

AKADEMIA TECHNICZNO-ROLNICZA  
IM. JANA I JĘDRZEJA ŚNIADECKICH  
W BYDGOSZCZY

Rozprawy  
nr 27

BRONISŁAW GRZEGORZEWSKI

SPÓJNOŚĆ  
ZESPOŁÓW PLAMKOWYCH

BYDGOSZCZ – 1988



AKADEMIA TECHNICZNO-ROLNICZA  
IM. JANA I JĘDRZEJA ŚNIADECKICH  
W BYDGOSZCZY

**Rozprawy**  
**nr 27**

BRONISŁAW GRZEGORZEWSKI

**SPÓJNOŚĆ**  
**ZESPOŁÓW PLAMKOWYCH**

Biblioteka Główna ATR w Bydgoszczy



000000066058

BYDGOSZCZ – 1988

**PRZEWODNICZĄCY KOMITETU REDAKCYJNEGO**  
doc. dr hab. Juliusz Skonieczny

**OPINIODAWCY**  
prof. dr hab. Eugeniusz Jagoszewski  
prof. dr hab. Stanisław Łęgowski

**REDAKTOR NAUKOWY**  
doc. dr Mikołaj Rozwadowski

**OPRACOWANIE REDAKCYJNE I TECHNICZNE**  
mgr Halina Koziolkiewicz, Zbigniew Gackowski



73077

Wydano za zgodą Rektora  
Akademii Techniczno-Rolniczej  
w Bydgoszczy

ISSN 0209-0597

**WYDAWNICTWO UCZELNIANE AKADEMII TECHNICZNO-ROLNICZEJ  
W BYDGOSZCZY**

---

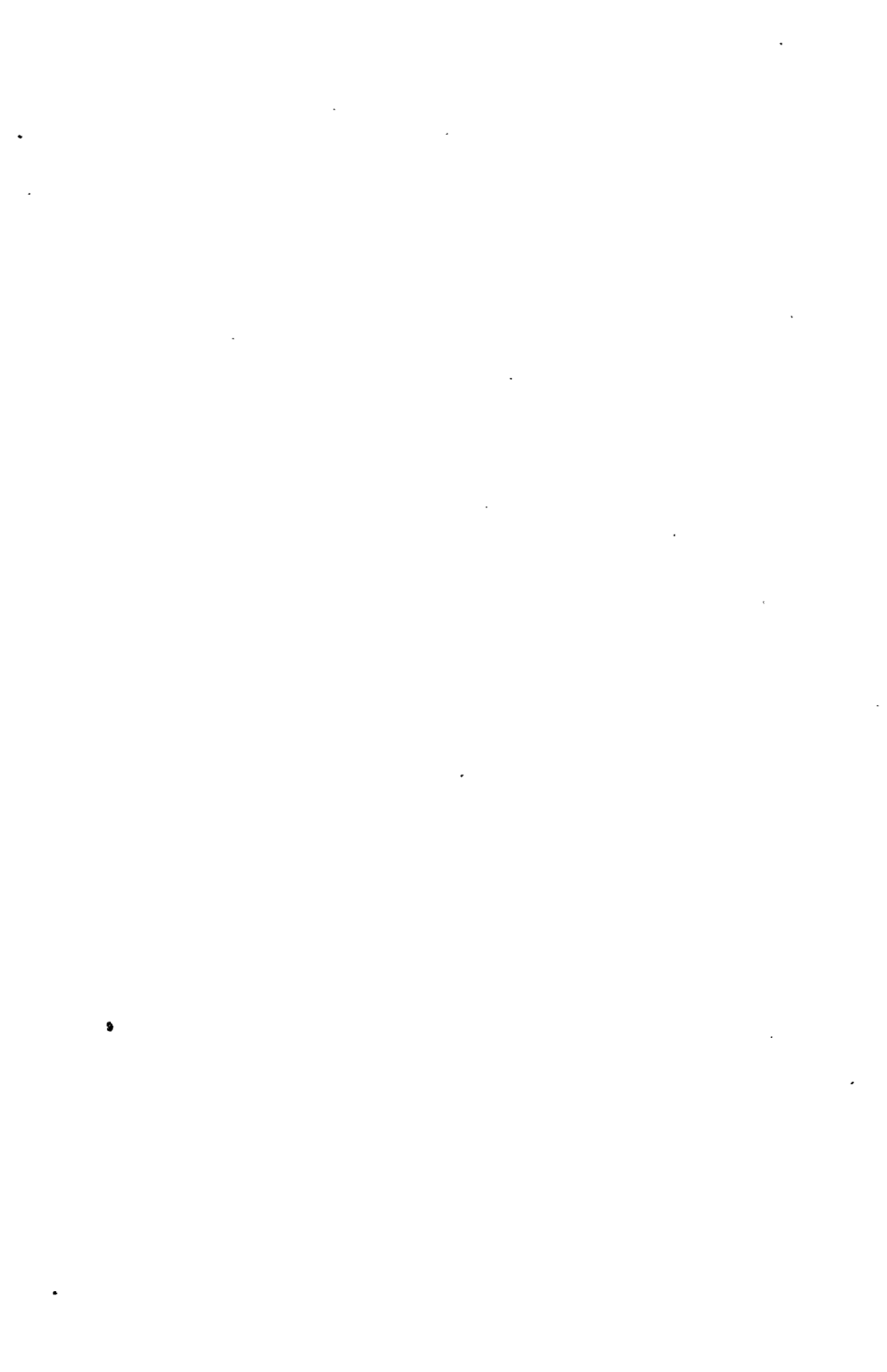
Wyd. I. Nakład 150 egz. Ark. wyd. 7,3, ark. druk. 6,75. Papier druk. kl. V, 70 × 100  
Oddano do druku w sierpniu 1988 r. Druk ukończono w październiku 1988 r.  
Cena 176 zł

Prasowe Zakłady Graficzne RSW „Prasa-Książka-Ruch” w Bydgoszczy, ul. Dworcowa 13  
Zamówienie nr 3057/88. TR E-7

81 D 3/35

## Spis treści

	str.
WSTĘP .....	5
1. ZESPÓŁ PLAMKOWY .....	9
1.1. Klasyczny zespół plamkowy .....	9
1.2. Rodzaje zespołów plamkowych .....	12
1.3. Przegląd badań zespołów plamkowych .....	13
2. STATYSTYCZNE WŁASNOŚCI 1-GO RZĘDU GAUSSOWSKICH ZESPOŁÓW PLAMKOWYCH .....	16
2.1. Wprowadzenie .....	16
2.2. Statystyka 1-go rzędu gaussowskich zespołów plamkowych ....	17
2.3. Pomiar kontrastu zespołów plamkowych w dalekiej strefie ..	26
3. KONCEPCJA SPÓJNOŚCI ZESPOŁU PLAMKOWEGO .....	33
3.1. Wprowadzenie .....	33
3.2. Klasyczna koncepcja spójności światła .....	34
3.3. Koncepcja spójności zespołu plamkowego .....	38
4. OGÓLNY STATYSTYCZNY OPIS POLA PLAMKOWEGO .....	43
4.1. Wprowadzenie .....	43
4.2. Ogólny statystyczny opis pola optycznego .....	44
4.3. Ogólny statystyczny opis pola plamkowego .....	45
5. EFEKTY PLAMKOWEJ SPÓJNOŚCI 2-GO RZĘDU .....	49
5.1. Wprowadzenie .....	49
5.2. Przestrzenna korelacja amplitudy pola plamkowego .....	51
5.3. Pomiar widzialności zespołu interferencyjnego .....	58
6. EFEKTY PLAMKOWEJ SPÓJNOŚCI 4-GO RZĘDU .....	63
6.1. Wprowadzenie .....	63
6.2. Przestrzenna korelacja natężenia pola plamkowego .....	64
6.3. Własności statystyczne całkowitego natężenia zespołu interferencyjnego .....	67
6.4. Pomiar kontrastu całkowitego natężenia zespołu interferencyjnego .....	69
7. FLUKTUACJE NATĘŻENIA ZESPOŁU INTERFERENCYJNEGO .....	72
7.1. Wprowadzenie .....	72
7.2. Fluktuacje natężenia zespołu interferencyjnego .....	73
7.3. Własności statystyczne zespołu interferencyjnego otrzymanego z częściowo rozwiniętego zespołu plamkowego .....	79
7.4. Pomiar kontrastu zespołu interferencyjnego .....	86
7.5. Dodatek .....	93
PODSUMOWANIE .....	95
LITERATURA .....	99
STRESZCZENIA .....	106



## WSTĘP

Światło rozproszone w optycznie niejednorodnym ośrodku ma losowy rozkład natężenia. Charakterystyczna granulacja natężenia rozproszonego światła w postaci plamek, wyraźnie widocznych w świetle lasera, nazwana została zespołem plamkowym. Losowy charakter zjawisk plamkowych powoduje konieczność stosowania statystycznych metod do opisu zespołów plamkowych. Z uwagi na istniejące analogie między promieniowaniem i zespołem plamkowym, opis pola plamkowego można przeprowadzić podobnie do opisu pola optycznego. Zatem, tak jak pojęcie optycznej spójności obejmuje cały obszar optyki statycznej, tak plamkowa spójność może być uogólnieniem statystycznych własności zespołu plamkowego.

Najbardziej znanym zjawiskiem plamkowym jest migotanie gwiazd. Pierwsze próby interpretacji tego zjawiska przeprowadził Newton. Bardziej systematyczne obserwacje efektów plamkowych prowadził Exner, który w 1878 roku opublikował wyniki badań przestrzennej struktury rozproszonego promieniowania. Ścisły opis zjawisk plamkowych zapoczątkowali Verdet, Lord Rayleigh i von Laue [1].

Zasadniczy zwrot w badaniu zjawisk plamkowych nastąpił po skonstruowaniu lasera. Lata sześćdziesiąte to okres, w którym opublikowano wiele prac opisujących laserowe zespoły plamkowe. Najbardziej dynamiczny rozwój badań zjawisk plamkowych przypada na lata siedemdziesiąte. W tym okresie zbadano podstawowe własności statystyczne zespołów plamkowych. Charakterystykę rozwoju badań zjawisk plamkowych odzwierciedla liczba publikacji. O ile w latach sześćdziesiątych ukazało się około 100 artykułów dotyczących zjawisk plamkowych, to np. w roku 1975 ukazało się ich około 200 i taka liczba rocznie publikowanych prac utrzymuje się do chwili obecnej. Liczne zastosowania metod plamkowych, począwszy od metrologii po astronomię, odzwierciedlają użyteczność badania zespołów plamkowych. Ogromne możliwości aplikacyjne, wynikające z badania zespołów plamkowych, może potwierdzić przykład optyki oka. Lista prac opublikowanych w latach 1961-1982, w których przedstawiono zastosowanie metod plamkowych w optyce oka, obejmuje około 100 pozycji.

W początkowym okresie badań opis zespołu plamkowego ograniczano do własności statystycznych 1-go i 2-go rzędu, dyskutowanych na przykładzie interferometrii natężeniowej. W obu tych przypadkach próbkę pomiarową stanowiło uśrednione w czasie natężenie światła, rejestrowane w danym punkcie zespołu plamkowego. W 1979 roku J. W. Goodman zaproponował koncepcję spójności plamkowej, którą zastosował do interpretacji doświadczenia interferencyjnego Younga zastosowanego do zespołu plamkowego. Koncepcja plamkowej spójności, zaproponowana przez Goodmana, określa w sposób ścisły różnicę pomiędzy badaniem statystycznych własności światła tworzącego zes-

pół plamkowy i badaniem statystycznych własności zespołu plamkowego. Jednocześnie koncepcja spójności plamkowej stanowi podstawę systematycznego opisu i klasyfikacji zjawisk korelacji plamkowej.

Celem tej pracy jest teoretyczne i doświadczalne badanie statystycznych własności gaussowskich zespołów plamkowych w dalekiej strefie. Na podstawie koncepcji spójności plamkowej Goodmana zaproponowano bardziej ogólne ujęcie statystycznych własności zespołów plamkowych. Takie ujęcie problemu umożliwiło dyskusję plamkowej wersji doświadczeń Younga, Hanbury Browna i Twissa oraz zaobserwowanych przez Martienssena i Spillera fluktuacji zespołu interferencyjnego.

W pierwszej części przedstawionej pracy wprowadzono podstawowe pojęcia, wielkości fizyczne i definicje używane do opisu zespołów plamkowych. Szczegółowo opisano klasyczny przypadek zespołu plamkowego oraz scharakteryzowano inne rodzaje zespołów plamkowych. Zamieszczony przegląd badań zespołów plamkowych pozwala umiejscowić podjęte w tej pracy badania na obszarze obejmującym studiowanie zjawisk plamkowych.

W drugiej części tej pracy omówiono statystyczne własności 1-go rzędu monochromatycznych zespołów plamkowych w dalekiej strefie. Problemy te zostały zbadane w głównej mierze przez grupę Asakury. Rozważane są całkowicie i częściowo rozwinięte zespoły plamkowe. Dokonano modyfikacji statystycznego opisu zespołów plamkowych przez wprowadzenie stopnia niecyrkularności statystyki plamkowej. Dyskutowana jest gęstość prawdopodobieństwa amplitudy pola plamkowego. Omawianie statystycznych własności 1-go rzędu zakończone jest częścią doświadczalną, w której przedstawiono wyniki pomiarów kontrastu badanych zespołów plamkowych.

W części trzeciej omówiono koncepcję plamkowej spójności Goodmana, porównując ją z klasyczną koncepcją spójności światła. Omówiono różnicę pomiędzy badaniem statystycznych własności światła tworzącego zespół plamkowy i badaniem statystycznych własności zespołu plamkowego. Wprowadzono definicję powierzchni spójności plamkowej oraz omówiono parametr degeneracji światła tworzącego zespół plamkowy.

W części czwartej zaproponowano ogólny statystyczny opis pola plamkowego, wzorując się na ogólnym opisie pola optycznego, podanym przez Wolfa. Dyskutowane są warunki spójności plamkowej, w analogii do warunków spójności światła podanych przez Wolfa i Glaubera.

Piątą część pracy rozpoczyna analiza przestrzennej korelacji amplitudy pola plamkowego przeprowadzona metodami optyki falowej. Dyskutowane jest twierdzenie van Citterta-Zernike oraz jego modyfikacja dla częściowo rozwiniętego zespołu plamkowego. Wyniki teoretyczne porównano z pomiarami widzialności otrzymanymi z doświadczenia interferencyjnego Younga zastosowanego do plamek.

Efekty plamkowej spójności 4-go rzędu są tematem części szóstej. Przedstawiono teoretyczną interpretację doświadczenia Hanbury Browna i Twissa, zastosowanego do plamek oraz analizę fluktuacji całkowitego natężenia zespołu interferencyjnego. Doświadczalne badanie całkowitego natężenia zespołu interferencyjnego jest pośrednią metodą badania przestrzennej



korelacji natężenia światła w zespole plankowym.

W siódmej części zawarto opis teoretyczny oraz wyniki badania doświadczalnego fluktuacji natężenia zespołu interferencyjnego światła tworzącego zespół plankowy. Badanie tego efektu spójności plankowej jest, w pewnym sensie, zasadniczym celem tej pracy. Wariancja fluktuacji natężenia światła w zespole interferencyjnym zawiera elementy dotyczące statystyki 1-go rzędu badanego zespołu plankowego, elementy opisujące spójność plankową 2-go i 4-go rzędu oraz pewne wyrażenia interferencyjne, które nie występują w interpretacji doświadczeń Younga oraz Hanbury Browna i Twissa. Pokazano, że zmiany kontrastu natężenia w zespole interferencyjnym obrazują statystyczny charakter badanego zespołu plankowego.

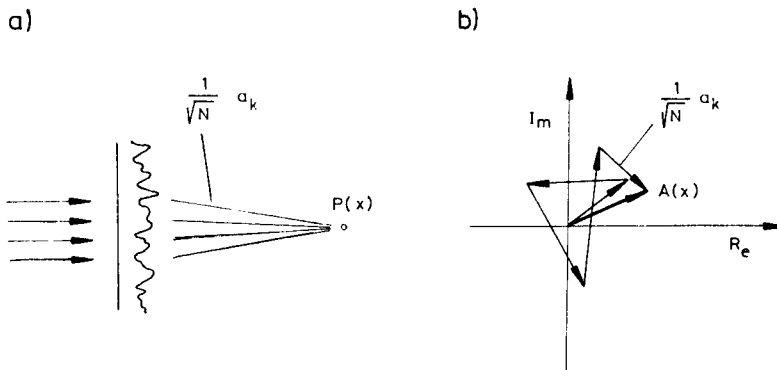


## 1. ZESPÓŁ PLAMKOWY

### 1.1. Klasyczny zespół plamkowy

Zespół plamkowy powstaje wtedy, gdy pole promieniowania jest sumą statystycznie niezależnych przyczynków o losowym rozkładzie fazy. Zjawiska plamkowe obserwuje się najczęściej w polu fal optycznych. Podobnie jednak jak dyfrakcję i interferencję, właściwe falowej naturze promieniowania, zjawiska plamkowe obserwuje się także w polu fal radiowych, mikrofal, fal akustycznych oraz w polu wiązki elektronów.

W celu wprowadzenia podstawowych wielkości fizycznych stosowanych do opisu zjawisk plamkowych rozważmy klasyczny przypadek zespołu plamkowego. Rys.1a ilustruje powstawanie zespołu plamkowego.



Rys.1. Powstawanie zespołu plamkowego (a). Sumowanie fazorów w płaszczyźnie zespolonej (b)

Spolaryzowana wiązka monochromatycznego światła pada na optycznie chropowaty obiekt. Przez pojęcie optycznej chropowatości rozumiemy fluktuacje stałych optycznych obiektu, które wprowadzają losowe zmiany fazy padającej fali świetlnej, przy czym promień korelacji zmiany fazy jest większy od długości fali padającego promieniowania. Takim obiektem może być szklana matówka, warstwa ciekłego kryształu, warstwa polimerowa, ośrodek biologiczny, itp. Światło rozproszone na optycznych chropowatościach tworzy zespół plamkowy, który możemy obserwować w postaci charakterystycznej „granulacji” natężenia. Klasyczny efekt plamkowy powstaje wówczas, gdy optyczna chropowatość ma charakter statyczny, rozpraszanie jest jednokrotne, powierzchnia obiektu przyczyniająca się do efektu plamkowego jest dużo większa od powierzchni korelacji zmiany fazy oraz odchylenie standardowe zmiany fazy jest większe od  $2\pi$ . Ponadto w rozważaniach dotyczących kla-

sycznego zespołu plamkowego zakłada się, że światło wiązki padającej jest spolaryzowane i optyczne chropowatości nie zmieniają polaryzacji światła. Zatem opis klasycznego zespołu plamkowego można przedstawić używając teorii skalarnej.

Sygnal analityczny pola optycznego w punkcie obserwacji  $x$  w chwili  $t$  ma postać

$$U(x, t) = A(x) \exp[-i 2\pi \nu t], \quad (1.1)$$

gdzie  $A(x)$  jest zespoloną amplitudą, natomiast  $\nu$  jest częstotliwością padającego promieniowania. Taka postać sygnału analitycznego wynika z monochromatyczności padającego promieniowania oraz z założeń określających klasyczny zespół plamkowy. Wielkością mierzoną doświadczalnie jest natężenie światła, które definiujemy w postaci

$$I(x) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} |U(x, t)|^2 dt = |A(x)|^2. \quad (1.2)$$

To uśrednione w czasie natężenie światła jest pojedynczą próbką pomiarową natężenia zespołu plamkowego. Ze wzoru (1.2) widać, że natężenie światła w danym punkcie klasycznego zespołu plamkowego określone jest przez amplitudę sygnału analitycznego pola optycznego. Taka amplituda określa nam pole plamkowe w odróżnieniu od sygnału analitycznego, który określa pole optyczne.

Amplitudę pola plamkowego można przedstawić w postaci sumy przyczynków pochodzących od elementarnych komórek rozpraszających. Przez elementarną komórkę rozpraszającą rozumiemy elementarny obszar zmiany stałych optycznych. Średnie rozmiary elementarnej komórki rozpraszającej określa powierzchnia korelacji zmiany fazy wprowadzanej przez obiekt. Zespolona postać amplitudy pozwala na przeprowadzenie dyskusji powstania zespołu plamkowego w płaszczyźnie zespolonej, w której elementarnym przyczynkom amplitudy przyporządkowano fazowe wektory zwane fazorami. Zatem wypadkowy fazor  $A(x)$  jest sumą elementarnych fazorów  $\frac{1}{\sqrt{N}} a_k(x)$ , czyli

$$A(x) = \sum_{k=1}^N \frac{1}{\sqrt{N}} a_k(x), \quad (1.3)$$

gdzie  $N$  jest liczbą elementarnych fazorów, która z definicji jest równa liczbie elementarnych komórek rozpraszających, przyczyniających się do efektu plamkowego w punkcie  $x$ . Dodawanie elementarnych fazorów ilustruje rys.1b. Poszczególne realizacje zespołu plamkowego można zatem zilustrować błędzeniem wypadkowego fazora w płaszczyźnie zespolonej. W sensie statystycznym powstawanie zespołu plamkowego należy więc do szerokiej klasy problemów, które charakteryzuje losowy „spacer” na płaszczyźnie.

Elementarne fazory klasycznego zespołu plamkowego mają następujące własności statystyczne:

- (i) Amplituda i faza elementarnego fazona są statystycznie niezależne oraz niezależne są amplitudy i fazy różnych elementarnych fazonów.
- (ii) Fazę elementarnych fazonów opisuje gęstość prawdopodobieństwa stała w przedziale  $(-\pi, \pi)$ .

W celu przeprowadzenia statystycznej analizy zespołu plamkowego rozważamy część rzeczywistą  $A_r(x)$  i urojoną  $A_i(x)$  wypadkowego fazona zdefiniowane w postaci

$$A_r(x) = \operatorname{Re} \{ A(x) \}, \quad (1.4a)$$

$$A_i(x) = \operatorname{Im} \{ A(x) \}. \quad (1.4b)$$

Na podstawie statystycznych własności elementarnych fazonów można pokazać, że wartości średnie części rzeczywistej i urojonej wypadkowego fazona są równe zero, natomiast drugie momenty mają wartość

$$\langle [A_r(x)]^2 \rangle = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \frac{\langle |a_k(x)|^2 \rangle}{2} \quad (1.5a)$$

$$\langle [A_i(x)]^2 \rangle = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \frac{\langle |a_k(x)|^2 \rangle}{2} \quad (1.5b)$$

oraz

$$\langle A_r(x) A_i(x) \rangle = 0. \quad (1.6)$$

Jeżeli wypadkowy fazon jest sumą dużej liczby statystycznie niezależnych przyczynków, to część rzeczywista i urojona tego pola jest gaussowską zmienną losową. Łączna gęstość prawdopodobieństwa części rzeczywistej i urojonej pola klasycznego zespołu plamkowego przyjmuje postać

$$p(A_r, A_i) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} \exp \left\{ - \frac{[A_r]^2 + [A_i]^2}{2\sigma^2} \right\} \quad (1.7)$$

gdzie

$$\sigma^2 = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \frac{\langle |a_k|^2 \rangle}{2} \quad (1.8)$$

jest wariancją części rzeczywistej i urojonej amplitudy pola plamkowego. Korzystając ze wzoru (1.7) można otrzymać gęstość prawdopodobieństwa natężenia w zespole plamkowym w postaci

$$p(I) = \begin{cases} \frac{1}{2\sigma^2} \exp \left[ - \frac{I}{2\sigma^2} \right] & \text{dla } I \geq 0, \\ 0 & \text{poza tym.} \end{cases} \quad (1.9)$$

Ogólnie przyjętą wielkością opisującą fluktuacje natężenia zespołu plamkowego jest kontrast, który definiuje się w postaci

$$V = \sqrt{\frac{\langle I^2 \rangle - \langle I \rangle^2}{\langle I \rangle^2}} \quad (1.10)$$

Kontrast klasycznego zespołu plamkowego przyjmuje wartość równą 1.

## 1.2. Rodzaje zespołów plamkowych

W wielu poszczególnych przypadkach założenia o klasycznym zespole plamkowym nie są spełnione. Otrzymujemy wówczas zespoły plamkowe, których statystyczne własności różnią się od własności klasycznego zespołu plamkowego. Poniżej przedstawiony jest, przyjęty w literaturze, podział zespołów plamkowych

Rodzaj zespołu plamkowego	Charakterystyka
całkowicie rozwinięty	$\langle A_r \rangle = \langle A_i \rangle = 0$
częściowo rozwinięty	$\langle A_r \rangle \neq 0$ lub $\langle A_i \rangle \neq 0$ lub $\langle A_r \rangle \neq 0$ i $\langle A_i \rangle \neq 0$
gaussowski	$A_r, A_i$ zmienne losowe normalne, $N \gg 1$
niegaussowski	$A_r, A_i$ nie podlegają statystyce Gaussa, np. $N \approx 1$
monochromatyczny (laserowy)	obiekt rozpraszający oświetlony wiązką monochromatyczną
polichromatyczny	obiekt rozpraszający oświetlony polichromatycznie, np. dwiema wiązkami lasera o różnej długości fali
spolaryzowany	światło padające spolaryzowane, obiekt nie zmienia polaryzacji padającego światła
niespolaryzowany	światło padające częściowo spolaryzowane lub obiekt zmienia polaryzację padającego światła

Ponadto rozróżnia się pojedyncze zespoły plamkowe i sumy zespołów plamkowych, np. niespolaryzowany zespół plamkowy jest sumą dwóch zespołów odpowiadających podstawowym kierunkom polaryzacji, polichromatyczny zespół plamkowy jest sumą zespołów odpowiadających długościom fali padających wiązek. Często rozważany jest przypadek sumy zespołu plamkowego i tła spójnego. Jeżeli średnica otworu próbującego jest znacznie mniejsza niż średni rozmiar plamek, to detekcja dotyczy właściwego zespołu plamkowego, jeżeli natomiast średnica otworu próbującego jest porównywalna lub większa od średniego rozmiaru plamek, to badany w ten sposób zespół plamkowy nosi nazwę całkowanego. Zjawiska plamkowe obserwuje się także podczas roz-

praszania światła na obiektach, w których fluktuacje stałych optycznych są funkcją czasu, np. ciekły kryształ w dynamicznym modzie rozpraszania lub fluktuacje atmosferyczne. W tych przypadkach mamy dynamiczne zespoły plamkowe. Do klasyfikacji zespołów plamkowych należy dołączyć także sposób obserwacji zjawisk plamkowych. Zespoły plamkowe są badane w płaszczyźnie obrazu oraz w bliskiej i dalekiej strasie.

Korzystając z powyżej przedstawionej klasyfikacji można powiedzieć, że klasyczny zespół plamkowy jest całkowicie rozwiniętym, gaussowskim, monochromatycznym, spolaryzowanym zespołem plamkowym. Klasyczny zespół plamkowy jest także właściwym, pojedynczym i statycznym zespołem plamkowym. W tej pracy badana są całkowicie i częściowo rozwinięte, gaussowskie, monochromatyczne, spolaryzowane zespoły plamkowe obserwowane w dalekiej strasie. Rozważany jest także przypadek sumy zespołu plamkowego i tła apójnego.

### 1.3. Przegląd badań zespołów plamkowych

Literatura obejmująca badania zespołów plamkowych oraz zastosowania metod plamkowych zawiera około 3000 pozycji [10]. Istniejące opracowania monograficzne [1, 3, 6, 16] oraz artykuły przeglądowe [2, 4, 5, 7, 8, 14, 15] zawierają rezultaty teoretycznych i doświadczalnych badań zespołów plamkowych. Należy jednak podkreślić to, że obecnie brak jest opracowania, które obejmowałoby całokształt tej dynamicznie rozwijającej się dziedziny optyki. Przeprowadzenie pełnego przeglądu badań zespołów plamkowych wykracza poza przyjęte ramy tej pracy. Z tego względu przedstawiony poniżej przegląd badań zespołów plamkowych jest w istocie jedynie szkicem w zakresie podajmowanej problematyki. Rezultaty dotyczące statystyki 1-go i 2-go rzędu monochromatycznych, spolaryzowanych, gaussowskich zespołów plamkowych są dokładnie omówiona w częściach 2-7 tej pracy. Przedstawiony poniżej przegląd jest więc pewnym rozszerzeniem omawiania stanu badań statystycznych własności zespołów plamkowych oraz pozwala umiejscowić podjęta w tej pracy badania na obszarze obejmującym badanie zjawisk plamkowych.

Obok klasycznej statystyki 1-go i 2-go rzędu natężenia, istotnym problemem jest opis statystycznych własności przestrzennej pochodnej natężenia zespołu plamkowego [18-25]. Pierwsze teoretyczne i doświadczalne badanie statystyki przestrzennej pochodnej natężenia całkowicie rozwiniętego gaussowskiego zespołu plamkowego przeprowadził Ebeling [18, 19]. Teoretyczne rozważania dotyczące częściowo rozwiniętego zespołu plamkowego przeprowadził Ohtsubo [23]. Statystyczne własności przestrzennej pochodnej fazy zespołu plamkowego teoretycznie badali Ochoa i Goodmen [24]. Zagadnieniem, które jest ściśle związane ze statystyką przestrzennej pochodnej natężenia, są statystyczne własności natężenia mierzonego od pewnego ustalonego poziomu [20-22].

Statystyczne własności fazy pola plamkowego, obok statystyki amplitudy i natężenia, są uzupełnieniem dyskusji zespołów plamkowych [26-30]. Teoretyczne rozważania dotyczące statystyki 1-go i 2-go rzędu fazy dla przy-

padków całkowicie rozwiniętego zespołu plamkowego oraz sumy zespołu plamkowego i tła spójnego zapoczątkował Goodman [17]. Przedmiotem zainteresowania był także przypadek częściowo rozwiniętego zespołu plamkowego [26, 27]. Teoretyczne i doświadczalne badania problemu fazy, prowadzone w grupie Asakury, w istocie wyczerpują studiowanie statystyki 1-go rzędu monochromatycznych, spolaryzowanych, gaussowskich zespołów plamkowych [28 - 30].

Dainty, rozważając statystykę całkowicie rozwiniętego zespołu plamkowego, pokazał że jeżeli rozmiary otworu próbkującego są 10-krotnie mniejsze od średniego rozmiaru plamek, to wpływ rozmiarów otworu na mierzoną wartość kontrastu jest mniejszy od 1%. Badanie całkowanych zespołów plamkowych ma istotne znaczenie w zastosowaniach technicznych, gdzie poszukuje się uproszczonych metod pomiarowych. Przeprowadzone badania całkowanych zespołów plamkowych obejmują funkcję gęstości prawdopodobieństwa natężenia oraz kontrast dla pól gaussowskich [31 - 35].

Statystyczne własności niespójnie dodanych zespołów plamkowych analizował Burch [36], natomiast przypadek spójnego dodawania rozważali Archbold i inni [37]. Sumę częściowo skorelowanych, całkowicie rozwiniętych zespołów plamkowych badali teoretycznie Barakat [38] i Goodman [39]. Analizę doświadczalną tego zagadnienia przeprowadzili Ohtsubo i Asakura, którzy także rozważali sumy częściowo rozwiniętych zespołów plamkowych [40 - 42]. Do tej klasy problemów można również dołączyć rezultaty Barakata dotyczące iloczynu zespołów plamkowych [43].

Szczególnym przypadkiem sumy zespołów plamkowych jest niespolaryzowany zespół plamkowy [44 - 49]. W tej tematyce należy wyróżnić prace zapoczątkowane przez Ferchera i Steegera, w których rozważano statystykę parametrów Stokesa promieniowania tworzącego zespół plamkowy [46, 47, 49].

Jeżeli obiekt rozpraszający jest w ruchu, wówczas efektem rozpraszania światła jest dynamiczny zespół plamkowy. Badanie korelacji czasowych i przestrzennych dynamicznych zespołów plamkowych stało się podstawą wielu zastosowań metod plamkowych w metrologii [50 - 55].

W roku 1972 Sprague opublikował wyniki pomiarów kontrastu natężenia światła białego rozproszonego na chropowatościach powierzchni [56]. Pomiar, które przeprowadził Sprague, stały się stymulatorem wielu późniejszych badań plamkowych [57 - 70]. Wśród obszernej literatury, dotyczącej polichromatycznych zespołów plamkowych, znajdują się prace dotyczące całkowicie i częściowo rozwiniętych zespołów plamkowych. W roku 1974 Tribillon zapoczątkował badanie statystycznych własności rozpraszających obiektów przez sukcesywne oświetlenie dwiema wiązkami różniącymi się długością fali [58]. Sfotografowany w ten sposób zespół interferencyjny był wielokrotnie przedmiotem badań o charakterze aplikacyjnym.

Na podstawie analizy całkowicie rozwiniętego, gaussowskiego zespołu plamkowego nie można określić statystycznych parametrów rozpraszającego obiektu. Jakeman i Pusey badając całkowicie rozwinięty, niegaussowski zespół plamkowy, który powstaje w wyniku rozpraszania na bardzo małej liczbie elementarnych komórek, określili odchylenie standardowe oraz promień korelacji zmiany fazy wprowadzanej przez obiekt [71 - 73]. Fuji, Asakura 1



Shindo badając doświadczalnie częściowo rozwinięte, niegaussowskie zespoły plamkowe zauważyli, że kontrast osiąga wartość maksymalną w przypadku, gdy rozmiary czoła fali padającej na obiekt są porównywalne z długością korelacji zmiany fazy w płaszczyźnie obiektu [74]. Teoretyczne i doświadczalne badania częściowo rozwiniętych, niegaussowskich zespołów plamkowych były kontynuowane przez wielu autorów [76 - 78, 81 - 85]. Prowadzono także teoretyczne badania mające na celu określenie statystyki niegaussowskich zespołów plamkowych [75, 79, 80].

## 2. STATYSTYCZNE WŁASNOŚCI 1-GO RZĘDU GAUSSOWSKICH ZESPOŁÓW PŁAMKOWYCH

### 2.1. Wprowadzenie

Statystyczne własności 1-go rzędu monochromatycznych, spolaryzowanych, gaussowskich zespołów plamkowych były przedmiotem zainteresowania wielu autorów [86 - 122]. Badanie częściowo rozwiniętych, gaussowskich zespołów plamkowych zapoczątkował Deinty wprowadzając opis z cyrkularną statystyką amplitudy [86, 87]. Następnie zakładano a priori taki statystyczny charakter pola plamkowego [88 - 92]. W 1975 roku Ohtsubo i Asakura przeprowadzili badanie kontrastu częściowo rozwiniętego zespołu plamkowego w zależności od odległości od płaszczyzny obrazu [95]. Wyniki doświadczalne pokazywały, że kontrast w płaszczyźnie obrazu osiąga minimum, natomiast w pewnej odległości od tej płaszczyzny przyjmuje wartość stałą. Takie zachowanie kontrastu natężenia światła w zespole plamkowym wyjaśnił Goodman, który pokazał, że statystyka amplitudy pola plamkowego w płaszczyźnie obrazu jest niecyrkularna, natomiast poza tą płaszczyzną zmierza do cyrkularnej [96]. Teoretyczne wyniki Goodmana wkrótce potwierdziły badania doświadczalne [97]. Teoretyczne badania statystyki 1-go rzędu zespołu plamkowego w płaszczyźnie obrazu były rozwijane przez Pedersena [99] oraz Jakemana i Welforda [106], którzy rozważali korelację między częścią rzeczywistą i urojoną pola plamkowego. W grupie Asakury doświadczalnie studiowano entropię zespołu plamkowego [101], prowadzono symulacyjne studia statystycznych własności natężenia [102, 103] oraz analizowano wpływ funkcji rozmycia układu optycznego na kontrast zespołu plamkowego w płaszczyźnie obrazu [104]. Podjęmowano także teoretyczne badania ogólnych statystycznych własności częściowo rozwiniętych zespołów plamkowych [108, 109, 111, 114].

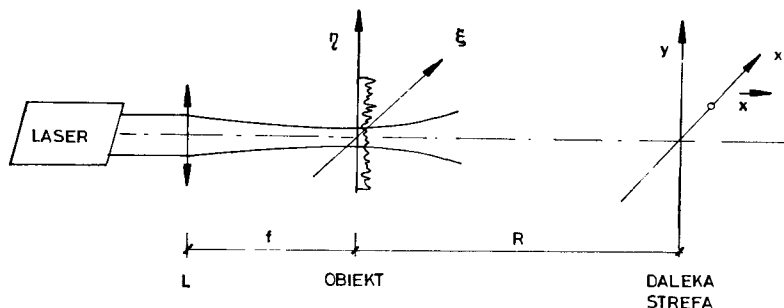
Teoretyczne i doświadczalne badania zespołu plamkowego w dalekiej strefie zapoczątkowali Ohtsubo i Asakura [105]. Teoretyczne badanie częściowo rozwiniętych zespołów plamkowych w dalekiej strefie rozwijali Holztzer i Stettler [110] oraz Nieto-Vesperinas i Garcia [113]. Do tej grupy badań należy również praca Pedersena, w której wprowadził on prosty model rozpraszającego obiektu [99]. Posługując się modelem Pedersena opracowano metodę estymacji statystycznych parametrów rozpraszającego obiektu [109]. Zmianę statystycznych własności pola plamkowego przy przechodzeniu z dalekiej do bliskiej strefy badali Uozumi i Asakura [116]. Ostatnio prowadzone są bardzo intensywne badania rozpraszania fal elektromagnetycznych na chropowatościach powierzchni [118 - 121], które stymulują rozwój podstawowych badań statystyki zespołów plamkowych [122].

W tej części pracy omówione są statystyczne własności 1-go rzędu monochromatycznych, spolaryzowanych, gaussowskich, całkowicie i częściowo rozwiniętych zespołów plamkowych w dalekiej strefie. Rozważany jest także przypadek sumy zespołu plamkowego i tła spójnego. Dyskutowany jest kon-

trast oraz funkcja gęstości prawdopodobieństwa natężenia zespołu plamkowego. Zamieszczone są wyniki obliczeń, wykonane metodami optyki falowej, dotyczące parametrów statystyki pola plamkowego w dalekiej strefie. Zagadnienia te były badane przez Ohtsubo i Asakurę [105]. Wprowadzono nowy parametr do opisu statystyki pola plamkowego, który umożliwił uproszczenie dyskusji własności zespołów plamkowych [170]. Omówiono układ doświadczalny do pomiaru kontrastu oraz układ doświadczalny i metodę pomiaru odchylenia standardowego, a także promienia korelacji zmiany fazy wprowadzonej przez obiekt [117]. Przedstawiono wyniki pomiarów kontrastu zespołów plamkowych, które są badane w części 5, 6 i 7 tej pracy. Wyniki pomiarów porównano z rezultatami badań teoretycznych.

## 2.2. Statystyka 1-go rzędu gaussowskich zespołów plamkowych

Rozważmy układ optyczny przedstawiony na rys.2.



Rys.2. Układ optyczny do otrzymania zespołu plamkowego w dalekiej strefie

Spolaryzowana wiązka światła laserowego jest zogniskowana za pomocą soczewki L. W ognisku umieszczony jest optycznie chropowaty obiekt, np. szklana matówka. Jeżeli odchylenie standardowe zmiany fazy wprowadzanej przez obiekt jest mniejsze od  $2\pi$  rad oraz liczba elementarnych komórek rozpraszających w oświetlonym obszarze jest dostatecznie duża, wówczas w dalekiej strefie powstaje pewien monochromatyczny, spolaryzowany, gaussowski, częściowo rozwinięty zespół plamkowy. W ogólności amplituda pola plamkowego  $A(\vec{x})$  jest sumą składowej dyfuzyjnej  $a(\vec{x})$  oraz składowej spójnej  $c(\vec{x})$

$$A(\vec{x}) = a(\vec{x}) + c(\vec{x}) . \quad (2.1)$$

W celu przeprowadzenia statystycznej analizy zespołu plamkowego rozważmy część rzeczywistą i urojoną amplitudy tego pola

$$\text{Re} \{A\} = A_r = a_r + c_r , \quad (2.2a)$$

$$\text{Im} \{A\} = A_i = a_i + c_i , \quad (2.2b)$$

gdzie  $a_r$  oraz  $a_i$  są odpowiednio częścią rzeczywistą i urojoną składowej dyfuzyjnej amplitudy, natomiast  $c_r$  oraz  $c_i$  są odpowiednio częścią rzeczywistą i urojoną składowej spójnej amplitudy pola plamkowego. We wzorze (2.2) i w dalszej części rozważań statystycznych pomijamy argument amplitudy w celu uproszczenia zapisu. Jeżeli fluktuacje zmiany fazy w płaszczyźnie rozpraszającego obiektu opisywane są rozkładem normalnym oraz długość fali padającego promieniowania, rozmiary przewężenia wiązki w ognisku soczewki  $L$  i odległość obiektu od płaszczyzny obserwacji  $R$  spełniają warunek dyfrakcji Fraunhofera, wtedy w dalekiej strefie wartości średnie amplitudy pola plamkowego mają postać

$$\langle A_r \rangle = c_r = \sqrt{I_s} , \quad (2.3a)$$

$$\langle A_i \rangle = 0 . \quad (2.3b)$$

Wariancja części rzeczywistej i urojonej amplitudy pola plamkowego wyraża się w postaci

$$\sigma_r^2 = \langle A_r^2 \rangle - \langle A_r \rangle^2 = \langle a_r^2 \rangle \quad (2.4a)$$

$$\sigma_i^2 = \langle A_i^2 \rangle - \langle A_i \rangle^2 = \langle a_i^2 \rangle \quad (2.4b)$$

oraz

$$\langle A_r A_i \rangle = 0 . \quad (2.5)$$

W powyższych wzorach  $\langle \dots \rangle$  oznacza średniowanie po zbiorze, które zostało omówione w części 1.1,  $I_s$  jest natężeniem składowej spójnej pola plamkowego. W ogólności odchylenie standardowe części rzeczywistej i urojonej amplitudy pola plamkowego przyjmują różne wartości.

Korzystając ze wzorów (2.3) + (2.5) możemy obliczyć wartość średnią natężenia zespołu plamkowego

$$\langle I \rangle = \langle |A|^2 \rangle = c_r^2 + \sigma_r^2 + \sigma_i^2 = I_s + \langle I_N \rangle , \quad (2.6)$$

gdzie

$$\langle I_N \rangle = \sigma_r^2 + \sigma_i^2 \quad (2.7)$$

jest natężeniem składowej dyfuzyjnej pola plamkowego.

Korzystając z założenia, że  $A_r$  oraz  $A_i$  są normalnymi zmiennymi losowymi, możemy obliczyć drugi moment statystyczny natężenia i na podstawie definicji (1.10) określić kontrast częściowo rozwiniętego zespołu plamkowego

$$V = \frac{\left\{ 4 I_s \sigma_r^2 + 2 [\sigma_r^4 + \sigma_i^4] \right\}^{1/2}}{I_s + \sigma_r^2 + \sigma_i^2} , \quad (2.8)$$

Taką postać kontrastu częściowo rozwiniętego zespołu plamkowego podał Goodman [17].

Rozważmy teraz sumę zespołu plamkowego i tła spójnego. Sumę otrzymujemy przez spójne dodanie światła tworzącego klasyczny zespół plamkowy oraz światła pewnej spójnej wiązki. Zagadnienie to opracował Dainty, który pisał, że kontrast sumy zespołu plamkowego i tła spójnego wyraża się wzorem [17, 87]

$$V = \frac{\{2r + 1\}^{1/2}}{r + 1}, \quad (2.9)$$

gdzie

$$r = \frac{I_s}{\langle I_N \rangle} \quad (2.10)$$

jest parametrem rozwinięcia zespołu plamkowego (angielska nazwa - „beam ratio” parameter). W definicji (2.10)  $I_s$  jest natężeniem światła wiązki spójnej, a  $\langle I_N \rangle$  jest wartością średnią natężenia klasycznego zespołu plamkowego. W klasycznym zespole plamkowym  $\sigma_r^2 = \sigma_1^2$ , zatem

$$\langle I_N \rangle = 2 \sigma_r^2. \quad (2.11)$$

W częściowo rozwiniętym zespole plamkowym również może wystąpić sytuacja, w której spełnione jest równanie (2.11) i wtedy kontrast wyrażony wzorem (2.8) przyjmuje postać wyrażoną wzorem (2.9). Można więc powiedzieć, że suma zespołu plamkowego i tła spójnego jest pewnym szczególnym przypadkiem częściowo rozwiniętego zespołu plamkowego. Należy jednak zaznaczyć, że częściowo rozwinięty zespół plamkowy jest rezultatem rozpraszania światła, natomiast suma zespołu plamkowego i tła spójnego jest efektem dodawania pól optycznych. Z tego względu statystyczne parametry częściowo rozwiniętego zespołu plamkowego są określone przez dane zjawisko rozpraszania, natomiast statystyczne parametry sumy zespołu plamkowego i tła spójnego można ustalić w sposób dowolny.

Łączna funkcja gęstości prawdopodobieństwa części rzeczywistej i urojonej amplitudy gaussowskiego, częściowo rozwiniętego zespołu plamkowego ma postać

$$p(A_r, A_1) = \frac{1}{2\pi\sigma_r\sigma_1} \exp \left\{ - \left[ \frac{(A_r - c_r)^2}{2\sigma_r^2} + \frac{A_1^2}{2\sigma_1^2} \right] \right\}. \quad (2.12)$$

Welford obliczył funkcję gęstości prawdopodobieństwa natężenia częściowo rozwiniętego zespołu plamkowego w postaci [93, 105]

$$p(I) = \frac{1}{2\sigma_r\sigma_1} \exp \left\{ - \frac{1}{4} \left[ \left( \frac{1}{\sigma_r^2} + \frac{1}{\sigma_1^2} \right) I + \frac{2}{\sigma_r^2} I_s \right] \right\} \\ \left[ I_0(s_1) I_0(s_2) + 2 \sum_{n=1}^{\infty} I_n(s_1) I_{2n}(s_2) \right], \quad (2.13)$$

gdzie:

$$s_1 = \frac{1}{4} \left( \frac{1}{\sigma_r^2} - \frac{1}{\sigma_1^2} \right) I \quad ,$$

$$s_2 = \frac{(I_s I)^{1/2}}{\sigma_r^2} \quad .$$

W powyższym wzorze  $I_n(\dots)$  jest zmodyfikowaną funkcją Bessela  $n$ -tego rzędu. W przypadku częściowo rozwiniętego zespołu plamkowego, w którym  $\sigma_r = \sigma_1$ , lub dla sumy zespołu plamkowego i tła spójnego łączna funkcja gęstości prawdopodobieństwa części rzeczywistej i urojonej amplitudy przyjmuje postać

$$p(A_r, A_1) = \frac{1}{2\pi\sigma_r^2} \exp \left\{ - \frac{(A_r - c_r)^2 + A_1^2}{2\sigma_r^2} \right\} \quad (2.14)$$

natomiast natężenie opisywane jest funkcją gęstości prawdopodobieństwa Riciana [17, 87]

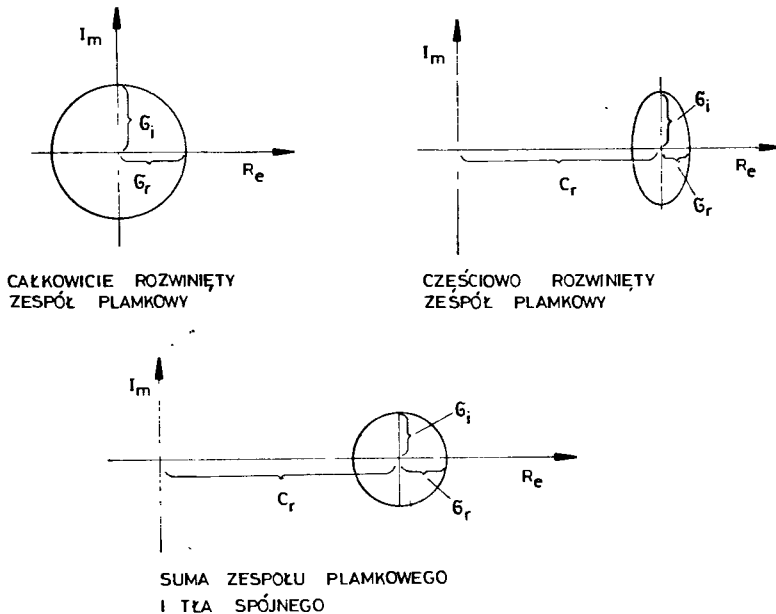
$$p(I) = \frac{1}{\langle I_N \rangle} \exp \left[ - \frac{I + I_s}{\langle I_N \rangle} \right] I_0 \quad 2 \frac{\sqrt{I I_s}}{\langle I_N \rangle} \quad . \quad (2.15)$$

Funkcje gęstości prawdopodobieństwa amplitudy i natężenia całkowicie rozwiniętego zespołu plamkowego wyrażają równania (1.7) i (1.9).

Statystyczny charakter rozważanych zespołów plamkowych można zilustrować za pomocą krzywych jednakowej gęstości prawdopodobieństwa przedstawionych na rys.3.

Na rys.3 widać, że krzywe jednakowej gęstości prawdopodobieństwa amplitudy całkowicie rozwiniętego zespołu plamkowego oraz sumy zespołu plamkowego i tła spójnego stanowią okrąg. Z tego względu mówimy, że te przypadki podlegają statystyce cyrkularnej. Krzywą jednakowej gęstości prawdopodobieństwa amplitudy częściowo rozwiniętego zespołu plamkowego jest elipsa i z tego względu statystykę tego zespołu plamkowego nazywamy nie-cyrkularną.

Cyrkularność statystyki jest jednym z podstawowych elementów dyskusji statystycznych własności zespołów plamkowych. W powyżej przedstawionym opisie zespołów plamkowych posługiwano się trzema statystycznymi parametrami, to jest  $I_s$ ,  $\sigma_r$  oraz  $\sigma_1$ . Ze wzorów (2.8) + (2.15) widać, że określenie cyrkularności statystyki pola plamkowego wymaga przeprowadzenia dodatkowej dyskusji. Z tego względu podejmowano próby wprowadzenia do opisu statystyki zespołów plamkowych parametru określającego cyrkularność statystyki amplitudy [116].



Rys.3. Krzywe jednakowej gęstości prawdopodobieństwa amplitudy gaussowskich zespołów plamkowych:

Wprowadźmy definicję stopnia niecyrkularności statystyki plamkowej w postaci

$$r_n = \frac{G_i^2 - G_r^2}{G_i^2 + G_r^2} = \frac{\langle I_{NC} \rangle}{\langle I_N \rangle}, \quad (2.16)$$

gdzie  $\langle I_{NC} \rangle$  jest wielkością określającą niecyrkularność statystyki, natomiast  $\langle I_N \rangle$  jest zdefiniowanym poprzednio natężeniem składowej dyfuzyjnej zespołu plamkowego. Jeżeli skorzystamy z definicji stopnia niecyrkularności statystyki plamkowej (2.16) oraz definicji parametru rozwinięcia zespołu plamkowego (2.10), to kontrast częściowo rozwiniętego zespołu plamkowego przyjmuje postać [170]

$$V = \frac{\{2r(1-r_n) + 1 + r_n^2\}^{1/2}}{1+r}. \quad (2.17)$$

Na przykładzie kontrastu widać, że wprowadzenie definicji stopnia niecyrkularności statystyki plamkowej pozwala zredukować liczbę statystycznych parametrów pola plamkowego do dwóch, to znaczy  $r$  oraz  $r_n$  i jednocześnie otrzymać wyraźną ilustrację charakterystyki tego pola. Dla sumy zespołu plamkowego i tła spójnego mamy statystykę cyrkularną pola plamkowego. Podstawiając  $r_n = 0$  widzimy, że formuła (2.17) przyjmuje postać (2.9), którą podał Dainty [87]. Dla całkowicie rozwiniętego zespołu plamkowego  $r$

oraz  $r_n$  dążą do zera i kontrast w tym przypadku dąży do jedności.

Posługiwanie się parametrem rozwinięcia zespołu plamkowego i stopniem niecyrkularności statystyki plamkowej jest w istocie dyskusją, w której analizujemy unormowane natężenie w postaci

$$I' = \frac{I}{\langle I_N \rangle} . \quad (2.18)$$

Korzystając z definicji (2.10) i (2.16) oraz ze wzoru (2.13) otrzymamy funkcję gęstości natężenia częściowo rozwiniętego zespołu plamkowego w postaci

$$p(I') = \frac{1}{\sqrt{1-r_n^2}} \exp \left[ -\frac{I' + r + r r_n}{(1-r_n^2)} \right] \left[ I_0 \left( \frac{I' r_n}{1-r_n^2} \right) I_0 \left( \frac{2\sqrt{I' r}}{1-r_n} \right) + 2 \sum_{n=1}^{\infty} I_n \left( \frac{I' r_n}{1-r_n^2} \right) I_{2n} \left( \frac{2\sqrt{I' r}}{1-r_n} \right) \right] . \quad (2.19)$$

Podstawiając  $r_n = 0$  i wykorzystując własności funkcji Bessela, to znaczy  $I_0(0) = 1$  oraz  $I_n(0) = 0$  dla  $n > 1$ , otrzymamy gęstość prawdopodobieństwa natężenia sumy zespołu plamkowego i tła spójnego w postaci

$$p(I') = \exp \left[ -(I' + r) \right] I_0 \left( 2\sqrt{I' r} \right) . \quad (2.20)$$

Dla całkowicie rozwiniętego zespołu plamkowego otrzymujemy

$$p(I') = \exp \left[ -I' \right] . \quad (2.21)$$

Powyższa dyskusja wskazuje, że wprowadzenie stopnia niecyrkularności statystyki plamkowej nie ogranicza ogólności rozważań, redukuje liczbę statystycznych parametrów opisujących pole plamkowe do dwóch i upraszcza określenie statystycznego charakteru rozważanego pola.

Do tego miejsca dyskusję statystycznych własności 1-go rzędu gaussowskich zespołów plamkowych przedstawiano w sposób jakościowy. Poniżej przedstawimy ilościowy opis statystyki 1-go rzędu dyskutowanych zespołów plamkowych w oparciu o rezultaty otrzymane przez Ohtsubo i Asakurę [105].

Rozważmy ponownie sytuację przedstawioną na rys.2. Amplituda pola plamkowego w punkcie wyznaczonym przez wektor  $\vec{x}$ , w płaszczyźnie detekcji, dana jest w postaci następującego wyrażenia:

$$A(\vec{x}) = k \iint_{-\infty}^{+\infty} E(\vec{\xi})^T(\vec{\xi}) K(\vec{\xi}, \vec{x}) d^2 \vec{\xi} . \quad (2.22)$$

W powyższym równaniu i w dalszych częściach tej pracy zakładamy, że stała  $k$  jest równa jedności. W równaniu (2.22)  $E(\vec{\xi})$  jest amplitudą światła padającego na obiekt, która dla podstawowego modu promieniowania lasera ma postać



$$E(\vec{\xi}) = \exp \left[ -\frac{\xi^2}{\omega_0^2} \right], \quad (2.23)$$

gdzie  $\omega_0$  nazywamy szerokością wiązki w płaszczyźnie przewężenia. Zakładamy, że obiekt rozpraszający jest obiektem fazowym, którego funkcja transmitancji ma postać

$$T(\vec{\xi}) = \exp [i\phi(\vec{\xi})], \quad (2.24)$$

gdzie  $\phi(\vec{\xi})$  jest zmianą fazy w punkcie  $\vec{\xi}$  w płaszczyźnie obiektu. Zakładamy, że funkcja gęstości prawdopodobieństwa zmiany fazy w płaszczyźnie obiektu ma postać gaussowską z zerową wartością średnią i odchyleniem standardowym  $\sigma_\phi$

$$p(\phi) = \frac{1}{2\pi\sigma_\phi} \exp \left[ -\frac{\phi^2}{2\sigma_\phi^2} \right]. \quad (2.25)$$

Ponadto zakładamy, że funkcja korelacji zmiany fazy w płaszczyźnie obiektu ma postać

$$g(\xi) = \exp \left[ -\frac{\xi^2}{\alpha^2} \right], \quad (2.26)$$

gdzie  $\alpha$  jest promieniem korelacji zmiany fazy. Funkcja propagacji  $K(\vec{\xi}, \vec{x})$  pomiędzy płaszczyzną obiektu i płaszczyzną obserwacji w dalekiej strefie ma postać

$$K(\vec{\xi}, \vec{x}) = \exp [iH(\vec{\xi}, \vec{x})] = \exp \left[ -i \frac{2\pi}{\lambda R} \vec{\xi} \cdot \vec{x} \right], \quad (2.27)$$

gdzie  $\lambda$  jest długością fali padającego światła,  $R$  jest odległością pomiędzy obiektem i płaszczyzną obserwacji. Wzór (2.27) definiuje ponadto funkcję  $H(\dots)$ , która będzie stosowana w dalszej części tej pracy.

Korzystając z powyższych założeń oraz dodatkowo zakładając, że  $\omega_0 \gg \alpha$ , Ohtsubo i Asakura otrzymali wyrażenia na wartości średnie amplitudy oraz wariancje części rzeczywistej i urojonej amplitudy pola plamkowego w postaci [105]

$$\langle A_r(\vec{x}) \rangle = \pi \omega^2 \exp \left( -\frac{\sigma_\phi^2}{2} \right) \exp \left[ -\left( \frac{\pi \omega_0}{\lambda R} \right)^2 x^2 \right], \quad (2.28a)$$

$$\langle A_i(x) \rangle = 0, \quad (2.28b)$$

$$\sigma_r^2 = \frac{\pi^2 \omega^4}{4N} \left\{ h_+ - h_- \exp \left[ -2 \left( \frac{\pi \omega_0}{\lambda R} \right)^2 x^2 \right] \right\} \exp(-\sigma_\phi^2), \quad (2.29a)$$

$$\sigma_i^2 = \frac{\pi^2 \omega^4}{4N} \left\{ h_+ - h_- \exp \left[ -2 \left( \frac{\pi \omega_0}{\lambda R} \right)^2 x^2 \right] \right\} \exp(-\sigma_\phi^2), \quad (2.29b)$$

$$\langle A_r A_l \rangle = 0, \quad (2.30)$$

gdzie:

$$h_+ = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sigma_{\phi}^{2n}}{n! n}, \quad (2.31)$$

$$h_- = - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-\sigma_{\phi}^2)^n}{n! n}. \quad (2.32)$$

We wzorze (2.29)  $N$  jest liczbą elementarnych komórek rozpraszających, którą zdefiniowano w postaci

$$N = \left( \frac{\omega_0}{\alpha} \right)^2. \quad (2.33)$$

Korzystając ze wzorów (2.28) + (2.32) możemy określić wartość kontrastu (2.8) oraz funkcję gęstości prawdopodobieństwa natężenia (2.13) w danym punkcie zespołu plamkowego.

Na podstawie definicji (2.10) i (2.16), korzystając z (2.28) + (2.32), otrzymamy parametr rozwinięcia zespołu plamkowego w dalekiej strefie w postaci

$$r(x) = \frac{2N}{h_+} \exp \left[ - \left( \frac{\tilde{\eta} \omega_0}{\lambda R} \right)^2 x^2 \right] \quad (2.34)$$

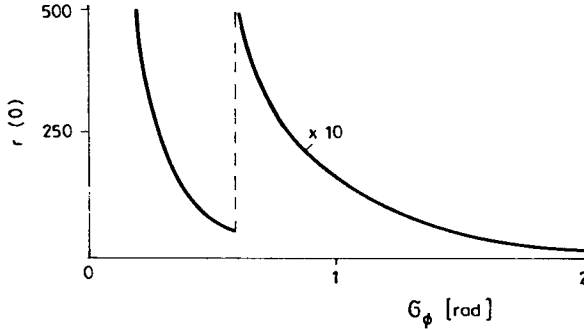
oraz stopień niecyrkularności statystyki plamkowej

$$r_n(x) = \frac{h_-}{h_+} \exp \left[ - 2 \left( \frac{\tilde{\eta} \omega_0}{\lambda R} \right)^2 x^2 \right]. \quad (2.35)$$

Korzystając ze wzorów (2.34) i (2.35) możemy określić kontrast (2.17) oraz funkcję gęstości prawdopodobieństwa natężenia (2.19) zespołu plamkowego w danym punkcie płaszczyzny obserwacji w dalekiej strefie.

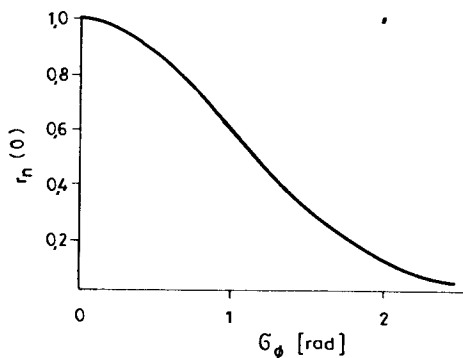
Parametr rozwinięcia zespołu plamkowego (2.34) zależy od geometrii układu optycznego, długości fali padającego światła, odchylenia standardowego zmiany fazy w płaszczyźnie obiektu oraz liczby elementarnych komórek rozpraszających, przyczyniających się do efektu plamkowego w punkcie  $\vec{x}$ . Niezerowa wartość parametru rozwinięcia wskazuje, że zespół plamkowy jest częściowo rozwinięty. Na rys.4 przedstawiono zmiany parametru rozwinięcia zespołu plamkowego dla ustalonej liczby elementarnych komórek rozpraszających. Parametr rozwinięcia zespołu plamkowego na osi optycznej układu rośnie wraz z liczbą elementarnych komórek rozpraszających, a maleje wraz ze wzrostem odchylenia standardowego zmiany fazy  $\sigma_{\phi}$ , ponieważ  $h_+$  jest monotonicznie rosnącą funkcją  $\sigma_{\phi}$ . Innymi słowy całkowicie rozwinięty zespół plamkowy jest pewną graniczną postacią częściowo rozwiniętego zespołu plamkowego, odpowiadającą dużym wartościom  $\sigma_{\phi}$ . Można także w pewnych przypadkach otrzymać całkowicie rozwinięty zespół plamkowy przez zmniej-

szenie liczby elementarnych komórek rozpraszających, jednakże należy pamiętać o tym, że przy małym  $N$  zespół plamkowy przestaje być gaussowski. Niezależnie od wartości parametru rozwinięcia na osi optycznej układu, całkowicie rozwinięty zespół plamkowy jest formowany poza osią optyczną, gdzie wartość funkcji exponencjalnej ze wzoru (2.34) dąży do zera.



Rys.4. Zależność parametru rozwinięcia zespołu plamkowego  $r(0)$  od odchylenia standardowego zmiany fazy  $\sigma_\phi$  dla  $N = 10$

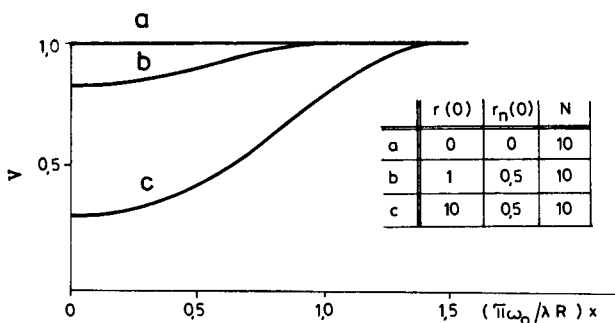
Stopień niecyrkularności statystyki plamkowej (2.35), podobnie jak parametr rozwinięcia, zależy od geometrii układu optycznego, długości fali padającego światła i odchylenia standardowego zmiany fazy, natomiast nie zależy od liczby elementarnych komórek rozpraszających. Ta ostatnia własność stopnia niecyrkularności statystyki plamkowej potwierdza użyteczność stosowania tego parametru. Na rys.5 przedstawiono zależność stopnia niecyrkularności statystyki plamkowej od odchylenia standardowego zmiany fazy  $\sigma_\phi$ .



Rys.5. Zależność stopnia niecyrkularności statystyki plamkowej  $r_n(0)$  od odchylenia standardowego zmiany fazy  $\sigma_\phi$

Korzystając z własności parametrów  $h_+$  i  $h_-$  [105] można pokazać, że jeżeli odchylenie standardowe zmiany fazy jest dużo mniejsze od 1, wówczas  $h_+ \simeq h_-$  i stopień niecyrkularności statystyki plamkowej dąży do 1. Innymi słowy słabemu rozpraszaniu odpowiada wysoce niecyrkularna statystyka plamkowa na osi optycznej układu. Dla dużych wartości  $\sigma_\phi$ , parametr  $h_-$  jest znacznie mniejszy niż  $h_+$  i wtedy  $r_n(0)$  dąży do zera, czyli głębokiemu rozpraszaniu odpowiada cyrkularna statystyka zespołu plamkowego. Zatem głębokie rozpraszanie będzie powodowało powstanie całkowicie rozwiniętego zespołu plamkowego. Niezależnie od wartości parametrów  $h_+$  i  $h_-$ , zespół plamkowy o cyrkularnej statystyce jest formowany poza osią optyczną układu. W podsumowaniu można stwierdzić, że oddalając się od osi optycznej układu, kolejno obserwuje się częściowo rozwinięty zespół plamkowy o niecyrkularnej statystyce, następnie częściowo rozwinięty zespół plamkowy o cyrkularnej statystyce i wreszcie całkowicie rozwinięty zespół plamkowy, charakteryzujący się również cyrkularną statystyką pola plamkowego.

Podstawiając (2.34) i (2.35) do wzoru (2.17) otrzymuje się wyrażenie na kontrast zespołu plamkowego. Na rys.6 przedstawiono zmiany kontrastu zespołu plamkowego w dalekiej strefie, w zależności od odległości od osi optycznej układu.



Rys.6. Zależność kontrastu od odległości od osi optycznej układu dla różnych obiektów rozpraszających

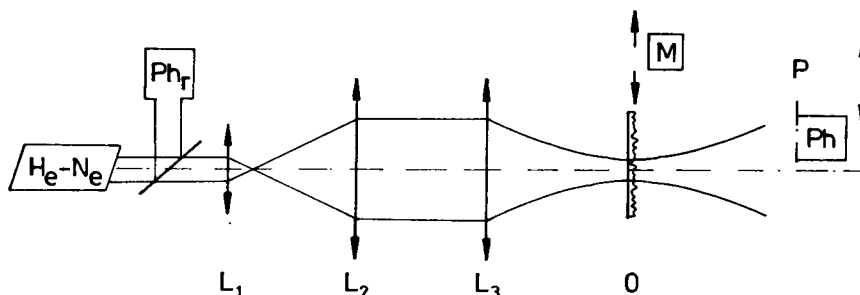
W przypadku gdy  $r(0) = 0$  i  $r_n(0) = 0$  na całej płaszczyźnie obserwacji formowany jest całkowicie rozwinięty zespół plamkowy, którego kontrast jest równy 1. Zatem w takim przypadku głębokiego rozpraszania kontrast nie zawiera informacji o statystycznych parametrach rozpraszającego obiektu. W przypadku pośredniego rozpraszania  $r(0) > 0$  i  $r_n(0) > 0$ . W tych przypadkach kontrast osiąga wartość minimalną na osi optycznej układu. Oddalając się od osi optycznej układu obserwujemy wzrost wartości kontrastu aż do miejsca, gdzie formowany jest całkowicie rozwinięty zespół plamkowy.

### 2.3. Pomiary kontrastu zespołów plamkowych w dalekiej strefie

Pierwsze pomiary kontrastu gaussowskich zespołów plamkowych w dalekiej strefie przeprowadzili Ohtsubo i Asakura [105]. W tej części przedstawione

są wyniki pomiarów kontrastu zespołów plamkowych, które będą badane w dalszych częściach tej pracy.

Na rys.7 przedstawiony jest schemat układu doświadczalnego, użytego do badania statystyki 1-go rzędu zespołów plamkowych.



Rys.7. Układ doświadczalny do pomiaru kontrastu zespołów plamkowych w dalekiej strefie

Wiązka spolaryzowanego promienia lasera He-Ne pada na układ soczewek  $L_1$ ,  $L_2$  i  $L_3$ . Soczewki  $L_1$  i  $L_2$  służą do otrzymania szerokiej wiązki równoległej, natomiast soczewka  $L_3$  skupia światło na obiekcie rozpraszającym. Obiekt rozpraszający umieszczony jest na stoliku, który przesuwa się poruszany silnikiem M ze stałą prędkością około 0,05 mm/s w kierunku prostopadłym do osi optycznej układu. W celu otrzymania żądanej szerokości wiązki w przewężeniu wokół ogniska stosowano różne zestawy soczewek  $L_1$ ,  $L_2$ ,  $L_3$ . Światło przechodzące przez soczewki  $L_1$ ,  $L_2$ ,  $L_3$  nie może być ograniczone dyfrakcyjnie, tzn. każda soczewka musi mieć źrenicę o rozmiarach większych od szerokości padającej na nią wiązki. Światło rozproszone na obiekcie O tworzy zespół plamkowy. W dalekiej strefie umieszczony jest fotopowielacz Ph poprzedzony diafragmą aperturową P. Średnica otworu diafragmy aperturowej P powinna być znacznie mniejsza od średnich rozmiarów obserwowanych plamek - rejestrujemy wtedy właściwy zespół plamkowy. Fotopowielacz Ph, wraz z diafragmą aperturową P, umieszczony jest na stoliku umożliwiającym pomiary w dowolnym punkcie płaszczyzny detekcji. Sygnał z fotopowielacza Ph, po wzmacnieniu, skierowany jest do przetwornika analogowo-cyfrowego, a stąd do mikrokomputera. Część światła wychodząca z lasera skierowana jest na fotopowielacz referencyjny Ph<sub>r</sub>. Sygnał z fotopowielacza referencyjnego jest przetworzony podobnie jak sygnał z fotopowielacza Ph. Mikrokomputer jest zaprogramowany na próbkowanie sygnałów i obliczanie kontrastu.

W charakterze obiektów rozpraszających używano płytki szklane o chropowatej powierzchni. Zmiany fazy wprowadzane przez obiekt można ustalać przez przyłożenie gładkiej płytki szklanej do powierzchni chropowatej i wypełnienie przestrzeni między płytkami cieczą. Odchylenie standardowe zmiany fazy dla takiego obiektu wyraża się wzorem

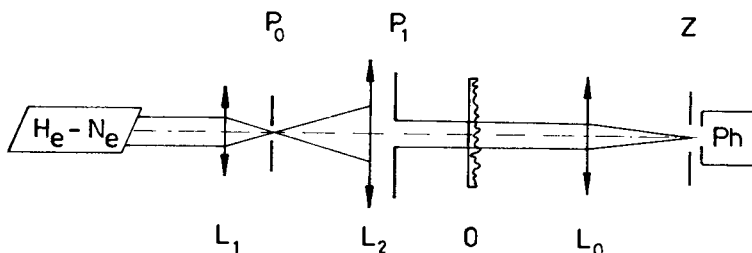
$$\sigma_\phi = \frac{2\pi}{\lambda} (n_s - n_c) \sigma_h, \quad (2.36)$$

gdzie  $\lambda$  jest długością fali padającego światła,  $n_g$  jest współczynnikiem załamania światła płytki chropowatej,  $n_c$  jest współczynnikiem załamania światła cieczy pokrywającej chropowatość lub powietrza, natomiast  $\sigma_h$  jest odchyleniem standardowym wysokości chropowatości na powierzchni płytki. Z równania (2.36) widać, że z jednej płytki rozpraszającej można otrzymać szereg obiektów rozpraszających, różniących się odchyleniem standardowym zmiany fazy. Korelacja zmiany fazy nie ulega zmianie, ponieważ

$$\frac{\langle \phi(\vec{E}_1) \phi(\vec{E}_2) \rangle}{\sigma_\phi^2} = \frac{\langle h(\vec{E}_1) h(\vec{E}_2) \rangle}{\sigma_h^2}, \quad (2.37)$$

gdzie  $h(\vec{E})$  jest wysokością chropowatości mierzoną od średniego poziomu. W pracy tej przedmiotem głównego zainteresowania są zespoły plamkowe, zatem nie będziemy prowadzić szczegółowego opisu rozpraszających obiektów, lecz w danym przypadku będziemy podawali jedynie statystyczne parametry zmiany fazy w płaszczyźnie obiektu.

Dla każdego ze stosowanych rozpraszających obiektów doświadczalnie wyznaczono odchylenie standardowe zmiany fazy  $\sigma_\phi$  i promień korelacji zmiany fazy  $\alpha$ . Na rys.8 przedstawiono schemat układu doświadczalnego używanego do pomiaru statystycznych parametrów rozpraszających obiektów [117].



Rys.8. Układ doświadczalny do pomiaru statystycznych parametrów rozpraszających obiektów

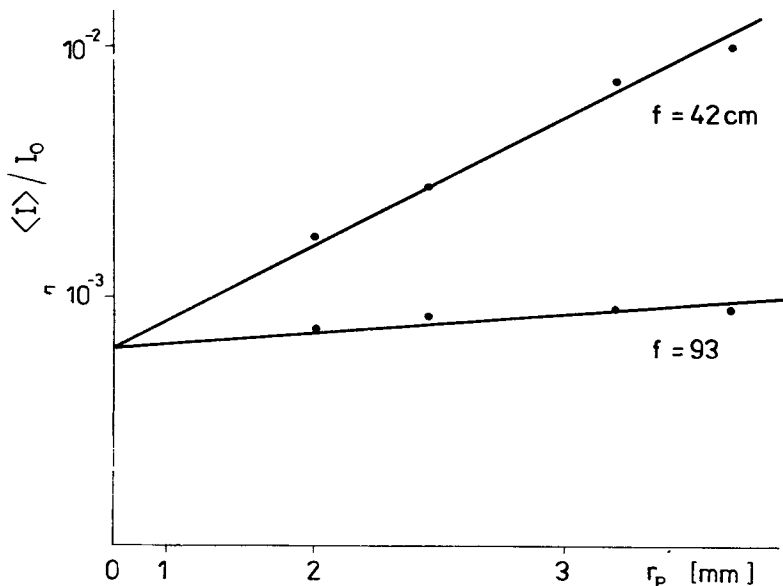
Wiązka światła lasera He-Ne jest skupiona za pomocą soczewki  $L_1$ . W ognisku soczewki  $L_1$  umieszczony jest pinhole  $P_0$  pełniący rolę filtra przestrzennego, którego zadaniem jest wyeliminowanie przestrzennych szumów optycznych. Tak „oczyszczona” wiązka światła jest skolimowana za pomocą soczewki  $L_2$  i po uformowaniu przez źrenicę  $P_1$  pada na badany obiekt. W ten sposób obiekt jest oświetlony falą płaską o jednorodnym rozkładzie natężenia. Obiekt rozpraszający jest umieszczony w płaszczyźnie ogniskowej soczewki  $L_0$ . W drugiej płaszczyźnie ogniskowej soczewki  $L_0$  umieszczony jest układ źrenicowy Z, składający się z 5 źrenic o stopniowo rosnących średnicach otworów. Światło przechodzące przez określoną źrenicę pada na fotopowielacz. Sygnał z fotopowielacza rejestrowany jest za pomocą miernika.

Stosunek natężenia światła rozproszonego na badanym obiekcie do natężenia światła przechodzącego przez obiekt gładki wyraża się wzorem [96, 117]

$$\frac{\langle I \rangle}{I_0} = \exp(-G_p^2) \left[ 1 + \frac{\pi^2 r_p^2 \alpha^2}{\lambda^2 f^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(G_p^2)^n}{n! n} \right], \quad (2.38)$$

gdzie  $f$  jest długością ogniskowej soczewki  $L_0$ ,  $r_p$  jest promieniem źrenicy poprzedzającej fotopowielacz. Pozostałe wielkości występujące we wzorze (2.38) zdefiniowano poprzednio. Szczegółowy opis pomiaru statystycznych parametrów rozpraszających obiektów zamieszczony jest w pracy [117].

Na rys.9 przedstawiono wyniki pomiarów natężenia rozproszonego promieniowania przeprowadzone dla jednego z badanych obiektów.



Rys.9. Zależność wartości średniej natężenia rozproszonego promieniowania od promienia źrenicy w płaszczyźnie detekcji

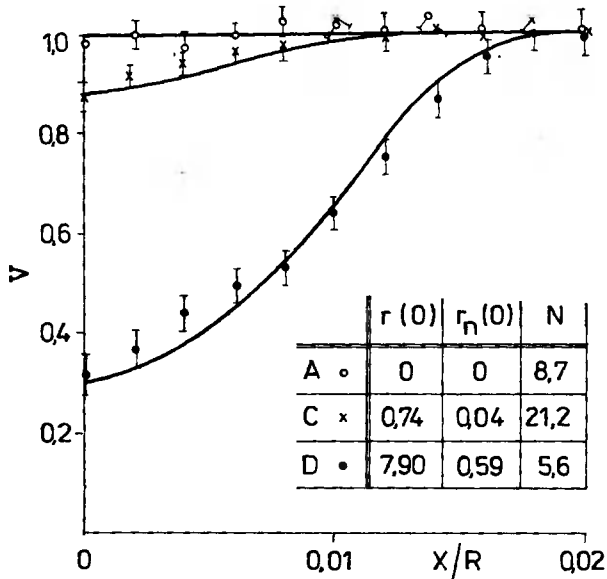
Dwie proste na rys.9 są rezultatem pomiarów wykonanych dla dwóch soczewek  $L_0$ , różniących się długością ogniskowej. Rozmieszczenie punktów doświadczalnych wokół prostych teoretycznych wskazuje na poprawne przyjęcie modelu rozpraszania. Punkt na osi rzędnych, w którym spotykają się proste interpretujące wyniki pomiarów, wyznacza wartość natężenia składowej zwierciadlanej rozproszonego promieniowania. W poniższej tabeli zamieszczone są statystyczne parametry rozpraszających obiektów, stosowanych w tej pracy.

Wyniki pomiarów kontrastu natężenia badanych zespołów plamkowych przedstawione są na rysunkach 10, 11 i 12. Linie ciągłe na tych rysunkach oznaczają teoretyczne wartości kontrastu obliczone na podstawie wzoru (2.17) z wykorzystaniem wyników (2.34) i (2.35). Parametry statystyczne rozpraszających obiektów zaczerpnięto z tabeli.

Obiekt	$\sigma \phi$ rad	$\alpha$ $\mu\text{m}$
A	$\gg 1$	5,4
B	$\gg 1$	8,6
C	2,35	3,45
D	1,02	6,7
E	0,89	8,6

W celu określenia teoretycznych wartości kontrastu należy ponadto ustalić szerokość oświetlającej wiązki  $\omega_0$  w płaszczyźnie obiektu. Wielkość szerokości wiązki  $\omega$  określono na podstawie pomiaru natężenia światła, w zależności od odległości od osi optycznej, w płaszczyźnie pomiędzy soczewkami  $L_2$  i  $L_3$  (rys.7). Każdy wykres zawiera tabelę, w której zamieszczono oznaczenie rozpraszających obiektów, parametr rozwinięcia zespołów plamkowych  $r(0)$ , stopień niecyrkularności statystyki plamkowej  $r_n(0)$  oraz liczbę elementarnych komórek rozpraszających, przyczyniających się do efektu plamkowego.

Na rys.10 przedstawiono wyniki pomiarów kontrastu natężenia zespołów plamkowych pochodzących od różnych obiektów.

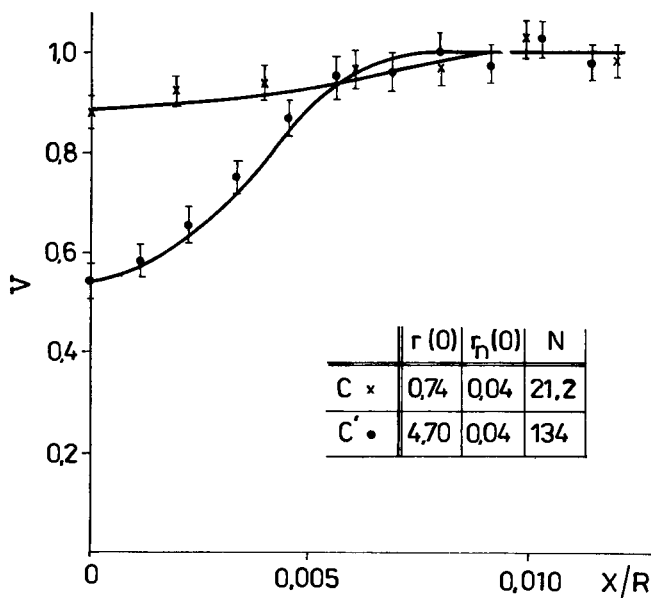


Rys.10. Kontrast natężenia gaussowskich zespołów plamkowych w dalekiej strefie w zależności od odległości od osi optycznej układu dla różnych wartości statystycznych parametrów rozpraszających obiektów



Światło rozproszone na obiekcie A tworzy całkowicie rozwinięty zespół plamkowy i w tym przypadku kontrast przyjmuje wartość równą 1, niezależnie od punktu obserwacji w płaszczyźnie detekcji. Obiekty C i D przyczyniają się do powstania częściowo rozwiniętych zespołów plamkowych. W tych przypadkach kontrast osiąga minimum na osi optycznej układu. W miarę oddalania się od osi optycznej wartości kontrastu asymptotycznie dążą do 1.

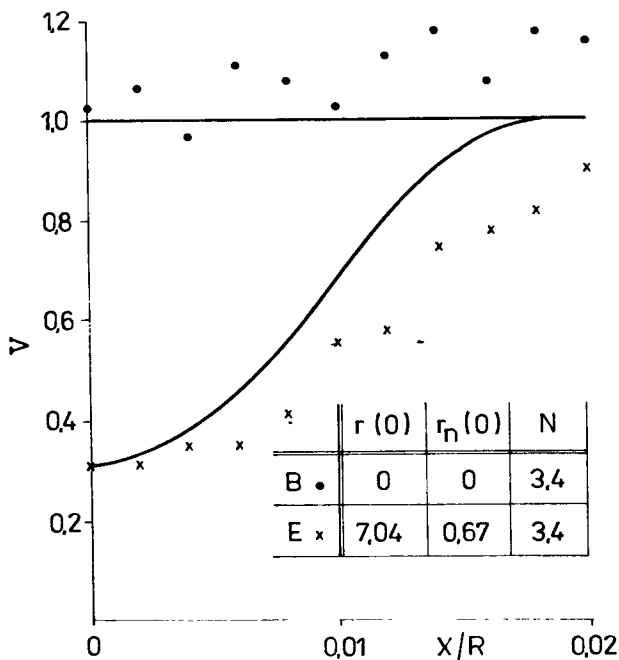
Rys.11 ilustruje zmiany kontrastu natężenia gaussowskich zespołów plamkowych, otrzymanych przez rozpraszanie światła na jednym z badanych obiektów, w zależności od odległości od osi optycznej układu. Badane zespoły plamkowe różnią się liczbą elementarnych komórek rozpraszających, przyczyniających się do efektu plamkowego.



Rys.11. Kontrast natężenia gaussowskich zespołów plamkowych w zależności od odległości od osi optycznej układu dla różnych wartości liczby elementarnych komórek rozpraszających

Wyniki przedstawione na rys.11 pokazują jak duży wpływ ma liczba elementarnych komórek rozpraszających na statystyczne parametry zespołu plamkowego. Innymi słowy rys.11 ilustruje trudności, jakie mogą występować przy odszukiwaniu statystycznych parametrów rozpraszających obiektów na podstawie pomiarów kontrastu zespołów plamkowych. Rozmieszczenie punktów pomiarowych na rysunkach 10 i 11 wskazuje na dobrą zgodność teorii z doświadczeniem.

Na rys.12 przedstawiono zmiany kontrastu dla małej liczby elementarnych komórek rozpraszających.



Rys.12. Zmiany kontrastu natężenia niegaussowskich zespołów plamkowych w dalekiej strefie

Kontrast zespołu plamkowego, otrzymanego przez rozpraszanie światła na obiekcie B, przyjmuje na osi optycznej układu wartość  $>1$ . W miarę oddalania się od osi optycznej układu wartości kontrastu rosną. Takie zmiany kontrastu są charakterystyczne dla niegaussowskich zespołów plamkowych [71-85]. Duża fluktuacja wyników pomiarów jest także charakterystyczna dla pomiarów tego typu zespołów plamkowych. W przypadku częściowo rozwiniętego zespołu plamkowego utworzonego za pomocą obiektu E otrzymujemy wartości kontrastu, które wokół osi optycznej pokrywają się z wynikami teoretycznymi dotyczącymi gaussowskiego pola plamkowego. Oddalając się od osi optycznej otrzymujemy wartości kontrastu znacząco mniejsze od wyników teoretycznych dla przypadku gaussowskiego. Powyższa dyskusja wskazuje, że zespoły plamkowe, dla których wyniki pomiarów kontrastu przedstawiono na rys.12, mają charakter niegaussowski. Wyniki te przedstawiono w celu zilustrowania różnic pomiędzy zespołami gaussowskimi i niegaussowskimi. W dalszych częściach tej pracy będą badane jedynie gaussowskie zespoły plamkowe.

### 3. KONCEPCJA SPÓJNOŚCI ZESPOŁU PŁAMKOWEGO

#### 3.1. Wprowadzenie

W 1869 roku Verdet pokazał, że światło słoneczne padające na przesłonę z dwoma otworami tworzy zespół interferencyjny, jeżeli odległość między otworami jest mniejsza od  $1/20$  mm. W pierwszych interpretacjach zjawisk optycznych posługiwano się pojęciem doskonale spójnej lub doskonale niespójnej wiązki światła. Doświadczenie Verdet'a było więc dowodem na istnienie stanu pośredniego pomiędzy światłem spójnym i niespójnym. Badania spójności światła, podjęte przez Verdet'a, kontynuowali von Laue, Berek, Michelson, van Cittert, Zernike, Wiener i Hopkins. W 1954 roku Wolf przedstawił interpretację zjawiska interferencji wprowadzając statystyczny opis pola optycznego. Wolf przedstawił opis efektów spójności 2-go rzędu, które stanowią podstawę klasycznej koncepcji spójności światła. W 1956 roku Hanbury Brown i Twiss przeprowadzili doświadczenie, które stało się stymulatorem rozwoju klasycznej i kwantowej teorii spójności światła. W 1963 roku Wolf zaproponował ogólny statystyczny opis pola optycznego, natomiast Glauber i Sudarshan wprowadzili systematyczny kwantowo-mechaniczny opis pola optycznego [125 - 129].

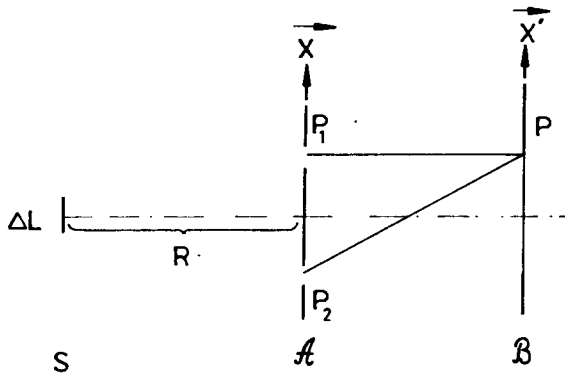
Zjawiska spójności optycznej są odzwierciedleniem fluktuacji stowarzyszonych z polem optycznym. Początkowo podstawę badań spójności światła stanowiły doświadczenia interferencyjne. Występowanie fluktuacji dedukowano pośrednio, np. w doświadczeniu interferencyjnym Younga, z pomiaru wartości średniej natężenia światła w zespole interferencyjnym. Hanbury Brown i Twiss pokazali, że istnienie fluktuacji pola optycznego można stwierdzić doświadczalnie przez pomiar korelacji natężenia światła.

Koncepcja optycznej spójności obejmuje opis fluktuacji pól optycznych występujących w przyrodzie. W 1964 roku Martienssen i Spiller skonstruowali quasi-termiczne źródło promieniowania składające się z obracającej matówki oświetlonej wiązką światła laserowego. Przeprowadzili oni szereg doświadczeń, które ilustrowały relację pomiędzy spójnością i fluktuacjami pola quasi-termicznego źródła światła. Badania Martienssena i Spillera były w istocie analizą spójności dynamicznego zespołu plamkowego [131]. W roku 1979 Goodman zaproponował koncepcję spójności plamkowej na przykładzie interpretacji doświadczenia interferencyjnego Younga zastosowanego do plamek [132]. Według koncepcji Goodmana badanie pojedynczej realizacji interferencji światła, które tworzy zespół plamkowy, jest doświadczeniem, w którym badane jest światło. Wynik tego doświadczenia określa pojedynczą realizację plamkowego efektu interferencyjnego. Koncepcja spójności plamkowej Goodmana określa różnicę pomiędzy badaniem światła tworzącego zespół plamkowy i badaniem zespołu plamkowego oraz umożliwia systematyczny opis pola plamkowego.

Na początku tej części pracy przedstawiona jest klasyczna koncepcja spójności na przykładzie interpretacji doświadczenia interferencyjnego Younga [123 - 129], a później koncepcja spójności plamkowej podana przez Goodmana [132]. Wprowadzono definicję powierzchni spójności plamkowej oraz przedyskutowano objętość spójności oraz parametr degeneracji światła tworzącego zespół plamkowy.

### 3.2. Klasyczna koncepcja spójności światła

W klasycznym opisie spójności światła rozpatruje się przypadek spójności przestrzennej i spójności czasowej. Omawianie klasycznej koncepcji spójności światła przedstawimy na przykładzie interpretacji doświadczenia interferencyjnego Younga, schematycznie zilustrowanego na rys.13.



Rys.13. Doświadczenie interferencyjne Younga

Źródło światła S wysyła promieniowanie, które pada na nieprzezroczysty ekran  $A$  z dwoma otworami. Światło przechodzące przez otwory próbkuje ulega interferencji, którą obserwujemy na ekranie  $B$  w postaci prążków interferencyjnych. Pole optyczne w punkcie  $\vec{x}$ , w chwili  $t$  opisuje sygnał analityczny  $U(\vec{x}, t)$ . Wartość chwilowa pola w punkcie  $P$ , w chwili  $t$ , w płaszczyźnie zespołu interferencyjnego jest sumą pól pochodzących od poszczególnych otworów

$$U(\vec{x}', t) = K_1 U(\vec{x}_1, t - t_1) + K_2 U(\vec{x}_2, t - t_2) , \quad (3.1)$$

gdzie  $t_1$  i  $t_2$  są to czasy przejścia światła od  $P_1$  do  $P$  i odpowiednio od  $P_2$  do  $P$ ,  $K_1$  i  $K_2$  są stałymi czynnikami, które zależą od rozmiarów otworów i geometrii układu. Stałe  $K_1$  i  $K_2$  są liczbami urojonymi. Wartość chwilowa natężenia światła w danym punkcie zespołu interferencyjnego ma postać

$$I(\vec{x}', t) = |K_1|^2 I(\vec{x}_1, t - t_1) + |K_2|^2 I(\vec{x}_2, t - t_2) + 2 \operatorname{Re} \left\{ K_1^* K_2 U^*(\vec{x}_1, t - t_1) U(\vec{x}_2, t - t_2) \right\} . \quad (3.2)$$

Wartość chwilowa natężenia światła w punkcie P jest pojedynczą realizacją pewnego procesu stochastycznego. Obserwowane natężenie światła w punkcie P jest rezultatem średniowania po zbiorze poszczególnych realizacji i wyraża się w postaci

$$\langle I(\vec{x}, t) \rangle_e = |K_1|^2 \langle I(\vec{x}_1, t-t_1) \rangle_e + |K_2|^2 \langle I(\vec{x}_2, t-t_2) \rangle_e + 2 \operatorname{Re} \left\{ K_1^* K_2 \Gamma(\vec{x}_1, \vec{x}_2, t-t_1, t-t_2) \right\}, \quad (3.3)$$

gdzie

$$\Gamma(\vec{x}_1, \vec{x}_2, t-t_1, t-t_2) = \langle U^*(\vec{x}_1, t-t_1) U(\vec{x}_2, t-t_2) \rangle_e. \quad (3.4)$$

W powyższych wzorach  $\langle \dots \rangle_e$  oznacza średniowanie po zbiorze wartości chwilowych. Funkcja  $\Gamma(\dots)$  opisuje korelację pola optycznego w płaszczyźnie ekranu  $\mathcal{A}$ .

Zazwyczaj pole optyczne jest stacjonarne i ergodyczne. W takim przypadku funkcja korelacji  $\Gamma(\dots)$  będzie zależna od opóźnienia czasowego  $\tau = t_1 - t_2$  oraz sumowanie po zbiorze możemy zastąpić całkowaniem po czasie

$$\begin{aligned} \Gamma(\vec{x}_1, \vec{x}_2, \tau) &= \langle U^*(\vec{x}_1, t) U(\vec{x}_2, t+\tau) \rangle_t \\ &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T U^*(\vec{x}_1, t) U(\vec{x}_2, t+\tau) dt, \end{aligned} \quad (3.5)$$

gdzie  $\langle \dots \rangle_t$  oznacza średniowanie w czasie. Korzystając z (3.4) możemy wyrazić wartość średnią natężenia w punkcie P zespołu interferencyjnego w postaci

$$\begin{aligned} \langle I(\vec{x}, t) \rangle_t &= |K_1|^2 \langle I(\vec{x}_1, t) \rangle_t + |K_2|^2 \langle I(\vec{x}_2, t) \rangle_t \\ &+ 2 \operatorname{Re} \left\{ K_1^* K_2 \Gamma(\vec{x}_1, \vec{x}_2, \tau) \right\}, \end{aligned} \quad (3.6)$$

gdzie  $\Gamma(\dots)$  zdefiniowana jest wzorem (3.5). Funkcja korelacji  $\Gamma(\dots)$  nazwana została wzajemną funkcją spójności Wolfa. Używa się znormalizowaną postać wzajemnej funkcji spójności

$$\gamma(\vec{x}_1, \vec{x}_2, \tau) = \frac{\Gamma(\vec{x}_1, \vec{x}_2, \tau)}{[\langle I(\vec{x}_1, t) \rangle_t \langle I(\vec{x}_2, t) \rangle_t]^{1/2}}, \quad (3.7)$$

która nosi nazwę zespolonego stopnia spójności światła. Zespolony stopień spójności światła możemy zapisać w postaci

$$\gamma(\vec{x}_1, \vec{x}_2, \tau) = |\gamma(\vec{x}_1, \vec{x}_2, \tau)| \exp \left\{ i \left[ \beta(\vec{x}_1, \vec{x}_2, \tau) - 2\pi \nu \tau \right] \right\}, \quad (3.8)$$

gdzie

$$\beta(\vec{x}_1, \vec{x}_2, \tau) = \arg \delta(\vec{x}_1, \vec{x}_2, \tau) + 2\pi\nu\tau \quad (3.9)$$

Korzystając z (3.6) i (3.8) oraz wprowadzając definicję

$$\langle I^{(j)}(\vec{x}, t) \rangle_t = |K_j|^2 \langle I(\vec{x}_j, t) \rangle_t \quad \text{dla } j=1,2 \quad (3.10)$$

otrzymamy wyrażenie na wartość średnią natężenia w danym punkcie zespołu interferencyjnego w postaci

$$\begin{aligned} \langle I(\vec{x}, t) \rangle &= \langle I^{(1)}(\vec{x}, t) \rangle + \langle I^{(2)}(\vec{x}, t) \rangle \\ &+ 2 \left[ \langle I^{(1)}(\vec{x}, t) \rangle \right]^{1/2} \left[ \langle I^{(2)}(\vec{x}, t) \rangle \right]^{1/2} \\ & \left[ \gamma(\vec{x}_1, \vec{x}_2, \tau) \right] \times \cos \left[ \beta(x_1, x_2, \tau) - 2\pi\nu\tau \right]. \end{aligned} \quad (3.11)$$

Na podstawie równania (3.11) można, po przeprowadzeniu pomiarów doświadczalnych, wyznaczyć rzeczywistą część zespolonego stopnia spójności światła. W istocie, właściwą miarą efektu interferencyjnego jest bezwzględna wartość zespolonego stopnia spójności światła. Faza zespolonego stopnia spójności jest sumą dwóch składników. Wyrażenie  $2\pi\nu\tau$  opisuje przestrzenne sinusoidalne zmiany natężenia światła w płaszczyźnie zespołu interferencyjnego. Wyraz ten zależy od różnicy dróg optycznych ( $s_1 - s_2$ ) promieni pochodzących od otworów  $P_1$  i  $P_2$  i można przedstawić go w postaci

$$2\pi\nu\tau = 2\pi\nu \frac{s_1 - s_2}{c}, \quad (3.12)$$

gdzie  $c$  jest prędkością światła. Drugi składnik czynnika fazowego  $\beta(\vec{x}_1, \vec{x}_2, \tau)$  jest efektywną różnicą faz pól optycznych w płaszczyźnie ekranu  $\mathcal{A}$ . Zgodnie z definicją (3.5),  $\beta(\vec{x}_1, \vec{x}_2, \tau)$  jest czasowo uśrednioną różnicą faz. Centralne maksimum interferencyjne leży w płaszczyźnie obserwacji w punkcie wyznaczonym przez fazę zespolonego stopnia spójności światła  $\beta(\vec{x}_1, \vec{x}_2, 0)$ . Oddalając się od centralnej części zespołu interferencyjnego rośnie różnica dróg optycznych promieni wychodzących z  $P_1$  i  $P_2$ , czyli rośnie opóźnienie czasowe jednej wiązki względem drugiej. Zatem efektywne przesunięcie fazowe jest zależne od widmowego składu promieniowania źródła. W przypadku gdy źródło emituje promieniowanie quasi-monochromatyczne, wtedy możemy z dobrym przybliżeniem stosować  $\beta(\vec{x}_1, \vec{x}_2, 0)$  dla całej płaszczyzny zespołu interferencyjnego. Wynika to z faktu, że w praktycznie obserwowanym zespole interferencyjnym możemy analizować przypadki opóźnienia czasowego znacznie mniejszego od czasu spójności tego pola. Zatem doświadczenie interferencyjne Younga umożliwia pomiar zarówno wartości bezwzględnej, jak i fazy zespolonego stopnia spójności światła.

Miarą efektu interferencyjnego, stosowaną w praktyce doświadczalnej, jest widzialność, którą wg Michelsona definiujemy w postaci

$$V(\vec{x}') = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}} \quad (3.13)$$

gdzie  $I_{\max}$  i  $I_{\min}$  są uśrednionymi w czasie maksymalną i minimalną wartością natężenia w otoczeniu punktu  $\vec{x}'$ .

Jeżeli w układzie optycznym doświadczenia interferencyjnego Younga występuje symetria osiowa oraz  $\langle I(\vec{x}_1, t) \rangle_t = \langle I(\vec{x}_2, t) \rangle_t$ , to wtedy

$$V = |\gamma(\vec{x}_1, \vec{x}_2, \tau)| \quad (3.14)$$

Na podstawie nierówności Schwarz'a, wartość bezwzględna zespolonego stopnia spójności może przyjmować wartości

$$0 \leq |\gamma(\vec{x}_1, \vec{x}_2, \tau)| < 1 \quad (3.15)$$

Jeżeli  $|\gamma| \rightarrow 1$ , wówczas mamy światło przestrzennie spójne, natomiast jeżeli  $|\gamma| = 0$ , to mamy światło przestrzennie niespójne.

Każde pole optyczne wewnątrz pewnego obszaru powierzchni obserwacji jest polem spójnym. Jeżeli odległość między próbującymi otworami jest mniejsza od rozmiarów tego obszaru, wówczas powstanie efekt interferencyjny. Jeżeli natomiast odległość między otworami będzie większa od rozmiarów tego obszaru, wówczas nie będziemy obserwowali efektu interferencyjnego. Powierzchnia obszaru, z którego otrzymujemy efekt interferencyjny, nazwana została powierzchnią spójności. Dla źródła termicznego, w sytuacji przedstawionej na rys.13, powierzchnia spójności wyraża się wzorem

$$A_c \simeq R^2 \left( \frac{\lambda_0}{\Delta l} \right)^2 \quad (3.16)$$

gdzie  $\lambda_0$  jest średnią długością fali emitowanego światła, natomiast  $R$  oraz  $\Delta l$  zdefiniowano na rys.13.

Bardziej ogólnie, dla stacjonarnych pól, definicję powierzchni spójności można przedstawić w postaci [9, 129]

$$A_c = \iint_{-\infty}^{+\infty} |\mu_t(\Delta \vec{x})|^2 d^2 \Delta x \quad (3.17)$$

gdzie  $\mu_t(\Delta \vec{x})$  jest zespolonym czynnikiem spójności, który zdefiniujemy w następnjej części. Dla światła o dowolnym statystycznym rozkładzie pola zaproponowano definicję powierzchni spójności w postaci [129]

$$A_c = \iint_{-\infty}^{+\infty} \left| \frac{\langle I(\vec{x}, 0) I(\vec{x} + \Delta \vec{x}, 0) \rangle_t}{\langle I(0, 0) I(0, 0) \rangle_t} \right|^2 d^2 \Delta x \quad (3.18)$$

Rozważmy teraz bryłę, której podstawą jest powierzchnia spójności, a wysokość określa długość spójności  $c \tau_c$ , gdzie  $\tau_c$  jest czasem spójności. Objętość takiej bryły określa nam objętość spójności

$$V_c \simeq c \tau_c A_c = \left( \frac{R}{\Delta l} \right)^2 \left( \frac{\lambda_0}{\Delta \lambda} \right) \lambda_0^3 \quad (3.19)$$

gdzie

$$\Delta\lambda = \frac{c}{\Delta\nu} \quad (3.20)$$

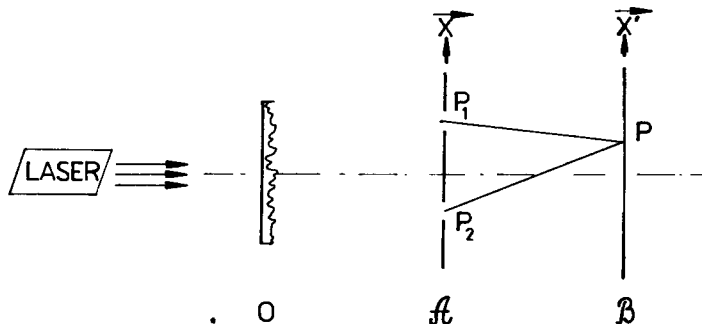
W tej pracy opis pola optycznego przedstawiono w oparciu o teorię klasyczną. Obecnie rozważmy parametr degeneracji, który należy do opisu pola na gruncie teorii kwantowej. Średnia liczba fotonów będących w tym samym stanie polaryzacji, znajdujących się w objętości spójności nazwana została parametrem degeneracji światła. Jeżeli  $E_\nu$  jest średnią liczbą fotonów emitowanych przez jednostkę powierzchni, w jednostkowym przedziale częstotliwości, w jednostkowym kącie bryłowym wokół kierunku prostopadłego do powierzchni źródła, w jednostce czasu, wówczas parametr degeneracji przyjmuje postać

$$\delta = \frac{1}{2} \left( \frac{c}{\nu} \right)^2 E_\nu \quad (3.21)$$

Z powyższego wzoru widać, że parametr degeneracji nie zależy od geometrii rozważanego układu.

### 3.3. Koncepcja spójności zespołu plamkowego

Rozważmy doświadczenie interferencyjne Younga zastosowane do badania zespołu plamkowego, przedstawione na rys.14. Interpretacja tego doświadczenia, podana przez Goodmana, stanowi koncepcję spójności zespołu plamkowego [132].



Rys.14. Doświadczenie interferencyjne Younga zastosowane do plamek

Wiązka spolaryzowanego światła laserowego pada na optycznie chropowaty obiekt O. Rozproszone światło w płaszczyźnie ekranu A tworzy pojedynczą realizację pewnego monochromatycznego, spolaryzowanego zespołu plamkowego. Zakładamy, że średnice otworów testujących w ekranie A są znacznie mniejsze od średniego rozmiaru plamek. Światło przechodzące przez otwory testujące podlega interferencji, czego rezultatem jest zespół interferencyjny, który możemy obserwować na ekranie B.

Interferencję światła, tworzącego pojedynczą realizację zespołu plamkowego, interpretujemy zgodnie z klasyczną koncepcją spójności. Zatem dys-



kusję doświadczenia interferencyjnego Younga dla pojedynczej realizacji zespołu plamkowego należy przeprowadzić zgodnie z klasyczną interpretacją przedstawioną w części 3.2. Korzystając ze wzoru (1.1) funkcję wzajemnej spójności światła możemy przedstawić w postaci

$$\Gamma(x_1, x_2, t) = \langle A^*(x_1) A(x_2) \exp\{-i2\pi\nu t\} \rangle_t. \quad (3.22)$$

Zdefiniujmy teraz wzajemne natężenie światła

$$J_t(x_1, x_2) = \Gamma(x_1, x_2, 0) \quad (3.23)$$

oraz zespolony czynnik spójności światła

$$\mu_t(x_1, x_2) = \gamma(x_1, x_2, 0), \quad (3.24)$$

gdzie wykorzystano definicje (3.5) i (3.7), natomiast wskaźnik  $t$  oznacza, że wielkości te są rezultatem średniowania w czasie. Korzystając z (3.22) otrzymamy zespolony czynnik spójności światła tworzącego pojedynczą realizację zespołu plamkowego w postaci

$$\mu_t(x_1, x_2) = \exp\{i\beta(x_1, x_2, 0)\}, \quad (3.25)$$

gdzie  $\beta(x_1, x_2, 0)$ , zgodnie z klasyczną koncepcją spójności światła, jest uśrednioną w czasie różnicą faz pól optycznych w punktach  $P_1$  i  $P_2$ . Korzystając z (3.25) możemy zespolony stopień spójności światła tworzącego pojedynczą realizację zespołu plamkowego zapisać w postaci

$$\gamma(\bar{x}_1, \bar{x}_2, t) = \mu_t(\bar{x}_1, \bar{x}_2) \exp\{-i2\pi\nu t\}. \quad (3.26)$$

Podstawiając (3.26) do wzoru (3.11) otrzymamy wartość średnią natężenia światła w danym punkcie zespołu interferencyjnego w postaci

$$\begin{aligned} \langle I(\bar{x}, t) \rangle_t &= |K_1|^2 \langle I(\bar{x}_1, t) \rangle_t + |K_2|^2 \langle I(\bar{x}_2, t) \rangle_t \\ &+ 2 \left[ \langle I(\bar{x}_1, t) \rangle_t \langle I(\bar{x}_2, t) \rangle_t \right]^{1/2} \\ &\times \operatorname{Re} \left\{ K_1^* K_2 \mu_t(\bar{x}_1, \bar{x}_2) \exp(-i2\pi\nu t) \right\}. \end{aligned} \quad (3.27)$$

Ze wzoru (3.25) wynika, że dla światła tworzącego pojedynczą realizację zespołu plamkowego

$$|\mu_t(\bar{x}_1, \bar{x}_2)| = 1. \quad (3.28)$$

Zatem „według klasycznej definicji spójności, światło w monochromatycznym zespole plamkowym jest całkowicie przestrzennie spójne” [132]. Widzialność zespołu interferencyjnego światła tworzącego pojedynczą realizację monochromatycznego zespołu plamkowego jest równa 1, niezależnie od odległości między próbującymi otworami.

Jeżeli doświadczenie interferencyjne Younga będziemy powtarzali dla różnych realizacji zespołu plamkowego, wtedy, np. na płycie fotograficznej umieszczonej na ekranie  $\beta$  zaobserwujemy efekt analogiczny, jak w przypadku

światła przestrzennie częściowo spójnego. Wartość średnią natężenia zespołu interferencyjnego otrzymamy korzystając z (3.6) w postaci

$$\begin{aligned} \langle\langle I(\vec{x}', t) \rangle\rangle_t &= |K_1|^2 \langle\langle I(\vec{x}_1, t) \rangle\rangle_t + |K_2|^2 \langle\langle I(\vec{x}_2, t) \rangle\rangle_t \\ &+ 2 \operatorname{Re} \left\{ K_1^* K_2 \langle \Gamma(\vec{x}_1, \vec{x}_2, \hat{r}) \rangle \right\}, \end{aligned} \quad (3.29)$$

gdzie  $\langle \dots \rangle$  oznacza średniowanie po zbiorze poszczególnych realizacji procesu plamkowego. We wzorze (3.29)

$$\langle \Gamma(\vec{x}_1, \vec{x}_2, \hat{r}) \rangle = \langle\langle U^*(\vec{x}_1, t) U(\vec{x}_2, t + \hat{r}) \rangle\rangle_t \quad (3.30)$$

jest wzajemną funkcją spójności zespołu plamkowego. Analogicznie do (3.7) zespolony stopień spójności zespołu plamkowego definiujemy w postaci

$$\langle \gamma(\vec{x}_1, \vec{x}_2, \hat{r}) \rangle = \frac{\langle \Gamma(\vec{x}_1, \vec{x}_2, \hat{r}) \rangle}{[\langle\langle I(\vec{x}_1, t) \rangle\rangle_t \langle\langle I(\vec{x}_2, t) \rangle\rangle_t]^{1/2}}. \quad (3.31)$$

Korzystając z (3.23) i (3.24) możemy zdefiniować wzajemne natężenie zespołu plamkowego

$$J(\vec{x}_1, \vec{x}_2) = \langle \Gamma(\vec{x}_1, \vec{x}_2, 0) \rangle \quad (3.32)$$

oraz zespolony czynnik spójności zespołu plamkowego

$$\mu(\vec{x}_1, \vec{x}_2) = \langle \gamma(\vec{x}_1, \vec{x}_2, 0) \rangle. \quad (3.33)$$

Podstawiając (3.22) do (3.30) otrzymamy na podstawie (3.33) zespolony czynnik spójności monochromatycznego zespołu plamkowego w postaci

$$\mu(\vec{x}_1, \vec{x}_2) = |\mu(\vec{x}_1, \vec{x}_2)| \exp \{ i \beta(\vec{x}_1, \vec{x}_2) \}. \quad (3.34)$$

W ogólności bezwzględna wartość zespolonego czynnika spójności zespołu plamkowego jest mniejsza od jedności. Fazę zespolonego stopnia spójności zespołu plamkowego interpretujemy jako różnicę faz pól plamkowych w punkcie  $P_1$  i  $P_2$ . Innymi słowy jest to uśredniona po zbiorze poszczególnych realizacji zespołu plamkowego różnica faz, której pojedyncze realizacje określa uśredniona w czasie różnica faz pól optycznych zdefiniowana we wzorze (3.25). Natężenie w danym punkcie zespołu interferencyjnego otrzymamy ze wzoru (3.29), korzystając z (3.34), w postaci

$$\begin{aligned} \langle I(\vec{x}', t) \rangle &= |K_1|^2 \langle I(\vec{x}_1, t) \rangle + |K_2|^2 \langle I(\vec{x}_2, t) \rangle \\ &+ 2 [\langle I(\vec{x}_1, t) \rangle \langle I(\vec{x}_2, t) \rangle]^{1/2} \\ &\times \operatorname{Re} \left\{ K_1^* K_2 |\mu(\vec{x}_1, \vec{x}_2)| \cos [\beta(\vec{x}_1, \vec{x}_2) + 2\pi \nu \tau] \right\}. \end{aligned} \quad (3.35)$$

gdzie  $\langle \dots \rangle = \langle \langle \dots \rangle_t \rangle$ .

Widzialność zespołu interferencyjnego, będącego efektem spójności plamkowej, definiuje się analogicznie jak widzialność zespołu interferencyjnego światła

$$\gamma(\vec{x}') = \frac{\langle I_{\max} \rangle - \langle I_{\min} \rangle}{\langle I_{\max} \rangle + \langle I_{\min} \rangle}, \quad (3.36)$$

gdzie  $\langle I_{\max} \rangle$  i  $\langle I_{\min} \rangle$  są wartościami średnimi natężenia otrzymanymi w wyniku średniowania po zbiorze poszczególnych realizacji zespołu plamkowego. Jeżeli w układzie doświadczenia interferencyjnego Younga zastosowanego do plamek występuje symetria osiowa oraz  $\langle I(\vec{x}_1, t) \rangle = \langle I(\vec{x}_2, t) \rangle$ , to otrzymamy

$$\gamma = |\mu(\vec{x}_1, \vec{x}_2)|. \quad (3.37)$$

Na podstawie nierówności Schwarz'a wartość bezwzględna zespolonego czynnika spójności zespołu plamkowego może przyjmować wartości

$$0 \leq |\mu(\vec{x}_1, \vec{x}_2)| < 1. \quad (3.38)$$

Jeżeli  $|\mu| \rightarrow 1$ , to mamy spójny zespół plamkowy, natomiast jeżeli  $|\mu| = 0$ , to zespół plamkowy jest niespójny.

Dla zespołów plamkowych możemy rozważać tylko pojęcie spójności przestrzennej. Wynika to z faktu, że przy średniowaniu po zbiorze poszczególnych realizacji zespołu plamkowego nie uwzględniono ani kolejności poszczególnych realizacji, ani czasu próbkowania. W sensie statystycznym zespół plamkowy należy do procesów nieergodycznych.

Podobnie jak dla światła, również dla zespołu plamkowego można wprowadzić definicję powierzchni spójności. Powierzchnię obszaru, z którego otrzymujemy efekt interferencyjny, w sensie spójności plamkowej, będziemy nazywali powierzchnią spójności plamkowej. Korzystając z analogii występujących pomiędzy światłem pochodzącym od źródła termicznego i zespołem plamkowym można pokazać, że powierzchnia spójności całkowicie rozwiniętego zespołu plamkowego wyraża się wzorem (3.16). Bardziej ogólnie definicję powierzchni spójności zespołu plamkowego można przedstawić analogicznie do (3.17) w postaci

$$A_c = \iint_{-\infty}^{+\infty} |\mu(\Delta \vec{x})|^2 d^2 \Delta x \quad (3.39)$$

oraz w oparciu o (3.18) w postaci

$$A_c = \iint_{-\infty}^{+\infty} \frac{\langle I(\vec{x}) I(\vec{x} + \Delta \vec{x}) \rangle^2}{\langle I(0) I(0) \rangle} d^2 \Delta x. \quad (3.40)$$

Dyskusję powierzchni spójności plamkowej przedstawimy w 6 części tej pracy.

Objętość spójności i parametr degeneracji są wielkościami charakteryzującymi pole optyczne i nie mają swoich odpowiedników w koncepcji plamkowej spójności. Parametry te możemy rozpatrywać jedynie dla pojedynczych realizacji zespołu plamkowego.

#### 4. OGÓLNY STATYSTYCZNY OPIS POLA PLAMKOWEGO

##### 4.1. Wprowadzenie

Definicje zespołu plamkowego, przedstawione w poprzednich częściach tej pracy, są w istocie opisem własności obserwowanych efektów lub określeniem sposobu otrzymywania poszczególnych realizacji tego procesu. Zespół plamkowy jest wynikiem rozpraszania światła, zatem badanie własności danego zespołu plamkowego można przeprowadzić wyłącznie przez badanie światła. Ze względu na cechy charakterystyczne zjawiska rozpraszania, przyczyniającego się do tworzenia zespołu plamkowego, interpretację obserwowanych efektów przeprowadza się w oparciu o klasyczną teorię światła.

Interpretację wyników doświadczalnego badania statystycznych własności zespołów plamkowych prowadzi się wykorzystując aparat matematyczny optyki falowej, a w szczególności optyki fourierowskiej. Podstawową wielkością fizyczną w tym opisie jest natężenie pola elektrycznego fali elektromagnetycznej lub równoważnie - sygnał analityczny. Innymi słowy, interpretację każdego efektu plamkowego można przeprowadzić posługując się wielkościami fizycznymi opisującymi pole optyczne. W tej sytuacji powstaje pytanie: czy należy wprowadzać nowe pojęcie pola plamkowego? W literaturze przedmiotu pojęcie pola plamkowego pojawia się wielokrotnie, jednakże nie wprowadzono do tej pory wielkości fizycznych w sposób ogólny definiujących to pole.

W celu rozważenia tego problemu należy postawić pytanie czym jest w istocie zespół plamkowy? Najbardziej ogólne definicje podają, że zespół plamkowy jest procesem, którego poszczególne realizacje są rezultatem rozpraszania światła. Z tego względu nie można utożsamiać zespołu plamkowego ze światłem ani pola plamkowego z polem optycznym. Podstawową przeszkodą jest to, że nie można, bez istotnych zmian, zastosować klasycznego opisu pola optycznego do interpretacji efektów, czy bardziej ogólnie - zjawisk plamkowych. Dla przykładu podstawową zmienną losową pola optycznego jest wartość chwilowa sygnału analitycznego, natomiast pojedyncza realizacja zespołu plamkowego jest już rezultatem uśrednionym w czasie.

W 1979 roku Goodman przedstawił koncepcję spójności plamkowej [132]. Koncepcja Goodmana stanowi przełom w interpretacji zjawisk plamkowych. Głównym założeniem koncepcji spójności plamkowej, przedstawionej w poprzedniej części tej pracy, jest to, że interpretację pojedynczej realizacji zespołu interferencyjnego, będącej rezultatem pojedynczej realizacji zespołu plamkowego, należy przeprowadzić zgodnie z klasycznym opisem pola optycznego. Innymi słowy, pojedynczą realizację zespołu plamkowego utożsamiamy ze światłem. Na przykładzie interpretacji doświadczenia interferencyjnego Younga Goodman wprowadził wzajemną funkcję spójności plamkowej. Z rozważań Goodmana wynika, że dla monochromatycznych zespołów plamkowych amplituda pola optycznego jest wielkością fizyczną, którą możemy używać do

opisu efektów spójności plamkowej.

W tej części pracy zaproponowana jest koncepcja ogólnego statystycznego opisu zjawisk plamkowych [133]. Na początku przedstawiono ogólny statystyczny opis pola optycznego zaproponowany przez Wolfa [126, 129]. Następnie, uogólniając koncepcję spójności plamkowej Goodmana, zaproponowano ogólną metodę interpretacji zjawisk plamkowych. Pokazano, że w przypadku monochromatycznych zespołów plamkowych można wprowadzić wielkości fizyczne definiujące pole plamkowe. Wzorując się na warunku spójności pola optycznego, podanym przez Glaubera [130], zaproponowano warunek spójności pola monochromatycznego zespołu plamkowego.

#### 4.2. Ogólny statystyczny opis pola optycznego

Wielkością fizyczną definiującą w sposób klasyczny pole optyczne jest natężenie pola elektrycznego fali elektromagnetycznej, którą z reguły zastępujemy sygnałem analitycznym. W sensie statystycznym podstawową zmienną losową opisującą pole optyczne jest wartość chwilowa sygnału analitycznego  $\bar{U}(\vec{x}, t)$ . Według Wolfa najbardziej kompletny klasyczny opis pola optycznego jest dany przez  $N$ -cząstkową funkcję gęstości prawdopodobieństwa

$$P_N(\bar{U}_1, \bar{U}_2, \dots, \bar{U}_N) d^2\bar{U}_1 d^2\bar{U}_2 \dots d^2\bar{U}_N, \quad (4.1)$$

gdzie

$$\bar{U}_k = \bar{U}(\vec{x}_k, t_k) \quad \text{dla } k = 1, 2, \dots, N \quad (4.2)$$

oraz

$$d^2\bar{U}_k = d\bar{U}_{k,r} d\bar{U}_{k,i}, \quad (4.3)$$

gdzie

$$\bar{U}_k = \bar{U}_{k,r} + i\bar{U}_{k,i}. \quad (4.4)$$

Wartość średnią dowolnej funkcji  $F(\bar{U}_1, \bar{U}_2, \dots, \bar{U}_N)$  obliczamy według wzoru

$$\begin{aligned} & \langle F(\bar{U}_1, \bar{U}_2, \dots, \bar{U}_N) \rangle = \\ & = \iiint \dots \int F(\bar{U}_1, \bar{U}_2, \dots, \bar{U}_N) P_N(\bar{U}_1, \bar{U}_2, \dots, \bar{U}_N) d^2\bar{U}_1 d^2\bar{U}_2 \dots d^2\bar{U}_N. \end{aligned} \quad (4.5)$$

W przypadku, kiedy znamy jawną postać funkcji  $P_N(\dots)$ , możemy obliczyć wartość średnią funkcji  $F(\dots)$ , czyli możemy zinterpretować dowolny eksperyment optyczny na gruncie teorii klasycznej pola optycznego.

Spśród zbioru funkcji  $F(\dots)$  Wolf wyróżnił zbiór momentów pola optycznego. Uogólniony moment  $N+M$ -go rzędu definiuje się w postaci

$$\Gamma_{j_1, \dots, j_{N+M}}^{(N, M)}(\tilde{x}_1, \dots, \tilde{x}_N; \tilde{x}_{N+1}, \dots, \tilde{x}_{N+M}) = \langle U_{j_1}^* (\tilde{x}_1) \dots U_{j_N}^* (\tilde{x}_N) U_{j_{N+1}} (\tilde{x}_{N+1}) \dots U_{j_{N+M}} (\tilde{x}_{N+M}) \rangle, \quad (4.6)$$

gdzie  $j_k$  jest wskaźnikiem polaryzacji wektora  $\vec{U}(x_k)$ , natomiast  $\tilde{x}_k = (\vec{x}_k, t_k)$ . Uogólnione momenty pola optycznego obliczamy według wzoru (4.5), który jest odpowiednikiem sumowania po zbiorze pojedynczych realizacji. Jeżeli pole optyczne jest stacjonarne i ergodyczne, to sumowanie po zbiorze możemy zastąpić średniowaniem w czasie. Dla  $N=M=1$  uogólniony moment pola optycznego staje się wzajemną funkcją spójności światła. Analogicznie do zespolonego stopnia spójności Glauber wprowadził znormalizowaną korelację  $2N$ -go rzędu w postaci

$$\gamma_{j_1, \dots, j_{2N}}^{(N, N)}(\tilde{x}_1, \dots, \tilde{x}_{2N}) = \Gamma_{j_1, \dots, j_{2N}}^{(N, N)}(\tilde{x}_1, \dots, \tilde{x}_{2N}) / \prod_{r=1}^{2N} \Gamma_{j_r, j_r}^{(1, 1)}(\tilde{x}_r, \tilde{x}_r), \quad (4.7)$$

gdzie dla  $N=1$  pomija się ten wskaźnik funkcji  $\gamma(\dots)$ .

Jako warunek spójności  $2N$ -go rzędu Glauber zaproponował

$$\Gamma_{j_1, \dots, j_{2n}}^{n, n}(\tilde{x}_1, \dots, \tilde{x}_{2n}) = \prod_{r=1}^n U_{j_r}^* (\tilde{x}_r) \prod_{r=n+1}^{2n} U_{j_r} (\tilde{x}_r) \quad \text{dla wszystkich } n \leq N. \quad (4.8)$$

Dla  $N=1$  powyższy warunek spójności przyjmuje postać

$$\Gamma_{j_1, j_2}(\tilde{x}_1, \tilde{x}_2) = U_{j_1}^* (\tilde{x}_1) U_{j_2} (\tilde{x}_2), \quad (4.9)$$

która jest uogólnieniem warunku

$$|\gamma_{j_1, j_2}(\tilde{x}_1, \tilde{x}_2)| = 1. \quad (4.10)$$

Warunki (4.9) i (4.10) nazywane są warunkami spójności Wolfa.

#### 4.3. Ogólny statystyczny opis pola plamkowego

Rozważmy pojedynczą realizację monochromatycznego zespołu plamkowego. Uogólniając koncepcję spójności plamkowej Goodmana zakładamy, że opis pojedynczej realizacji zespołu plamkowego jest zgodny z ogólnym opisem pola optycznego podanym przez Wolfa. Kompletną informację o polu optycznym pojedynczej realizacji zespołu plamkowego otrzymamy przez określenie  $N$ -cząstkowej funkcji gęstości prawdopodobieństwa (4.1) lub przez określenie wszystkich uogólnionych momentów tego pola optycznego. Dla  $k$ -tej realizacji monochromatycznego zespołu plamkowego, z uwagi na równanie (1.1), uogólniony moment  $N+M$ -go rzędu przyjmuje postać

$$\begin{aligned} & \Gamma_{k j_1, \dots, j_{N+M}}^{(N, M)}(\tilde{x}_1, \dots, \tilde{x}_N; \tilde{x}_{N+1}, \dots, \tilde{x}_{N+M}) \\ &= A_{k j_1}^{\tilde{x}}(\tilde{x}_1) \dots A_{k j_N}^{\tilde{x}}(\tilde{x}_N) A_{k j_{N+1}}(\tilde{x}_{N+1}) \dots A_{k j_{N+M}}(\tilde{x}_{N+M}) \\ & \times \exp\{-i 2\pi \nu \theta_k\}, \end{aligned} \quad (4.11)$$

gdzie

$$\theta_k = \sum_{i=1}^N t_i - \sum_{i=N+1}^{N+M} t_i. \quad (4.12)$$

Powyższy wynik jest rezultatem średniowania w czasie. Wynik (4.11) jest tożsamy z warunkiem spójności Glaubera. Zatem można powiedzieć, że w sensie klasycznej definicji światło pojedynczej realizacji monochromatycznego zespołu plamkowego jest całkowicie przestrzennie spójne w sensie warunków Glaubera. Ze wzoru (4.11) widać, że  $\theta_k$  jest takie same dla wszystkich realizacji zespołu plamkowego i zależy jedynie od warunków doświadczenia. Z tego względu, w celu kompletnego opisanie pojedynczej realizacji zespołu plamkowego, można w miejsce funkcji (4.1) rozpatrywać N-cząstkową funkcję gęstości prawdopodobieństwa amplitudy pola optycznego, która przyjmuje postać

$$P_{Nk}(\bar{A}_1, \dots, \bar{A}_N) = \delta(\bar{A}_1 - \bar{A}_{1k}) \dots \delta(\bar{A}_N - \bar{A}_{Nk}), \quad (4.13)$$

gdzie  $\delta(\dots)$  jest funkcją delta Diraca, natomiast  $\bar{A}_{1k}, \dots, \bar{A}_{Nk}$  są wartościami amplitudy, które można określić analizując zjawisko rozpraszania. Należy zaznaczyć, że we wzorze (4.13)  $\bar{A}_1, \dots, \bar{A}_N$  są zmiennymi losowymi pola optycznego, natomiast  $\bar{A}_{1k}, \dots, \bar{A}_{Nk}$  są uśrednionymi w czasie wartościami, które jednocześnie całkowicie określają pojedynczą realizację zespołu plamkowego. W ten sposób zbiór

$$\{\bar{A}_{1k}, \dots, \bar{A}_{Nk}\} \quad \text{dla } k = 1, 2, \dots, \infty \quad (4.14)$$

można określić jako zbiór podstawowych zmiennych losowych monochromatycznego zespołu plamkowego. Według powyższego rozumowania elementy zbioru (4.14) można uznać za wielkości fizyczne definiujące pole plamkowe. W tym sensie kompletny opis monochromatycznego pola plamkowego dany jest przez N-cząstkową funkcję gęstości prawdopodobieństwa amplitudy w postaci

$$P_N(\bar{A}_1, \dots, \bar{A}_N) d^2 \bar{A}_1 \dots d^2 \bar{A}_N, \quad (4.15)$$

gdzie (4.14) określa zbiór zmiennych losowych. Sposób średniowania wskazuje, że w sensie statystycznym zespół plamkowy jest procesem nieergodycznym [132]. Wyrażenie (4.15) jest w istocie łączną, N-cząstkową funkcją gęstości prawdopodobieństwa części rzeczywistej i urojonej pola plamkowego.

Uogólniając definicję łącznej funkcji spójności plamkowej Goodmana, w analogii do uogólnionych momentów pola optycznego, wprowadźmy uogólnione momenty N+M-go rzędu zespołu plamkowego w postaci



$$\begin{aligned} & \langle \Gamma_{j_1, \dots, j_{N+M}}^{(N, M)}(\tilde{x}_1, \dots, \tilde{x}_N; \tilde{x}_{N+1}, \dots, \tilde{x}_{N+M}) \rangle \\ & = \langle U_{j_1}^* (\tilde{x}_1) \dots U_{j_N}^* (\tilde{x}_N) U_{j_{N+1}} (\tilde{x}_{N+1}) \dots U_{j_{N+M}} (\tilde{x}_{N+M}) \rangle, \quad (4.16) \end{aligned}$$

gdzie  $\langle \dots \rangle$  oznacza średniowanie po zbiorze poszczególnych realizacji zespołu plamkowego. Definicja (4.16) stosuje się do wszystkich rodzajów zespołów plamkowych. W interpretacji zjawisk plamkowych definicja (4.16) odgrywa analogiczną rolę jak uogólnione momenty (4.6) w interpretacji zjawisk optycznych.

Definicję uogólnionego łącznego natężenia  $N+M$ -go rzędu zespołu plamkowego można przedstawić w postaci

$$\begin{aligned} & J_{j_1, \dots, j_{N+M}}^{(N, M)}(\bar{x}_1, \dots, \bar{x}_N; \bar{x}_{N+1}, \dots, \bar{x}_{N+M}) \\ & = \Gamma_{j_1, \dots, j_{N+M}}^{(N, M)}(\tilde{x}_1, \dots, \tilde{x}_N; \tilde{x}_{N+1}, \dots, \tilde{x}_{N+M}) \Big|_{\theta=0}, \quad (4.17) \end{aligned}$$

gdzie warunek  $\theta=0$  oznacza

$$t_1 = t_2 = \dots = t_{N+M}. \quad (4.18)$$

Korzystając z (1.1) dla monochromatycznego zespołu plamkowego uogólnione łączne natężenie będzie miało postać

$$\begin{aligned} & J_{j_1, \dots, j_{N+M}}^{(N, M)}(\bar{x}_1, \dots, \bar{x}_N; \bar{x}_{N+1}, \dots, \bar{x}_{N+M}) \\ & = \langle A_{j_1}^* (\bar{x}_1) \dots A_{j_N}^* (\bar{x}_N) A_{j_{N+1}} (\bar{x}_{N+1}) \dots A_{j_{N+M}} (\bar{x}_{N+M}) \rangle. \quad (4.19) \end{aligned}$$

Analogicznie do znormalizowanej korelacji  $2N$ -go rzędu, podanej przez Glaubera, wprowadźmy znormalizowaną korelację  $2N$ -go rzędu zespołu plamkowego

$$\mu_{j_1, \dots, j_{2N}}^{(N, N)}(\bar{x}_1, \dots, \bar{x}_{2N}) = \chi_{j_1, \dots, j_{2N}}^{(N, N)}(\tilde{x}_1, \dots, \tilde{x}_{2N}) \Big|_{\theta=0}, \quad (4.20)$$

gdzie warunek  $\theta=0$  definiuje (4.18). Dla monochromatycznego zespołu plamkowego znormalizowana korelacja  $2N$ -go rzędu przyjmuje postać

$$\begin{aligned} & \mu_{j_1, \dots, j_{2N}}^{(N, N)}(\bar{x}_1, \dots, \bar{x}_{2N}) \\ & = J_{j_1, \dots, j_{2N}}^{(N, N)}(\bar{x}_1, \dots, \bar{x}_{2N}) / \prod_{r=1}^{2N} J_{j_r, j_r}^{(1, 1)}(\bar{x}_r, \bar{x}_r). \quad (4.21) \end{aligned}$$

Uogólnione momenty (4.16), uogólnione łączne natężenia (4.17) oraz znormalizowana korelacja (4.20) opisują dowolny rodzaj zespołu plamkowego. Na podstawie (4.19) i (4.20) widać, że amplituda pola plamkowego jest wielkością fizyczną umożliwiającą kompletny opis monochromatycznego zespołu plamkowego. Interpretację każdego doświadczenia należy jednak przeprowadzać analizując uogólnione momenty zespołu plamkowego (4.16), które za-

wierają wszystkie parametry układu doświadczalnego. Z definicji (4.16) i (4.17) wynika, że parametry doświadczalne wyznacza wyrażenie (4.12), czego przykładem jest równanie (3.35).

Rozważmy teraz warunki spójności plamkowej. Zespół plamkowy wykazuje spójność 2-go rzędu, jeżeli widzialność prążków w doświadczeniu interferencyjnym Younga zastosowanym do plamek dąży do jedności. Spójność plamkowa 4-go rzędu występuje, jeżeli nie ma efektu korelacji natężenia (znormalizowana korelacja natężenia dąży do jedności) w doświadczeniu Hanbury Browna i Twissa. Uogólniając powyższe żądania, analogicznie do rozważań Glaubera [126, 132], można zaproponować relację w postaci

$$\begin{aligned} & \langle \Gamma_{j_1, \dots, j_{2N}}^{(N, N)}(\tilde{x}_1, \dots, \tilde{x}_{2N}) \rangle \\ &= \prod_{r=1}^n U_{j_r}(\tilde{x}_r) \prod_{r=n+1}^{2n} U_{j_r}(\tilde{x}_r) \quad \text{dla wszystkich } n \leq N \end{aligned} \quad (4.22)$$

jako warunek spójności plamkowej 2N-go rzędu. Powyższy warunek wymaga dodatkowej interpretacji. Średniowanie po zbiorze poszczególnych realizacji zespołu plamkowego powoduje, że każdy uogólniony moment zespołu plamkowego, a więc także (4.22), jest wielkością niezależną od czasu. Warunki spójności Glaubera są w istocie warunkami określonymi w pewnym przedziale czasu. W celu określenia spójności światła należy, zgodnie z definicją (4.8), przeprowadzić średniowanie w czasie i w ten sposób czas pomiaru określa przedział, w którym światło może być spójne. W przypadku zespołu plamkowego pomiar przeprowadzamy dla każdej realizacji. Warunek (4.22) oznacza zatem, że średniowanie po zbiorze poszczególnych realizacji zespołu plamkowego, z których każda uśredniona jest w określonym przedziale czasu, spełnia własność tej faktoryzacji.

W przypadku monochromatycznego zespołu plamkowego, korzystając z (4.17), warunek spójności (4.22) przyjmuje postać

$$J_{j_1, \dots, j_{2N}}^{(N, N)}(\vec{x}_1, \dots, \vec{x}_{2N}) = \prod_{r=1}^n A_{j_r}^{\#}(\vec{x}_r) \prod_{r=n+1}^{2n} A_{j_r}^{\#}(\vec{x}_r) \quad (4.23)$$

dla wszystkich  $n \leq N$ .

Z powyższego wzoru widać, że warunek spójności 2N-go rzędu monochromatycznego zespołu plamkowego wyraża się przez amplitudę pola plamkowego. Można zatem powiedzieć, że wprowadzenie definicji pola plamkowego upraszcza interpretację monochromatycznych efektów plamkowych. Warunki (4.23) są spełnione dla dowolnego N, jeżeli wszystkie realizacje zespołu plamkowego są identyczne. Zatem całkowicie spójny zespół plamkowy, w sensie warunków (4.23), powstaje gdy rozpraszający obiekt jest optycznie gładki.

## 5. EFEKTY PLAMKOWEJ SPÓJNOŚCI 2-GO RZĘDU

### 5.1. Wprowadzenie

Wprowadzenie ogólnej koncepcji spójności zespołów plamkowych umożliwia systematyczną dyskusję zjawisk korelacji plamkowej. Analogicznie jak w przypadku badania światła, efekty korelacji plamkowej można rozróżniać ze względu na rząd spójności. W dotychczasowych badaniach efekty spójności plamkowej 2-go i 4-go rzędu, z reguły, omawiano łącznie pod hasłem statystyki 2-go rzędu. Z tego względu przedstawiony poniżej przegląd badań dotyczy statystyki 2-go rzędu zespołów plamkowych z uwypukleniem efektów spójności plamkowej 2-go rzędu.

Literatura dotycząca własności statystycznych 2-go rzędu zespołów plamkowych obejmuje wiele pozycji. Wśród tych prac należy wyróżnić grupę dotyczącą badań podstawowych [1 - 17, 86, 131 - 137, 140, 146, 151 - 157, 166, 170, 172 - 177]. Szereg interesujących wyników uzyskano badając dynamiczne [50 - 55, 142 - 150, 158 - 159, 163, 165, 171], polichromatyczne [137, 139, 167 - 169] oraz niegaussowskie zespoły plamkowe [71 - 73, 79 - 82, 146]. Wyniki tych badań z reguły „granicznie” zbiegają do wyników dla modelu zespołu plamkowego rozważanego w tej pracy. Także wyniki badań o aplikacyjnym charakterze zawierają wiele rezultatów o znaczeniu podstawowym [141, 143 - 145, 147 - 149, 160 - 162, 164]. Cytowane prace w przeważającej mierze dotyczą całkowicie rozwiniętych zespołów plamkowych.

Doświadczalne badanie statystyki 2-go rzędu monochromatycznych zespołów plamkowych zapoczątkowali Martienssen i Spiller przeprowadzając doświadczenie interferencyjne Younga oraz doświadczenie Hanbury Browna i Twissa dla światła tworzącego dynamiczny zespół plamkowy [131]. Teoretyczne badanie statystyki 2-go rzędu monochromatycznych zespołów plamkowych zapoczątkował Goldfischer, który przedstawił analizę funkcji autokorelacji natężenia zespołu plamkowego oraz przestrzennego widma mocy rozproszonego promieniowania [134]. Teoretyczne rezultaty Goldfischer zilustrował wykonując obserwację doświadczalną. Bardziej ogólną, w sensie statystycznym, interpretację zjawisk korelacji plamkowej podał Goodman, który przedstawił plamkową wersję twierdzenia van Citterta-Zernike [132, 135]. Goodman wprowadził także uogólnioną postać twierdzenia van Citterta-Zernike dla zespołów plamkowych będących efektem małej liczby elementarnych komórek rozpraszających. Szczegółowe rozważania statystyki 2-go rzędu kontynuowali Suzuki i Hioki [136], Arsenault [137], Dainty [86] oraz Miller, Schneiderman i Kellen [140]. Wpływ funkcji autokorelacji zmiany fazy na własności efektów spójności 2-go i 4-go rzędu badali teoretycznie Jakeman i Mc Whirter [146], którzy rozważali zespoły plamkowe, zarówno w płaszczyźnie Fresnela jak i Fraunhofera. Pierwsze próby jakościowego opisu statystyki 2-go rzędu monochromatycznych, spolaryzowanych, gaussowskich, częściowo rozwiniętych zespołów plamkowych

przedstawił Stoffregen [152 - 155]. Częściowo rozwinięte polichromatyczne zespoły plamkowe badali Ruffing i Fleischer [168]. W 1979 roku Goodman zaproponował koncepcję spójności plamkowej [132]. Rozważano także analogie występujące między spójnością światła i spójnością plamkową [132, 156, 157]. Teoretyczne i doświadczalne badanie statystyki 2-go rzędu całkowicie rozwiniętych zespołów plamkowych w płaszczyźnie obrazu i w dalekiej strefie dla różnych warunków oświetlenia rozpraszających obiektów przeprowadził Ohtsubo [158]. Wpływ funkcji transmisji rozpraszającego obiektu na własności statystyczne zespołów plamkowych badał George, który przedstawił wyniki dla różnych konfiguracji optycznych [166]. Prowadzone są także badania dotyczące zespołów plamkowych będących rezultatem podwójnego rozpraszania [172].

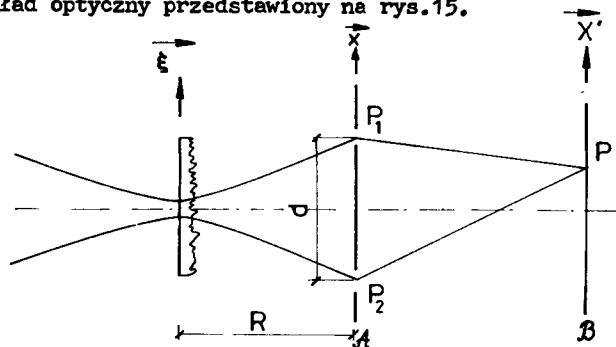
Z powyższego przeglądu widać, że własności statystyczne 2-go rzędu są przedmiotem intensywnych badań. Efekty spójności plamkowej 2-go rzędu są rozważane prawie we wszystkich cytowanych pracach, jednakże w większości tych prac jest to stopień pośredni na drodze do interpretacji doświadczeń interferometrii natężeniowej. Doświadczenie interferencyjne Younga, w porównaniu do interferometrii natężeniowej, jest bardzo rzadko stosowane do badania zespołów plamkowych. Przyczyną tego jest fakt, że dotychczasowe badania skupiały się na całkowicie rozwiniętych zespołach plamkowych, gdzie w przypadku gaussowskiego pola plamkowego interpretacja doświadczenia Hanbury Browna i Twissa daje rezultaty bardzo bliskie interpretacji doświadczenia interferencyjnego Younga. Nie bez znaczenia jest także fakt, że interferometria natężeniowa, w porównaniu z doświadczeniem interferencyjnym Younga, jest techniką mającą wiele zalet, np. dużo mniejsze straty światła, prosty układ doświadczalny itp. Pierwsze obserwacje efektów spójności plamkowej 2-go rzędu przeprowadzili Martienssen i Spiller [131]. Interpretację doświadczenia interferencyjnego Younga zastosowanego do plamek podał Goodman [132]. Doświadczenie interferencyjne Younga często było stosowane w charakterze aplikacyjnym. Fuji i Asakura opracowali metodę pomiaru stopnia spójności quasi-monochromatycznego światła termicznego przez badanie spójności polichromatycznego zespołu plamkowego [138]. Opracowano także wiele metod pomiarowych, mających zastosowanie w metrologii, a opierających się na układzie doświadczenia interferencyjnego Younga [143 - 149].

W tej części pracy przedstawiona jest interpretacja doświadczenia interferencyjnego Younga dla częściowo rozwiniętych, monochromatycznych, spolaryzowanych zespołów plamkowych [170]. W oparciu o koncepcję spójności plamkowej Goodmana obliczono wartość średnią natężenia w danym punkcie zespołu interferencyjnego. Następnie, korzystając z metod optyki falowej, obliczono przestrzenne korelacje części rzeczywistej i urojonej amplitudy pola plamkowego. Dla częściowo rozwiniętego zespołu plamkowego przestrzenne korelacje amplitudy różnią się między sobą, natomiast są jednakowe dla całkowicie rozwiniętego zespołu plamkowego. Pokazano, że widzialność zespołu interferencyjnego jest funkcją parametru rozwinięcia oraz zespolonego czynnika spójności zespołu plamkowego. Dyskutowane jest twierdzenie van Citterta-Zernike. W części doświadczalnej przedstawiono wyniki pomiarów

widzialności zespołu interferencyjnego. Porównanie wyników doświadczalnych z obliczonymi wartościami widzialności wskazuje na dobrą zgodność teorii z doświadczeniem.

## 5.2. Przestrzenna korelacja amplitudy pola plamkowego

Rozważmy układ optyczny przedstawiony na rys.15.



Rys.15. Doświadczenie interferencyjne Younga do badania zespołu plamkowego w dalekiej strefie

Spolaryzowana wiązka światła laserowego zogniskowana jest na optycznie chropowatym obiekcie. Rozproszone światło tworzy w dalekiej strefie pewien monochromatyczny, spolaryzowany zespół plamkowy. W obszarze dalekiej strefy umieszczony jest nieprzezroczysty ekran  $\mathcal{A}$  z dwoma otworami w odległości  $d$  jeden od drugiego. Otwory w ekranie  $\mathcal{A}$  rozmieszczone są symetrycznie wokół osi optycznej układu. Zakładamy, że średnice otworów są znacznie mniejsze od średnich rozmiarów plamek w płaszczyźnie ekranu  $\mathcal{A}$ . Wiązki światła wychodzące z otworów w ekranie  $\mathcal{A}$  ulegają interferencji w płaszczyźnie obserwacji  $\mathcal{B}$ .

Częściowo rozwinięty zespół plamkowy powstanie w płaszczyźnie ekranu  $\mathcal{A}$ , jeżeli światło jest rozpraszane przez obiekt charakteryzujący się małym odchyleniem standardowym zmiany fazy. Amplituda tego pola plamkowego wyraża się wzorem (2.1), natomiast część rzeczywista i urojona amplitudy tego pola przedstawiona jest we wzorze (2.2). Sygnał analityczny pola optycznego pojedynczej realizacji zespołu plamkowego w płaszczyźnie ekranu można zapisać w postaci

$$U(\vec{x}, t) = u(\vec{x}, t) + v(\vec{x}, t) \quad , \quad (5.1)$$

gdzie

$$u(\vec{x}, t) = c(\vec{x}) \exp \{-i 2\pi \nu t\} \quad (5.2)$$

oraz

$$v(\vec{x}, t) = a(\vec{x}) \exp \{-i 2\pi \nu t\} \quad . \quad (5.3)$$



W powyższych wzorach  $u(\vec{x}, t)$  jest częścią sygnału odpowiadającą składowej zwierciadlanej, natomiast  $v(\vec{x}, t)$  jest częścią sygnału analitycznego odpowiadającą składowej dyfuzyjnej pola plamkowego. Zgodnie z rezultatem (2.28), część urojona składowej spójnej amplitudy pola plamkowego w dalekiej strefie jest równa zero.

Interpretację doświadczenia interferencyjnego Younga przeprowadzimy w oparciu o koncepcję spójności plamkowej Goodmana. Podstawiając (5.1) do wzoru (3.1) i powtarzając rozumowanie zawarte w częściach 3.2 i 3.3 otrzymamy wartość średnią natężenia w danym punkcie zespołu interferencyjnego w postaci

$$\begin{aligned} \langle I(\vec{x}') \rangle &= 2 I_s(\vec{x}_1) [1 + \cos \delta] + 2 \langle I_N(\vec{x}_1) \rangle \\ &+ 2 [\langle a_r(\vec{x}_1) a_r(\vec{x}_2) \rangle + \langle a_i(\vec{x}_1) a_i(\vec{x}_2) \rangle] \cos \delta . \end{aligned} \quad (5.4)$$

gdzie  $\delta = 2\pi \vec{l} \vec{r}$  wskazuje położenie w płaszczyźnie zespołu interferencyjnego, natomiast pozostałe wielkości zostały zdefiniowane poprzednio. Przy obliczeniach prowadzących do wzoru (5.4) założono, że średnia różnica faz, zdefiniowana wzorem (3.34), jest równa zero. Ponadto w celu uproszczenia rozważań zakładamy, że  $|K_1| = |K_2| = 1$  oraz, że w rozważanym układzie występuje symetria. Przez symetrię rozumiemy takie warunki dotyczące rozpraszającego obiektu i układu optycznego, w których zamiana wskaźników oznaczających otwory testujące nie powoduje zmian obliczanych momentów statystycznych. Z uwagi na fakt, że analizowany jest zespół plamkowy w dalekiej strefie, pomija się korelację pomiędzy rzeczywistą i urojoną częścią pola plamkowego [105, 116].

Ze wzoru (5.4) widać, że w celu określenia plamkowego efektu interferencyjnego należy obliczyć przestrzenną korelację części rzeczywistej i urojonej amplitudy pola plamkowego. Zakładając, że funkcja gęstości prawdopodobieństwa zmiany fazy oraz funkcja korelacji zmiany fazy w płaszczyźnie obiektu są opisywane wzorami (2.25) i (2.26) oraz korzystając z (2.22) + (2.24) i (2.27) otrzymamy

$$\begin{aligned} \langle A_r(\vec{x}_1) A_r(\vec{x}_2) \rangle &= \iiint_{-\infty}^{+\infty} E(\vec{\xi}_1) E(\vec{\xi}_2) \\ &\times \langle \cos [\phi(\vec{\xi}_1) + H(\vec{\xi}_1, \vec{x}_1)] \\ &\times \cos [\phi(\vec{\xi}_2) + H(\vec{\xi}_2, \vec{x}_2)] \rangle d^2 \vec{\xi}_1 d^2 \vec{\xi}_2 , \end{aligned} \quad (5.5a)$$

$$\begin{aligned} \langle A_i(\vec{x}_1) A_r(\vec{x}_2) \rangle &= \iiint_{-\infty}^{+\infty} E(\vec{\xi}_1) E(\vec{\xi}_2) \\ &\times \langle \sin [\phi(\vec{\xi}_1) + H(\vec{\xi}_1, \vec{x}_1)] \\ &\times \sin [\phi(\vec{\xi}_2) + H(\vec{\xi}_2, \vec{x}_2)] \rangle d^2 \vec{\xi}_1 d^2 \vec{\xi}_2 . \end{aligned} \quad (5.5b)$$

Wykorzystując wyniki rozważań Pedersena [99] oraz Ohtsubo i Asakury [105, 116] dotyczące statystyki 1-go rzędu, przy założeniu, że liczba elementarnych komórek rozpraszających jest dużo większa od jedynki, otrzymuje się wyrażenia (5.5) w postaci

$$\begin{aligned} \langle A_r(\vec{x}_1) A_r(\vec{x}_2) \rangle &= \frac{1}{2} \exp \left[ -\frac{\sigma^2}{\beta} \right] \iiint_{-\infty}^{+\infty} E(\vec{\xi}_1) E(\vec{\xi}_2) \\ &\times \left\{ C_+ (\vec{\xi}_1 - \vec{\xi}_2) \cos [H(\vec{\xi}_1, \vec{x}_1) - H(\vec{\xi}_2, \vec{x}_2)] \right. \\ &+ C_- (\vec{\xi}_1 - \vec{\xi}_2) \cos [H(\vec{\xi}_1, \vec{x}_1) \\ &+ H(\vec{\xi}_2, \vec{x}_2)] \left. \right\} d^2 \vec{\xi}_1 d^2 \vec{\xi}_2, \quad (5.6a) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \langle A_1(\vec{x}_1) A_1(\vec{x}_2) \rangle &= \frac{1}{2} \exp \left[ -\frac{\sigma^2}{\beta} \right] \iiint_{-\infty}^{+\infty} E(\vec{\xi}_1) E(\vec{\xi}_2) \\ &\times \left\{ C_+ (\vec{\xi}_1 - \vec{\xi}_2) \cos [H(\vec{\xi}_1, \vec{x}_1) - H(\vec{\xi}_2, \vec{x}_2)] \right. \\ &- C_- (\vec{\xi}_1 - \vec{\xi}_2) \cos [H(\vec{\xi}_1, \vec{x}_1) \\ &+ H(\vec{\xi}_2, \vec{x}_2)] \left. \right\} d^2 \vec{\xi}_1 d^2 \vec{\xi}_2, \quad (5.6b) \end{aligned}$$

gdzie

$$C_+ \simeq 1 - \pi \alpha^2 h_+ \delta(\vec{\xi}_1 - \vec{\xi}_2), \quad (5.7a)$$

$$C_- \simeq 1 - \pi \alpha^2 h_- \delta(\vec{\xi}_1 - \vec{\xi}_2). \quad (5.7b)$$

W równaniach (5.7)  $\delta(\dots)$  jest funkcją delta Diraca, a  $h_+$  i  $h_-$  zdefiniowano we wzorach (2.31) i (2.32). Powyższe równania wskazują, że założenie o symetrii jest spełnione. Z tego względu można pominąć wektorową notację przyjmując

$$x_1 = d/2 \quad (5.8a)$$

oraz

$$x_2 = -d/2 \quad (5.8b)$$

i w ten sposób przestrzenne zmiany korelacji są zależne od odległości pomiędzy otworami testującymi  $d$ . Jednakże, w celu bardziej wyraźnego zaznaczenia korespondencji pomiędzy rezultatami dotyczącymi statystyki 1-go i 2-go rzędu, będzie stosowana notacja obejmująca  $x$  oraz  $d$ . Ze wzorów (5.6) otrzymuje się przestrzenne korelacje części rzeczywistej i urojonej składowej dyfuzyjnej amplitudy pola plamkowego w postaci

$$\begin{aligned} \langle a_r(x_1) a_r(x_2) \rangle &= \frac{1}{2} (\pi \omega_0 \alpha)^2 \exp \left[ -\frac{1}{2} \left( \frac{\pi \omega_0}{\lambda R} \right)^2 d^2 \right] \\ &\times \left\{ h_+ - h_- \exp \left[ -2 \left( \frac{\pi \omega_0}{\lambda R} \right)^2 (x_1^2 + x_1 d) \right] \right\}, \quad (5.9a) \end{aligned}$$

$$\langle a_1(x_1) a_1(x_2) \rangle = \frac{1}{2} (\pi \omega_0 \alpha)^2 \exp \left[ -\frac{1}{2} \left( \frac{\pi \omega_0}{\lambda R} \right)^2 d^2 \right] \times \left\{ h_+ + h_- \exp \left[ -2 \left( \frac{\pi \omega_0}{\lambda R} \right)^2 (x_1^2 + x_1 d) \right] \right\}, \quad (5.9b)$$

Jeżeli  $d=0$ , równania (5.9) opisują wariancję części rzeczywistej i urojonej amplitudy pola plamkowego (2.30). Wprowadzając definicję

$$\mu(d) = \exp \left[ -\frac{1}{2} \left( \frac{\pi \omega_0}{\lambda R} \right)^2 d^2 \right] \quad (5.10)$$

oraz

$$\mu_n(x_1, d) = \exp \left[ -2 \left( \frac{\pi \omega_0}{\lambda R} \right)^2 x_1 d \right], \quad (5.11)$$

otrzymamy znormalizowane przestrzenne korelacje części rzeczywistej i urojonej składowej dyfuzyjnej pola plamkowego w postaci

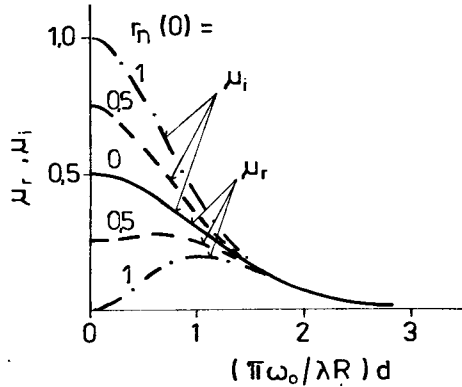
$$\begin{aligned} \mu_r(x_1, d) &= \frac{\langle a_r(x_1) a_r(x_2) \rangle}{\sigma_r^2(x_1) + \sigma_1^2(x_1)} \\ &= \frac{1}{2} \mu(d) [1 - r_n(x_1) \mu_n(x_1, d)], \end{aligned} \quad (5.12a)$$

$$\begin{aligned} \mu_i(x_1, d) &= \frac{\langle a_i(x_1) a_i(x_2) \rangle}{\sigma_r^2(x_1) + \sigma_1^2(x_1)} \\ &= \frac{1}{2} \mu(d) [1 + r_n(x_1) \mu_n(x_1, d)], \end{aligned} \quad (5.12b)$$

gdzie  $r_n(x)$  jest stopniem niecyrkularności statystyki pola plamkowego zdefiniowanym we wzorze (2.16).

Ze wzorów (5.12) widać, że przestrzenne korelacje części rzeczywistej i urojonej składowej dyfuzyjnej amplitudy pola plamkowego zależą od parametrów  $\mu$ ,  $\mu_n$  oraz  $r_n$ . Parametry  $\mu$  oraz  $\mu_n$  są określone przez długość fali padającego promieniowania i geometrię układu doświadczalnego. Stopień niecyrkularności statystyki plamkowej, zdefiniowany wzorem (2.16) i przyjmujący w tym przypadku wartości (2.35) zależy od długości fali, geometrii układu oraz od odchylenia standardowego zmiany fazy w płaszczyźnie obiektu. Korzystając zatem z własności stopnia niecyrkularności statystyki plamkowej, przedstawionych w części 2.2, można przedyskutować zależność przestrzennej korelacji amplitudy od odchylenia standardowego zmiany fazy w płaszczyźnie obiektu. Zależność tę ilustruje rys.16. Ze wzorów (5.12) wynika najbardziej istotna własność statystyki 2-go rzędu częściowo rozwiniętych zespołów plamkowych, polegająca na różnym przestrzennym zachowaniu korelacji części rzeczywistej i urojonej amplitudy tego pola.





Rys.16. Zależność przestrzennej korelacji części rzeczywistej  $\mu_r$  i urojonej  $\mu_i$  amplitudy pola plamkowego od odległości  $d$  dla różnych wartości stopnia niecyrkularności statystyki plamkowej

Na rys.16 widać, że dla małych wartości odchylenia standardowego zmiany fazy  $\sigma_\phi$ , którym odpowiada  $r_n \rightarrow 1$ , występuje największa różnica przestrzennych korelacji części rzeczywistej i urojonej amplitudy. Różnica ta zmniejsza się wraz ze wzrostem odchylenia standardowego zmiany fazy w płaszczyźnie obiektu w ten sposób, że dla całkowicie rozwiniętego zespołu plamkowego, dla którego  $r_n \rightarrow 0$ , przestrzenna korelacja części rzeczywistej jest taka sama jak korelacja części urojonej. Innymi słowy warunek  $r_n \rightarrow 0$  powoduje  $\mu_r = \mu_i$ .

Rozważmy teraz interpretację parametrów  $\mu$  oraz  $\mu_n$ . W tym celu posłużymy się twierdzeniem van Citterta-Zernike dla pola plamkowego [17, 132, 135]. Twierdzenie van Citterta-Zernike wyprowadza się przy założeniu, że odchylenie standardowe zmiany fazy w płaszczyźnie obiektu  $\sigma_\phi \gg 1$  oraz liczba elementarnych komórek rozpraszających jest bardzo duża. W tej sytuacji wzajemne natężenie pola plamkowego (3.32) lub (4.19) wyraża się wzorem

$$\begin{aligned}
 J(\vec{x}_1, \vec{x}_2) &= \langle A^*(\vec{x}_1) A(\vec{x}_2) \rangle \\
 &= K \iint_{-\infty}^{+\infty} E^*(\vec{\xi}_1) E(\vec{\xi}_2) K(\vec{\xi}_1, \vec{x}_1) K(\vec{\xi}_2, \vec{x}_2) \\
 &\quad \times \delta(\vec{\xi}_1 - \vec{\xi}_2) d^2\vec{\xi}_1 d^2\vec{\xi}_2, \quad (5.13)
 \end{aligned}$$

gdzie  $K$  jest stałą proporcjonalności, natomiast funkcja  $\delta(\dots)$  wskazuje, że struktura zmiany fazy w płaszczyźnie obiektu w danym układzie jest nierozdzielcza. Nierozdzielczość struktury zmiany fazy rozumiemy w sensie rekonstrukcji obiektu, np. w układzie obrazującym nierozdzielczość oznacza niemożliwość zaobserwowania w płaszczyźnie obrazu elementarnych komórek rozpraszających. W przypadku pola optycznego funkcja  $\delta(\dots)$  w analogicznych wzorach oznacza całkowicie niespójne źródło promieniowania [123]. Ko-

rzystając z (2.27) otrzymamy zespolony czynnik spójności zespołu plamkowego (3.33) lub (4.21) w postaci

$$\mu(\vec{x}_1, \vec{x}_2) = \frac{\iint_{-\infty}^{+\infty} |E(\vec{\xi})|^2 \exp \left\{ i \frac{2\pi}{\lambda R} \vec{\xi} \cdot (\vec{x}_1 - \vec{x}_2) \right\} d^2\vec{\xi}}{\iint_{-\infty}^{+\infty} |E(\vec{\xi})|^2 d^2\vec{\xi}}. \quad (5.14)$$

Pomijając wyraz normalizujący widzimy, że zespolony czynnik spójności całkowicie rozwiniętego zespołu plamkowego w dalekiej strefie jest transformatą Fouriera natężenia oświetlającego promieniowania. Wyrażenie (5.14) stanowi matematyczną postać twierdzenia van Citterta-Zernike dla zespołów plamkowych [17, 132, 135].

Podstawiając (2.23) do wzoru (5.14) otrzymamy zespolony czynnik spójności dla rozważanego tu układu w postaci (5.10). Można pokazać, że łączne natężenie (5.13) jest sumą przestrzennych korelacji części rzeczywistej i urojonej amplitudy pola plamkowego

$$J(\vec{x}_1, \vec{x}_2) = \langle A_R(\vec{x}_1) A_R(\vec{x}_2) \rangle + \langle A_I(\vec{x}_1) A_I(\vec{x}_2) \rangle, \quad (5.15)$$

natomiast

$$\mu_R(d) = \frac{\langle A_R(x) A_R(x+d) \rangle}{J(x,x)} = \frac{1}{2} \mu(d) \quad (5.16a)$$

oraz

$$\mu_I(d) = \frac{\langle A_I(x) A_I(x+d) \rangle}{J(x,x)} = \frac{1}{2} \mu(d). \quad (5.16b)$$

Równania (5.16) przechodzą w równania (5.12) dla  $r_n \rightarrow 0$ . Powyższe rozważania są zatem dowodem na to, że  $\mu(d)$  w wyrażeniach (5.12) jest zespolonym czynnikiem spójności całkowicie rozwiniętego zespołu plamkowego, otrzymanego w rozważanym tutaj układzie. Porównując powyższe rozważania (5.13) + (5.16) z analizą przestrzennych korelacji części rzeczywistej i urojonej amplitudy (5.5) + (5.12) można powiedzieć, że wyrażenia (5.12) są matematyczną postacią twierdzenia van Citterta-Zernike dla częściowo rozwiniętych zespołów plamkowych. W tym sensie parametr  $\mu_n$  można zinterpretować jako niecyrkularny przyczynek do zespolonego czynnika spójności. Należy także dodać, że założenia (5.7) są dla częściowo rozwiniętego zespołu plamkowego odpowiednikiem założenia o nierozdzielczości struktury rozpraszającego obiektu. Ponadto zwróćmy uwagę na fakt, że chociaż stosowane powyżej założenia prowadzą do gaussowskiej statystyki pola plamkowego, to w dyskusji przestrzennych korelacji określenie statystycznego charakteru pola nie jest konieczne.

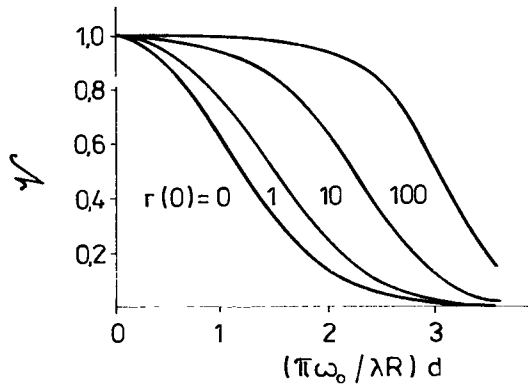
Powróćmy teraz do doświadczenia interferencyjnego Younga. Podstawiając (5.12) do (5.4) otrzymamy wartość średnią natężenia w danym punkcie zespołu interferencyjnego w postaci

$$\langle \mathcal{I}(x') \rangle = 2 I_S(x_1) [1 + \cos \delta] + 2 \langle I_N(x_1) \rangle [1 + \mu(d) \cos \delta]. \quad (5.17)$$

Podstawiając (5.17) do (3.36) otrzymuje się wyrażenie na widzialność zespołu interferencyjnego w postaci

$$\mathcal{V} = \frac{r(x_1) + \mu(d)}{r(x_1) + 1}, \quad (5.18)$$

gdzie zespolony czynnik spójności  $\mu(d)$  i parametr rozwinięcia zespołu plamkowego  $r(x)$  zdefiniowano poprzednio. Wyrażenia (5.17) i (5.18) wskazują, że zarówno wartość średnia natężenia jak i widzialność zespołu interferencyjnego nie zależą od stopnia niecyrkularności statystyki plamkowej  $r_n$  ani od czynnika  $\mu_n$ . Zatem przez pomiar widzialności nie można stwierdzić, czy badany zespół plamkowy jest częściowo rozwinięty, czy jest to suma zespołu plamkowego i tła spójnego. Zależność widzialności od stopnia rozwinięcia zespołu plamkowego zilustrowano na rys.17.



Rys.17. Widzialność jako funkcja odległości  $d$  dla czterech ustalonych wartości parametru rozwinięcia zespołu plamkowego  $r$

Dla dużych wartości odchylenia standardowego zmiany fazy  $\delta_\phi$  stopień rozwinięcia zespołu plamkowego dąży do zera. W tym przypadku widzialność przyjmuje znaną postać

$$\mathcal{V} = \mu(d). \quad (5.19)$$

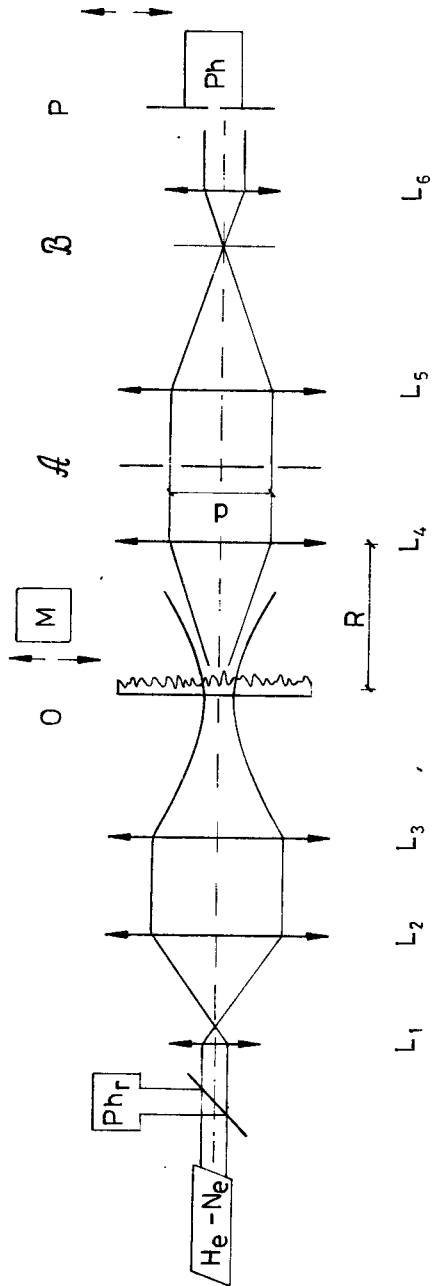
Powyższy rezultat opisuje widzialność zespołu interferencyjnego pochodzącego od całkowicie rozwiniętego zespołu plamkowego. Ze wzoru (5.18) widać, że dla dużych wartości parametru rozwinięcia zespołu plamkowego, odpowiadających słabemu rozpraszaniu, widzialność dąży do zera, gdy  $d \rightarrow \infty$ . Przypadek  $r \rightarrow \infty$  odpowiada interferencji niezaburzonej wiązki światła laserowego, co daje efekty odpowiadające definicji spójności zespołu plamkowego (4.23). Zauważmy, że w celu określenia widzialności zespołu interferencyjnego częściowo rozwiniętego zespołu plamkowego, wystarczy posłużyć

się twierdzeniem van Citterta-Zernike oraz określić stopień rozwinięcia badanego zespołu plamkowego. W podsumowaniu podkreśliły raz jeszcze, że na podstawie doświadczenia interferencyjnego Younga nie można określić stopnia niecyrkularności statystyki plamkowej, a zatem, bez dodatkowych założeń, nie można uzyskać informacji o rozpraszającym obiekcie.

### 5.3. Pomiar widzialności zespołu interferencyjnego

Układ doświadczalny służący do badania statystycznych własności zespołu interferencyjnego przedstawiony jest schematycznie na rys.18. Układ ten składa się z dwóch części, tj. z układu stosowanego do badania własności statystycznych 1-go rzędu zespołów plamkowych w dalekiej strefie [83] oraz z dyfraktometru wykorzystywanego przy badaniu częściowo spójnego światła [123]. Wiązka światła z lasera He-Ne jest skolimowana za pomocą układu soczewek  $L_1$ ,  $L_2$ . Soczewka  $L_3$  ogniskuje światło w płaszczyźnie rozpraszającego obiektu  $O$ . Rozpraszający obiekt umieszczony jest na stoliku poruszającym się prostopadle do osi optycznej układu. Dokładny opis tej części układu doświadczalnego wraz z opisem rozpraszających obiektów używanych do pomiarów przedstawiono wcześniej (p. 3.3). Przewężenie wiązki oświetlającej wraz z rozpraszającym obiektem odgrywa rolę źródła światła w klasycznym dyfraktometrze. Rozproszone światło tworzące zespół plamkowy jest skolimowane za pomocą soczewki  $L_4$  i pada na otwory testujące  $P_1$  i  $P_2$  w nieprzezroczystym ekranie  $A$ . Średnica otworów jest znacznie mniejsza od średnich rozmiarów plamek w płaszczyźnie ekranu  $A$ . Soczewka  $L_5$  sprowadza przechodzące przez otwory  $P_1$  i  $P_2$  wiązki światła do ogniska w płaszczyźnie  $B$ , gdzie powstaje zespół interferencyjny. Przy użyciu układu optycznego  $L_6$  zespół interferencyjny jest powiększony w ten sposób, że niezależnie od odległości pomiędzy otworami  $P_1$  i  $P_2$  zachowana jest ustalona odległość pomiędzy prążkami badanego zespołu interferencyjnego. Światło badanego zespołu interferencyjnego pada przez diafragmę aperturową  $P$  na fotopowielacz Ph. Diafragma aperturowa wraz z fotopowielaczem umieszczona jest na stoliku, za pomocą którego można wybrać dowolny punkt w płaszczyźnie zespołu interferencyjnego. Średnica otworu diafragmy aperturowej  $P$  jest znacznie mniejsza od odległości między sąsiednimi prążkami interferencyjnymi. Sygnał z fotopowielacza Ph oraz z fotopowielacza wiązki referencyjnej Phr skierowany jest do układu analizującego, który opisano w części 2.3 niniejszej pracy. W przypadku pomiaru widzialności układ analizujący zaprogramowany jest na obliczanie wartości średniej próbkowanego natężenia światła. Pomiaru przeprowadzano w centralnej części zespołu interferencyjnego, co umożliwiło doświadczalną realizację założenia  $\beta(x_1, x_2) = 0$ . Przybliżenie  $|K_1| = |K_2| = 1$  jest w centralnej części zespołu interferencyjnego dobrze spełnione, w szczególności dla dużych odległości między otworami  $P_1$  i  $P_2$ .

Przed rozpoczęciem badania widzialności zespołów interferencyjnych utworzonych przez zespoły plamkowe przeprowadzono szereg wstępnych pomiarów i obserwacji. W pierwszym rzędzie przeprowadzono obserwację i pomiary

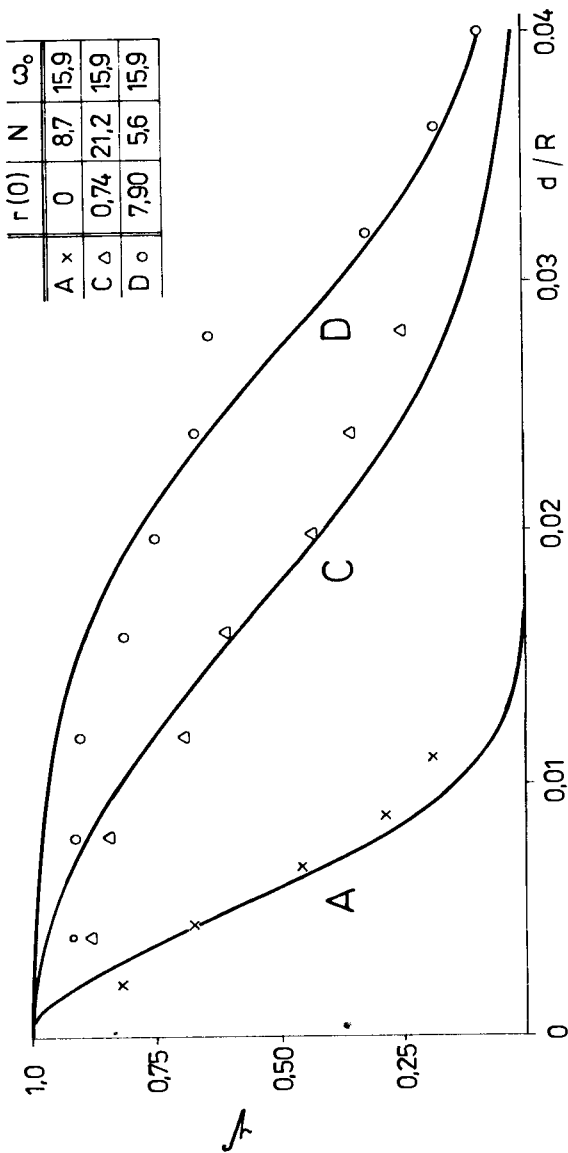


Rys. 18. Schemat układu doświadczalnego do badania zespołu interferencyjnego

zespołu interferencyjnego niezaburzonej wiązki światła laserowego. W tym celu usunięto z układu doświadczalnego rozpraszający obiekt. Zespół interferencyjny światła laserowego stanowi układ prążków interferencyjnych o ciemnych minimach. Przeprowadzone obserwacje i pomiary wykazały istnienie pewnych fluktuacji w obszarach  $I_{\min}$ . Zmierzona wartość widzialności zawierała się w przedziale  $0,98 \leq V < 1$ . Takie wartości widzialności zespołu interferencyjnego światła laserowego są rezultatem szumu optycznego, występującego w układzie doświadczalnym. Na rys.18 widać, że układ optyczny pozbawiony jest, zazwyczaj umieszczanego między soczewkami  $L_1$  i  $L_2$ , filtru przestrzennego, ograniczającego szum optyczny. W przeprowadzonych w tej pracy rozważaniach bardzo istotne jest założenie o gaussowskim profilu energetycznym padającego promieniowania. Profil gaussowski ma podstawowy mod promieniowania lasera  $T_{00}$ . Nie można zatem wprowadzić w układzie dyfrakcyjnej eliminacji szumu optycznego, gdyż spowodowałoby to zmianę profilu energetycznego oświetlającej wiązki i tym samym przeprowadzone obliczenia teoretyczne byłyby nieadekwatne do warunków wykonywanych doświadczeń.

Następnie do układu wprowadzono rozpraszający obiekt i przeprowadzono szereg obserwacji i pomiarów przy wyłączonym układzie poruszającym stolik. Innymi słowy przeprowadzono obserwacje i pomiary interferencji światła pojedynczych realizacji zespołu plamkowego. Widzialność badanych pojedynczych próbek zespołu interferencyjnego, podobnie jak dla światła laserowego, zawierała się w granicach  $0,98 \leq V < 1$ . W tych przypadkach rezultat ten jest doświadczalnym wyrazem stwierdzenia Goodmana, że „według klasycznej definicji spójności, światło w monochromatycznym zespole plamkowym jest całkowicie przestrzennie spójne” [132]. Istniejące fluktuacje można zinterpretować jako szum optyczny występujący w układzie.

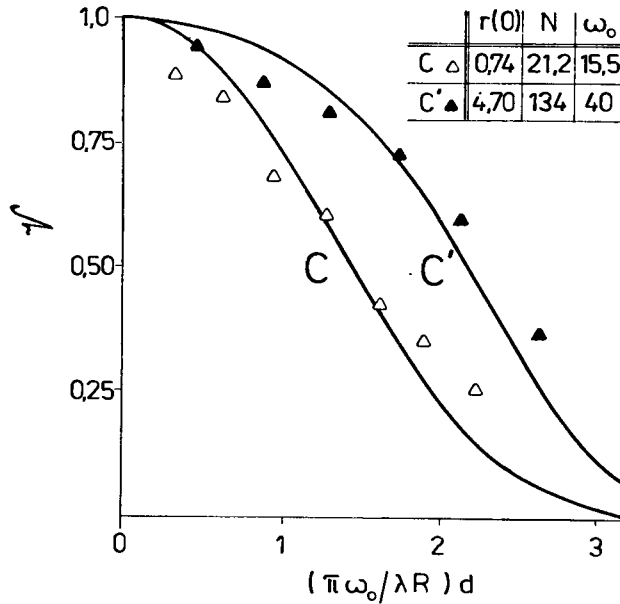
Wyniki pomiarów widzialności zespołów interferencyjnych badanych zespołów plamkowych przedstawiono na rysunkach 19 i 20. Rys.19 zawiera wyniki pomiarów widzialności dla zespołów plamkowych powstałych w rezultacie rozpraszania na różnych obiektach. Wynikom doświadczalnym przyporządkowano krzywe teoretyczne widzialności, obliczone wg wzoru (5.18). Wartości parametru rozwinięcia zespołu plamkowego obliczono na podstawie wzoru (2.34), przy wykorzystaniu statystycznych parametrów rozpraszających obiektów określonych w części 2.3. Krzywa A na rys.19 przedstawia zmiany widzialności zespołu interferencyjnego otrzymanego w wyniku analizy całkowicie rozwiniętego zespołu plamkowego. W tym przypadku określenie widzialności jest możliwe przez zastosowanie twierdzenia van Citterta-Zernike (5.14). Krzywe oznaczone literami C i D odpowiadają częściowo rozwiniętym zespołom plamkowym. Zarówno krzywe teoretyczne, jak i punkty doświadczalne, pokazują zwiększenie powierzchni spójności zespołów plamkowych wraz ze wzrostem wartości parametru rozwinięcia  $r$ . Punkty doświadczalne dość znacznie odbiegają od wartości teoretycznych dla małych odległości pomiędzy otworami testującymi. Przyczyną tych odstępstw jest szum optyczny występujący w układzie oraz w pewnym stopniu fakt, że w tym obszarze przybliżenie  $|K_1| = |K_2| = 1$  jest najsłabiej spełnione. W pośrednich obszarach krzywe teoretyczne dobrze interpretują położenie punktów doświadczalnych. Odstępstwa pojawiają się



Rys.19. Zależność widzialności zespołów interferencyjnych od odległości pomiędzy otworami  $P_1$  i  $P_2$  dla zespołów plamkowych otrzymanych z różnych rozpraszających obiektów

znów dla dużych wartości  $d$ . W tych przypadkach pomiar odbywa się w najbardziej niekorzystnych warunkach - występuje bardzo duża liczba prążków interferencyjnych o bardzo małym natężeniu światła. Przedstawione w literaturze wyniki pomiarów widzialności wykazują podobne tendencje w odstępstwie od teorii, np. [138].

Na rys.20 przedstawiono wyniki pomiarów widzialności zespołów interferencyjnych otrzymanych w wyniku rozpraszania światła na ustalonym obiekcie.



Rys.20. Widzialność zespołu interferencyjnego w zależności od odległości  $d$  dla dwóch różnych wartości parametru rozwinięcia zespołu plamkowego

Wskutek zmiany rozmiarów przewężenia w ognisku oświetlającej wiązki uzyskano zespoły plamkowe wytworzone przez różną liczbę elementarnych komórek rozpraszających i tym samym różniące się parametrem rozwinięcia. Z uwagi na fakt, że wyniki doświadczalne oznaczone przez  $C$  i  $C'$  zostały wykonane przy całkowicie zmienionych parametrach układu optycznego, tzn. zmieniono soczewki  $L_1$ ,  $L_2$ ,  $L_3$  i  $L_4$ , co spowodowało zmianę  $\omega$  i  $R$ , wyniki przedstawiono w funkcji  $(\pi\omega/\lambda R)d$ . Odstępstwa punktów doświadczalnych od wartości teoretycznych na rys.20 zachowują się podobnie jak na rys.19 i mają analogiczne przyczyny. Rys.20 pokazuje jak bardzo mogą różnić się statystyczne parametry zespołu plamkowego od warunków jego powstawania. W podsumowaniu możemy stwierdzić, że uzyskano dobrą zgodność pomiędzy doświadczeniem i teorią.



## 6. EFEKTY PLAMKOWEJ SPÓJNOŚCI 4-GO RZĘDU

### 6.1. Wprowadzenie

W 1956 roku Hanbury Brown i Twiss przeprowadzili doświadczenie, w którym przez pomiar korelacji natężenia światła eksperymentalnie stwierdzili istnienie fluktuacji pola optycznego. Poprzednio istnienie fluktuacji pola optycznego dedukowano nie wprost, np. przez interpretację doświadczenia interferencyjnego Younga. W ogólnym statystycznym opisie pola optycznego doświadczenie Hanbury Browna i Twissa jest podstawą studiowania efektów spójności optycznej 4-go rzędu. W oparciu o doświadczenie Hanbury Browna i Twissa powstała nowa technika doświadczalna - interferometria natężeniowa.

Przegląd badań efektów spójności plamkowej 4-go rzędu przedstawiono w części 5.1. Stosowanie interferometrii natężeniowej do badania statystycznych własności 2-go rzędu wynika z faktu, że większość prac badawczych ma charakter aplikacyjny, a w tym przypadku ta technika jest bardziej wygodna od klasycznej interferometrii. Jak wspomniano w części 5.1, badania statystycznych własności dotyczyły głównie całkowicie rozwiniętych, gaussowskich zespołów plamkowych, gdzie funkcja korelacji 2-go rzędu opisuje efekty spójności 2-go, 4-go i wyższych rzędów. Jakościowe badania statystycznych własności 2-go rzędu częściowo rozwiniętych, monochromatycznych, gaussowskich zespołów plamkowych zapoczątkował Stoffregen [152-155]. Polichromatyczne, częściowo rozwinięte zespoły plamkowe badali Ruffing i Fleischer [168].

W tej części pracy przedstawione zostaną wyniki teoretycznego i doświadczalnego badania efektów spójności 4-go rzędu monochromatycznych, spolaryzowanych, gaussowskich, całkowicie i częściowo rozwiniętych zespołów plamkowych w dalekiej strefie [170, 177]. Obliczono ogólną postać kowariancji natężenia światła częściowo rozwiniętego zespołu plamkowego. Korzystając z rezultatów dotyczących efektów spójności 2-go rzędu przedstawiono interpretację doświadczenia Hanbury Browna i Twissa zastosowanego do badania zespołów plamkowych. Otrzymane rezultaty wskazują, że za pomocą interferometrii natężeniowej można stwierdzić różnicę w przestrzennym zachowaniu się korelacji części rzeczywistej i urojonej amplitudy pola plamkowego. Następnie przeprowadzono teoretyczne badanie statystyki całkowitego natężenia zespołu interferencyjnego światła, tworzącego zespół plamkowy. Pokazano, że badanie kontrastu całkowitego natężenia zespołu interferencyjnego jest pośrednią metodą badania przestrzennej korelacji natężenia zespołu plamkowego. Teoretyczne badanie statystycznych własności całkowitego natężenia zespołu interferencyjnego wykorzystano do interpretacji wyników doświadczalnych pomiaru kontrastu całkowitego natężenia interferencyjnego.

## 6.2. Przestrzenna korelacja natężenia pola plamkowego

Rozważmy układ optyczny przedstawiony na rys.15. Jeżeli bezpośrednio za otworami  $P_1$  i  $P_2$  w ekranie  $\mathcal{A}$  umieścimy odpowiednio dwa fotopowielacze połączone z korelatorem, wówczas ten układ optyczny może służyć do przeprowadzenia doświadczenia Hanbury Browna i Twissa, zastosowanego do badania statystycznych własności zespołów plamkowych.

Zgodnie ze statystycznym opisem pola plamkowego przestrzenną korelację natężenia światła w zespole plamkowym możemy zapisać, przy założeniu  $t_1 = t_2$ , w postaci

$$\langle I(x_1) I(x_2) \rangle = \langle \Gamma^{(2,2)}(\tilde{x}_1, \tilde{x}_2; \tilde{x}_1, \tilde{x}_2) \rangle, \quad (6.1)$$

gdzie  $\tilde{x}$  zdefiniowano poniżej wzoru (4.6). We wzorze (6.1) pominięto wskaźniki polaryzacji, ponieważ rozpatrujemy spolaryzowany zespół plamkowy. Korzystając z (1.1) oraz (4.17) otrzymamy

$$\langle I(x_1) I(x_2) \rangle = J^{(2,2)}(x_1, x_2; x_1, x_2) = \langle |A(x_1)|^2 |A(x_2)|^2 \rangle. \quad (6.2)$$

Z powyższego wzoru widać, że w celu rozważenia przestrzennej korelacji natężenia wystarczy posłużyć się amplitudą pola plamkowego. Zatem podstawiając (5.1) do (6.1) lub (2.1) do (6.2) otrzymamy

$$\begin{aligned} \langle I(x_1) I(x_2) \rangle &= I_S^2(x_1) + 2 I_S(x_1) \langle I_N(x_1) \rangle \\ &+ 4 I_S(x_1) \langle a_R(x_1) a_R(x_2) \rangle \\ &+ 2 \langle a_R^2(x_1) a_I^2(x_2) \rangle \\ &+ \langle a_R^2(x_1) a_R^2(x_2) \rangle + \langle a_I^2(x_1) a_I^2(x_2) \rangle. \end{aligned} \quad (6.3)$$

Część rzeczywista i urojona składowej dyfuzyjnej amplitudy pola plamkowego, według przyjętych założeń, są normalnymi zmiennymi losowymi o wartościach średnich równych zero. Zatem w celu obliczenia przestrzennej korelacji natężenia zastosujemy, dla części rzeczywistej i urojonej amplitudy, twierdzenie Wanga i Uhlenbecka, tzn.

$$\begin{aligned} \langle Z_1 Z_2 Z_3 Z_4 \rangle &= \langle Z_1 Z_2 \rangle \langle Z_3 Z_4 \rangle + \langle Z_1 Z_3 \rangle \langle Z_2 Z_4 \rangle \\ &+ \langle Z_1 Z_4 \rangle \langle Z_2 Z_3 \rangle, \end{aligned} \quad (6.4)$$

gdzie  $Z_i$  dla  $i=1, \dots, 4$  są normalnymi, rzeczywistymi zmiennymi losowymi o wartościach średnich równych zero. Jeżeli ponadto przyjmiemy założenia o symetrii, zdefiniowane w części 5.2, wówczas przestrzenna korelacja natężenia światła w zespole plamkowym wyraża się wzorem

$$\begin{aligned} \langle I(x_1) I(x_2) \rangle &= [I_S(x_1) + \langle I_N(x_1) \rangle]^2 \\ &+ 4 I_S(x_1) \langle a_R(x_1) a_R(x_2) \rangle \end{aligned}$$

$$+ 2 \langle a_r(x_1) a_r(x_2) \rangle^2 + 2 \langle a_i(x_1) a_i(x_2) \rangle^2 . \quad (6.5)$$

W powyższym pominięto korelację części rzeczywistej i urojonej amplitudy, ponieważ rozpatrujemy zespół plamkowy w dalekiej strefie.

W interferometrii natężeniowej, w miejsce przestrzennej korelacji natężenia, rozważa się znormalizowaną przestrzenną kowariancję, którą definiujemy w postaci

$$C(x_1, x_2) = \frac{\langle I(x_1) I(x_2) \rangle - \langle I(x_1) \rangle \langle I(x_2) \rangle}{\langle I(x_1) \rangle \langle I(x_2) \rangle} . \quad (6.6)$$

Podstawiając (6.5) do (6.6) przy wykorzystaniu (2.6) otrzymamy

$$C(x_1, x_2) = \left\{ 4 I_S(x_1) \langle a_r(x_1) a_r(x_2) \rangle + 2 \left[ \langle a_r(x_1) a_r(x_2) \rangle^2 + \langle a_i(x_1) a_i(x_2) \rangle^2 \right] \right\} \left[ I_S(x_1) + \langle I_N(x_1) \rangle \right]^{-2} . \quad (6.7)$$

Zauważmy, że jeżeli  $x_1 = x_2$ , to znormalizowana przestrzenna kowariancja (6.7) staje się kwadratem kontrastu natężenia zespołu plamkowego, czyli

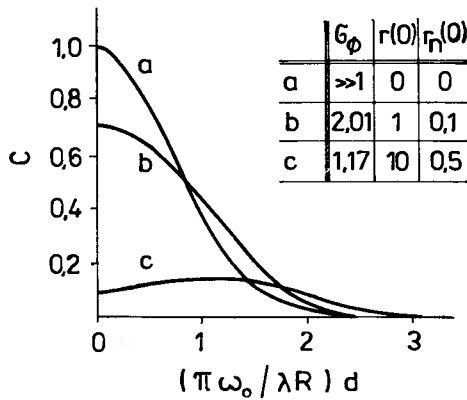
$$V = [C(x_1, x_1)]^{1/2} . \quad (6.8)$$

Z równania (6.5) oraz (6.7) widać, że w celu określenia wyraźnej postaci przestrzennej korelacji natężenia światła w zespole plamkowym należy obliczyć przestrzenną korelację części rzeczywistej i urojonej amplitudy pola plamkowego. Podstawiając (2.28) i (2.29) oraz (5.12) do wzoru (6.7) otrzymamy znormalizowaną przestrzenną kowariancję natężenia światła zespołu plamkowego w postaci

$$C(x_1, d) = \left\{ 2r(x_1) \mu(d) \left[ 1 - r_n(x_1) \mu_n(x_1, d) \right] + \mu^2(d) \left[ 1 + r_n^2(x_1) \mu_n^2(x_1, d) \right] \right\} \left[ 1 + r(x_1) \right]^{-2} , \quad (6.9)$$

gdzie  $r$ ,  $r_n$ ,  $\mu$ ,  $\mu_n$  zdefiniowano poprzednio i wielkości te przyjmują wartości odpowiednio (2.34), (2.35), (5.10) i (5.11). Wyrażenie (6.9) pokazuje, że znormalizowana kowariancja natężenia częściowo rozwiniętego zespołu plamkowego jest funkcją parametru rozwinięcia  $r$ , stopnia niecyrkularności statystyki pola plamkowego  $r_n$ , zespolonego czynnika spójności  $\mu$  oraz czynnika  $\mu_n$ . Parametr rozwinięcia oraz stopień niecyrkularności statystyki pola plamkowego dyskutowano w części 2.2, natomiast zespolony czynnik spójności oraz czynnik  $\mu_n$  - w części 5.2 niniejszej pracy. Ze wzoru (6.9) widać, że interferometria natężeniowa umożliwia stwierdzenie niecyrkularnego charakteru statystyki plamkowej oraz pozwala określić różnicę w przestrzennym zachowaniu się korelacji części rzeczywistej i urojonej amplitudy pola plamkowego.

Na rys.21 pokazano zależność znormalizowanej kowariancji natężenia światła zespołu plamkowego od statystycznych parametrów rozpraszających obiektów.



Rys.21. Rozkład znormalizowanej przestrzennej kowariancji natężenia zespołu plamkowego w zależności od odległości  $d$  dla różnych wartości statystycznych parametrów rozpraszających obiektów przy ustalonej liczbie elementarnych komórek rozpraszających

$$N = 10$$

Dla dużych wartości odchylenia standardowego zmiany fazy w płaszczyźnie obiektu, zarówno parametr rozwinięcia zespołu plamkowego  $r$ , jak i stopień niecyrkularności statystyki pola plamkowego  $r_n$ , dążą do zera. W tym przypadku mamy całkowicie rozwinięty zespół plamkowy i znormalizowana kowariancja natężenia przyjmuje znaną postać

$$C(x, d) = \mu^2(d) \quad (6.10)$$

Wyrażenie (6.10) wskazuje, że dla całkowicie rozwiniętego zespołu plamkowego interpretację doświadczenia Hanbury Browna i Twissa można przeprowadzić w oparciu o twierdzenie van Citterta-Zernike. Dla małych wartości zmiany fazy w płaszczyźnie obiektu otrzymujemy częściowo rozwinięty zespół plamkowy. W tych przypadkach wartości przestrzennej kowariancji natężenia dla  $d=0$  maleją wraz ze wzrostem stopnia rozwinięcia zespołu plamkowego. Zauważmy, że wraz ze zmniejszaniem odchylenia standardowego zmiany fazy w płaszczyźnie rozpraszającego obiektu, kowariancja natężenia jest początkowo funkcją monotonicznie malejącą, a następnie zmienia swój charakter osiągając maksimum dla pewnego  $d \neq 0$ . W celu przedyskutowania tej własności przestrzennej kowariancji natężenia rozważmy zespół plamkowy, którego parametr rozwinięcia  $r(0) = 10$ . Taki zespół plamkowy rozważany jest na rys.6 oraz na rys.17. Zauważmy, że zespół plamkowy, którego widzialność przedstawiono na rys.17, może różnić się od zespołów analizowanych na rys.6 i rys.21 stopniem niecyrkularności statystyki plamkowej. Obserwując zmianę widzialności rozważanego zespołu plamkowego widzimy, że

$\gamma \approx 1$  w przedziale  $0 < (\pi \omega_0 / \lambda R) d < 1$ . Zatem w tym przedziale analizowane wiązki światła mają prawie takie same fazy, co implikuje, że wartości znormalizowanej kowariancji są zbliżone do kwadratu kontrastu. Jak widać na rys.6 kontrast w tym obszarze bardzo szybko rośnie, co tłumaczy wzrost przestrzennej kowariancji natężenia w tym obszarze. Dalszy wzrost odległości między otworami powoduje zwiększanie się różnicy faz między wiązkami światła w otworach  $P_1$  i  $P_2$ , co ilustruje zmiana widzialności i w efekcie wartość znormalizowanej przestrzennej kowariancji natężenia dąży do zera. W granicznym przypadku, dla  $r \rightarrow \infty$  wartość kowariancji natężenia dąży do zera, niezależnie od odległości między otworami, co oznacza, że mamy całkowicie spójny zespół plamkowy. Takie zachowanie kowariancji natężenia otrzymamy stosując do elementów równania (6.6) warunki spójności zespołu plamkowego (4.23).

Dla sumy zespołu plamkowego i tła spójnego  $r_n = 0$  i znormalizowana kowariancja natężenia przyjmuje postać

$$C(x_1, d) = \frac{2r(x_1)\mu(d) + \mu^2(d)}{[1 + r(x_1)]^2} \quad (6.11)$$

Porównując równanie (6.9) i (6.11) raz jeszcze podkreślmy, że przy użyciu interferometrii natężeniowej możemy określić stopień niecyrkularności statystyki plamkowej. Innymi słowy, możemy rozróżnić, czy badany zespół jest częściowo rozwinięty, czy jest to suma spójnego tła i zespołu plamkowego.

### 6.3. Własności statystyczne całkowitego natężenia zespołu interferencyjnego

Doświadczenie interferencyjne Younga służy do określenia efektów spójności 2-go rzędu. Poniżej pokażemy, że w układzie optycznym doświadczenia interferencyjnego Younga można również badać przestrzenną korelację natężenia. Jeżeli w układzie optycznym, przedstawionym na rys.15, w płaszczyźnie  $\mathcal{B}$  umieścimy fotonowielacz, którego fotokatoda będzie rejestrować cały zespół interferencyjny, to sygnał fotonowielacza będzie odpowiadał sumie natężeń wiązek światła wychodzących z otworów  $P_1$  i  $P_2$ . Zatem wartość chwilowa całkowitego natężenia światła zespołu interferencyjnego  $I_T(t)$  wyraża się wzorem

$$I_T(t) = \iint_{-\infty}^{+\infty} I(x', t) d^2x' = I(x_1, t) + I(x_2, t) \quad (6.12)$$

W przypadku polichromatycznych zespołów plamkowych wyrażenie (6.12) w ogólności nie jest spełnione. Przyczyną tego jest fakt, że natężenie światła w danym punkcie płaszczyzny zespołu interferencyjnego zależy od opóźnienia czasowego, co uwiadcza postać zespolonego stopnia spójności. W przypadku monochromatycznych zespołów plamkowych czynnik fazowy zespolonego stopnia spójności jest niezależny od opóźnienia czasowego.

Stosując metodę statystycznego opisu pola plamkowego, podaną w części 4.3, otrzymamy kontrast całkowitego natężenia zespołu interferencyjnego w postaci

$$V_T = \left\{ \frac{1}{2} \left[ V^2(x_1) + C(x_1, x_2) \right] \right\}^{1/2}, \quad (6.13)$$

gdzie  $V(x_1)$  jest kontrastem natężenia zespołu plamkowego w punkcie  $x_1$  płaszczyzny ekranu  $\mathcal{A}$ , natomiast  $C(x_1, x_2)$  jest znormalizowaną przestrzenną kowariancją natężenia w płaszczyźnie ekranu  $\mathcal{A}$ . Przy wyprowadzaniu wzoru (6.13) wykorzystano założenia o symetrii układu zdefiniowane poprzednio. Podstawiając (2.17) oraz (6.9) do wzoru (6.13) otrzymamy

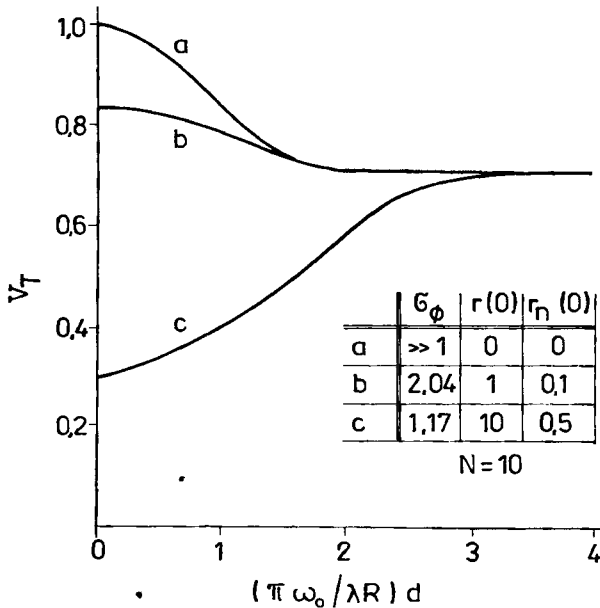
$$V_T = \sqrt{\frac{1}{2}} \left\{ 2r(x_1) [1 + \mu(d)] - 2r(x_1) r_n(x_1) \times [1 + \mu(d) \mu_n(x_1, d)] + 1 + \mu^2(d) + r_n^2(x_1) \times [1 + \mu^2(d) \mu_n^2(x_1, d)] \right\}^{1/2} [1 + r(x_1)]^{-1}. \quad (6.14)$$

Ze wzoru (6.13) widać, że przez pomiar kontrastu całkowitego natężenia zespołu interferencyjnego możemy określić przestrzenną korelację natężenia zespołu plamkowego. Kontrast całkowitego natężenia zespołu interferencyjnego jest funkcją parametru rozwinięcia  $r$  i stopnia niecyrkularności statystyki plamkowej  $r_n$  oraz zespolonego czynnika spójności  $\mu$  i czynnika  $\mu_n$ . Zatem przez pomiar kontrastu całkowitego natężenia zespołu interferencyjnego możemy określić statystyczne własności rozpraszającego obiektu.

Rozkład kontrastu całkowitego natężenia zespołu interferencyjnego dla różnych wartości statystycznych parametrów rozpraszających obiektów przedstawiono na rys.22. Kontrast całkowitego natężenia zespołu interferencyjnego ma dwie charakterystyczne wartości graniczne. Dla  $d=0$  zespolony czynnik spójności  $\mu$  oraz czynnik  $\mu_n$  dążą do jedności i kontrast całkowitego natężenia zespołu interferencyjnego jest równy kontrastowi natężenia zespołu plamkowego w płaszczyźnie  $\mathcal{A}$ . Jeżeli  $d \rightarrow \infty$ , to kowariancja natężenia zespołu plamkowego dąży do zera. Ponieważ warunek  $d \rightarrow \infty$  pociąga za sobą  $x_1 \rightarrow \infty$ , zatem dla rozważanych tu gaussowskich zespołów plamkowych w dalekiej strefie kontrast natężenia zespołu plamkowego w tym obszarze dąży do jedności. Stąd dla  $d \rightarrow \infty$  kontrast całkowitego natężenia zespołu interferencyjnego osiąga wartość  $V_T = \sqrt{\frac{1}{2}}$ , niezależnie od wartości statystycznych parametrów rozpraszających obiektów.

Dla sumy zespołu plamkowego i tła spójnego  $r_n \rightarrow 0$  i kontrast całkowitego natężenia zespołu interferencyjnego wyraża się wzorem

$$V_T = \frac{\left\{ r(x_1) [\mu(d) + 1] + \frac{1}{2} [\mu^2(d) + 1] \right\}^{1/2}}{1 + r(x_1)}. \quad (6.15)$$



Rys.22. Zmiany wartości kontrastu całkowitego natężenia zespołu interferencyjnego dla różnych wartości statystycznych parametrów rozpraszających obiektów

W przypadku całkowicie rozwiniętego zespołu plamkowego zarówno  $r$  jak i  $r_n$  dążą do zera i otrzymujemy

$$V_T = \left\{ \frac{1}{2} [\mu^2(d) + 1] \right\}^{1/2} \quad (6.16)$$

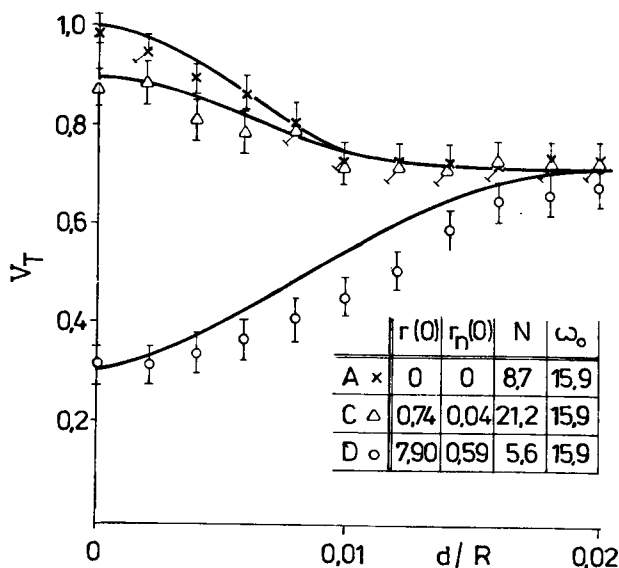
Powyższy wzór wskazuje, że badanie kontrastu całkowitego natężenia zespołu interferencyjnego może być bardzo użyteczne do określania wartości zespolonego czynnika spójności całkowicie rozwiniętych zespołów plamkowych.

#### 6.4. Pomiar kontrastu całkowitego natężenia zespołu interferencyjnego

Pomiary kontrastu całkowitego natężenia zespołu interferencyjnego wykonano korzystając z układu doświadczalnego przedstawionego na rys.18. Pomiary wykonano bez stosowania układu powiększającego  $L_G$ . W płaszczyźnie ekranu  $B$  umieszczono fotokatodę fotopowielacza Ph. Powierzchnia fotokatody była dużo większa od obserwowanej powierzchni zespołu interferencyjnego. Pozostałe elementy układu doświadczalnego oraz sposób analizy rejestrowanych sygnałów nie uległy zmianie.

Wyniki pomiarów kontrastu całkowitego natężenia zespołu interferencyjnego przedstawiono na rysunkach 23 i 24. Krzywe narysowane linią ciągłą odpowiadają teoretycznym wartościom kontrastu  $V_T$ , obliczonym na podstawie wzoru (6.14). Wartości statystycznych parametrów rozpraszających obiektów zamieszczone są w tabeli w części 2.3.

Rys.23 ilustruje zależność kontrastu całkowitego natężenia zespołu interferencyjnego od odległości  $d$  dla różnego rodzaju rozpraszających obiektów.



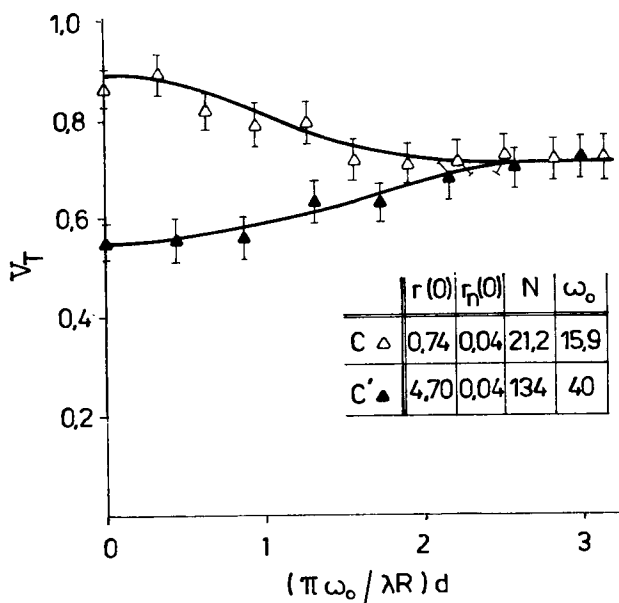
Rys.23. Wyniki pomiarów kontrastu całkowitego natężenia zespołu interferencyjnego dla różnych obiektów rozpraszających światło

W przypadku obiektów A i C zgodność wyników pomiarów z wartościami teoretycznymi jest dobra. Szczególnie dla dużych  $d$  zmierzone wartości kontrastu  $V_T$  są bardzo dobrze interpretowane przez wyniki teoretyczne. W przypadku obiektu D, na którym występuje pośrednie rozpraszanie, dobrą zgodność wyników doświadczalnych z wartościami teoretycznymi otrzymano jedynie dla małych wartości  $d$ .

W miarę wzrostu odległości między otworami w ekranie  $\mathcal{A}$ , wartości doświadczalne kontrastu  $V_T$  są znacząco mniejsze od wartości teoretycznych. Wśród przyczyn, które mogą powodować odstępstwo wartości doświadczalnych od teoretycznych należy wymienić efekty niegaussowskie, występowanie różnych modów w oświetlającej wiązce oraz w pewnym stopniu szum optyczny występujący w układzie. Bardziej dokładna analiza niezgodności pomiędzy teorią i doświadczeniem dla obiektu D przedstawiona jest w części 7.4.

Rys.24 przedstawia zależność kontrastu całkowitego natężenia zespołu interferencyjnego w funkcji odległości między otworami w ekranie  $\mathcal{A}$ . Punkty doświadczalne odpowiadają rozpraszaniu na ustalonym obiekcie dla dwóch przypadków różniących się liczbą elementarnych komórek rozpraszających, przyczyniających się do efektu plamkowego. Wyniki doświadczalne przedstawione na rys.24 są dobrze interpretowane przez krzywe teoretyczne.





Rys.24. Zależność kontrastu natężenia zespołu interferencyjnego od odległości  $d$  dla różnych liczb elementarnych komórek rozpraszających

## 7. FLUKTUACJE NATĘŻENIA ZESPOŁU INTERFERENCYJNEGO

### 7.1. Wprowadzenie

Zjawiska spójności optycznej są wyrazem fluktuacji stowarzyszonych z polem optycznym. Początkowo badania spójności światła opierały się na doświadczeniach interferencyjnych. Istnienie fluktuacji pola dedukowano pośrednio, np. w doświadczeniu interferencyjnym Younga przez pomiar uśrednionego w czasie natężenia. Doświadczenie Hanbury Browna i Twissa pokazało, że korelacja natężenia może być mierzona doświadczalnie.

Pierwszy opis fluktuacji zespołu interferencyjnego podał Michelson, który obserwował efekty interferencyjne przy użyciu interferometru gwiazdowego. Michelson obserwował zespół interferencyjny światła gwiazd, które w wyniku rozpraszania w atmosferze tworzyło pewien dynamiczny zespół plamkowy. Michelson i późniejsi badacze starali się eliminować fluktuacje zespołu interferencyjnego traktując je jako szum optyczny. W 1971 roku Laberie zaproponował metodę pomiaru średnicy kątowej gwiazd zwaną plamkową interferometrią gwiazdową. Metoda Laberie w sposób istotny wykorzystuje efekt plamkowy będący szumem w technice Michelsona. Fluktuacje zespołu interferencyjnego otrzymanego w wyniku nakładania się wiązek pochodzących od dwóch laserów opisali Magyar i Mandel [126]. Kwantowy aspekt fluktuacji zespołu interferencyjnego podejmowano wielokrotnie, np. realizując doświadczenie Mandela i Pfleegora [178].

Początkowo badania zjawisk optycznej spójności dotyczyły fluktuacji pól optycznych występujących w przyrodzie. W 1964 roku Martienssen i Spiller skonstruowali quasi-termiczne źródło promieniowania składające się z wirującej matówki oświetlonej wiązką lasera [131]. Posługując się tym źródłem światła Martienssen i Spiller przeprowadzili szereg doświadczeń, w których analizowali związki pomiędzy fluktuacją pola i efektami spójności. W szczególności opisali oni fluktuacje zespołu interferencyjnego pochodzące od światła tworzącego zespół plamkowy. Efekt fluktuacji zespołu interferencyjnego opisany jest także w monografii Berana i Parrenta [125]. Jedną z bardziej istotnych cech zjawiska spójności plamkowej jest to, że można bezpośrednio obserwować fluktuacje zespołu interferencyjnego będące rezultatem różnych realizacji zespołu plamkowego.

Opis efektów spójności 2-go rzędu jest zazwyczaj ilustrowany doświadczeniem interferencyjnym Younga. Efekty spójności 4-go rzędu są ilustrowane techniką interferometrii natężeniowej. Poniżej pokażemy, że badanie fluktuacji natężenia w danym punkcie zespołu interferencyjnego jest pośrednią metodą badania efektów spójności 2-go rzędu oraz efektów 4-go rzędu, które zaprezentowane są przez uogólnione momenty występujące w interpretacji doświadczenia Hanbury Browna i Twissa oraz momenty nie występujące w interpretacji tego doświadczenia.

W tej części pracy przedstawiono wyniki teoretycznych i doświadczalnych badań fluktuacji natężenia zespołu interferencyjnego światła tworzącego monochromatyczny, spolaryzowany, gaussowski, częściowo i całkowicie rozwinięty zespół plamkowy. W części 7.2 przedstawiono wyniki ogólnych statystycznych rozważań, które wskazują na rolę fluktuacji natężenia zespołu interferencyjnego w studiowaniu własności statystycznych zespołów plamkowych [133, 173]. Zaproponowano metodę pomiaru czynników spójności plamkowej 4-go rzędu będących miarą zmian fluktuacji w płaszczyźnie zespołu interferencyjnego. Rozważono ogólny przypadek fluktuacji zespołu interferencyjnego światła tworzącego całkowicie rozwinięty zespół plamkowy. Następnie, korzystając z wyników zawartych w częściach 2.2 i 5.2 niniejszej pracy, wyprowadzono ogólne wyrażenie na kontrast natężenia w danym punkcie zespołu interferencyjnego światła, tworzącego częściowo rozwinięty zespół plamkowy [174, 176]. Obliczono charakterystyczne wartości kontrastu natężenia zespołu interferencyjnego i przeprowadzono dyskusję o zależności tych wartości od statystycznych parametrów rozpraszających obiektów. Przeprowadzono doświadczalne badanie kontrastu natężenia zespołu interferencyjnego [175, 178]. Wyniki pomiarów porównano z rezultatami badań teoretycznych.

## 7.2. Fluktuacje natężenia zespołu interferencyjnego

Rozważmy doświadczenie interferencyjne Younga zastosowane do badania zespołów plamkowych przedstawione schematycznie na rys.14. Klasyczna interpretacja tego doświadczenia, przedstawiona w części 3 i 5, opiera się na pomiarze wartości średniej natężenia zespołu interferencyjnego. Obecnie rozważymy fluktuacje natężenia w danym punkcie zespołu interferencyjnego.

Zgodnie z ogólnym statystycznym opisem zespołów plamkowych, interpretację każdego efektu plamkowego rozpoczynamy od rozważenia wartości chwilowych pola optycznego pojedynczej realizacji zespołu plamkowego. Wartość chwilowa natężenia światła pojedynczej realizacji zespołu interferencyjnego wyraża się wzorem (3.2), natomiast wartość chwilowa kwadratu natężenia ma postać

$$\begin{aligned}
 I^2(x', t) = & |K_1|^4 I^2(x_1, t - t_1) + |K_2|^4 I^2(x_2, t - t_2) \\
 & + 2 |K_1|^2 |K_2|^2 I(x_1, t - t_1) I(x_2, t - t_2) \\
 & + 4 [ |K_1|^2 I(x_1, t - t_1) + |K_2|^2 I(x_2, t - t_2) ] \\
 & \times \operatorname{Re} \left\{ K_1^* K_2 U^*(x_1, t - t_1) U(x_2, t - t_2) \right\} \\
 & + 4 \operatorname{Re}^2 \left\{ K_1^* K_2 U^*(x_1, t - t_1) U(x_2, t - t_2) \right\} \quad , \quad (7.1)
 \end{aligned}$$

gdzie w celu uproszczenia zapisu przyjęliśmy skalarne oznakowanie wektora położenia punktów  $x_1$  oraz  $x_2$ . Zakładając, że pole padającego światła jest

stacjonarne i ergodyczne, drugi moment natężenia otrzymany przez średniowanie w czasie ma postać

$$\begin{aligned}
 \langle I^2(x', t) \rangle_t &= |K_1|^4 \langle I^2(x_1, t) \rangle_t + |K_2|^4 \langle I^2(x_2, t) \rangle_t \\
 &+ 4 |K_1|^2 |K_2|^2 \langle I(x_1, t) I(x_2, t + \tau) \rangle_t \\
 &+ 4 |K_1|^2 \operatorname{Re} \left\{ K_1^* K_2 \Gamma^{(2,2)}(x_1, x_1; x_1, x_2; t, t; t, t + \tau) \right\} \\
 &+ 4 |K_2|^2 \operatorname{Re} \left\{ K_1^* K_2 \Gamma^{(2,2)}(x_1, x_2; x_2, x_2; t, t + \tau; t + \tau, t + \tau) \right\} \\
 &+ 2 \operatorname{Re} \left\{ (K_1^* K_2)^2 \Gamma^{(2,2)}(x_1, x_1; x_2, x_2; t, t; t + \tau, t + \tau) \right\} .
 \end{aligned} \tag{7.2}$$

Wprowadzając powyższe równanie skorzystano z twierdzenia dla liczb zespolonych

$$2 \operatorname{Re}^2 \{ Z \} = |Z|^2 + \operatorname{Re} \{ Z^2 \} \quad . \tag{7.3}$$

Ponieważ uogólnione momenty Wolfa, występujące w równaniu (7.2), dla pojedynczej realizacji monochromatycznego zespołu plamkowego spełniają warunki spójności Glaubera (4.8), zatem następujące uogólnione czynniki spójności plamkowej mają bezwzględną wartość równą 1

$$\begin{aligned}
 |\mu^{(2,2)}(x_k, x_1; x_m, x_n)| &= 1 \quad \text{dla: } k=1=m=n=1, 2 ; \\
 &k=1=1, m=n=2 ; \\
 &k=1=m=1, n=2 ; \\
 &k=2, l=m=n=1 ; \\
 &k=m=1, l=n=2 .
 \end{aligned} \tag{7.4}$$

Wariancja natężenia pojedynczej realizacji zespołu interferencyjnego zdefiniowana w postaci

$$\langle \Delta I^2(x', t) \rangle_t = \langle I^2(x', t) \rangle_t - \langle I(x', t) \rangle_t^2 \tag{7.5}$$

z uwagi na (7.4) oraz (3.28) przyjmuje wartość równą zero. Powyższy rezultat koresponduje z cytowanym powyżej wnioskiem Goodmana o całkowitej spójności, w sensie klasycznej definicji, monochromatycznego zespołu plamkowego.

W dalszej części rozważań posłużymy się założeniami o symetrii dotyczącej układu optycznego i rozpraszającego obiektu oraz założymy, że  $|K_1| = |K_2| = 1$ . Założenia te przedyskutowane są w części 5.2. Do tej pory rozważane były pojedyncze realizacje zespołu interferencyjnego. Teraz rozważmy zespół interferencyjny będący rezultatem uśrednienia po poszczególnych realizacjach zespołu plamkowego. Drugi moment statystyczny natężenia w danym punkcie zespołu interferencyjnego ma postać

$$\begin{aligned}
\langle I^2(x') \rangle &= 2 \langle I^2(x_1) \rangle + 4 \langle (x_1) I(x_2) \rangle \\
&+ 8 \operatorname{Re} \left\{ J^{(2,2)}(x_1, x_1; x_1, x_2) \exp[-i\delta] \right\} \\
&+ 8 \operatorname{Re} \left\{ J^{(2,2)}(x_1, x_1; x_2, x_2) \exp[-i2\delta] \right\} . \quad (7.6)
\end{aligned}$$

Na podstawie (3.35) otrzymamy kwadrat wartości średniej natężenia w postaci

$$\begin{aligned}
\langle I(x') \rangle^2 &= 4 \langle I(x_1) \rangle^2 + 4 \operatorname{Re}^2 \left\{ J(x_1, x_2) [\exp -i\delta] \right\} \\
&+ 8 \langle I(x_1) \rangle \operatorname{Re} \left\{ J(x_1, x_2) \exp -i\delta \right\} . \quad (7.7)
\end{aligned}$$

Korzystając z (7.6) i (7.7) wariancję natężenia w danym punkcie zespołu interferencyjnego otrzymuje się w postaci

$$\begin{aligned}
\langle \Delta I^2(x') \rangle &= 2 \left[ \langle I^2(x_1) \rangle - \langle I(x_1) \rangle^2 \right] \\
&+ 2 \left[ \langle I(x_1) I(x_2) \rangle - \langle I(x_1) \rangle^2 \right] \\
&+ 8 \operatorname{Re} \left\{ \left[ J^{(2,2)}(x_1, x_1; x_1, x_2) \right. \right. \\
&\quad \left. \left. - \langle I(x_1) \rangle J(x_1, x_2) \right] \exp[-i\delta] \right\} \\
&+ 2 \left[ \operatorname{Re} \left\{ J^{(2,2)}(x_1, x_1; x_2, x_2) \exp[-i2\delta] \right\} \right. \\
&\quad \left. + \langle I(x_1) I(x_2) \rangle - 2 \operatorname{Re}^2 \left\{ J(x_1, x_2) \exp[-i\delta] \right\} \right] . \quad (7.8)
\end{aligned}$$

Z powyższego równania widać, że wariancja natężenia w danym punkcie zespołu interferencyjnego jest sumą czterech charakterystycznych wyrazów. Pierwszy wyraz jest wariancją natężenia zespołu plamkowego. Wyraz ten opisuje statystyczne własności 1-go rzędu badanego zespołu plamkowego, które były dyskutowane w części 1 i 2. Drugi wyraz jest kowariancją natężenia zespołu plamkowego, która jest podstawową wielkością w interpretacji doświadczenia Hanbury Browna i Twissa. Przestrzenna kowariancja natężenia opisuje własności statystyczne 2-go rzędu badanego zespołu plamkowego, które były dyskutowane w części 6.2. Dwa pierwsze wyrazy łącznie opisują własności statystyczne całkowitego natężenia zespołu interferencyjnego (p. 6.3). Dwa ostatnie wyrazy we wzorze (7.8) zawierają wielkości będące podstawą interpretacji doświadczenia interferencyjnego Younga, doświadczenia Hanbury Browna i Twissa oraz wyrażenia opisującego efekty spójności plamkowej 4-go rzędu. Uogólnione natężenia  $J^{(2,2)}(x_1, x_1; x_1, x_2)$  oraz  $J^{(2,2)}(x_1, x_1; x_2, x_2)$  opisują efekty spójności plamkowej, które nie występują ani w klasycznej interpretacji doświadczenia interferencyjnego Younga, ani w interpretacji doświadczenia Hanbury Browna i Twissa. Równanie (7.8) jest podstawowym równaniem opisującym fluktuacje natężenia w danym punkcie zespołu interferencyjnego.

Na podstawie równania (7.8) można wnioskować, że wariancja natężenia zmienia swoją wartość w zależności od punktu obserwacji w płaszczyźnie zespołu interferencyjnego. Miarą zmian wariancji natężenia jest zespolony czynnik spójności (3.24) oraz uogólnione czynniki spójności zdefiniowane równaniem

$$J^{(2,2)}(x_1, x_1; x_1, x_2) = \langle I(x_1) \rangle^2 \left| \mu^{(2,2)}(x_1, x_1; x_1, x_2) \right| \exp \left[ i \beta(x_1, x_1; x_1, x_2) \right], \quad (7.9)$$

gdzie

$$\beta(x_1, x_1; x_1, x_2) = \arg \mu^{(2,2)}(x_1, x_1; x_1, x_2) \quad (7.10)$$

oraz

$$J^{(2,2)}(x_1, x_1; x_2, x_2) = \langle I(x_1) \rangle^2 \left| \mu^{(2,2)}(x_1, x_1; x_2, x_2) \right| \exp \left[ i \beta(x_1, x_1; x_2, x_2) \right], \quad (7.11)$$

gdzie

$$\beta(x_1, x_1; x_2, x_2) = \arg \mu^{(2,2)}(x_1, x_1; x_2, x_2). \quad (7.12)$$

Czynniki fazowe (7.10) oraz (7.12) są wielkościami, których wartość można określić korzystając z łącznej funkcji gęstości prawdopodobieństwa amplitudy pola plamkowego (4.15).

Podstawiając (7.9) i (7.11) do (7.6) otrzymuje się drugi moment natężenia w danym punkcie zespołu interferencyjnego w postaci

$$\begin{aligned} \langle I^2(x') \rangle &= 2 \langle I^2(x_1) \rangle + 4 \langle I(x_1) I(x_2) \rangle \\ &+ 8 \langle I(x_1) \rangle^2 \left| \mu^{(2,2)}(x_1, x_1; x_1, x_2) \right| \cos \left[ \beta(x_1, x_1; x_1, x_2) \right] - \delta \\ &+ 2 \langle I(x_1) \rangle^2 \left| \mu^{(2,2)}(x_1, x_1; x_2, x_2) \right| \cos \left[ \beta(x_1, x_1; x_2, x_2) - 2\delta \right]. \end{aligned} \quad (7.13)$$

Przez pomiar  $I^2(x')$ ,  $I^2(x_1)$  oraz  $I(x_1)$  można określić wartości uogólnionych czynników spójności plamkowej, będących miarą zmian fluktuacji zespołu interferencyjnego. Rozważmy następujące wartości drugiego momentu natężenia zakładając, że  $\beta(x_1, x_1; x_1, x_2) = 0$

$$\begin{aligned} \langle I^2(x'_{\sigma=0}) \rangle &= 2 \langle I^2(x_1) \rangle + 4 \langle I(x_1) I(x_2) \rangle \\ &+ 8 \langle I(x_1) \rangle^2 \left| \mu^{(2,2)}(x_1, x_1; x_1, x_2) \right| \\ &+ 2 \langle I(x_1) \rangle^2 \left| \mu^{(2,2)}(x_1, x_1; x_2, x_2) \right| \cos \beta(x_1, x_1; x_2, x_2), \end{aligned} \quad (7.14)$$

$$\begin{aligned} \langle I^2(x'_{\delta=\frac{\pi}{2}}) \rangle &= 2 \langle I^2(x_1) \rangle + 4 \langle I(x_1) I(x_2) \rangle \\ &- 2 \langle I(x_1) \rangle^2 \left| \mu^{(2,2)}(x_1, x_1; x_2, x_2) \right| \cos \beta(x_1, x_1; x_2, x_2) \quad , \quad (7.15) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \langle I^2(x'_{\delta=\pi}) \rangle &= 2 \langle I^2(x_1) \rangle + 4 \langle I(x_1) I(x_2) \rangle \\ &- 8 \langle I(x_1) \rangle^2 \left| \mu^{(2,2)}(x_1, x_1; x_1, x_2) \right| \\ &+ 2 \langle I(x_1) \rangle^2 \left| \mu^{(2,2)}(x_1, x_1; x_2, x_2) \right| \cos \beta(x_1, x_1; x_2, x_2) \quad , \quad (7.16) \end{aligned}$$

gdzie indeks  $x'$  oznacza położenie punktu detekcji w płaszczyźnie zespołu interferencyjnego. W celu określenia zmian fluktuacji zespołu interferencyjnego rozważmy, analogicznie do widzialności Michelsona, następujące parametry

$$V_1 = \frac{\langle I^2(x'_{\delta=0}) \rangle - \langle I^2(x'_{\delta=\pi}) \rangle}{16 \langle I(x_1) \rangle^2} = \left| \mu^{(2,2)}(x_1, x_1; x_1, x_2) \right| \quad , \quad (7.17)$$

$$\begin{aligned} V_2 &= \frac{\langle I^2(x'_{\delta=0}) \rangle + \langle I^2(x'_{\delta=\pi}) \rangle - 2 \langle I^2(x'_{\delta=\pi/2}) \rangle}{8 \langle I(x_1) \rangle^2} \\ &= \left| \mu^{(2,2)}(x_1, x_1; x_2, x_2) \right| \cos \beta(x_1, x_1; x_2, x_2) \quad , \quad (7.18) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} V_3 &= \frac{\langle I^2(x'_{\delta=0}) \rangle + \langle I^2(x'_{\delta=\pi}) \rangle + 2 \langle I^2(x'_{\delta=\pi/2}) \rangle}{8 \langle I(x_1) \rangle^2} \\ &= \frac{\langle I^2(x_1) \rangle + 2 \langle I(x_1) I(x_2) \rangle}{\langle I(x_1) \rangle^2} \quad , \quad (7.19) \end{aligned}$$

gdzie  $\langle I(x_1) \rangle$  jest wartością średnią natężenia, którą można zmierzyć przez zakrycie jednego z otworów w ekranie  $\mathcal{A}$ . Powyżej zdefiniowane parametry  $V_1, V_2, V_3$  mogą być zmierzone doświadczalnie. Zatem, podobnie jak przez pomiar widzialności można określić zespolony czynnik spójności  $\mu(x_1, x_2)$ , tak przez pomiar parametrów  $V_1, V_2, V_3$  można określić uogólnione czynniki spójności plamkowej  $\mu^{(2,2)}(x_1, x_1; x_1, x_2)$  oraz  $\mu^{(2,2)}(x_1, x_1; x_2, x_2)$ .

Do tej pory, rozważając fluktuacje natężenia zespołu interferencyjnego, nie wprowadzono żadnych założeń dotyczących statystyki pola plamkowego. Rozważmy teraz przypadek całkowicie rozwiniętego zespołu plamkowego w płaszczyźnie ekranu  $\mathcal{A}$ . Korzystając z twierdzenia dla zespolonych, normalnych zmiennych losowych  $Z$  o zerowej wartości średniej

$$\langle Z_1^* Z_2 Z_3 Z_4^* \rangle = \langle Z_1^* Z_2 \rangle \langle Z_3 Z_4^* \rangle + \langle Z_1^* Z_3 \rangle \langle Z_2 Z_4^* \rangle \quad (7.20)$$

otrzymuje się następujące wyrażenia dla uogólnionych momentów amplitudy

$$\langle I^2(x_1) \rangle = 2 \langle I(x_1) \rangle^2, \quad (7.21)$$

$$\langle I(x_1) I(x_2) \rangle = \langle I(x_1) \rangle^2 [1 + |\mu(x_1, x_2)|^2], \quad (7.22)$$

$$J^{(2,2)}(x_1, x_1; x_1, x_2) = 2 \langle I(x_1) \rangle^2 \mu(x_1, x_2), \quad (7.23)$$

$$J^{(2,2)}(x_1, x_1; x_2, x_2) = 2 \langle I(x_1) \rangle^2 \mu^2(x_1, x_2). \quad (7.24)$$

Na podstawie (7.23) i (7.24) otrzymuje się dla przypadku gaussowskiego następującą relację dla czynników fazowych uogólnionych czynników spójności plamkowej

$$\beta(x_1, x_1; x_1, x_2) = \frac{1}{2} \beta(x_1, x_1; x_2, x_2) = \beta(x_1, x_2). \quad (7.25)$$

Podstawiając (7.21) + (7.25) do (7.13) i (7.7) otrzymamy wartość kontrastu natężenia zespołu interferencyjnego równą jedności, niezależnie od wartości zespolonego czynnika spójności plamkowej i położenia w płaszczyźnie zespołu interferencyjnego. Wartość kontrastu równa 1 sugeruje, że amplituda pola w zespole interferencyjnym jest cyrkularną zmienną losową o zerowej wartości średniej. W istocie zespół interferencyjny można uznać jako szczególny przypadek dodawania zespołów plamkowych na bazie amplitudy. Zakładając cyrkularne, gaussowskie zmienne losowe o zerowej wartości średniej dla amplitud składowych zespołów plamkowych Goodman pokazał, że dodawanie zespołów plamkowych na bazie amplitudy nie zmienia statystyki sumarycznego zespołu plamkowego [17]. Zatem natężenie w danym punkcie zespołu interferencyjnego, będącego rezultatem całkowicie rozwiniętego zespołu plamkowego, podlega wykładniczej funkcji gęstości prawdopodobieństwa [9].

Na zakończenie rozważmy kontrast zespołu interferencyjnego zdefiniowany w postaci

$$V(x') = \frac{\langle \Delta I^2(x') \rangle^{1/2}}{2 \langle I(x_1) \rangle}. \quad (7.26)$$

Dla centralnego punktu w płaszczyźnie zespołu interferencyjnego kontrast (7.26) jest prostą funkcją zespolonego czynnika spójności plamkowej

$$V(x'_0 = \beta(x_1, x_2)) = 1 + |\mu(x_1, x_2)|. \quad (7.27)$$

Powyższy wzór może być bardzo użyteczny przy określaniu statystyki pola plamkowego. Jeżeli bezwzględna wartość zespolonego czynnika spójności plamkowej określona przez pomiar widzialności jest równa wartości określonej przez pomiar kontrastu (7.27), wówczas można powiedzieć, że amplituda badanego pola podlega rozkładowi normalnemu o statystyka cyrkularnej i zerowej wartości średniej.



### 7.3. Własności statystyczne zespołu interferencyjnego otrzymanego z częściowo rozwiniętego zespołu plamkowego

Rozważmy teraz zjawisko interferencji światła tworzącego częściowo rozwinięty, monochromatyczny, spolaryzowany, gaussowski zespół plamkowy. Podstawiając (5.1) do wzoru (7.2) i przeprowadzając średniowanie po zbiorze poszczególnych realizacji zespołu plamkowego otrzymamy drugi moment natężenia w danym punkcie zespołu interferencyjnego w postaci

$$\begin{aligned}
 \langle I^2(x') \rangle = & 2 \langle |u_1|^4 \rangle + 2 \langle |u_1|^2 |u_2|^2 \rangle + 8 \langle \text{Re} \{ |u_1|^2 u_1 u_2^* \} \rangle \\
 & + 4 \langle \text{Re}^2 \{ u_1 u_2^* \} \rangle + 2 \langle |v_1|^4 \rangle + 2 \langle |v_1|^2 |v_2|^2 \rangle \\
 & + 8 \langle \text{Re} \{ |v_1|^2 v_1 v_2^* \} \rangle + 4 \langle \text{Re}^2 \{ v_1 v_2^* \} \rangle \\
 & + 8 \langle |u_1|^2 |v_1|^2 \rangle + 8 \langle \text{Re} \{ |v_1|^2 u_1 u_2^* \} \rangle \\
 & + 8 \langle \text{Re} \{ |u_1|^2 v_1 v_2^* \} \rangle + 8 \langle \text{Re}^2 \{ u_1 v_1^* \} \rangle \\
 & + 8 \langle \text{Re}^2 \{ u_1 v_2^* \} \rangle + 8 \langle \text{Re} \{ u_1 u_2^* \} \text{Re} \{ v_1 v_2^* \} \rangle \\
 & + 16 \langle \text{Re} \{ u_1 v_1^* \} \text{Re} \{ u_1 v_2^* \} \rangle \\
 & + 16 \langle \text{Re} \{ u_1 v_1^* \} \text{Re} \{ u_2 v_1^* \} \rangle \\
 & + 8 \langle \text{Re} \{ u_1 v_1^* \} \text{Re} \{ u_2 v_2^* \} \rangle + 8 \langle \text{Re} \{ u_1 v_2^* \} \text{Re} \{ u_2 v_1^* \} \rangle
 \end{aligned}
 \tag{7.28}$$

gdzie, dla uproszczenia zapisu, wprowadzono notację składowej zwierciadlanej i dyfuzyjnej zespolonego sygnału analitycznego w postaci

$$\left. \begin{aligned} u(x_i, t - t_i) = u_i \\ v(x_i, t - t_i) = v_i \end{aligned} \right\} \text{ dla } i = 1, 2 \quad . \tag{7.29}$$

Procedura uśredniania po zbiorze zespołów plamkowych czyni każdy wyraz równania (7.28) niezależnym od czasu. Przy wyprowadzaniu równania (7.28) skorzystano z założeń o symetrii układu. Każdy wyraz równania (7.28) poddano analizie, zakładając gaussowską, niecyrkularną statystykę amplitudy pola plamkowego. Rezultaty tej analizy przedstawiono w dodatku 7.5.

Podstawiając (5.17) oraz (7.28) do równania (1.10) przy wykorzystaniu wyników przedstawionych w dodatku 7.5 otrzymuje się kontrast natężenia w danym punkcie zespołu interferencyjnego w postaci

$$V_F = \left\{ 2r \left( \frac{d}{2} \right) \frac{1 + \cos \delta}{1 + \mu(d) \cos \delta} \left[ 1 - r_n \left( \frac{d}{2} \right) \frac{\mu(d) \mu_n(d) + \cos \delta}{1 + \mu(d) \cos \delta} \right] \right\}$$

$$+ 1 + r_n^2 \left( \frac{d}{2} \right) \left[ \frac{\mu(d) \mu_n(d) + \cos \delta}{1 + \mu(d) \cos \delta} \right]^2 \Bigg\}^{1/2} \\ \times \left[ r \left( \frac{d}{2} \right) \frac{1 + \cos \delta}{1 + \mu(d) \cos \delta} \right]^{-1}, \quad (7.30)$$

gdzie  $r$ ,  $r_n$ ,  $\mu$  oraz  $\mu_n$  zdefiniowano wcześniej.

Dokonując podstawień

$$r_F = r \left( \frac{d}{2} \right) \frac{1 + \cos \delta}{1 + \mu(d) \cos \delta} \quad (7.31)$$

oraz

$$r_{n,F} = r_n \left( \frac{d}{2} \right) \frac{\mu(d) \mu_n(d) + \cos \delta}{1 + \mu(d) \cos \delta} \quad (7.32)$$

kontrast natężenia w danym punkcie zespołu interferencyjnego (7.30) można zapisać w postaci

$$V_F = \frac{\left\{ 2 r_F [1 - r_{n,F}] + 1 + r_{n,F}^2 \right\}^{1/2}}{r_F + 1}. \quad (7.33)$$

Ze wzoru (7.33) widać, że postać wyrażenia opisującego kontrast natężenia zespołu interferencyjnego jest identyczna z postacią wyrażenia opisującego kontrast natężenia zespołu plamkowego powodującego badany efekt interferencyjny (2.17). Taką postać kontrastu natężenia w danym punkcie zespołu interferencyjnego można zinterpretować w oparciu o twierdzenie, że każda liniowa kombinacja gaussowskich zmiennych losowych, zależnych lub niezależnych, jest gaussowską zmienną losową. W dalszej części pokażemy, że kontrast natężenia zespołu interferencyjnego zmienia swoją postać od właściwej częściowo rozwiniętemu zespołowi plamkowemu do postaci opisującej pewien całkowicie rozwinięty zespół plamkowy.

Dla sumy zespołu plamkowego i tła spójnego stopień niecyrkularności statystyki plamkowej  $r_n = 0$ . Z tego wynika, że  $r_{n,F} = 0$  niezależnie od punktu obserwacji w płaszczyźnie zespołu interferencyjnego. Zatem kontrast natężenia zespołu interferencyjnego będącego rezultatem interferencji światła tworzącego sumę zespołu plamkowego i tła spójnego ma postać

$$V_F = \frac{\left\{ 2 r \left( \frac{d}{2} \right) \frac{1 + \cos \delta}{1 + \mu(d) \cos \delta} + 1 \right\}^{1/2}}{r \left( \frac{d}{2} \right) \frac{1 + \cos \delta}{1 + \mu(d) \cos \delta} + 1}. \quad (7.34)$$

Podstawiając (7.31) do wzoru (7.34) otrzymuje się, analogicznie jak poprzednio, postać wyrażenia na kontrast zespołu interferencyjnego identyczną z postacią wyrażenia na kontrast sumy zespołu plamkowego i tła

spójnego (2.9).

Jeżeli odległość między otworami w ekranie  $A$  jest znacznie mniejsza od rozmiarów powierzchni spójności zespołu plamkowego, wówczas w zespole interferencyjnym występują tylko fluktuacje natężenia. Innymi słowy prążki interferencyjne zmieniają natężenie nie zmieniając położenia. W tym przypadku fluktuacje zespołu interferencyjnego powinny być takie same jak fluktuacje zespołu plamkowego. W istocie, dla  $\mu = 1$  oraz  $\mu_n = 1$  równanie (7.30) przechodzi w równanie (2.17), a równanie (7.34) w równanie (2.9).

Dla dowolnych wartości zespolonego czynnika spójności  $\mu$  oraz czynnika  $\mu_n$  kontrast zespołu interferencyjnego ma dwie charakterystyczne wartości  $V_{\max}$  i  $V_{\min}$  stowarzyszone odpowiednio z  $I_{\min}$  i  $I_{\max}$ . Dla  $\delta = 0$  mamy maksymalną wartość średnią natężenia prążka interferencyjnego i minimalną wartość kontrastu, który przyjmuje postać

$$V_{\min} = \left\{ 2r \left( \frac{d}{2} \right) \frac{2}{1 + \mu(d)} \left[ 1 - r_n \left( \frac{d}{2} \right) \frac{\mu(d) \mu_n(d) + 1}{1 + \mu(d)} \right] + 1 + r_n^2 \left( \frac{d}{2} \right) \frac{\mu(d) \mu_n(d) + 1}{1 + \mu(d)} \right\}^{1/2} \left[ r \left( \frac{d}{2} \right) \frac{2}{1 + \mu(d)} \right]^{-1}. \quad (7.35)$$

Dla  $\delta = \pi$  natężenie w zespole interferencyjnym osiąga wartość minimalną i z kolei maksymalna wartość kontrastu wyraża się wzorem

$$V_{\max} = \left\{ 1 + r_n^2 \left( \frac{d}{2} \right) \left[ \frac{\mu(d) \mu_n(d) - 1}{1 - \mu(d)} \right]^2 \right\}^{1/2}. \quad (7.36)$$

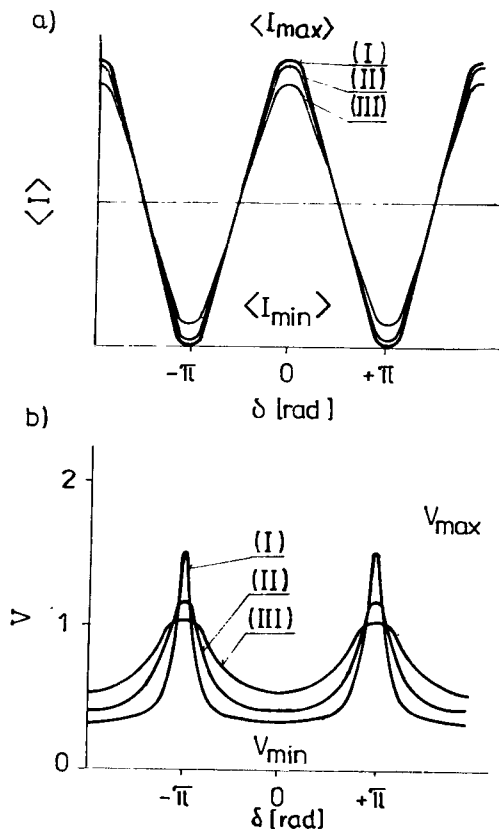
Dla sumy zespołu plamkowego i tła spójnego te charakterystyczne wartości kontrastu mają postać

$$V_{\min} = \frac{\left\{ 2r \left( \frac{d}{2} \right) \frac{2}{1 + \mu(d)} + 1 \right\}^{1/2}}{r \left( \frac{d}{2} \right) \frac{2}{1 + \mu(d)} + 1}, \quad (7.37)$$

$$V_{\max} = 1. \quad (7.38)$$

Równanie (7.38) pokazuje, że w tym szczególnym przypadku maksymalna wartość kontrastu zespołu interferencyjnego jest równa 1, niezależnie od parametru rozwinięcia i zespolonego czynnika spójności tego zespołu plamkowego. Dla całkowicie rozwiniętego zespołu plamkowego  $r = 0$  oraz  $r_n = 0$  i kontrast natężenia zespołu interferencyjnego jest równy 1 niezależnie od odległości między testującymi otworami w ekranie  $A$ . Tę ostatnią własność zespołu interferencyjnego można otrzymać z ogólnych statystycznych rozważań, które przedstawiono w części 7.2.

Na rys.25 pokazano zmiany wartości średniej natężenia oraz zmiany kontrastu natężenia zespołu interferencyjnego.

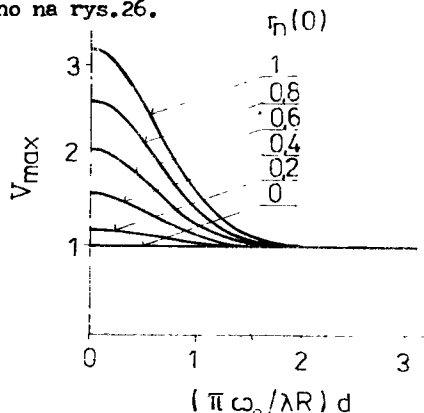


Rys.25. Ilustracja klasycznej interpretacji doświadczenia interferencyjnego Younga (a) oraz fluktuacje natężenia zespołu interferencyjnego (b). Krzywe wykreślono dla  $(\pi\omega_0/\lambda R) d = 0,5$  (I), 1,0 (II), 1,5 (III), dla których widzialność wynosi odpowiednio: 0,99; 0,94; 0,84

Krzywe na rys.25 sporządzono na podstawie wzorów (5.17) i (7.30) dla obiektu rozpraszającego tworzącego częściowo rozwinięty zespół plamkowy. Poszczególne krzywe na rys.25 odpowiadają różnym wartościom odległości  $d$  między otworami w ekranie  $\mathcal{A}$ . Na rysunku tym uwidoczniła się duża czułość, zarówno minimalnej, jak i maksymalnej wartości kontrastu ze względu na odległość  $d$ . Ta własność wydaje się być szczególnie użyteczna, jeżeli zmiany kontrastu porównamy z niewielkimi zmianami widzialności zespołów interferencyjnych. Dla małych odległości  $d$  kontrast natężenia zespołu interferencyjnego ma szerokie minimum wokół maksymalnej wartości średniej natężenia, natomiast minimalnej wartości średniej natężenia odpowiada wąski pik maksymalnej wartości kontrastu. Dla większych wartości odległości  $d$  zmiany kontrastu natężenia zespołu interferencyjnego są bardziej regularne.

Z równania (7.36) widać, że maksymalna wartość kontrastu zespołu interferencyjnego jest niezależna od parametru rozwinięcia zespołu plamkowego. Zależność maksymalnej wartości kontrastu zespołu interferencyjnego

od odległości  $d$  dla różnych wartości stopnia niecyrkularności statystyki plamkowej przedstawiono na rys.26.



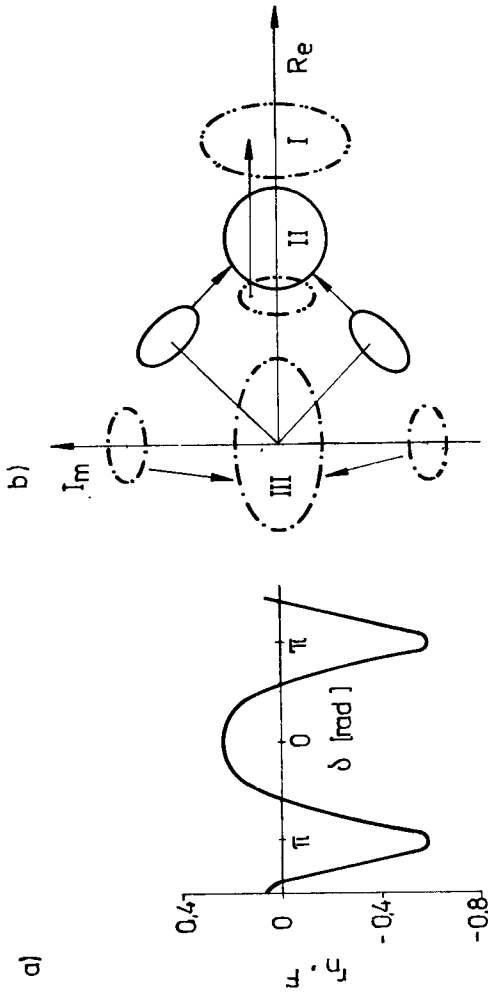
Rys.26. Zmiany maksymalnej wartości kontrastu natężenia zespołu interferencyjnego w zależności od odległości  $d$  dla różnych wartości stopnia niecyrkularności statystyki plamkowej

Rozwijając elementy równania (7.36) w szereg otrzymamy maksymalną wartość kontrastu natężenia zespołu interferencyjnego dla  $d \rightarrow 0$  w postaci

$$V_{\max} = \left\{ 1 + 9 r_n^2(0) \right\}^{1/2} . \quad (7.39)$$

Należy jednak zaznaczyć, że dla  $d \rightarrow 0$  maksymalna wartość kontrastu zespołu interferencyjnego jest nieokreślona, z uwagi na dążącą do zera wartość średnią natężenia. Własność zespołu interferencyjnego opisana równaniem (7.39) może być bardzo użyteczna w doświadczalnym określaniu stopnia niecyrkularności pola plamkowego. Rozważany problem jest także interesujący ze statystycznego punktu widzenia. Na mocy cytowanego powyżej twierdzenia o sumie gaussowskich zmiennych losowych amplituda pola zespołu interferencyjnego jest gaussowską zmienną losową. Zatem minimalna wartość natężenia w zespole interferencyjnym jest stowarzyszona z pewnym całkowicie rozwiniętym zespołem o niecyrkularnej statystyce amplitudy. W przypadkach, w których wartość stopnia niecyrkularności dąży do zera, maksymalna wartość kontrastu natężenia zespołu interferencyjnego dąży do jedności. Taką wartość  $V_{\max}$  otrzymuje się dla dużych wartości  $d$  w przypadku częściowo rozwiniętego zespołu plamkowego w płaszczyźnie ekranu  $\mathcal{A}$  oraz niezależnie od odległości  $d$  dla całkowicie rozwiniętego zespołu plamkowego i dla sumy zespołu plamkowego i tła spójnego.

Zmiany statystycznego charakteru amplitudy zespołu interferencyjnego w zależności od położenia punktu obserwacji przedstawiono na rys.27. Zależność stopnia niecyrkularności zespołu interferencyjnego  $r_{n,F}$  od położenia w płaszczyźnie ekranu  $\mathcal{B}$  przedstawia rys.27a. Dla  $\delta = 0$ , czyli dla maksymalnej wartości średniej natężenia stopień niecyrkularności  $r_{n,F}$  osiąga maksimum. Przesuwając punkt obserwacji w stronę minimalnej wartości średniej natężenia, stopień niecyrkularności  $r_{n,F}$  maleje przechodząc przez zero, co wskazuje na cyrkularną statystykę amplitudy i dalej osiąga ujemną



Rys.27. Ilustracja zmian statystyki amplitudy zespołu interferencyjnego o widzialności  $\dot{V} = 0,94$ .  
 Parametry zespołu plamkowego wynoszą  $r(0) = 10$ ,  $r_{\text{II}}(0) = 0,5$  oraz  $(\pi\omega_0/\lambda R) d = 1$

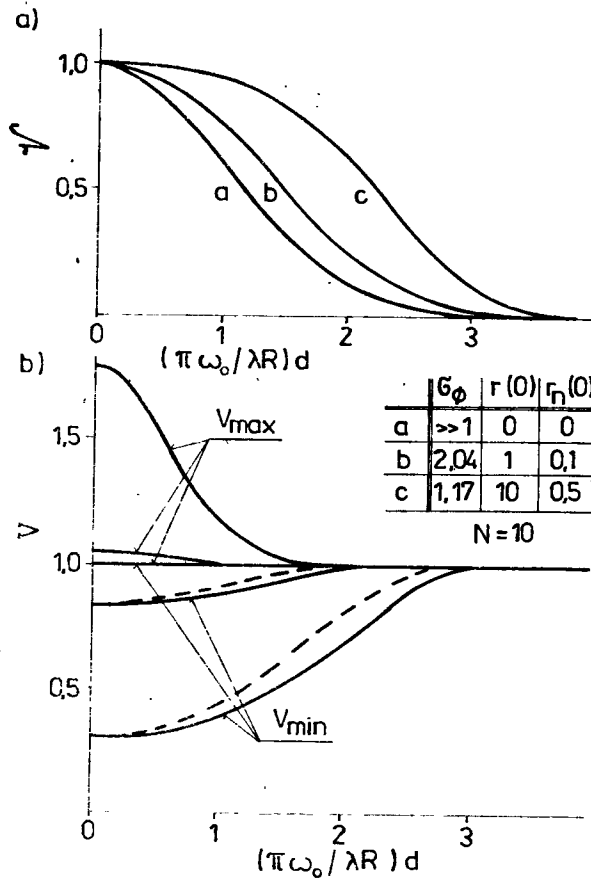
wartość minimalną, co z kolei odpowiada niecyrkularnej statystyce amplitudy. Zmiany własności statystycznych amplitudy pola zespołu interferencyjnego przedstawiono schematycznie na rys.27b posługując się krzywymi jednakowego prawdopodobieństwa amplitudy. Krzywa (I) odpowiada centralnemu położeniu punktu obserwacji w płaszczyźnie zespołu interferencyjnego. Różnica faz składowych zwierciadlanych amplitudy pola plamkowego w tym punkcie jest równa zero. Dodatnia niecyrkularność statystyki amplitudy pola zespołu interferencyjnego jest wynikiem superpozycji składowych dyfuzyjnych. Oddalając się od punktu centralnego rośnie różnica faz wiązek wychodzących z otworów  $P_1$  i  $P_2$ . W pobliżu punktu (II) zdefiniowanego przez  $\delta = \pi/2$ , superpozycja amplitud pola plamkowego daje cyrkularną statystykę pola zespołu interferencyjnego. W punkcie (III), zdefiniowanym przez  $\delta = \pi$ , amplituda składowej zwierciadlanej jest równa zero. Różnica faz dotyczy zarówno składowej zwierciadlanej, jak i dyfuzyjnej pola, co powoduje obrót elipsy jednakowego prawdopodobieństwa. W rezultacie „wypadkowa” elipsa jednakowego prawdopodobieństwa (III) jest obrócona o  $\pi/2$  względem elipsy (I). Zgodnie z definicją (1.16) elipsę (III) charakteryzuje ujemny stopień niecyrkularności.

Rys.28 przedstawia wynik klasycznej interpretacji doświadczenia interferencyjnego Younga oraz rezultaty interpretacji przedstawionej w tej pracy. Krzywe przedstawione na rys.28 wykreślono w zależności od parametru  $(\pi w / \lambda R) d$ , który reprezentuje odległość między otworami w ekranie  $\mathcal{A}$ .

Rys.28a przedstawia zmiany widzialności zespołu interferencyjnego w zależności od odległości  $d$ . Widzialność zespołu interferencyjnego dyskutowano w części 5 tej pracy.

Rys.28b przedstawia zmiany maksymalnej i minimalnej wartości kontrastu zespołu interferencyjnego w zależności od odległości  $d$  pomiędzy otworami testującymi w ekranie  $\mathcal{A}$ . Na rysunku tym przedstawiono także zmiany kontrastu zespołów plamkowych przyczyniających się do powstania poszczególnych efektów interferencyjnych. Kontrast zespołu plamkowego można zmierzyć w optycznym układzie doświadczenia interferencyjnego Younga przez zasłonięcie jednego z otworów w ekranie  $\mathcal{A}$ .

Dla małych odległości  $d$  minimalna wartość kontrastu zespołu interferencyjnego jest równa wartości kontrastu odpowiedniego zespołu plamkowego. W tym obszarze różnica faz interferujących wiązek jest w przybliżeniu równa zero. Maksymalna wartość kontrastu zespołu interferencyjnego przyjmuje wartości  $\gg 1$ , ponieważ bezwzględna wartość stopnia niecyrkularności osiąga w tym obszarze maksymalne wartości. Następnie  $V_{\min}$  osiąga wartości mniejsze od kontrastu zespołu plamkowego. Dla dużych odległości  $d$  wszystkie dyskutowane tutaj wartości kontrastu dążą do jedności. Ta graniczna wartość jest rezultatem tego, że w tym obszarze  $r$ ,  $r_n$ ,  $\mu$ ,  $\mu_n$  dążą do zera. Rys.28b pokazuje ponadto zależność fluktuacji zespołu interferencyjnego od odchylenia standardowego zmiany fazy  $\sigma_\phi$  w płaszczyźnie obiektu.



Rys.28. Zmiany widzialności (a) oraz minimalnej i maksymalnej wartości kontrastu zespołu interferencyjnego (b) w zależności od odległości  $d$

#### 7.4. Pomiary kontrastu zespołu interferencyjnego

Pomiary kontrastu zespołu interferencyjnego przeprowadzono posługując się układem doświadczalnym opisanym w części 5.3. Pomiary poprzedzono obserwacją fluktuacji natężenia prążków interferencyjnych.

Jak opisano w części 5.3 - światło rozproszone na nieporuszającym się obiekcie daje efekt interferencyjny w postaci prążków, których widzialność jest równa 1. Jeżeli rozpraszający obiekt porusza się w kierunku prostopadłym do osi optycznej układu, wówczas obserwuje się szereg charakterystycznych efektów interferencyjnych. Dla małych odległości  $d$  między otworami w ekranie  $A$  prążki interferencyjne zmieniają natężenie, obserwowane w formie pulsacji, przy czym nie zmienia się ich położenie. Przy większych odległościach  $d$  zmianom natężenia towarzyszy losowa oscylacja prążków wokół miejsca wyznaczającego średnie położenie. Dalszy wzrost odległości  $d$  powoduje zwiększenie amplitudy losowych oscylacji oraz przeskoki, które dla obserwatora wyglądają na zamianę miejsc sąsiednich prążków. Wreszcie, dla bardzo dużych

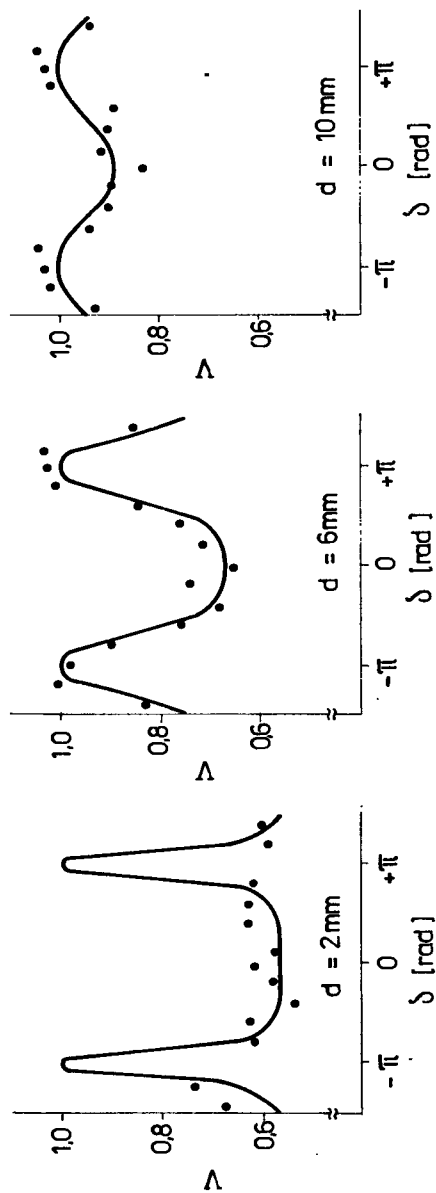


odległości  $d$  pulsującym prążkom, oprócz losowych oscylacji i przeskoków, towarzyszą bardziej ciągle zmiany położenia w postaci płynięcia.

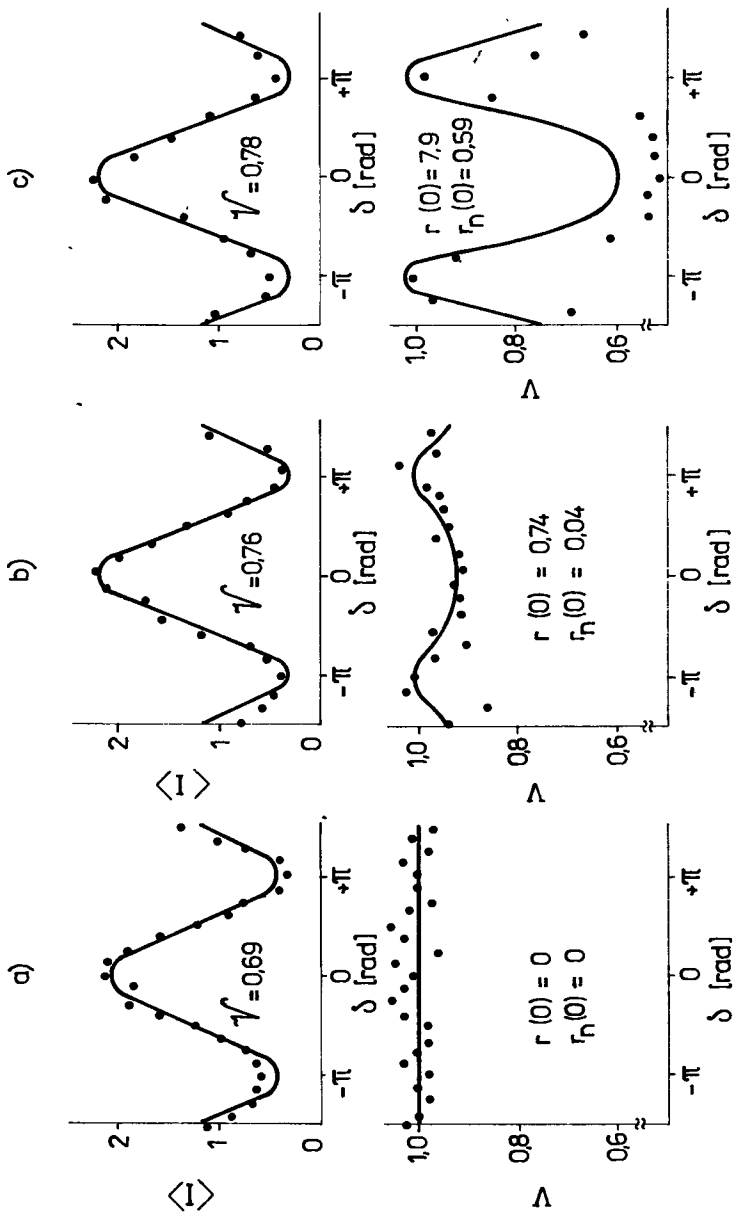
Wyniki pomiarów kontrastu natężenia zespołu interferencyjnego przedstawiono na rysunkach 29 - 32.

Na rys.29 zawarte są wyniki pomiarów kontrastu zespołu interferencyjnego w zależności od położenia punktu detekcji dla trzech różnych wartości odległości  $d$  w ekranie  $\mathcal{A}$ . Wyniki przedstawione na rys.29 dotyczą jednego rozpraszającego obiektu. Zamieszczone punkty pomiarowe są rezultatem pojedynczej serii pomiarowej. Dla odległości między otworami  $d = 2$  mm punkty doświadczalne leżą w przybliżeniu na stałym poziomie. W tym przypadku maksymalnym wartościom kontrastu odpowiada bardzo mała wartość średnia natężenia i z tego względu pomiary w tym obszarze obarczone są bardzo dużym błędem. Z uwagi na bardzo duży rozrzut wyników doświadczalnych, we wszystkich rozważanych przypadkach nie uwzględniono pomiarów maksymalnej wartości kontrastu zespołu interferencyjnego dla małych  $d$ . Następne wykresy na rys.29 przedstawiają sytuacje, w których kontrast natężenia zespołu interferencyjnego ma bardziej regularne zmiany. Krzywe ciągłe na rys.29 wykreślono na podstawie wzoru (7.30), korzystając z (2.34) i (2.35) oraz (5.10) i (5.11). Statystyczne parametry rozpraszającego obiektu określono doświadczalnie i opisano w części 2.3. Punkty doświadczalne na rys.29, z wyjątkiem obszaru wokół  $I_{\min}$  dla  $d = 2$  mm, są dobrze interpretowane przez krzywe teoretyczne.

Na rys.30 przedstawiono wyniki pomiarów wartości średniej natężenia, właściwe klasycznej interpretacji doświadczenia interferencyjnego Younga oraz rezultaty pomiarów fluktuacji natężenia zespołu interferencyjnego. Dane przedstawione na rys.30 dotyczą zespołów interferencyjnych otrzymanych przez rozpraszanie światła na trzech różnych obiektach. Na rysunku tym wybrano zespoły interferencyjne, których widzialność jest w przybliżeniu jednakowa. W ten sposób pokazano znaczenie pomiarów fluktuacji natężenia zespołów interferencyjnych w badaniu statystycznych własności zespołów plamkowych. Przypadki a i b na rys.30 przedstawiają własności statystyczne zespołów interferencyjnych, będących rezultatem głębokiego (a) i pośredniego (b) rozpraszania. W tych przypadkach w płaszczyźnie ekranu  $\mathcal{A}$  były wytworzone odpowiednio całkowicie rozwinięty (a) i częściowo rozwinięty (b) zespół plamkowy. Wyniki pojedynczych serii pomiarowych, przedstawione na rys.30a i b są dobrze interpretowane przez krzywe teoretyczne. W przypadku pośredniego rozpraszania, dla którego wyniki przedstawiono na rys.30c, doświadczalne wartości średnie natężenia zgadzają się z przewidywaniami teoretycznymi, natomiast wyniki pomiarów kontrastu natężenia zespołu interferencyjnego znacznie odbiegają od krzywych teoretycznych. Jedynie w obszarze  $I_{\min}$  wartości kontrastu są zbliżone do wyników teoretycznych. Interpretację tej niezgodności teorii z doświadczeniem przedstawimy w dalszej części tej pracy.



Rys.29. Zmiany kontrastu natężenia zespołu interferencyjnego dla różnych odległości  $d$  pomiędzy otworami w ekranie . Parametry zespołu plamkowego wynoszą  $r(0) = 4,7$ ,  $r_n(0) = 0,04$

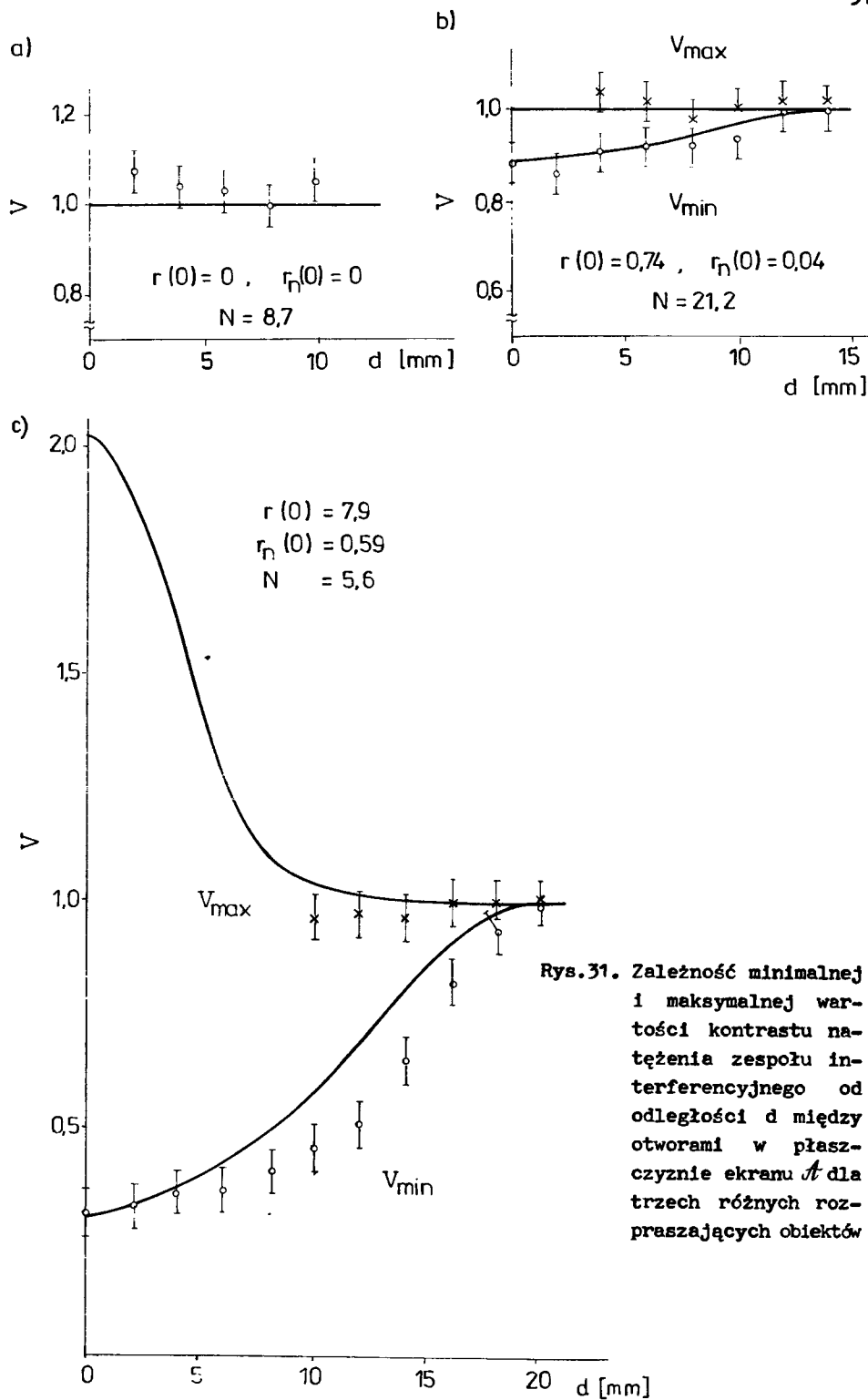


Rys. 30. Wyniki pomiarów wartości średniej natężenia oraz kontrastu natężenia zespołów interferencyjnych dla trzech różnych rozpraszających obiektów .

Na rys.31 przedstawiono wyniki pomiarów wartości minimalnej i maksymalnej kontrastu natężenia zespołu interferencyjnego otrzymanych przez rozpraszanie światła na trzech różnych obiektach. Na rys.31a przedstawiono wyniki badania zespołu interferencyjnego otrzymanego z całkowicie rozwiniętego zespołu plamkowego. Na przykładzie rys.30a widać, że w tym przypadku kontrast natężenia zespołu interferencyjnego jest równy 1, niezależnie od położenia punktu obserwacji w płaszczyźnie ekranu  $B$ . Wyniki pomiarów przedstawione na rys.31a odpowiadają wartościom maksymalnym i minimalnym kontrastu, które w tym przypadku są jednakowe. Na rys.31b i c przedstawiono wyniki pomiarów  $V_{\max}$  i  $V_{\min}$  dla obiektów pośrednio rozpraszających światło. W tych przypadkach w płaszczyźnie ekranu  $A$  wytworzone były częściowo rozwinięte zespoły plamkowe. O ile wyniki doświadczalne przedstawione na rys.31a i b są dobrze interpretowane przez krzywe teoretyczne, to punkty pomiarowe przedstawione na rys.31c w pewnych obszarach znacząco odbiegają od krzywych teoretycznych.

Rozważmy teraz wyniki badania zespołu interferencyjnego przedstawione na rys.31c. Zmierzona minimalna wartość kontrastu natężenia zespołu interferencyjnego dobrze odpowiada wartościom teoretycznym dla małych i dużych  $d$ . W obszarze pośrednim zmierzone wartości  $V_{\min}$  są znacząco mniejsze od przewidywanych teoretycznie. W celu określenia przyczyn rozbieżności wyników pomiarów  $V_{\min}$  z danymi teoretycznymi należałoby przeprowadzić bardziej szczegółowe doświadczalne badanie statystycznych własności zespołu interferencyjnego dla obiektów słabo rozpraszających światło. Istotną informację o rozważanych rozbieżnościach można uzyskać także przez badanie statystycznych własności zespołu interferencyjnego, w zależności od liczby elementarnych komórek rozpraszających, przyczyniających się do efektu plamkowego. Ponieważ takich badań nie przeprowadzono, można jedynie domniemywać o przyczynach niezgodności doświadczenia z teorią.

Własności statystyczne zespołu plamkowego odpowiadającego wynikom przedstawionym na rys.31c wielokrotnie badano doświadczalnie i otrzymane wyniki zamieszczono w poprzednich częściach tej pracy. Wyniki pomiarów kontrastu tego zespołu plamkowego przedstawione na rys.10 oraz widzialności przedstawione na rys.19 dobrze odpowiadają przewidywaniom teoretycznym. Jednakże wyniki pomiarów kontrastu całkowitego natężenia zespołu interferencyjnego, przedstawione na rys.23, odbiegają od wartości teoretycznych. Ponieważ liczba elementarnych komórek przyczyniających się do efektu plamkowego w rozważanym przypadku jest stosunkowo mała, można przypuszczać, że odstępstwa od teorii wynikają z niegaussowskiego charakteru pola. Innymi słowy można przypuszczać, że rozważane pole plamkowe jest gaussowskie w węższym sensie, to znaczy, że spełnione są relacje statystyczne służące do określenia kontrastu natężenia zespołu plamkowego. Określenie widzialności zespołu interferencyjnego nie wymaga analizy statystycznego charakteru pola plamkowego. Z kolei formuły określające kontrast całkowitego natężenia oraz kontrast natężenia w danym punkcie zespołu interferencyjnego, gdzie nie uzyskano zgodności teorii z doświadczeniem, zawierają korelacje wyższych rzędów tego pola. Zatem spełnienie tych założeń wymaga, aby pole było gaus-

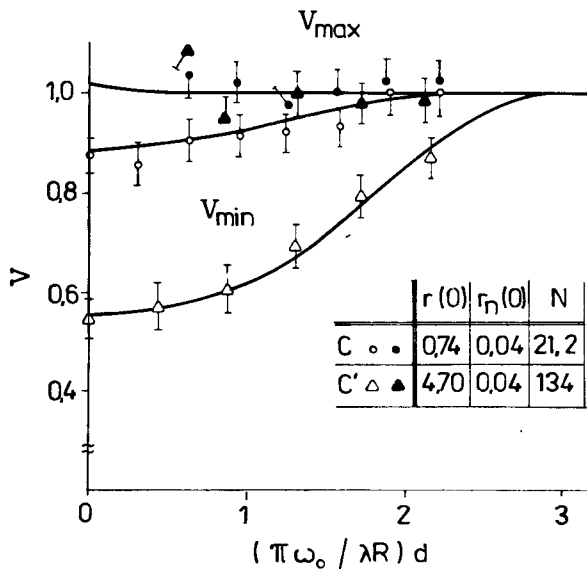


sowskie w szerszym sensie.

Obniżanie wartości kontrastu może występować wskutek badania całkowanego zespołu plamkowego. Część pomiarów przedstawionych na rys.31c wykonano w zależności od średnicy otworów w ekranie  $\mathcal{A}$ . Zmniejszanie średnicy otworów nie wprowadzało zmian wartości  $V_{\max}$ , a więc badany był właściwy zespół plamkowy. Inną przyczyną obniżenia wartości  $V_{\min}$  może być wpływ modów poprzecznych, innych niż  $TEM_{00}$ , które mogą pojawić się w oświetlającej wiązce.

Maksymalna wartość kontrastu zespołu interferencyjnego zależna jest w głównej mierze od stopnia niecyrkularności statystyki plamkowej. Wyniki przedstawione na rys.31 wskazują, że uzyskano dobrą zgodność teorii z doświadczeniem w obszarze, gdzie amplituda pola plamkowego opisywana jest statystyką cyrkularną. Wpływ niecyrkularności statystyki amplitudy na zmiany  $V_{\max}$  występuje dla małych wartości  $d$ . Jednakże w tym obszarze średnia wartość  $I_{\min}$  jest bardzo mała, co powoduje duży rozrzut wyników pomiaru  $V_{\max}$ . Z rys.31a i b widać, że zmierzone wartości  $V_{\max}$  mają tendencję rosnącą wraz ze zmniejszaniem się odległości  $d$ , natomiast na rys.31c obserwuje się malejące wartości  $V_{\max}$  wraz ze zmniejszaniem  $d$ . Takie zachowanie wyników pomiarów można wytłumaczyć szumem optycznym oraz drganiami mechanicznymi występującymi w układzie doświadczalnym. Zmiany kontrastu natężenia w zależności od położenia w płaszczyźnie zespołu interferencyjnego, odpowiadające wynikom przedstawionym na rys.31a i b, jak widać na rys.29 i rys.30, są dość regularne. Zatem w tych przypadkach drgania mechaniczne mają niewielki wpływ na zmierzone wartości kontrastu. Jednakże szum optyczny będzie powodował dodawanie do amplitudy zespołu interferencyjnego pewnej amplitudy o wartości średniej w przybliżeniu równej zero, ponieważ w rozważanych zespołach plamkowych występuje takie pole. Rezultatem takiego dodawania są efekty analogiczne do niegaussowskich i stąd podwyższona wartość kontrastu  $V_{\max}$ . Z kolei dla przypadku przedstawionego na rys.31c, w zespole plamkowym występuje duża składowa zwierciadlana. Szum optyczny „przenosi” pewną część składowej zwierciadlanej w obszary  $I_{\min}$  i stąd tendencja do obniżania wartości kontrastu  $V_{\max}$ . W tym przypadku dodatkowo na obniżenie wartości  $V_{\max}$  wpływa kształt zmiany kontrastu w płaszczyźnie zespołu interferencyjnego. Jak widać na rys.30c lub na rys.29a, przesunięcie osi optycznej układu wywołane np. drganiami mechanicznymi, powoduje w obszarze  $I_{\min}$  zmniejszenie wartości kontrastu  $V_{\max}$ .

Na rys.32 przedstawiono wyniki pomiarów maksymalnej i minimalnej wartości kontrastu natężenia zespołu interferencyjnego otrzymanego w rezultacie rozpraszania światła na ustalonym obiekcie przy zmieniającej się liczbie elementarnych komórek rozpraszających. Na rysunku tym widać, że dla zespołu plamkowego o dużej wartości parametru rozwinięcia wartości  $V_{\max}$  maleją wraz ze zmniejszaniem się  $d$ , natomiast dla zespołu plamkowego o mniejszej wartości parametru rozwinięcia wartości  $V_{\max}$  rosną wraz z malejącym  $d$ . Na podstawie wyników przedstawionych na rys.32 można uznać, że w tych przypadkach zgodność teorii z doświadczeniem jest dobra.



Rys.32. Zmiany minimalnej i maksymalnej wartości kontrastu natężenia zespołu interferencyjnego w zależności od odległości  $d$  dla różnych wartości liczby elementarnych komórek rozpraszających

W podsumowaniu wyników pomiarów kontrastu natężenia zespołu interferencyjnego można stwierdzić, że uzyskano dobrą zgodność teorii z doświadczeniem dla obiektów tworzących całkowicie rozwinięty zespół plamkowy. W przypadkach częściowo rozwiniętych zespołów plamkowych zgodność uzyskano dla małych wartości stopnia niecyrkularności statystyki pola plamkowego. W przypadkach pośredniego rozpraszania przedstawione rozważania teoretyczne jedynie w pewnych obszarach interpretują wyniki doświadczalne. Przedstawione teoretyczne i doświadczalne wyniki są podstawą do stwierdzenia o istotnej roli badania statystycznych własności zespołów interferencyjnych w studiowaniu zjawisk plamkowych.

#### 7.5. Dodatek

W celu obliczenia kontrastu natężenia w danym punkcie zespołu interferencyjnego obliczono momenty wchodzące w skład równania (7.28). Korzystając z twierdzenia Wanga i Uhlenbecka (6.4) i twierdzenia o liczbach zespolonych (7.3) oraz pomijając argumenty  $I_S$ ,  $I_{NC}$ ,  $I_N$ ,  $u$  i  $u_n$  momenty wchodzące w skład równania (7.28) otrzymamy w następującej postaci:

$$\langle |u_1|^4 \rangle = I_S^2 \quad (1)$$

$$\langle |u_1|^2 |u_2|^2 \rangle = I_S^2 \quad (2)$$

$$\langle \text{Re} \{ |u_1|^2 u_1 u_2^* \} \rangle = I_S^2 \cos \delta \quad (3)$$

$$\langle \text{Re}^2 \{ u_1 u_2^* \} \rangle = I_S^2 \cos^2 \delta \quad (4)$$

$$\langle |v_1|^4 \rangle = 2 \langle I_N \rangle^2 + \langle I_{NC} \rangle^2 \quad (5)$$

$$\langle |v_1|^2 |v_2|^2 \rangle = \langle I_N \rangle^2 + \langle I_N \rangle^2 \mu^2 + \langle I_{NC} \rangle^2 \mu^2 \mu_n^2 \quad (6)$$

$$\langle \text{Re} \{ |v_1|^2 v_1^* v_2^* \} \rangle = [2 \langle I_N \rangle^2 \mu + \langle I_{NC} \rangle^2 \mu \mu_n] \cos \delta \quad (7)$$

$$\begin{aligned} \langle \text{Re}^2 \{ v_1 v_2^* \} \rangle &= [\langle I_{NC} \rangle^2 + 2 \langle I_N \rangle^2 \mu^2] \cos^2 \delta - \frac{1}{2} \langle I_N \rangle^2 \mu^2 \\ &\quad + \frac{1}{2} \langle I_{NC} \rangle^2 \mu^2 \mu_n^2 + \frac{1}{2} \langle I_N \rangle^2 - \frac{1}{2} \langle I_{NC} \rangle^2 \end{aligned} \quad (8)$$

$$\langle |u_1|^2 |v_1|^2 \rangle = I_s \langle I_N \rangle \quad (9)$$

$$\langle \text{Re} \{ |v_1|^2 u_1 v_2^* \} \rangle = I_s \langle I_N \rangle \cos \delta \quad (10)$$

$$\langle \text{Re} \{ |u_1|^2 v_1 v_2^* \} \rangle = I_s \langle I_N \rangle \mu \cos \delta \quad (11)$$

$$\langle \text{Re}^2 \{ u_1 v_1^* \} \rangle = \frac{1}{2} I_s \langle I_N \rangle - \frac{1}{2} I_s \langle I_{NC} \rangle \quad (12)$$

$$\langle \text{Re}^2 \{ u_1 v_2^* \} \rangle = \frac{1}{2} I_s \langle I_N \rangle + \frac{1}{2} I_s \langle I_{NC} \rangle - I_s \langle I_{NC} \rangle \cos^2 \delta \quad (13)$$

$$\langle \text{Re} \{ u_1 v_2^* \} \text{Re} \{ v_1 v_2^* \} \rangle = I_s \langle I_N \rangle \mu \cos^2 \delta \quad (14)$$

$$\langle \text{Re} \{ u_1 v_1^* \} \text{Re} \{ u_1 v_2^* \} \rangle = \frac{1}{2} I_s [\langle I_N \rangle \mu - \langle I_{NC} \rangle \mu \mu_n] \cos \delta \quad (15)$$

$$\langle \text{Re} \{ u_1 v_1^* \} \text{Re} \{ u_2 v_1^* \} \rangle = \frac{1}{2} I_s [\langle I_N \rangle - \langle I_{NC} \rangle] \cos \delta \quad (16)$$

$$\langle \text{Re} \{ u_1 v_1^* \} \text{Re} \{ u_2 v_2^* \} \rangle = \frac{1}{2} I_s [\langle I_N \rangle \mu - \langle I_{NC} \rangle \mu \mu_n] \quad (17)$$

$$\begin{aligned} \langle \text{Re} \{ u_1 v_2^* \} \text{Re} \{ u_2 v_1^* \} \rangle &= I_s [\langle I_N \rangle \mu \cos^2 \delta - \frac{1}{2} \langle I_N \rangle \mu \\ &\quad - \frac{1}{2} \langle I_{NC} \rangle \mu \mu_n] \end{aligned} \quad (18)$$



## PODSUMOWANIE

W przedstawionej pracy zamieszczono wyniki teoretycznych i doświadczalnych badań spójności zespołów plamkowych. Rozważano monochromatyczne, spolaryzowane, gaussowskie, całkowicie i częściowo rozwinięte zespoły plamkowe oraz sumę zespołu plamkowego i tła spójnego. Własności statystyczne zespołów plamkowych analizowano w dalekiej strefie, w zależności od wielkości charakteryzujących rozpraszające obiekty. Badania dotyczą rozpraszania światła na obiektach fazowych.

Przedłożona praca stanowi usystematyzowane przedstawienie teoretycznych i doświadczalnych rezultatów autora [117, 133, 170, 173-178]. W trakcie prowadzenia badań korzystano z wielu wyników uzyskanych przez autorów studiujących zjawiska plamkowe. Spośród prac wymienionych w bibliografii należy wymienić trzy pozycje wyznaczające kierunki badań i jednocześnie stanowiące podstawę przeprowadzonych rozważań. Są to - praca Goodmana, w której przedstawiono koncepcję spójności plamkowej [132], praca Ohtsubo i Asakury, zawierająca wyniki badań statystycznych własności 1-go rzędu gaussowskich zespołów plamkowych w dalekiej strefie [105] oraz praca Martiensena i Spillera, w której opisano wyniki obserwacji fluktuacji zespołu interferencyjnego [131].

Goodman przedstawił koncepcję spójności plamkowej w zakresie wystarczającym do interpretacji doświadczenia interferencyjnego Younga zastosowanego do plamek. Koncepcję Goodmana zamieszczono w części 3. W części 4, w oparciu o statystyczny opis pola optycznego zaproponowany przez Wolfa, rozszerzono koncepcję Goodmana, nadając jej postać ogólnego statystycznego opisu pola plamkowego. W ten sposób ogólna koncepcja spójności plamkowej obejmuje cały obszar statystycznych własności zespołów plamkowych, będąc jednocześnie podstawą interpretacji zjawisk plamkowych. Zaproponowano warunki spójności zespołu plamkowego, będące odpowiednikami warunków spójności światła, podanych przez Glaubera.

Celem ustalenia zależności pomiędzy statystycznymi własnościami zespołu plamkowego i wielkościami charakteryzującymi rozpraszający obiekt należy, korzystając z metod optyki falowej, określić poszczególne momenty statystyczne amplitudy pola plamkowego. W części 2 przedstawiono rezultaty Ohtsubo i Asakury dotyczące statystycznych własności 1-go rzędu częściowo rozwiniętych zespołów plamkowych w dalekiej strefie oraz zaproponowano modyfikację tego opisu. W miejsce składowej zwierciadlanej oraz odchylenia standardowego części rzeczywistej i urojonej amplitudy, używanych w dyskusji własności zespołów plamkowych, wprowadzono parametr rozwinięcia oraz stopień niecyrkularności statystyki pola plamkowego. Taka modyfikacja, nie zawężając prowadzonych rozważań, ogranicza liczbę statystycznych parametrów zespołu plamkowego do dwóch, a przede wszystkim daje większą czytel-

ność w relacji: własności zespołu plamkowego - własności rozpraszającego obiektu. W części 5 przedstawiono rezultaty dotyczące statystyki 2-go rzędu częściowo rozwiniętych zespołów plamkowych w dalekiej strefie. Obliczono, korzystając z metod optyki falowej, przestrzenne korelacje części rzeczywistej i urojonej amplitudy pola plamkowego. Na podstawie twierdzenia van Citterta-Zernike zinterpretowano wielkości opisujące statystyczne własności 2-go rzędu częściowo rozwiniętych zespołów plamkowych. Dyskutowano różnicę, która powstaje w przestrzennym zachowaniu się korelacji części rzeczywistej i urojonej amplitudy pola w zależności od stopnia niecyrkularności statystyki plamkowej.

Koncepcja spójności plamkowej oraz określenie statystycznych własności 2-go rzędu gaussowskich zespołów plamkowych umożliwiły teoretyczną interpretację doświadczeń służących do badania korelacji plamkowej. W części 5 przedstawiono interpretację doświadczenia interferencyjnego Younga dla częściowo rozwiniętych zespołów plamkowych. Z przeprowadzonych rozważań wynika, że w celu określenia widzialności zespołu interferencyjnego pochodzącego od częściowo rozwiniętego zespołu plamkowego wystarczy określić parametr rozwinięcia tego zespołu oraz zespolony czynnik spójności pewnego całkowicie rozwiniętego zespołu plamkowego. W części 6 przedstawiono interpretację doświadczenia Hanbury Browna i Twissa, zastosowanego do plamek oraz obliczono kontrast całkowitego natężenia zespołu interferencyjnego. Zarówno kowariancja natężenia zespołu plamkowego, jak i kontrast całkowitego natężenia zespołu interferencyjnego, są zależne od parametru rozwinięcia, stopnia niecyrkularności, zespolonego czynnika spójności oraz czynnika określającego różnicę w przestrzennym zachowaniu się korelacji części rzeczywistej i urojonej amplitudy pola plamkowego. W części 7 przedstawiono wyniki rozważań dotyczące fluktuacji natężenia w danym punkcie zespołu interferencyjnego. Opis fluktuacji natężenia w danym punkcie zespołu interferencyjnego, oprócz wariancji i kowariancji natężenia zespołu plamkowego, zawiera uogólnione momenty, opisujące efekty spójności plamkowej 4-go rzędu, które nie występują ani w klasycznej interpretacji doświadczenia interferencyjnego Younga ani w interpretacji doświadczenia Hanbury Browna i Twissa. Kontrast natężenia zespołu interferencyjnego ma dwie charakterystyczne wartości - maksymalną i minimalną - stowarzyszone odpowiednio z minimalną i maksymalną wartością średnią natężenia. W szczególności teoretyczne wyrażenie na maksymalną wartość kontrastu natężenia zespołu interferencyjnego wskazuje na możliwość określenia doświadczalnego, metodą wprost, stopnia niecyrkularności statystyki plamkowej.

Uzyskane rezultaty teoretyczne były podstawą do interpretacji przeprowadzonych badań doświadczalnych. Wyniki doświadczalnego badania kontrastu zespołów plamkowych, widzialności, kontrastu całkowitego natężenia oraz kontrastu natężenia w danym punkcie zespołu interferencyjnego zamieszczono odpowiednio w częściach 2, 5, 6 i 7. Uzyskano dobrą zgodność teorii z doświadczeniem dla zespołów plamkowych o małym stopniu niecyrkularności. W przypadku słabego rozpraszania wyniki pomiarów kontrastu natężenia zespołu plamkowego i widzialności są zgodne z wartościami teoretycznymi, na-

tomiaś wyniki pomiarów kontrastu całkowitego natężenia i kontrastu natężenia w danym punkcie zespołu interferencyjnego wykazały w pewnych obszarach odstępstwa od wartości teoretycznych.

Przedstawiona praca jest próbą systematycznego opisu zespołów plamkowych w oparciu o koncepcję spójności plamkowej. Przyjęta metoda może być stosowana do dalszych badań monochromatycznych, spolaryzowanych, gaussowskich zespołów plamkowych oraz do wszystkich innych rodzajów zespołów plamkowych. Przeprowadzone rozważania mają charakter badań podstawowych, jednakże wiele otrzymanych rezultatów może być podstawą badań o charakterze aplikacyjnym.





## LITERATURA

- [1] J. C. Dainty, ed., „Laser Speckle and Related Phenomena”, Springer-Verlag, New York, 1975
- [2] T. Fukeya and J. Tsujiuchi, *Nouv. Rev. Opt.*, 6 (1975) 317
- [3] J. C. Dainty, in „Progress in Optics”, E. Wolf, ed., North-Holland, Amsterdam, (1976) pp.3 - 34
- [4] J. W. Goodman, *J. Opt. Soc. Am.*, 66 (1976) 1145
- [5] M. Francon, „Laser Speckle and Applications in Optics”, Academic Press, New York, 1979
- [6] G. Ross and M. A. Fiddy, *Opt. Acta*, 25 (1978) 205
- [7] E. Mróz, w „Holografia optyczna”, red. M. Pluta, PWN, Warszawa, 1980, str. 302 - 342
- [8] J. W. Goodman, *Proc. SPIE*, 556 (1985) 2
- [9] J. W. Goodman, „Statistical Optics”, John Wiley and Sons, New York, 1985
- [10] K. Singh, *Atti. Fond. G. Ronchi*, 27 (1972) 197, *J. Opt. (India)*, 8 (1979) 51, *ibid*, 10 (1981) 17, *ibid*, 10 (1981) 61, *inf. pryw.*
- [11] Lord Rayleigh, *Phil. Mag.*, 37 (1919) 321
- [12] P. Beckmann and A. Spizzichino, „The Scattering of Electromagnetic Waves from Rough Surfaces”, Pergamon, London, 1963
- [13] J. W. Goodman, *Tech. Rap.*, (SEL-63-140), 1963
- [14] M. May, *J. Phys.*, E10 (1977) 849
- [15] W. T. Welford, *Opt. Quant. Elect.*, 9 (1977) 269
- [16] R. K. Erf, ed., „Speckle Metrology”, Academic Press, New York, 1978
- [17] J. W. Goodman, in „Laser Speckle and Related Phenomena”, J. C. Dainty, ed., Springer-Verlag, New York, 1975, pp. 9 - 74
- [18] K. J. Ebeling, *Opt. Acta*, 26 (1979) 1345
- [19] K. J. Ebeling, *Opt. Acta*, 26 (1979) 1505
- [20] R. D. Bahuguna, K. K. Gupta and K. Singh, *J. Opt. Soc. Am.*, 70 (1980) 874
- [21] N. Takai, T. Iwai, T. Ushizaka and T. Asakura, *J. Opt. Soc. Am.*, 11 (1980) 93
- [22] J. Ohtsubo, *J. Opt. Soc. Am.*, 72 (1982) 1249
- [23] J. Ohtsubo, *Opt. Commun.*, 42 (1982) 13
- [24] E. Ochoa and J. W. Goodman, *J. Opt. Soc. Am.*, 73 (1983) 943

- [25] M. Kowalczyk, *Opt. Commun.*, 48 (1983) 233
- [26] G. da Costa and G. Guerri, *J. Opt. Soc. Am.*, 68 (1978) 866
- [27] S. Donati and G. Martini, *J. Opt. Soc. Am.*, 69 (1979) 1690
- [28] J. Uozumi and T. Asakura, *Opt. Quant. Elect.*, 12 (1980) 477
- [29] H. Kadano, N. Takai and T. Asakura, *Opt. Acta*, 32 (1985) 1223
- [30] N. Takai, H. Kadano and T. Asakura, *Opt. Eng.*, 25 (1986) 627
- [31] A. A. Scribot, *Opt. Commun.*, 11 (1974) 238
- [32] H. H. Arsenault and G. April, *J. Opt. Soc. Am.*, 66 (1976) 1160
- [33] C. C. Sung, J. D. Stettler and T. L. Kuo, *Appl. Opt.*, 20 (1981) 963
- [34] T. Iwai, N. Takai and T. Asakura, *Opt. Acta*, 28 (1981) 1425
- [35] K. Nakagawa, N. Nagamatsu, T. Asakura and Y. Shindo, *J. Opt.*, 13 (1982) 147
- [36] J. M. Burch, in „Optical Instruments and Techniques”, ed., J. H. Dickson, Oriel, Newcastle upon Tyne, 1969, pp. 213
- [37] E. Archebold, A. E. Ennos and P. Taylor, *ibid*, p. 265
- [38] R. Barakat, *Opt. Commun.*, 8 (1973) 14
- [39] J. W. Goodman, *Opt. Commun.*, 13 (1975) 244
- [40] J. Ohtsubo and T. Asakura, *Appl. Phys.*, 14 (1977) 183
- [41] J. Ohtsubo and T. Asakura, *Opt. Lett.*, 1 (1977) 98
- [42] J. Ohtsubo and T. Asakura, *Appl. Phys.*, 17 (1978) 159
- [43] R. Barakat, *Opt. Commun.*, 52 (1984) 1
- [44] A. A. Scribot, *Opt. Commun.*, 13 (1975) 81
- [45] P. Hariharan, *Opt. Acta*, 24 (1977) 979
- [46] A. F. Fercher and P. F. Steeger, *Opt. Acta*, 28 (1981) 443
- [47] P. F. Steeger and A. F. Fercher, *Opt. Acta*, 29 (1982) 1395
- [48] M. Nieto-Vesperinas, *J. Opt. Soc. Am.*, 72 (1982) 539
- [49] P. F. Steeger, T. Asakura, K. Zocha and A. F. Fercher, *J. Opt. Soc. Am.*, A1 (1984) 677
- [50] T. Asakura and N. Takai, *Appl. Phys.*, 25 (1981) 179
- [51] J. H. Churnside, *J. Opt. Soc. Am.*, 72 (1982) 1464
- [52] N. Takai, T. Iwai and T. Asakura, *Appl. Opt.*, 22 (1983) 170
- [53] J. Marron and G. M. Morris, *J. Opt. Soc. Am.*, A2 (1985) 1395
- [54] H. Stark and Y. Fainman, *J. Opt. Soc. Am.*, A2 (1985) 437
- [55] N. Takai, *J. Opt. Soc. Am.*, A3 (1986) 452
- [56] R. A. Sprague, *Appl. Opt.*, 11 (1972) 2811

- [57] H. Fuji and T. Asakura, *Opt. Commun.*, 12 (1974) 32
- [58] G. Tribillon, *Opt. Commun.*, 11 (1974) 172
- [59] G. Parry, *Opt. Quant. Elect.*, 7 (1975) 311
- [60] H. Fuji and T. Asakura, *Nouv. Rev. Opt.*, 6 (1975) 5
- [61] J. Ohtsubo and T. Asakura, *Nouv. Rev. Opt.*, 6 (1975) 189
- [62] H. M. Pedersen, *Opt. Acta*, 22 (1975) 15
- [63] E. Jakeman, E. R. Pike, G. Parry and B. Saleh, *Opt. Commun.*, 19 (1976) 359
- [64] D. Leger and J. C. Perrin, *J. Opt. Soc. Am.*, 66 (1976) 1210
- [65] T. S. McKechnie, *Opt. Quant. Elect.*, 8 (1976) 61
- [66] N. George, A. C. Livanos, J. A. Roth and C. H. Papas, *Opt. Acta*, 23 (1976) 367
- [67] K. Nakagawa and T. Asakura, *Opt. Commun.*, 27 (1978) 207
- [68] K. Nakagawa and T. Asakura, *Opt. Let.*, 5 (1980) 404
- [69] V. S. R. Gudimetla and J. F. Holmes, *J. Opt. Soc. Am.*, 70 (1980) 1015
- [70] T. Iwai, N. Takai and T. Asakura, *Jap. J. Appl. Phys.*, 22 (1983) 1523
- [71] E. Jakeman and P. N. Pusey, *J. Phys.*, A8 (1975) 369
- [72] P. N. Pusey and E. Jakeman, *J. Phys.*, A8 (1975) 392
- [73] E. Jakeman, J. G. McWhirter and P. N. Pusey, *J. Opt. Soc. Am.*, 66 (1976) 1175
- [74] H. Fuji, T. Asakura and Y. Shindo, *Opt. Commun.*, 16 (1976) 68
- [75] A. Zardecki and C. Delisle, *Opt. Acta*, 24 (1977) 241
- [76] H. M. Esoamilia, *Opt. Acta*, 25 (1978) 777
- [77] J. Chrostowski and A. Zardecki, *Opt. Commun.*, 26 (1978) 27
- [78] J. Ohtsubo and T. Asakura, *Opt. Commun.*, 25 (1978) 315
- [79] B. J. Hoenders, E. Jakeman, H. P. Baltes and B. Steinle, *Opt. Acta*, 26 (1979) 1307
- [80] J. Uozumi and T. Asakura, *Opt. Acta*, 27 (1980) 1345
- [81] H. Fuji, *Opt. Acta*, 27 (1980) 409
- [82] E. Jakeman and J. G. McWhirter, *Appl. Phys.*, 26 (1981) 125
- [83] J. Uozumi and T. Asakura, *J. Opt.*, 12 (1981) 177
- [84] B. M. Levine and J. C. Dainty, *Opt. Commun.*, 45 (1983) 252
- [85] M. Kowalczyk and P. Zalicki, *Proc. SPIE*, 556 (1985) 50
- [86] J. C. Dainty, *Opt. Acta*, 17 (1970) 761
- [87] J. C. Dainty, *J. Opt. Soc. Am.*, 62 (1972) 595
- [88] H. Fuji and T. Asakura, *Opt. Commun.*, 11 (1974) 35

- [89] N. George and A. Jain, *Appl. Phys.*, 4 (1974) 201
- [90] H. M. Pedersen, *Opt. Commun.*, 12 (1974) 156
- [91] J. Ohtsubo, H. Fuji and T. Asakura, *Jap. J. Appl. Phys.*, 14 (1975) Suppl. 14 - 1
- [92] N. George, A. Jain and R. D. S. Melville, *Appl. Phys.*, 7 (1975) 157
- [93] W. T. Welford, *Opt. Quant. Elect.*, 7 (1975) 413
- [94] N. Takai, *Opt. Commun.*, 14 (1975) 24 .
- [95] J. Ohtsubo and T. Asakura, *Opt. Commun.*, 14 (1975) 30
- [96] J. W. Goodman, *Opt. Commun.*, 14 (1975) 324
- [97] J. Ohtsubo and T. Asakura, *Optik*, 45 (1976) 65
- [98] H. M. Pedersen, *Opt. Commun.*, 16 (1976) 63
- [99] H. M. Pedersen, *J. Opt. Soc. Am.*, 66 (1976) 1204
- [100] H. Fuji, T. Asakura and Y. Shindo, *J. Opt. Soc. Am.*, 66 (1976) 1217
- [101] T. Asakura and J. Ohtsubo, *Optik*, 46 (1976) 19
- [102] H. Fuji, J. Uozumi and T. Asakura, *J. Opt. Soc. Am.*, 66 (1976) 1222
- [103] J. Uozumi, H. Fuji and T. Asakura, *J. Opt. Soc. Am.*, 67 (1977) 808
- [104] H. Fuji and T. Asakura, *Opt. Commun.*, 21 (1977) 80
- [105] J. Ohtsubo and T. Asakura, *Appl. Opt.*, 16 (1977) 1742
- [106] E. Jakeman and W. T. Welford, *Opt. Commun.*, 21 (1977) 72
- [107] H. Fuji and T. Asakura, *J. Opt. Soc. Am.*, 67 (1977) 1171
- [108] J. Peřina, *Acta Phys. Pol.*, A52 (1977) 703
- [109] B. Grzegorzewski, *Acta Phys. Pol.*, A53 (1978) 703
- [110] J. A. Holzer, J. D. Stettler and C. C. Sung, *Appl. Opt.*, 18 (1979) 312
- [111] W. T. Welford, *Contemp. Phys.*, 35 (1980) 401
- [112] B. Grzegorzewski, *Opt. Commun.*, 35 (1980) 164
- [113] M. Nieto-Vesperinas and N. Garcia, *Opt. Commun.*, 35 (1980) 25
- [114] R. Grella, *Opt. Acta*, 27 (1980) 1161
- [115] R. Barakat, *J. Opt. Soc. Am.*, 71 (1981) 86
- [116] J. Uozumi and T. Asakura, *Appl. Opt.*, 20 (1981) 1454
- [117] B. Grzegorzewski and J. Maliek, *Opt. Commun.*, 45 (1983) 160
- [118] Y. Wang and L. Wolfe, *J. Opt. Soc. Am.*, 73 (1983) 1596
- [119] N. Garcia and E. Stoll, *J. Opt. Soc. Am.*, A2 (1985) 2240
- [120] N. Garcia and E. Stoll, *Phys. Rev. Lett.*, 52 (1984) 1798
- [121] D. A. de Wolf and S. R. Begum, *J. Opt. Soc. Am.*, A2 (1985) 2106
- [122] J. P. Rossi and D. Maystre, *Opt. Acta*, 32 (1985) 1427



- [123] M. Born and E. Wolf, „Principles of Optics”, Pergamon Press, Oxford, 1970
- [124] E. L. O’Neill, „Introduction to Statistical Optics”, Addison-Wesley, Reading, 1963
- [125] M. Beran and G. B. Parrent, „Theory of Partial Coherence”, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, 1964
- [126] L. Mandel and E. Wolf, Rev. Mod. Phys., 37 (1965) 231
- [127] W. H. Steel, „Interferometry”, Cambridge University Press, Cambridge, 1967
- [128] E. Wolf, J. Opt. Soc. Am., 68 (1978) 6
- [129] J. Peřina, „Coherence of Light”, D. Reidel Publishing Company, Dordrecht, 1985
- [130] R. J. Glauber, Phys. Rev., 130 (1963) 2529
- [131] W. Martienssen and E. Spiller, Am. J. Phys., 32 (1964) 919
- [132] J. W. Goodman, Proc. SPIE, 194 (1979) 86
- [133] B. Grzegorzewski, Proc. SPIE, 556 (1985) 350
- [134] L. I. Goldfisher, J. Opt. Soc. Am., 55 (1965) 247
- [135] J. W. Goodman, Proc. IEEE, 53 (1965) 1688
- [136] T. Suzuki and R. Hioki, Jap. J. Appl. Phys., 5 (1966) 807
- [137] H. H. Arsenuault, J. Opt. Soc. Am., 61 (1971) 1425
- [138] H. Fuji and T. Asakura, Optik, 39 (1974) 284
- [139] H. M. Pedersen, Opt. Acta, 22 (1975) 523
- [140] M. G. Miller, A. M. Schneiderman and P. F. Kellen, J. Opt. Soc. Am., 65 (1975) 779
- [141] J. C. Leader, J. Opt. Soc. Am., 66 (1976) 536
- [142] J. C. Erdmann and R. I. Gellert, J. Opt. Soc. Am., 66 (1976) 1194
- [143] H. Takahara, Appl. Opt., 15 (1976) 609
- [144] J. A. Mendez and M. L. Roblin, Nouv. Rev. Opt., 7 (1976) 105
- [145] C. Wykes, Opt. Acta, 24 (1977) 517
- [146] E. Jakeman and J. G. McWhirter, J. Phys., A:Math. Gen., 10 (1977) 517
- [147] R. Jones and C. Wykes, Opt. Acta, 24 (1977) 533
- [148] J. C. Hagopian and M. May, Opt. Commun., 25 (1978) 323
- [149] J. Poltich, Appl. Opt., 17 (1978) 2329
- [150] J. Ohtsubo, J. Opt., 10 (1979) 169
- [151] S. Donati and G. Martini, J. Opt. Soc. Am., 69 (1979) 1690
- [152] B. Stoffregen, Optik, 52 (1978/1979) 305

- [153] B. Stoffregen, *Optik*, 52 (1978/1979) 385
- [154] B. Stoffregen, *Optik*, 54 (1979) 75
- [155] B. Stoffregen, *Optik*, 55 (1980) 261
- [156] J. C. Leader, *Opt. Eng.*, 19 (1980) 593
- [157] P. Hariharan, *Am. J. Phys.*, 48 (1980) 880
- [158] J. Ohtsubo, *J. Opt.*, 12 (1981) 129
- [159] K. A. O'Donnell, *J. Opt. Soc. Am.*, 72 (1982) 191
- [160] H. M. Pedersen, *Opt. Acta*, 29 (1982) 105
- [161] H. M. Pedersen, *Opt. Acta*, 29 (1982) 877
- [162] T. Iwai, N. Nakai and T. Asakura, *Opt. Acta*, 30 (1983) 759
- [163] T. Gonsiorowski and J. C. Dainty, *J. Opt. Soc. Am.*, 73 (1983) 234
- [164] G. April and H. H. Arsenault, *J. Opt. Soc. Am.*, A1 (1984) 738
- [165] J. Marron and G. M. Morris, *J. Opt. Soc. Am.*, A2 (1985) 1403
- [166] N. George, *Proc. SPIE*, 556 (1985) 8
- [167] A. F. Fercher and U. Vry, *Proc. SPIE*, 556 (1985) 110
- [168] B. Ruffing and J. Fleischer, *J. Opt. Soc. Am.*, A2 (1985) 1637
- [169] A. F. Fercher, H. Z. Hu and U. Vry, *Appl. Opt.*, 24 (1985) 2181
- [170] B. Grzegorzewski, *Opt. Acta*, 33 (1986) 1441
- [171] J. Marron and G. M. Morris, *Appl. Opt.*, 25 (1986) 789
- [172] R. Barakat and R. J. Salawitch, *Opt. Acta*, 33 (1986) 79
- [173] B. Grzegorzewski, *Conf. Digest, ICO-13, Sapporo-84*, p. 120
- [174] B. Grzegorzewski, *Opt. Commun.*, 57 (1986) 156
- [175] B. Grzegorzewski, *J. Mod. Opt.*, 34 (1987) 1351
- [176] B. Grzegorzewski, *Opt. Commun.*, przyjęte do druku
- [177] B. Grzegorzewski, *Optik*, w przygotowaniu
- [178] A. Garuccio, K. R. Popper and J. P. Vigiier, *Phys. Lett.*, 86 A (1981) 397



## COHERENCE OF SPECKLE PATTERN

## Summary

Speckle pattern arises when fairly coherent light is scattered by a medium with random refractive index fluctuations. Recently speckle phenomena have attracted the attention of many investigators and have been the basis of many applications. The book contains the results of a theoretical and experimental study related to monochromatic, polarized, Gaussian, partially and fully developed speckle pattern in far field region. Also, the sum of speckle pattern and a coherent background is taken into consideration. First, general statistical properties of the classical speckle pattern are given and a short review of speckle investigations is presented. The description of the first-order statistics of the speckle pattern is presented on the basis of Ohtsubo and Asakura results with the use of "beam ratio" parameter and non-circularity degree of speckle statistics. The treatment of Young's interference experiment is presented together with Goodman's coherence concepts on the study of speckle. Next, in analogy to Wolf's classical description of the light field, a general statistical description of the speckle field is suggested. Also, speckle coherence conditions are proposed. The study of the second-order speckle coherence effects contains an analysis of space amplitude correlation of the speckle field and a discussion of van Cittert-Zernike theorem. The visibility of the fringe pattern generated by the partially developed speckle is evaluated. The fourth-order speckle coherence effects are discussed by means of Hanbury Brown and Twiss experiment and fluctuations of the totally integrated fringe pattern intensity. Finally, intensity fluctuation in a given point of the fringe pattern are studied. The results of a theoretical study are compared with experimental data. The experimental arrangements are described and the results of measurements of contrast in a given point of the far field plane, visibility, contrast of the totally integrated intensity of the fringe pattern and contrast in a given point of the fringe pattern are presented.

## КОГЕРЕНТНОСТЬ СПЕКЛОВ

## Резюме

Спеклы образуются, когда достаточно когерентный свет рассеивается в среде, где возникают случайные флуктуации показателя преломления. В последние годы спекловые явления были интенсивно исследованы и на их основе сделано много практических применений. В этой работе заключены результаты теоретических и экспериментальных исследований монохроматических, поляризованных, гауссовских, частично и полностью развитых спеклов исследуемых в пространстве далёкой зоны. Рассматривается также сумма спеклов и когерентной основы. Впервые представлены общие статистические свойства классических спеклов и краткий обзор результатов исследования их. Опись статистических свойств первого порядка спеклов представлена на основе результатов Охтсубо и Асакуры, используя параметр развития и степень нециркулярности спекловой статистики. Интерпретацию интерференционного опыта Юнга представлена вместе с концепцией когерентности спеклов Гудмана. Далее, аналогично классической описи оптического поля выполненного Вольфом, предложена общая статическая опись спеклового поля. Предложены также условия спекловой когерентности. Исследование эффектов второго порядка спекловой когерентности охватывает анализ пространственной корреляции спеклового поля вместе с дискуссией проведённой на основе теоремы Циттерта - Зэрнике. Определена видимость интерференционной фигуры света образующего частично развитую спекловую группу. Эффекты четвёртого порядка спекловой когерентности рассматриваются на основе опыта Брауна и Твисса и флуктуации полной интенсивности интерференционного образа. В конце работы представлены результаты исследований флуктуации интенсивности в данной точке интерференционного образа. Результаты теоретических исследований сравнены с экспериментальными результатами. Описаны схемы экспериментальных установок и представлены результаты измерений контраста в дальней зоне, видимости, контраста полной интенсивности интерференционного образа и контраста интенсивности в данной точке.



**Biblioteka Główna ATR  
w Bydgoszczy**

73077