

AKADEMIA TECHNICZNO-ROLNICZA
IM. JANA I JĘDRZEJA ŚNIADECKICH
W BYDGOSZCZY

Rozprawy
nr 19

Edward Kujawski

**MODYFIKACJA METODY
PRECYZYJNEJ NIWELACJI
GEOMETRYCZNEJ Z PUNKTU
WIDZENIA POTRZEB BADANIA
OBIEKTÓW MOSTOWYCH**



AKADIMIA TECHNICZNO-ROLNICZA
IM. JAJA I JĘDRZEJA ŚNIADECKICH
W BYDGOSZCZY

Rozprawy
nr 19

Edward Kujawski

**MODYFIKACJA METODY
PRECYZYJNEJ NIWELACJI
GEOMETRYCZNEJ Z PUNKTU
WIDZENIA POTRZEB BADANIA
OBIEKTÓW MOSTOWYCH**

Biblioteka Główna ATR w Bydgoszczy



000000119620

BYDGOSZCZ — 1984

PRZEWODNICZĄCY KOMITETU REDAKCYJNEGO

doc. dr hab. Juliusz Skonieczny

OPINIODAWCY

prof. dr hab. inż. Czesław Kamela

prof. dr hab. inż. Stefan Przewłocki

REDAKTOR NAUKOWY

prof. dr hab. inż. Włodzimierz Baran

OPRACOWANIE REDAKCYJNE

mgr Halina Koziółkiewicz



[Inf.]

64389

Wydano za zgodą Rektora
Akademii Techniczno-Rolniczej
w Bydgoszczy

ISSN 0208-6379

**WYDAWNICTWO UCZELNIANE AKADEMII TECHNICZNO-ROLNICZEJ
W BYDGOSZCZY**

Wyd. I. Nakład 100 + 50. Ark. wyd. 5. Ark. druk. 5,7. Papier kl. V, gr. 80. Oddano do druku w marcu 1984 r. Druk ukończono w marcu 1984 r. Cena 60 zł. MNSzWiT F-6/34. Prasowe Zakłady Graficzne RSW „Prasa-Książka-Ruch” Bydgoszcz, ul. Dworcowa 13. Zam. 547/84.

863,451

S p i s t r e ś c i

	str.
1. Cel i zakres pracy	5
2. Geodezyjne pomiary przemieszczeń pionowych w badaniach obiektów mostowych	7
2.1. Rodzaje badań prowadzone na obiektach mostowych z udziałem geodetów	7
2.2. Klasyfikacja obiektów mostowych z punktu widzenia możliwości przeprowadzenia pomiarów niwelacyjnych	8
2.3. Pomiary niwelacyjne w ramach poszczególnych faz realizacji i użytkowania mostów	10
2.4. Próbné obciążenia	10
2.4.1. Kryteria potrzeb i zakres próbných obciążeń	10
2.4.2. Podstawowe zasady przeprowadzania obciążeń statycznych z pomiarami wytrzymałościowymi	11
2.4.3. Przedmiot i zakres pomiarów niwelacyjnych	14
2.5. Częstotliwość prowadzenia okresowych pomiarów niwelacyjnych .	14
3. Niwelacyjna sieć pomiarowa zakładana dla obiektów mostowych	16
3.1. Punkty odniesienia i punkty pomocnicze	16
3.1.1. Rozmieszczenie niwelacyjnych punktów pomocniczych i odniesienia	16
3.1.2. Repery przeznaczone na punkty odniesienia i punkty pomocnicze oraz ich stabilizacja	17
3.2. Punkty kontrolowane	18
3.2.1. Rozmieszczenie punktów kontrolowanych na konstrukcji mostowej	18
3.2.2. Repery przeznaczone na punkty kontrolowane i ich stabilizacja	20
4. Technologia i organizacja prac niwelacyjnych	22
4.1. Ocena minimalnej dokładności pomiarów niwelacyjnych prowadzonych w ramach badań naukowo-technicznych i badań okresowych .	22
4.2. Ogólne uwagi o przyrządach geodezyjnych stosowanych w pomiarach przemieszczeń pionowych punktów metodą niwelacji geometrycznej	26
4.3. Schematy sieci stosowanych w okresowych pomiarach niwelacyjnych mostów oraz uwagi o ich pomiarze	27
4.4. Wykonywanie obserwacji	30
4.5. Ogólny przebieg obliczania przemieszczeń pionowych przyjęty w niniejszej pracy	31

	str.
5. Obliczanie przemieszczeń pionowych w oparciu o obserwacje niwelacji geometrycznej	35
5.1. Równania poprawki obserwacji niwelacyjnej	39
5.1.1. Klasyczna postać równania poprawki obserwacji różnicy wysokości w niwelacji geometrycznej	39
5.1.2. Klasyczna postać równania poprawki zmiany różnicy wysokości między dwoma reperami	39
5.1.3. Rozszerzona postać równania poprawki obserwacji niwelacyjnej	40
5.1.4. Rozszerzona postać równania poprawki obserwacji różnicy wysokości w niwelacji	43
5.1.5. Rozszerzona postać równania poprawki zmiany różnicy wysokości między momentem pomiaru wyjściowego t i momentem pomiaru aktualnego t	44
5.1.6. Rozszerzone równania obserwacji dla pomiarów ciągami niwelacyjnymi o n stanowiskach niwelatora, ich wagowanie i zastosowania	46
5.1.7. Uwagi związane ze stosowaniem niewiadomych ξ_1	49
6. Wybrane analizy dokładnościowe dla niektórych schematów sieci stosowanych w pomiarach niwelacyjnych mostów	51
6.1. Ocena dokładności przeniesienia wysokości ciągami założonymi na obiektach mostowych	51
6.2. Wpływ kształtu sieci na dokładność wyznaczenia rzędnych punktów kontrolowanych	58
6.3. Uzasadnienie potrzeby uwzględniania kąta ε w obliczeniach rzędnych	61
6.3.1. Wpływ skali sieci na dokładność wyznaczenia rzędnych	61
6.3.2. Wpływ kształtu sieci na wielkość wyznaczanych przemieszczeń	64
6.3.3. Przykład oceny wielkości wpływu kąta ε na wartość rzędnych punktów kontrolowanych, strzałek ugięć i ich zmian	66
7. Przybliżone wyrównywanie ciągów zakładanych na obiektach mostowych	70
8. Przykłady rozwiązywania kontrolnej sieci niwelacyjnej	73
9. Podsumowanie i wnioski	84
Literatura	87
Streszczenia	91

1. CEL I ZAKRES PRACY

Wykorzystywanie geodezyjnych metod wyznaczania wielkości przemieszczeń i odkształceń konstrukcji budowlanych i ich elementów znalazło trwałe miejsce w praktyce inżynierskiej. Ze względu na różnorodność badanych obiektów, ich rozwiązań konstrukcyjnych i sposobu eksploatacji występuje konieczność dostosowania poszczególnych metod pomiarowych do ich specyfiki, przy czym za podstawę prowadzonych analiz należy brać pod uwagę takie kryteria jak:

- możliwość przeprowadzenia pomiaru tych parametrów, które w najprostszej postaci opisują badane zjawisko,
- uzyskanie wyników odpowiadających założeniom dokładnościowym przyjętym w projekcie,
- obniżenie pracochłonności oraz kosztów wykonania całości prac.

Niniejsza praca obejmuje rozwiązanie tych problemów geodezyjnego pomiaru przemieszczeń pionowych punktów na obiektach mostowych, które występują w ich badaniach i są wymagane na podstawie obowiązujących norm i instrukcji [15]. Są one częściowo omówione w literaturze jako krótkie, jednotematyczne opracowania, stanowiące głównie opisy pojedynczych pomiarów. Brak jest natomiast prac ujmujących temat całościowo, szczególnie takich problemów jak:

- określenie wymaganej dokładności pomiaru geodezyjnego,
- opracowania technologii prowadzenia prac na różnych obiektach dostosowanych do celu badań,
- opracowania sposobów wyrównania uzyskanych z pomiaru wyników pozwalających na uzyskanie większej dokładności otrzymanych rezultatów.

Brak ten stanowi podstawę do podjęcia rozważań na ten temat, a ich rozwiązanie jest ogólnym celem niniejszej pracy.

Przeprowadzone badania i analizy pozwoliły na wyodrębnienie tych wniosków, które opracowane na bazie pomiaru obiektu mostowego mają zastosowanie w pomiarach niwelacyjnych innych obiektów inżynierskich. Wyodrębnienie ich stanowi tę część pracy, która wprowadza rozwiązania o charakterze ogólnym do powszechnie stosowanych prac, związanych z pomiarami przemieszczeń pionowych punktów metodą niwelacji geometrycznej. Takim podstawowym problemem o charakterze ogólnym, który wymagał opracowania lepszych rozwiązań i opracowania szerszych wniosków jest zagadnienie eliminowania z wyników pomiaru niwelacyjnego wpływów pozostałości niewyeliminowanych innymi sposobami błędów systematycznych. Problem ten został rozwiązany w niniejszej pracy na drodze rachunkowej poprzez zastosowanie w procesie wyrównawczym dodatkowej niewiadomej, wprowadzonej do równań obserwacji niwelacyjnych. Jak wykazano, zaproponowana metoda spełnia postawiony postulat

zapewniając uzyskiwanie wyższej precyzji otrzymywanych rezultatów.

Łącząc efekty rozważań nad technologią pomiaru na obiektach mostowych z nową postacią równań obserwacyjnych można zarekomendować proponowane rozwiązania do pomiaru klasycznych sieci wysokościowych, łączących zespoły reperów sieci państwowej założonych po obu brzegach szerokich cieków wodnych. W takich przypadkach występują bowiem duże utrudnienia w uzyskaniu rezultatów o wysokiej precyzji i chociaż obiekty mostowe umożliwiają przeprowadzenie pomiaru, to uzyskanie zadowalających wyników wymaga znajomości ich dynamicznej pracy w przestrzeni i związanego z tym opracowania technologii pomiaru uwzględniającej ten czynnik.

2. GEODEZYJNE POMIARY PRZEMIESZCZEŃ PIONOWYCH W BADANIACH OBIEKTÓW MOSTOWYCH

2.1. Rodzaje badań prowadzone na obiektach mostowych z udziałem geodetów

Problem oceny przydatności konstrukcji mostowej w założonej klasie obciążeń występuje zarówno w odniesieniu do starych obiektów będących w eksploatacji, jak i obecnie realizowanych. Potrzeba przeprowadzenia tej oceny uzasadniona jest z uwagi na:

- a/ projektowanie konstrukcji mostowych w oparciu o uproszczone schematy obliczeniowe i przybliżone charakterystyki materiałów budowlanych,
- b/ odtworzenie zniszczonej lub zagubionej dokumentacji projektowej,
- c/ odstępstwa w trakcie budowy od założonych technologii,
- d/ powolne, lecz systematyczne "starzenie" się budowli w wyniku oddziaływań atmosferycznych i eksploatacyjnych.

Udział geodetów w pracach nad wyznaczeniem zmian parametrów fizycznych konstrukcji związany jest z wyznaczeniem przemieszczania się wybranych punktów budowli w przyjętym w tych badaniach układzie odniesienia. Prace pomiarowe wykonywane są w ramach następujących badań służących ocenie danych budowli:

- badania odbiorczych nowych mostów polegających na pomiarach: ugięć, odkształceń miejscowych i naprężeń, osiadania podpór itp.,
- badania kontrolnych mostów istniejących przeprowadzanych w celu oceny ich nośności w związku z potrzebą wprowadzenia do ruchu cięższych pojazdów, lub zwiększenia przez nie szybkości,
- badania eksploatacyjnych mostów w formie pomiarów okresowych,
- badania powaryjnych na obiektach mostowych, na których wystąpiły uszkodzenia,
- badania naukowo-technicznych prowadzonych w celach wyjaśnienia zagadnień o charakterze poznawczym, dotyczących oceny pracy konstrukcji i sprawdzenia założeń przyjętych w obliczeniach. Badania takie prowadzone są przede wszystkim na obiektach prototypowych.

Dużą grupę prac geodezyjnych wykonywanych w tych badaniach stanowią pomiary przemieszczeń i odkształceń w płaszczyźnie pionowej wybranych elementów budowli i jej otoczenia. Technologia ich wykonania oraz obliczeń według własnej koncepcji rozwiązania stanowi temat dalszych rozważań.

2.2. Klasyfikacja obiektów mostowych z punktu widzenia możliwości przeprowadzenia pomiarów niwelacyjnych

Wprowadzenie klasyfikacji mostów ma na celu uporządkowanie nomenklatury tych obiektów wg cech, które je charakteryzują. Pozwala to na natychmiastowe podanie podstawowych, ogólnych charakterystyk konstrukcyjnych przydatnych w opracowaniu programów badań. W tym też rozumieniu klasyfikacji w [24], [47] autor niniejszego opracowania proponuje wprowadzenie podziału mostów ze względu na zasięg celowej wykorzystywanej podczas pomiarów niwelacyjnych. Klasyfikację tę można uogólnić uzupełniając kryterium podziału o miejsce ustawienia niwelatora podczas pomiarów. W pomiarach tych bowiem jednym z istotnych zagadnień jest wybór miejsca na stanowisko niwelatora. Większość autorów różnych publikacji jest zgodna, że stanowisko instrumentu podczas pomiaru winno znajdować się poza obiektem. Rozpiętość obiektu, liczona jako krotność rozpiętości przęsła 1, a w obiektach jednoprzęsłowych powiększona o ewentualne wsporniki, może nie gwarantować uzyskania wymaganej dokładności pomiaru ze stanowisk znajdujących się poza obiektem. Przyjmując, że zasięg celowej gwarantujący uzyskanie odczytu adekwatnego do żądanej dokładności jest określony, wyróżnić możemy sześć klas obiektów charakteryzujących się odmiennymi cechami pomiaru.

Przyjęty podział i jego cechy przedstawiono w tablicy 2.1.

Poszczególne klasy, wyodrębnione z punktu widzenia przeprowadzenia pomiaru niwelacyjnego, charakteryzują się trzema cechami:

- 1/ zasięgiem nakładania się obszarów "dobrego" pomiaru z dwóch sąsiednich stanowisk,
- 2/ miejscem ustawienia niwelatora,
- 3/ zależnością od sztywności konstrukcji mostowej.

Przez zasięg celowej dający obszar dobrego pomiaru będziemy rozumieli taką maksymalną odległość łatki odczytowej od instrumentu, która gwarantuje, że rzędnej wysokościowej badanego punktu /wyznaczanemu przemieszczeniu/ na określony czas pomiaru t_1 nie przypiszemy błędu większego niż to będzie wynikało z przeprowadzonej wstępnej analizy dokładności.

Ponieważ dla różnych celów, różnych rozwiązań konstrukcyjnych oraz dla różnych klas przyrządów geodezyjnych i warunków pomiaru zasięg celowej będzie różny, stąd w jednym przypadku ten sam most może być zaliczony do małych, a w innym przypadku do np. średnio dużych obiektów. Najprostszym tego przykładem jest obiekt, na którym przyjęto warunki dokładnościowe raz dla niwelacji precyzyjnej, drugi raz dla niwelacji technicznej.

Wspominając o możliwości błędnego przypisania wartości rzędnej dla danego reperu na określony czas pomiaru t_1 należy zwrócić szczególną uwagę na wpływ warunków termicznych na obiekt mostowy. Pojęcia "rzędna" i "przemieszczenie pionowe" są nierozdzielnie związane ze stanem temperaturowym konstrukcji, stąd podawanie tych wartości bez określenia temperatury konstrukcji i czasu pomiaru jest niedopuszczalne.

Tablica 2.1

Klasyfikacja mostów z geodezyjnego punktu widzenia

Cechy mostu klasa mostu	J e d n o p r z e ś ł o w e			W i e l o p r z e ś ł o w e		
	miejsce ustawienia niwelatora	nakładanie się obu celowych obejmuje	sztywność konstrukcji	miejsce ustawienia niwelatora	nakładanie się obu celowych obejmuje	sztywność konstrukcji
małe	po obu stronach mostu poza obiektem	na całym obiekcie	nieistotna	po obu stronach mostu poza obiektem	na całym obiekcie	nieistotna
średnie	po obu stronach mostu poza obiektem	wszystkie punkty kontrolowane w przęśle	nieistotna	po obu stronach mostu poza obiektem	wszystkie punkty kontrolowane w środku przęseł	nieistotna
średnio-duże	po obu stronach mostu poza obiektem	tylko punkty kontrolowane w środku przęśla	nieistotna	po obu stronach mostu poza obiektem	a/ przy parzystej liczbie przęseł tylko nad środkową podporą b/ przy nieparzystej liczbie przęseł tylko w środku przęśla środkowego	nieistotna
duże	na moście nad podporami	tylko punkty kontrolowane w środku przęśla	nieistotna	na moście nad podporami	tylko punkty kontrolowane w środku przęśla	nieistotna
bardzo duże	w dowolnym miejscu mostu	w przekrojach wiążących stanowiska	gwarantuje względną stabilność niwelatora	w dowolnym miejscu mostu	w przekrojach wiążących stanowiska	gwarantuje względną stabilność niwelatora
specjalne	na moście na konstrukcji podporowej	nie występuje	nie gwarantuje stabilnego niwelatora na konstrukcji Jezdnej	na moście na konstrukcji podporowej	nie występuje	nie gwarantuje stabilnego niwelatora na konstrukcji Jezdnej

2.3. Pomiary niwelacyjne w ramach poszczególnych faz realizacji i użytkowania mostów

Potrzeby przeprowadzania pomiarów niwelacyjnych na budowach mostowych można ująć w cztery fazy związane z ich budową i użytkowaniem:

- przygotowanie geodezyjnej dokumentacji techniczno-projektowej, w ramach której wykonuje się: mapę sytuacyjno-wysokościową i profile w wybranych przekrojach terenu;
- obsługę geodezyjną realizacji budowli, w ramach której pomiary niwelacyjne mają za zadanie lokalizowanie poszczególnych elementów budowli na zaprojektowanych poziomach;
- pomiary przemieszczeń punktów, ugięć i obrotów wybranych elementów, przeprowadzane w ramach badań odbiorczych budowli do użytkowania. Faza ta zwana popularnie "próbnyimi obciążeniami" może być powtórzona w ramach badań kontrolnych lub badań naukowo-technicznych;
- okresowe pomiary kontrolne narastania przemieszczeń punktów spowodowane starzeniem się obiektu oraz niszcycielskim działaniem przyrody i użytkowników. Pomiary te prowadzi się w ramach badań eksploatacyjnych.

Ponieważ cel prac niwelacyjnych w każdej z tych faz jest inny, stąd zakres i dokładność przeprowadzanych pomiarów będą dla każdej z nich różne.

Wspólnym elementem wykorzystywanym we wszystkich fazach budowy i użytkowania mostów jest osnowa wysokościowa. Mając to na uwadze, należy podczas zakładania osnowy sytuacyjno-wysokościowej dla sporządzania dokumentacji techniczno-projektowej stabilizować wybrane punkty z myślą o ewentualnych przyszłych badaniach długookresowych uwzględniając jednocześnie klasy dokładnościowe potrzebnych pomiarów. Elementem mogącym stanowić kryterium przy projektowaniu osnowy wysokościowej według powyższej uwagi może być wielkość rozpiętości przęsła l . Parametr ten /przyjmuje się $l = 20 \text{ m}$ / dzieli mosty na podlegające próbnym obciążeniom i okresowym pomiarom kontrolnym oraz na niepodlegające tym pomiarom. Przyjęcie stosowania bądź niestosowania próbnych obciążeń za element wyjściowy w projektowaniu całości prac geodezyjnych ma swoje uzasadnienie w fakcie, że stanowią one jedną z podstawowych metod oceny stanu technicznego mostów.

2.4. Próbne obciążenia

2.4.1. Kryteria potrzeb i zakres próbnych obciążeń

Uwzględniając następujące zagadnienia:

- wielkość odkształceń i przemieszczeń elementów przęsła pod próbnym obciążeniem,
- rozpiętość przęsła jako miarę wielkości obiektu,
- mierzalność przewidywanych do pomiaru wielkości w aspekcie stojących

do dyspozycji urzędzeń pomiarowych,

- miarodajność i wagę rezultatów pomiarów jako informacji o pracy obciążonej konstrukcji,
- koszt próbnego obciążenia /w tym i pomiarów/ w stosunku do kosztu obiektu,

autorzy [20] zaproponowali ogólny podział próbnych obciążeń przedstawiony w tablicy 2.2. Ze względu na dużą liczbę użytkowanych w Polsce mostów tablica ta stanowi potwierdzenie ogromnego zakresu prac niwelacyjnych jakie zgodnie z obowiązującymi przepisami należy wykonywać na tych obiektach. Z drugiej strony, znajomość problemów związanych z tymi badaniami, a także poklasyfikowanie obiektów w wyodrębnione grupy o podobnych cechach, pozwala na opracowanie racjonalnych metod pomiaru przy jednoczesnym zunifikowaniu podstawowych prac z nimi związanych.

2.4.2. Podstawowe zasady przeprowadzania obciążeń statycznych z pomiarami wytrzymałościowymi

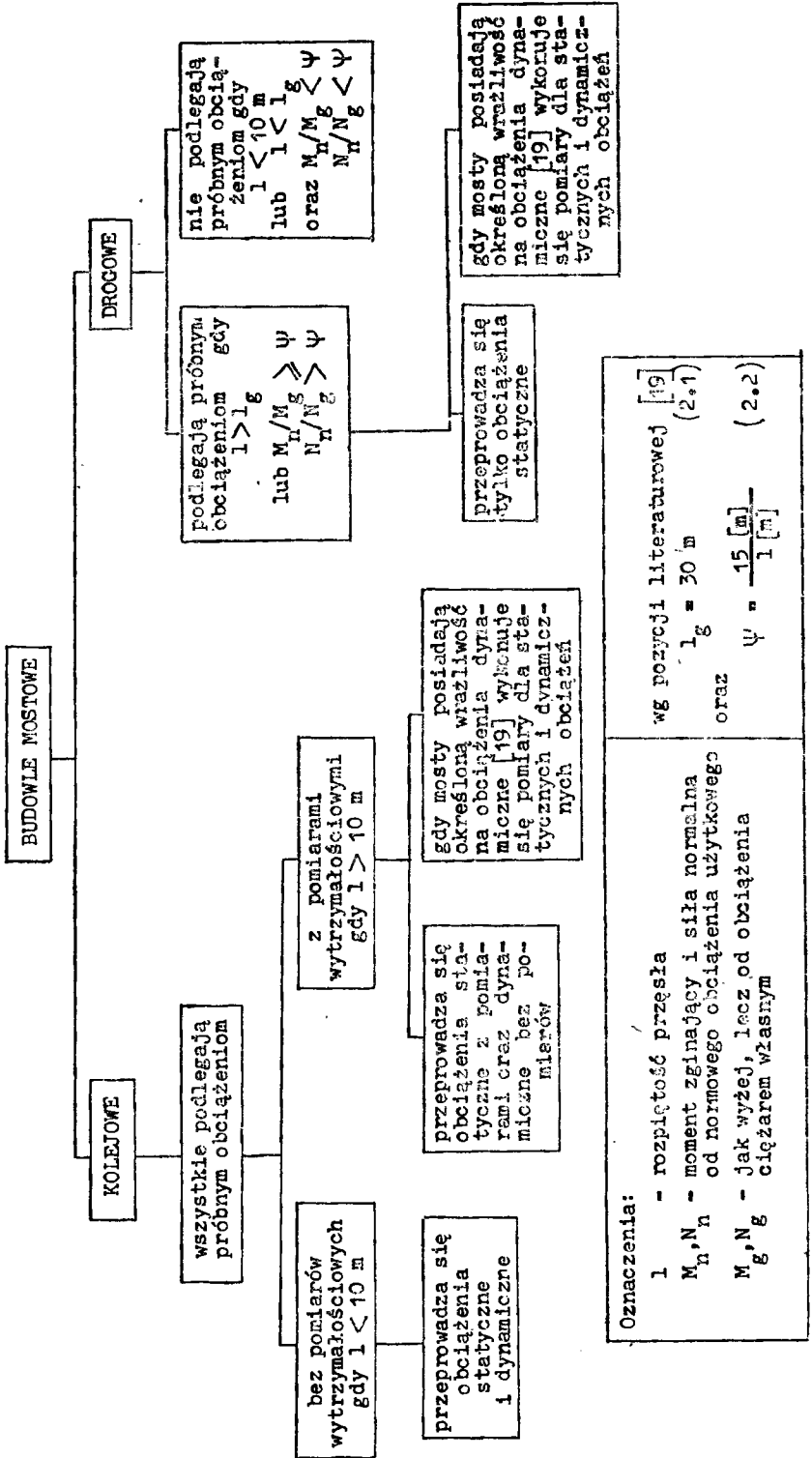
Obciążanie mostów bez pomiarów wytrzymałościowych stanowi próbę, której ostatecznym celem jest jedynie stwierdzenie, czy nie zauważono widocznych zmian w budowlu. Do najczęściej obserwowanych zjawisk w elementach zaliczyć tu można powstanie ewentualnie mikrorys oraz zachowanie się łożysk podporowych.

Podczas przeprowadzania obciążeń z pomiarami wytrzymałościowymi powstaje szereg dokumentów tak opisowych jak i pomiarowych, na podstawie których, z określoną dokładnością, jesteśmy w stanie opisać matematycznie zaistniałe zmiany. Ponieważ żywotność obiektu mostowego wynosi kilkadziesiąt lat, to może się zdarzyć, że próbne obciążenia będą na danym obiekcie powtórzone. Dla takich przypadków, a jest ich nie mało, wyniki badań przy próbnych obciążeniach winny mieć cechę porównywalności. Dla zapewnienia porównywalności wyników badań przy próbnych obciążeniach muszą być spełnione następujące warunki [20], [22], [34]:

1. Wszelkie próbne obciążenia powinny być wykonywane na podstawie projektu, który w miarę możliwości winien przewidywać identyczne powtórzenie obciążenia w przyszłości.
2. Przed pierwszym próbnym obciążeniem nie powinno się dopuszczać do ruchu pojazdów przez most.
3. Rodzaje środków obciążających i ich ustawienie na przęsłach powinno ściśle odpowiadać programowi próbnego obciążenia.
4. Program próbnych obciążeń powinien przewidywać obciążenia ekstremalne dla następujących przekrojów [20]:
 - w kierunku podłużnym mostów drogowych i kolejowych dla co najmniej połowy wybranych losowo przęseł z wszystkich rozciętych nad podporami oraz w połowie rozpiętości i nad podporami w ustrojach ciągłych i wspornikowych,

Tablica 2.2

Podział i kryteria wykonywania próbnych obciążeń na mostach



w kierunku poprzecznym pręseł /z reguły drogowych/, co najmniej dla środkowego i jednego skrajnego punktu płyty, a także środkowej lub najbliższej środka belki oraz jednej belki skrajnej.

Znajomość przewidywanych miejsc ustawienia obciążenia /schematu na dany etap/ oraz kształt obciążników jest istotny dla geodetów z punktu widzenia właściwego zaprojektowania sieci punktów kontrolowanych i stanowisk pomiarowych. Mimo, że wybór punktów kontrolowanych może być ujęty w schemat /patrz podrozdział 4.3/, to kwestia uzyskania wizury do łatki odczytowej winna stanowić podstawowe kryterium przy ich lokalizacji i wyborze miejsca pod stanowisko obserwacyjne niwelatora. Na tym etapie prac ścisła współpraca kierownika próbnego obciążenia i wykonującego pomiary niwelacyjne jest niezbędna.

5. W ustrojach wieloprzęsłowych o belkach rozciątych nad podporami obciążanie powinno następować kolejno, poczynając od skrajnych, tak by pojazdy użyte do obciążania dowolnego przęsła były przeprowadzane tylko przez przęsło poddane już próbnemu obciążeniu. W ustrojach wieloprzęsłowych ciągłych, po przeprowadzeniu obciążenia jak wyżej, winno się następnie obciążać jednocześnie przęsła sąsiednie dla sprawdzenia obiekty na maksymalne siły wewnętrzne nad podporami.
6. Wprowadzanie i sprowadzanie obciążenia winno być zgodne z opracowanym projektem, a czasokresy tych czynności oraz trwania obciążeń winny spełniać następujące warunki:

- ustawienie środków obciążających według schematu dla danego etapu nie powinno trwać dłużej niż 15 minut [43],
- czas utrzymania obciążenia w danym etapie nie powinien być krótszy niż 30 minut [43] spełniając jednocześnie warunek

$$\Delta_k(t_n) \leq 0,1 \Delta_k(t_n - 15 \text{ minut}) \quad (2.1)$$

gdzie:

$\Delta_k(t_n)$; $\Delta_k(t_n - 15 \text{ minut})$ - przyrosty przemieszczeń punktu kontrolowanego w okresie pierwszych 15 minut $[\Delta_k(t_n - 15)]$ oraz w dowolnym przedziale dalszych 15 minut $[\Delta_k(t_n)]$ trwania danego obciążenia.

Warunek ten ma istotne znaczenie dla rozeznania pracy konstrukcji pod danym obciążeniem. Może on być wykorzystywany dla oceny wyczerpania nośności konstrukcji pod tym obciążeniem.

Wykonując kolejne schematy coraz to większych obciążeń aż do wprowadzenia maksymalnej jego wartości, należy zawsze wykonać dwie serie pomiarów: po ich wprowadzeniu oraz po 15 minutach. Dla obciążenia maksymalnego wykonuje się trzecią serię pomiarów po odczekaniu przynajmniej:

- na mostach stalowych - minimum jedną godzinę,
- na mostach żelbetowych monolitycznych i zespolonych - minimum dwie godziny,
- na mostach prefabrykowanych - minimum trzy godziny.

- 7 Analogicznie po całkowitym odciążeniu mostu /przęsła mostowego/ nie wolno na nie wprowadzać żadnych innych obciążeń co najmniej przez jedną

godzinę, po czym wykonuje się trzecią serię pomiarów wyznaczającą trwałe przemieszczenia punktów.

2.4.3. Przedmiot i zakres pomiarów niwelacyjnych

Wszystkie opracowania literaturowe, normy i instrukcje podają zgodnie, że w ramach próbnych obciążeń statycznych winno się przede wszystkim mierzyć ugięcia przęseł mostowych oraz pionowe przemieszczanie się podpór. Rzutuje to na usytuowanie punktów kontrolowanych na konstrukcji mostu, które powinno być dokonane w oparciu o znajomość linii wpływowych, sił wewnętrznych i przemieszczeń, gdyż najwłaściwszym rozwiązaniem jest takie, w którym otrzymywane z badań wartości będzie można bezpośrednio porównywać do wartości obliczonych teoretycznie. Ponieważ linie wpływe liczy się dla charakterystycznych przekrojów konstrukcji stąd można też ustalić wszystkie charakterystyczne punkty do pomiaru przemieszczeń. Będą nimi:

- w przekrojach poprzecznych przęsła - punkty leżące w pionach każdej belki głównej lub co najmniej trzech punktach ustroju płytowego /w środku szerokości i przy krawędziach płyty/,
- w przekrojach podłużnych - co najmniej w środku rozpiętości przęsła i przy łożyskach na podporach z tym, że dla przęseł o rozpiętości $l > 20$ m powinny być mierzone również ugięcia w 0,25 l i 0,75 l.

Rozmieszczenie podstawowej liczby punktów kontrolowanych na obiekcie oraz próbę unormowania ich numeracji opublikował autor niniejszego opracowania w [24], natomiast zagadnienia związane z zakładaniem całości sieci zostały skrótowo omówione w rozdziale 3.

2.5. Częstotliwość prowadzenia okresowych pomiarów niwelacyjnych

W Polsce dla mostów o rozpiętości przęseł $l > 20$ m, które nie wykazują zauważalnych odchyleń od norm /zarysowań, widocznych deformacji itp./ i które są eksploatowane zgodnie z projektem, cykl okresowych badań /w tym pomiarów niwelacyjnych/ wynosi 3-8 lat. Dla nowo oddanych obiektów i dla obiektów awaryjnych, prototypowych oraz oddanych do użytku po generalnym remoncie, niwelacyjne pomiary kontrolne zaleca się wykonywać częściej wprowadzając indywidualnie dla poszczególnych mostów okresy kilkutygodniowe lub kilkumiesięczne.

Ponieważ nie ma ustalonych bliżej zasad określania kolejnych odstępów czasowych między powtarzającymi się pomiarami okresowymi, zatem na podstawie praktycznych doświadczeń można zaproponować następujące kolejności pomiarów:

1. Za pomiar wyjściowy winny być uznane wyniki uzyskane podczas próbnych obciążeń z pomiaru wykonanego co najmniej jedną godzinę po odciążeniu konstrukcji, lub gdy most nie podlegał próbnym obciążeniom z pomiarami wytrzymałościowymi, z pomiaru wykonanego w ramach badań

- odbiorczych, wreszcie jakikolwiek pierwszy pomiar przeprowadzony w ramach przeglądu obiektu.
2. Pierwszy pomiar kontrolny winno się przeprowadzić po trzech miesiącach użytkowania mostu.
 3. Każdy kolejny pomiar można przeprowadzić po dwukrotnie dłuższym okresie względem poprzedniego, jeżeli w ostatnim pomiarze przyrost przemieszczenia Δ_{k_i} był mniejszy od $0,1 \Delta_{k_i}$ przemieszczenia z poprzedniego okresu oraz pod warunkiem, że

$$\Delta_{k_i} > 3 d_{\max OK} = 4,5 m_0 \sqrt{(n+n')_{OK}} \quad [mm] \quad (2.2)$$

gdzie:

Δ_{k_i} - przyrost przemieszczenia w okresie Δt_i ,

m_0 - średni błąd typowego spostrzeżenia pomiaru,

n, n' - liczba stanowisk niwelatora w obu niwelacjach na odcinku od reperu odniesienia O do reperu kontrolnego K.

4. Należy zaniechać pomiaru przemieszczeń podpór, jeżeli wyżej podane zależności zostały spełnione dwukrotnie w następujących po sobie przedziałach czasowych. Wznowienie pomiarów rozpoczyna się na wniosek komisji dokonującej okresowych przeglądów mostów.
5. Pomiary przemieszczeń konstrukcji jezdnej mostu /zmian strzałki ugięcia w środku rozpiętości przęseł/ należy kontynuować według podanych w punkcie 3 zasad, przy czym po osiągnięciu:
 - a - dla mostów prowizorycznych, półstałych, trwałych stalowych i z betonem sprężonym okresu 4-letniego, powtarzając go przez cały okres użytkowania,
 - b - dla mostów kamiennych i betonowych okresu 8 lat powtarzając go przez cały okres użytkowania.
6. Podane okresy czasowe mogą być zmienione decyzją komisji przeprowadzającej przeglądy mostów.

3. NIWELACYJNA SIEĆ POMIAROWA ZAKŁADANA DLA OBIEKTÓW MOSTOWYCH

Doświadczenia praktyczne wykazały, że w każdej fazie budowy i eksploatacji obiektów mostowych występuje potrzeba wykonywania pomiarów niwelacyjnych. Wszystkie one winny być realizowane w tym samym układzie współrzędnych wysokościowych. Aby nie dublować prac, projekt sieci wraz z określeniem typu reperów i sposobu ich stabilizacji winien być wykonywany równoległe z projektem obiektu. W ramach tego projektu należy też określić klasę dokładności pomiarów jakie będą prowadzone w przyszłości. Mimo że problem określenia wymaganej dokładności pomiarów dla poszczególnych faz budowy i eksploatacji mostów nie został dotąd rozstrzygnięty, to na podstawie doświadczeń praktycznych można stwierdzić, że należy przewidywać wykonywanie niwelacji:

- klasy precyzyjnej - na obiektach prototypowych z punktu widzenia rozwiązań konstrukcyjnych lub sposobów posadowienia podpór, oraz na wieloprzęsłowych mostach nad szerokimi ciekami wodnymi, po których przewiduje się przeprowadzenie ciągów wiążących państwową sieć niwelacji precyzyjnej,
- klasy technicznej - na wszystkich obiektach mostowych z uwzględnieniem prowadzenia pomiarów precyzyjnych w ramach próbnych obciążeń na obiektach o rozpiętości przęseł $l > 20$ m.

3.1. Punkty odniesienia i punkty pomocnicze

3.1.1. Rozmieszczenie niwelacyjnych punktów pomocniczych i odniesienia

Najbardziej rozbudowanej sieci punktów niwelacyjnych wymagają duże obiekty wieloprzęsłowe oraz zakwalifikowane do badań naukowo-technicznych.

W [30] dla tego typu obiektów proponuje się stabilizować po 4-5 reperów odniesienia po każdej stronie obiektu. Uwzględniając dodatkowo, że po każdej stronie mostu będą potrzebne w jego pobliżu minimum dwa repery tzw. robocze, to stabilizując je trwale jako punkty pomocnicze otrzymamy minimalną liczbę punktów w sieci wynoszącą powyżej 12. W przypadku wiaduktów liczbę punktów odniesienia można zmniejszyć do ośmiu ze względu na możliwość stabilizowania ich równoległe wzdłuż obiektu. Taka liczba punktów w przeważającej części przypadków stanowi wystarczającą podstawę nie tylko pomiaru wysokościowego, ale też sytuacyjnego. Stabilizując ją zatem odpowiednimi znakami można ją wykorzystać w fazie wykonywania podkładów

geodezyjnych do projektu i w dalszych pomiarach.

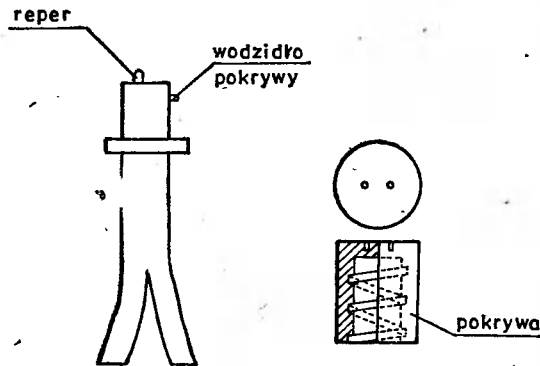
Repery te muszą spełniać warunek wzajemnej stałości. Spełniając go należy wykorzystać wnioski wynikające z przeprowadzonych badań geotechnicznych oraz zrealizować odpowiednie odsunięcia tych reperów od siebie. Należy przyjąć, że dwa sąsiednie repery nie powinny być bliżej zlokalizowane niż 100 m. Reperów tych nie należy też lokalizować w pobliżu dróg o dużym natężeniu ruchu oraz przy wysokich nasypach. Ponieważ przy mostach obydwie te przeszkody występują łącznie, należy dążyć by najbliższa odległość reperu od nasypu była większa niż wynosi pięciokrotna jego wysokość.

Całkowite zapewnienie stałości reperów można uzyskać jedynie przez założenie reperów głębinowych sięgających litych skał [30]. Realizacja takiego rozwiązania jest jednak nieopłacalna ze względu na duży koszt, stąd biorąc pod uwagę wymagane dokładności rezultatów pomiaru wystarczy stabilizować te punkty jako płytkie znaki pokazane na rysunku 3.2.

3.1.2. Repery przeznaczone na punkty odniesienia i punkty pomocnicze oraz ich stabilizacja

Repery niwelacyjne przeznaczone na punkty odniesienia i pomocnicze mogą być stabilizowane na różnego rodzaju trwałych obiektach budowlanych oraz w gruncie.

Repery stabilizowane w ścianach piwnicznych budynków należy ochronić specjalnie nakręcaną osłoną przy pomocy klucza dwupunktowego. Przykład takiego reperu ilustruje rysunek 3.1.

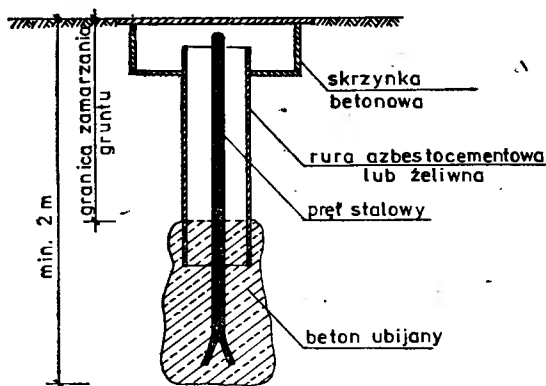


Rys.3.1. Reper z nakręcaną osłoną

Jako reperów gruntowych proponuje się użycie sztywnych prętów stalowych o średnicy 30 mm stabilizowanych w osłonach z rur żeliwnych, stalowych lub z azbesto-cementu, o średnicy minimum 150 mm /rys.3.2/.

Ponieważ na obiektach mostowych często się zdarza, że na obszarze, na którym należy stabilizować repery, wszędzie występuje wysoka woda gruntowa, to zmiany jej zwierciadła, będące funkcją poziomu wody w rzece, będą ujemnie wpływać na ich stabilność. W celu zmniejszenia tych szkodliwych

wpływów część betonową znaku należy w całości zrealizować poniżej najniższego stanu wody gruntowej, a poziom ten ustalić z geotechnikami.



Rys.3.2. Reper ziemny przeznaczony na punkt odniesienia

3.2. Punkty kontrolowane

Punkty kontrolowane zakłada się na obiektach mostowych w dwóch celach: dla przeprowadzenia pomiaru przemieszczeń sprężystych i trwałych pod wpływem próbných obciążeń oraz dla wyznaczenia przyrostu trwałych przemieszczeń w ramach badań okresowych. Ze względu na swe przeznaczenie najwłaściwszym rozwiązaniem jest, aby dla obu tych grup pomiarów były wykorzystane te same punkty. W praktyce z powodu trudnego dostępu do wszystkich miejsc, które podlegają badaniu, część reperów kontrolowanych stabilizuje się w innych, dostępniejszych miejscach. W każdym jednak przypadku należy przestrzegać zasady, by wybrane do stabilizacji miejsca odzwierciedlały przemieszczenia elementów nośnych konstrukcji.

3.2.1. Rozmieszczenie punktów kontrolowanych na konstrukcji mostowej

Uwzględniając wymagania norm i instrukcji, autor niniejszego opracowania zaproponował w [24] zunifikowany schemat rozmieszczenia podstawowej liczby punktów kontrolowanych oraz ich oznakowanie przedstawione na rysunku 3.3.

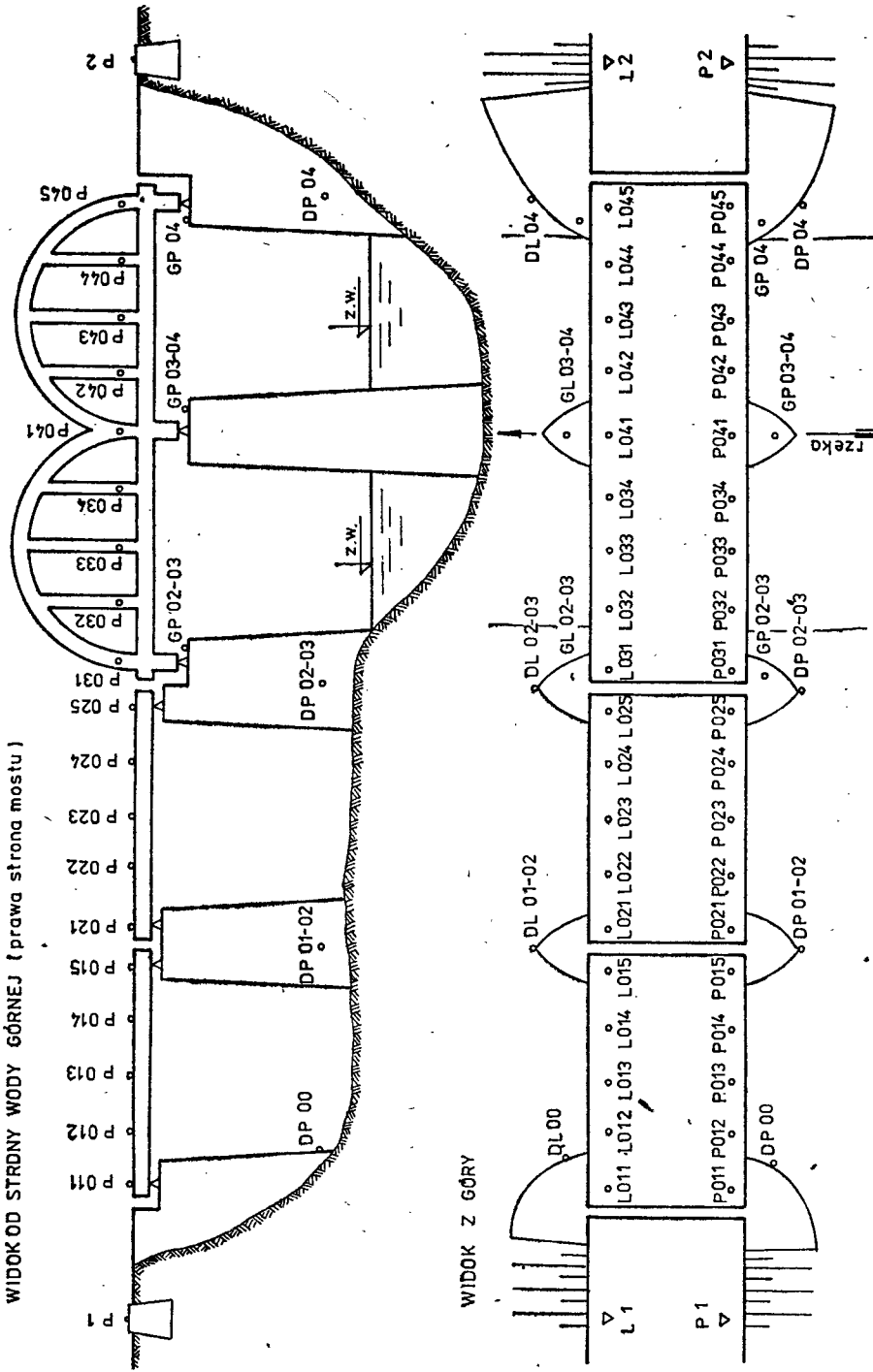
Na rysunku tym poszczególne symbole oznaczają:

L,P - lewą i prawą stronę obiektu:

- na mostach od lewego brzegu rzeki,

- na wiaduktach w kierunku wzrastającego kilometrażu drogi,

D,G - dół lub górę podpory mostowej,



Rys.3.3. Oznakowanie punktów na konstrukcji mostnej

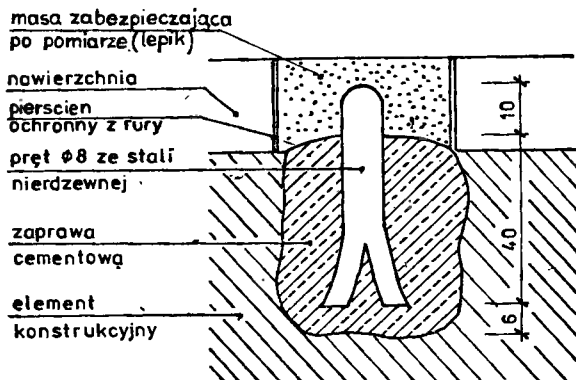
w oznaczeniach cyfrowych:

pierwsze dwie cyfry - numer przęsła liczony od 01 wg wyżej podanej zasady,
trzecia cyfra - numer przekroju poprzecznego liczony w tym samym kierunku.

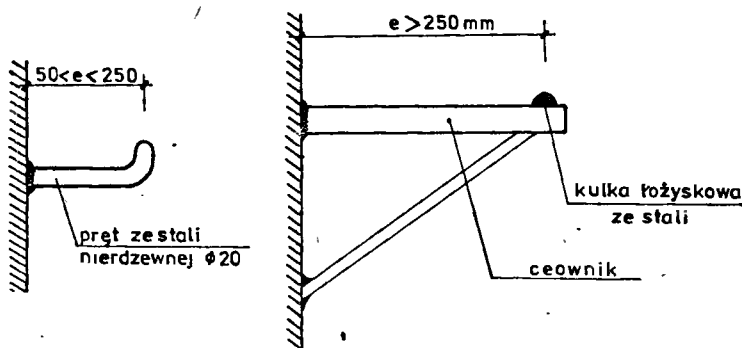
3.2.2. Repery przeznaczone na punkty kontrolowane i ich stabilizacja

Repery przeznaczone na punkty kontrolowane, jakie stabilizuje się na obiektach mostowych, wykonane są z reguły we własnym zakresie na budowie.

Podczas próbnych obciążeń najczęściej stosuje się znaki przedstawione na rysunkach 3.4 i 3.5. Stabilizuje się je w belkach ustroju nośnego i w podporach.



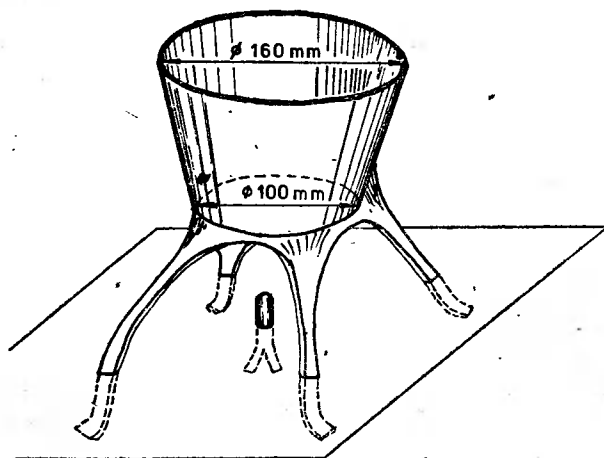
Rys.3.4. Reper stabilizowany w elemencie konstrukcyjnym pod powierzchnią nawierzchni jezdni



Rys.3.5. Repery przyspawane do metalowych elementów konstrukcyjnych

Niekiedy wokół reperów stabilizowanych w górnych półkach filarów występuje konieczność zamontowania prowadnicy dla łąty niwelacyjnej. Prowadnica taka ułatwia ustawienie łąty w tych przypadkach, gdy pomiarowy nie może stanąć na filarze. Mając do dyspozycji składaną łątę aluminiową

zestawie nawet dziesięciometrowym, można przy pomocy takiej przewodnicy uniknąć błędno jej ustawienia na reperze. Wygląd takiej przewodnicy przedstawia rysunek 3.6.



Rys.3.6. Przewodnica łąty stabilizowana łącznie z reperem

4. TECHNOLOGIA I ORGANIZACJA PRAC NIWELACYJNYCH

Każdy obiekt wymagający przeprowadzenia pomiarów przemieszczeń, z racji swej odrębności, wymaga opracowania oddzielnej, dostosowanej do jego specyfiki, technologii i organizacji prac.

Przystępując do opracowania odpowiedniej technologii pomiarów i założeń organizacyjnych jej wykonania, geodeta musi mieć sprecyzowane odpowiedzi przede wszystkim na dwa pytania: pierwsze - co mierzyć i drugie - jaką dokładność rezultatu zaspokoi potrzeby celu. Na pierwsze pytanie, w odniesieniu do obiektów mostowych, odpowiada rozdział 2 niniejszej pracy. Na drugie pytanie dokonano próby odpowiedzi w podrozdziale 4.1.

4.1. Ocena minimalnej dokładności pomiarów niwelacyjnych prowadzonych w ramach badań naukowo-technicznych i badań okresowych

Dokładność prowadzenia pomiarów niwelacyjnych stanowi jedną ze składowych całego szeregu błędów zniekształcających końcowy wynik wszystkich operacji pomiarowo-obliczeniowych wyznaczających cel prowadzonych badań. Podstawowym celem badań obiektów mostowych jest postawienie wniosku o dopuszczenie ich do eksploatacji. Ponieważ wielkość przemieszczeń pionowych, jakie występują pod próbnymi obciążeniami, stanowią dane wyjściowe do określenia parametrów, na podstawie których precyzuje się wyżej wymienione wnioski i stawia dodatkowe zalecenia, zachodzi potrzeba ustalenia minimalnej dokładności pomiaru ich wielkości, by sprecyzowany w oparciu o nie wniosek był wiarogodny.

Związek funkcyjny między nośnością mostu a wielkościami ugięć określa się w praktyce za pomocą kryteriów będących funkcją analiz dla schematów zastępczych oraz doświadczeń z praktyki. Jednym z parametrów będącym wynikiem tych analiz, a jednocześnie mogącym być podstawą dla oceny wymaganej dokładności pomiarów, jest kryterium oceny zanikania przemieszczeń pod danym obciążeniem określone wzorem (2.1). Można bowiem przyjąć, że jeżeli w określonym przedziale czasu, brak przyrostu ugięcia większego od jednej dziesiątej tego ugięcia świadczy o ustabilizowaniu się obiektu, to dokładność pomiaru pozwalająca wyznaczyć z określonym prawdopodobieństwem, że ten przyrost ugięcia rzeczywiście nie osiągnął wartości 0,1 całego ugięcia, będzie wymaganą dokładnością przeprowadzenia niwelacji.

Ponieważ przyrost ugięcia ΔK_1 w określonym przedziale czasowym jest różnicą dwóch stanów położenia punktu f' i f , to przy założeniu, że średni błąd wyznaczenia każdego z tych stanów wynosi m , średni błąd różnicy

będzie równy

$$m \Delta_{K_1} = m \sqrt{2}$$

Dla wymaganego w budownictwie 95% prawdopodobieństwa zawierania się wartości prawdziwej w granicach wyniku pomiaru z uwzględnieniem przedziału jego błędu otrzymamy

$$m \Delta_{K_{\max}} = 2 m \sqrt{2}$$

a stąd

$$2 m \sqrt{2} < 0,1 \Delta_{K_1}$$

oraz wymagany średni błąd pomiaru przemieszczenia

$$m < 0,035 \Delta_{K_1} \quad (4.1)$$

gdzie:

$$\Delta_{K_1} = f' - f$$

Na podstawie własnych badań przeprowadzonych w ramach próbnych obciążeń można stwierdzić, że dla celowych nie przekraczających 50 m średni błąd m pomiaru przemieszczenia względem rzędnej stanowiska niwelatora należy szacować w granicach $\pm 0,15$ mm. Dla tej wartości, by spełnić kryterium (4.1), przyrost ugięcia sprężystego poszczególnej fazy obciążeń winien być większy od 4 mm. Porównując tę wartość z praktycznie spotykanymi ugięciami /np. opublikowanymi w [34] / należy stwierdzić, że spełnienie wymagań dokładnościowych pomiaru dla dużej grupy obiektów mostowych /szczególnie betonowych/ jest mało realne. Stwierdzenie to dotyczy przede wszystkim pomiaru przyrostu ugięć dla poszczególnych faz obciążania, realizowanych w ramach badań naukowo-technicznych.

Na pytanie, czy dla obiektów o mniejszych wartościach ugięć w poszczególnych fazach obciążania niż 4 mm metoda niwelacji geometrycznej jest nieużyteczna należy zdecydowanie zaprzeczyć, gdyż nie cząstkowe przyrosty ugięć decydują o dopuszczeniu obiektu do użytkowania, a ich całkowita wartość, jaka wystąpi od obciążenia maksymalnego.

Kryteriami kwalifikującymi obiekt mostowy jako nadający się do eksploatacji wg [8] są:

- 1) stosunek ugięć sprężystych do obliczeniowych od obciążenia zastępczego nie może być większy od $c_1 = 1,10$,
- 2) stosunek ugięć całkowitych do obliczeniowych nie powinien być większy od $c_2 = 1,20$,
- 3) stosunek ugięć trwałych do ugięć całkowitych, wywołanych zadaniem obciążeniem, nie powinien być większy niż c_3
 - a/ dla konstrukcji nitowanych i prefabrykowanych $c_{3a} = 0,25$,
 - b/ dla konstrukcji zespolonych $c_{3b} = 0,20$,
 - c/ dla konstrukcji spawanych $c_{3c} = 0,10$,

d/ dla konstrukcji betonowych /sprężonych i żelbetowych/ monolitycznych c_{3d_1} ; przy

$$\frac{\Delta_{obl}}{1} \geq \frac{1}{1000} \quad c_{3d_1} = 0,40$$

$$\frac{1}{1000} > \frac{\Delta_{obl}}{1} \geq \frac{1}{2000} \quad c_{3d_2} = 0,35$$

$$\frac{1}{2000} > \frac{\Delta_{obl}}{1} \geq \frac{1}{3000} \quad c_{3d_3} = 0,30$$

$$\frac{1}{3000} > \frac{\Delta_{obl}}{1} \quad c_{3d_4} = 0,20$$

gdzie:

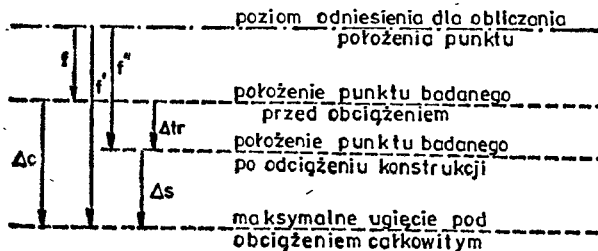
Δ_{obl} - ugięcie obliczeniowe,
1 - rozpiętość podporowa przęsła.

Jeśli stosunek dwóch zmierzonych wielkości nie powinien przekroczyć określonej liczby c , to należy rozumieć, że stosunek licznika, powiększonego o jego maksymalny błąd, do wartości mianownika, pomniejszonego o jego maksymalny błąd, nie powinien przekroczyć wartości tej liczby c .

Przyjmując:

- Δ_{obl} - wartość obliczeniową ugięcia przyjętego w dalszych rozważaniach za bezbłędną,
 $\Delta_s, {}^m \Delta_s$ - wartość ugięcia sprężystego i jej średni błąd,
 $\Delta_{tr}, {}^m \Delta_{tr}$ - wartość ugięcia trwałego i jej średni błąd,
 $\Delta_c = \Delta_s + \Delta_{tr}, {}^m \Delta_c$ - wartość ugięcia całkowitego i jej średni błąd,

oraz pamiętając, że pomierzone wartości ugięć stanowią funkcje położenia punktów przed, podczas i po obciążeniu, możemy zgodnie z rysunkiem 4.1, na którym zaznaczono przez f , f' i f'' wartości faktycznie mierzone, napisać:



Rys.4.1. Położenie badanego punktu oraz wielkości wyznaczanych przemieszczeń

$$1^{\circ} \quad \frac{\Delta_s + 2^m \Delta_s}{\Delta_{obl}} \leq c_1 \quad ; \quad \Delta_s = f' - f'' \quad ; \quad m \Delta_s = m \sqrt{2}$$

$$2^{\circ} \quad \frac{\Delta_c + 2^m \Delta_c}{\Delta_{obl}} \leq c_2 \quad ; \quad \Delta_c = f' - f \quad ; \quad m \Delta_c = m \sqrt{2}$$

$$3^{\circ} \quad \frac{\Delta_{tr} + 2^m \Delta_{tr}}{\Delta_c - 2^m \Delta_c} \leq c_3 \quad ; \quad \Delta_{tr} = f'' - f \quad ; \quad m \Delta_{tr} = m \sqrt{2}$$

skąd

$$1^{\circ} \quad \Delta_s \leq c_1 \Delta_{obl} - 2\sqrt{2} \cdot m \quad (4.2)$$

$$2^{\circ} \quad \Delta_c \leq c_2 \Delta_{obl} - 2\sqrt{2} \cdot m \quad (4.3)$$

$$3^{\circ} \quad \Delta_{tr} \leq c_3 \Delta_c - 4\sqrt{2} \cdot m = c_3 (c_2 \Delta_{obl} - 2\sqrt{2} \cdot m) - 4\sqrt{2} \cdot m \quad (4.4)$$

Wzory (4.2), (4.3) i (4.4) określają wielkości przemieszczeń jakie należy zidentyfikować, by wydana opinia o dopuszczeniu obiektu do eksploatacji była wiarogodna. Przy tak sformułowanym zadaniu, gdzie celem pomiaru jest jedynie wykazanie, że graniczne przemieszczenia nie zostały przekroczone /wyznaczenie ich faktycznej wartości jest w tej ocenie nieistotne/ warunki wykonania pomiaru stają się dużo łagodniejsze.

Rozpatrzmy dla przykładu most stalowy o rozpiętości przęsła $l = 30$ m, dla którego ugięcie obliczeniowe $\Delta_{obl} = 8$ mm i na którym chcielibyśmy wykonać pomiar ze średnim błędem $m = 0,15$ mm.

Zgodnie z kryteriami [8] dla $\Delta_{obl} : l = 8 : 30000 = 1 : 3750$ wartość nieprzekraczalnych parametrów wynosi $c_1 = 1,10$, $c_2 = 1,20$, $c_{3d_4} = 0,20$; stąd

$$1^{\circ} - \text{ugięcie sprężyste} \quad \Delta_s \leq 1,1 \cdot 8 - 2,8 \cdot 0,15 = 8,4 \text{ mm}$$

$$2^{\circ} - \text{ugięcie całkowite} \quad \Delta_c \leq 1,2 \cdot 8 - 2,8 \cdot 0,15 = 9,2 \text{ mm}$$

$$3^{\circ} - \text{ugięcie trwałe} \quad \Delta_{tr} \leq 0,2 \cdot 9,2 - 5,6 \cdot 0,15 = 1,0 \text{ mm}$$

Rozpatrując obydwie przytoczone analizy dokładnościowe pomiaru możemy w podsumowaniu sformułować następujące wnioski:

- przy wykonywaniu badań naukowo-technicznych, w których istotne jest wyznaczenie przebiegu przyrostu ugięć we wszystkich fazach obciążania, stosowanie niwelacji geometrycznej winno być poprzedzone pełną analizą dokładnościową możliwości spełnienia stawianych wymagań,
- przy wykonywaniu badań w ramach próbnych obciążeń, których celem byłoby jedynie wydanie orzeczenia o dopuszczeniu obiektu do eksploatacji, metoda niwelacji geometrycznej może być stosowana po spełnieniu warunków (4.2), (4.3) i (4.4). Przeprowadzone pomiary metodą niwelacji precyzyjnej spełniają na ogół te wymagania,
- kryterium (4.4) może być przyjęte za podstawę określenia dokładności pomiaru w badaniach okresowych, których głównym celem jest rejestro-

wanie narastania trwałych ugięć przez cały okres eksploatacji.

4.2. Ogólne uwagi o przyrządach geodezyjnych stosowanych w pomiarach przemieszczeń pionowych punktów na obiektach mostowych

Z rozważań dokładnościowych przeprowadzonych w poprzednim rozdziale tej pracy wynika, że na obiektach mostowych wystąpią pomiary w dwóch klasach dokładnościowych: klasie precyzyjnej oraz w klasie technicznej. O ile powszechnie produkowane przyrządy niwelacyjne klasy technicznej, przy stosowaniu powszechnie przyjętych zasad prawidłowej technologii pomiaru, spełniają warunki dokładnościowe stawiane wynikom prac w klasie technicznej, to w przypadku wykonywania niwelacji klasy precyzyjnej należy zwrócić uwagę na specyfikę warunków, które rzutują na wybór najwłaściwszego sprzętu i sposób jego wykorzystania.

Pośród różnych typów niwelatorów precyzyjnych do pomiaru przemieszczeń pionowych konstrukcji inżynierskich zaleca się stosować niwelatory z urządzeniami kompensatorowymi. Według [13] jedną z ich podstawowych zalet jest stosunkowo mniejsza czułość na zmiany temperatury /na podstawie własnych spostrzeżeń można dodać, że jedynie w tym sensie, że posiadają one większą bezwładność przy nagłych jej zmianach/, a dzięki wyeliminowaniu czynności doprowadzania libeli do poziomu, pozwalają na przyspieszenie prac polowych oraz ułatwiają prace w trudnych warunkach terenowych. Mimo tak pozytywnej oceny tych niwelatorów, przed przystąpieniem do prac pomiarowych konkretnym instrumentem, należy przeprowadzić następujące badania:

- 1) oceny działania mikrometru optycznego,
- 2) wpływu ogniskowania na stałość osi celowej,
- 3) określenia stabilności warunków geometrycznych osi w różnych warunkach termicznych.

Sposoby przeprowadzania pierwszych dwóch badań oraz eliminowania ich wpływów omówione są w [50], natomiast badania nad zagadnieniem trzecim prowadził Zb. Anders [13]. W niniejszej pracy w podrozdziale 5.3 przedstawiono własny sposób wyrównania sieci, który pozwala na rachunkowe wyeliminowanie systematycznych błędów wynikających z tych zjawisk.

W trakcie pomiaru niwelacyjnego między punktami odniesienia a krańcowymi punktami na obiekcie stosowane są zwykłe łąty precyzyjne z normalnym oprzyrządowaniem /podstawki, podpórki, parasole ochronne/. Warunki jakim powinny odpowiadać te przyrządy opisane są szeroko w literaturze, szczególnie przez J. Szymońskiego w [50].

Do pomiaru przemieszczeń punktów na obiekcie, prowadzonego w ramach badań pod próbnymi obciążeniami, stosuje się cały szereg łątek odczytowych indywidualnych konstrukcji, których opisy można znaleźć między innymi w [13] i [30]. W ramach danego pomiaru stosuje się kilka lub kilkanaście łątek jednocześnie, co narzucone jest warunkiem zachowania bezpieczeństwa pracy i krótkim okresem czasu dla dokonania z nich odczytów. Z godnych po-

lecenia konstrukcji łąt, szczególnie do pomiaru na punktach stabilizowanych na górnej półce podpór i pod konstrukcją przeszła na estakadach, jest skręcana z prętów aluminiowych łąta zakończona wymiennymi końcówkami służącymi do jej podwieszania lub ustawiania na reperach. Łaty te są niezawodne w pomiarze położenia punktów stabilizowanych na podporach, do których dostęp istnieje tylko z chodnika mostu. Pozwalają one na uzyskiwanie stosunkowo dużej dokładności pomiaru nawet przy skręceniu dziesięciometrowego zestawu.

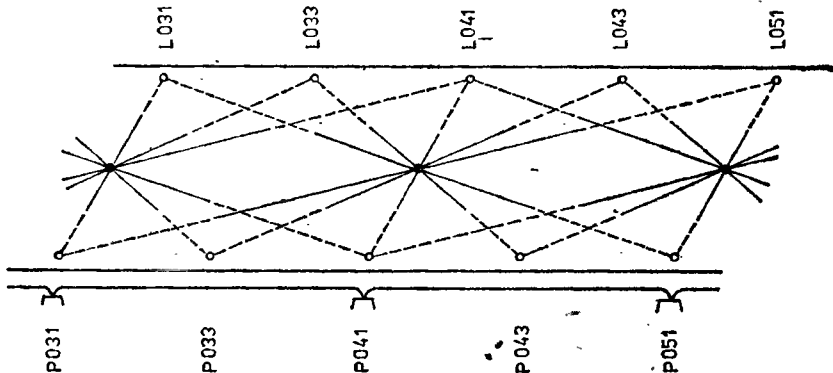
4.3. Schematy sieci stosowanych w okresowych pomiarach niwelacyjnych mostów oraz uwagi o ich pomiarze

Schematyczny rozkład położenia punktów połączony z cyklicznym powtarzaniem się tych samych czynności pomiarowych pozwala na wprowadzenie daleko idących uproszczeń w obliczeniach oraz opracowanie takich technologii pomiaru, w których maksymalnie ograniczono by wpływy błędów systematycznych i niektórych przypadkowych. Schematy pomiarowe, o których mowa, występują przede wszystkim na wieloprzęsłowych obiektach mostowych. Należy je rozpatrywać z dwójakiego punktu widzenia:

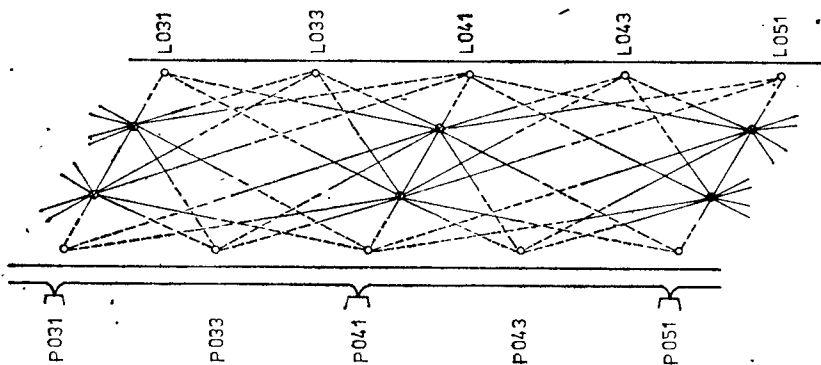
- 1) rozkładu położenia punktów kontrolowanych na obiekcie,
- 2) kolejności wykonywania czynności pomiarowych i ich powtarzalności na poszczególnych stanowiskach niwelatora.

Rozkład położenia punktów kontrolowanych jest funkcją przyjętego schematu statycznego /np. wieloprzęsłowego ustroju ciągłego czy rozciątego nad podporami/ i przeznaczenia pomiarów /pomiaru okresowe czy pomiaru podczas próbnych obciążeń/, a schemat przebiegu celowych zależy od wielkości obiektu określonego wg kryterium "dobrego celowania" przedstawionego w podrozdziale 2.2.

Istnieje wiele kombinacji ciągów uwzględniających wyżej wymienione warunki. Na rysunkach 4.2 i 4.3 przedstawiono przykłady tych schematów, które spełniają warunki kontrolowanego pomiaru wszystkich punktów badanych.



Rys.4.2. Schemat pomiaru jednym niwelatorem na wieloprzęsłowych mostach o ciągłej konstrukcji jezdnej

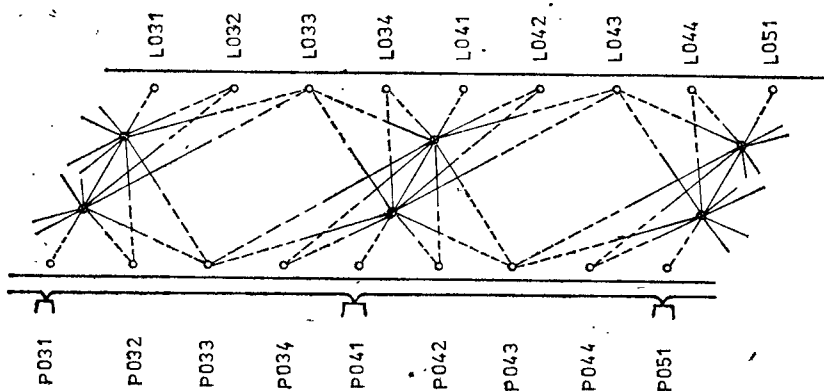


Rys.4.3. Schemat pomiaru przy pomocy dwóch niwelatorów na wieloprzęsłowych mostach o ciągłej konstrukcji jezdnej

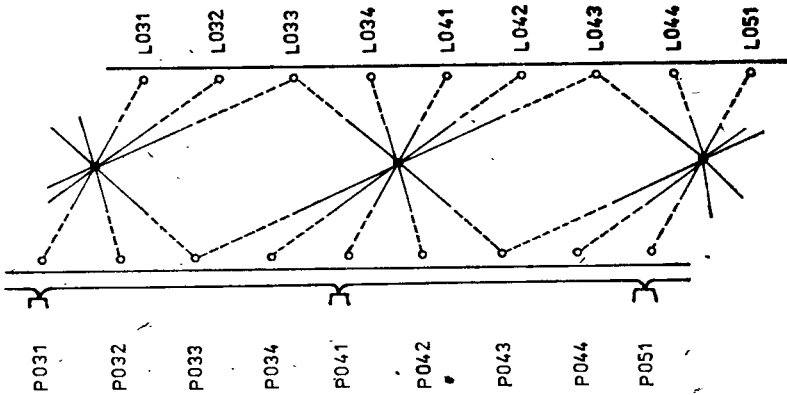
Jeśli kontrola ta była wykonana przez ustawienie dwóch niwelatorów w jednym przekroju poprzecznym /rys.4.3/, to w obliczeniach schemat ten można zastąpić schematem przedstawionym na rysunku 4.2.

W przypadku gdy zasięg celowej dobrego pomiaru sięga jedynie środka przęsła, to wykonanie pomiarów z dwóch stanowisk jest konieczne ze względu na warunek uzyskania kontroli /rys.4.4/. W takim przypadku nie zaleca się uśredniania wyników obu pomiarów, gdyż jak to pokazuje rysunek 4.5 otrzymalibyśmy ciąg z punktami pośrednimi, dla których nie byłoby kontroli w części obliczeniowej rozwiązania.

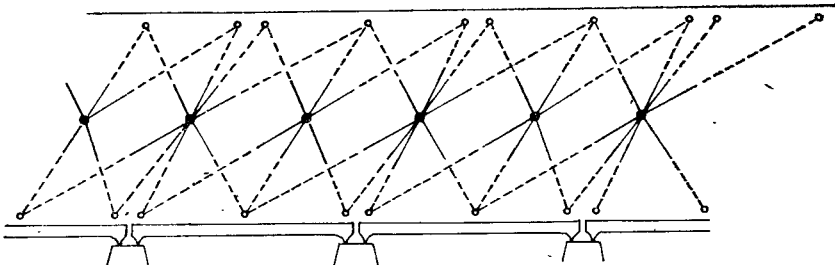
Przy dużej sztywności konstrukcji, jaką posiadają np. mosty betonowe, istnieje możliwość zrealizowania stanowiska w pobliżu środka przęsła. Na obiektach takich schematy pomiarowe będą posiadały podobny kształt jak poprzednio. Przykład takiego schematu pokazuje rysunek 4.6.



Rys.4.4. Schemat pomiaru na obiekcie, na którym odległość "dobrego" pomiaru sięga połowy rozpiętości przęsła

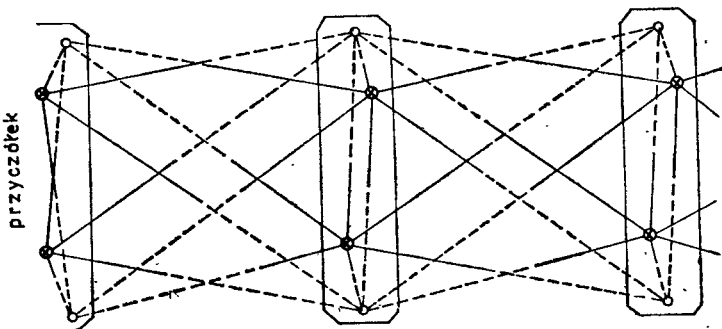


Rys.4.5. Schemat "pomiaru" uzyskany z uśrednionych wyników obserwacji przedstawionych na rys.4.4

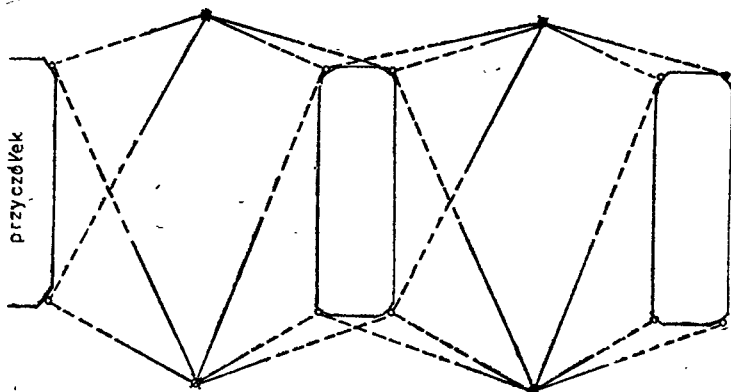


Rys.4.6. Schemat pomiaru jednym niwelatorem na wieloprzęsłowych mostach o konstrukcji jezdnej rozciętej nad podporami

Rozmieszczenie punktów kontrolowanych na konstrukcji podporowej oraz dostępność do nich z przyrządami stwarzają niewielkie możliwości na wprowadzenie gotowych schematów. Dadzą się one zrealizować jedynie na podporach estakad oraz dla tych mostów nad ciekami wodnymi, na których można stanąć na górnych półkach podpór. Rysunki 4.7 i 4.8 podają przykładowe rozwiązania takich sieci.



Rys.4.7. Schemat pomiaru po górnej półce podpór



Rys.4.8. Schemat pomiaru u nasady podpór

4.4. Wykonywanie obserwacji

Warunki, w których wykonuje się większość pomiarów niwelacyjnych na mostach należą z pewnością do jednych z najtrudniejszych. Do podstawowych problemów z jakimi spotykamy się podczas pomiarów należy duża częstotliwość ich zmian. Wynika ona ze stałego przepływu powietrza z jego zafalowaniami, zmiennej wilgotności powietrza nad ciekami oraz z drgań podłoża wywołanego ruchem kołowym. Występowanie zmiennych warunków powoduje stosunkowo duże rozbieżności w odczytach tej samej łąty, dokonywanych w niewielkich nawet odstępach czasowych. Rozbieżności tych nie można wyeliminować na drodze wprowadzenia odpowiednich poprawek do wykonanych odczytów, stąd należy dążyć do częściowej chociaż ich eliminacji poprzez zastosowanie elastycznie dostosowanej do sytuacji kolejności celowania, momentów dokonywania odczytów oraz wyboru miejsc na stanowisko instrumentu.

W pomiarach niwelacyjnych obiektów mostowych istnieją zasadniczo cztery przypadki, w których stosowanie odmiennych technologii pomiaru jest uzasadnione. Należą do nich:

- a) wykonywanie niwelacji między punktami odniesienia a punktami stabilizowanymi na początku i końcu obiektu /punkty pomocnicze/,
- b) wykonywanie niwelacji części jezdnej oraz podporowej naziemnej w ramach okresowych niwelacji kontrolnych,
- c) wykonywanie niwelacji elementów wymienionych w pkt.b, ale podczas próbnych obciążeń,
- d) wykonywanie niwelacji podpór w części nawodnej mostu.

Technologia pomiaru wymienionego w punktach a i b nie odbiega na ogół od powszechnie stosowanych reguł pomiaru w niwelacji precyzyjnej ciągów niwelacji państwowej.

Przy wykonywaniu niwelacji punktów kontrolowanych na części jezdnej mostu należy wziąć pod uwagę fakt stosunkowo dużego zagęszczenia punktów.

Sytuacja taka, przy jednoczesnym dążeniu do ustawienia niwelatora poza obrębem objętym przemieszczeniami, wymusza realizowanie celowych o różnych długościach. Ponieważ z reguły z jednego stanowiska instrumentu należy zaniwelować minimum cztery punkty, zatem realizacja niwelacji ze środka staje się nieopłacalna. Można wprawdzie w tych przypadkach wykonać pomiar przy użyciu większej liczby niwelatorów, lecz i w tych przypadkach wystąpi problem opracowania nowego sposobu redukcji wpływu otoczenia i błędów systematycznych instrumentów na uzyskiwaną dokładność pomiaru. W rozdziale 5 przedstawiono nową propozycję takiego rozwiązania.

4.5. Ogólny przebieg obliczania przemieszczeń pionowych przyjęty w niniejszej pracy

Ogólny przebieg obliczania przemieszczeń pionowych punktów można ująć w dwie fazy:

- 1) fazę ustalenia niezmienności przyjętego układu odniesienia, wyrażającą się oceną wzajemnej stałości reperów przyjętych za punkty odniesienia,
- 2) fazę obliczania samych przemieszczeń w przyjętym za niezmienny układzie odniesienia.

Ocenę wzajemnej stałości punktów odniesienia, ze szczególnym uwzględnieniem sieci małych, zawierają między innymi [30], [31], [47]. W publikacjach tych za podstawowe kryterium oceny wzajemnej stałości dwóch reperów RpW i RpP przyjęto oczekiwaną maksymalną wartość różnicy $[h' - h]$ wzniesień z pomiaru aktualnego i wyjściowego, w których za typowe spostrzeżenie uznano średnią różnicę wysokości, pomierzoną na pojedynczym stanowisku, z pomiaru tam i z powrotem. Kryterium to określa wzór

$$[h' - h]_{RpW - RpP} \leq d_{\max} = 0,75 m [h' - h]_{\max} = 1,5 m_0 \sqrt{n + n'} \quad (4.5)$$

gdzie:

współczynnik 0,75 wynika z doświadczeń praktycznych i jest uzasadniony tym, że graniczne różnice wyników pomiaru, oparte są o dyskusyjne założenie, że pojedyncze spostrzeżenie charakteryzuje się w każdym przypadku błędem 2m [30],

m_0 - średni błąd typowego spostrzeżenia,

n, n' - liczba stanowisk w ciągach pomiaru wyjściowego i aktualnego

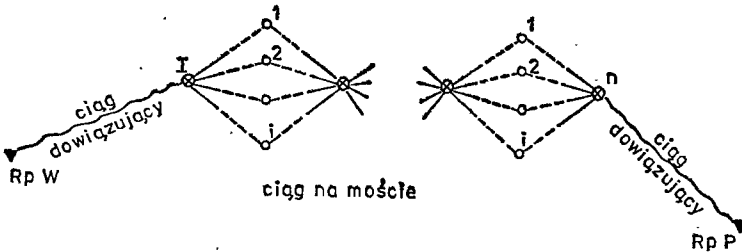
Wzór (4.5) odnosi się do pomiaru klasycznego ciągu, w którym na jednym stanowisku niwelatora wykonuje się po jednym odczycie wstecz i w przód

Przeprowadzając pomiar przez obiekty mostowe na drodze realizacji schematów pomiarowych opisanych w podrozdziale 4.3, w ocenie wzajemnej stałości reperów odniesienia uwzględnić należy wnioski wynikające z analizy przeprowadzonej w podrozdziale 6.1

Wyprowadzony w tym rozdziale wzór o postaci

$$m_{h \text{ I-n}} \max = \pm 2 m_0 \sqrt{\frac{2(n-1)}{i}} \quad (4.6)$$

odnosi się do pomiaru wykonanego w jedną stronę /tam lub z powrotem/ dla różnicy wysokości h między rzędną pierwszego stanowiska niwelatora a rzędną ostatniego stanowiska niwelatora w ciągu o n stanowiskach oraz i punktach kontrolowanych, przez które powiązane są sąsiednie stanowiska /rys.4.9/.



Rys.4.9. Składowe części ciągu między punktami odniesienia

Przyjmując podobnie jak we wzorze (4.5), że typowe spostrzeżenie m_0 jest średnią z pomiaru tam i z powrotem otrzymamy

$$m_{h \text{ I-n}} \max = \pm \frac{2}{\sqrt{2}} m_0 \sqrt{\frac{2(n-1)}{i}} \quad (4.7)$$

oraz wzór na błąd różnicy wzniesień z pomiaru aktualnego i wyjściowego

$$m_{[h' - h] \text{ I-n}} \max = \sqrt{m_{h \text{ max}}^2 + m_{h' \text{ max}}^2} = \pm 2 m_0 \sqrt{\frac{(n+n'-2)}{i}} \quad (4.8)$$

skąd

$$[h' - h]_{\text{I-n}} \leq d_{\max}' = 0,75 m_{[h' - h] \text{ max}} = \pm 1,5 m_0 \sqrt{\frac{n+n'-2}{i}} \quad (4.9)$$

Wyprowadzony wzór odnosi się do najprostszego schematu pomiarowego jakim jest np. realizowany ciąg niwelacji podpór słupowych w częściach estakadowych mostów. Może on być stosowany również dla wstępnej oceny przy innych schematach pomiarowych, gdyż wyznaczona przy jego pomocy wartość będzie większa niż gdyby wyznaczyć ją jako ściśle odpowiadającą tym schematom. Stwierdzenie to uzasadnione jest występowaniem w innych schematach większej liczby obserwacji dla tej samej liczby punktów kontrolowanych.

Ponieważ punkty odniesienia stabilizowane są z dala od obiektu mostowego, to ciągi niwelacyjne łączące je będą składać się z trzech części /rys.4.9/, a oczekiwana maksymalna wartość kwadratu różnicy $[h' - h]$ mię-

dzy nimi będzie równa

$$m^2 \left[h' - h \right]_{\max}^2 = m^2 \left[h' - h \right]_{\max}^2 + m^2 \left[h' - h \right]_{\max}^2 + m^2 \left[h' - h \right]_{\max}^2 \quad (4.10)$$

Rp W - Rp P Rp W - I I - n n - Rp P

w którym to równaniu człon pierwszy i trzeci odpowiadają klasycznemu do-
wiązaniu /wzór (4.5)/, a człon drugi - ciągowi założonemu na moście
/wzór (4.9)/. Po podstawieniu prawych stron tych wzorów do zależności (4.10)
i przyjęciu zasady realizacji sieci identycznej w obu pomiarach. ($n = n'$)
otrzymamy po uproszczeniach

$$\left[h' - h \right]_{\max}^2 \leq d_{\max}^2 = 0,75 m \left[h' - h \right]_{\max} = \pm 2 m_0 \sqrt{n_1 + \frac{n_2 - 1}{1} + n_3} \quad (4.11)$$

Rp W - Rp P

gdzie:

- n_1, n_2, n_3 - liczba stanowisk niwelatora w pomiarze wyjściowym równa
liczbie stanowisk w pomiarze aktualnym w ramach poszcze-
gólnych ciągów,
i - liczba punktów kontrolowanych, przez które przeprowadzono
pomiar wiążący sąsiednie stanowiska niwelatora.

Druga faza obliczeń odnosi się do wyznaczenia przemieszczeń w ukła-
dzie współrzędnych wysokościowych, reprezentowanym przez repery odniesie-
nia przyjęte za nieprzemieszczone oraz określeniu średnich błędów wyzna-
czonych wielkości.

Zagadnienie to zostanie rozwiązane w oparciu o następujące założenia:

- 1) współrzędne wysokościowe reperów podniesienia, zidentyfikowane jako
nieprzemieszczone, uznane zostaną w procesie wyrównania jako prak-
tycznie bezbłędne,
- 2) obliczenie niewiadomych oparte zostanie o metodę spozrzeżeń po-
średniczących,
- 3) równanie obserwacji niwelacyjnej rozszerzone zostanie o niewiadomą
eliminującą średnią wartość wpływów błędów systematycznych występu-
jących w pomiarach.

Założenie pierwsze uzasadnione jest celem i wymaganiami dokładności-
wymi w tych pomiarach. Jak podano poprzednio, pomiary te wykonuje się bądź
w ramach badań naukowo-technicznych, bądź też w ramach badań okresowych.
W pierwszych z nich chociaż wymagana dokładność wyznaczenia zmian jest wy-
soka, to cały cykl pomiarowy trwa najwyżej trzy dni. W takim okresie poza
ewentualnym uszkodzeniem mechanicznym reperu trudno uzasadnić wystąpienie
innych czynników mogących je przemieścić. Pomiary okresowe wykonywane są w
wieloletnich odstępach czasowych, lecz wymagana dokładność wyznaczenia po-
szukiwanych wartości jest zdecydowanie niższa od dokładności zidentyfiko-
wania stałości punktów odniesienia. Tak więc uwzględnianie błędności rzęd-
nych punktów nawiązania w tych pomiarach nie wydaje się uzasadnione.

Założenie drugie wynika z kształtu geometrycznego sieci zakładanej na konstrukcji mostu. Duża liczba przecinających się celowych utrudnia wyodrębnienie niezależnych warunków geometrycznych, a ich wyszukanie - jak wykazują doświadczenia praktyczne - powoduje często błędy.

Założenie trzecie stanowi pożądaną próbę wyeliminowania na drodze rachunkowej tych błędów systematycznych, których nie zdołano usunąć na drodze rektyfikacji przyrządów lub przez zastosowanie odpowiedniej technologii pomiaru.

5. OBLICZANIE PRZEMIESZCZEŃ PIONOWYCH W OPARCIU O OBSERWACJE NIWELACJI GEOMETRYCZNEJ

Ogólnie przyjęte pojęcie metody niwelacji geometrycznej określa pomiar różnicy wysokości między dwoma reperami na drodze wyznaczenia wartości dwóch pionowych odcinków w oraz p od tych reperów do zrealizowanej przy pomocy instrumentu prostej poziomej.

Zgodnie z powyższym określeniem za "obserwację" przyjęto obliczoną z odczytów w oraz p różnicę wysokości

$$H_{RpP} - H_{RpW} = h = W - P \quad (5.1a)$$

lub dla ciągu o n stanowiskach niwelatora

$$H_{RpP} - H_{RpW} = h = \sum W - \sum P \quad (5.1b)$$

Ponieważ wiodącym jest, że uzyskanie poziomej celowej jest praktycznie niemożliwe, to zalecane technologie pomiaru i obliczeń określają najkorzystniejsze sposoby pomiaru prowadzące do maksymalnego eliminowania ich szkodliwego wpływu. W procesie wyrównania małe wartości błędów, wynikające z pozostałości wpływów różnych niekorzystnych czynników, traktuje się łącznie z innymi błędami osobowymi jako błąd obserwacji niwelacyjnej. Rozwiązanie takie nazywać będziemy klasycznym.

W praktyce pomiarowej, przy dużej liczbie punktów na małym obszarze /co ma miejsce w niwelacji obiektów mostowych/ realizowanie niwelacji wg klasycznej technologii /np. ze środka/ zwiększa pracochłonność prowadzenia prac. Chcąc uniknąć tego obejmuje się pomiarem z jednego stanowiska maksymalną liczbę reperów, a wyrównanie obserwacji przeprowadza się dwuetapowo: w pierwszej kolejności wybiera się do wyrównania taki ciąg, który daje przebieg najbardziej zgodny z założeniami klasycznych ciągów, a następnie z pozostałych reperów tworzy się ciągi drugiego rzędu nawiązane do pierwszych. Z powyższego opisu wynika, że rozwiązanie to, aczkolwiek praktycznie uzasadnione, należy uznać za przybliżone i możliwe do stosowania tam, gdzie uzyskana dokładność wyznaczenia przemieszczeń spełnia wymogi stawiane przez interpretatorów wyników.

Rezygnacja z dwustopniowego procesu obliczeń i przyjęcie zasady jednoczesnego wyrównania wszystkich obserwacji wymaga nieco odmiennego określenia pojęcia obserwacji.

• Za najważniejsze określenie "obserwacji" należy uznać pomiar różnicy wysokości między rzędną osi celowej w punkcie stanowiska instrumentu a reperem, na którym stoi łąta. Tak zdefiniowaną obserwację można utożsamić z

dokonanym na łacie odczytem poprawionym o systematyczne wpływy zniekształcające jego wartość.

Do istotnych czynników zniekształcających odczyt na łacie należy zaliczyć:

- 1) niepoziomość osi celowej wynikająca z niemożności precyzyjnego zrektyfikowania instrumentu,
- 2) wpływ kulistości Ziemi,
- 3) zmienność kąta między osią celową a osią libeli /lub urządzenia poziomującego/ wynikająca z ogniskowania lunety dla różnych odległości celowania,
- 4) wpływy refrakcji,
- 5) zmienność kąta między osią celową a osią libeli /lub urządzenia poziomującego/ wynikająca ze zmiany temperatury całego niwelatora,
- 6) inne błędy systematyczne /np. systematyczny błąd indywidualny niwelatora, błąd wynikający z miejsca zera łaty/.

Niech wartość poszczególnych tych wpływów na odległości celowania d_1 wynosi e_{11} , e_{12} , e_{13} , e_{14} , e_{15} , a łączny wpływ pozostałych błędów systematycznych e_{16} . Załóżmy też, że wszystkie te czynniki, zniekształcając odczyt w sposób systematyczny, zmieniają swą wartość proporcjonalnie do odległości łaty od instrumentu. Przy tym założeniu łączny wpływ wszystkich zniekształceń e_1 będący sumą zniekształceń cząstkowych, można utożsamić z wpływem niewypoziomowania osi celowej o kąt

$$\xi_1 = \frac{e_1}{d_1} \cdot \vartheta'' \quad (5.2)$$

gdzie:

ξ_1 - kąt w mierze łukowej

$$e_1 = e_{11} + e_{12} + e_{13} + e_{14} + e_{15} + e_{16}$$

$$\vartheta'' = 206265$$

d_1 - odległość łaty od instrumentu

Analizując wpływ założenia liniowości zmian wartości e_{in} w funkcji odległości d_1 na prawidłowość wyznaczenia kąta ξ_1 , a w konsekwencji na zgodne z prawdą poprawienie odczytu na łacie /obserwacji/ należy stwierdzić co następuje:

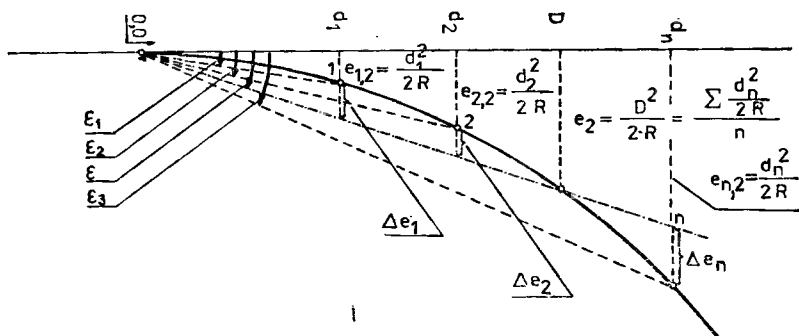
Ad 1. W stosunku do czynnika 1 założenie jest w pełni poprawne.

Ad 2. Wpływ kulistości Ziemi na odczyt na łacie można z wystarczającą dokładnością wyrazić wzorem

$$e_{12} = \frac{d_1^2}{2R} \quad (5.3)$$

W procesie wyrównania obserwacji metodą najmniejszych kwadratów, przy przyjęciu liniowego wpływu tego czynnika, wyznaczy się taką składową ξ_{12} kąta ξ_1 , jaka będzie odpowiadała średniej ze wszystkich

e_{i2} w dokonanych celowaniach /rys.5.1/.



Rys.5.1. Wyznaczenie średniej wartości wpływu kulistości Ziemi

Zgodnie z tym obliczyć możemy odległość D dla średniej wartości e_2 .
Otrzymamy

$$e_2 = \frac{D^2}{2R} = \frac{\sum (d_i^2 : 2R)}{n}$$

skąd

$$D = \sqrt{\frac{\sum d_i^2}{n}} \quad (5.4)$$

oraz odpowiadający jej kąt ξ_{i2}

$$\xi_{i2} = \frac{1}{2R} \sqrt{\frac{\sum d_i^2}{n}} = \frac{D}{2R} \quad (5.5)$$

Dla zrealizowanych długości celowych, wprowadzonych do wyrównania równaniami omówionymi w dalszej części tego rozdziału, rzędne punktów otrzymają poprawki

$$e'_{i2} = d_i \cdot \text{tg } \xi_{i2} \quad (5.6)$$

a powstałe różnice $e_{i2} - e'_{i2}$ obarczą swą wartością sumaryczny błąd przypadkowy pomiaru.

Dla zobrazowania wielkości różnic $e_{i2} - e'_{i2}$ rozpatrzmy trzy przypadki pomiaru do trzech reperów z jednego stanowiska przedstawione w tabelicy 5.1.

Z oceny tej tabelicy wynika, że na wielkość pozostałości zredukowanego w ten sposób wpływu kulistości Ziemi ma znaczenie rozmieszczenie punktów kontrolowanych względem stanowiska niwelatora. Przy analizowaniu wielkości tych wpływów w konkretnej sieci niwelacyjnej należy zatem rozpatrywać najmniej korzystne stanowiska. W wyniku analizy, za maksymalną długość celowej "dobrego pomiaru" można przyjąć taką, dla której wpływ tego czynnika nie będzie obarczał błędem przypadkowego pomiaru wartością większą od założonej /np. w niwelacji precyzyjnej 0,05 mm/.

Różnice w poprawkach do odczytów łat
wynikające z przyjęcia liniowej funkcji
na wartość wpływu kulistości Ziemi

Przy- kład	Długość celowych	$e_{i2} = \frac{d_1^2}{2R}$ [mm]	e_{i2} [mm]	D [m]	ξ_{i2} [rad]	e'_{i2} [mm]	$e_{i2} - e'_{i2}$ [mm]
1	$d_1 = 5$ m	0,002	0,068	29,6	$2,3230 \cdot 10^{-6}$	0,012	- 0,010
	$d_2 = 10$ m	0,008				0,023	- 0,015
	$d_3 = 50$ m	0,196				0,116	+ 0,080
2	$d_1 = 5$ m	0,002	0,119	38,9	$3,0529 \cdot 10^{-6}$	0,015	- 0,013
	$d_2 = 45$ m	0,159				0,137	+ 0,022
	$d_3 = 50$ m	0,196				0,153	+ 0,043
3	$d_1 = 5$ m	0,002	0,090	33,8	$2,6526 \cdot 10^{-6}$	0,013	- 0,011
	$d_2 = 30$ m	0,071				0,080	- 0,009
	$d_3 = 50$ m	0,196				0,133	+ 0,063

Ad 3. Wpływ ogniskowania lunety na odczyt na łacie jest indywidualny dla każdego egzemplarza instrumentu i nie da się przedstawić za pomocą uogólniającego wzoru. Przyjęcie liniowej zmienności tego czynnika w funkcji odległości spowoduje rozdzielenie wielkości e_{i3} na część e_3 tworzącą kąt ξ_i i część obarczającą błąd przypadkowy pomiaru. W celu wyznaczenia wartości tych składowych należy sporządzić wykres zmienności kąta między osią celową a osią libeli /urządzenia poziomującego/ danego niwelatora, po czym przeprowadzić analizę jak w punkcie 2.

Ad 4. Z praktycznego punktu widzenia wpływ refrakcji na przebieg osi celowej należy na terenach obiektów przemysłowych /w tym w szczególności na obiektach mostowych/ uznać za przypadkowy. W tym też ujęciu w głównej mierze należy go traktować jako składową błędów przypadkowego pomiaru. Jeżeli jednak stan atmosfery będzie powodował systematyczne odchylenie się osi celowej wg teoretycznej krzywej refrakcyjnej, to w trakcie wyrównania nastąpi rozdział składowej e_{i4} wg zasady opisanej w punkcie 2.

Ad 5. Charakter wpływu tego czynnika w pełni odpowiada założeniom liniowej zmienności. Jeżeli jednak pomiar będzie się odbywał w zmiennych warunkach termicznych /np. przejście z pomiarem z hali na zewnątrz, pomiary podczas próbnych obciążeń trwające nieraz całą dobę itp./, to i wartość składowej ξ_{i5} kąta ξ_i będzie się zmieniała. Nie są to wartości małe. Wg badań Zb. Andersa cytowanych w [13] zależność ta dla badanego niwelatora firmy Zeiss typu N1004 i zmiany temperatury

od 0°C do 30°C wyraziła się wzorem empirycznym

$$\varepsilon_{15} = -0,313'' \cdot \Delta t^{\circ} \quad (5.7)$$

gdzie:

ε_{15} - kąt między osią celową a osią libeli,

Δt° - przyrost temperatury przyrządu w stopniach Celsjusza.

Ponieważ przy zmianach temperatury przyrządu odpowiednio o 10°C, 20°C oraz 30°C wartości kąta ε_{15} dla tego egzemplarza były odpowiednio równe -3",1, -6",3 oraz -9",4 przy dokładności ustawiania libeli 0",2 /wg prospektu/, na czynnik ten należy zwrócić szczególną uwagę. W praktyce rugowanie tego wpływu z wyników pomiaru będzie polegało na takim zaprojektowaniu sieci niwelacyjnej i technologii pomiaru, która pozwalałaby w procesie obliczeń wyznaczać kolejne kąty ε_i na drodze rachunkowej dla danego przedziału czasowego, lub przez częstsze sprawdzanie warunku równoległości osi celowej do osi libeli i ewentualną rektyfikację przyrządu.

Należy też pamiętać, że w pomiarach przemieszczeń z reguły nie występują przypadki odpowiadające definicji niwelacji "w przód", dla której rozważano wpływ przyjętych wyżej czynników. Do punktów kontrolowanych należy bowiem wycelować co najmniej z dwóch stanowisk niwelatora, a wówczas na wynik pomiaru będą oddziaływać wpływy będące funkcją różnicy długości tych celowych, stąd i odpowiednio zaprojektowanym kształtem sieci możemy uzyskać znaczne zredukowanie szkodliwych wpływów błędów systematycznych.

5.1. Równania poprawki obserwacji niwelacyjnej

5.1.1. Klasyczna postać równania poprawki obserwacji różnicy wysokości w niwelacji geometrycznej

Przyjmując za "obserwację" pomiar różnicy wysokości h między dwoma reperami W i P określonej wzorami (5.1a) i (5.1b) równanie poprawki obserwacji różnicy wysokości przyjmie postać

$$v_{h_i} = dH_P - dH_W + h_i^{\text{przybl}} - h_i^{\text{obs}} \quad (5.8)$$

Dla różnicy wysokości h zaniwelowanej ciągiem o n stanowiskach odpowiadającemu jej równaniu v_{h_i} przypisać należy wagę $q=1:n$.

5.1.2. Klasyczna postać równania poprawki zmiany różnicy wysokości między dwoma reperami

Przy obliczaniu przemieszczeń pionowych punktów stosuje się w obliczeniach jednocześnie wyrównanie obserwacji z pomiaru pierwotnego i aktualnego. Przyjmując za obserwację pomierzoną zmianę różnicy wysokości między

momentami t oraz t' odpowiadającą różnicy różnic h' i h , równanie obserwacji wg [13] przyjmie postać:

$$v[h' - h] = \Delta_P - \Delta_W - (h' - h)^{obs} \quad (5.9)$$

gdzie:

- Δ_W - przemieszczenie pionowe reperu "wstecz",
- Δ_P - przemieszczenie pionowe reperu "w przód",
- h, h' - zaniwelowane różnice wysokości między reperami W i P w pomiarze pierwotnym i aktualnym.

Równaniu (5.9) w zależności od liczby stanowisk niwelatora wyznaczających różnice $(h' - h)$ przypisuje się wagę

$$q = \frac{1}{n + n'}$$

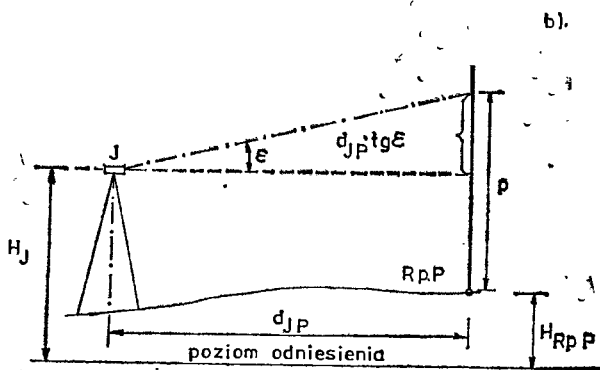
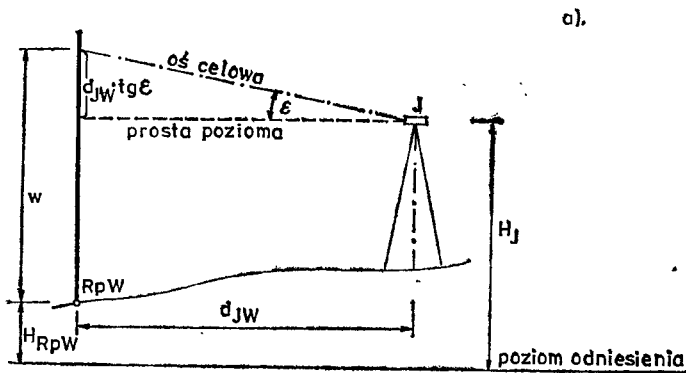
Należy zwrócić uwagę na fakt, że mimo iż jednoczesne wyrównywanie obserwacji pomiaru pierwotnego i aktualnego jest niewątpliwie właściwszą metodą obliczeń niż oddzielne wyrównywanie obu układów, to rozwiązanie łączne, wykorzystujące równanie (5.9), odnosi się do wyrównywania funkcji obserwacji z obu tych pomiarów. Z tego względu, zgodnie z uzasadnieniem J. Gaździckiego [9] oba układy obserwacji tej samej sieci muszą spełniać warunek podobieństwa dokładnościowego, wyrażającego się jednakową liczbą stanowisk niwelatora w ciągach pomiaru pierwotnego i aktualnego.

Przeprowadzając analizę wpływu liczby stanowisk niwelatora w zaniwelowanych ciągach między dwoma tymi samymi reperami w ramach pomiaru pierwotnego i aktualnego na wyniki łącznego wyrównania różnic wysokości h /na bazie równania (5.8) / oraz wyniki łącznego wyrównania zmiany tych różnic w obu pomiarach $(h' - h)$ /na bazie równania (5.9)/ J. Czaja w [4] stwierdza, że z praktycznego punktu widzenia wyrównywanie sieci obu sposobami da wyniki porównywalne tylko w tych przypadkach, gdy liczba zrealizowanych stanowisk w ciągach pomiaru pierwotnego i aktualnego nie będzie się różnić o więcej niż 50%.

5.1.3. Rozszerzona postać równania poprawki obserwacji niwelacyjnej

Przyjmując za "obserwację" pomiar różnicy wysokości między rzędną osi celowej w punkcie stanowiska instrumentu a rzędną reperu i nazywając ją "obserwacją niwelacyjną" w odróżnieniu od pojęcia "obserwacji różnicy wysokości", możemy wyróżnić dwa przypadki:

- a) przeniesienie wysokości "na instrument", łączącej się z odczytem wstecz i odpowiadającej pomiarowi różnicy wysokości między reperem a osią celową /rys.5.2a/,
- b) przeniesienie wysokości "na reper", łączącej się z odczytem w przód i odpowiadającej pomiarowi różnicy wysokości między rzędną osi celowej a reperem /rys.5.2b/.



Rys.5.2. Obserwacje w niwelacji geometrycznej

- a) "na instrument"
b) "na reper"

Zgodnie z rysunkiem 5.2a dla obserwacji "na instrument" możemy napisać:

$$H_J - H_{RpW} = w - d_{JW} \cdot \text{tg} \varepsilon^{\circ} \quad (5.10)$$

oraz dla obserwacji "na reper" /rys.5.2b/

$$H_{RpP} - H_J = d_{JP} \cdot \text{tg} \varepsilon^{\circ} - p \quad (5.11)$$

Obydwe te obserwacje nie różnią się merytorycznie między sobą, zatem zależności (5.10) oraz (5.11) można napisać pod postacią

$$H_{Rp} - H_J = d_{J-Rp} \cdot \text{tg} \varepsilon^{\circ} - z \quad (5.12)$$

gdzie:

z - odczyt dokonany na łacie.

Przyjmując dla małych kątów ε wartość $\operatorname{tg} \varepsilon^0$ za równą kątowi ε w mierze łukowej /zakres stosowności tego uproszczenia podano w dalszej treści/ otrzymamy

$$i = H_J - H_{Rp} + d_{J-Rp} \cdot \varepsilon \quad (5.13)$$

oraz wartość różniczki zupełnej

$$di = dH_J - dH_{Rp} + \varepsilon \cdot dd_{J-Rp} + d_{J-Rp} \cdot d\varepsilon \quad (5.14)$$

Podstawiając prawą stronę równania (5.14) do skróconego równania poprawki o postaci

$$v_i = di + i^{\text{przybl}} - i^{\text{obs}} \quad (5.15)$$

otrzymamy ogólną postać rozszerzonego równania poprawki obserwacji niwelacyjnej uwzględniającą niewypoziomowanie osi celowej instrumentu jako:

$$v_i = dH_J - dH_{Rp} + \varepsilon dd_{J-Rp} + d_{J-Rp} d\varepsilon + i^{\text{przybl}} - i^{\text{obs}} \quad (5.16)$$

gdzie:

- v_i - poprawki do odczytu na łacie równoważne poprawce do zaniwelowanej różnicy wysokości między rzędną punktu niwelowanego /reperem/ a rzędną osi celowej w punkcie stanowiska instrumentu,
- dH_J, dH_{Rp} - poprawki do przybliżonych rzędnych osi celowej i reperów,
- $\varepsilon, d\varepsilon$ - kąt, który utożsamiono ze względu na jego wpływ z nierównoległością osi celowej do osi libeli /urządzenia poziomującego/ w mierze radialnej oraz jego poprawka,
- d_{J-Rp}, dd_{J-Rp} - odległość instrumentu od punktu niwelowanego oraz jej poprawka,
- $i^{\text{przybl}}, i^{\text{obs}}$ - przybliżona i obserwowana wartość odczytu na łacie.

Rozpatrzmy obecnie wpływ zamiany $\operatorname{tg} \varepsilon$ we wzorze (5.10) na wartość miary łukowej tego kąta we wzorze (5.13). W tym celu założymy, że przy prowadzeniu obliczeń rzędnych z dokładnością 0,1 mm przekształcenia wzorów nie powinny wprowadzać błędów większych niż 0,01 mm. Przy tym założeniu możemy napisać

$$d \cdot \operatorname{tg} \varepsilon^0 - d \cdot \frac{\varepsilon^0}{\rho^0} < 0,01 \text{ mm}$$

a po rozwinięciu funkcji tg w szereg

$$d \left[\frac{\varepsilon^0}{\rho^0} + \frac{1}{3} \left(\frac{\varepsilon^0}{\rho^0} \right)^3 + \frac{2}{15} \left(\frac{\varepsilon^0}{\rho^0} \right)^5 + \dots - \frac{\varepsilon^0}{\rho^0} \right] < 0,01 \text{ mm} \quad (5.17)$$

gdzie:

ξ° - kąt w mierze stopniowej,

ρ° - współczynnik zamiany miary stopniowej na miarę łukową.

Przyjmując w zależności (5.17) kolejne długości celowań na 20 m, 40 m i 100 m otrzymamy na wartość kąta ξ° wartości w przybliżeniu równe $0,7^\circ$, $0,5^\circ$ oraz $0,4^\circ$. Niewyposażenie osi celowej tego rzędu w praktyce się nie zdarza. Przy zrektyfikowanych niwelatorach, nawet biorąc pod uwagę wpływy termiczne opisane przez Zb. Andersa, odchylenia osi celowej od poziomu nie są większe niż $0,003^\circ$, stąd przyjęte przekształcenie należy uznać za praktycznie uzasadnione.

Podobnie w równaniu poprawki obserwacji niwelacyjnej (5.16) można uzasadnić praktyczną zaniedbywalność wyrażenia $\xi \cdot d_{J-Rp}$. Dla przyjętego wyżej kąta ξ° równego $0,003^\circ$, błąd pomiaru odległości d_{J-Rp} może wynosić do 19 cm, by równanie nie było zmniejszone o wartość większą niż 0,01 mm. Taką dokładność pomiaru odległości można zapewnić bez trudu, stąd wartość wyrażenia $\xi \cdot d_{J-Rp}$ można uznać za zaniedbywalną.

Dalsze uproszczenia jakie wprowadzić można przy stosowaniu w praktyce równania (5.16) dotyczą ułatwień w obliczaniu przybliżonej wartości odczytu łaty - z^{przybl} . Zgodnie z ogólnymi założeniami mamy:

$$z^{\text{przybl}} = H_J^{\text{przybl}} - H_{Rp}^{\text{przybl}} + d_{J-Rp}^{\text{przybl}} \cdot \xi^{\text{przybl}}$$

a ponieważ należy przyjąć zasadę, że pomiar wykonywać wolno tylko zrektyfikowanym niwelatorem, przyjmuje się, że $\xi^{\text{przybl}} = 0$. Wówczas wyrażenie $\xi \cdot d_{J-Rp} = 0$, a za roboczą przyjmuje się następującą postać rozszerzonego równania poprawki obserwacji niwelacyjnej:

$$v_z = dH_J - dH_{Rp} + d_{J-Rp} \cdot d\xi + z^{\text{przybl}} - z^{\text{obs}} \quad (5.18)$$

gdzie:

$$z^{\text{przybl}} = H_J^{\text{przybl}} - H_{Rp}^{\text{przybl}}$$

5.1.4. Rozszerzona postać równania poprawki obserwacji różnicy wysokości w niwelacji

Zgodnie z równaniami (5.1a), (5.10), (5.11) oraz rysunkami 5.2a i 5.2b o postaci

$$H_{RpP} - H_{RpW} = h = w - p$$

$$H_J - H_{RpW} = w - d_{JW} \cdot \text{tg} \xi$$

$$H_{RpP} - H_J = d_{JP} \cdot \text{tg} \xi - p$$

możemy dla zaniwelowanej różnicy wysokości między punktami RpW i RpP , po zamianie wartości $\text{tg} \xi$ na wartość tego kąta w mierze łukowej napisać:

$$(H_{RpP} - H_J) + (H_J - H_{RpW}) = w - p - (d_{JW} - d_{JP}) \cdot \xi$$

skąd

$$(w - p) = H_{RpP} - H_{RpW} + (d_{JW} - d_{JP}) \cdot \xi \quad (5.19)$$

oraz wartość różniczki zupełnej

$$d(w - p) = dH_{RpP} - dH_{RpW} + (d_{JW} - d_{JP}) \cdot d\xi + \xi \cdot d(d_{JW} - d_{JP}) \quad (5.20)$$

Podstawiając prawą stronę równania (5.20) do skróconego równania poprawki, którą w tych oznaczeniach wyraża się wzorem

$$v_{(w-p)} = d(w-p) + (w-p)^{\text{przybl}} - (w-p)^{\text{obs}}$$

otrzymamy przy jednoczesnym uwzględnieniu, że $w - p = h$

$$v_h = dH_{RpP} - dH_{RpW} + (d_{JW} - d_{JP}) \cdot d\xi + \xi \cdot d(d_{JW} - d_{JP}) + h^{\text{przybl}} - h^{\text{obs}} \quad (5.21)$$

Ponieważ, podobnie jak w analizie równania (5.16) możemy założyć, że przybliżona wartość $\xi = 0$, to wyrażenie $\xi \cdot d(d_{JW} - d_{JP}) = 0$, a zatem w praktyce za rozszerzoną postać równania poprawki obserwacji różnicy wysokości przyjmuje się równanie

$$v_h = dH_{RpP} - dH_{RpW} + (d_{JW} - d_{JP}) \cdot d\xi + h^{\text{przybl}} - h^{\text{obs}} \quad (5.22)$$

gdzie

$$h^{\text{przybl}} = H_{RpP}^{\text{przybl}} - H_{RpW}^{\text{przybl}}$$

5.1.5. Rozszerzona postać równania poprawki zmiany różnic wysokości między momentem pomiaru wyjściowego t i momentem pomiaru aktualnego t'

Zaniwelowaną różnicę wysokości między dwoma reperami RpW i RpP określa równanie (5.19). Przyjmijmy, że przy tak przyjętym zapisie odnosi się ona do pomiaru wyjściowego wykonanego w momencie t , a ze znacznikiem "prim" do pomiaru wykonanego w momencie t' , wówczas zapiszemy:

$$(w - p) = H_{RpP} - H_{RpW} + (d_{JW} - d_{JP}) \cdot \xi \quad (5.19)$$

$$(w' - p') = H_{RpP}' - H_{RpW}' + (d_{JW}' - d_{JP}') \cdot \xi' \quad (5.23)$$

Zmiana wartości tych różnic wysokości, jaka nastąpiła w okresie między momentami t i t' wynosi:

$$(w' - p') - (w - p) = (H'_{RpP} - H_{RpP}) - (H'_{RpW} - H_{RpW}) + \\ + (d'_{JW} - d_{JP}) \cdot \xi' - (d_{JW} - d_{JP}) \cdot \xi$$

a wartość jej różniczki zupełnej

$$d[(w' - p') - (w - p)] = d(H'_{RpP} - H_{RpP}) - d(H'_{RpW} - H_{RpW}) + \\ + \xi' \cdot d(d'_{JW} - d_{JP}) + (d'_{JW} - d_{JP}) \cdot d\xi' + \\ - \xi \cdot d(d_{JW} - d_{JP}) - (d_{JW} - d_{JP}) \cdot d\xi \quad (5.24)$$

Podstawiając prawą stronę równania (5.24) do skróconego równania poprawki, które w przyjętych dotąd oznaczeniach wyraża się wzorem

$$v[(w' - p') - (w - p)] = d[(w' - p') - (w - p)] + [(w' - p') - (w - p)]^{\text{przybl}} + \\ - [(w' - p') - (w - p)]^{\text{obs}} \quad (5.25)$$

otrzymamy

$$v[(w' - p') - (w - p)] = d(H'_{RpP} - H_{RpP}) - d(H'_{RpW} - H_{RpW}) + \\ + \xi' \cdot d(d'_{JW} - d_{JP}) + (d'_{JW} - d_{JP}) \cdot d\xi - \xi \cdot d(d_{JW} - d_{JP}) + \\ - (d_{JW} - d_{JP}) \cdot d\xi + [(w' - p') - (w - p)]^{\text{przybl}} + \\ - [(w' - p') - (w - p)]^{\text{obs}} \quad (5.26)$$

Przyjmując, zgodnie z poprzednimi rozważaniami, że $\xi = \xi' = 0$ oraz zakładając zerową zmianę przybliżonych różnic wysokości, tj.

$$[(w' - p') - (w - p)]^{\text{przybl}} = 0$$

wzór (5.26) przyjmie postać:

$$v[(w' - p') - (w - p)] = d(H'_{RpP} - H_{RpP}) - d(H'_{RpW} - H_{RpW}) + \\ + (d'_{JW} - d_{JP}) \cdot d\xi - (d_{JW} - d_{JP}) \cdot d\xi + \\ - [(w' - p') - (w - p)]^{\text{obs}}$$

W powyższym równaniu wyrażenia $d(H'_{RpP} - H_{RpP})$ oraz $d(H'_{RpW} - H_{RpW})$ określają wartości przemieszczeń reperu "w przód" Δ_p oraz reperu "wstecz" Δ_w , a wyrażenia $(w' - p')$ oraz $(w - p)$ zaniwelowane różnice wysokości między tymi reperami w pomiarze aktualnym (h') i pierwotnym (h). Podstawiając te oznaczenia otrzymamy wzór roboczy na poprawkę do zmiany różnic wysokości

$$v_{[h' - h]} = \Delta_p - \Delta_w + (d'_{JW} - d'_{JP}) \cdot d\xi' - (d_{JW} - d_{JP}) \cdot d\xi + [h' - h]^{obs} \quad (5.27)$$

Wzór (5.27) nie narzuca żadnych ograniczeń na wybór stanowiska niwelatora podczas pomiaru, wymagając jedynie pomiaru długości celowych.

W praktyce, projektując pomiar przemieszczeń, poza wyborem punktów badanych należy dążyć także do wyboru najkorzystniejszego położenia stanowiska niwelatora. Stanowisko takie stabilizuje się znakiem i realizuje w każdym kolejnym pomiarze. Takie rozwiązanie, prowadzące do realizacji identycznego kształtu sieci niwelacyjnej w pomiarze pierwotnym i aktualnym uzasadnia się przewidywaniem podobnych wpływów środowiska na błędy zniekształcające obserwacje. Wpływy te w różnicy różnic wysokości będą się eliminowały w tej części, która odpowiada błędom systematycznym.

Przy realizacji pomiaru wg powyższych zaleceń będzie

$$(d'_{JW} - d'_{JP}) = (d_{JW} - d_{JP})$$

Zakładając dalej, że $\xi' = \xi + \Delta\xi$, wzór (5.27) przekształci się do postaci

$$v_{[h' - h]} = \Delta_p - \Delta_w + (d_{JW} - d_{JP}) \cdot \Delta\xi - [h' - h]^{obs} \quad (5.28)$$

5.1.6. Rozszerzone równania obserwacji dla pomiarów ciągami niwelacyjnymi o n stanowiskach niwelatora, ich wagowanie i zastosowania

Przyjmując wartość średniego błędu m_0 typowego spostrzeżenia w pomiarach niwelacyjnych za równą 1, wagę q_i dowolnego bezpośredniego spostrzeżenia l_i określi wzór

$$q_i = \frac{1}{m_i^2} \quad (5.29)$$

przy czym za bezpośrednie spostrzeżenie będziemy uważali pomiar różnicy wysokości między reperem a rzędną osi celowej niwelatora, utożsamiany z dokonany odczytem "wstecz" lub "w przód".

Ponieważ we wszystkich przypadkach określania wag obserwacji będziemy przyjmowali jednakowy błąd m określania tej różnicy bez względu na długość celowej /ograniczając jedynie jej maksymalną wartość do długości wynikającej z pojęcia dobrego pomiaru/, waga każdej obserwacji określonej równaniem (5.18)

$$v_l = dH_J - dH_{Rp} + d_{J-Rp} \cdot d\xi + z^{prz} - z^{obs}$$

będzie równa jedności.

Stosowanie tego równania ma tę podstawową i istotną zaletę, że eliminuje całkowicie możliwość ułożenia zbędnego równania, które byłoby kombinacją innych równań.

Układając rozszerzoną postać poprawki obserwacji dla zaniwelowanej różnicy wysokości między reperami W i P przy pomocy ciągu o n stanowiskach otrzymamy następującą postać

$$v_i = dH_J - dH_{Rp} + d\xi \sum d + i^{\text{przybl}} - \sum i^{\text{obs}} \quad (5.30)$$

z wagą $q = 1 : n$.

We wzorze tym oznaczono:

$\sum d$ - sumę długości celowych wstecz lub w przód,

$\sum i^{\text{obs}}$ - sumę dokonanych odczytów wstecz lub w przód w danym ciągu,

n - liczbę stanowisk ciągu,

$$i^{\text{przybl}} = H_J^{\text{przybl}} - H_{Rp}^{\text{przybl}}$$

Równanie (5.30) może być zastosowane dla ciągów dowiązujących się na obiektach mostowych do reperów odniesienia. Wykorzystanie ich w sieciach zakładanych dla innych obiektów, na których jednocześnie z jednego stanowiska dokonano więcej celowań, nie jest zalecane ze względu na możliwość popełnienia pomyłek w ułożeniu tych równań.

Równania o postaci (5.18) oraz (5.30) mogą znaleźć szerokie zastosowanie przy rozwiązywaniu sieci metodą rzędnych. Zaletami uzasadniającymi takie stanowisko są:

- prostota w ułożeniu równań /szczególnie typu (5.18)/,
- sieć pomiaru wyjściowego nie musi być identyczną z siecią pomiaru aktualnego /tak pod względem liczby obserwacji jak i punktów wyznaczanych/,
- możliwość uznania obserwacji pomiaru wyjściowego i aktualnego za dokładnościowo podobne, co wobec rozważań J. Gaździckiego [9] nie powoduje rozbieżności wyników w stosunku do wyników z łącznego wyrównania obu grup obserwacji.

Przy rozwiązywaniu sieci metodą rzędnych można również zastosować rozszerzone równania poprawki obserwacji różnicy wysokości w postaci (5.22). Jeśli różnica wysokości między reperami P i W została zaniwelowana ciągiem o n stanowiskach, wówczas równanie to przyjmie postać:

$$v_h = dH_{RpP} - dH_{RpW} + \left(\sum d_w - \sum d_p \right) \cdot d\xi + h^{\text{przybl}} - h^{\text{obs}} \quad (5.31)$$

gdzie:

d_w, d_p - długość celowych wstecz i w przód

$$h^{\text{przybl}} = H_{RpP}^{\text{przybl}} - H_{RpW}^{\text{przybl}}$$

$$h^{\text{obs}} = \sum \text{odczytów "wstecz"} - \sum \text{odczytów "w przód"}$$

Równaniu (5.31) przypisuje się wagę $q = 1 : 2n$ lub $q = 1 : n$ w zależności od tego, czy w całym układzie równań, ułożonym dla pomierzonej sieci, występują jednocześnie równania o postaci (5.18) lub (5.30) i równania o postaci (5.22) lub (5.31), czy też wszystkie równania sieci odnoszą się tylko do pomierzonych różnic, a więc są o postaci (5.22) lub (5.31). W pierwszym przypadku wagę $q = 1$ przypisano obserwacji różnicy wysokości między stanowiskiem łąty a rzędną osi celowej niwelatora, w drugim przypadku wagę $q = 1$ przypisano pomierzonej różnicy wysokości między dwoma reperami.

Wyrównywanie sieci, w której obserwacjami są pomierzone różnice wysokości między reperami, czy to drogą spostrzeżeń pośredniczących czy spostrzeżeń zawarunkowanych, możliwe jest jedynie w metodzie rzędnych. Autor niniejszego opracowania, ze względu na wnioski zawarte w podrozdziale 5.1.6 oraz uwagi z podrozdziału 4.4 preferuje takie rozwiązania /tj. metodę rzędnych/, szczególnie gdy pomiary dotyczą badań eksploatacyjnych obiektów mostowych.

W przypadku prowadzenia na obiektach mostowych pomiarów niwelacyjnych w ramach badań kontrolnych lub naukowo-technicznych, za najbardziej wskazany sposób wyrównywania sieci należy uznać jednoczesne wyrównywanie obserwacji pomiaru wyjściowego i aktualnego. W takich badaniach odstępy czasowe między kolejnymi pomiarami są niewielkie /kilkugodzinne lub najwyżej kilkudniowe/, co pozwala po stwierdzeniu stałości reperów odniesienia wg zależności opisanych w podrozdziale 4.5, uznać je za faktycznie nieprzesunięte.

Przy przyjęciu, że zadanie zostanie rozwiązane metodą pośredniczącą do obliczeń wykorzystamy równania poprawki do zmiany różnicy wysokości o postaci (5.27) i (5.28) przy zachowaniu zastrzeżeń podanych w podrozdziale 5.1.2 wg [4].

Równania te, odpowiadające pomiarowi przy pomocy jednego stanowiska w pomiarze wyjściowym i aktualnym, mogą być uogólnione do przypadku większej liczby stanowisk. Przyjmą one wówczas postać

$$v_{[h' - h]} = \Delta_p - \Delta_w + d\xi' \sum (d_{JW}' - d_{JP}') - d\xi \sum (d_{JW} - d_{JP}) - [h' - h]^{obs} \quad (5.32)$$

oraz

$$v_{[h' - h]} = \Delta_p - \Delta_w + \Delta\xi \sum (d_{JW} - d_{JP}) - [h' - h]^{obs} \quad (5.33)$$

gdzie

- $v_{[h' - h]}$ - poprawka do przyjętej za zero przybliżonej zmiany różnicy wysokości $[h' - h]^{prz}$ przybl między reperami P i W,
- Δ_p, Δ_w - przemieszczenia punktów P i W w okresie czasu między pomiarem wyjściowym i aktualnym,
- $\Delta\xi$ - zmiana kąta ξ w okresie czasu między pomiarem wyjściowym

wym i aktualnym przy przyjęciu, że wartości kątów ξ i ξ' w ramach rozpatrywanych pomiarów są stałe, a ich wartości przybliżone równe zero,

- $\sum (d_{JW} - d_{JP})$ - suma różnic długości celowych wstecz i w przód w rozpatrywanym ciągu między reperami W i P,
- $[h' - h]^{obs}$ - wyraz wolny równania stanowiący różnicę zaniwelowanych różnic wysokości między reperami W i P z pomiaru wyjściowego i aktualnego.

Obliczanie przemieszczeń pionowych na podstawie równań (5.27) lub (5.32) można przeprowadzić tylko wtedy, gdy sieć niwelacyjna w obu pomiarach ma ten sam kształt geometryczny, a na podstawie wzorów (5.28) i (5.33), gdy jest identyczna. Przyjmuje się [13], że sieć nie zmieniła swego kształtu geometrycznego, gdy dla wszystkich ciągów między przyjętymi do wyrównania reperami można utworzyć różnice $[h' - h]$, przy czym liczba stanowisk n niwelatora w danym pomiarze wyjściowym nie musi być równa liczbie stanowisk n przy pomiarze aktualnym, lecz też [4] nie może się różnić o więcej niż 50%. Także długości celowych w ramach obu ciągów nie muszą być jednakowe. Natomiast za sieć identyczną /która jest najbardziej pożądanym rozwiązaniem/ będziemy uważali taką, w której wszystkie czynności pomiarowe stanu wyjściowego powtórzone w pomiarze aktualnym /w tym i wybór miejsc na stanowiska niwelatora/.

Biorąc pod uwagę powyższe założenia oraz przypisując jednej różnicy wysokości wagę $q = 1$

- równaniom (5.27) i (5.28) przypiszemy wagi $q = 0,5$,
- - równaniom (5.36) wagi

$$q = \frac{1}{n + n'}$$

- równaniom (5.33) wagi

$$q = \frac{1}{2n}$$

gdzie:

n, n' - liczba stanowisk w ciągach z pomiaru wyjściowego i aktualnego wyznaczających obliczaną zmianę różnic wysokości.

Dla określonej sieci można ułożyć tyle równań obserwacyjnych, ile pomierzono podwójnych różnic wysokości, przy czym układ równań będzie zawierał tyle niewiadomych, ile punktów łączą te różnice plus niewiadomą $\Delta \xi$ lub niewiadome $d\xi$ i $d\xi'$.

5.1.7. Uwagi związane ze stosowaniem niewiadomych ξ_1

Wprowadzenie do równań obserwacyjnych niwelacji geometrycznej kąta ξ , co do tej pory nie było stosowane, pozwala na wyeliminowanie z wyników pewnej średniej wartości błędów systematycznych, jakie występować będą w po-

miarze. Z teoretycznego punktu widzenia w każdym celowaniu /zaniwelowaniu różnicy wysokości między rzędną osi celowej na stanowisku niwelatora a rzędną niwelowanego reperu/ sumaryczna wartość cząstkowych błędów systematycznych będzie się między sobą różnić. Mogą to być różnice, które z praktycznego punktu widzenia dla określonych sytuacji trzeba uwzględnić. Istnieją trzy zasadnicze kryteria wymagające wprowadzenia do obliczeń kilku niewiadomych ξ . Należą do nich:

- a) istotna zmiana warunków atmosferycznych i utrudnień w pomiarze /szczególnie gdy nie jesteśmy w stanie zabezpieczyć stanowiska niwelatora przed wpływem promieni słonecznych lub przy przekraczaniu z pomiarem granicy między pomieszczeniem zamkniętym a otwartą przestrzenią/,
- b) rozpoczęcie nowego, zamkniętego cyklu pomiarowego, nawet jeżeli od poprzedniego cyklu nie upłynęło dużo czasu i nie zauważono istotnych zmian atmosferycznych,
- c) wykonywanie pomiarów przy pomocy większej liczby niwelatorów /wówczas dla każdego pomiaru danym niwelatorem należy przyjąć oddzielną niewiadomą ξ /.

Należy też wyraźnie postawić wniosek, że stosowanie rozszerzonych równań obserwacyjnych, aczkolwiek eliminuje zasadniczą część wpływu błędów instrumentalnych, to nie przekreśla zasady, że pomiar winien być wykonany instrumentami zrektyfikowanymi. Jest też odwrotnie - przy wykonywaniu pomiaru o wymaganej dużej precyzji, zrektyfikowanie przyrządów i wykonywanie niwelacji wg najbardziej racjonalnych zasad nie powinno prowadzić do rezygnacji z rozszerzonych postaci równań.

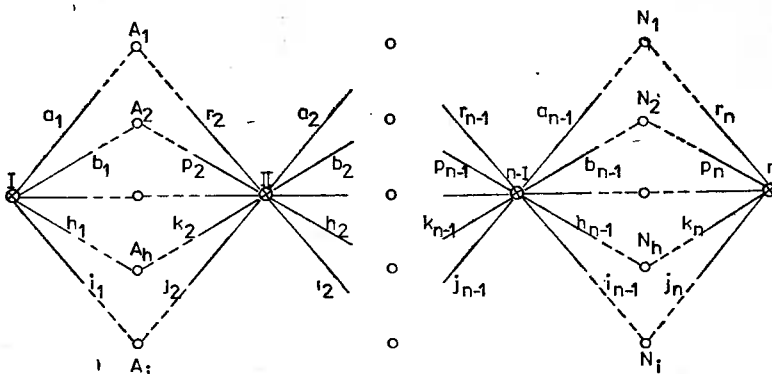
6. WYBRANE ANALIZY DOKŁADNOŚCIOWE DLA NIEKTÓRYCH SCHEMATÓW SIECI STOSOWANYCH W POMIARACH NIWELACYJNYCH MOSTÓW

Kształt obiektów mostowych prowadzi do tworzenia prostokątnych form sieci niwelacyjnej. Ze względu na wielkość obiektu /jego długości i szerokości/, a także jego konstrukcję /jedno- lub wieloprzęskową/ ciąg takich prostokątów będzie zmienny tak pod względem liczby oczek sieci jak i stosunku ich długości do szerokości. Czynniki te decydują wraz z dokładnością pomiaru o błędach elementów wyznaczonych z pomiaru.

6.1. Ocena dokładności przeniesienia wysokości ciągami założonymi na obiektach mostowych

Schematy pomiarowe przedstawione w podrozdziale 4.3 można zinterpretować jako wąską i długą sieć powierzchniową, składającą się z kilku ciągów niwelacyjnych zbiegających się na każdym stanowisku niwelatora. Powoduje to tworzenie się warunków geometrycznych dla zaobserwowanych różnic wysokości, co wykorzystane w procesie wyrównawczym rzutuje na dokładność wyznaczenia tych różnic.

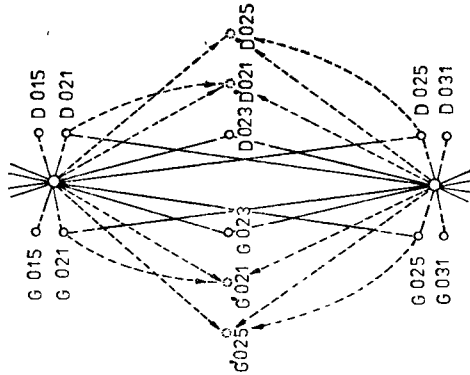
Najprostszymi schematami ciągów z punktu widzenia wyodrębnienia warunków geometrycznych są ciągi, których uogólniony szkic przedstawia rysunek 6.1 i ciągi zakładane na przęsłach rozciętych nad podporami.



Rys.6 1 Uogólniony szkic ciągu niwelacyjnego zakładanego na obiektach z przęsłami rozciętymi nad podporami

Konstrukcje te nie różnią się pod względem merytorycznym, co wykazano na rysunku 6.2 poprzez przesunięcia położenia punktów kontrolowanych.





Rys.6.2. Przekształcenie schematu podstawowego
 a - linie ciągłe dla stanu rzeczywistego
 b - linie przerywane dla stanu przesuniętego

Pomijając w dalszym rozumowaniu istnienie ciągu niwelacyjnego założonego między punktem nawiązania a obiektem /istnienie ciągów dowiązujących obiekt uwzględniono w podrozdziale 4.5/ założmy, że punktem początkowym przenoszenia wysokości na obiekcie jest pierwsze stanowisko niwelatora o bezbłędnej rzędnej wysokościowej H_I . Analizie poddana zostanie dokładność wyznaczenia rzędnej n -tego stanowiska względem H_I ciągiem przedstawionym na rysunku 6.1.

Na rysunku tym przyjęto, że w każdym przekroju poprzecznym mostu A, B, ... $\rightarrow N$ wyznaczonych jest k reperów kontrolowanych. Na każdym stanowisku niwelatora I, II, ... , $n-I$, n dokonuje się odczytów a_1, b_1, \dots, i_1 na łąkach ustawionych w sąsiadujących ze stanowiskiem niwelatora przekrojami. Dla tak pomierzonej sieci, przyjętej jako ciąg nawiązany jednopunktowo, można napisać $N(i-1)$ warunków geometrycznych zamknięć figur /rys.6.1/ typu

$$\begin{aligned}
 & -(a_1 - d_{I-A_1} \operatorname{tg} \xi) + (r_2 - d_{II-A_1} \operatorname{tg} \xi) - (p_2 - d_{II-A_2} \operatorname{tg} \xi) + \\
 & + (b_1 - d_{I-A_2} \operatorname{tg} \xi) = 0
 \end{aligned} \quad (6.1)$$

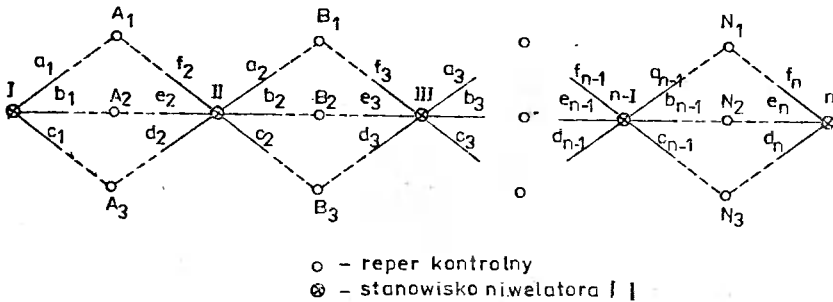
Zawężenie analizy do sieci przedstawionej na rysunku 6.1, sprowadzające rachunek do przypadku szczególnego, uzasadnione jest redukowaniem się wpływów kąta ξ na zaniwelowaną różnicę wysokości. Przy $d_{I-A_1} = d_{II-A_1}$ oraz $d_{I-A_2} = d_{II-A_2}$ otrzymamy bowiem

$$-a_1 + r_2 - p_2 + b_1 = 0 \quad (6.2)$$

Realizacja układu równań typu (6.2) w procesie wyrównawczym, zakładającym jednocześnie spełnienie warunku $[vv] = \min$ sprowadza się do uśredniania zaniwelowanych różnic wysokości między sąsiednimi stanowiskami ni-

welatora, natomiast obliczenie różnicy wysokości między stanowiskiem I oraz stanowiskiem n, na zsumowaniu poszczególnych uśrednionych przewyższeń.

Powyższe stwierdzenie uzasadnimy na sieci przedstawionej na rysunku 6.3.



Rys.6.3

Układ równań warunkowych dla tej sieci przedstawia się następująco:

$$\begin{aligned}
 -(a_1 + v_{a_1}) + (f_2 + v_{f_2}) - (e_2 + v_{e_2}) + (b_1 + v_{b_1}) &= 0 \\
 -(b_1 + v_{b_1}) + (e_2 + v_{e_2}) - (d_2 + v_{d_2}) + (c_1 + v_{c_1}) &= 0 \\
 \vdots & \\
 \vdots & \\
 \vdots & \\
 \vdots & \\
 \vdots &
 \end{aligned} \quad (6.3)$$

Po oznaczeniu w poszczególnych równaniach sum odczytów łat jako wyrazów wolnych równań przez ω_1 otrzymamy w zapisie tabelarycznym:

Tablica 6.1

v_{a_1} v_{b_1} v_{c_1} v_{d_2} v_{e_2} v_{f_2}	v_{a_2} v_{b_2} v_{c_2} v_{d_3} v_{e_3} v_{f_3}	$v_{a_{n-1}}$ $v_{b_{n-1}}$ $v_{c_{n-1}}$ v_{d_n} v_{e_n} v_{f_n}	ω_i
-1 1 -1 1 -1 1 -1 1				ω_1 ω_2
	-1 1 -1 1 -1 1 -1 1			ω_3 ω_4
	
			-1 1 -1 1 -1 1 -1 1	ω_{2n-1} ω_{2n}

(6.4)

gdzie:

$$\begin{aligned} - a_1 + f_2 - e_2 + b_1 &= \omega_1 \\ - b_1 + e_2 - d_2 + c_1 &= \omega_2 \quad \text{itd.} \end{aligned} \quad (6.5)$$

Ponieważ w układzie równań (6.4) występują odrębne bloki odpowiadające obserwacjom łączącym tylko sąsiednie stanowiska niwelatora, a nie ma równań łączących dowolne inne stanowiska, stąd wyrównanie każdego bloku możemy przeprowadzić oddzielnie.

Rozwiązanie pierwszych dwóch równań, stanowiących powtarzający się blok, prowadzi do następujących przekształceń:

- równania normalne korelat

$$\begin{aligned} 4 k_1 - 2 k_2 + \omega_1 &= 0 \\ - 2 k_1 + 4 k_2 + \omega_2 &= 0 \end{aligned}$$

skąd

$$k_1 = - \frac{2 \omega_1 + \omega_2}{6} \quad ; \quad k_2 = - \frac{\omega_1 + 2 \omega_2}{6}$$

oraz poprawki

$$\begin{aligned} v_{a_1} &= \frac{1}{6} (2 \omega_1 + \omega_2) \quad ; \quad v_{d_2} = \frac{1}{6} (\omega_1 + 2 \omega_2) \\ v_{b_1} &= \frac{1}{6} (\omega_2 - \omega_1) \quad ; \quad v_{e_2} = \frac{1}{6} (\omega_1 - \omega_2) \\ v_{c_1} &= - \frac{1}{6} (\omega_1 + 2 \omega_2) \quad ; \quad v_{f_2} = - \frac{1}{6} (2 \omega_1 + \omega_2) \end{aligned} \quad (6.6)$$

Wyrównaną różnicę wysokości między stanowiskiem I i II, np. na drodze I - A₁ - II, wyraża wzór

$$h_{I-II}^{\text{wyr}} = -(a_1 + v_{a_1}) + (f_2 + v_{f_2})$$

Podstawiając do tej zależności obliczone wartości (6.6) oraz uwzględniając (6.5) otrzymamy:

$$h_{I-II}^{\text{wyr}} = \frac{1}{3} \left[(-a_1 + f_2) + (-b_1 + c_2) + (-c_1 + d_2) \right] \quad (6.7)$$

co odpowiada średniej z różnic wysokości obliczonych na drodze I - A₁ - II, I - A₂ - II i I - A₃ - II.

Uogólniając wzór (6.7) na dowolną liczbę l punktów kontrolowanych w jednym przekroju poprzecznym oraz n stanowisk niwelatora /rys.6.1/ otrzymamy

$$\begin{aligned}
 h_{I-II}^{\text{wyr}} = & \frac{1}{i} \left[- (a_1 + b_1 + \dots + h_1 + i_1) + (j_2 + k_2 + \dots + p_2 + r_2) \right] + \\
 & + \frac{1}{i} \left[- (a_2 + b_2 + \dots + h_2 + i_2) + (j_3 + k_3 + \dots + p_3 + r_3) \right] + \\
 & + \dots + \dots + \\
 & + \frac{1}{i} \left[- (a_{n-1} + b_{n-1} + \dots + h_{n-1} + i_{n-1}) + (j_n + k_n + \dots + p_n + r_n) \right]
 \end{aligned} \quad (6.8)$$

Średni błąd tej różnicy wysokości obliczymy na podstawie prawa przenoszenia się błędów przy założeniu, że średnie błędy typowych obserwacji są w przybliżeniu sobie równe i wynoszą m_0 .

Ponieważ

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial H_{I-n}^{\text{wyr}}}{\partial a_1} = \frac{\partial H_{I-n}^{\text{wyr}}}{\partial b_1} = \dots = \frac{\partial H_{I-n}^{\text{wyr}}}{\partial h_1} = \frac{\partial H_{I-n}^{\text{wyr}}}{\partial i_1} = - \frac{1}{i} \\
 \frac{\partial H_{I-n}^{\text{wyr}}}{\partial j_1} = \frac{\partial H_{I-n}^{\text{wyr}}}{\partial k_1} = \dots = \frac{\partial H_{I-n}^{\text{wyr}}}{\partial p_1} = \frac{\partial H_{I-n}^{\text{wyr}}}{\partial r_1} = \frac{1}{i}
 \end{aligned}$$

oraz zwracając uwagę na to, że w każdym nawiasie kwadratowym równań (6.8) występuje 2i wyrażeni, a nawiasów tych jest $(n-1)$ możemy napisać

$$m_{h_{I-n}^{\text{wyr}}}^2 = 2i(n-1) \left(\frac{1}{i} \right)^2 \cdot m_0^2$$

skąd średni błąd wyznaczenia różnicy wysokości h_{I-n}^{wyr} wyrazi wzór

$$m_{h_{I-n}^{\text{wyr}}} = \pm m_0 \sqrt{\frac{2(n-1)}{i}} \quad (6.9)$$

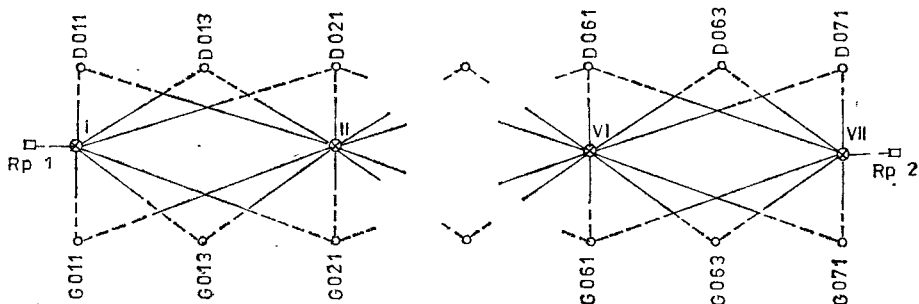
Przyjmując, że maksymalny błąd nie może przekroczyć wartości dwóch błędów średnich otrzymamy

$$m_{h_{\text{max}}^{\text{wyr}}} = \pm 2 m_0 \sqrt{\frac{2(n-1)}{i}} \quad (6.10)$$

Wzór (6.10) określa maksymalną wartość błędu przeniesienia wysokości ciągiem pomierzonym jednokrotnie /tam lub z powrotem/, przy czym poszczególne symbole oznaczają:

- m_0 - średni błąd typowego spostrzeżenia przyjmowany w analizach wstępnych dla niwelacji precyzyjnej za równy 0,1 mm,
- n - liczba stanowisk ciągu,
- i - liczba punktów kontrolowanych, przez które powiązane są sąsiednie stanowiska.

Częściej realizowanymi w praktyce schematami pomiarowymi są rozwiązania przedstawione na rysunkach 4.2 i 4.3. Ułożone dla nich równania normalne na podstawie rozszerzonych równań poprawek obserwacji niwelacyjnej /wzory (5.21) i (5.25)/ nie dadzą się rozdzielić w powtarzające się bloki jak to miało miejsce z równaniami (6.4). Zatem wyprowadzenie ścisłych wzorów dokładnościowych dla takich sieci, używanych jedynie do analiz wstępnych, jest nieekonomiczne. Także z praktycznego punktu widzenia takiej potrzeby nie można zdecydowanie uzasadnić. W Polsce jest bowiem niewiele mostów o kilkunastu przęsłach i ich dużej rozpiętości. Jednak dla zobrazowania jak kształtuje się w tak pomierzonej sieci dokładność przeniesienia wysokości na poszczególne punkty kontrolowane oraz na końcowy punkt pomocniczy w ciągu nawiązanym jednopunktowo do reперu Rp 1, dla którego $m_{H, Rp1} = 0$, przeprowadzono rachunki dla schematu przedstawionego na rysunku 6.4 przy liczbie stanowisk $2 \ll n \ll 7$.



Rys.6.4

W obliczeniach przyjęto, że odległość punktów pomocniczych Rp 1 i Rp 2 od stanowisk początkowego i końcowego można uznać praktycznie za równe zero, a długości celowych wynoszą: najkrótsze 10,00 m, średnie 22,36 m i najdłuższe 41,23 m, co odpowiada 20-metrowym odległościom między sąsiednimi punktami wzdłuż i w poprzek mostu.

W wyniku przeprowadzonych obliczeń otrzymano współczynniki przy średnim błędzie typowego spostrzeżenia po wyrównaniu (m_0), których wartości dla rzędnych punktów kontrolowanych i kąta \hat{C} podaje tabela 6.2A i B.

W tabelicy 6.2C zestawiono współczynniki uzyskane z tych obliczeń dla błędów wyznaczenia rzędnych osi celowych na kolejnych stanowiskach niwelatorów. Podano w niej również odpowiadające tym stanowiskom współczynniki obliczone wg wzoru (6.9) /wartości w nawiasach/, przy czym przy obliczaniu ich przyjęto, że kolejne dwa stanowiska są powiązane ze sobą zawsze czterema punktami kontrolowanymi, leżącymi w przekrojach poprzecznych mostu w miejscach położenia tych stanowisk oraz powiększono je o wartość typowego spostrzeżenia wynikającą z odczytu dokonanego na Rp 1.

Istniejące w tabelicy 6.2C różnice w wartościach uzyskanych z obu wyliczeń oraz ich procentową wartość w stosunku do ścisłego wyrównania zestawiono w tabelicy 6.3.

Tablica 6.2

Współczynniki $\sqrt{[(A^{-1})_i]^2}$ obliczone dla sieci przedstawionej na rysunku 6.4

	Nr punktu	Liczba stanowisk w ciągu					
		2	3	4	5	6	7
A	D 011	1,384	1,324	1,306	1,295	1,288	1,283
	G 011						
	D 013	1,355	1,307	1,294	1,285	1,280	1,276
	G 013						
	D 021	1,384	1,324	1,289	1,273	1,263	1,256
	G 021						
	D 023	1,399	1,381	1,375	1,371	1,368	1,368
	G 023						
	D 031	1,415	1,377	1,358	1,350	1,350	1,344
	G 031						
	D 033	1,454	1,443	1,439	1,436	1,436	1,436
	G 033						
	D 041	1,465	1,432	1,420	1,414	1,414	1,414
	G 041						
	D 043	1,515	1,507	1,505	1,505	1,505	1,505
	G 043						
	D 051	1,523	1,492	1,483	1,483	1,483	1,483
	G 051						
	D 053	1,575	1,570	1,570	1,570	1,570	1,570
	G 053						
D 061	1,582	1,552	1,552	1,552	1,552	1,552	
G 061							
D 063	1,635	1,635	1,635	1,635	1,635	1,635	
G 063							
D 071	1,640	1,640	1,640	1,640	1,640	1,640	
G 071							
Rp 2	1,528	1,581	1,645	1,704	1,762	1,818	
B	Współczynnik przy błędzie m_0 dla kąta ξ	4,652	3,652	3,073	2,698	2,443	2,443
C	I	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
	II	1,155 (1,225)	1,148	1,146	1,146	1,146	1,146
	III	1,225 (1,414)	1,222	1,222	1,220	1,220	1,220
	IV	1,306 (1,581)	1,306	1,306	1,306	1,301	1,301
	V	1,380 (1,732)	1,376	1,376	1,376	1,376	1,376
	VI	1,451 (1,871)	1,447	1,447	1,447	1,447	1,447
	VII	1,518 (2,000)	1,518	1,518	1,518	1,518	1,518

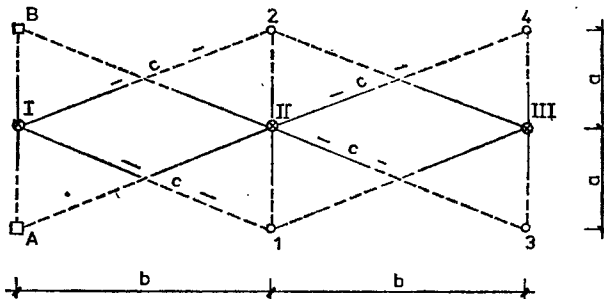
Tablica 6.3

dla n	różnica obliczonych błędów H_{stan}	procentowy stosunek do rozwiązania ścisłego
2	+ 0,070	6 %
3	+ 0,189	15 %
4	+ 0,275	21 %
5	+ 0,352	26 %
6	+ 0,420	29 %
7	+ 0,482	32 %

Rozbieżności te są zrozumiałe ze względu na istotne uproszczenie przyjęte w porównaniu obu sieci. Nie dyskwalifikuje to jednak możliwości korzystania ze wzoru (6.9) przy analizach wstępnych dla faktycznie spotykanych obiektów, gdyż ustalone na jego podstawie wnioski prowadzić będą jedynie do ostrzejszych kryteriów pomiaru.

6.2. Wpływ kształtu sieci na dokładność wyznaczenia rzędnych punktów kontrolowanych

Podstawowe "ogniwo" ciągów zakładanych na wieloprzęsłowych obiektach mostowych dużej rozpiętości ma kształt przedstawiony na rysunku 6.5. Na rysunku tym zaznaczono dwa punkty A i B przyjęte w dalszych analizach za praktycznie bezbłędne oraz wymiary określające długości celowych i rozmieszczenie stanowisk niwelatora względem punktów kontrolowanych.



Rys.6.5

Rozpatrzmy obecnie jaki wpływ ma stosunek długości a do b na dokładność wyznaczenia rzędnych osi celowych na stanowiskach niwelatorów I + III, rzędnych punktów kontrolowanych 1 + 4 oraz wyznaczenia kąta ϵ , przy założonej dokładności pomiaru m_0 .

Zgodnie z rozważaniami przedstawionymi w rozdziale 5 równania poprawki obserwacji niwelacyjnej mają postać:

$$v_i = dH_J - dH_{Rp} + d_{J-Rp} \cdot d\xi + i^{\text{przybl}} - i^{\text{obs}}$$

Dla sieci przedstawionej na rysunku 6.5 układ takich równań obserwacyjnych przedstawia tablica 6.4.

Tablica 6.4

Układ równań obserwacyjnych

poprawka obserwacja	dH ₁	dH ₂	dH ₃	dH ₄	dH _I	dH _{II}	dH _{III}	dξ [rad]	ω _i
I - A					1			a	ω ₁
I - B					1			a	ω ₂
I - 1	- 1				1			c	ω ₃
I - 2		- 1			1			c	ω ₄
II - A						1		c	ω ₅
II - B						1		c	ω ₆
II - 1	- 1					1		a	ω ₇
II - 2		- 1				1		a	ω ₈
II - 3			- 1			1		c	ω ₉
II - 4				- 1		1		c	ω ₁₀
III - 1	- 1						1	c	ω ₁₁
III - 2		- 1					1	c	ω ₁₂
III - 3			- 1				1	a	ω ₁₃
III - 4				- 1			1	a	ω ₁₄

Obliczając na jej podstawie krakowian współczynniki układu równań normalnych \underline{a}^2 , a dalej pierwiastek tego krakowianu \underline{A} i jego odwrotność \underline{A}^{-1} możemy dla zależności

$$m_i = m_0 \sqrt{[(\underline{A}^{-1})_i]^2} \quad (6.11)$$

wyznaczyć współczynniki przy m_0 w kolejnych błędach wyznaczenia niewiadomych H_i oraz ξ .

Tablica 6.5 zawiera zestawienie współczynników dla kilku wartości b: a lub c: a. Analizując je stwierdzamy, że najistotniejszym czynnikiem decydującym o ich wartości jest stosunek długości najdłuższej celowej do najkrótszej lub ich różnica (c - a). Pamiętając, że przy c: a = 1 (c - a = 0) wykonujemy niwelację ze środka, łatwo wyjaśnić tendencje zmian poszczególnych współczynników. Rosnąca ich wartość przy c: a dążącym do jedności wynika ze zbliżania się metody pomiaru właśnie do takiej niwelacji, przy czym przy c = a wartość kąta jest niewyznaczalna, co wyraża się dążeniem do zera wartości mianownika M we wzorach ogólnych.

Tablica 6.5

- Współczynniki $\sqrt{\left[\frac{A^{-1}}{4}\right]^2}$ dla różnych proporcji boków

b : a	1 : 4	1 : 3	1 : 2	1 : 1	$\sqrt{3} : 1$ 1,71 : 1	2 : 1	$\sqrt{8} : 1$ 2,83 : 1	3 : 1	$\sqrt{15} : 1$ 3,87 : 1	$\sqrt{99} : 1$ 9,95 : 1
c : a	$\sqrt{17} : 4$ 1,03 : 1	$\sqrt{10} : 3$ 1,05 : 1	$\sqrt{5} : 2$ 1,11 : 1	$\sqrt{2} : 1$ 1,41 : 1	2 : 1	$\sqrt{5} : 1$ 2,24 : 1	3 : 1	$\sqrt{10} : 1$ 3,16 : 1	4 : 1	10 : 1
$\sqrt{\left[\frac{A^{-1}}{4}\right]^2}$										
$H_1 = H_2$	4,658	3,590	2,551	1,664	1,041	0,942	0,862	0,854	0,830	0,802
$H_3 = H_4$	4,634	3,576	2,554	1,655	1,109	1,059	0,998	0,991	0,976	0,960
H_I	13,839	7,141	2,662	0,646	0,646	0,646	0,646	0,646	0,646	0,646
H_{II}	13,951	7,252	2,771	0,692	0,692	0,692	0,692	0,692	0,692	0,692
H_{III}	13,851	7,164	2,724	0,866	0,866	0,866	0,866	0,866	0,866	0,866
ξ	4,534	3,446	2,368	1,350	0,559	0,452	0,280	0,258	0,186	0,059
wzory ogólne										
d l a	$[0,633 + (1,000 + 0,200c - 0,200a)^2 : M] \frac{1}{2}$									
$H_1 = H_2$	$[0,917 + 1,000 : M] \frac{1}{2}$									
$H_3 = H_4$	$[0,367 + (1,000 - 0,400c - 0,600a)^2 : M] \frac{1}{2}$									
H_I	$[0,367 + (1,000 - 0,600c - 0,400a)^2 : M] \frac{1}{2}$									
H_{II}	$[0,700 + (1,000 - 0,400c - 0,600a)^2 : M] \frac{1}{2}$									
H_{III}	$[1,000 : M] \frac{1}{2}$									
ξ	gdzie $M = 3,200c^2 - 6,400ac + 3,200a^2$									

6.3. Uzasadnienie potrzeby uwzględniania kąta ξ w obliczaniu rzędnych

6.3.1. Wpływ skali sieci na dokładność wyznaczenia rzędnych

Przeprowadzona w podrozdziale 6.1 analiza dokładności przeniesienia wysokości między kolejnymi stanowiskami niwelatora, w ciągach zakładanych na obiektach mostowych, ograniczona została do szczególnego przypadku, gdy wpływy niepoziomości osi celowej w procesie obliczania rzędnych redukowały się. Wyprowadzony wzór (6.9) można stosować do wstępnych analiz jedynie wówczas, gdy będzie się pamiętało, że nie uwzględnia on dwóch istotnych elementów, a mianowicie:

- pomija on niewiadomą ξ , która w przypadku sieci o dowolnie zróżnicowanych celowych musi być wyznaczona z dokonanych obserwacji,
- omija fakt, że wyznaczanymi wielkościami są rzędne punktów kontrolowanych lub ich funkcje, a nie rzędne osi celowych na stanowiskach niwelatorów.

Wpływ pominięcia wyznaczenia niewiadomej ξ przeanalizujemy na przykładzie zamieszczonym w podrozdziale 6.2. Dla rozpatrywanej tam sieci, zamieszczone w tabelicy 6.5 wzory, przy pominięciu kąta ξ /założenie, że $\xi = 0$ / będą zawierały tylko pierwsze człony wyrażeń podpierwiastkowych i współczynniki przy m_0 otrzymają dla dowolnego kształtu prostokąta stałe wartości zamieszczone w tabelicy 6.6.

Tabela 6.6

Współczynniki przy średnich błędach wyznaczenia rzędnych w sieci przedstawionej na rys.6.5 przy założeniu $\xi = 0$

niewiadome	$V[(A^{-1})_i]^2$
$H_1 = H_2$	0,796
$H_3 = H_4$	0,958
H_{I}	0,606
H_{II}	0,606
H_{III}	0,837

Z porównania dwóch tabel 6.5 i 6.6 wynika, że pominięcie niewiadomej ξ , przy jednoczesnym założeniu stałej dokładności odczytu kąta na różnych odległościach celowań, pomija w ocenie dokładności wyznaczenia rzędnych kształt sieci. Dla określenia wielkości różnic w tej ocenie, obliczmy przykładowo wartości średniego błędu typowego spostrzeżenia po wyrównaniu dla sieci uwzględniającej istnienie kąta $\xi - (m_0)$ oraz dla sieci nie uwzględniającej tego kąta - (m_0) .

Dla obliczenia

$$(m_0) = \sqrt{\frac{[v_1 \ v_2]}{n_n}} \quad (6.12)$$

wykorzystamy zależność

$$[v_1 \ v_2] = [\omega \ \omega] - [\Omega \ \Omega] \quad (6.13)$$

w których to wzorach:

- v_1 - poprawka do dokonanego odczytu łaty,
- n - liczba spostrzeżeń nadliczbowych w rozpatrywanej sieci,
- ω - wyraz wolny równań poprawek równy z^{przybl} - z^{obs}
- Ω - wyraz wolny w pierwiastku równań normalnych.

W celu określenia sum kwadratów wyrazów wolnych w rozpatrywanej sieci wprowadzimy następujące założenia:

1. Rzędne reperów wszystkich sześciu punktów niwelowanych oraz rzędne osi celowych na wszystkich trzech stanowiskach niwelatorów są jednakowe i równe zero, czyli

$$H_A = H_B = H_1 = H_2 = H_3 = H_4 = H_I = H_{II} = H_{III} = 0 \quad (6.14)$$

2. Błędy odczytów łat są równe zero, a wartość odczytu jest jedynie funkcją wartości kąta ξ i długości celowych.

W wyniku uwzględnienia tych założeń otrzymamy:

- odczyty łat z^{obs} równe odpowiednio $a \cdot \xi$ lub $c \cdot \xi$, co przy $z^{\text{przybl}} = 0$ stanowić będzie jednocześnie wyrazy wolne równań obserwacyjnych,
- przy uwzględnieniu w wyrównaniu niewiadomej ξ - wartość zero na średni błąd pojedynczego spostrzeżenia obliczonego wg wzoru (6.12),
- przy pominięciu niewiadomej ξ w wyrównaniu odczyty z^{obs} potraktowane zostaną jako błędy przypadkowe, a obliczone błędy $(m_0)_S$ przyjmą wartości podane w tabelicy 6.7. Obliczenia w tej tabelicy wykonano - dla trzech przypadków sieci rysunku 6.5, a mianowicie: gdy $c : a = \sqrt{5} : 2$, $c : a = \sqrt{2} : 1$ oraz $c : a = 2 : 1$, przy czym długość celowej a przyjęto jako równą a_1 .

Z przedstawionych w tabelicy 6.7 rezultatów wynika, że mimo iż położenie stanowisk niwelatorów względem punktów niwelacyjnych jest w pełni symetryczne, to ze względu na występujący różny stosunek długości celowych, pominięcie w wyrównaniu kąta ξ , prowadzi do różnego skażenia wartości średniego błędu typowego spostrzeżenia $(m_0)_S$ /symbol s oznacza wpływ samych błędów systematycznych/. Występowanie w analizach różnych wartości $(m_0)_S$ przy pominięciu kąta ξ /przy czym zawsze $(m_0)_S \neq 0$ z wyjątkiem przypadku $b : a \rightarrow \infty$ / jest dowodem na występowanie błędów systematycznych w wynikach obliczeń. Przyjmowanie każdorazowo przez $(m_0)_S$ wartości zero, bez względu na kształt sieci, uzasadnia całkowite teoretyczne wyeliminowanie wpływu tych błędów. Stwierdzenia te są rachunkowym dowodem uzasadniającym konieczność uwzględniania niewiadomej ξ w wysoko precyzyjnych pomiarach metodą niwelacji geometrycznej.

Tablica 6.7

Obliczenie średniego błędu typowego spostrzeżenia $(m_0)_s$
dla sieci przedstawionej na rys.6.5

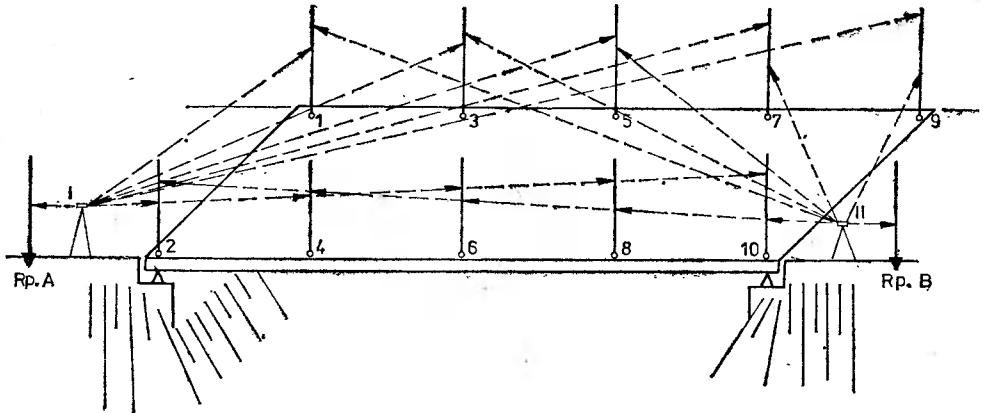
Obserwacja	ω_i	b : a = 1 : 2 c : a = $\sqrt{5}$: 2	b : a = 1 : 1 c : a = $\sqrt{2}$: 1	b : a = $\sqrt{3}$: 1 c : a = 2 : 1
		ω_i		
I - A	ω_1	1,0000 $a_1 \mathcal{E}$	1,0000 $a_1 \mathcal{E}$	$a_1 \mathcal{E}$
I - B	ω_2	1,0000 $a_1 \mathcal{E}$	1,0000 $a_1 \mathcal{E}$	$a_1 \mathcal{E}$
I - 1	ω_3	1,1180 $a_1 \mathcal{E}$	1,4142 $a_1 \mathcal{E}$	2 $a_1 \mathcal{E}$
I - 2	ω_4	1,1180 $a_1 \mathcal{E}$	1,4142 $a_1 \mathcal{E}$	2 $a_1 \mathcal{E}$
II - A	ω_5	1,1180 $a_1 \mathcal{E}$	1,4142 $a_1 \mathcal{E}$	2 $a_1 \mathcal{E}$
II - B	ω_6	1,1180 $a_1 \mathcal{E}$	1,4142 $a_1 \mathcal{E}$	2 $a_1 \mathcal{E}$
II - 1	ω_7	1,0000 $a_1 \mathcal{E}$	1,0000 $a_1 \mathcal{E}$	$a_1 \mathcal{E}$
II - 2	ω_8	1,0000 $a_1 \mathcal{E}$	1,0000 $a_1 \mathcal{E}$	$a_1 \mathcal{E}$
II - 3	ω_9	1,1180 $a_1 \mathcal{E}$	1,4142 $a_1 \mathcal{E}$	2 $a_1 \mathcal{E}$
II - 4	ω_{10}	1,1180 $a_1 \mathcal{E}$	1,4142 $a_1 \mathcal{E}$	2 $a_1 \mathcal{E}$
III - 1	ω_{11}	1,1180 $a_1 \mathcal{E}$	1,4142 $a_1 \mathcal{E}$	2 $a_1 \mathcal{E}$
III - 2	ω_{12}	1,1180 $a_1 \mathcal{E}$	1,4142 $a_1 \mathcal{E}$	2 $a_1 \mathcal{E}$
III - 3	ω_{13}	1,0000 $a_1 \mathcal{E}$	1,0000 $a_1 \mathcal{E}$	$a_1 \mathcal{E}$
III - 4	ω_{14}	1,0000 $a_1 \mathcal{E}$	1,0000 $a_1 \mathcal{E}$	$a_1 \mathcal{E}$
[$\omega \cdot \omega$]		16 $a_1^2 \mathcal{E}^2$	22 $a_1^2 \mathcal{E}^2$	38 $a_1^2 \mathcal{E}^2$
przy uwzględnieniu kąta \mathcal{E}	[$\Omega \Omega$]	16 $a_1^2 \mathcal{E}^2$	22 $a_1^2 \mathcal{E}^2$	38 $a_1^2 \mathcal{E}^2$
	$(m_0)_s$	$\sqrt{\frac{0}{6}} = 0$	$\sqrt{\frac{0}{6}} = 0$	$\sqrt{\frac{0}{6}} = 0$
przy pominięciu kąta \mathcal{E}	[$\Omega \Omega$]	15,95 $a_1^2 \mathcal{E}^2$	21,45 $a_1^2 \mathcal{E}^2$	34,8 $a_1^2 \mathcal{E}^2$
	$(m_0)_s$	$\sqrt{\frac{0,05 a_1^2 \mathcal{E}^2}{7}} = 0,08 a_1 \mathcal{E}$	$\sqrt{\frac{0,55 a_1^2 \mathcal{E}^2}{7}} = 0,28 a_1 \mathcal{E}$	$\sqrt{\frac{3,20 a_1^2 \mathcal{E}^2}{7}} = 0,68 a_1 \mathcal{E}$

6.3.2. Wpływ kształtu sieci na wielkość wyznaczanych przemieszczeń

W dalszych rozważaniach rozpatrzmy przypadek, gdy wielkość sieci nie zmienia swej skali, a różnica długości celowych wynika dodatkowo z niesymetrycznego położenia stanowisk niwelatora względem punktów niwelowanych.

Taką analizę prowadzić będziemy z punktu widzenia wyznaczenia przemieszczeń reperów kontrolowanych między pomiarem wyjściowym a aktualnym, co jest jednym z celów pomiaru w ramach próbnych obciążeń.

Założmy, że dla określenia przemieszczeń pionowych założono sieć przedstawioną na rysunku 6.6.



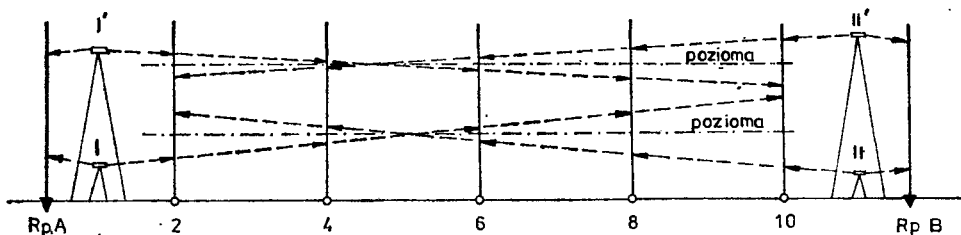
Rys.6.6. Widok obiektu mostowego i sieci niwelacyjnej z przebiegiem celowych

Położenie stanowisk niwelatora dobrano specjalnie tak, by uwypuklić istnienie dwóch badanych przekrojów pionowych, w których leżą punkty parzyste i oddzielnie nieparzyste. Przy rysowaniu przebiegu celowych uwzględniono istnienie kąta ξ , przy czym założono, że w ramach pierwszego pomiaru wartość tego kąta jest stała i dodatnia. Przy tym założeniu oś celowa przy obrocie niwelatora wokół osi pionowej wyznaczać będzie powierzchnię stożkową, której krawędź przecięcia z pionową płaszczyzną przechodzącą przez punkty parzyste będzie prostą, a z płaszczyzną pionową przechodzącą przez punkty nieparzyste - hiperbolą.

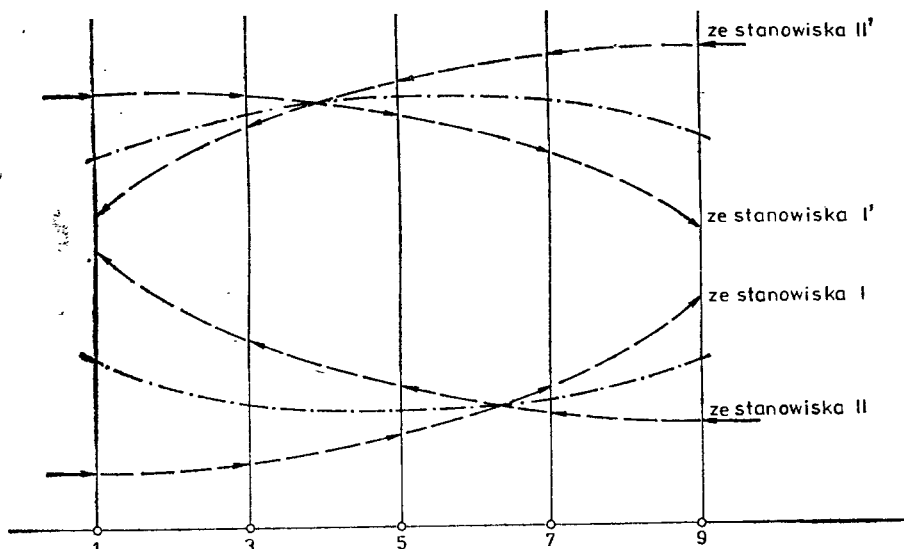
Zakładając, że podczas pomiaru drugiego /aktualnego/ wartość kąta nachylenia celowej jest również stała, lecz ma teraz inną wartość, np. ξ' i jest ujemna, to przy identycznej realizacji pomiaru krawędź przecięcia się nowej powierzchni stożkowej z płaszczyzną pionową przechodzącą przez punkty parzyste będzie prostą o przeciwnym nachyleniu, a krawędź przecięcia tej powierzchni z płaszczyzną pionową przechodzącą przez punkty nieparzyste - hiperbolą o innej krzywiznie i przeciwnym zwrocie wypukłości. Przewyższenia punktów na obu prostych i obu hiperbolach względem rzędnych osi celowych na stanowiskach niwelatorów obliczyć można ze wzorów

$$\Delta z_{\text{pkt}} = d_{\text{J-pkt}} \cdot \text{tg} \xi \quad \text{lub} \quad \Delta z'_{\text{pkt}} = d_{\text{J-pkt}} \cdot \text{tg} \xi' \quad (6.15)$$

...a obraz ich przebiegu przedstawiają w skazonej skali rysunki 6.7 i 6.8.



Rys.6.7. Przebieg celowych gdy punkty badane leżą w płaszczyźnie pionowej przechodzącej przez stanowiska niwelatorów



Rys.6.8. Krawędzie przecięcia się stożkowych powierzchni celowań z pionową płaszczyzną leżącą poza linią łączącą stanowiska niwelatorów

Na rysunkach 6.7 i 6.8 strzałkami zaznaczono miejsca odczytu łat, a linią osiową przebieg linii przechodzącej przez wartości średnie z tych odczytów. Łatwo stwierdzić, że gdy punkty badane leżą w jednej płaszczyźnie pionowej ze stanowiskami niwelatorów, to uśrednione linie są prostymi poziomymi o rzędnej innej niż rzędne osi celowych tych niwelatorów /rys.6.7/, natomiast gdy badane punkty leżą w płaszczyźnie pionowej, poza którą znajduje się chociaż jedno stanowisko instrumentu, to uśrednione linie są hiperbolami. Jednocześnie przy różnych wartościach kąta hiperbole te nie są krzywymi przystającymi.

Powyższe spostrzeżenia pozwalają na sformułowanie następujących wniosków:

1. W pomiarach przemieszczeń bezwzględnych poszczególnych punktów, gdzie funkcją badaną jest rzędna punktu lub różnica rzędnych obliczona z

pomiaru aktualnego i wyjściowego oddzielnie $\Delta H_1 = H_1' - H_1$, przy występowaniu celowych o różnych długościach, należy uwzględnić w obliczeniach wpływy kątów ξ , gdyż nawet średnie z dwóch stanowisk nie eliminują wynikłych z tego tytułu zniekształceń.

2. W pomiarach przemieszczeń względnych, gdzie funkcjami wyznaczanymi są wzajemne zmiany różnic rzędnych lub ich funkcje:

a) do obliczeń można przyjąć średnie z bezpośrednich odczytów łąt tylko wówczas, jeżeli badane punkty leżą w płaszczyźnie wyznaczonej przez stanowiska niwelatorów,

b) w obliczeniach należy uwzględnić wpływ kątów ξ , jeżeli chociaż jeden punkt z rozpatrywanych w zadaniu leży poza płaszczyzną przechodzącą przez stanowiska niwelatorów.

Sprecyzowane na podstawie rozważań teoretycznych wnioski muszą być realizowane w praktyce tylko wówczas, gdy wpływy kątów ξ na wyznaczoną wartość badanej funkcji stanowiąc będą znaczącą część jej dopuszczalnego błędu. Przez znaczącą część będziemy rozumieli taką ich wartość, że

$$M_p^2 + \Delta i^2 > M^2 \quad (6.16)$$

gdzie:

M_p - graniczny wpływ wszystkich błędów przypadkowych oraz nie wyeliminowanych szcążtkowych błędów systematycznych w badanej funkcji,

Δi - sumaryczny wpływ kątów ξ w badanej funkcji,

M - wartość dopuszczalnego błędu wyznaczenia przemieszczenia /zmiany wartości badanej funkcji/.

6.3.3. Przykład oceny wielkości wpływu kąta ξ na wartość rzędnych punktów kontrolowanych, strzałek ugięć i ich zmian

W celu zobrazowania wielkości wpływu kątów ξ rozpatrzmy najczęściej badaną na mostach funkcję, jaką jest zmiana strzałki ugięcia w środku rozpiętości przęsła.

Strzałkę ugięcia w środku rozpiętości przęsła względem punktów podporowych określają w oznaczeniach rysunku 6.6 wzory:

- dla pomiaru wyjściowego

$$f_5 = \frac{H_1 + H_9}{2} - H_5 \quad \text{oraz} \quad f_6 = \frac{H_2 + H_{10}}{2} - H_6 \quad (6.17a)$$

- dla pomiaru aktualnego

$$f_5' = \frac{H_1' + H_9'}{2} - H_5' \quad \text{oraz} \quad f_6' = \frac{H_2' + H_{10}'}{2} - H_6' \quad (6.17b)$$

natomiast zmiany wartości tych strzałek wzory

$$\Delta f_5 = f_5' - f_5 \quad \text{oraz} \quad \Delta f_6 = f_6' - f_6 \quad (6.18)$$

Przyjmując, że punkty podporowe nie doznały przemieszczeń /co często w praktyce jest zakładane/ zmianę strzałki ugięcia można ewentualnie obliczyć jako różnicę rzędnych

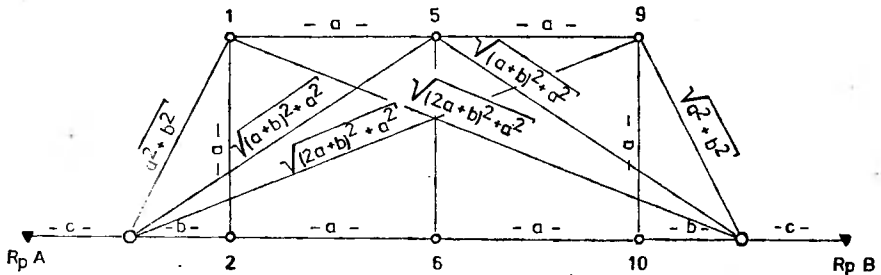
$$\Delta f_5 = H_5' - H_5 \quad \text{oraz} \quad \Delta f_6 = H_6' - H_6 \quad (6.19)$$

Dla prostoty dalszych obliczeń wartości strzałek i ich zmian, przy uwzględnieniu niepoziomości osi celowej niwelatora określonej rysunkiem 6.6, przyjmiemy następujące założenia:

- 1) wszystkie punkty kontrolowane i repery odniesienia leżą na płaszczyźnie poziomej, a ich rzędne podczas pomiaru wyjściowego i aktualnego są równe $H=0$,
- 2) odległości między punktami i długości celowych w obu pomiarach odpowiadają danym na rysunku 6.9,
- 3) przez cały czas trwania pomiaru wyjściowego niepoziomość osi celowej była stała, a jej wartość wynosiła ϵ ,
- 4) przez cały czas trwania pomiaru aktualnego niepoziomość osi celowej była też stała, a jej wartość wynosiła ϵ' , przy czym $\epsilon' \neq \epsilon$,
- 5) wysokość instrumentów na stanowiskach I i II równa jest zero, z czego wynika, że odczyty łat będą równe wartościom

$$\Delta z = d_{J\text{-pkt}} \cdot \text{tg } \epsilon \quad \text{lub} \quad \Delta z' = d_{J\text{-pkt}} \cdot \text{tg } \epsilon'$$

- 6) rzędne punktów, obliczone z odczytów łat, stanowią średnie z pomiaru z dwóch stanowisk.



Rys.6.9. Długości celowych analizowanej sieci

Przy tych założeniach w pomiarze wyjściowym otrzymamy

$$H_1 = H_9 = \frac{1}{2} \left(2c - \sqrt{a^2 + b^2} - \sqrt{(2a+b)^2 + a^2} \right) \cdot \text{tg } \epsilon \quad (6.20)$$

$$H_5 = \left(c - \sqrt{(a+b)^2 + a^2} \right) \cdot \text{tg } \epsilon \quad (6.21)$$

$$H_2 = H_6 = H_{10} = (c - b - a) \cdot \text{tg } \epsilon \quad (6.22)$$

a po podstawieniu do wzorów (6.17 a)

$$f_5 = \frac{1}{2} (2 \sqrt{(a+b)^2 + a^2} - \sqrt{a^2 + b^2} - \sqrt{(2a+b)^2 + a^2}) \cdot \operatorname{tg} \xi \quad (6.23)$$

$$f_6 = \frac{1}{2} [(c-b-a) \cdot \operatorname{tg} \xi + (c-b-a) \cdot \operatorname{tg} \xi] - (c-b-a) \cdot \operatorname{tg} \xi = 0 \quad (6.24)$$

Analogiczne wyrażenia uzyskamy dla pomiaru aktualnego, przy czym zamiast kąta ξ wystąpi w nich kąt ξ' . Biorąc to pod uwagę, zmiany strzałek ugięcia obliczone wg zależności (6.18) wyniosą

$$\Delta f_5 = \frac{1}{2} (2 \sqrt{(a+b)^2 + a^2} - \sqrt{a^2 + b^2} - \sqrt{(2a+b)^2 + a^2}) (\operatorname{tg} \xi' + \operatorname{tg} \xi) \quad (6.25)$$

$$\Delta f_6 = 0 \quad (6.26)$$

natomiast wg zależności (6.19)

$$\Delta f_5 = (c - \sqrt{(a+b)^2 + a^2}) (\operatorname{tg} \xi' - \operatorname{tg} \xi) \quad (6.27)$$

$$\Delta f_6 = (c-b-a) (\operatorname{tg} \xi' - \operatorname{tg} \xi) \quad (6.28)$$

Analiza uzyskanych wzorów (6.20) + (6.28) potwierdza wnioski 1 i 2 uzyskane z analizy geometrycznej /podrozdział 6.3.2/ i dodatkowo uzupełnia je następującymi uwagami:

3. Opracowując program badań należy:

- a) zwrócić szczególną uwagę na merytoryczną poprawność przyjętej do badania funkcji /np. wzory (6.18) i (6.26) oraz (6.19) i (6.28)/,
- b) przeprowadzić przynajmniej przybliżoną ocenę warunków pomiaru i posiadanego sprzętu w aspekcie możliwości uzyskania wymaganej dokładności wyników pomiaru.

Punkt 3 zwraca uwagę na częsty błąd złego zakwalifikowania metody obliczeń do grupy wyznaczeń przemieszczeń względnych lub bezwzględnych. Pomiar strzałki ugięcia lub jej zmiany z definicji określa względność przemieszczeń. Stosowanie zatem wzoru (6.18) /nawet jeśli punkty podporowe nie doznały przemieszczeń/ jest dopuszczalne tylko wówczas, gdy błędy pomiaru /uwaga 3b/ są dużo większymi od wpływu kątów ξ .

Dla ogólnej orientacji o wielkościach zniekształceń, jakie mogą wystąpić w obliczaniu rzędnych punktów i strzałek ugięcia opisaną wyżej metodą, rozpatrzmy następujący uproszczony przykład.

W celu określenia przemieszczeń podczas próbnych obciążeń mostu wykonano pomiar wyjściowy obiektu zaraz po zrektyfikowaniu niwelatora, w którym pozostałość nierównoległości osi celowej do osi libeli odpowiadała sześciu działkom mikrometru na 25 metrowej bazie kontrolnej. Wartość ta odpowiada kątowi $\xi_1 = 2''5$ i założmy, że była dodatnia. Następnego dnia

powtórzono rektyfikację, by przystąpić do wykonania pomiaru aktualnego, który zaczął się w południe i zakończył późnym wieczorem. W czasie tym temperatura powietrza obniżyła się o 10°C . Niech w tym pomiarze kąt ξ_1' miał znak ujemny, a przyrząd zareagował na zmianę swej temperatury dodatkovym ujemnym odchyleniem osi celowej od poziomu o kąt $\xi_2' = -3''.1$ /przykład zaczerpnięty z [46, s.417]. Łącznie więc pod koniec pomiarów kąt ξ' wynosił $-5''.6$.

Dla sieci, w której $a=20\text{ m}$, $b=c=5\text{ m}$ wartości odpowiednich wpływów wyżej wymienionych kątów na wyznaczenie rzędnych i strzałek przedstawia poniższe zestawienie /tablica 6.8/.

Tablica 6.8

Oznaczenie punktu kontrolowanego lub badanej funkcji	Obliczono wg wzoru	Rzędna punktu kontrolowanego w mm dla		Pozorne przemieszczenie w mm $H'' - H$
		$\xi = + 2''.5$	$\xi' = - 5''.6$	
1, 9	6.20	- 0,36	+ 0,81	+ 1,17
5	6.21	- 0,33	+ 0,73	+ 1,06
2, 6, 10	6.22	- 0,24	+ 0,54	+ 0,78
f_5, f_5	6.23	+ 0,04	- 0,08	-
	6.25	-	-	+ 0,12
	6.27	-	-	+ 1,06

Analiza wielkości wykazanych w powyższym zestawieniu wskazuje, że mimo rozpatrywania pomiaru przyrządem, który zostałby uznany za zrektifikowany, wpływy niewypoziomowania celowej na rzędne są znaczne i przekraczają wielokrotnie dokładność odczytywania łaty. Uwidoczniają się one przede wszystkim w obliczeniach przemieszczeń bezwzględnych, w których oddzielnie wyznacza się wartości rzędnych H i oddzielnie H'' , a następnie tworzy ich różnicę. W pomiarach przemieszczeń względnych, stosując prawidłową interpretację funkcji badanej, wpływy te zdecydowanie się redukują lub nawet odejmują całkowicie.

7 PRZYBLIŻONE WYRÓWNYWANIE CIĄGÓW ZAKŁADANYCH NA OBIEKTACH MOSTOWYCH

Przedstawione w podrozdziale 6.1 niniejszej pracy spostrzeżenie odnośnie schematów pomiarowych, dla których równania poprawek do obserwacji tworzą niezależne bloki wyrównawcze /równania (6.4)/, możemy wykorzystać dla sformułowania sposobu przybliżonego rozwiązywania takich sieci. Tak ich obliczeń /np. dla sieci przedstawionych na rysunkach 6.1 i 6.2 a oraz b/ można w ogólnym ujęciu usystematyzować w następujące punkty [24]:

- a) obliczenie tyłu rzędnych osi celowej pierwszego stanowiska niwelatora ile dokonano odczytów łat na punktach nawiazania o znanych rzędnych /reperach odniesienia lub pomocniczych/. Rzędne wysokościowe tych punktów przyjmuje się za praktycznie bezbłędne ze względu na przybliżony charakter wyrównania,
- b) obliczenie średniej wartości rzędnej osi celowej pierwszego stanowiska jako średniej z wartości rzędnych obliczonych wg punktu a /pierwsza faza wyrównania/,
- c) na podstawie uśrednionej rzędnej osi celowej i odczytów łat na pozostałych punktach /reperach kontrolowanych/ oblicza się ich rzędne wysokościowe,
- d) rzędną osi celowej drugiego stanowiska oblicza się jako średnią z rzędnych uzyskanych z pomiaru do uprzednio wyznaczonych punktów, itd.

Prowadząc przedstawione wyżej, powtarzające się cyklicznie obliczenia, wyznaczymy na ostatnim stanowisku rzędne dla końcowych punktów nawiazania ciągu.

Z kolei dla każdego punktu nawiazania oblicza się uzyskaną odchyłkę

$$f_{h_i} = H_{i_{oblicz}} - H_{i_{nawiazania}} \quad (7.1)$$

Jeżeli żadna z różnic f_{h_i} nie przekracza wartości dopuszczalnej obliczonej np. wg wzoru (6.10), tj.:

$$m_{h_{wyr}} = \pm 2 m_0 \sqrt{\frac{2(n-1)}{1}} \quad (6.10)$$

a jednocześnie różnice poszczególnych f_{h_i} między sobą nie przekraczają wartości $\pm 3 m_0$, to można przystąpić do drugiej fazy wyrównania, polegającej na przypisywaniu poszczególnym średnim rzędnym osi celowych poprawek proporcjonalnych do liczby stanowisk w ciągu. Czynności rachunkowe tego wyrównania są następujące:

- obliczamy średnią odchyłkę

$$f_{h_{sr}} = \frac{\sum f_{h_i}}{k} \quad (7.2)$$

- obliczamy poprawkę do j-tego stanowiska niwelatora

$$v_j = \frac{f_{h_{sr}}}{n} \cdot j \quad (7.3)$$

gdzie:

k - liczba uzyskanych odchyłek równa liczbie punktów nawiązania na końcu ciągu,

n - liczba stanowisk niwelatora w ciągu,

j - liczba kolejnych stanowisk niwelatora od początku ciągu do punktu wyrównywanego,

m_0 - średni błąd typowego spostrzeżenia,

- wprowadzamy poprawki f_{h_j} do obliczonych średnich rzędnych osi celowych lub bezpośrednio do wartości rzędnych punktów obliczonych. Na pierwszym stanowisku v_j , na drugim $2v_j$ itd., otrzymując poprawioną rzędną punktu.

Realizując wyżej podane czynności otrzymamy dla niektórych punktów dwie lub więcej wartości poprawionych rzędnych, które mogą różnić się między sobą o wartość do $2m_0$. Wynika to z faktu liczenia tych samych rzędnych z różnych stanowisk niwelatora. Uśrednianie tych rzędnych wyznaczy ostateczną ich wyrównaną wartość i stanowi trzecią fazę wyrównywania obserwacji.

Przedstawiony sposób obliczeń został opublikowany wg koncepcji autora niniejszego opracowania w [24] i został przyjęty do realizacji w Pracowniach Geodezyjnych Dyrekcji Okręgowych Dróg Publicznych jako zalecany przy wyrównywaniu okresowych obserwacji obiektów mostowych.

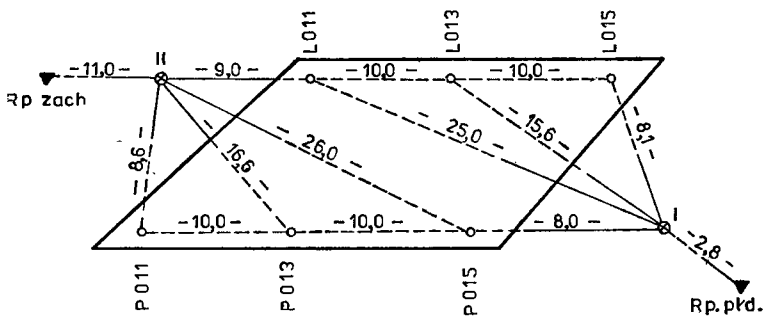
W ramach omawiania przybliżonych sposobów obliczania rzędnych reperów na małych obiektach mostowych, należy wspomnieć o popularnym w produkcji liczeniu rzędnych poprzez zwykłe uśrednianie wyników uzyskiwanych z kilku stanowisk niwelatora. Uzasadnieniem dla takich rozwiązań jest często twierdzenie o realizowaniu sieci symetrycznych, które winny eliminować niekorzystne wpływy błędów systematycznych, a co jak wykazano w podrozdziałach 6.3.2 oraz 6.3.3 nie zawsze ma potwierdzenie w realizacji. W związku z powyższym autor niniejszego opracowania uważa, iż takie rozwiązania można stosować jedynie po gruntownie przeprowadzonej wstępnej analizie dokładnościowej oraz na podstawie polowego przebadania instrumentu i stwierdzeniu, że uzyskane rezultaty będą zadowalające /patrz też wzór (6.16)/.

Dla zobrazowania różnic jakie wystąpią w obliczonych rzędnych metodą ścisłą, przybliżoną opisaną we wstępie tego rozdziału oraz uzyskiwanych z prostego uśredniania, dokonano w rozdziale 8 niniejszej pracy wyrównania sieci kontrolnej wszystkimi tymi metodami. Potwierdzają one potrzebę

ostrożnego wyboru metod obliczeń oraz uwzględniania w precyzyjnych rozwiązaniach dodatkowej niewiadomej redukującej niewyeliminowane innymi sposobami wpływy błędów systematycznych.

8. PRZYKŁADY ROZWIĄZYWANIA SIECI

Dla praktycznego zobrazowania ścisłych i przybliżonych sposobów wyrównywania obserwacji, a w szczególności dla wykazania różnic w wynikach powstałych na skutek wprowadzenia dodatkowej niewiadomej ξ , dokonano na sieci modelowej istniejącego mostu nad Kanalem Bydgoskim w Kruszynie kilku pomiarów kontrolnych. Obiekt ten wybrano do badań ze względu na to, że jest on zrealizowany w dużym skosie, dzięki czemu założona sieć reperów nie stanowi prostokątnego układu punktów. Rozmieszczenie stanowisk i reperów w tej sieci wraz z długościami celowych przedstawiono na rysunku 8.1.



Rys.8.1. Sieć kontrolna na obiekcie doświadczalnym w Kruszynie

Pomiar sieci kontrolnej wykonano niwelatorem Ni 007 w przeciągu czterech godzin. Temperatura otoczenia w trakcie pomiaru utrzymywała stałą wartość $+8^{\circ}\text{C}$ przy dużym zachmurzeniu nieba. Przed każdą serią pomiarów instrument ponownie rektyfikowano /po uprzednim jego rozrektyfikowaniu/ z wyjątkiem pomiaru D, który wykonano świadomie rozrektyfikowanym przyrządem. Wyniki obserwacji przeliczone na wartości średnie w milimetrach przedstawiono w tabelicy 8.2 jako z^{obs} . W tabelicy tej zamieszczono także przyjęte w dalszych rachunkach rzędne przybliżone punktów oraz obliczone na ich podstawie przybliżone odczyty łań - z^{przybl} .

Pierwsze rozwiązania sieci wykonano na bazie rozszerzonego równania poprawki obserwacji niwelacyjnej wg wzoru o postaci

$$v_i = dH_J - dH_{Rp} + d_{J-Rp} \cdot d\xi + z^{\text{przybl}} - z^{\text{obs}} \quad (5.21)$$

gdzie

$$z^{\text{przybl}} - z^{\text{obs}} = \omega$$

Zestawiony w tabeli układ wyżej wymienionych równań zawiera tablica 8.3, a ich rozwiązanie metodą pierwiastka krakowianowego - tablica 8.4. Na podstawie odwrotności pierwiastka obliczono współczynniki przy średnich błędach niewiadomych, a zgodnie z zależnościami (6.12) oraz (6.13) - średnie błędy pojedynczego spostrzeżenia po wyrównaniu - (m_0) :

$$m_0 = \sqrt{\frac{[v_1 v_1]}{n}} \quad (6.12)$$

$$[v_1 v_1] = [\omega \omega] - [\Omega \Omega] \quad (6.13)$$

Średnie wartości rzędnych wysokościowych z wyrównanych sześciu pomiarów oraz wyznaczone średnie błędy pojedynczego spostrzeżenia (m_0) , a także średnie błędy wyznaczenia niewiadomych podano w tabelicy 8.1. Dane te można w dalszych ocenach przyjąć za najbardziej prawdopodobne z uzyskanych w niniejszych obliczeniach.

Tablica 8.5 zawiera układ równań normalnych, obliczenie pierwiastka krakowianowego, jego odwrotności oraz rozwiązanie układu przy założeniu, że pomiary A-F były przeprowadzone idealnie zrektyfikowanym przyrządem $\xi = 0$.

Uzyskane współrzędne z wyrównań przy obu założeniach $\xi \neq 0$ oraz $\xi = 0$ podaje tablica 8.6. Na jej podstawie sporządzono tab. 8.7 zawierającą różnicę współrzędnych /przemieszczeń punktów/, która w związku z bardzo krótkim okresem czasu wykonania pomiarów i związaną z tym praktyczną stałością wszystkich reperów, winna wynosić zero. Uzyskane wartości można zatem zinterpretować jako błędy prawdziwe zerowych przemieszczeń punktów i wykorzystać je do oceny dokładnościowej zastosowanego rozwiązania. Na podstawie porównania wykazanych w tych tablicach wartości można ponownie potwierdzić wniosek o konieczności uwzględniania niewiadomej ξ w obliczeniach rzędnych w niwelacjach precyzyjnych. Pięć przedstawionych pomiarów /bez pomiaru D/ można bowiem uznać za wykonane zrektyfikowanym przyrządem, gdyż błąd $2''{,}6$ niewypoziomowania osi celowej odpowiada na 25-metrowej bazie kontrolnej sześciu działkom mikrometru niwelatora. Wykazane w tabelicy 8.7 różnice współrzędnych /obliczone przy założeniu $\xi \neq 0$ wpisano nad przekątną tabelicy, a przy założeniu $\xi = 0$ pod przekątną/ zdecydowanie się różnią na korzyść proponowanego w niniejszej pracy sposobu wyrównania. Szczególną przydatność wprowadzenia do obliczeń niewiadomej ξ prezentuje pomiar D i utworzone względem niego różnice. I tak:

- maksymalne różnice różnic wysokości, obliczone z tabelicy 8.7, określone instrumentem po jego rektyfikacji, wynoszą:

+ 0,23 mm w tabelicy c z pomiarów C - F

+ 0,22 mm w tabelicy c z pomiarów A - C

+ 0,22 mm w tabelicy d z pomiarów C - F

- maksymalne różnice różnic wysokości określone instrumentem rozrektyfikowanym $\xi = -9''{,}2$ / względem pomiarów wykonanych instrumentem zrektyfikowanym wynoszą:

- + 0,67 mm w tablicy d z pomiarów D-F
- + 0,66 mm w tablicy d z pomiarów D-A
- + 0,60 mm w tablicy d z pomiarów D-A

Ponieważ obliczone różnice wysokości przy uwzględnieniu kąta ϵ wykazują odchylenia od wartości określonych jako praktycznie bezbłędne o mniej niż $\pm 0,07$ mm, skuteczność eliminacji błędów systematycznych, reprezentowanych przez kąt ϵ , jest bezsporna.

Na podstawie tych samych rezultatów pomiaru przeprowadzono także wyrównanie, wykorzystując równanie (5.28) o postaci

$$v [h' - h] = \Delta_p - \Delta_w + (d_{JW} - d_{JP}) \cdot \Delta \epsilon - [h' - h]^{obs}$$

Za stan wyjściowy uznano wyniki pomiaru A, natomiast wyniki pomiarów B, C, D, E i F odpowiadają kolejnym stanom aktualnym. Uzyskane z wyrównania przemieszczenia zawiera tablica 8.8. Zgodnie z poprzednim wyjaśnieniem stanowią one błędy prawdziwe praktycznie zerowych przemieszczeń, a ich wartość winna być zgodna z wynikami obliczonych różnic współrzędnych zawartych w tablicy 8.7. Jest to spełnione w granicach $\pm 0,03$ mm, co wynika z dokładności rachunku. Spełnienie powyższego warunku potwierdza poprawność rozwiązania oraz skuteczne wyeliminowanie systematycznych błędów objętych wartością kąta ϵ .

W tablicach 8.9 i 8.10 przedstawiono przybliżone sposoby rozwiązywania sieci w oparciu o wyniki z pomiaru A. Na podstawie analizy uzyskanych w tych tablicach wyników można stwierdzić, że sposoby te można stosować w praktycznych rozwiązaniach dla prac o mniejszych wymaganiach dokładnościowych, a sposób zwykłego uśredniania obliczonych rzędnych z różnych stanowisk niwelatora tylko w przypadku dobrze zrektyfikowanego przyrządu. W pomiarach obiektów mostowych obie te metody, przy powyższych zastrzeżeniach, mogą być stosowane w ramach pomiarów okresowych.

Tablica 8

Wykaz ostatecznych wartości rzędnych wysokościowych
w sieci doświadczalnej w Kruszynie

Nazwa punktu	Rzędne wysokościowe [mm]		Średnie błędy z sześciu pomiarów	
	przyjęte jako wyjściowe	najprawdopodobniejsze	(m ₀)	m _H [mm]
Rp p1d	10 112,70			
Rp zach		10 234,50		+ 0,040
L 011		10 677,41	0,065 mm	+ 0,069
L 013		10 660,73		+ 0,070
L 015		10 683,72		+ 0,071
P 011		10 684,02		+ 0,071
F 013		10 679,21		+ 0,070
F 015		10 681,84		+ 0,069

Tablica 6.2

Zestawienie uśrednionych obserwacji

Nazwa stanowiska	Nazwa punktu niwelowanego	$\bar{x}_{obs} = \frac{\text{odczyt starszy} + \text{odczyt młodszy}}{4}$						Przybl obliczone według pomiaru D
		A	B	C	D	E	F	
I	Rp pld	3082,02	3087,00	3057,20	3074,98	3076,45	3206,45	10112,70
	L 011	2517,55	2522,18	2492,35	2506,20	2511,95	2642,05	10677,45
	L 013	2534,10	2538,95	2509,18	2523,20	2528,50	2658,55	10660,45
	L 015	2511,22	2516,02	2486,20	2500,60	2505,43	2635,48	10683,05
	P 011	2511,10	2515,55	2499,68	2499,52	2505,43	2635,53	10684,13
	P 013	2515,75	2520,42	2490,55	2504,72	2510,13	2640,18	10678,93
	P 015	2513,02	2517,78	2487,95	2502,60	2507,35	2637,40	10681,05
	Rp zach	3181,55	3155,95	3201,50	3160,95	3156,75	3257,80	10234,50
	L 011	2738,60	2713,00	2758,45	2718,30	2713,90	2814,95	
	L 013	2755,48	2729,70	2775,08	2734,50	2730,65	2831,75	
L 015	2732,65	2706,75	2751,95	2711,00	2707,67	2808,77		
P 011	2732,05	2706,45	2751,82	2711,52	2707,20	2808,25		
P 013	2736,98	2711,20	2756,55	2716,08	2712,05	2813,10		
P 015	2734,45	2708,68	2753,95	2712,98	2709,52	2810,62		
		$\bar{x}_{prz} = H_{Rp} + \bar{x}_{Rp}$						
I	Rp pld	3082,02	3087,00	3057,20	3074,98	3076,45	3206,45	
	L 011	2517,27	2522,27	2492,45	2507,23	2511,70	2641,70	
	L 013	2534,27	2539,25	2509,45	2524,23	2528,70	2658,70	
	L 015	2511,67	2516,65	2486,85	2501,63	2506,10	2636,10	
	P 011	2510,59	2515,57	2485,77	2500,55	2505,02	2635,02	
	P 013	2515,79	2520,77	2490,97	2505,75	2510,22	2640,22	
	P 015	2513,67	2518,65	2488,85	2503,63	2508,10	2638,10	
	Rp zach	3181,55	3155,95	3201,50	3160,95	3156,75	3257,80	
	L 011	2738,60	2713,00	2758,55	2718,00	2713,80	2814,85	
	L 013	2755,60	2730,00	2775,95	2735,00	2730,80	2831,85	
L 015	2733,00	2707,40	2752,95	2712,40	2708,20	2809,25		
P 011	2731,92	2706,32	2751,87	2711,32	2707,12	2808,17		
P 013	2737,12	2711,52	2757,07	2716,52	2712,32	2813,37		
P 015	2735,00	2709,40	2754,95	2714,40	2710,20	2811,25		
II	Rp pld	3082,02	3087,00	3057,20	3074,98	3076,45	3206,45	
	L 011	2517,27	2522,27	2492,45	2507,23	2511,70	2641,70	
	L 013	2534,27	2539,25	2509,45	2524,23	2528,70	2658,70	
	L 015	2511,67	2516,65	2486,85	2501,63	2506,10	2636,10	
	P 011	2510,59	2515,57	2485,77	2500,55	2505,02	2635,02	
	P 013	2515,79	2520,77	2490,97	2505,75	2510,22	2640,22	
	P 015	2513,67	2518,65	2488,85	2503,63	2508,10	2638,10	
	Rp zach	3181,55	3155,95	3201,50	3160,95	3156,75	3257,80	
	L 011	2738,60	2713,00	2758,55	2718,00	2713,80	2814,85	
	L 013	2755,60	2730,00	2775,95	2735,00	2730,80	2831,85	
L 015	2733,00	2707,40	2752,95	2712,40	2708,20	2809,25		
P 011	2731,92	2706,32	2751,87	2711,32	2707,12	2808,17		
P 013	2737,12	2711,52	2757,07	2716,52	2712,32	2813,37		
P 015	2735,00	2709,40	2754,95	2714,40	2710,20	2811,25		

Tablica 8.3

Układ rozszerzonych równań poprawek obserwacji niwelacyjnej

Obserwacja	DH L011	DH L013	DH L015	DH P011	DH P013	DH P015	I _{HP} I	II _{HP}	ω	ω_A	ω_B	ω_C	ω_D	ω_E	ω_F	\sum kontrolna
I - Rp pld							1		0,014	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	+1,014
I - L 011	-1						1		0,121	-0,28	+0,07	+0,10	+1,03	-0,25	-0,35	+0,441
I - L 013		-1					1		0,076	+0,17	+0,30	+0,27	+1,03	+0,20	+0,15	+2,196
I - L 015			-1				1		0,039	+0,45	+0,63	+0,65	+1,03	+0,67	+0,62	+4,089
I - P 011				-1			1		0,136	-0,51	+0,02	+0,09	+1,03	-0,41	-0,51	-0,154
I - P 013					-1		1		0,087	+0,04	+0,35	+0,42	+1,03	+0,09	+0,04	+2,057
I - P 015						-1	1		0,039	+0,65	+0,87	+0,90	+1,03	+0,75	+0,70	+4,939
II - Rp zach								1	0,053	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	+1,053
II - L 011								1	0,044	0,00	0,00	+0,10	-0,30	-0,10	-0,10	-0,356
II - L 013	-1							1	0,092	+0,12	+0,30	+0,47	+0,50	+0,15	+0,10	+1,732
II - L 015		-1						1	0,141	+0,35	+0,65	+1,00	+1,40	+0,52	+0,48	+4,541
II - P 011			-1				1		0,042	-0,13	-0,13	+0,05	-0,20	-0,08	-0,08	-0,528
II - P 013				-1			1		0,080	+0,24	+0,32	+0,52	+0,44	+0,27	+0,27	+2,140
II - P 015					-1		1		0,126	+0,55	+0,72	+1,00	+1,42	+0,68	+0,63	+5,126

Układ równań normalnych z uwzględnieniem niewiadomej ξ i jego rozwiązanie

+2,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	-1,0000	-1,0000	-0,1650	+0,2800	-0,0700	-0,2000	-0,7300	+0,3500	+0,4500	-0,0650
+2,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	-1,0000	-1,0000	-0,1680	-0,2300	-0,6000	-0,7400	-1,5300	-0,3500	-0,2500	-3,9280
+2,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	-1,0000	-1,0000	-0,1800	-0,8000	-1,2800	-1,6500	-2,4300	-1,1900	-1,1000	-8,6300
+2,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	-1,0000	-1,0000	-0,1780	+0,6400	+0,1100	-0,1400	-0,8300	+0,4900	+0,5900	+0,6820
+2,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	-1,0000	-1,0000	-0,1670	-0,2800	-0,6700	-0,9400	-1,4700	-0,3600	-0,3100	-4,1970
+2,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	-1,0000	-1,0000	-0,1650	-1,2000	-1,5900	-1,9000	-2,4500	-1,4300	-1,3300	-10,0650
+2,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	+0,5120	+0,5200	+2,2400	+2,4300	+6,1800	+1,0500	+0,6500	+14,5820
+1,4142	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	+0,5780	+1,1300	+1,8600	+3,1400	+3,2600	+1,4400	+1,3000	+13,7080
+1,4142	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	+0,1068	+0,0995	+0,3530	+0,5002	+0,9489	+0,1790	+0,1248	+2,3792
+1,4142	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	-0,7071	-0,7071	-0,1167	+0,1980	-0,0495	-0,1414	-0,5162	+0,2475	+0,3182	-0,0601
+1,4142	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	-0,7071	-0,7071	-0,1188	-0,2051	-0,4243	-0,5232	-1,0819	-0,2475	-0,1768	-2,7775
+1,4142	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	-0,7071	-0,7071	-0,1273	-0,5657	-0,9051	-1,1667	-1,7183	-0,8414	-0,7778	-6,1023
+1,4142	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	-0,7071	-0,7071	-0,1259	+0,4525	+0,0778	-0,0990	-0,5869	+0,3465	+0,4172	+0,4822
+1,4142	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	-0,7071	-0,7071	-0,1181	-0,1980	-0,4738	-0,6647	-1,0394	-0,2546	-0,2192	-2,9677
+1,4142	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	-0,7071	-0,7071	-0,1167	-0,8485	-1,1243	-1,3435	-1,7324	-1,0112	-0,9405	-7,1170
+1,4142	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	-0,7071	-0,7071	-0,0002	-0,1525	+0,0950	-0,1775	+0,7300	-0,0975	-0,1625	+0,7353
+1,4142	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	-0,7071	-0,7071	+0,0504	+0,0576	-0,0359	+0,0672	-0,2759	+0,0369	+0,0614	+1,2848
+1,4142	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	-0,7071	-0,7071	+0,1300	-0,3236	+0,0463	+0,1686	+1,2024	-0,2686	-0,3404	+0,6165
A	-0,0177	+0,2710	+0,5409	-0,1815	+0,2648	+0,7223	-0,0278	-0,1384	+2,4889					
B	+0,0175	+0,2820	+0,6197	-0,0748	+0,3172	+0,7775	-0,0169	+0,0407	-0,3561	1				
C	+0,0362	+0,3042	+0,7514	-0,0022	+0,4049	+0,8862	+0,0878	-0,0014	-1,2967		1			
D	-0,0844	+0,2969	+0,6913	-0,0995	+0,2714	+0,7706	+0,0566	+0,5609	-9,2479			1		
E	-0,0735	+0,2796	+0,7114	-0,1301	+0,2840	+0,8165	-0,0314	-0,1066	+2,0659				1	
F	-0,0464	+0,2575	+0,6982	-0,1494	+0,2862	+0,7936	-0,0287	-0,1462	+2,6181					1

Układ równań normalnych z pominięciem niewiadomej 1 jego rozwiązanie

+2,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	-1,0000	+0,2800	-0,0700	-0,2000	-0,7300	+0,3500	+0,4500
+2,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	-1,0000	-1,0000	-0,2900	-0,6000	-0,7400	-1,5300	-0,3500	-0,2500
+2,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	-1,0000	-1,0000	-0,8000	-1,2800	-1,6500	-2,4300	-1,1900	-1,1000
+2,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	-1,0000	-1,0000	+0,6400	+0,1100	-0,1400	-0,8300	+0,4900	+0,5900
+2,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	-1,0000	-1,0000	-0,2800	-0,6700	-0,9400	-1,4700	-0,3600	-0,3100
+2,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	-1,0000	-1,0000	-1,2000	-1,5900	-1,9000	-2,4500	-1,4300	-1,3300
+2,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	+0,5200	+2,2400	+2,4300	+6,1600	+1,0500	+0,6500
+2,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	+1,1300	+1,8600	+3,1400	+3,2600	+1,4400	+1,3000
+1,4142	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	-0,7071	+0,1980	-0,0495	-0,1414	-0,5162	+0,2475	+0,3182
+1,4142	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	-0,7071	-0,7071	-0,2051	-0,4243	-0,5232	-1,0819	-0,2475	-0,1768
+1,4142	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	-0,7071	-0,7071	-0,5657	-0,9051	-1,1667	-1,7183	-0,8414	-0,7778
+1,4142	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	-0,7071	-0,7071	+0,4525	+0,0778	-0,0990	-0,5869	+0,3465	+0,4172
+1,4142	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	-0,7071	-0,7071	-0,1980	-0,4738	-0,6647	-1,0394	-0,2546	-0,2192
+1,4142	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	-0,7071	-0,7071	-0,8485	-1,1243	-1,3435	-1,7324	-1,0112	-0,9405
+1,4142	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	-0,1525	+0,0950	-0,1775	+0,7300	-0,0975	-0,1625
+1,4142	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	+0,0516	-0,0359	+0,0672	-0,2759	+0,0369	+0,0614
-0,1400	+0,1450	+0,4000	-0,3199	+0,1400	+0,6000	+0,0436	-0,0435	1					
+0,0350	+0,3000	+0,6400	-0,0950	+0,3350	+0,7950	-0,0272	+0,0271		1				
+0,1000	+0,3700	+0,8250	+0,0700	+0,4700	+0,9500	+0,0506	-0,0508			1			
+0,3650	+0,7650	+1,2150	+0,4150	+0,7350	+1,2250	-0,2086	+0,2086				1		
-0,1750	+0,1750	+0,5950	-0,2450	+0,1800	+0,1130	+0,0278	-0,0279					1	
-0,2250	+0,1250	+0,5499	-0,2950	+0,1550	+0,6650	+0,0464	-0,0464						1
A													
B													
C													
D													
E													
F													

Tablica 8.6

Wykaz współrzędnych wyrównanych

Nazwa punktu niwelowanego	H przybl	z uwzględnieniem kąta ζ						średnia	z pominięciem kąta ζ					
		A	B	C	D	E	F		A	B	C	D	E	F
L 011	10677,45	..7,43	..7,47	..7,49	..7,36	..7,38	..7,35	..7,41	..7,31	..7,49	..7,55	..7,81	..7,27	..7,23
L 013	10660,45	..0,72	..0,73	..0,75	..0,75	..0,73	..0,71	..0,73	..0,59	..0,75	..0,82	..1,22	..0,62	..0,58
L 015	10683,05	..3,59	..3,67	..3,80	..3,74	..3,76	..3,75	..3,72	..3,45	..3,69	..3,88	..4,26	..3,64	..3,60
P 011	10684,13	..3,95	..4,06	..4,13	..4,03	..4,00	..3,98	..4,02	..3,81	..4,07	..4,20	..4,55	..3,88	..3,83
P 013	10678,93	..9,19	..9,25	..9,33	..9,20	..9,21	..9,22	..9,23	..9,07	..9,26	..9,40	..9,66	..9,11	..9,09
P 015	10681,05	..1,77	..1,83	..1,94	..1,82	..1,87	..1,84	..1,84	..1,65	..1,85	..2,00	..2,27	..1,77	..1,72

Tablica 8.7

Zestawienie różnic współrzędnych wyznaczonych kilkoma niezależnymi pomiarami jako pozornych przemieszczeń punktów praktycznie stałych

Nazwa punktu	Oznaczenie pomiaru	z uwzględnieniem kąta ξ					
		A	B	C	D	E	F
L 011	A		-0,04	-0,06	+0,07	+0,05	+0,08
	B	-0,18		-0,02	+0,11	+0,09	+0,12
	C	-0,24	-0,06		+0,13	+0,11	+0,14
	D	-0,50	-0,32	-0,26		-0,02	+0,01
	E	+0,04	+0,22	+0,23	+0,54		+0,03
	F	+0,08	+0,26	+0,32	+0,58	+0,04	
L 013	A		-0,01	-0,03	-0,03	-0,01	+0,01
	B	-0,16		-0,02	-0,02	0,00	+0,02
	C	-0,23	-0,07		0,00	+0,02	+0,04
	D	-0,63	-0,47	-0,40		+0,02	+0,04
	E	-0,03	+0,13	+0,20	+0,60		+0,02
	F	+0,04	+0,17	+0,24	+0,64	+0,04	
L 015	A		-0,08	-0,21	-0,15	-0,17	-0,16
	B	-0,24		-0,13	-0,07	-0,09	-0,08
	C	-0,43	-0,19		+0,06	+0,04	+0,05
	D	-0,81	-0,57	+0,38		-0,02	-0,01
	E	-0,19	+0,05	+0,24	+0,62		+0,01
	F	-0,15	+0,09	+0,23	+0,66	+0,04	
P 011	A		-0,11	-0,13	-0,03	-0,05	-0,03
	B	-0,26		-0,07	+0,03	+0,06	+0,08
	C	-0,39	-0,13		+0,10	+0,13	+0,15
	D	-0,74	-0,48	-0,33		+0,03	+0,05
	E	-0,07	+0,19	+0,32	+0,67		+0,02
	F	-0,03	+0,24	+0,37	+0,72	+0,05	
P 013	A		-0,06	-0,14	-0,01	-0,02	-0,03
	B	-0,19		-0,03	+0,05	+0,04	+0,03
	C	-0,33	-0,14		+0,13	+0,12	+0,11
	D	-0,59	-0,40	-0,26		-0,01	-0,02
	E	-0,04	+0,15	+0,29	+0,55		-0,01
	F	-0,02	+0,17	+0,31	+0,57	+0,02	
P 015	A		-0,06	-0,17	-0,05	-0,10	-0,07
	B	-0,20		-0,11	+0,01	-0,04	-0,01
	C	-0,35	-0,14		+0,12	+0,07	+0,10
	D	-0,62	-0,42	-0,27		-0,05	-0,02
	E	-0,12	+0,08	+0,23	+0,50		+0,03
	F	-0,07	+0,13	+0,28	+0,55	+0,05	

Tablica 8.8

Wykaz obliczonych przemieszczeń z łącznego wyrównania obserwacji wyjściowej i aktualnych z uwzględnieniem kątów ξ i ξ'

punkt pomiar	przemieszczenie punktów w mm					
	L 011	L 013	L 015	P 011	P 013	P 015
A i B	-0,02	0,00	-0,06	-0,09	-0,04	-0,04
A i C	-0,09	-0,06	-0,24	-0,21	-0,17	-0,20
A i D	+0,10	0,00	-0,12	-0,05	-0,03	-0,02
A i E	+0,06	0,00	-0,17	-0,04	-0,01	-0,09
A i F	+0,08	+0,01	-0,16	-0,03	-0,02	-0,07

Tablica 8.9

Rozwiązanie przybliżone poprzez uśrednianie rzędnych punktów kontrolnych obliczonych z dwóch stanowisk /pomiar A/

Nazwa stanowiska	Nazwa punktu niwelowanego	Średni odczyt kąty ξ_{obs}	Rzędna osi celowej	Rzędna obliczona	Rzędna ostateczna /średnia/ H^{WYR}	
I	Rp pld	3082,02	13 194,72		10 112,70	
	L 011	2517,55		10 677,17		
	L 013	2534,10		10 660,62		
	L 015	2511,22		10 683,50		
	P 011	2511,10		10 683,62		
	P 013	2515,75		10 678,97		
	P 015	2513,02		10 681,70		
II	Rp zach	3181,55	13 416,05		10 234,50	
	L 011	2738,60		10 677,45		10 677,31
	L 013	2755,48		10 660,57		10 660,60
	L 015	2732,65		10 683,40		10 683,45
	P 011	2732,05		10 684,00		10 683,81
	P 013	2736,88		10 679,17		10 679,07
	P 015	2734,45		10 681,60		10 681,65

Rozwiązanie przybliżone poprzez uśrednianie rzędnej osi celowej / pomiar A

Rzędna ostateczna / wyrównana / H _{wyr}	Nazwa punktu	Nazwa stanowiska	Średni odczyt iaty z obs	Rzędna osi celowej		Rzędna punktu obliczona	Poprawka	Rzędna punktu poprawiona
				obliczona	średnia			
1	2	3	4	5	6	7	8	9
	Rp pld	I	3082,02	13 194,72				10 112,70
	L 011		2517,55			10 677,17	+ 0,05	10 677,22
	L 013		2534,10			10 660,62	+ 0,05	10 660,67
	L 015		2511,22		13 194,72	10 683,50	+ 0,05	10 683,55
	P 011		2511,10			10 683,62	+ 0,05	10 683,67
	P 013		2515,75			10 678,97	+ 0,05	10 679,02
	P 015		2513,02			10 681,70	+ 0,05	10 681,75
	L 011	II	2738,60	13 415,77		10 677,35	+ 0,10	10 677,45
	L 013		2755,48	13 416,10		10 660,47	+ 0,10	10 660,57
	L 015		2732,65	13 416,15		10 683,30	+ 0,10	10 683,40
	P 011		2732,05	13 415,67	13 415,95	10 683,90	+ 0,10	10 684,00
	P 013		2736,88	13 415,85		10 679,07	+ 0,10	10 679,17
	P 015		2734,45	13 416,15		10 681,50	+ 0,10	10 681,60
	Rp zach		3181,55			10 234,40	+ 0,10	10 234,50

$$f_{hi} = 10234,40 - 10234,50 = -0,10 ; m_{h \text{ wyr}} = \pm 2m_0 \sqrt{\frac{2(n-1)}{i}} = \pm 2 \cdot 0,15 \sqrt{\frac{2}{6}} = \pm 0,17 ; f_{hi} < m_{h \text{ wyr}} \text{ max}$$

9. PODSUMOWANIE I WNIOSKI

Na podstawie przeprowadzonych analiz dostępnej w tym zakresie literatury oraz na podstawie własnych doświadczeń z wykonanych pomiarów w ramach prowadzonych badań w Instytucie Budownictwa Lądowego Akademii Techniczno-Rolniczej w Bydgoszczy, a także na podstawie rozważań zawartych w niniejszej pracy, istotne problemy pomiaru niwelacyjnego obiektów mostowych można ująć w następujące punkty:

1. Pomiary niwelacyjne prowadzone w ramach projektowania, realizacji i eksploatacji obiektów mostowych winny mieć zagwarantowany wspólny układ odniesienia współrzędnych wysokościowych spełniających wymogi dokładnościowe wszystkich pomiarów jakie mogą być prowadzone na tych obiektach. Dla realizacji powyższego można sformułować dwa postulaty:
 - a) projektanci obiektów mostowych, biorąc pod uwagę obowiązujące przepisy uwzględniające wykonywanie niwelacji kontrolnych winni uwzględniać stabilizację reperów kontrolnych w elementach konstrukcji nośnej oraz zaprojektować do nich dostęp i proste a skuteczne zabezpieczenie przed uszkodzeniem,
 - b) do grupy projektującej obiekt winien być włączony przedstawiciel przyszłego wykonawcy robót geodezyjnych w celu opracowania i skoordynowania zakresu prac dla wszystkich faz budowy i eksploatacji obiektu.
2. Prace niwelacyjne w zakresie eksploatacji mostu można generalnie podzielić na:
 - a) pomiary w klasie technicznej, które są wykonywane w ramach badań eksploatacyjnych w formie pomiarów okresowych,
 - b) pomiary w klasie precyzyjnej, które są wykonywane w ramach badań odbiorczych, kontrolnych, poawaryjnych i naukowo-technicznych.Przyjmując za punkt wyjścia ustalone przez konstruktorów miejsca, dla których należy wyznaczać przemieszczenia punktów oraz uwzględniając istniejące zabezpieczenie przedsiębiorstw w sprzęt pomiarowy, zaproponowano klasyfikację różnych obiektów mostowych z geodezyjnego punktu widzenia, wprowadzono zunifikowane schematy sieci pomiarowych oraz przedstawiono praktyczne uwagi do realizacji samego pomiaru. Podstawowym wnioskiem wynikającym z rozważań na ten temat, bez względu na ustaloną klasę dokładnościową pomiaru, jest łączenie wyników /wyznaczonych rzędnych i ich zmian/ ze stanem temperaturowym obiektu w momencie jego pomiaru. Jednocześnie postuluje się, by zaproponowana nomenklatura punktów wysokościowych na obiek-

cie była ogólnie przyjęta przez wykonawców takich pomiarów, a wyniki każdego kolejnego pomiaru znalazły swe odzwierciedlenie w księgach mostowych.

3. W zakresie jednego z najistotniejszych problemów pomiarów niwelacyjnych, a mianowicie ustalenia wymaganej dokładności pomiaru, która gwarantowałaby, że uzyskiwane rezultaty będą spełniały wymagania stawiane przez interpretatorów wyników, a warunki technologiczne realizacji pomiaru będą miały swe uzasadnienie ekonomiczne, w pracy niniejszej zaproponowano, by kryterium wyjściowym do powyższej oceny były dopuszczalne ugięcia trwale przewidywane podczas próbnych obciążeń. Wielkości te stanowią bowiem podstawę do wydania orzeczenia o dopuszczeniu obiektu do eksploatacji, a zatem propozycja połączenia wielkości obiektu i materiału, z którego jest pobudowany z wymogami bezpieczeństwa, stanowi jedno z najbardziej ogólnych kryteriów dla określenia wymaganej dokładności pomiaru.
4. Uzyskanie rezultatów odpowiadających dokładnościowo wymogom określonym przez omówione wyżej kryterium prowadzi na niektórych obiektach do wykonywania wysoko precyzyjnych niwelacji. Analizując możliwość przeprowadzenia takiego pomiaru stwierdzono, że:
 - a) realizowanie na obiektach mostowych niwelacji "ze środka" należy z praktycznego punktu widzenia uznać za nierealne,
 - b) na każdym stanowisku niwelatora występują celowe o różnych długościach, co wymagało ponownego rozpatrzenia wpływu błędów systematycznych pomiaru z punktu widzenia innego sposobu ich eliminowania,
 - c) jedynie skutecznym, ze względu na swój ogólny charakter, sposobem eliminacji wpływów błędów systematycznych jest ich rachunkowe uwzględnianie w procesie wyrównania obserwacji.
5. Analizując błąd odczytu łaty wywołany takimi czynnikami jak: szczerkową nierównoległością osi celowej do osi libeli pozostałą po rektyfikacji przyrządu, wpływami kulistości Ziemi i refrakcji, wpływem ogniskowania układu optycznego lunety oraz zmianami układu geometrycznego osi pod wpływem zmiany temperatury przyrządu, stwierdzono że sumaryczną ich wartość można zastąpić wpływem pewnego fikcyjnego kąta niewypoziomowania osi celowej o wartość ζ na danej odległości celowania d .

Po wprowadzeniu pojęcia "obserwacji w niwelacji geometrycznej" jako pomiaru różnicy wysokości między rzędną punktu niwelowanego a rzędną osi celowej niwelatora w miejscu stanowiska instrumentu, wyprowadzono podstawowy dla założonego sposobu wyrównania wzór na poprawkę do takiej obserwacji o postaci

$$v_{\xi} = dH_J - dH_{Rp} + d_{J-Rp} \cdot d\zeta + \xi^{\text{przybl}} - \xi^{\text{obs}}$$

oraz oparte na tych samych zasadach, stosowane w praktyce, wzory na poprawki do zaobserwowanych różnic wysokości między dwoma reperami i ich zmian między dwoma okresami pomiarów. Ustalono również równania popra-

wek odpowiadające obserwacjom składającym się z ciągów założonych między reperami.

6. Na bazie nowo wyprowadzonych równań poprawek obserwacji przeprowadzono analizy proponowanego sposobu pomiaru i wyrównania z punktu widzenia uzyskania odpowiednich do celu dokładności wyników.

Mimo, że całość pracy odnosi się do pomiaru i obliczeń niwelacji wykonywanych na obiektach mostowych, zaproponowane schematy pomiarowe, technologia ich pomiaru, a także sposób wyrównania powinno się stosować we wszystkich pomiarach o wysokiej precyzji, w których występują różne długości celowych. Tego typu sieci występują często na różnych obiektach przemysłowych, a dotychczasowe sposoby ich pomiaru i obliczeń bazowały na założeniu wprowadzenia ciągów o dwu lub więcej rzędach. Wykorzystanie zaproponowanych w niniejszej pracy rozszerzonych równań poprawek do obserwacji pozwala zrezygnować z wielostopniowości wyrównywania ciągów, a wprowadzone pojęcie obserwacji różnicy wysokości ułatwia ułożenie wszystkich równań bez obawy o pominięcie któregoś z nich lub ułożenie równania zbędnego. Jednocześnie wyrównanie wszystkich obserwacji jest też zgodne z powszechnie przyjętym pojęciem ścisłego wyrównania i pozwala na prawidłową ocenę dokładnościową wyznaczanych wielkości. Wiąże się z tym bardzo prawidłowa interpretacja badanych zjawisk.

Na podstawie całości rozważań przeprowadzonych przez autora niniejszego opracowania można sformułować wnioski stwierdzające:

- a) konieczność uwzględniania w obliczeniach dodatkowej niewiadomej ϵ ,
- b) wysoką skuteczność zaproponowanej rachunkowej metody eliminowania wpływu błędów systematycznych pomiaru.

• Wnioski te uzasadniono na drodze teoretycznej i zilustrowano na związanych przykładach. Pozwalają one na sformułowanie konkluzji, iż we wszystkich przypadkach wykonywania niwelacji, gdy z danego stanowiska dokonana się pomiaru przy różnych odległościach celowań, rozwiązania rachunkowe winny uwzględniać wpływ szcztatkowego niewypoziomowania osi celowej.



L i t e r a t u r a

- [1] Brajt P.I., Miedwieckij E.N.: Izmierenie osadok i dieformacij sooruzenij geodeziczeskimi mietodami. Geodezizdat 1959
- [2] Broušek J.: Badania pionowych odchylen konstrukcji mostowych. Przegląd Geodezyjny nr 8/66
- [3] Ciesielski R.: O interpretacji wyników pomiarów przemieszczeń konstrukcji. Inżynieria i Budownictwo nr 7/79
- [4] Costachel A.: Geodezyjne pomiary precyzyjne osiadań i deformacji mostu dwuspornikowego dla badania jego zachowania w czasie. Przegląd Geodezyjny nr 11/66
- [5] Czaja J.: Algorithm of computation of vertical displacements of bench marks. Geodezja i Kartografia nr 3-4/81
- [6] Czerniak St., Kujawski E.: Zagrożenie konstrukcji mostu sprężonego. Materiały 3-go Sympozjum nt.: Badanie przyczyn i zapobieganie awariom konstrukcji budowlanych. Szczecin, XII.1977
- [7] Dunaj H.: Optymalna długość celowej w niwelacji technicznej z punktu widzenia technicznego i ekonomicznego. Politechnika Warszawska 1964
- [8] Feder A.: Mały poradnik mostowy. Wydawnictwa Komunikacji i Łączności Warszawa 1975
- [9] Gaździcki J.: Przemieszczenia jako funkcja różnic pomierzonych elementów i jako różnica funkcji tych elementów. [W] Lazzarini T. oraz zespół współautorów: Geodezyjne pomiary przemieszczeń budowli i ich otoczenia. PPWK Warszawa 1977
- [10] Gomoliszewski J., Gomoliszewski T., Milewski M.: Geodezyjne pomiary odkształceń mostu. Przegląd Geodezyjny nr 6/54
- [11] Gruzinow W.: Izmierenie dieformacij mostow geodeziczeskimi mietodami. Sbornik - eksperymentalnyje mietody isledowanija sooruzenij. Stoizdat 1972
- [12] Hausbrandt St.: Rachunki geodezyjne. PPWK Warszawa 1953
- [13] Hermanowski A.: Pomiary przemieszczeń pionowych. [W] Praca zbiorowa: Niwelacja precyzyjna. PPWK Warszawa 1971
- [14] Instrukcje Głównego Urzędu Geodezji i Kartografii PPWK Warszawa
- [15] Instrukcja o planowo-zapobiegawczych remontach i eksploatacji miejskich obiektów mostowych. Ministerstwo Gospodarki Komunalnej Warszawa 1962

- [16] Instrukcja wewnętrzna - Geoprojekt : Geodezyjne wyznaczanie pionowych przemieszczeń budowli metodą niwelacji precyzyjnej. Warszawa 1972
- [17] Janusz W.: Obsługa geodezyjna budowli i konstrukcji. PPWK Warszawa 1971
- [18] Kamela Cz.: Geodezja. PWT Warszawa 1972
- [19] Kamiński L., Kmity J.: Problemy próbných obciążení betonových mostůw kolejowych. Prace naukowe Instytutu Inżynierii Lądowej Politechniki Wrocławskiej nr 3/70
- [20] Kmity J., Kamiński L.: Problemy próbných obciążení budowli mostowych. Prace naukowe Instytutu Inżynierii Lądowej Politechniki Wrocławskiej nr 17/75
- [21] Kmity J., Kamiński L.: Uwagi w sprawie próbných obciążení mostów. Konferencja naukowo-techniczna. Referaty cz.I. Warszawa 1968
- [22] Kujawski E., Jankowski R., Niebrzydowski H.: Problemy utrzymania dużych mostów konstrukcji stalowej. Konferencja Stowarzyszenia Inżynierów i Techników Komunikacji nt.: Utrzymanie mostów stalowych. Łódź X.1979
- [23] Kujawski E., Kujawska Wl., László S.: Többtámaszu hidak ellenőrző színtezesi pontjainak elhelyezése és a magassági alaphálózat felvételé. Zeszyty Naukowe Wyższej Szkoły Komunikacji i Łączności w Győr za rok 1981
- [24] Kujawski E., Kujawska Wl., László S., Wojciechowski St.: Uzbrojenie obiektów mostowych w niwelacyjne punkty kontrolowane i wysokościową osnowę geodezyjną - pomiary kontrolne. Przegląd Geodezyjny nr 1-5/82
- [25] Kwaśniewski J.: Badania ruchów pionowych mostu cłowego. Zeszyt Naukowy Politechniki Szczecińskiej nr 23/61
- [26] László S., Kujawski E.: Hidalátámaszások pontjainak mérése, különös tekintettel a hid mederpilléreinek hidrosztatikai színtezésére. Zeszyty Naukowe Wyższej Szkoły Komunikacji i Łączności w Győr za rok 1981
- [27] László S., Kujawski E.: Nagy hidak időszakos színtezésének kérdései. Zeszyty Naukowe Wyższej Szkoły Komunikacji i Łączności w Győr za rok 1981
- [28] László S., Kujawski E., Wojciechowski St.: Többtámaszu hidak ellenőrző mérésének végrehajtása és a mérési eredmények közelítő kiegyenlítése. Zeszyty Naukowe Wyższej Szkoły Komunikacji i Łączności w Győr za rok 1981
- [29] Laszlo S., Kujawski E.: Zagadnienia okresowych pomiarów niwelacyjnych na dużych mostach. Przegląd Geodezyjny nr 11/79
- [30] Lazzarini T. oraz zespół współautorów: Geodezyjne pomiary przemieszczeń budowli i ich otoczenia. PPWK Warszawa 1977

- [31] Lazzarini T.: Geodezyjne pomiary odkształceń. Warszawa 1952
- [32] Materiały konferencji naukowo-technicznych. Badania doświadczalne w dziedzinie budownictwa mostowego. Cz. I i II. Warszawa 1968
- [33] Materiały konferencji naukowo-technicznych. Metody oceny stanu technicznego mostów. Kraków, V. 1983
- [34] Mercik St.: Niektóre problemy geodezyjne w badaniach odkształceń mostów. Przegląd Geodezyjny nr 8/66
- [35] Michalčak O.: Kontrola i próbne pomiary geodezyjne na mostach. Geodetický a Kartografický Obzor nr 10/65
- [36] Michalčak O., Pis D., Stanek V.: Pomiary geodezyjne przy próbnym obciążeniu i przekazaniu do użytku mostu SNP w Bratysławie. Geodetický a Kartografický Obzor nr 19/61
- [37] Niebylski J.: Podstawy teoretyczne metody niwelacji optycznej i technika pomiarowa. Geodezja i Kartografia nr 4/80
- [38] Paczkowski L.: Analiza odkształceń mostu cłowego. Zeszyty Naukowe Politechniki Szczecińskiej nr 23/61
- [39] PN-64/S-10050 Drogi samochodowe. Mosty stalowe - wykonanie i badania
- [40] PN-66/B-02015 Mosty, wiadukty i przepusty. Obciążenia i oddziaływania
- [41] PN-69/S-10051 Kolejowe mosty stalowe. Wykonanie i badanie przy odbiorze
- [42] PN-77/S-10040 Żelbetowe i betonowe konstrukcje mostowe - wymagania i badania
- [43] PN-77/S-10050 Stalowe konstrukcje mostowe - wymagania i badania
- [44] PN-78/S-10041 Konstrukcje mostowe z betonu sprężonego - wymagania i badania
- [45] Praca zbiorowa: Geodezja inżynierska. PPWK Warszawa 1980
- [46] Praca zbiorowa: Niwelacja precyzyjna. PPWK Warszawa 1971
- [47] Praca zbiorowa pod red. E. Kujawskiego: Opracowanie metody niwelacji okresowych pomiarów kontrolnych konstrukcji mostowych. Praca BZ / 74 ATR Bydgoszcz 1977
- [48] Prószyński W.: Podstawy analiz dokładnościowych w geodezyjnych pomiarach realizacyjnych. [W] Praca zbiorowa: Geodezja inżynierska. PPWK Warszawa 1980
- [49] Schleicher C.: Modellstatik. Messverfahren und Messdurchführung. VEB Verlag für Bauwesen. Berlin 1961
- [50] Szymoński J.: Instrumentoznawstwo geodezyjne. PPWK Warszawa 1972

- [51] Wachter St.R.: Langfristige Messungen an der SBB Unterfuhrung in Bruttisellen. Schweizeirische Baumzeitung 1961
- [52] Wytyczne. Ministerstwo Komunikacji CZUK : Tymczasowe wytyczne wykonania i badania mostów kolejowych z betonu sprężonego. Warszawa 1972
- [53] Wytyczne. Prace Centralnego Ośrodka Badań i Rozwoju Techniki Kolejnictwa: Wytyczne do badania mostów kolejowych. Temat 109/57. Warszawa
- [54] Wytyczne. Ministerstwo Komunikacji - Centralny Zarząd Dróg Publicznych: Wytyczne obsługi geodezyjnej procesu projektowania, budowy i utrzymania tras drogowych /projekt wstępny/. Warszawa 1980
- [55] Wytyczne. Ministerstwo Komunikacji - Centralny Zarząd Dróg Publicznych: Wytyczne planowania robót utrzymaniowych i modernizacji obiektów mostowych. Warszawa 1978
- [56] Zykubek S.: Geodezyjne pomiary odkształceń konstrukcji stropowych. Prace IGiK. Zeszyt nr 2/55

THE MODIFICATION OF THE PRECISE GEOMETRIC NIVELATION METHOD FROM THE
POINT OF VIEW OF REQUIREMENTS OF THE TESTING OF BRIDGE CONSTRUCTIONS

Summary

This presentation deals with and solves the problems concerning the determination of distinctive points ordinates on bridge constructions as well as their variation in time. Considering various purposes of measurements performed within scientifically - technical and periodical researches minimum object preservation with checking and reference points was presented additionally to estimation of required measurement precision and its realization technology. Basic factors deforming determined ordinates values and their functions caused by systematical measurement errors of levelling methods are proved to be efficiently eliminated through applying to the observation equations an additional unknown ξ . This unknown will compose the dislevelling axis of sight angle value of the given level representing global value of systematical errors deforming the result of the observations. Such an extended levelling observation correcting equations for the measured altitude difference between axis of sight ordinates in the point of placing the level and the benchmark ordinate assumes the shape:

$$v_{\xi} = dH_J - dH_{Rp} + d_{J-Rp} \cdot d\xi + i^{\text{przybl}} - i^{\text{obs}}$$

where:

- dH_J, dH_{Rp} - represent corrections for approximate values of axis of sight ordinates and benchmark
- $d\xi$ - correction to the zero value of dislevelling axis of sight
- d_{J-Rp} - the distance between the benchmark and the instrument
- $i^{\text{przybl}}, i^{\text{obs}}$ - the approximate and observed values of staff reading

Observation correction equations of measured altitude difference between two benchmarks were derived as well as altitude difference changes between two benchmarks determined by observations of actual and initial measurements and altitude difference between two benchmarks levelled by levelling traverse consisting n positions.

Considering in the process of observation adjustment above mentioned enlarged equations the accuracy analyses of determining ordinates from chosen characteristic for bridge structure net, was performed.

The presentation consists also numerical examples of traditional and proposed solutions as well as approximate solutions confirming the efficiency of the computation method eliminating the influence of systematical errors resulting in increasing the accuracy of levelling for highly precise measurements of engineering constructions point dislocations.

Проблемы геодезического назначения горизонтальных перемещений мостовых конструкций

Резюме

В настоящей работе излагаются и решаются вопросы связанные с назначением высотных ординат точек свойственных мостовым конструкциям и их изменениям во времени. Принимая во внимание различные цели измерений выполняемых в рамках научно-технических и периодических исследований, представлено минимальное обеспечение объекта в контрольные марки и реперы отнесения, оценку требуемой точности измерений и технологию его выполнения. Доказано, что основные функции, искажающие значение назначенных высотных ординат и их функций, имеющих место в ошибках систематических измерений нивелирования геометрическим методом, можно успешно установить путем введения в наблюдаемые уравнения неизвестной E . Неизвестная эта будет становить величину наклона угла оси данного нивелира, представляя суммарную величину ошибок искажающих результат наблюдения. Такое расширенное уравнение наблюдаемой поправки нивелирования для измеренной разницы высот между ординатой визирного луча в точке установления нивелира и ординатой репера, принимает формулу:

$$V_{\lambda} = dH_J - dH_{Rp} + d_{J-Rp} \cdot d\xi + \lambda^{przzyb} \cdot \lambda^{obs}$$

где:

- dH_J, dH_{Rp} - поправки к приблизительным ценам ординат визирной оси и репера,
- $d\xi$ - поправка к нулевой цене негоризонтального положения визирной оси,
- d_{J-Rp} - длина от нивелира до репера,
- $\lambda^{przzyb}, \lambda^{obs}$ - приблизительная и наблюдательная цена отсчета рейки.

Выведены тоже уравнения поправок наблюдения разницы измеренной высоты между двумя реперами, определенной наблюдениями измерения актуального и исходного, а также разницу высот между двумя реперами нивелирных ходов на станциях нивелира.

Учитывая в процессе выравнивания наблюдений, выше упомянутые расширенные уравнения, проведено анализы точности назначения высотных ординат избранных сетей свойственных мостовым объектам.

Работа содержит тоже численные примеры классических и новопредлагаемых решений, а тоже приближенных решений, подтверждающих эффективность численного метода удаления влияния систематических ошибок, что увеличивает применение метода геометрического нивелирования в измерениях с высокой точностью перемещений точек инженерных объектов.

Cena zł 60,—

Biblioteka Główna ATR
w Bydgoszczy

64389