B.5})$$

gdzie:

δ - trójwymiarowa funkcja delta Diraca
 $\Phi_N(\vec{k})$ - trójwymiarowe widmo gęstości mocy współczynnika refrakcji

Wstawiając (B.5) do (B.4) i całkując po \vec{k} (przebieg kolejnych przekształceń w procesie całkowania można znaleźć w [58]), otrzymamy dobrze znaną transformatę Fouriera pomiędzy widmem gęstości mocy i funkcją korelacyjną:

$$B_N(\vec{r}) = \int e^{i \cdot \vec{k} \cdot \vec{r}} \Phi(\vec{k}) d^3k \quad (B.6)$$

Natomiast odwrotność (B.6) będzie miała postać:

$$\Phi_N(\vec{k}) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int e^{i \cdot \vec{k} \cdot \vec{r}} B_N(\vec{r}) d^3r \quad (B.7)$$

Postaci funkcji Φ_N poświęcono wiele prac i eksperymentów (przykładowo [27, 46, 60, 61]). Za najczęściej stosowane należy uznać widmo Kołmogorowa [27] mające postać:

$$\Phi_N(k) = 0,033 C_N^2 \cdot k^{-11/3} \quad (B.8)$$

gdzie C_N^2 jest określana jako stała strukturalna współczynnika refrakcji i jest miarą fluktuacji tego współczynnika.

Równanie (B.6) określa zależność między funkcją korelacyjną współczynnika refrakcji, a jego funkcją widmową i odnosi się do procesów stacjonarnych. Zastosowanie jej nie zawsze jest możliwe, w związku z czym Kołmogorow wprowadził pojęcie tzw. funkcji strukturalnej D_N , która jest pewnym uogólnieniem funkcji korelacyjnej dla tzw. procesu niestacjonarnego, ale z przyrostami stacjonarnymi [27]. Podał on również wzór na tę funkcję w postaci:

$$D_N(r) = 8\pi \int_0^\infty \left(1 - \frac{\sin kr}{kr}\right) \Phi(k) k^2 dk \quad (B.9)$$

gdzie:

k - przestrzenna liczba falowa określająca częstość zmian
 r - odległość między dwoma punktami w polu refrakcji

D O D A T E K C

WYPROWADZENIE WŁASNEGO WZORU NA POZIOME ODCHYLENIE WIĄZKI LASEROWEJ W TURBULENTNEJ ATMOSFERZE

Trajektorie promienia laserowego (zgodnie z przyjętym założeniem w rozdziale 3 wiązkę możemy utożsamiać z promieniem) należą do rodziny krzywych wyrażonych przez równania:

$$\begin{aligned} x &= x(u) \\ y &= y(u) \\ z &= z(u) \end{aligned} \tag{C.1}$$

i przechodzą przez dwa punkty: A (nadajnik) i B (odbiornik).

Zgodnie z zasadą Fermata promień między A i B będzie biegł wzdłuż drogi, którą przejdzie w najkrótszym czasie

$$T = \int_A^B \frac{dl}{c} = \min \tag{C.2}$$

Wstawiając do równania (C.2) współczynnik refrakcji $n = \frac{c_0}{c_B}$ możemy napisać je w innej postaci

$$T = \frac{1}{c_0} \int_A^B n(x, y, z) dl = \min \tag{C.3}$$

Po zastosowaniu rachunku wariacyjnego rozwiązanie całki (C.3) [7, 8] można zapisać w postaci równania wektorowego na kierunek promienia laserowego w polu refrakcyjnym o współczynniku refrakcji n :

$$\frac{d}{dl} (n \cdot \vec{S}) = \nabla n \tag{C.4}$$

gdzie:

\vec{S} - wektor jednostkowy styczny do promienia (rys. 10)

n - współczynnik refrakcji

∇ - operator nabra $\left[\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z} \right]$

Po scałkowaniu równania (C.4) po l , czyli względem zmiennej l otrzymamy

$$\int_0^l \frac{d}{dl} (n \cdot \vec{S}) dl = \int_0^l \nabla n dl$$

$$\int_0^1 d(\mathbf{n} \cdot \vec{\mathcal{S}}) = \int_0^1 \nabla n dl$$

$$[\mathbf{n} \cdot \vec{\mathcal{S}}]_0^1 = \mathbf{n}' \cdot \vec{\mathcal{S}}' - \mathbf{n} \cdot \vec{\mathcal{S}} = \int_0^1 \nabla n dl$$

$$\mathbf{n}' \cdot \vec{\mathcal{S}}' - \mathbf{n} \cdot \vec{\mathcal{S}} = \int_0^1 \nabla n dl$$

Zakładając, że \mathbf{n} i \mathbf{n}' na końcach drogi l są w przybliżeniu równe 1 mamy:

$$\vec{\mathcal{S}}' - \vec{\mathcal{S}} = \int_0^1 \nabla n dl \quad (\text{C.5})$$

Podnosząc obie strony równania (C.5) do kwadratu możemy napisać

$$(\vec{\mathcal{S}}' - \vec{\mathcal{S}})^2 = \left(\int_0^1 \nabla n dl \right)^2$$

$$(\vec{\mathcal{S}}' - \vec{\mathcal{S}})^2 = \left(\int_0^1 \nabla n dl \right) \odot \left(\int_0^1 \nabla n dl \right) \quad (\text{C.6})$$

gdzie symbol \odot oznacza, że wektor jest mnożony skalarnie, np. $\vec{a}^2 = \vec{a} \odot \vec{a}$.

Ponieważ ∇n jest wektorem, więc $\int_0^1 \nabla n dl$ jest również wektorem. Zatem (C.6) ma właściwą postać.

Oznaczmy w całce pierwszej i drugiej odpowiednio

$$\nabla n dl = \nabla n_1 dl_1$$

$$\nabla n dl = \nabla n_2 dl_2$$

co możemy zrobić, gdyż $n_1 = n(x_1(u(l)), \dots, \dots)_{1=1,2,\dots}$, czyli n jest funkcją zmiennej l .

Tak więc równanie (C.6) możemy kolejno przekształcić

$$\begin{aligned} (\vec{\mathcal{S}}' - \vec{\mathcal{S}})^2 &= \int_0^1 \nabla_1 n_1 dl_1 \odot \int_0^1 \nabla_2 n_2 dl_2 = \\ &= \int_0^1 \left[\frac{\partial n_1}{\partial x_1}, \frac{\partial n_1}{\partial y_1}, \frac{\partial n_1}{\partial z_1} \right] dl_1 \odot \int_0^1 \left[\frac{\partial n_2}{\partial x_2}, \frac{\partial n_2}{\partial y_2}, \frac{\partial n_2}{\partial z_2} \right] dl_2 = \\ &= \left[\int_0^1 \frac{\partial n_1}{\partial x_1} dl_1, \int_0^1 \frac{\partial n_1}{\partial y_1} dl_1, \int_0^1 \frac{\partial n_1}{\partial z_1} dl_1 \right] \odot \left[\int_0^1 \frac{\partial n_2}{\partial x_2} dl_2, \int_0^1 \frac{\partial n_2}{\partial y_2} dl_2, \int_0^1 \frac{\partial n_2}{\partial z_2} dl_2 \right] = \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \int_0^1 \frac{\partial n_1}{\partial x_1} dl_1 \cdot \int_0^1 \frac{\partial n_2}{\partial x_2} dl_2 + \int_0^1 \frac{\partial n_1}{\partial y_1} dl_1 \cdot \int_0^1 \frac{\partial n_2}{\partial y_2} dl_2 + \int_0^1 \frac{\partial n_1}{\partial z_1} dl_1 \cdot \int_0^1 \frac{\partial n_2}{\partial z_2} dl_2 = \\
&= \int_0^1 \int_0^1 \frac{\partial n_1}{\partial x_1} \cdot \frac{\partial n_2}{\partial x_2} dl_1 dl_2 + \int_0^1 \int_0^1 \frac{\partial n_1}{\partial y_1} \cdot \frac{\partial n_2}{\partial y_2} dl_1 dl_2 + \int_0^1 \int_0^1 \frac{\partial n_1}{\partial z_1} \cdot \frac{\partial n_2}{\partial z_2} dl_1 dl_2 = \\
&= \int_0^1 \int_0^1 \left(\frac{\partial n_1}{\partial x_1} \cdot \frac{\partial n_2}{\partial x_2} + \frac{\partial n_1}{\partial y_1} \cdot \frac{\partial n_2}{\partial y_2} + \frac{\partial n_1}{\partial z_1} \cdot \frac{\partial n_2}{\partial z_2} \right) dl_1 dl_2 = \\
&= \int_0^1 \int_0^1 \left[\frac{\partial n_1}{\partial x_1}, \frac{\partial n_1}{\partial y_1}, \frac{\partial n_1}{\partial z_1} \right] \odot \left[\frac{\partial n_2}{\partial x_2}, \frac{\partial n_2}{\partial y_2}, \frac{\partial n_2}{\partial z_2} \right] dl_1 dl_2 = \\
&= \int_0^1 \int_0^1 \nabla_1 n_1 \odot \nabla_2 n_2 dl_1 dl_2
\end{aligned}$$

czyli

$$(\vec{S}^* - \vec{S})^2 = \int_0^1 \int_0^1 \nabla_1 n_1 \odot \nabla_2 n_2 dl_1 dl_2$$

a dalej

$$(\vec{S}^* - \vec{S})^2 = \int_0^1 \int_0^1 \nabla_1 \nabla_2 (n_1 \cdot n_2) dl_1 dl_2 \quad (C.7)$$

co można było napisać na podstawie jednej z własności operatora nabra, a mianowicie że

$$\begin{aligned}
\nabla_1 \nabla_2 (n_1 \cdot n_2) &= \nabla_1 \odot (\nabla_2 (n_1 \cdot n_2)) = \nabla_1 \odot (n_1 \cdot \nabla_2 n_2) = \\
&= \nabla_2 n_2 \odot \nabla_1 n_1 = \nabla_1 n_1 \odot \nabla_2 n_2
\end{aligned}$$

Idąc dalej z wyprowadzeniem przeprowadzimy działanie podnoszenia do kwadratu lewej strony równania (C.7), tj.

$$(\vec{S}^* - \vec{S})^2 = (\vec{S}^*)^2 - 2 \cdot \vec{S}^* \cdot \vec{S} + (\vec{S})^2 = 2(1 - \vec{S}^* \cdot \vec{S}) = 2(1 - \cos \bar{\epsilon})$$

gdź $(\vec{S}^*)^2 = (\vec{S})^2 = 1$ jako wektory jednostkowe, zaś $\vec{S}^* \cdot \vec{S} = \cos \bar{\epsilon}$ jest iloczynem skalarnym wektorów, gdzie $\bar{\epsilon}$ to kąt między tymi wektorami.

Jeżeli rozwinieśmy wyrażenie $\cos \bar{\epsilon}$ w szereg Taylora, to otrzymamy

$$\cos \bar{\epsilon} = 1 - \frac{1}{2} \bar{\epsilon}^2 + \frac{1}{24} \bar{\epsilon}^4$$

Następnie wstawiamy dwa pierwsze wyrazy szeregu do wyrażenia $2(1 - \cos \bar{\epsilon})$ i otrzymamy $2(1 - 1 + \frac{1}{2} \bar{\epsilon}^2) = \bar{\epsilon}^2$, a więc równanie (C.7) możemy teraz napisać w postaci:

$$\sigma^2 = \int_0^1 \int_0^1 \nabla_1 \nabla_2 (n_1 \cdot n_2) dl_1 dl_2 \quad (\text{C.8})$$

Jest to równanie określające zmiany kąta propagacji promienia (a właściwie kwadratu kąta) laserowego w atmosferze o ciągłej zmianie współczynnika refrakcji.

Ponieważ wartości współczynnika refrakcji wzdłuż drogi propagacji promienia laserowego ulegają ciągłym zmianom w czasie, a więc także zmiany kąta propagacji promienia są przypadkowe.

W związku z tym określenie wielkości kąta propagacji może nastąpić tylko poprzez jej uśrednienie w pewnym przedziale czasu.

Tak więc równanie (C.8) można przedstawić w postaci zależności:

$$\begin{aligned} \langle \sigma^2 \rangle &= \int_0^1 \int_0^1 \nabla_1 \circ \nabla_2 B(\mathbf{r}) dl_1 dl_2 = \\ &= \int_0^1 \int_0^1 \nabla_1 \circ \nabla_2 B(x_1 - x_2, y_1 - y_2, z_1 - z_2) dl_1 dl_2 \end{aligned} \quad (\text{C.9})$$

gdzie:

$B(\bar{\mathbf{r}}) = B(\bar{\mathbf{r}}_1 - \bar{\mathbf{r}}_2) = \langle n_1 \cdot n_2 \rangle$ - funkcja korelacyjna współczynnika refrakcji

$\bar{\mathbf{r}}_1(x_1, y_1, z_1)$ - wektor wodzący do punktu na krzywej o współczynniku refrakcji n_1

$\bar{\mathbf{r}}_2(x_2, y_2, z_2)$ - wektor wodzący do punktu na krzywej o współczynniku refrakcji n_2

Oznaczając

$$x = x_1 - x_2$$

$$y = y_1 - y_2$$

$$z = z_1 - z_2$$

równanie (C.9) przyjmie postać

$$\langle \sigma^2 \rangle = \int_0^1 \int_0^1 \nabla_1 \circ \nabla_2 B(x, y, z) = \int_0^1 \int_0^1 \nabla_1 \left[\frac{\partial B}{\partial x_2}, \frac{\partial B}{\partial y_2}, \frac{\partial B}{\partial z_2} \right] dl_1 dl_2 \quad (\text{C.10})$$

ale

$$\begin{aligned} \frac{\partial B}{\partial x_2} &= \frac{\partial B(x, y, z)}{\partial x_2} = \frac{\partial B}{\partial x} \cdot \frac{\partial x}{\partial x_2} + \frac{\partial B}{\partial y} \cdot \frac{\partial y}{\partial x_2} + \frac{\partial B}{\partial z} \cdot \frac{\partial z}{\partial x_2} = \\ &= \frac{\partial B}{\partial x} \cdot (-1) + \frac{\partial B}{\partial y} \cdot 0 + \frac{\partial B}{\partial z} \cdot 0 = - \frac{\partial B(x, y, z)}{\partial x} \end{aligned}$$

analogicznie

$$\frac{\partial B}{\partial y_2} = - \frac{\partial B(x, y, z)}{\partial y}$$

$$\frac{\partial B}{\partial z_2} = - \frac{\partial B(x, y, z)}{\partial z}$$

czyli zależność (C.10) może być napisana w postaci:

$$\langle 6^2 \rangle = \int_0^1 \int_0^1 \nabla_1 \circ \left[- \frac{\partial B}{\partial x}, - \frac{\partial B}{\partial y}, - \frac{\partial B}{\partial z} \right] dl_1 dl_2 \quad (C.11)$$

W rezultacie następných kolejnych przekształceń algebraicznych będziemy mieli:

$$\begin{aligned} 6^2 &= \int_0^1 \int_0^1 - \left[\frac{\partial}{\partial x_1}, \frac{\partial}{\partial y_1}, \frac{\partial}{\partial z_1} \right] \circ \left[\frac{\partial B}{\partial x}, \frac{\partial B}{\partial y}, \frac{\partial B}{\partial z} \right] dl_1 dl_2 = \\ &= - \int_0^1 \int_0^1 \left[\frac{\partial}{\partial x_1} \left(\frac{\partial B}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y_1} \left(\frac{\partial B}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z_1} \left(\frac{\partial B}{\partial z} \right) \right] dl_1 dl_2 \quad (C.12) \end{aligned}$$

Ale

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x_1} \left(\frac{\partial B}{\partial x} \right) &= \frac{\partial}{\partial x_1} \left(\frac{\partial B(x, y, z)}{\partial x} \right) = \frac{\partial^2 B}{\partial x^2} \cdot \frac{\partial x}{\partial x_1} + \frac{\partial^2 B}{\partial y \partial x} \cdot \frac{\partial y}{\partial x_1} + \\ &+ \frac{\partial^2 B}{\partial z \partial x} \cdot \frac{\partial z}{\partial x_1} = \frac{\partial^2 B}{\partial x^2} \cdot 1 + \frac{\partial^2 B}{\partial y \partial x} \cdot 0 + \frac{\partial^2 B}{\partial z \partial x} \cdot 0 = \\ &= \frac{\partial^2 B(x, y, z)}{\partial x^2} \end{aligned}$$

Analogicznie

$$\frac{\partial}{\partial y_1} \left(\frac{\partial B}{\partial y} \right) = \frac{\partial^2 B(x, y, z)}{\partial y^2} \quad \text{i} \quad \frac{\partial}{\partial z_1} \left(\frac{\partial B}{\partial z} \right) = \frac{\partial^2 B(x, y, z)}{\partial z^2}$$

Tak więc (C.12) można teraz przedstawić nowym równaniem

$$\begin{aligned} \langle 6^2 \rangle &= - \int_0^1 \int_0^1 \left[\frac{\partial^2 B(x, y, z)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 B(x, y, z)}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 B(x, y, z)}{\partial z^2} \right] dl_1 dl_2 = \\ &= - \int_0^1 \int_0^1 \left[\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z} \right] \circ \left[\frac{\partial B}{\partial x}, \frac{\partial B}{\partial y}, \frac{\partial B}{\partial z} \right] dl_1 dl_2 \end{aligned}$$

i wracając do operatorów nabra otrzymamy

$$\langle \epsilon^2 \rangle = - \int_0^1 \int_0^1 (\nabla \cdot \nabla B) dl_1 dl_2 = \int_0^1 \int_0^1 \nabla^2 B(x, y, z) dl_1 dl_2 \quad (C.13)$$

Ponieważ krzywizna promienia jest bardzo mała, całkowanie wzdłuż krzywej może być zastąpione całkowaniem wzdłuż linii prostej i równanie przyjmie wówczas postać

$$\langle \epsilon^2 \rangle = - \int_0^1 \int_0^1 \nabla^2 B(x, y, z) dr_1 dr_2 \quad (C.14)$$

Równanie (C.14) zostanie teraz przekształcone przez podstawienie

$$r = (x, y, z)$$

$$r_1 = (x_1, y_1, z_1)$$

$$r_2 = (x_2, y_2, z_2)$$

oraz przeprowadzenie tzw. centrowania ($r_0 = r_1 + r_2$). Mamy teraz nowe zmienne i po rozwiązaniu układu

$$\begin{cases} r_1 - r_2 = r \\ r_1 + r_2 = 2r_0 \end{cases}$$

otrzymamy

$$r_1 = r_0 + \frac{r}{2}$$

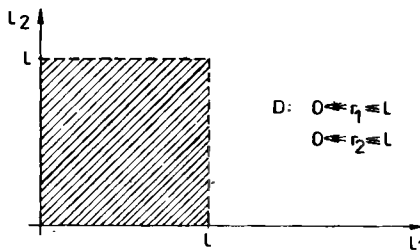
$$r_2 = r_0 - \frac{r}{2}$$

(C.15)

Chcąc wprowadzić nowe zmienne do całki podwójnej występującej w równaniu (C.14) musimy obliczyć jacobian:

$$J = \frac{\partial(r_1, r_2)}{\partial(r_0, r)} = \begin{vmatrix} \frac{\partial r_1}{\partial r_0} & \frac{\partial r_1}{\partial r} \\ \frac{\partial r_2}{\partial r_0} & \frac{\partial r_2}{\partial r} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & \frac{1}{2} \\ 1 & -\frac{1}{2} \end{vmatrix} = -\frac{1}{2} - \frac{1}{2} = -1$$

Punkty (r_1, r_2) należą do obszaru $D = \langle 0, 1 \rangle \times \langle 0, 1 \rangle =$ kwadrat



Rys.34. Obszar całkowania

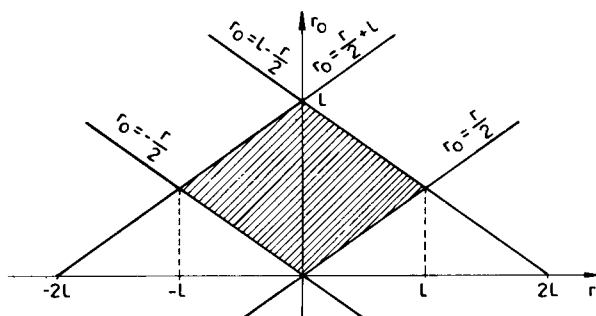
Natomiast zakres zmienności dla punktów (r, r_0) będzie inny. Współrzędne punktów r_1 i r_2 mogą przybierać wartości graniczne od 0 do 1, a więc możemy napisać: $r_1=0$, $r_1=1$, $r_2=0$, $r_2=1$. Jeżeli te wartości wprowadzimy do równań (C.15), to otrzymamy

$$\frac{r}{2} + r_0 = 0, \quad \frac{r}{2} + r_0 = 1, \quad r_0 - \frac{r}{2} = 0, \quad r_0 - \frac{r}{2} = 1$$

a dalej

$$r_0 = -\frac{r}{2}, \quad r_0 = 1 - \frac{r}{2}, \quad r_0 = \frac{r}{2}, \quad r_0 = \frac{r}{2} + 1$$

Dla określenia granic i zilustrowania obszaru całkowania można posłużyć się rysunkiem



Rys.35. Obszar całkowania

Tak więc zmienne r i r_0 będą miały dwa obszary całkowania

$$D_1 \quad \begin{aligned} -1 &\leq r \leq 0 \\ -r/2 &\leq r_0 \leq r/2 + 1 \end{aligned}$$

oraz

$$D_2 \quad \begin{aligned} 0 &\leq r \leq 1 \\ r/2 &\leq r_0 \leq 1 - r/2 \end{aligned}$$

$$D^{\mathbb{R}} = D_1 \cup D_2$$

Wprowadzając teraz te nowe zmienne do równania (C.14) mamy

$$\begin{aligned} \langle \delta^2 \rangle &= - \iint_{D^{\mathbb{R}}} \nabla^2 B(r) |J| dr dr_0 = - \iint_{D^{\mathbb{R}}} \nabla^2 B(r) dr dr_0 = \\ &= - \left[\iint_{D_1} \nabla^2 B(r) dr dr_0 + \iint_{D_2} \nabla^2 B(r) dr dr_0 \right] = \\ &= - \left[\int_{-1}^0 dr \int_{-\frac{r}{2}}^{\frac{r}{2}+1} \nabla^2 B(r) dr_0 + \int_0^1 dr \int_{-\frac{r}{2}}^{1-\frac{r}{2}} \nabla^2 B(r) dr_0 \right] = \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= - \left\{ \int_{-1}^0 \left[\nabla^2 B(r) \cdot r_0 \right]_{-\frac{r}{2}}^{\frac{r}{2}+1} dr + \int_0^1 \left[\nabla^2 B(r) \cdot r_0 \right]_{\frac{r}{2}}^{1-\frac{r}{2}} dr \right\} = \\
&= - \left[\int_{-1}^0 \nabla^2 B(r) \left(\frac{r}{2} + 1 + \frac{r}{2} \right) dr + \int_0^1 \nabla^2 B(r) \left(1 - \frac{r}{2} - \frac{r}{2} \right) dr \right] = \\
&= - \left[\int_{-1}^0 (1+r) \nabla^2 B(r) dr + \int_0^1 (1-r) \nabla^2 B(r) dr \right]
\end{aligned}$$

Z kolei wprowadzając w całce \int_{-1}^0 podstawienie $r = -t$ mamy:

$$\langle \sigma^2 \rangle = - \left[- \int_1^0 (1-t) \nabla^2 B(-t) dt + \int_0^1 (1-r) \nabla^2 B(r) dr \right]$$

Zmieniając kolejność granic całkowania w pierwszej całce, oraz przyjmując, że $B(r)$ jest parzysta (funkcja korelacyjna jest zawsze parzysta), czyli $B(-t) = B(t)$ otrzymamy ostatecznie:

$$\langle \sigma^2 \rangle = - \left[- \int_1^{-1} (1-t) \nabla^2 B(t) dt + \int_0^1 (1-r) \nabla^2 B(r) dr \right]$$

a dalej

$$\langle \sigma^2 \rangle = -2 \int_0^1 (1-r) \nabla^2 B(r) dr \quad (\text{C.16})$$

Podobną postać równania (C.16) otrzymał Chiba [8] rozważając pionowe odchylenia. W równaniu (C.16) wyrażenie $\nabla^2 B(r)$ jest funkcją malejącą od r , a więc drugi człon można zaniedbać otrzymując w ten sposób

$$\langle \sigma^2 \rangle = -2 \int_0^1 \nabla^2 B(r) dr \quad (\text{C.17})$$

Do równania (C.17) możemy teraz podstawić funkcję korelacyjną $B(r)$ i obliczyć ostatecznie średniokwadratową wartość kąta propagacji. Przy czym zamiast funkcji korelacyjnej (patrz dodatek B wzór (B.6)) zastosujemy uogólnioną funkcję korelacyjną podaną przez Kołmogorowa (dodatek B wzór (B.9)), czyli tzw. funkcję strukturalną

$$D_N(r) = 8\pi \int_0^\infty \left(1 - \frac{\sin kr}{kr} \right) \Phi(k) k^2 dk \quad (\text{C.17}')$$

Związek między funkcją strukturalną, a odpowiadającą jej funkcją korelacyjną określa podana przez Kołmogorowa zależność (patrz podrozdział 3.1.3)

$$B(r) = \frac{1}{2} D_N(\infty) - \frac{1}{2} D_N(r) \quad (C.18)$$

Tak więc w oparciu o wzory (C.17') i (C.18) możemy napisać

$$B(r) = \frac{1}{2} D_N(\infty) - \frac{1}{2} \left[8\pi \int_0^\infty \bar{\Phi}(k) k^2 dk - 8\pi \int_0^\infty \frac{\sin kr}{kr} \bar{\Phi}(k) k^2 dk \right]$$

ale dla $r = \infty$

$$\frac{1}{2} D_N(\infty) = 4\pi \int_0^\infty \bar{\Phi}(k) k^2 dk$$

ostatecznie więc otrzymamy

$$B(r) = 4\pi \int_0^\infty \bar{\Phi}(k) \frac{\sin kr}{kr} k^2 dk \quad (C.19)$$

Na podstawieniu (C.19) do (C.17) mamy

$$\langle \bar{G}^2 \rangle = -2 \cdot 1 \int_0^1 \nabla^2 \left[4\pi \int_0^\infty \bar{\Phi}(k) \frac{\sin kr}{kr} k^2 dk \right] dr \quad (C.20)$$

gdzie zgodnie ze wzorem (3.4) z podrozdziału 3.1.3, po jego podstawieniu, otrzymamy

$$\bar{\Phi}_k = 0,033 c_N^2 \cdot k^{-11/3} \quad \text{dla} \quad \frac{a}{L_c} < k < \frac{b}{l_0}$$

$$\langle \bar{G}^2 \rangle = -2 \cdot 1 \int_0^\infty \nabla^2 \left[4\pi \cdot 0,033 c_N^2 \int_a^b \frac{\sin kr}{r} k^{-8/3} k^2 dk \right] dr \quad (C.21)$$

W równaniu (C.21) zmienione granice całkowania rozszerzając zasięg całkowania wzdłuż drogi propagacji do ∞ , oraz ograniczając wpływ turbulencji do granic: skali zewnętrznej L_c i wewnętrznej l_0 . Wyprowadzając stałe przed całką podwójną otrzymamy

$$\begin{aligned} \langle \bar{G}^2 \rangle &= -2 \cdot 1 \cdot 4\pi \cdot 0,033 c_N^2 \int_0^\infty \nabla^2 \left[\int_a^b \frac{\sin kr}{r} k^{-8/3} dk \right] dr = \\ &= -8\pi \cdot 0,033 c_N^2 \cdot 1 \int_0^\infty \left[\int_a^b \nabla^2 \left(\frac{\sin kr}{r} \right) k^{-8/3} dk \right] dr = \\ &= 0,83 \cdot c_N^2 \cdot 1 \int_0^\infty \left[\int_a^b \nabla^2 \left(\frac{\sin kr}{r} \right) \cdot k^{-8/3} dk \right] dr \quad (C.22) \end{aligned}$$

Obecnie musimy obliczyć wartość wyrażenia $\nabla^2 \left(\frac{\sin kr}{r} \right)$, a więc kolejno będziemy mieli (pamiętając, że znak \circ oznacza mnożenie skalarne wektorów)

$$\begin{aligned}\nabla^2\left(\frac{\sin kr}{r}\right) &= \nabla \circ \nabla\left(\frac{\sin kr}{r}\right) = \nabla \circ \left[\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z}\right] \frac{\sin kr}{r} = \\ &= \nabla \circ \left[\frac{\partial(\sin kr)}{\partial x}, \frac{\partial(\sin kr)}{\partial y}, \frac{\partial(\sin kr)}{\partial z}\right] = \\ &= \frac{\partial^2}{\partial x^2}\left(\frac{\sin kr}{r}\right) + \frac{\partial^2}{\partial z^2}\left(\frac{\sin kr}{r}\right)\end{aligned}$$

Obliczamy z kolei poszczególne pochodne

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\sin kr}{r}\right) = \frac{k \cos kr \cdot \frac{\partial r}{\partial x} \cdot r - \sin kr \cdot \frac{\partial r}{\partial x}}{r^2}$$

ale

$$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \quad \text{i} \quad \frac{\partial r}{\partial x} = \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} = \frac{x}{r}$$

tak więc

$$\begin{aligned}\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\sin kr}{r}\right) &= \frac{k \cos kr \cdot \frac{x}{r} \cdot r - \sin kr \cdot \frac{x}{r}}{r^2} = \frac{x}{r} \cdot \frac{kr \cos kr - \sin kr}{r^2} = \\ &= \frac{x(kr \cos kr - \sin kr)}{r^3}\end{aligned}$$

a dalej druga pochodna będzie

$$\begin{aligned}\frac{\partial^2}{\partial x^2}\left(\frac{\sin kr}{r}\right) &= \frac{1}{r^6} \left\{ (kr \cos kr - \sin kr) + x \left[\left(k \frac{\partial r}{\partial x} \cos kr - \right. \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - k^2 r \sin kr \frac{\partial r}{\partial x} - k \cos kr \frac{\partial r}{\partial x} \right] \cdot r^3 - \right. \\ &\quad \left. - x(kr \cos kr - \sin kr) \cdot 3 \cdot r^2 \frac{\partial r}{\partial x} \right\}\end{aligned}$$

Po wstawieniu

$$\frac{\partial r}{\partial x} = \frac{x}{r}$$

otrzymamy

$$\begin{aligned}\frac{\partial^2}{\partial x^2}\left(\frac{\sin kr}{r}\right) &= \frac{1}{r^6} \left\{ (kr - \sin kr) + \right. \\ &\quad \left. + x \left[\left(k \cdot \frac{x}{r} \cdot \cos kr - k^2 \cdot r \cdot \sin kr \cdot \frac{x}{r} - k \cdot \cos kr \cdot \frac{x}{r} \right) \right] \cdot r^3 - \right. \\ &\quad \left. - x(kr \cdot \cos kr - \sin kr) 3r^2 \cdot \frac{x}{r} \right\} = \\ &= \frac{1}{r^6} \left\{ r^3 \left[kr \cdot \cos kr - \sin kr + k \cdot \frac{x^2}{r} \cdot \cos kr - \right. \right.\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & - k^2 \cdot r \cdot \frac{x^2}{r} \cdot \sin kr - k \cdot \frac{x^2}{r} \cdot \cos kr \Big] - 3 k x^2 \cdot \frac{x^2}{r} \cdot \cos kr + \\
 & + 3 x^2 \cdot \frac{r^2}{r} \cdot \sin kr \Big] = \frac{1}{r^3} \left[kr \cdot \cos kr - \sin kr + k \cdot \frac{x^2}{r} \cdot \cos kr - \right. \\
 & \left. - k^2 \cdot x^2 \cdot \sin kr - k \cdot \frac{x^2}{r} \cdot \cos kr - 3 k \cdot \frac{x^2}{r} \cdot \cos kr + 3 \frac{x^2}{r^2} \cdot \sin kr \right]
 \end{aligned}$$

Ponieważ funkcja $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ jest funkcją symetryczną, więc analogicznie jak poprzednio otrzymamy

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial^2}{\partial y^2} \left(\frac{\sin kr}{r} \right) &= \frac{1}{r^3} \left[kr \cdot \cos kr - \sin kr + k \cdot \frac{y^2}{r} \cdot \cos kr - k^2 \cdot y^2 \cdot \sin kr - \right. \\
 & \left. - k \cdot \frac{y^2}{r} \cdot \cos kr - 3k \cdot \frac{y^2}{r} \cdot \cos kr + 3 \frac{y^2}{r^2} \cdot \sin kr \right]
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial^2}{\partial z^2} \left(\frac{\sin kr}{r} \right) &= \frac{1}{r^3} \left[kr \cdot \cos kr - \sin kr + k \cdot \frac{z^2}{r} \cdot \cos kr - k^2 \cdot z^2 \cdot \sin kr - \right. \\
 & \left. - k \cdot \frac{z^2}{r} \cdot \cos kr - 3k \cdot \frac{z^2}{r} \cdot \cos kr + 3 \frac{z^2}{r^2} \cdot \sin kr \right]
 \end{aligned}$$

Dodając odpowiednio obliczone pochodne drugiego rzędu otrzymamy

$$\begin{aligned}
 \nabla^2 \left(\frac{\sin kr}{r} \right) &= \frac{1}{r^3} \left[3kr \cdot \cos kr - 3 \sin kr - \frac{3k}{r} \cdot \cos kr \cdot (x^2 + y^2 + z^2) - \right. \\
 & \left. - k^2 \cdot \sin kr \cdot (x^2 + y^2 + z^2) + 3 \cdot \frac{1}{r^2} \cdot \sin kr \cdot (x^2 + y^2 + z^2) \right]
 \end{aligned}$$

ale

$$x^2 + y^2 + z^2 = r^2$$

więc

$$\begin{aligned}
 \nabla^2 \left(\frac{\sin kr}{r} \right) &= \frac{1}{r^3} \left[3kr \cdot \cos kr - 3 \sin kr - \frac{3k}{r} \cdot \cos kr \cdot r^2 - \right. \\
 & \left. - k^2 \cdot \sin kr \cdot r^2 + \frac{3}{r^2} \cdot \sin kr \cdot r^2 \right] = \\
 &= \frac{1}{r^3} \left[3kr \cdot \cos kr - 3 \sin kr - 3kr \cdot \cos kr - \right. \\
 & \left. - k^2 r^2 \cdot \sin kr + 3 \sin kr \right] = - \frac{1}{r^3} k^2 \cdot r^2 \cdot \sin kr = \\
 &= - \frac{k^2 \cdot \sin kr}{r}
 \end{aligned}$$

Możemy teraz do wzoru (C.22) podstawić obliczone wyrażenie

$$\nabla^2 \left(\frac{\sin kr}{r} \right) = \frac{-k^2 \cdot \sin kr}{r} \quad (\text{C.23})$$

otrzymując równanie

$$\begin{aligned} \langle \sigma^2 \rangle &= -0,83 \cdot 1 \cdot C_N^2 \int_0^\infty \left[\int_a^b -\frac{k^2 \cdot \sin kr}{r} k^{-8/3} dk \right] dr = \\ &= 0,83 \cdot 1 \cdot C_N^2 \int_0^\infty \left[\int_a^b \frac{\sin kr}{r} k^{-2/3} dk \right] dr \end{aligned} \quad (C.24)$$

Ponieważ obszar całkowania jest prostokątem, więc kolejność całkowania możemy dowolnie zmieniać. Zatem:

$$\begin{aligned} \langle \sigma^2 \rangle &= 0,83 \cdot 1 \cdot C_N^2 \int_a^b \left[\int_0^\infty \frac{\sin kr}{r} k^{-2/3} dr \right] dk = \\ &= 0,83 \cdot 1 \cdot C_N^2 \int_a^b \left[k^{-2/3} \int_0^\infty \frac{\sin kr}{r} dr \right] dk = \\ &= 0,83 \cdot 1 \cdot C_N^2 \int_a^b \left[k^{-2/3} \cdot \frac{\pi}{2} \right] dk = \quad \left(\text{gdź} \int_0^\infty \frac{\sin kr}{r} dr = \frac{\pi}{2} \right) \\ &= 0,83 \cdot 1 \cdot C_N^2 \cdot \frac{\pi}{2} \int_a^b k^{-2/3} dk = \\ &= 0,83 \cdot 1 \cdot C_N^2 \cdot \frac{\pi}{2} \left[3 \cdot k^{1/3} \right]_a^b = \\ &= \frac{3}{2} \cdot \pi (b^{1/3} - a^{1/3}) \cdot 0,83 \cdot 1 \cdot C_N^2 \end{aligned}$$

Podstawiając za $a = \frac{\pi}{L_0}$ i $b = \frac{\pi}{l_0}$ otrzymamy

$$\langle \sigma^2 \rangle = 0,83 \cdot 1 \cdot C_N^2 \cdot \frac{3}{2} \cdot \pi \left[\left(\frac{\pi}{l_0} \right)^{1/3} - \left(\frac{\pi}{L_0} \right)^{1/3} \right] \quad (C.25)$$

Zakładając, że średnica wiązki laserowej D wzdłuż drogi nie będzie się zmieniać, oraz że l_0 powinno być większe lub przynajmniej równe D (przypadek B na rys. 8) możemy napisać

$$\langle \sigma^2 \rangle = 5,726 C_N^2 \cdot 1 \cdot D^{-1/3} \quad (C.26)$$

Przy obliczaniu równania (C.26) został zaniedbany drugi wyraz równania (C.25), ponieważ zewnętrzna skala turbulencji jest znacznie większa od średniej wiązki ($D \ll L_0$).

Natomiast całkowite średniokwadratowe zmiany kąta propagacji na końcu drogi L (odbiornik - nadajnik) będzie wynosić:

$$\langle \theta^2 \rangle = \langle \theta^2 \rangle \cdot \frac{L}{1} ;$$

gdzie $\frac{L}{1}$ to ilość elementarnych segmentów, czyli

$$\langle \theta^2 \rangle = 5,73 \cdot C_N^2 \cdot L \cdot D^{-1/3} \quad (C.27)$$

Rozważmy obecnie liniowe poziome przemieszczenie promienia w płaszczyźnie odbiornika. Rozpatrywane ono może być jako pochodna kątowych zmian wzdłuż drogi mnożona przez odległość od rozpatrywanego punktu [7] (w którym wyznaczamy stałą strukturalną turbulencji C_N) do punktu odbioru. Ponieważ zmiany kąta propagacji są małe i ich pochodne względem drogi są statystycznie niezależne jedna od drugiej, możemy więc napisać następujący wzór:

$$p^2 = \int_0^1 (L-1)^2 \left(\frac{d\theta}{dl} \right)^2 dl \quad (C.28)$$

Jeżeli przyjmiemy, że $\langle \theta^2 \rangle$ jest liniowe względem L , tak jak w równaniu (C.27), to otrzymamy

$$\frac{d\theta^2}{dl} = \frac{\theta^2}{L}$$

$$\frac{d^2\theta^2}{dl^2} = 0$$

Całkując przez części (C.28) otrzymamy

$$\frac{d\theta^2}{dl} = u, \quad (L-1)^2 dl = dv$$

$$du = \frac{d^2\theta^2}{dl^2} = 0 \quad (\text{z powyższego założenia})$$

$$\begin{aligned} v &= \int_0^L (L-1)^2 dl = \int_0^L (L^2 - 2L \cdot 1 + 1^2) dl = \\ &= \left(L^2 \cdot l - 2 \cdot l \cdot \frac{l^2}{L} + \frac{l^3}{3} \right) \Big|_0^L = \frac{L^3}{3} \end{aligned}$$

Tak więc otrzymamy

$$\begin{aligned} p^2 &= \frac{d\theta}{dl} \Big|_{L=1}^2 \cdot \frac{L^3}{3} - \int_0^L \frac{L^3}{3} \frac{d^2\theta^2}{dl^2} = \\ &= \frac{d\theta}{dl} \Big|_{L=1}^2 \cdot \frac{L^3}{3} = \frac{\theta^2}{L} \cdot \frac{L^3}{3} = \frac{1}{3} \cdot \theta^2 \cdot L^2 \end{aligned}$$

a więc

$$\langle p^2 \rangle = \frac{1}{3} \cdot \langle \theta^2 \rangle \cdot L^2 \quad (C.29)$$

Podstawiając do (C.29) równanie (C.27) mamy

$$\langle p^2 \rangle = 1,90 \cdot L^3 \cdot C_N^2 \cdot D^{-1/3} \quad (C.30)$$

Ponieważ $\langle p^2 \rangle$ jest wypadkowym średniokwadratowym liniowym przemieszczeniem wiązki w dowolnym kierunku na płaszczyźnie odbiornika prostopadłej do kierunku jej biegu, więc zakładając symetrię odchyień liniowych w kierunkach prostopadłych do kierunku propagacji możemy napisać

$$\langle p^2 \rangle = \langle p_x^2 \rangle + \langle p_y^2 \rangle$$

a dla

$$\langle p_x^2 \rangle = \langle p_y^2 \rangle$$

będziemy mieli

$$\langle p^2 \rangle = 2 \langle p_y^2 \rangle$$

a dalej obliczając otrzymamy wzór na przewidywane odchylenie standardowe wiązki w płaszczyźnie poziomej

$$\langle p_y \rangle = \pm 0,97 \cdot L^{3/2} \cdot C_N \cdot D^{-1/6} \quad (C.31)$$

Z kolei podstawiając do (C.31) średnicę wiązki [22]

$$D = \frac{2 \cdot \lambda}{\pi R_w} \cdot L$$

gdzie:

$$\lambda = 0,6328 \mu\text{m}$$

R_w - promień wiązki na wyjściu z rezonatora laserowego równy 0,3 mm

Tak więc ostatecznie otrzymamy

$$p_y = \pm 2,92 \cdot L^{4/3} \cdot C_N \quad \text{w [m]} \quad (C.32)$$



LITERATURA

- [1] Ahrend-Export Alignoscope (advertising brochure), Holland 1982
- [2] Batchelor G.K., "The theory of Homogeneous Turbulence", Cambridge University Press, London 1953
- [3] Bjerhammar A., "Course lasers in surveying and constructions", Royal Institute of Technology, Stockholm 1973
- [4] Brunner F.K., "Atmospheric Turbulence: The Limiting Factor to Geodetic Precision", Austr. J. Geol. Photo Surv. 31
- [5] Brückner R., "Zur Szintillation bei terrestrischen geodätischen Messungen", Universität Hannover 1979
- [6] Chamberlain S.M., "Sub-meter positioning in the field", FIG XVI 1981
- [7] Chernov L., "Wave propagation in random medium", Dover Publication Inc., New York 1960
- [8] Chiba T., "Spot dancing of the laser beam propagated through the turbulent atmosphere", Applied Optics Vol. 10 No 11 1971
- [9] Chrzanowski A., "Comparison of precision alignment methods", The Canadian Surveyor Vol. 30 No 21 1976
- [10] Chrzanowski A., "New laser application in Geodetic and Engineering Surveys", Applied Optics Vol. II No 2 1972
- [11] Chrzanowski A., "Alignment Surveys in Turbulent Atmosphere Using Laser", Proceed. 31st Annual Meeting of the ACSM, Washington 1971
- [12] Clifford S.F., Ph. D. Thesis, Dartmouth Coll., Hannover 1969
- [13] Clifford S.F., "Physical properties of the atmosphere in relation to laser probing", Optical and Quantum Electronics 8/76
- [14] Corrsin S., Journal Applied Physics Vol. 22, 469, 1951
- [15] Davis J.I., "Consideration of turbulence in laser system design", Applied Optics Vol. 5 No 1 1966
- [16] Feist W., "Die orientierung des laserstrahls zum Achsensystem eines Laser fluchtungsgerätes um Beispiel des LFG 1 des VEB Carl Zeiss Jena"
- [17] Gervaise J., "High Precision Instrumentation developed for CERN", American Congress on Surveying, 1981
- [18] Gocał J., "Geodezyjne metody realizacji i kontroli geometrycznych warunków pracy maszyn i urządzeń przemysłowych", Z. N. AGH Nr 612, Geodezja 47, 1977
- [19] Gorham B.J., "3-D Position Fixation Using A rotary laser Beam", FIG XIV, Montreux 1981

- [20] Harrison P., „A laser-based technique for alignment and deflection measurement”, Civil Engineering, London March 1973
- [21] Hodara H., „Laser wave propagation through the atmosphere”, Proc. IEEE Vol. 54 No 3, March 1966
- [22] Holejko K., „Precyzyjne elektroniczne pomiary odległości i kątów”, WNT Warszawa 1981
- [23] Janusz W., „Obsługa geodezyjna budowli i konstrukcji”, PFWK 1975
- [24] Jenkins G.M., Watts D.G., „Spectral Analysis and Its Applications”, Holden Day San Francisco 1968
- [25] Kaspar M., „Vergleich des Laser Alignments mit geodätischen Verfahren”, Vermessungstechnik 1979
- [26] Kelly B., „Techniques for using the position sensitivity of silicon photodetectors to provide machine control”, 21st Annual IEEE Machines Tool Conference Hartford, Connecticut 1973
- [27] Kołmogorow A.N., „Dissipation of energy in locally isotropic turbulence”, Akademic-Verlag, Berlin 1978
- [28] Kutik M., „Presna smerova mereni z laserem”, Jemna Mechanika a Optika 10/1978
- [29] Kwiecień J., „De invloed van turbulentie op een laserstraal in een gesloten ruimte”, NGT Geodesia No 11, Holland 1985
- [30] Kwiecień J., „Determination of heights by laser alignment”, Survey Review, 28 October 1986
- [31] Kwiecień J., „Przydatność lasera do wyznaczania i kontrolowania poziomych punktów za pomocą prostej odniesienia w pomieszczeniach zamkniętych. Z. N. AGH Nr 75, Geodezja 83. Praca monograficzna, Kraków 1984
- [32] Kwiecień J., „Wpływ warunków atmosferycznych w zamkniętych pomieszczeniach fabrycznych na prostoliniowość promienia świetlnego i laserowego przy pomiarach odkształceń”. Praca doktorska, Politechnika Warszawska 1978
- [33] Kwiecień J., „Wpływ pola temperaturowego na wyniki pomiarów odkształceń poziomych w zamkniętych pomieszczeniach fabrycznych”, Przegląd Geodezyjny 1/1979
- [34] Kwiecień J., „The influence of temperature factors on the results of remote and continuous displacement measurements using laser in closed rooms”, FIG PC/85, Katowice 9 - 16 June 1985
- [35] Kwiecień J., „Automatyczne laserowe tyczenie kierunku”, Przegląd Geodezyjny 3/1983
- [36] Kwiecień J., „Optoelektroniczne systemy do pomiaru przemieszczeń dynamicznych konstrukcji mostowych”, Z. N. ATR Nr 103, Budownictwo 19, Bydgoszcz 1983

- [37] Kwiecień J., „The influence of atmospheric conditions on the results of laser geodetic survey”, *Universita di Cagliari Italia* 1982
- [38] Kwiecień J., „Laserowy zestaw do pomiaru przemieszczeń”, *Przegląd Geodezyjny* nr 1 i 2, 1983
- [39] Lipcer B.C., „Statystyka procesów stochastycznych”, PWN, Warszawa 1981
- [40] Maase S., „Ein einfaches laserstrahl-ortungsgerat”, *Vermessungstechnik* 24/79
- [41] Michelew D.S., „Formuły uciążliwa bokuwej refrakcyi pri wypożnieni geodieziczeskich rabot w zakrytych pomieszczjenijach”, *Geodezja i Aerofotostojomka* 3/1967
- [42] Munck J.C., „Electronische afstandsmeting”, *Ingenieur*, Holland 1963
- [43] Ney B., „Geodezja inżynieryjno-przemysłowa”, AGH, Kraków 1974
- [44] New B.M., „Versatile Electrooptic Alignment System for field applications”, *Applied Optics* Vol. 13 No 4 1974
- [45] Noordwijk, van D., „Inclination measurements”, *The Delft Soil Mechanics Laboratory*, Holland 1977
- [46] Obuchow A.M. „Statistical description of continuous fields”, *Trudy Geof. Inst. Akademii Nauk SSSR*, 24, 3, 1954
- [47] Otnes R., Echnoson L., „Analiza numeryczna szeregów czasowych”, WNT, Warszawa 1978
- [48] Pachuta S., „Zastosowanie techniki laserowej w geodezji”, WAT, Warszawa 1984
- [49] Pelzer H., „Geodatische Überwachung dynamischer system I”, *II Intern. Symp. über Deformationsmessungen*, Bonn 1978
- [50] Piersol A., Bendat J., „Metody analizy i pomiaru sygnałów losowych”, PWN, Warszawa 1976
- [51] Pospisil J., Vraný V., „Vliv atmosféry na sirení laserovo zarení pri metode zamerne primky”, *Geod. a Kart. Obzor* 1/80
- [52] Przewłocki S., „Zastosowanie techniki laserowej do kontroli cech geometrycznych form produkcyjnych i prefabrykatów”, *Z. N. Polit. Łódzkiej* nr 486, *Budownictwo* 38, 1987
- [53] Przewłocki S., „Wyniki badań testowych warunków geometrycznych przyrządów i dokładności pomiaru cech geometrycznych elementów budowlanych za pomocą prototypowego zestawu przyrządów laserowych PL-1, PL-2, PL-3”, *Z. N. Polit. Łódzkiej* nr 476, *Budownictwo* 36, 1986
- [54] Rosenberger D., „Alignment with laser beams”, *Alta Frequenza* Vol. 10, *Italia* 1972

- [55] Siuzdak J., „Wpływ turbulencji atmosferycznej na pomiary odległości dalmierzami optoelektronicznymi”. Praca doktorska. Politechnika Warszawska 1983
- [56] Sprent A., „Laser scanning methods for the remote measurement and processing of analysis of angles”, FIG XVI, Montreux 1981
- [57] Strohbehn J., „Laser field propagation”, Proceeding JEEE Vol. 56 1968
- [58] Strohbehn J., „Laser beam propagation in the atmosphere”, Springer-Verlag, New York 1978
- [59] Svagr W., „Oformilenije laserow Tesla dla rudnikow w CSRS”, Markszerdiejskoje dzieło w socjalisticzeskich stranach, t. 6, Moskwa 1979
- [60] Tatarski V.I., „Wave propagation in a turbulent medium”, Mc Graw-Hill Book Company Inc., 1961
- [61] Tatarski V.I., „The effects of the turbulent atmosphere on wave propagation”, NTIS Spriengfield. Va, 1971
- [62] Tchechankow L., „Razwite na metodite i lasernata aparatura pri transiraniето w stroitelstwo”. Praca habilitacyjna, Sofia 1988
- [63] Wallis D., „Laser alignment techniques at the Wimbleball reservoir”, Water Power and Dam Construction, May 1984
- [64] Wesely M.L., „Diurnal Cycles of the refractive Index Structure Function Coefficient”, J. Geophys. Research Vol. 78, 1973
- [65] Wiener N., „Extrapolation and Smoothing of Stationary Time Series with Engineering Applications”, Wiley and Sons, New York 1949
- [66] Williams D.C., „Laser Alignment techniques”, Phys. Technol. Vol. 14, Northen Ireland 1983
- [67] Wolf de D.A., „Optical propagation through turbulent air”, Optics and Laser Technology Vol. 11 No 1, 1974
- [68] Woodson R., „New Technique for high Precision lineal Surveys”, Proc. 24th Annual J.S.A. Conference, Houston 1969
- [69] Yaglom A.M., „An Introduction to the Theory of Stationarity Random Functions”, Prentice Hall, Englowd Cliffs, New York 1962
- [70] Ziobro A., „Wpływ warunków meteorologicznych i przemysłowych na wykorzystanie geodezyjnych przyrządów laserowych”, Z. N. AGH nr 689, Geodezja 52, Kraków 1978

Streszczenie

W pracy przedstawiono nową automatyczną metodę laserowego tyczenia prostej odniesienia w pomieszczeniach fabrycznych w warunkach turbulencji atmosferycznej.

Metoda ta odnosi się do samonaprowadzających systemów detekcyjnych wiązki laserowej, gdzie dokładność centrowania oprócz mechanicznych i elektronicznych rozwiązań zależy głównie od czasu integracji sygnałów otrzymywanych w odbiorniku w procesie uśredniania położenia wiązki w turbulentnej atmosferze.

Zaproponowany sposób wyznaczania współczynnika strukturalnego refrakcji następuje w oparciu o pomiary fluktuacji natężenia światła laserowego, a nie na podstawie zmian gradientów temperaturowych.

W wyniku rozważań teoretycznych opracowano technologię nowej metody, która została zweryfikowana na poligonie doświadczalnym. Uzyskane wyniki eksperymentów potwierdziły jej przydatność praktyczną do precyzyjnej realizacji prostej odniesienia w pomieszczeniach fabrycznych.

AUTOMATIC LASER ALIGNMENT IN TURBULENT ATMOSPHERE IN FACTORY HALLS

Summary

The work presents a new method of automatic laser alignment in turbulent atmosphere in factory halls.

The method is applied to self aligning detection systems of a laser beam, where an accuracy of centering in spite of mechanical and electrical resolution, depend mainly on a time integration for averaging position of laser beam in turbulent conditions.

The proposed new method of refractive constant structure determining is based on laser light intensity fluctuations, but not temperature gradient changes.

In the result of the theoretical considerations the technology of the new method has been developed and practically verified. The obtained results have confirmed its usefulness for laser alignment in factory halls.

АВТОМАТИЧЕСКИЙ МЕТОД ЛАЗЕРНОГО ВЕШЕНИЯ
ЛИНИИ СООТНОСЕНИЯ В ЗАВОДСКИХ ПОМЕЩЕНИЯХ
ВО ВРЕМЯ АТМОСФЕРНОЙ ТУРБУЛЕНТНОСТИ

Резюме

В научной работе представлено новый автоматический метод лазерного вешения линии соотношения в заводских помещениях во время атмосферной турбулентности. Этот метод относится к самонаводящим дедуктивным систем лазерного пучка, когда точность центрирования кроме механических и электронных решений зависит в главном от времени интеграции сигналов получаемых в приёмнике усреднения расположения пучка в турбулентной атмосфере. Предложенный новый способ определения структурного коэффициента рефракции наступает исходя из измерения флуктуации силы лазерного света, а не на основе измерения температурных градиентов. результате теоретических решений разработано технологию нового метода который проверено на опытном полигоне. Получены результаты опытов подтверждают его практическую пригодность для точной реализации линий соотношения в заводских помещениях.

Biblioteka Główna ATR
w Bydgoszczy

74097