

AKADEMIA TECHNICZNO-ROLNICZA  
IM. JANA I JĘDRZEJA ŚNIADECKICH  
w Bydgoszczy



ZESZYTY NAUKOWE  
Nr 56

TELEKOMUNIKACJA –  
ELEKTRONIKA  
(2)

BYDGOSZCZ 1979

AKADEMIA TECHNICZNO-ROLNICZA  
IM. JANA I JĘDRZEJA ŚNIADECKICH  
w Bydgoszczy



ZESZYTY NAUKOWE

Nr 56

TELEKOMUNIKACJA –  
ELEKTRONIKA

(2)

BYDGOSZCZ 1979

Redaktor naczelny  
DOC. DR HAB. JULIUSZ SKONIECZNY

Redaktor naukowy  
DOC. DR HAB. LECH JAN WEISS

opracowanie redakcyjne  
MGR HALINA KOZIOŁKIEWICZ

Wydano za zgodą Rektora Akademii Techniczno-Rolniczej  
w Bydgoszczy

WYDAWNICTWO UCZELNIANE AKADEMII TECHNICZNO-ROLNICZEJ  
W BYDGOSZCZY

Na zamówienie 4.1991/10

Zakłady Graficzne WSiP w Bydgoszczy  
Nakład 250 egz. Ark. aut. 7,5, druk. 9,5  
Zam. nr 1337/78. MNSzWIT TR-8. Cena 30.

## SPIS TREŚCI

	Strona
1. Borys A., Wojtyna R.: Metody macierzy rzad- kich przydatne w komputerowej analizie i projektowaniu układów elektronicznych.....	6
2. Choraś R.: Zastosowanie teorii informacji dla celów transmisji obrazów.....	14
3. Choraś R.: Zmniejszenie nadmiaru informacji graficznej dla celów cyfrowej transmisji obrazów.....	27
4. Stankiewicz J.: Tester liczników telefoni- cznych.....	42
5. Meller W.: O algorytmach stosowanych do wy- znaczania wrażliwości układów elektroni- cznych za pomocą EMC.....	53
6. Uhl T.: Model generatora gaussowskiego szu- mu białego na pasmo akustyczne i jego charakterystyki.....	69
7. Kamiński A.: Statystyczna ocena trwałości zes- tyków ślizgowych stosowanych w zespołach komutacyjnych.....	82
8. Sobczak W.: Ocena jakości systemów wielo- dostępowych.....	92
9. Boenigk T., Drzycimski Z., Iwański T., Knopik W., Zalewski J.: Statystyczna ana- liza wyników pomiarów psfometrycznej mo- cy szumu w kanałach telefonicznych.....	128



Andrzej Borys  
Ryszard Wojtyna

METODY MACIERZY RZADKICH PRZYDATNE W KOMPUTEROWEJ ANALIZIE  
I PROJEKTOWANIU UKŁADÓW ELEKTRONICZNYCH

W pracy omówiono metody komputerowego rozwiązywania układów równań liniowych, które posiadają rzadką macierz współczynników przy niewiadomych. Metody te noszą nazwę metod macierzy rzadkich. Algorytmy metod rozwiązywania macierzy rzadkich składają się z dwóch zasadniczych części. W części pierwszej przenumerowuje się równania w celu uzyskania minimum wypełnienia macierzy L i U oraz minimum liczby operacji długich wykonywanych w czasie dekompozycji. Po przenumerowaniu dokonuje się rozkładu  $A = LU$ . Część druga polega na rozwiązaniu równań  $Lv = b$  oraz  $Ux = v$ . W artykule porównano kilka algorytmów przenumerowujących oraz podano zalety metod macierzy rzadkich w porównaniu z klasycznymi metodami rozwiązywania układów równań liniowych.

## 1. Wstęp

W komputerowej analizie i projektowaniu układów elektronicznych ważnym zagadnieniem jest rozwiązywanie układów równań liniowych.

$$Ax = b \quad (1)$$

Istnieje wiele metod rozwiązywania układów równań (1). Metody rozwiązywania układów równań z wykorzystaniem komputera powinny charakteryzować się następującymi właściwościami:

- a/ czas rozwiązywania powinien być krótki,
- b/ obszar pamięci zajmowany w maszynie cyfrowej w trakcie obliczeń powinien być jak najmniejszy.

Spośród klasycznych metod rozwiązywania układów równań liniowych, najszersze zastosowanie w analizie komputerowej znalazła metoda eliminacji Gaussa i metody, które wywodzą się z metody eliminacji Gaussa.

Zasadniczym mankamentem tej grupy metod jest duża liczba działań, które dla komputera zaliczane są do operacji długich

/mnożenie i dzielenie/ oraz konieczność rezerwowania w pamięci maszyny cyfrowej obszaru dla pełnej macierzy współczynników przy niewiadomych A. Wymienione wady metod klasycznych zostały wyeliminowane w metodach macierzy rzadkich. Opis większości układów elektronicznych przy pomocy układu równań liniowych prowadzi do rzadkiej macierzy współczynników przy niewiadomych A /większość elementów macierzy A stanowią zera/. Metody macierzy rzadkich polegają na wykonywaniu działań tylko na tych elementach macierzy A, które są różne od zera z pominięciem działań na elementach równych zeru. Algorytmy metod macierzy rzadkich są bardziej rozbudowane od algorytmów metod klasycznych, ale w sytuacji, gdy większość elementów macierzy A stanowią zera uzyskuje się dużą oszczędność czasu pracy komputera oraz dużą oszczędność obszaru pamięci zajmowanego w trakcie obliczeń. Rozwiązywanie układów równań (1) metodami macierzy rzadkich można podzielić na dwa etapy. Etap pierwszy polega na przenumerowaniu równań oraz na dekompozycji.

$$A = L U \quad (2)$$

gdzie:

L - macierz trójkątna dolna

U - macierz trójkątna górna

W etapie drugim rozwiązuje się równania

$$L v = b \quad (3)$$

$$U x = v$$

Wypełnienie przez elementy różne od zera /elementy niezerowe/ macierzy L i U zależy nie tylko od wypełnienia przez elementy niezerowe macierzy A, ale również od numeracji równań. Zadaniem algorytmów przenumerujących jest wprowadzenie takiej numeracji równań, przy której liczba elementów niezerowych w macierzach L i U oraz liczba operacji długich wykonywanych w trakcie dekompozycji będzie jak najmniejsza.

## 2. Przenumerowanie równań

Małe wypełnienie macierzy L i U daje oprócz małego obciążenia pamięci maszyny oraz krótkiego czasu dekompozycji również skrócenie czasu rozwiązywania równań (3). Od sposobu numeracji równań zależy także dokładność uzyskanych rozwiązań.

Można przeenumerować równania pod kątem największej dokładności otrzymanych wyników. Takie przenumerowanie może nie pokrywać się z przenumerowaniem dającym krótki czas rozwiązywania układów równań. Dokładność obliczeń stanowi oddzielny problem i nie jest omawiana w niniejszej publikacji.

Istnieje wiele metod przenumerowujących równania pod kątem najszybszego rozwiązywania równań. Można je podzielić na metody statystyczne i deterministyczne. Dotychczas największe zastosowanie znajdują metody deterministyczne. Spośród metod deterministycznych można wyodrębnić metody przenumerowania dla dowolnej macierzy A oraz metody przenumerowania dla macierzy o symetrii strukturalnej.

Sposób przenumerowania dowolnej macierzy zaproponował Markowitz [4]. Zaproponowany algorytm jest jednak dosyć skomplikowany, a czas przenumerowania długi. Znacznie prostsze i efektywniejsze są metody przenumerowania dla macierzy symetrycznych strukturalnie. Założenie, że macierz jest symetryczna strukturalnie tzn., że jeżeli istnieje element  $a_{ij} \neq 0$  to istnieje również element  $a_{ji} \neq 0$ , chociaż ich wartości liczbowe mogą być różne, jest spełnione dla większości układów elektronicznych. Algorytmy przenumerowujące zapewniają jednocześnie minimalizację wypełnienia macierzy L i U oraz minimalizację liczby operacji długich. Wymienione cechy są z sobą zbieżne, jednak nie zawsze lokalne minimum wypełnienia pokrywa się z lokalnym minimum liczby operacji długich. Minimum lokalne należy rozumieć jako minimum dla danego kroku dekompozycji. Obecnie nie ma metod przenumerowujących, które zapewniałyby dla każdej macierzy mi-



nimum globalne. Stosowanie minimum lokalnego jako kryterium przenumerowania równań prowadzi w efekcie do rozwiązania, które jest bliskie rozwiązaniu optymalnemu.

Algorytmy przenumerujące można podzielić na algorytmy, które jako kryterium przyjmują lokalne minimum wypełnienia macierzy oraz algorytmy, które jako kryterium przyjmują lokalne minimum liczby operacji długich wykonywanych w czasie dekompozycji. Zaletą drugiej grupy algorytmów jest większa szybkość przenumerowania i jak podano w publikacji [2] w ogólnym przypadku te metody są najlepsze. Algorytmy przenumerujące biorące za kryterium lokalne minimum wypełnienia są wprawdzie wolniejsze w działaniu od poprzednich, ale ich użycie daje korzyści w przypadku, gdy struktura macierzy nie ulega zmianie, a zmieniają się tylko wartości liczbowe elementów macierzy. Wówczas, mimo że przenumerowanie trwa stosunkowo długo, nie jest to poważnym mankamentem, ponieważ przenumerowania równań dokonuje się tylko raz, a po nim wielokrotnie wykonuje się działania arytmetyczne dla różnych wartości liczbowych macierzy A oraz macierzy L i U. Małe wypełnienie macierzy L i U prowadzi do krótszego czasu rozwiązywania równań (3).

Z grupy metod biorących za kryterium lokalne minimum wypełnienia największe zastosowanie znalazły trzy metody: metoda zaproponowana przez Berry'ego [1], metoda zaproponowana przez Hsieh, Ghausi [3] oraz metoda podana przez Vlacha, Singhala, Nakhla [5]. Berry zaproponował, aby spośród elementów, które w danym kroku dekompozycji będą wprowadzać tę samą, najmniejszą liczbę nowych elementów niezerowych wybrać jako element osiowy/pivot/ element z największą liczbą elementów niezerowych w jego wierszu i kolumnie. Hsieh i Ghausi zaproponowali, aby spośród elementów wprowadzających w danym kroku dekompozycji najmniejszą liczbę nowych elementów niezerowych jako pivot wybrać taki element, który posiada największą liczbę elementów niezerowych w jego kolumnie. W algorytmie ostatnim, spośród elementów, które w

danym kroku dekompozycji wprowadzają najmniejszą liczbę nowych elementów jako pivot wybiera się taki element, który prowadzi do najmniejszej liczby operacji dźugich w trakcie dekompozycji.

Ostatni algorytm obok kryterium lokalnego minimum wypełnie - nia macierzy uwzględnia również częściowo kryterium lokalnego mi - nimum liczby operacji dźugich w czasie dekompozycji. Wymienione trzy algorytmy można zaliczyć do tej samej klasy. Mają one zbli - żone czasy przenumerowania, a efekty przenumerowania są podobne. Z porównania tych algorytmów podanego w artykule [5] wynika, że algorytm ostatni daje najmniejsze wypełnienie macierzy oraz naj - mniejszą liczbę operacji dźugich. Dwa pierwsze algorytmy są pro - stsze i dają kćórszy czas przenumerowania.

### 3. Rozwiązanie układu równań

Po przenumerowaniu i dekompozycji drugim etapem metod macie - rzy rzadkich jest rozwiązanie układów równań (3). Sposób rozwią - zywania układów równań (3) powinien jak najefektywniej wykorzysta - tywać fakt, że otrzymane w wyniku dekompozycji macierze L i U są macierzami rzadkimi.

W metodach macierzy rzadkich informacja o macierzy współczynn - ników przy niewiadomych A oraz informacja o macierzach L i U za - warta jest w jednowymiarowych tablicach [1], [6]. Przy użyciu tych tablic podaje się położenie w macierzach elementów niezerowych oraz ich wartości liczbowe. Taki opis daje dużą oszczędność zaj - mowanego obszaru pamięci komputera, ponieważ nie opisuje się elementów równych zeru. W przypadkach macierzy symetrycznych strukturalnie elementy różne od zera położone na prawo od głów - nej przekątnej uporządkowane są w kolejności liczenia wzdłuż wie - rszy, natomiast elementy różne od zera położone na lewo od głów - nej przekątnej uporządkowane są w kolejności liczenia wzdłuż kolumn. Dla takiego zapisu najkorzystniej jest rozwiązywać rów - nania (3) według następujących wzorów (1) :

$$v_i^{(k)} = v_i^{(k-1)} - l_{ik} v_k$$

$$x_i = \frac{v_i - \sum_{j=i+1}^n u_{ij} x_j}{u_{ii}} \quad (4)$$

gdzie:

- $k$  - numer kroku w postępowaniu pierwotnym,
- $n$  - rząd macierzy  $A$ ,  $L$ ,  $U$ ,
- $u_{ij}$  - elementy macierzy  $U$  różne od zera,
- $l_{ik}$  - elementy macierzy  $L$  różne od zera.

#### 4. Podsumowanie

Metody macierzy rzadkich w porównaniu z metodami klasycznymi mają zdecydowaną przewagę w zastosowaniu do rozwiązywania dużych układów równań /dla macierzy rzędu 10 i większych/. Zaletą metod macierzy rzadkich jest krótki czas rozwiązywania oraz małe obciążenie pamięci komputera w czasie obliczeń. Stwierdzono empirycznie, że przy wykorzystaniu metody macierzy rzadkich czas rozwiązywania układów równań opisujących układy elektroniczne jest w przybliżeniu liniową funkcją ilości równań [1]. Wynika to z faktu, że im większy jest układ elektroniczny opisywany równaniami liniowymi, tym bardziej rzadka jest macierz  $A$  otrzymanego układu równań. Czas rozwiązywania układów równań metodami klasycznymi jest proporcjonalny do trzeciej potęgi ilości równań.

Na efektywność metod macierzy rzadkich istotny wpływ ma zastosowany algorytm przenumrowujący. Skuteczność przenumrowania zależy od otrzymanej struktury macierzy współczynników przy niewiadomych  $A$ . Najbardziej efektywne są metody przenumrowujące dla macierzy symetrycznych strukturalnie.

#### Literatura

1. Berry R.: An optimal ordering of electronic circuit equations

- for sparse matrix solutions IEEE Trans. Circuit Theory, January 1971.
2. Dembart B., Erisman A.: Hybrid sparse - matrix methods IEEE Trans. Circuit Theory, November 1973.
  3. Hsieh H., Ghausi M.: An optimal - pivoting algorithms in sparse matrices IEEE Trans. Circuit Theory January 1972.
  4. Markowitz M.: The elimination form of the inverse and its applications to linear programming - Management Sci, vol.3 Apr. 1957
  5. Nakhla M., Singhal K., Vlach J.: An optimal pivoting for the solution of sparse systems of equations IEEE Trans. Circuits and Systems March 1974.
  6. Roszkiewicz J., Borys A., Wojtyna R.: Komputerowa analiza liniowych układów scalonych metodą macierzy rzadkich - Rozprawy Elektrotechniczne 2/77.

COMPUTER METHODS FOR THE SOLUTION OF LARGE SPARSE SYSTEM OF  
LINEAR EQUATIONS

Summary

In this paper computer methods for the solution of large sparse systems of linear equations have been examined. These methods are the so-called "sparse matrix methods". The algorithms of the sparse matrix methods consist of two fundamental parts. In the first part the reordering of equations is executed in order to minimize the fill-in and the number of "long operations" during the LU decomposition. After the reordering the LU, decomposition is performed. The second part consists of the solution of two equations:  $Lv=b$ ,  $Ux=v$ . The vector  $x$  is the solution vector of the system. In this paper several reordering algorithms have been compared and the advantages of sparse matrix methods in comparison with classical methods have been pointed out.

МЕТОДЫ РЕДКИХ МАТРИЦ ПРИМЕНЯЕМЫЕ ПРИ ВЫЧИСЛИ-  
ТЕЛЬНОМ АНАЛИЗЕ И ПРОЕКТИРОВАНИИ ЭЛЕКТРОННЫХ  
МАШИН

## Резюме

В статье излагаются методы решения линейных уравнений - методы редких матриц. Методы редких матриц состоят из двух частей. В первой части меняется порядок уравнений, а также осуществляется разложение  $\underline{A} = \underline{LU}$ . В другой части решаются уравнения  $\underline{Lv} = \underline{b}$ ,  $\underline{Ux} = \underline{v}$ . Рассмотрено несколько методов меняющих порядок уравнений. В статье приведены достоинства методов редких матриц.

Ryszard Choraś

## ZASTOSOWANIE TEORII INFORMACJI DLA CELÓW TRANSMISJI OBRAZÓW

W artykule przedstawiono model systemu transmisji danych uwzględniający wpływ ludzkiego wzroku na proces kodowania i dekodowania. Omówiono teoretyczną szybkość transmisji informacji niezbędną dla transmisji obrazu zadanego źródła przy określonym średnim poziomie zakłóceń.

### 1. Wstęp .

Redukcja pasma sygnału wizji i odpowiednia jakość odbieranego obrazu są wymaganiami przeciwstawnymi. System transmisji obrazów musi zapewnić realizację następujących operacji:

- przetworzenie obrazu na sygnał elektryczny;
- kodowanie sygnałów reprezentujących obraz dla celów transmisji metodą zapewniającą możliwie małe zniekształcenia;
- dekodowanie tych sygnałów w celu odtworzenia obrazu o jakości wystarczającej do realizacji celów dla których system transmisji jest przeznaczony.

Shannonowski model systemu transmisji danych nie uwzględnia właściwości ludzkiego wzroku oraz statystycznej i psychowizualnej redundancji w sygnale wizji.

Przedstawiony w artykule model systemu transmisji obrazów opiera się na pracach Shannona [1, 6] dotyczących kodowania sygnałów przy uwzględnieniu kryteriów wierności. Omówiono również problem szybkości transmisji danych wytwarzanych przez źródło o zmiennym rozkładzie prawdopodobieństwa przy uwzględnieniu zakłóceń.

Przedstawione w artykule rozważania dotyczące zastosowania teorii Shannona dla celów transmisji obrazów wydają się być interesujące ze względu na fakt że optymalne kodowanie sygnałów reprezentujących obraz przy dużych ilościach informacji zawartych

w obrazie, posiada duże znaczenie praktyczne.

## 2. Kryterium wierności odtwarzanego obrazu

Zródło obrazu generuje sekwencję przypadkowych wielkości z dyskretnym rozkładem wartości. Wielkości te kodowane są sekwencją słów o długości  $N$ . Każde słowo opisuje obraz z całkowitego zbioru obrazów wejściowych  $\{X_i\}$  o rozkładzie prawdopodobieństwa  $P\{X_i\}$ .

Układ transmisji charakteryzujemy matematycznym warunkowym prawdopodobieństwem  $Q(Y_j / X_i)$  pojawienia się na wyjściu dekodera obrazu  $Y_j$  w czasie gdy wyjściowym obrazem źródła jest obraz  $X_i$ . Bezwarunkowy rozkład prawdopodobieństwa wyjściowych obrazów określamy równaniem:

$$T(Y_j) = \sum_i P(X_i) Q(Y_j | X_i) \quad (1)$$

Kryterium wierności systemu transmisji można przedstawić w postaci

$$D/Q = \sum_i \sum_j d/X_i, Y_j / \cdot P/X_i / \cdot Q/Y_j / X_i / \quad (2)$$

gdzie:  $d/X_i, Y_j /$  - funkcja kryterium wierności

$P/X_i /$  - rozkład prawdopodobieństwa obrazów wejściowych

$Q/Y_j / X_i /$  - warunkowe prawdopodobieństwo

$D/Q$  - średnia wartość  $d(\cdot, \cdot)$  systemu transmisji opisanego funkcją  $Q/Y_j / X_i /$ .

Funkcja kryterium wierności w systemach transmisji obrazów musi być optymalna ze względu na proces percepcji wzrokowej człowieka. Powinna więc uwzględniać następujące czynniki:

/i/ zmiany w czułości percepcji wzrokowej przy zmianach luminancji

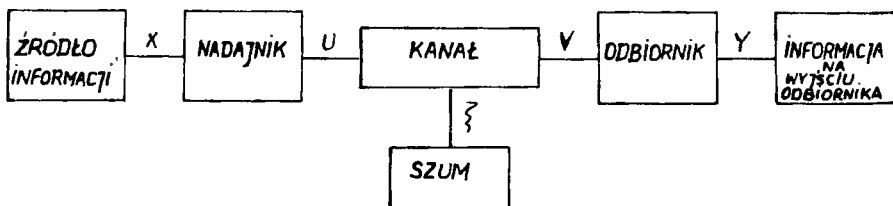
/ii/ zakłócenia luminancji wywołane zjawiskiem przestrzennej filtracji elementów obrazu o niewielkiej jaskrawości.

Widzialność szumu zależy od poziomu jasności i szybkości transmisji / $d$  zależy od  $X_i$  i  $Y_j$ /. Zależność tę można uprościć przyjmując, że  $d$  zależy tylko od różnicy  $X_i - Y_j$ . Widzialność defektów obrazu odgrywa ważną rolę w ocenie systemów transmisji obrazów. Pojęcie widzialności związane jest z pojęciem tzw. progu widzialności. Przy wielokrotnej projekcji określonego bodźca widzialnego, będzie on zauważalny nie przy każdorazowym pojawieniu się tzn. można mu przypisać prawdopodobieństwo wykrycia. Przy zmianie parametrów bodźca zmienia się prawdopodobieństwo jego wykrycia. Zależność prawdopodobieństwa wykrycia od rozmiaru bodźca nazywamy funkcją widoczności. Rozmiar bodźca o prawdopodobieństwie 0,5 nazywamy progiem widoczności. Po przekroczeniu tej wartości wszystkie zakłócenia będą widzialne.

Dwa elementy obrazu /obrazy/ różniące się od siebie w taki sposób że ich różnica nie przekracza progu widoczności mogą być zastąpione jeden przez drugi.

### 3. Model systemu transmisji obrazów

Układ blokowy systemu transmisji danych przedstawiony przez Shannona pokazano na rysunku 1 [1, 4]. W przypadku systemów tran-

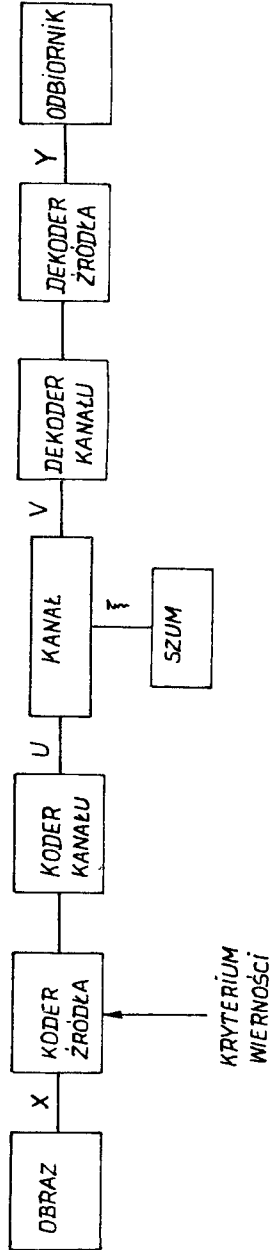


Rys. 1. Model Shannona systemu transmisji danych

smisji obrazów zastosowanie modelu Shannona napotyka na duże trudności. Przede wszystkim panuje dowolność w ustaleniu co rozumie się pod pojęciem źródła symboli: pojedyncze elementy obrazu, linie obrazu, kadry itp. [4, 5], a ponadto model ten nie uw-



zględnia kryteriów wierności obrazu. Na rysunku 2 przedstawiono



Rys. 2. Model Fano systemu transmisji danych

model systemu transmisji obrazów uwzględniający kryterium wier-

ności tzw. model Fano. Koder źródła przetwarza dany obraz do formy cyfrowej. Koder kanału podobnie jak w układzie z rysunku 1 realizuje operację kodowania ciągu bitów pojawiających się na wyjściu kodera źródła. Pozostałe bloki dokonują operacji odwrotnych w wyniku których obraz odbierany jest przez system wzrokowy człowieka. Kryterium wierności obrazu uwzględniane jest w bloku kodera źródła [2, 4].

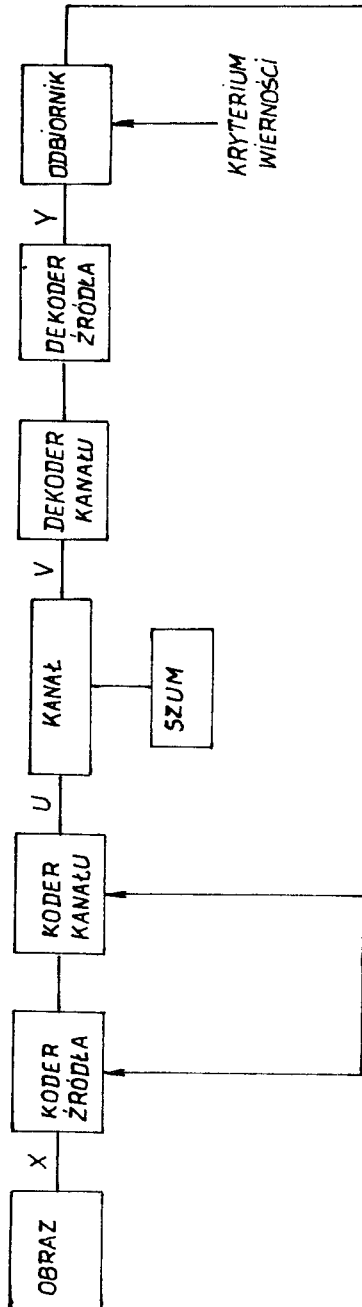
Wybór metod kodowania źródła i kanału powinien być uwarunkowany wiernością obrazu odbieranego przez obserwatora czyli że typ kodera źródła i kanału powinien być dostosowany do systemu wzrokowego człowieka. Pearson [3, 4] przedstawił model systemu transmisji obrazu /rys. 3/ uwzględniający powyższe postulaty. W modelu tym istnieje "sprzężenie zwrotne" od odbiorcy do obu koderów mające na celu optymalizację ich parametrów. Sprzężenie to występuje tylko podczas procesu projektowania systemu, natomiast podczas rzeczywistej transmisji nie występuje. Optymalizacja parametrów przy uwzględnieniu kryterium wierności jest przeprowadzana następująco:

/i/ kryterium wierności określane jest celem dla jakiego służy system transmisji /percepcja wzrokowa/. Należy znaleźć takie metody kodowania źródła i kanału, które zabezpiecząby redukcję żądanej pojemności kanału do wartości minimalnej /redukcja pasma/ przy ustalonym kryterium wierności obrazu;

/ii/ pojemność kanału może być z góry określona. W tym przypadku celem jest uzyskanie maksymalnej wierności obrazu po stronie odbiorczej. Parametry koderów źródła i kanału są modyfikowane aż do chwili uzyskania maksymalnej jakości obrazu.

Przedstawione wyżej modele znajdują zastosowanie w procesie symulacji systemów transmisji obrazów na maszynie cyfrowej, z tym że nie każdy realny system transmisji obrazów można dokładnie zamodelować.

Wyobraźmy sobie automat pamiętający wszystkie odpowiedzi /reakcje/ wzrokowe człowieka na wizyjne bodźce, którego sygnał jest



Rys. 3. Model Pearsona systemu transmisji danych

wejściowym sygnałem kodera źródła. Automat taki może przeprowa-  
dzać porównanie między obrazem koderu kanału a obrazem odbiornika  
oraz obliczać wartość liczby  $d$ , gdzie  $d=0$  odpowiada występo-  
waniu niezauważalnych różnic pomiędzy obrazami koderu kanału i  
odbiornika, natomiast  $d > 0$  wskazuje na występowanie zauważal-  
nych różnic pomiędzy tymi obrazami. Taki hipotetyczny automat u-  
możliwia przeprowadzenie optymalizacji parametrów koderów na  
drodce:

- /i/ redukcji pasma. Ustalamy pewną wartość  $d=d^*$  dla której róż-  
nica pomiędzy obrazami koderu kanału i odbiornika jest jeszcze  
tolerowana. Badane są wszystkie możliwe kombinacje i konfigura-  
cje koderów źródła i kanału, i te które zapewniają realizację wa-  
runku  $d \leq d^*$  zostają przyjęte do dalszych rozważań;
- /ii/ określonej pojemności kanału. Zmieniamy metody kodowania dą-  
żąc do osiągnięcia minimalnej wartości  $d$ .

#### 4. Kodowanie źródeł obrazu

Rozważamy dwa przypadki kodowania źródła obrazu:

- /i/ pojemność kanału  $C$  jest minimalizowana przy warunku  $d \leq d^*$
- /ii/ minimalizowana jest wartość  $d$  przy warunku że  $C \leq C^*$ ;  $C^*$   
maksymalnie osiągnięta wartość pojemności kanału.

Szybkość transmisji określamy

$$R/d^* = \min_{d \leq d^*} [H/X, Y/] \quad (3)$$

natomiast minimalną pojemność kanału

$$C = \frac{\alpha_0 R/d/}{\beta_0} \quad (4)$$

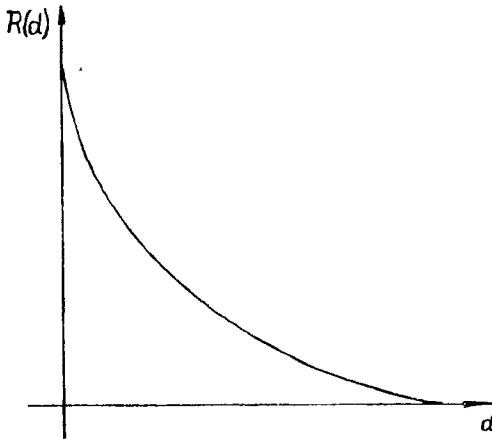
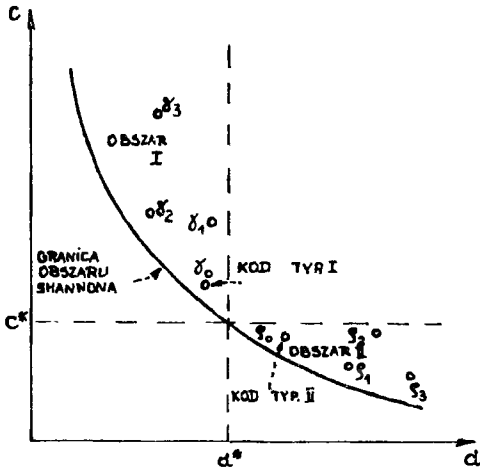
gdzie:  $H/X, Y/$  - przeciętna wzajemna informacja pomiędzy  $X, Y$

$\beta_0$  - symbole na wejściu kanału

$\alpha_0$  - symbole na wejściu źródła

Funkcje  $R/d/ = f/d/$  i  $C = f/d/$  przedstawiono na rysunkach 4 i 5.

Przedstawione powyżej przypadki kodowania źródła obrazu moż-

Rys. 4. Wykres zależności  $R/d = f/d$ Rys. 5. Wykres zależności  $C = f/d$ 

na sformułować następująco:

/i/ Istnieją realizowane kody  $\gamma_0/X,U/$ ,  $\gamma_1/X,U/$ ,  $\gamma_2/X,U/$  etc. które spełniają nierówność  $d \leq d^*$  i które wymagają większej pojemności kanału niż by to wynikało z określenia obszaru Shannona.

Definicja tych kodów jest następująca:

Dla pewnego dyskretnego źródła istnieje pewna klasa kodów oraz określona maksymalna wartość  $d^*$ . Jeżeli  $\gamma_0/X,U/$  jest kodem w tej klasie oraz  $d_0 \leq d^*$  i  $C_0 \leq C$ , gdzie  $C$  jest pojemnością wymaganą dla innego kodu  $\gamma/X,U/$  z tej klasy, to  $\gamma_0/X,U/$  jest kodem zapewniającym maksymalną wierność obrazu po stronie odbiorczej.

/ii/ Istnieją realizowane kody  $S_0/X,U/$ ,  $S_1/X,U/$ ,  $S_2/X,U/$  etc. które wymagają pojemności kanału  $C \leq C^*$ /obszar II rys. 5/.

Definiujemy je następująco:

Dla określonego dyskretnego źródła istnieje pewna klasa kodów i określona pojemność kanału  $C^*$ . Jeżeli  $S_0/X,U/$  jest kodem z tej klasy i  $C_0 \leq C^*$  oraz  $d_0 \leq d$  gdzie  $d$  charakteryzuje jakoś obrazu określoną dla innego kodu  $S/X,U/$  z tej klasy to  $S_0/X,U/$  jest kodem zapewniającym maksymalną wierność obrazu.

## 5. Szybkość transmisji informacji

Rozpatrzmy przypadek kodowania źródła z pamięcią, którego dane  $X_{ij}$ ,  $i, j=0, 1, \dots, N$  przedstawiają sobą stacjonarny gaussowski proces ze średnią zero.

$$E \left[ X_{ij} \right] = 0 \quad (5)$$

i funkcją kowariancji

$$\varphi/m,n/ = E \left[ X_{i+m,j+n}, X_{ij} \right] \quad (6)$$

Wejściowe dane można przedstawić w postaci  $(N+1) \times (N+1)$  wymiarowej macierzy  $X$  ze składnikami  $x_{ij}$ , a następnie (kodując obraz metodą transformacji liniowych) transformować w  $(N+1) \times (N+1)$  wymiarową macierz  $U$  ze składnikami  $u_{k,l}$   $k, l = 0, 1, \dots, N$ .

Każdy składnik  $u_{k,l}$  określamy wyrażeniem

$$u_{k,l} = \sum_{i=0}^N \sum_{j=0}^N a_{klij} x_{ij} \quad k, l = 0, 1, \dots, N \quad (7)$$

Każdą z wielkości  $u_{k,l}$  można przesyłać z minimalną szybkością  $\frac{1}{2} \log \frac{\sigma_{k1}^2}{d_{k,l}}$   $k, l = 0, 1, \dots, N$  przy średnim poziomie zakłóceń

$d_{k,l} \ll \sigma_{k,l}^2$  [5,8]. Realizuje się to za pomocą kodowania, przy którym odbierane sygnały posiadają postać

$$v_{k,l} = u_{k,l} + z_{k,l} \quad (8)$$

gdzie:  $\{z_{k,l}, k,l = 0,1,\dots,N\}$  gaussowski przypadkowy proces o średniej zero i dyspersji  $d_{k,l}$  /szum/

Po operacji dekodowania otrzymujemy

$$y_{i,j} = \sum_{k=0}^N \sum_{l=0}^N a_{ijkl} v_{k,l} \quad i,j=0,1,\dots,N \quad (9)$$

Średnia wielkość zakłóceń jest równa

$$d = E \left\{ \frac{1}{(N+1)^2} \left\| \sum_{i=0}^N \sum_{j=0}^N a_{klij} x_{i,j} - \sum_{k=0}^N \sum_{l=0}^N a_{ijkl} v_{kl} \right\|^2 \right\}$$

$$= \frac{1}{(N+1)^2} \sum_{k=0}^N \sum_{l=0}^N d_{k,l} \quad (10)$$

przy średniej szybkości transmisji

$$\frac{1}{(N+1)^2} \sum_{k=0}^N \sum_{l=0}^N \frac{1}{2} \log \sigma_{k,l}^2 / d_{k,l} \quad (11)$$

gdzie  $d_{k,l} \ll \sigma_{k,l}^2$  dla wszystkich  $k,l$

Wielkość ta będzie posiadała minimalną wartość przy warunku, że  $d \ll d^*$  jeżeli

$$d_{k,l} = \min \left[ \sigma_{k,l}^2, d^{**} \right] \quad (12)$$

gdzie  $d^{**}$  wybieramy tak, żeby

$$\frac{1}{(N+1)^2} \sum_{k=0}^N \sum_{l=0}^N \min \left[ \sigma_{k,l}^2, d^{**} \right] = d^* \quad (13)$$

Przy małym poziomie zakłóceń  $d^* \ll \zeta_{k,l}^2$  dla wszystkich  $k, l=0, 1..N$  i  $d^{**} = d^*$ .

Szybkość transmisji informacji wynosi

$$R_{(N+1)^2}(d^*) = \frac{1}{(N+1)^2} \sum_{k=0}^N \sum_{l=0}^N \frac{1}{2} \log(\zeta_{k,l}^2 / \min[d, d^{**}]) \quad (14)$$

Wynika stąd, że wielkości  $u_{k,l}$ ,  $k, l=0, 1..N$  powinny być kodowane z jednakowym poziomem zakłóceń  $d^{**}$  o ile poziom ten nie przekracza dyspersji przesyłanej wielkości. Te z przesyłanych wielkości, dla których dyspersja jest mniejsza niż  $d^{**}$  nie są przesyłane, a w procesie dekodowania nieprzesyłane wartości zastępują się zerami.

Dla przypadku w którym wartość elementu  $x_{00}$  określa się na podstawie wartości poprzednich symboli  $x_{-1,0} \dots x_{-i,-j}$  danego wiersza i poprzednich wierszy dyspersja błędu posiada następujące wartości

$$\zeta_{00}^2 = \zeta^2 \quad (15)$$

kiedy poprzednie symbole nie występują;

$$\zeta_{0j}^2 = \zeta_{i,0}^2 = \zeta^2(1 - S^2) \quad i > 0, \quad j > 0 \quad (16)$$

kiedy wykorzystuje się tylko symbole danego wiersza lub po jednym z symboli odpowiadającym  $x_{00}$  poprzednich wierszy,

$$\zeta_{i,j}^2 = \zeta^2(1 - S^2)^2 \quad i > 0, \quad j > 0 \quad (17)$$

w przypadku ogólnym [5, 7, 8].

Przy kodowaniu obrazu  $M \times N$  elementowego niezbędna szybkość transmisji wynosi

$$R_{MN}(d^*) = \frac{1}{2MN} \sum_{k=0}^M \sum_{l=0}^N \log \frac{\zeta_{k,l}^2}{\zeta_{\infty}^2} + \frac{1}{2} \log \frac{\zeta_{\infty}^2}{d^*} \quad (18)$$

co dla obrazu o funkcji kowariancji

$$\phi(m,n) = E[x_{i+m,j+n}, x_{i,j}] = \zeta^2 S^{|m| + |n|} \quad (19)$$



daje rezultat

$$R_{MN}(\bar{d}^*) - R(\bar{d}^*) = \frac{1}{2MN} \left[ \log(1 - S^2)^{-2} + (M+N-2) \log(1 - S^2)^{-1} \right] \quad (20)$$

Wzór (20) określa, jak wzrasta niezbędna szybkość transmisji informacji, kiedy koduje się obraz rozmiaru  $M \times N$  elementów.

## 5. Uwagi końcowe

Przedstawione wyżej wyniki nie prowadzą do praktycznych metod kodowania, przy których osiąga się graniczne wartości przepustowości /pojemności/ kanału transmisji, jak również nie można ich uogólnić na przypadek dużych wartości zakłóceń.

Praktyczna metoda kodowania istnieje tylko dla gaussowskiego kanału z bezszumowym sprzężeniem zwrotnym i kwadratowej miary zakłóceń [5]. Można przyjąć, że wielkość  $R/d$  określa w takim przypadku górny przedział osiągananej efektywności kodowania dla dowolnego źródła.

## Literatura

1. Shannon C.E.: A mathematical theory of communication. Bell System Tech. J. Vol. 27 July 1948 str. 379.
2. Fano R.M.: Transmission of Information. New York: Wiley 1961r.
3. Pearson D.E.: A realistic model for visual communication systems. Proceedings of the IEEE vol. 55 no 3 march 67 str.380 - 389.
4. Limb J.O.: Source - receiver encoding of television signals. Proceedings of the IEEE.vol. 55 no 3 march 67 str. 364-379.
5. Davisson L.D.: Rate - distortion theory and application. Proceedings of the IEEE.vol 60 no 7 july 72 r. str. 800-808.
6. Andrews H.C.: Bibliography on rate distortion theory. IEEE Trans.Inform. Theory vol. JT-17 march 1971 str. 198-199.

7. Bunin B.J.: Rate distortion functions for Gaussian - Markov sources. Bell Syst. Tech. J. vol. 48 nov. 1969 str. 3059 - 3074.
8. Wintz P.A., Tasto M.: A bound on the rate - distortion function and application of images. IEEE Trans. Inform. Theory vol. IT-18 jan.72 r. str. 150-159.

THE APPLICATION OF THE THEORY OF INFORMATION FOR THE  
PURPOSE OF IMAGE TRANSMITTING

Summary

The work presents the model of a communication system taking into consideration the influence of the human viewer on the encoding and decoding process of the image.

Theoretical rate - distortion function required for transmission data of sources with an average mean value noise has been discussed.

ПРИМЕНЕНИЕ ТЕОРИИ ИНФОРМАЦИИ ДЛЯ  
ПЕРЕДАЧИ ИЗОБРАЖЕНИЙ

Резюме

В статье представлена модель системы связи, который описывает аспекты работы зрения на процесс кодирования и декодирования изображений.

Теоретически рассмотрена минимальная пропускная способность канала связи, необходимая для передачи заданного источника при заданном среднем уровне искажений.

Ryszard Choraś

## ZMNIEJSZENIE NADMIARU INFORMACJI GRAFICZNEJ DLA CEŁÓW CYFROWEJ TRANSMISJI OBRAZÓW

W artykule przedstawiono problem zmniejszenia nadmiaru informacji graficznej metodą kodowania "konturów", tj. połączonych punktów obrazu z dużymi jaskrawościami oraz omówiono obiektywne kryteria subiektywnej oceny jakości obrazu. Widmo obrazu można rozdzielić na dwie części wykorzystując filtr m.cz oraz układ różnicowego operatora. Część widma o małej częstotliwości kwantowana jest na 3 poziomy i kodowana metodą adaptacyjnej DPCM przy zastosowaniu zmodyfikowanego filtra Kalmana. Część obrazu o wielkiej częstotliwości wydzielona jest przez układ różnicowego operatora i przedstawia sobą linie ciągłe w płaszczyźnie  $/x,y/$ .

W idealnym przypadku można opisać linię ciągłą za pomocą funkcji  $f/s/$  wyrażającej krzywiznę w zależności od długości łuku lub też aproksymując kontury /tj. linie ciągłe/ odcinkami linii prostych według metody najmniejszych kwadratów.

### Część 1. Przetwarzanie składowej obrazu o małej częstotliwości

#### 1. Wstęp

Transmisja, przechowywanie i odtwarzanie informacji graficznej może być realizowane przy pomocy układów analogowych lub cyfrowych. Układy cyfrowe posiadają liczne zalety z punktu widzenia transmisji informacji przez cyfrowe kanały PCM, jej przechowywania i przetwarzania. Przy przetwarzaniu informacji graficznej przez układy cyfrowe obraz nie jest przedstawiony w postaci ciągłego sygnału wizyjnego lecz w postaci macierzy dyskretnego zbioru liczb.

W układach praktycznych, przy określonej jakości obrazu, można znacznie zredukować niezbędną ilość informacji w porównaniu z informacją zawartą w obrazie wejściowym. Szerokie pasmo częstotliwości, wymagane do przedstawienia dużych zmian jaskrawości niewielkiej ilości punktów obrazu, może być zredukowane drogą wydzielenia tych punktów i oddzielnego ich kodowania.

W artykule omawiany jest problem zmniejszenia nadmiaru informacji graficznej metodą kodowania "konturów" tj. połączonych punktów obrazu z dużymi jaskrawościami. Metoda ta oparta jest na właściwościach ludzkiego wzroku - dużej czułości na gwałtowane zmiany jaskrawości punktów obrazu i względnie małej czułości na zmiany jaskrawości wzdłuż linii konturowej.

Obraz reprezentowany przez sygnał opisany funkcją  $p/x,y/$  doprowadzony jest na wejście dwuwymiarowego filtra małej częstotliwości. Jeżeli pasmo przepuszczania filtra wynosi np.  $1/100$  pasma obrazu  $p/x,y/$ , to pasmo częstotliwości, odpowiadające obrazowi  $a/x,y/$  na wyjściu filtra jest mniejsze 100 razy w porównaniu z pasmem częstotliwości odpowiadającym obrazowi wejściowemu opisanemu funkcją  $p/x,y/$ .

Obraz opisany funkcją  $p/x,y/$  poddaje się równocześnie działaniu operatora gradientu. Sygnał zawiera informację o konturach obrazu, przy czym za punkty konturowe przyjmowane są te punkty obrazu, dla których wartość modułu gradientu przekracza określony próg. Punkty konturowe reprezentują ciągłe linie konturowe, których każdy punkt jest określony dwuwymiarowymi współrzędnymi. Linie konturowe są następnie aproksymowane krzywą  $f/s/$  wyrażającą krzywiznę w zależności od długości łuku.

Transmitując składową obrazu o małej częstotliwości  $a/x,y/$  oraz parametry krzywej  $f/s/$  z wartościami jaskrawości niektórych jej punktów przez bezszumowy cyfrowy kanał można po stronie odbiorczej odtworzyć obraz wejściowy z dobrą wiernością.

W pierwszej części artykułu omówiono problem dwuwymiarowego przetwarzania obrazu oraz wydzielanie i kodowanie składowej obrazu o małej częstotliwości. Składowa obrazu o małej częstotliwości kwantowana jest na 3 poziomy i kodowana metodą adaptacyjnej DPCM przy zastosowaniu zmodyfikowanego filtra Kalmana.

W drugiej części artykułu omówiony został problem wydzielania składowej obrazu o wielkiej częstotliwości.

## 2. Dwuwymiarowe przetwarzanie obrazu

Obraz można przedstawić jako funkcję dwóch zmiennych  $p/x,y/$  wyrażoną w postaci całki Fouriera:

$$p/x,y/ = \iint_{-\infty}^{\infty} S_p/w_x,w_y/ e^{i/w_x x + w_y y} dw_x dw_y \quad (1)$$

gdzie:

$w_x, w_y$  - przestrzenne pulsacje

$S(w_x, w_y)$  - przestrzenne widmo funkcji  $p/x,y/$  określone odwrotnym przekształceniem

Fouriera

$$S_p/w_x,w_y/ = \frac{1}{2\pi} \iint_{-\infty}^{\infty} p/x,y/ e^{-i(w_x x + w_y y)} dx dy \quad (2)$$

Wyrażenie (1) opisuje rozkład jaskrawości obrazu  $p/x,y/$  w postaci sumy składników harmonicznycch /sinuso -

idalnych i kosinusoidalnych rozkładów jaskrawości/.

Wyrażenia (1) i (2) można uważać za podstawowe dla maszynowej syntezy obrazów. Sposób jej realizacji w formie dyskretnej na maszynie cyfrowej zależy od dyskretnego opisu obrazu  $p/x,y/$ .

Najwygodniejszym opisem jest opis w postaci macierzy próbek  $p/k,l/$  funkcji  $p/x,y/$  określonych w punktach węzłowych prostokątnego rastru /o skoku  $\Delta x, \Delta y/$ . Odpowiada to zamianie funkcji  $p/x,y/$  jej dyskretnym analogiem  $\hat{p}/x,y/$ .

$$\hat{p}/x,y/ = \sum_{k=0}^{N_x} \sum_{l=0}^{N_y} p/k,l/ \cdot \delta/x-k\Delta x, y-l\Delta y/ \quad (3)$$

gdzie:  $N_x, N_y$  - liczba próbek, określona rozmiarami obrazu  $2X_{MAX}, 2Y_{MAX}$  i skokiem dyskretyzacji  $\Delta x$  i  $\Delta y$

$$N_x = \frac{2X_{MAX}}{\Delta x} \quad N_y = \frac{2Y_{MAX}}{\Delta y} \quad (4)$$

$\delta / \dots \dots \dots /$  - delta Diraca

Jeżeli skok dyskretyzacji  $\Delta x$  i  $\Delta y$  spełnia warunki

$$\Delta x = \frac{1}{2f_{x \text{ MAX}}} \quad \Delta y = \frac{1}{2f_{y \text{ MAX}}} \quad (5)$$

gdzie:  $2f_{x \text{ MAX}}, 2f_{y \text{ MAX}}$  - maksymalne przestrzenne częstotliwości  $p/x,y/$ ;

to zgodnie z teorią Kotielnikowa macierz próbek  $p/k,l/$  całkowicie określa ciągłą funkcję  $p/x,y/$

Podstawiając wyrażenia (3) i (5) do (2) otrzymujemy wyrażenie określające przestrzenne widmo dyskretnego obrazu  $p/x,y/$

$$S_{\hat{p}}(w_x, w_y) = \sum_{k=0}^{N_x-1} \sum_{l=0}^{N_y-1} p(k,l) e^{-i(k \frac{w_x}{2f_{xMAX}} + l \frac{w_y}{2f_{yMAX}})} \quad (6)$$

Ponieważ wymiary dyskretnego obrazu  $p/x,y/$  są ograniczone, funkcję  $S_{\hat{p}}(w_x, w_y)$  można zamienić jej dyskretnym analogiem

$$\hat{S}_{\hat{p}}(w_x, w_y) = \sum_{\alpha=0}^{M_x-1} \sum_{\beta=0}^{M_y-1} p(k,l) \cdot \delta(w_x - \alpha \Delta w_x, w_y - \beta \Delta w_y) \quad (7)$$

otrzymanym z macierzy próbek  $\{S_{\hat{p}}(\alpha, \beta)\}$  funkcji  $S_{\hat{p}}(w_x, w_y)$  określonych w punktach węzłowych prostokątnego rastru o skoku dyskretyzacji  $\Delta w_x, \Delta w_y$  :

$$S_{\hat{p}}(\alpha, \beta) = \sum_{k=0}^{M_x-1} \sum_{l=0}^{M_y-1} p(k,l) \cdot e^{-i(k\alpha \frac{\Delta w_x}{2f_{xMAX}} + l\beta \frac{\Delta w_y}{2f_{yMAX}})} \quad (8)$$

przy czym

$$w_x = \frac{1}{2X_{MAX}}, \quad w_y = \frac{1}{2Y_{MAX}}, \quad M_x = \frac{2f_{xMAX}}{w_x}, \quad M_y = \frac{2f_{yMAX}}{w_y} \quad (9)$$

Podstawiając wyrażenie (9) do (8) i zauważając, że zgodnie z (4), (5) i (9)

$$N_x = M_x, \quad N_y = M_y \quad (10)$$

otrzymujemy wyrażenie do obliczania elementów macierzy  $\{S_{\hat{p}}(\alpha, \beta)\}$  na podstawie macierzy liczb  $\{p/k,l/\}$  :

$$S_{\hat{p}}(\alpha, \beta) = \sum_{k=0}^{N_x-1} \sum_{l=0}^{N_y-1} p(k,l) e^{-i(\frac{k\alpha}{N_x} + \frac{l\beta}{N_y})} \quad (11)$$

Wyrażenie to jest dwuwymiarowym dyskretnym przekształceniem Fouriera i zazwyczaj obliczane jest drogą kolejnego stosowania dwóch jednowymiarowych przekształceń Fouriera

$$S'_{\hat{p}}(\alpha, l) = \sum_{k=0}^{N_x-1} p(k, l) e^{-i \frac{k\alpha}{N_x}} \quad (12a)$$

$$S''_{\hat{p}}(\alpha, \beta) = S'_{\hat{p}}(\alpha, l) = \sum_{l=0}^{N_y-1} S'_{\hat{p}}(\alpha, l) e^{-i \frac{l\beta}{N_y}} \quad (12b)$$

### 3. Wydzielenie składowej obrazu o małej częstotliwości

Układ blokowy systemu zmniejszenia nadmiaru metodą kodowania składowych częstotliwościowych obrazu przedstawiono na rys. 1.

Na wyjściu filtru małej częstotliwości pojawia się sygnał reprezentujący cały obszar jaskrawości obrazu/bez dużych zmian jaskrawości/ kodowany następnie metodą DPCM. Wyjściowy sygnał filtru małej częstotliwości jest określony wyrażeniem

$$a/x, y/ = \iint_{-\infty}^{\infty} h/k, l/ p /x-k, y-l/ dkdl \quad (13)$$

gdzie:

$h/k, l/$  - impulsowa reakcja filtru, przedstawiająca odpowiedź filtru w punkcie o współrzędnych  $x, y$  na jednostkowy impuls /punktowe źródło światła/ w punkcie  $k, l$

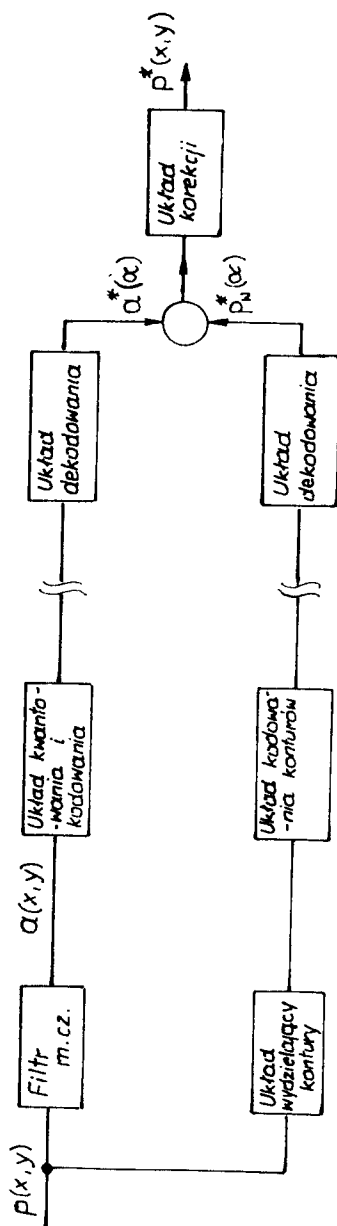
$p/x, y/$  - obraz na wejściu filtru w punktach  $x, y/$

$a/x, y/$  - obraz na wyjściu filtru

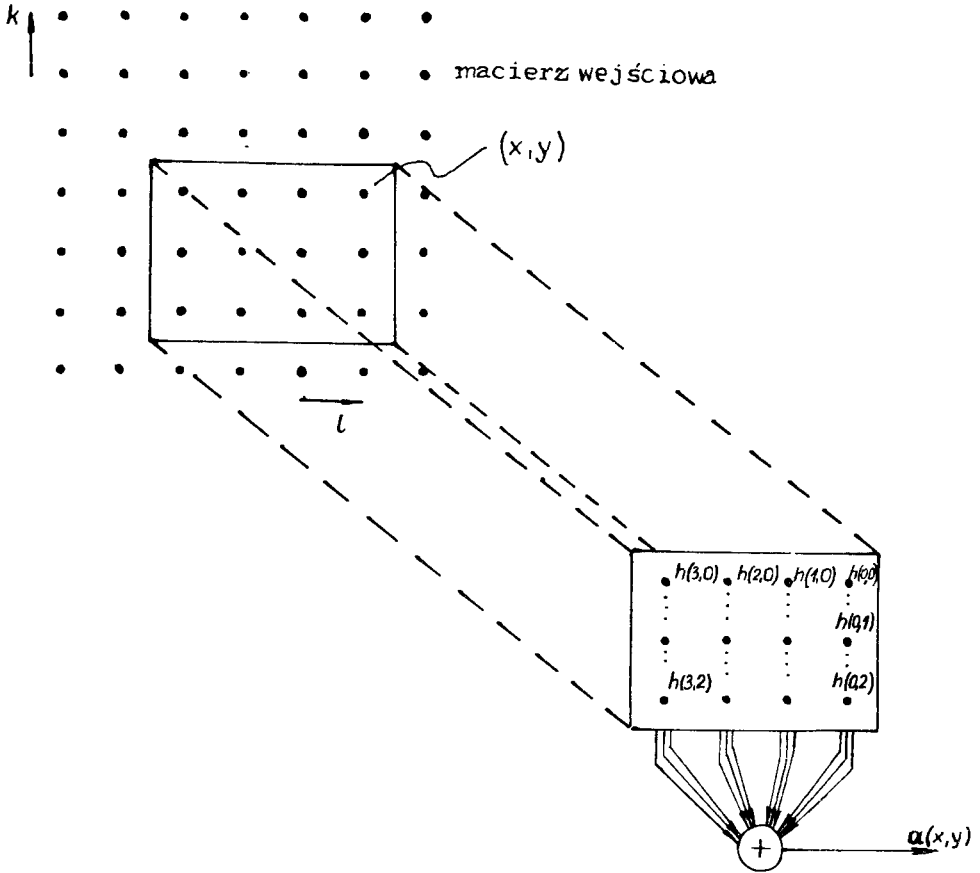
W przypadku przedstawienia obrazu wejściowego w formie dyskretnej otrzymujemy /rys. 2/ [5]:

$$a/x, y/ = \sum_{k=0}^{M-1} \sum_{l=0}^{N-1} h/k, l/ p /x-k, y-l/ \quad (14)$$





Rys. 1. Układ blokowy systemu zmniejszenia nadmiaru informacji graficznej metodą kodowania częstotliwościowych składowych obrazu



Rys. 2. Dwuwymiarowa filtracja dyskretnego obrazu

gdzie:

$$h/k, l/ = 0 \quad /k, l/ \notin I_{MN}$$

$$I_{MN} = \left\{ /m, n/: 0 \leq m \leq M-1, 0 \leq n \leq N-1 \right\}$$

Wyrażenie (14) można zapisać w postaci wektorowej przedstawiając obraz wejściowy w postaci wektora - wiersza

$$\underline{A} = \underline{H} \underline{p} \quad (15)$$

$\underline{A}$  - macierz rozmiaru  $/1 \times N N_y/$

$\underline{H}$  - macierz rozmiaru  $/1 \times MN/$

$\underline{p}$  - macierz rozmiaru  $/MN \times N_x \times N_y/$

gdzie:

$$\underline{p} = \begin{bmatrix} p_{11} \dots \dots p_{1N_y} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ p_{N_1} \dots \dots p_{N N_y} \end{bmatrix} \quad (16)$$

$$\underline{p}_{n,j} = \begin{bmatrix} p/x_1, x_1, y_n, y_j / \dots \dots p/x_1, x_{N_x}, y_n, y_j / \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ p/x_M, x_1, y_n, y_j / \dots \dots p/x_M, x_{N_x}, y_n, y_j / \end{bmatrix} \quad (17)$$

Składową obrazu o małej częstotliwości koduje się metodą adaptacyjnej DPCM /rys. 3/. Współrzędne  $x, y$  zastępujemy współrzędną  $\alpha$  określoną następująco

$$\alpha = nN_y + \mu \quad n = 1 \dots N_y$$

$$0 < \mu < N_x \quad (18)$$

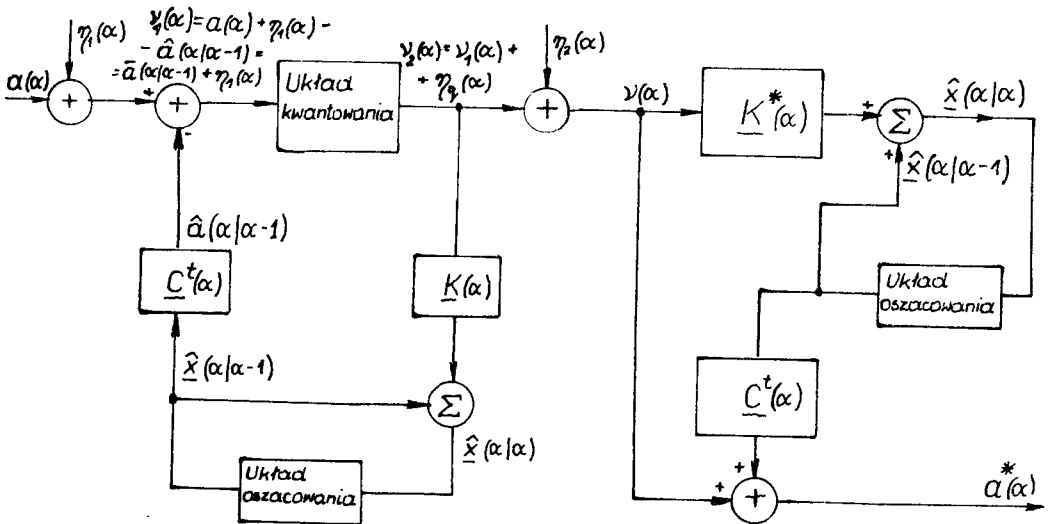
stąd

$$a / \alpha / = a / \mu, n + 1 / \quad (19)$$

Sygnal na wyjściu gaussowskiego kanału jest określony wyrażeniem

$$y / \alpha / = y_2 / \alpha / + \eta_2 / \alpha / \quad (20)$$

gdzie



Rys. 3. Adaptacyjny układ kodowania DPCM składowej obrazu o małej częstotliwości

$$\nu_2 / \alpha / = \nu_1 / \alpha / + \eta_q / \alpha / \quad (21)$$

jest wyjściowym sygnałem układu kwantowania i  $\eta_q / \alpha /$  jest szumem kwantowania z wariancją  $\sigma_{\eta_q}^2$

Wejściowy sygnał układu kwantowania

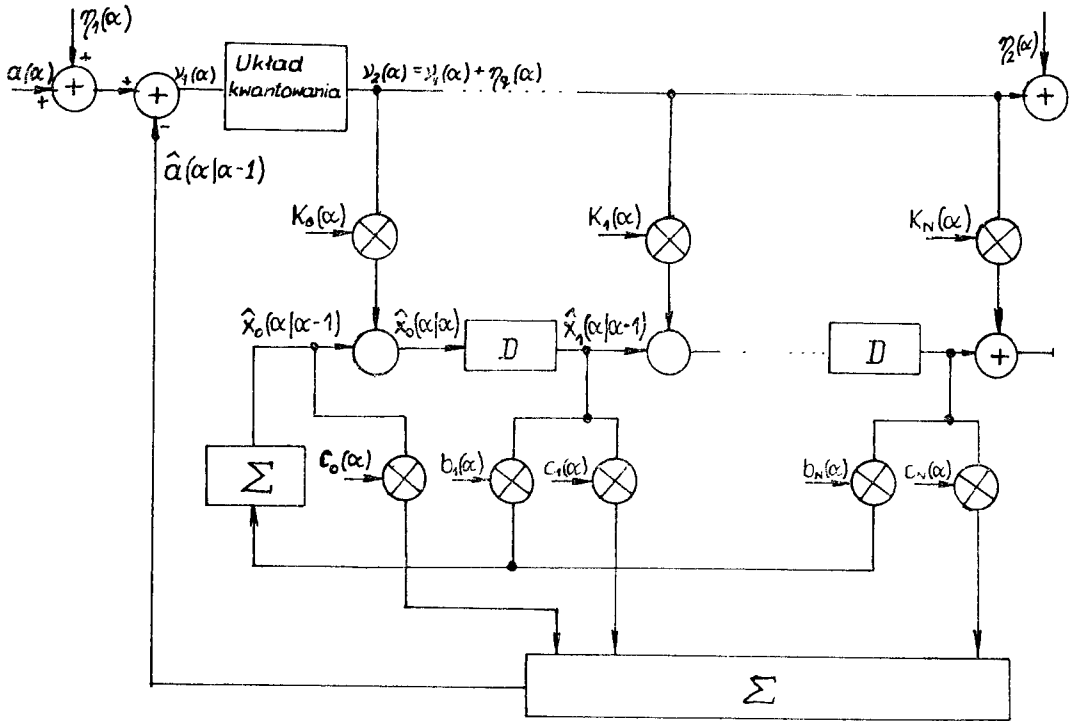
$$\nu_1 / \alpha / = a / \alpha / - \hat{a} / \alpha / | \alpha - 1 / + \eta_1 / \alpha / \quad (22)$$

przy czym  $\hat{a}$  jest oszacowaniem wartości elementu  $\alpha$  na podstawie wartości oszacowania elementu  $\alpha-1$ .

Po operacji dekodowania otrzymujemy

$$\begin{aligned} a^* / \alpha / &= \nu / \alpha / + \hat{a} / \alpha / | \alpha - 1 / \\ &= a / \alpha / + \eta_1 / \alpha / + \eta_2 / \alpha / + \eta_q / \alpha / \end{aligned} \quad (23)$$

Układ kompresji danych i kodowania metodą DPCM przedstawiony na rys. 4 jest układem filtru Kalmana w którym dodatkowo wprowadzono układ kwantowania [2], [3], [4], [1].



Rys. 4. Układ kodowania DPCM wykorzystujący zmodyfikowany filtr Kalmana

W przypadku zapisu wektorowego otrzymujemy

$$\underline{x} / \alpha / = \underline{F} / \alpha / \underline{x} / \alpha - 1 / + \underline{K} / \alpha / \gamma_2 / \alpha / \quad (24)$$

$$\underline{a} / \alpha / = \underline{c} / \alpha / \underline{x} / \alpha / \quad (25)$$

gdzie

$$\underline{F} = \begin{bmatrix} b_1 & \dots & b_{N-1} & 0 \\ & \dots & & \vdots \\ & \underline{I}_{N-1} & & \vdots \\ & & & 0 \end{bmatrix}_{N \times N} \quad (26)$$

$$\underline{c} / \alpha / = \left[ c_0 / \alpha /, c_1 / \alpha /, \dots, c_{N-1} / \alpha / \right] \quad (27)$$

$\underline{K} / \alpha /$  - wektor reprezentujący wzmocnienie filtru  
Kalmana

$\underline{x} / \alpha /$  - wektor stanu

Pierwszy składnik wektora stanu jest określony równaniem

$$\begin{aligned} \hat{x}_0 / \alpha / &= \sum_{i=1}^{N-1} b_i / \alpha / \hat{x}_{i-1} / \alpha - 1 / + K_0 / \alpha / v_2 / \alpha / \\ &= \hat{x}_0 / \alpha / + K_0 / \alpha / v_2 / \alpha / \end{aligned} \quad (28)$$

$$\hat{a} / \alpha / = \hat{a} / \alpha / + \sum_{i=1}^{N-1} c_i / \alpha / K_i / \alpha / v_2 / \alpha / \quad (29)$$

Współczynniki  $\{b_i\}_{i=1}^{N-1}$ ,  $\{c_i\}_{i=0}^{N-1}$ ,  $\{K_i\}_{i=0}^{N-1}$  obliczone są zgodnie z [3,4] jako:

$$\begin{aligned} K_i / \alpha + 1 / &= K_i / \alpha / - 2g \sum_i [y_i(\alpha) - y(\alpha)] \mu_i(\alpha) \quad i=0, 1, \dots, N-1 \\ y / \alpha / &= v_2 / \alpha / \sum_i c_i / \alpha / K_i / \alpha / \end{aligned} \quad (30)$$

$$\mu_i / \alpha / = v_2 / \alpha / c_i / \alpha /$$

$$c_i / \alpha + 1 / = c_i / \alpha / - 2 \beta \sum_i y_i / \alpha / \hat{x} / \alpha / \alpha - 1 / \quad i=0, 1, \dots, N-1 \quad (31)$$

$$b_i / \alpha + 1 / = b_i / \alpha / - 2 \gamma \sum_i K_0 / \alpha / v_2 / \alpha / x_i / \alpha / \alpha - 1 / \quad i=1, 2, \dots, N-1 \quad (32)$$

przy czym

$$\begin{aligned} \alpha > \beta > \frac{-1}{\zeta_{\text{MAX}}} \\ \alpha > \beta = \gamma > \frac{-1}{\lambda_{\text{MAX}}} \end{aligned} \quad (33)$$

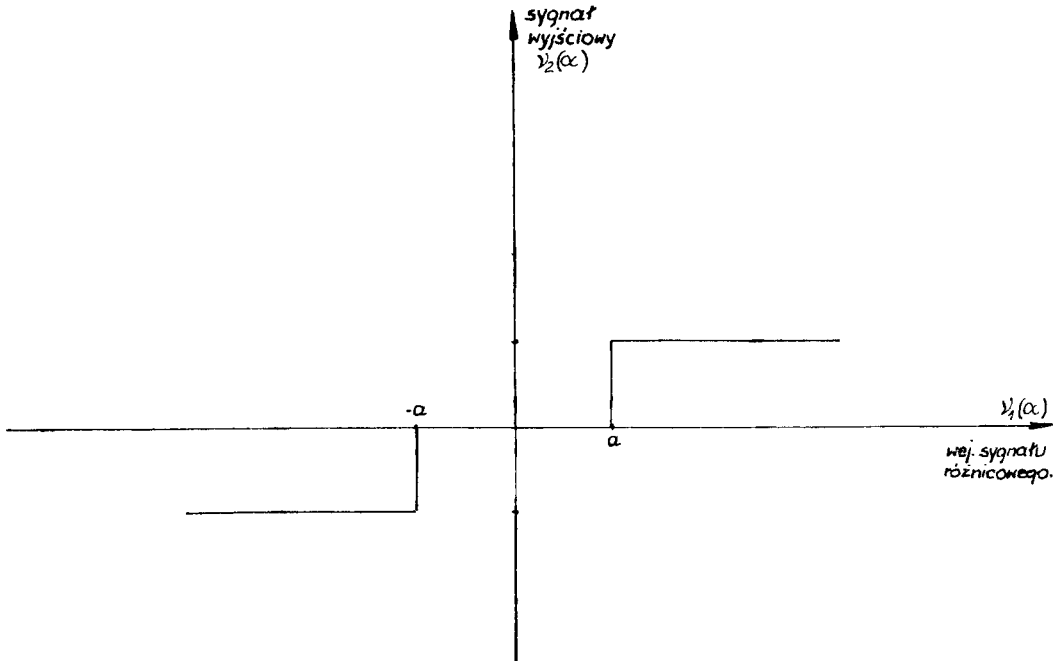
gdzie:  $\zeta_{\text{MAX}}$  jest największą wartością własną macierzy

$$R_{\mu} / \alpha / = \mu / \alpha / \mu^t / \alpha / \quad (34)$$

i  $\lambda_{\text{MAX}}$  jest największą wartością własną macierzy

$$R_x / \alpha / = \hat{x} / \alpha / \alpha^{-1} / x^t / \alpha / \alpha^{-1} / \quad (35)$$

Charakterystyka układu kwantowania przedstawiona jest na rysunku 5.



Rys. 5. Charakterystyka układu kwantowania

Współczynniki  $\left\{ K_i^* \right\}_{i=0}^{N-1}$ ,  $\left\{ b_i^* \right\}_{i=1}^{N-1}$ ,  $\left\{ c_i^* \right\}_{i=0}^{N-1}$  obliczamy z wzorów analogicznych do (30), (31), (32) zastępując  $y_1(\alpha)$  wartością  $y / \alpha /$ .

## Literatura

1. Jon W.Mark: An innovations approach to adaptive data compression in data transmission.IEEE Transactions on Communications vol COM-22 no 10 oct 1974 str. 1618-1629.
2. Gersho A.: Adaptive equalization of highly dispersive channels for data transmission.Bell Syst. Techn. J. vol 48 jan 69 r. str. 55-69.
3. Kailath T.: The innovations approach to detection and estimation theory. Proc IEEE vol 58 may 70 str.680-695.
4. Kailath T.: An innovations approach to least-squares estimation.Part I and Part II.IEEE Trans. Automat. Contr. vol AC-13 dec 1968 str. 646-660.
5. Merserau R.M.; Dudgeon D.A.: Two dimensional digital filtering,Proc. IEEE vol 63 no 4 april 1975 str.610-623.
6. Schreiber W.F.: Picture coding.Proc IEEE vol 55 no 3 march 1967 str. 320-330.

A REDUNDANCY REDUCTION METHOD OF GRAPHICAL INFORMATION  
IN DIGITAL PICTURE TRANSMISSION SYSTEMS

PART I. THE TRANSFORMATION OF LOW FREQUENCY IMAGE

Summary

In this paper the problem of redundancy reduction in graphical information and some objective criteria of the subjective image quality have been discussed. The image spectrum is divisible into two parts by using a low-frequency filter and a differential operator. The low-frequency part of the spectrum is quantized in 3 luminance



levels and coded by means of the DPCM method by using a modified Kalman filter. The high-frequency part of the image may be isolated with the aid of an arbitrary differential operator. The high-frequency part of the image consists of lines determined in the  $/x,y/$  plane. These lines can be described by the function  $f/s/$  determining their curvature from the arc length or contour approximation with straight line sections according to the least squares method.

МЕТОД СОКРАЩЕНИЯ ИЗБЫТКА ГРАФИЧЕСКОЙ  
ИНФОРМАЦИИ В ЦИФРОВЫХ СИСТЕМАХ ПЕРЕДАЧИ  
ИЗОБРАЖЕНИЙ

Ч.І. ПЕРЕРАБОТКА СОСТАВЛЯЮЩЕЙ ИЗОБРАЖЕНИЯ  
НИЗКОЙ ЧАСТОТЫ

Резюме

В статье представлена проблема сокращения избытка графической информации по методу кодирования контуров и несколько объективных критериев оценки субъективного качества изображений. Спектр изображения был разделен на две части с помощью фильтра нижних частот и дифференциального оператора. Низкочастотная часть спектра квантовалась на 3 уровня и кодировалась при помощи адаптивной ДКИМ при использовании модифицированного фильтра Калмана. Высокочастотная часть изображения была выделена с помощью дифференциального оператора. Высокочастотная часть - это линии, которые определяются в плоскости  $/x,y/$  при помощи множества точек определенных двумерными координатами. В оптимальном случае описание линий может состоять из одной функции  $f/s/$  которая представляет собой кривизну в зависимости от длины дуги или аппроксимация контуров прямыми линиями по методу наименьших квадратов.

Józef Stankiewicz

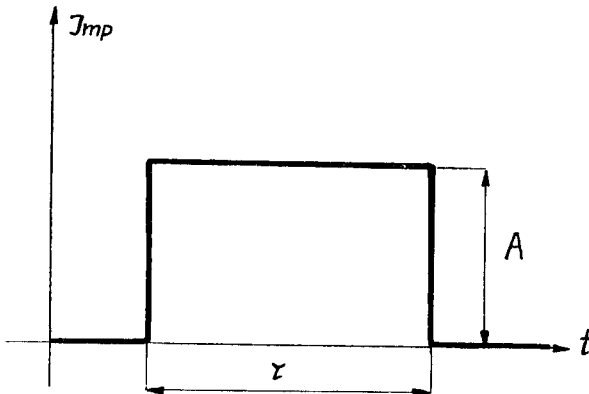
## TESTER LICZNIKÓW TELEFONICZNYCH

W pracy podano opis /schemat blokowy i schematy ideowe urządzenia pomiarowo-kontrolnego do badania liczników telefonicznych opuszczających produkcję oraz zasadę jego działania. Koncepcja i opisane rozwiązanie znalazło praktyczne zastosowanie i potwierdziło swoje zalety w wieloletniej niezawodnej eksploatacji.

### 1. Wstęp

Elementem zliczającym ilość rozmów w centralach telefonicznych jest licznik elektromechaniczny. Licznik taki zwiększa swój stan pod wpływem impulsu elektrycznego przesyłanego z określonych organów centrali. Od tego jaka będzie sprawność działania takiego licznika zależy z jednej strony interes administracji pocztowej, a z drugiej interes abonenta.

Ze względu na to, że występować mogą zmiany parametrów impulsu zaliczającego wywołane czynnikami zewnętrznymi, licznik musi być tak wykonany i wyregulowany, aby zaliczał dokładnie jedną jednostkę taryfową w przypadku pojawienia się impulsu różniącego się od idealnego. Wyobraźmy sobie, że impuls zliczający jest impulsem prądowym o kształcie pokazanych na rysunku 1 a.

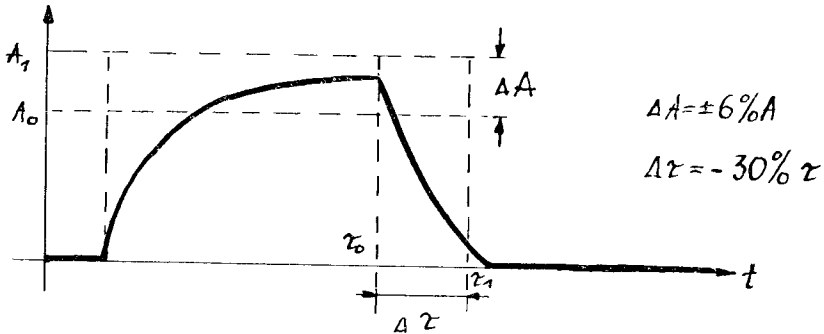


Rys.1a. Kształt impulsu zliczającego: a - idealny

Impuls taki określony jest dwoma podstawowymi parametrami:

- a/ czasem trwania impulsu
- b/ wielkością amplitudy impulsu A

W praktyce zarówno amplituda jak i czas trwania impulsu mogą się znacznie różnić od znormalizowanych parametrów idealnych/por. rys. 1 b/. Można podać następujące wymagania określające spraw -



Rys. 1 b. Kształt impulsu zliczającego: b-rzeczywisty i jego tolerancje

ność licznika. Licznik telefoniczny uznamy za sprawny, gdy będzie on zliczał impulsy o czasie trwania

$$\tau_1 \geq \tau \geq \tau_0$$

oraz amplitudzie

$$A_1 \geq A \geq A_0$$

Stąd wniosek, że dla oceny licznika należy podawać impulsy uwzględniające podane wyżej warunki.

Zgodnie z wymaganiami norm zakładu produkcyjnego liczniki /TELMOM-TELF - Bydgoszcz/ wielkości zmian czasu i amplitudy są następujące:

$$100 \text{ mS} \geq \tau \geq 66 \text{ mS}$$

$$A_0 / 1-0,08/ \geq A \geq A_0 / 1+0,08/$$

gdzie  $A_0$  - jest ustaloną wielkością amplitudy dla różnych typów liczników.

Badanie każdego z liczników w celu sprawdzenia czy spełnia obowiązujące normy jest nierealne w przypadku, gdy liczba produkto -

wanych liczników /jak ma to miejsce w "Telfie"/ jest duża. Dla tego też celowe jest zbudowanie urządzenia, które pozwala testować jednocześnie całą partię liczników i dopiero na podstawie wyniku testu ocenić jakość poszczególnych liczników. Test próbny polegający na zliczaniu określonej liczby impulsów przy granicznych zmianach parametrów, przejść musi każdy z wyprodukowanych liczników. Licznik uznany będzie za sprawny gdy liczba przekłamań jest nie większa niż 10 na każde 100.000 impulsów.

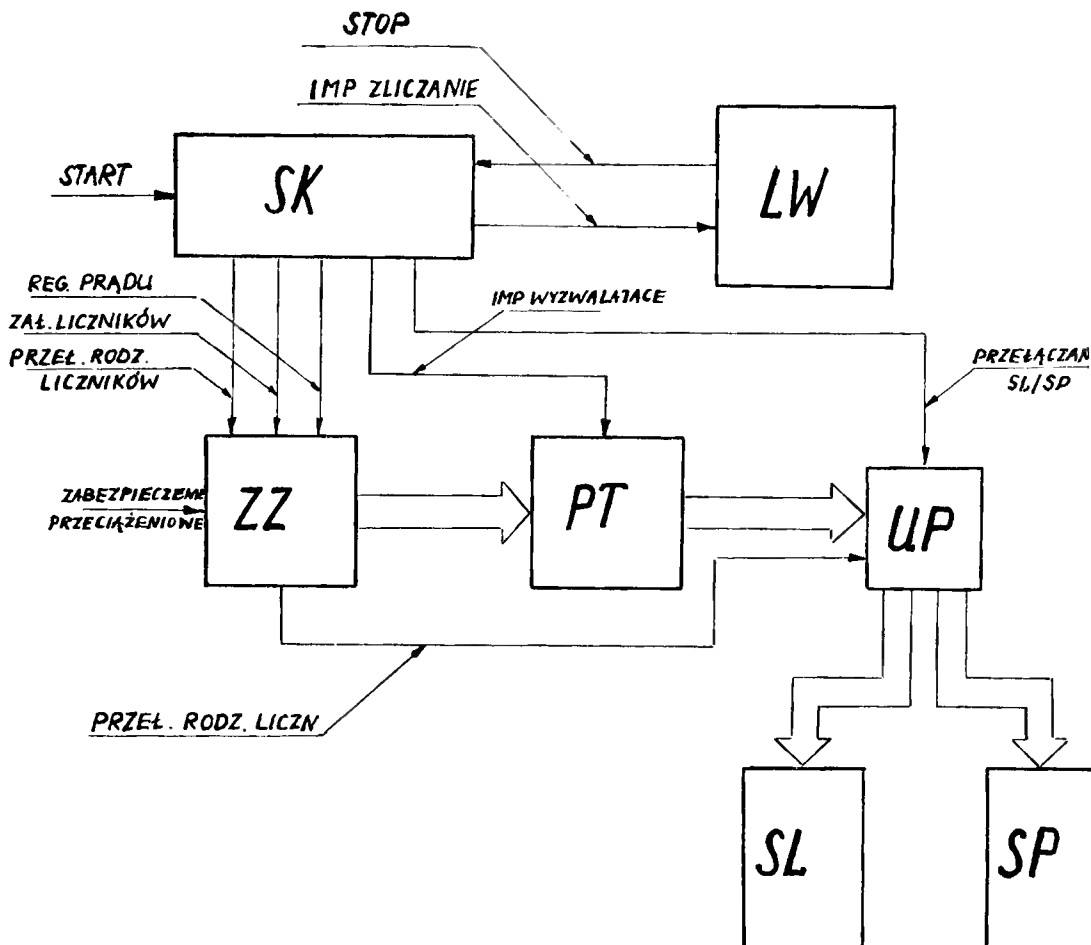
Według koncepcji i pod kierunkiem autorów opracowane zostało urządzenie pozwalające testować jednocześnie 100 szt. liczników telefonicznych. W pracy podano opis tego urządzenia oraz wnioski wynikające z eksploatacji urządzenia.

## 2. Ogólna budowa urządzenia

Przedstawione wymagania dotyczące sposobu testowania liczników rzutują na wymagania stawiane dla testera liczników, a co za tym idzie na jego budowę. W oparciu o przedstawione wymagania dotyczące kształtu impulsu sprecyzowane zostały następujące założenia dla urządzenia:

- 1/ urządzenie powinno mieć możliwość ustawiania wartości progowych czasu trwania impulsu;
- 2/ wielkość amplitudy impulsu zliczającego powinna być regulowana w sposób ciągły w granicach podanych przez normę zakładową;
- 3/ istnieć powinna możliwość sprawdzenia liczników zarówno ciągiem impulsów jak i impulsem pojedynczym;
- 4/ winna być możliwość zliczania impulsów zliczających podawanych na poszczególne liczniki przez licznik wzorcowy;
- 5/ urządzenie powinno posiadać możliwość testowania 4-ch typów liczników o różnych wartościach amplitud impulsów.

Założenia 1 - 5 spełniono konstytuując i budując urządzenie, którego schemat blokowy przedstawiony został na rysunku 2. Całe urządzenie składa się z kilku funkcjonalnych bloków, których bu-



Rys. 2. Schemat blokowy testera liczników telefonicznych

dowa wyniku z przyjętych powyżej wymagań. Obecnie omówimy kolejno te bloki.

### 2.1. Licznik wzorcowy /LW/

Do celów sprawdzenia liczby impulsów wychodzących na testowane liczniki służy elektroniczny licznik wzorcowy. Zbudowany jest on w oparciu o układy scalone serii TTL, a stany licznika są dekodowane i wyświetlane na lampach cyfrowych. Pojemność li-

cznika wzorcowego wynosi  $10^5$ . Każda liczba impulsów będąca wielokrotnością liczby 10 jest dodatkowo dekadowana w celu sterowania układem STOP w bloku sterowania i kontroli.

## 2.2. Zasilacz stabilizowany /ZS/

Zgodnie z wymogami norm w zależności od typu licznika wielkość napięcia podawanego na badane liczniki powinna być odpowiednio równa  $24\text{ V} \pm 2\text{ V}$ ,  $48\text{ V} \pm 4\text{ V}$  oraz  $60\text{ V} \pm 5\text{ V}$ .

Z tego też względu zbudowano zasilacz, który zapewnia podanie stabilizowanych napięć o wartościach podanych powyżej. Zasilacz posiada układ automatycznego wyłączania w przypadku, gdy napięcie wyjściowe zmniejszy się poniżej określonej granicy lub, gdy prąd obciążenia przekroczy ustaloną wielkość.

## 2.3. Układ wybierania pola testowanych liczników /UP/

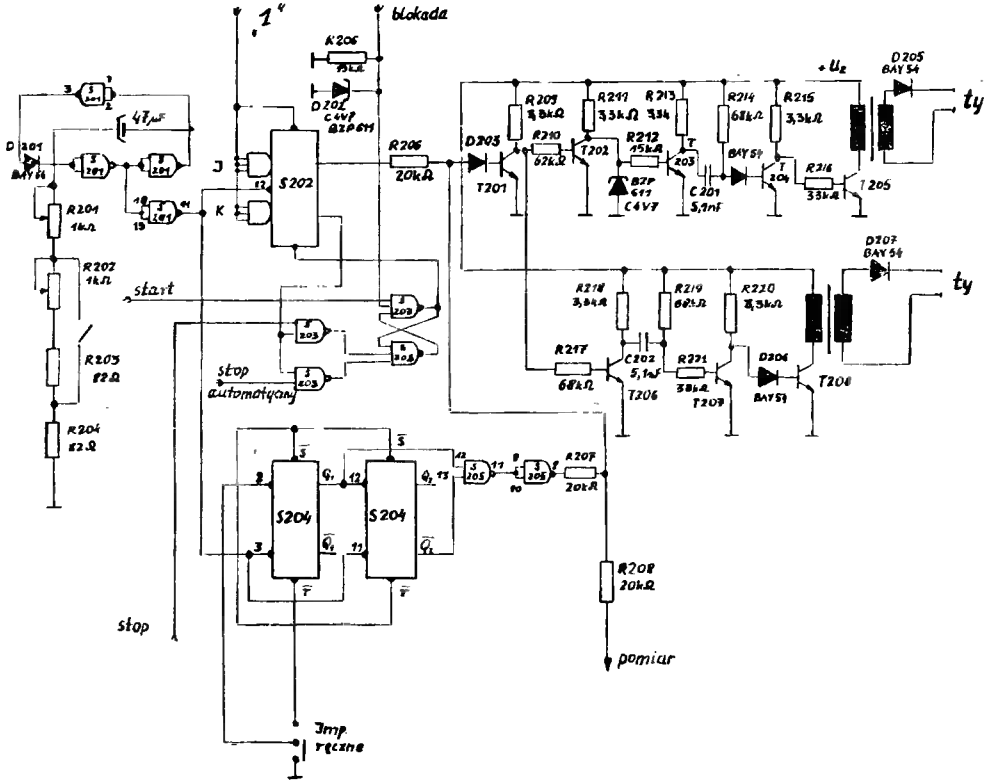
Układ wybierania pola testowanych liczników zapewnia podanie określonego napięcia /w zależności od typu liczników/ na jedno z dwóch pól /pola /SL/ i pola /SP//, w których odbywa się testowanie liczników. Układ ten zrealizowany został na przekaźnikach, a sterowanie przekaźnikami odbywa się przyciskami na pulpicie sterującym.

## 2.4. Układ sterowania i kontroli /SK/

Układ sterowania i kontroli spełnia rolę układu pobudzającego bramki tyristorów w układzie sterownika tyristorowego /PT/. Wykonany jest on na układach scalonych serii TTL /UCY/ oraz na elementach półprzewodnikowych /tranzystory w układzie wzmacniacza impulsowego mocy/. Schemat ideowy bloku sterowania i kontroli przedstawiono na rysunku 3. W bloku tym można wyróżnić:

a/ generator fali prostokątnej;

b/ układ START - STOP;



Rys. 3. Schemat ideowy bloku sterowania i kontroli

- c/ generator pojedynczego impulsu;
- d/ układ kształtowania i wzmacniania impulsów zapalających tyrystory komutujące.

Generator fali prostokątnej multiwibrator stabilny zbudowany jest na 4-ch bramkach serii UCY 7400 N. Multiwibrator ten generuje dwie częstotliwości 30 Hz i 20 Hz przełączane skokowo. Ponieważ wypełnienie otrzymanego impulsu w układzie generatora jest różne od 1:1 impulsy te podawane są na dwójkę liczącą, wy-

konaną na przerzutniku J-K. Z wyjścia przerzutnika otrzymuje się impulsy prostokątne /o częstotliwości dwukrotnie mniejszej/ o czasach 100 mS /10 Hz/ lub 66 mS /15 Hz/, które określają odpowiednio graniczne wartości czasu trwania impulsu podawanego na liczniki. Układ START-STOP pozwala dokonywać startu procesu testowania z pulpitu operatora, a także zatrzymać proces testowania w dwóch przypadkach, gdy naciśnięty zostanie przycisk STOP na pulpicie sterującym lub gdy układ wygeneruje taką ilość impulsów, jaka została ustawiona na pulpicie sterującym.

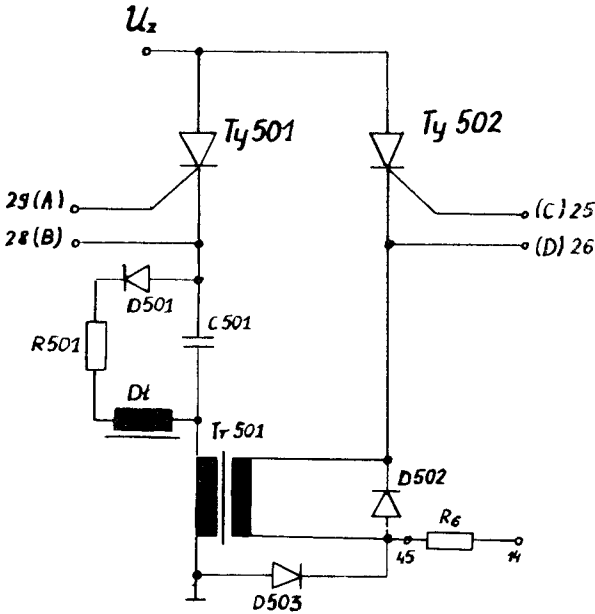
Generator pojedynczego impulsu [2] wykonany jest w postaci układu sekwencyjnego na dwóch przerzutnikach typu D serii UCY 7474 i dwóch bramkach UCY 7400. Dzięki zasilaniu go z generatora impulsów prostokątnych posiada on możliwość wygenerowania jednego impulsu o czasie trwania określonym warunkami granicznymi. Wygenerowany impuls prostokątny lub pojedynczy impuls podany zostaje na układ kształtowania impulsów zapalających tyrystory - główny i komutujący. Impulsy zapalające tyrystory otrzymywane są przez zróżniczkowanie zboczy wygenerowanego impulsu. Przednie zbocze po ukształtowaniu na impuls o czasie trwania 200 uS służy do zapalania tyrystora głównego, a tym samym do podania prądu zasilającego na liczniku. Tylne zbocze po zróżniczkowaniu i ukształtowaniu go również na impuls o czasie trwania 200 uS służy do załączania tyrystora komutującego i tym samym wyłączania prądu przepływającego przez liczniki.

## 2.5. Układ sterownika tyrystorowego /PT/

Jak już wspomniano układ sterownika tyrystorowego spełnia rolę łącznika załączającego napięcie zasilające na liczniki telefoniczne.

Układ sterownika [1], którego schemat przedstawiony jest na rysunku 4 zbudowany jest na dwóch tyrystorach, tyrystorze roboczym /załączającym prąd na liczniku/, który jest tyrystorem o prądzie dopuszczalnym 25 A i tyrystorze pomocniczym, którego ro-





Rys. 4. Schemat ideowy sterownika tyrystorowego

la polega na wyłączeniu tyrystora głównego.

Zasada działania układu jest następująca: z chwilą podania dodatniego impulsu na bramkę tyrystora roboczego Ty 502, tyrystor ten włącza się i przez obwód tyrystora głównego, uzwojenie wtórne transformatora, rezystor do pomiaru prądu oraz liczniki zaczyna płynąć prąd. Z chwilą podania impulsu dodatniego na bramkę tyrystora komutującego, tyrystor ten otwiera się i w obwodzie tyrystora komutującego, kondensatora C i uzwojenia pierwotnego transformatora popłynie prąd. Przepływ prądu w obwodzie tyrystor pomocniczy Ty 501 kondensator C, indukcyjność transformatora spowoduje pojawienie się na uzwojeniu wtórnym dodatniej połówki napięcia sinusoidalnego, tak dobranego, że na katodzie tyrystora roboczego pojawia się napięcie dodatnie, które zatyka ten tyrystor i odcina przepływ prądu w obwodzie zasilającym liczniki. Zatkanie tyrystora głównego jest możliwe dzięki temu, że napięcie indukowane na katodzie Ty 502 ma wartość większą od  $U_2$ , gdyż stosunek uzwojeń pierwotnego do wtórnego wynosi około 1:1,5. Ty-

tyrystor komutujący wykorzystuje do swego odcięcia komutację rezonansową. Obwód złożony z diody rezystora i dławika służy do rozładowania kondensatora C. Dławik w tym obwodzie ma indukcyjność około 100 razy większą niż indukcyjność transformatora i dla początkowego momentu włączenia prądu stanowi dużą impedancję.

Po wygenerowaniu impulsu gaszącego przez tyrystor komutujący, tyrystor roboczy, a stąd cały układ sterownika tyrystorowego powraca do stanu początkowego. W celu poprawy szybkości wyłączenia układu liczników zastosowano zwieranie diodą uzwojenia transformatora dla przebiegów o ujemnych wartościach napięć.

### 3. Wnioski z eksploatacji

Tester liczników telefonicznych w wersji opisanej w pracy jest jednym z kolejnych modeli testerów. Poprzednio wykonywane urządzenia różniły się znacznie od tutaj opisanego. W najnowszym modelu uległy zasadniczej zmianie dwa bloki: blok sterowania i kontroli oraz blok wykonawczy /blok sterownika tyrystorowego/. Obydwa te bloki opisane zostały już dokładnie w pracy, podamy tu jedynie różnice występujące w tym urządzeniu w stosunku do poprzednich.

Blok wykonawczy poprzednio wykonywanych testerów zbudowany był na tranzystorach mocy /BUY P-52/. W trakcie eksploatacji okazało się, że w wyniku powstałych przepięć na indukcyjności liczników tranzystory wykonawcze ulegały przebiciu. Stąd powstawały przestoje w pracy urządzenia a jednocześnie komplikowała się jego eksploatacja. W celu zlikwidowania skutków przepięć w bloku wykonawczym należało: użyć bądź tranzystorów mocy o napięciach przebicia powyżej 100 V, bądź też zastąpić tranzystory tyrystorami, których dopuszczalne napięcia wsteczne są znacznie wyższe niż tranzystorów /dopuszczalne napięcia wsteczne tyrystorów wynoszą kilkuset woltów/.

Z braku dostępnych tranzystorów mocy o dużych napięciach przebicia zdecydowano się na budowę układu wykonawczego na tyrysto -

rach. Dzięki zastosowaniu układu łącznika tyrystorowego jakiego opisano w tej pracy, przebiegi napięć zasilających liczniki są zupełnie zgodne z normami zakładowymi Telfy. W opisanej tu wersji testera uległ również zmianie w stosunku do poprzednio wykonywanych urządzeń blok sterowania i kontroli. Zasadnicza różnica polega na zastosowaniu generatora 30 Hz i 20 Hz w miejsce generatora 15 i 10 Hz, a następnie podział generowanej częstotliwości przez dwa, dzięki czemu otrzymane impulsy sterujące posiadają dokładne zgodnie z wymogami wypełnienie impulsu 1:1 i nie zachodzi potrzeba dokonywania dodatkowej regulacji wypełnienia impulsu sterującego.

Zmianie uległ również układ generatora pojedynczego impulsu. Wykorzystanie specjalnego układu sekwencyjnego generującego pojedynczy impuls pozwala uzyskać czas impulsu z dokładnością stałości generatora /stałość generatora rzędu  $2 \cdot 10^{-2}$ /. Ponadto dzięki zastosowaniu tego układu możliwa jest zmiana czasu impulsu w żądanych granicach. /Poprzednie realizacje posiadały generator pojedynczego impulsu generujący tylko impuls o czasie trwania 100 mS/.

Opisane tutaj różnice i poprawki wniesione do ostatniej wersji urządzenia zapewniły znacznie wygodniejszą eksploatację. Do tychczas w trakcie kilkuletniej ciągłej eksploatacji testera przy pracy trójzmiarowej nie wystąpiło w urządzeniu żadne uszkodzenie.

#### Literatura

1. Chmara K., Zabłudowski A.: Sterownik impulsowy prądu stałego z wyłączaniem transformatorowym tyrystora roboczego. Ukaże się w "Przeglądzie Elektrotechnicznym" w 1977 r.
2. Misiurewicz P., Grzybek M.: Półprzewodnikowe układy logiczne WNT, Warszawa 1975 r.

THE TESTING INSTRUMENT FOR TELEPHONE COUNTERS

Summary

The paper describes the operation /block diagrams, circuit schematics/ of a testing instrument which tests subscribers meters for telephone exchanges. This instrument is reliable, inexpensive and has proved its value in a few years' exploitation.

КОНТРОЛЬНО-ИЗМЕРИТЕЛЬНОЕ УСТРОЙСТВО ДЛЯ  
ПРОВЕРКИ ТЕЛЕФОННЫХ СЧЁТЧИКОВ

Резюме

Работа содержит описание /блочную и структурную схему/ контрольно-измерительное устройство для проверки телефонных счётчиков. Описанное устройство нашло практическое применение и на протяжении многих лет подтвердило свои хорошие эксплуатационные свойства.



Wojciech Meller

O ALGORYTMACH STOSOWANYCH DO WYZNACZANIA  
WRAŻLIWOŚCI UKŁADÓW ELEKTRONICZNYCH ZA POMOCĄ EMC

W artykule omówiono metody stosowane do numerycznego wyznaczania wrażliwości układów. Oceniono właściwości odpowiednich algorytmów i podano ich schematy blokowe. Porównano uzyskane wyniki z rezultatami podanymi w literaturze [6] i [7].

1. Wstęp

Zmianę transmitancji układu  $T$  wywołaną przez zmianę parametrów elementów układu można ocenić za pomocą szeregu Taylora

$$\Delta T = \sum_{i=1}^l a_i \Delta h_i + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^l \sum_{j=1}^l a_{ij} \Delta h_i \Delta h_j + \dots, \quad (1)$$

gdzie:

$i$  - numer kolejny elementu

$l$  - liczba elementów

$\Delta h_i$  - przyrost parametru  $h_i$   $i$ -tego elementu

$a_i$  - wrażliwość pierwszego rzędu

$$a_i = \frac{\partial T}{\partial h_i} \quad (2)$$

$a_{ij}$  - wrażliwość drugiego rzędu

$$a_{ij} = \frac{\partial^2 T}{\partial h_i \partial h_j} \quad (3)$$

Wrażliwości są parametrami układu, które w procesie projektowania układu elektronicznego na EMC odgrywają szczególną rolę. Znajomość tych parametrów jest niezbędna do przeprowadzenia syntezy iteracyjnej /optymalizacji/ układu. Informacja o wrażliwości jest niezbędna przy projektowaniu i analizie układów z regulowanymi parametrami. Poza tym za pomocą wrażliwości można prze-

przewodząc analizę tolerancji układu.

Wśród metod stosowanych do numerycznego wyznaczania wrażliwości znajdują się metody:

- małych przyrostów,
- transmitancyjne,
- dopełnień algebraicznych.

Poniżej przedstawiono zasady, na których oparte są te metody. Następnie podano schematy blokowe algorytmów obliczania wrażliwości poszczególnymi metodami.

W celu uzyskania możliwości bezpośredniego porównania metod przy ich omawianiu oraz układaniu algorytmów przyjęto następujące założenia:

a/ analiza układu jest przeprowadzana metodą potencjałów węzłowych,

b/ transmitancja, wrażliwość której ma być wyznaczona jest transmitancją napięciowo-prądową układu /rys. 1/:

$$Z_{21} = \frac{U_2}{I_1} \quad (4)$$

c/ wrażliwość jest określona względem parametru  $h_i$  elementu uogólnionego /rys. 1/, którego właściwości opisują równania:

$$\begin{aligned} I_k &= G_i h_i U_i \\ I_i &= 0 \end{aligned} \quad (5)$$

w poszczególnych przypadkach element ten reprezentuje:

- rezystor  $h_i = G_i = \frac{1}{R_i}$ ,  $G_i = 1$

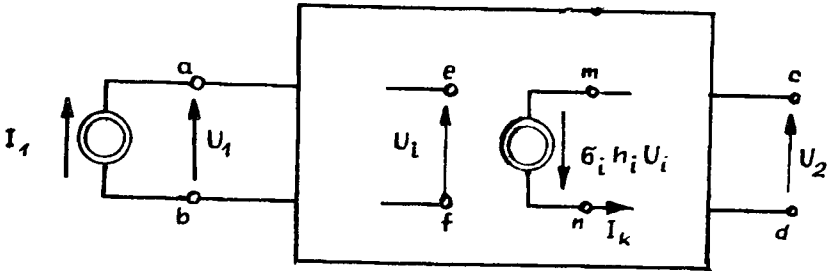
- cewkę indukcyjną  $h_i = \frac{1}{L_i}$ ,  $G_i = \frac{1}{j\omega}$

- kondensator  $h_i = C_i$ ,  $G_i = j\omega$

- źródło prądowe sterowane napięciowo

$$h_i = g_i, \quad G_i = 1$$

oprócz tego w elementach dwójnikowych zaciski e i m oraz f i n stanowią jeden punkt obwodu /oznaczenia podano na rysunku 1/.



Rys. 1. Układ analizowany /pierwotny/ z wewnętrznym elementem uogólnionym

## 2. Omówienie metod badania wrażliwości

### 2.1. Metoda małych przyrostów [5]

Metoda ta jest oparta na przybliżeniu nieskończenie małych przyrostów we wzorach definiujących wrażliwości przyrostami skończonymi.

Przy jej stosowaniu należy wyznaczyć obok transmitancji nominalnej  $Z_{21}$ , także transmitancję  $Z'_{21}$  określoną przy zmienionej wartości parametru  $h'_i$ , np.  $h'_i = 1,01 h_i$ .

Przybliżona wartość wrażliwości jest równa

$$a_i \approx \frac{\Delta Z_{21}}{\Delta h_i} = \frac{Z'_{21} - Z_{21}}{h'_i - h_i} \quad (6)$$

### 2.2. Metody transmitancyjne

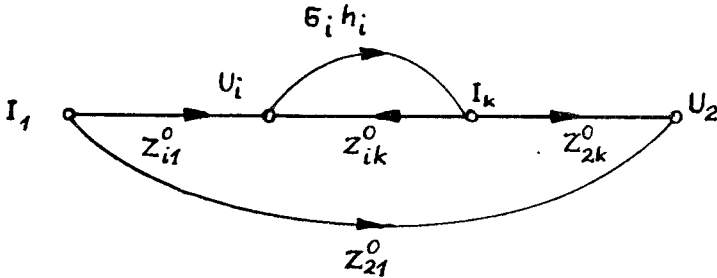
Metody te polegają na wyznaczaniu wrażliwości poprzez pewne transmitancje układu o parametrach nominalnych. Ogólny dowód możliwości wyznaczania wrażliwości pośrednio /bez różniczkowania/ metodami analizy sieci podaży Bychowski w 1958 roku [2].

W zależności od stosowanych transmitancji wyróżnić można metodę:

- 1/ transmitancji pośrednich,
- 2/ sieci dołączonej.

### 2.2.1. Metoda transmitancji pośrednich [1] [2] [4]

Zależności w układzie na rysunku 1 można zobrazować grafem przepływowym podanym na rysunku 2.



Rys. 2. Graf sygnałowy układu z rys. 1

Transmitancje  $Z_{21}^0$ ,  $Z_{i1}^0$ ,  $Z_{ik}^0$  oraz  $Z_{2k}^0$  mogą być wyznaczone w układzie pozbawionym  $i$ -tego elementu  $/h_i = 0/$ . Transmitancja  $Z_{21}$  otrzymana w wyniku redukcji grafu wynosi:

$$Z_{21} = Z_{21}^0 + \frac{\epsilon_i h_i Z_{i1}^0 Z_{2k}^0}{1 - \epsilon_i h_i Z_{ik}^0} \quad (7)$$

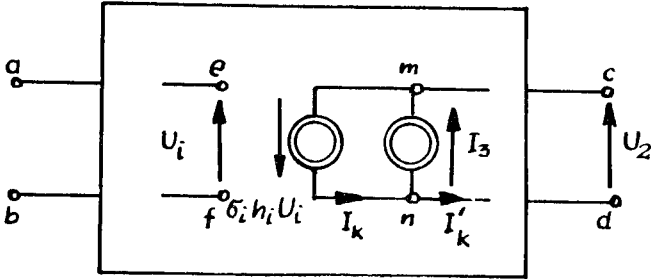
Po zróżniczkowaniu (7) względem  $h_i$  otrzymamy

$$a_i = \frac{\epsilon_i Z_{i1}^0 Z_{2k}^0}{1 + \epsilon_i h_i Z_{ik}^0} \quad (8)$$

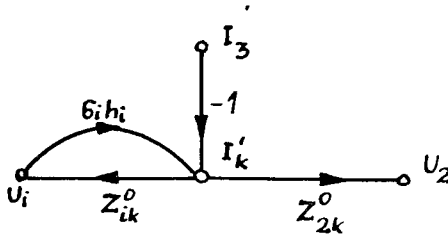
W układzie pokazanym na rysunku 3 działa wymuszenie  $I_3$  dołączone do zacisków  $i$ -tego elementu. Na rysunku 4 pokazano graf przepływowy tego układu. Redukując odpowiednie grafy przepływowe można wyznaczyć transmitancje pośrednie  $Z_{i1}$  oraz  $Z_{2k}$ ; z grafu



na rysunku 2:



Rys. 3. Układ analizowany z wymuszeniem  $I_3$  dołączonym do zacisków i-tego elementu



Rys. 4. Graf sygnałowy układu z rys. 3

$$Z_{i1} = \frac{U_i}{I_1} \quad I_3=0 = \frac{Z_{1i}^o}{1 - \delta_i h_i Z_{ik}^o} \quad (9)$$

z grafu na rys. 4:

$$Z_{2k} = \frac{U_2}{I_3} \quad I_1=0 = \frac{-Z_{2i}^o}{1 - \delta_i h_i Z_{ik}^o} \quad (10)$$

Korzystając z zależności (9) i (10) wzór (8) można zapisać w postaci:

$$a_i = - \delta_i Z_{i1} Z_{2k} \quad (11)$$

Do obliczenia wrażliwości pierwszego rzędu wystarcza więc znajomość dwóch transmitancji pośrednich układu.

Wrażliwość drugiego rzędu na jednoczesne zmiany parametrów  $h_i$  oraz  $h_j$  /  $\sigma_j h_j = \frac{1}{U_j}$  / można wyznaczyć wykorzystując dwukrotnie właściwość układów wynikającą z zależności (11)

$$a_{ij} = \frac{\partial a_i}{\partial h_j} = \sigma_i \sigma_j / z_{i1} z_{jk} z_{21} + z_{j1} z_{i1} z_{2k} / \quad (12)$$

Przy obliczaniu pochodnej mieszanej rzędu  $p$  suma zawiera  $p$  składników, a każdy z nich stanowi iloczyn  $(p+1)$  transmitancji pośrednich [2]. W przypadku szczególnym  $i=j$  oraz  $k=1$ , wówczas:

$$a_{ii} = 2 \sigma_i^2 z_{i1} z_{i1} z_{ik} z_{2k} = -2 \sigma_i z_{ik} a_i \quad (13)$$

### 2.2.2. Metoda sieci dołączonej 4 6 9 ;

Dowód zależności dla obliczania wrażliwości tą metodą przeprowadzony został po raz pierwszy na podstawie twierdzenia Tellegena [9].

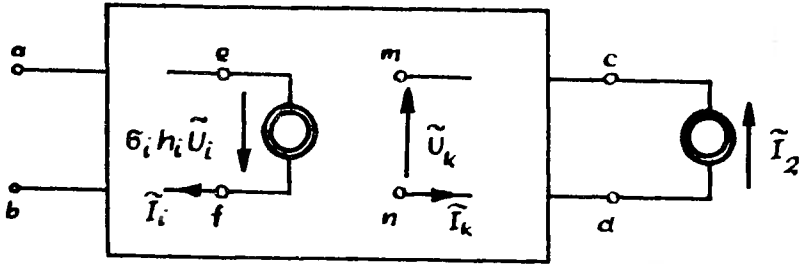
Układ dołączony posiada topologię jednakową z układem pierwotnym. Element uogólniony w układzie dołączonym opisany jest zależnościami

$$\begin{aligned} \tilde{I}_i &= \sigma_i h_i \tilde{U}_k \\ \tilde{I}_k &= 0 \end{aligned} \quad (14)$$

gdzie:

$\tilde{I}_i, \tilde{I}_k, \tilde{U}_k$  - wielkości prądu i napięcia  $i$ -tego elementu w układzie dołączonym /rys. 5/

Układ pierwotny /rys. 1 i 3/ oraz układ dołączony /rys. 5/ są wzajemnie odwracalne [8], tzn. dowolna transmitancja napięciowo-prądowa w układzie pierwotnym jest równa transmitancji napięciowo-prądowej określonej w sieci dołączonej po zamianie miejscami



Rys. 5. Układ dołączony

wymuszenia prądowego i odpowiedzi napięciowej /np.  $Z_{2k} = Z_{k2}/$ .  
Wykorzystując tę własność sieci dołączonej oraz na podstawie wzoru (11) można zapisać

$$a_1 = \tilde{\sigma}_1 Z_{i1} Z_{k2} \quad (15)$$

Wzór (12) do obliczania wrażliwości drugiego rzędu przybiera w tej metodzie postać

$$a_{1j} = \tilde{\sigma}_i \tilde{\sigma}_j / Z_{i1} Z_{jk} \tilde{Z}_{12} + Z_{j1} \tilde{Z}_{11} \tilde{Z}_{k2} / \quad (16)$$

### 2.3. Metoda dopełnień algebraicznych [7]

Transmitancję napięciowo-prądową można wyrazić przez odpowiednie wyznaczniki macierzy admitancyjnej układu [Y] :

$$Z_{21} = \frac{\Delta /a+b/ /c+d/}{\Delta} = \frac{\Delta /1/ /2/}{\Delta} \quad (17)$$

gdzie:

$\Delta$  - wyznacznik macierzy [Y]

$\Delta /1//2/-$  sumaryczne dopełnienie algebraiczne, które jest określone [3] jako:

$$\Delta /1//2/ = \Delta /a+b//c+d/ = \Delta_{ac} - \Delta_{ad} - \Delta_{bc} + \Delta_{bd} \quad (18)$$

gdzie:

$\Delta_{ac}, \Delta_{ad}, \Delta_{bc}, \Delta_{bd}$  - odpowiednie dopełnienia algebraiczne

Oznaczenia węzłów są zgodne z podanymi na rysunku 1.

Uwzględniając, że parametr elementu  $h_i$  występuje w macierzy  $[Y]$  jedynie na przecięciu kolumn e, f oraz wierszy m, n wyznaczniki  $\Delta$  i  $\Delta_{/1//2/}$  można rozłożyć następująco:

$$\Delta = \Delta^{\circ} + \zeta_i h_i \Delta_{/m+n//e+f/} = \Delta^{\circ} + \zeta_i h_i \Delta_{/k//i/} \quad (19)$$

i

$$\Delta_{/1//2/} = \Delta^{\circ}_{/1//2/} + \zeta_i h_i \Delta_{/1//2/, /k//i/} \quad (20)$$

gdzie:

$\Delta^{\circ}, \Delta^{\circ}_{/1//2/}$  - dopełnienia obliczone w układzie, gdy  $h_i = 0$

$\Delta_{/1//2/, /k//i/}$  - sumaryczne dopełnienie algebraiczne drugiego rzędu [3]

Pochodna ilorazu (17), po uwzględnieniu zależności (19) i (20) może być przedstawiona w postaci

$$a_i = \zeta_i \frac{\Delta_{/1//2/, /k//i/} \Delta - \Delta_{/1//2/} \Delta_{/k//i/}}{\Delta^2} \quad (21)$$

Dopełnienia algebraiczne drugiego rzędu można wyznaczyć poprzez dopełnienia pierwszego rzędu, na podstawie twierdzenia Jacobiego [3]:

$$\Delta_{/1//2/, /k//i/} = \frac{\Delta_{/1//2/} \Delta_{/k//i/} - \Delta_{/1//i/} \Delta_{/k//2/}}{\Delta} \quad (22)$$

W rezultacie otrzymujemy wrażliwości pierwszego rzędu w postaci:

$$a_i = -\zeta_i \frac{\Delta_{/1//i/} \Delta_{/k//2/}}{\Delta^2} \quad (23)$$

W trakcie wyznaczania wrażliwości drugiego rzędu natrafiamy na

dopełnienie algebraiczne trzeciego rzędu. Dwukrotne zastosowanie twierdzenia Jacobiego prowadzi nas do zależności

$$a_{ij} = +\zeta_i \zeta_j \frac{\Delta_{/1//i/} \Delta_{/1//2/} \Delta_{/k//j/} + \Delta_{/k//2/} \Delta_{/1//j/} \Delta_{/1//i/}}{\Delta^3} \quad (24)$$

### 3. Algorytmy określenia wrażliwości

Transmitancja, poprzez które wyznaczana jest wrażliwość w metodach małych przyrostów i transmitancyjnych, mogą być wyznaczone numerycznie poprzez:

- a/ odwrócenie macierzy  $[Y]$ ,
- b/ rozwiązanie układu równań.

W pierwszym przypadku, po odwróceniu macierzy  $Y$

$$[Z] = [Y]^{-1} = \parallel z_{ij} \parallel = \frac{\Delta_{ji}}{\Delta} \quad (25)$$

transmitancja  $Z_{pq}$  może być wyznaczona ze wzoru:

$$Z_{pq} = \frac{U_p}{I_q} = z_{rt} - z_{ru} - z_{st} + z_{su} \quad (26)$$

gdzie:

- t, u - węzły do których dołączono wymuszenie  $I_q$
- r, s - węzły, między którymi występuje napięcie  $U_p$
- /odpowieź układu na wymuszenie  $I_q$ /

W drugim przypadku, po wyznaczeniu potencjałów  $[V]$  z układu równań:

$$[Y] [V] = [J_1] \quad (27)$$

gdzie:

- $[J_1]$  - wektor wymuszeń określony przez jednostkowe źródło prądu dołączone do węzłów t i u

transmitancja  $Z_{pq}$  może być określona liczbowo ze wzoru:

$$Z_{pq} = V_r - V_s \quad (29)$$

gdzie:

$V_r, V_s$  - potencjały odpowiednich węzłów

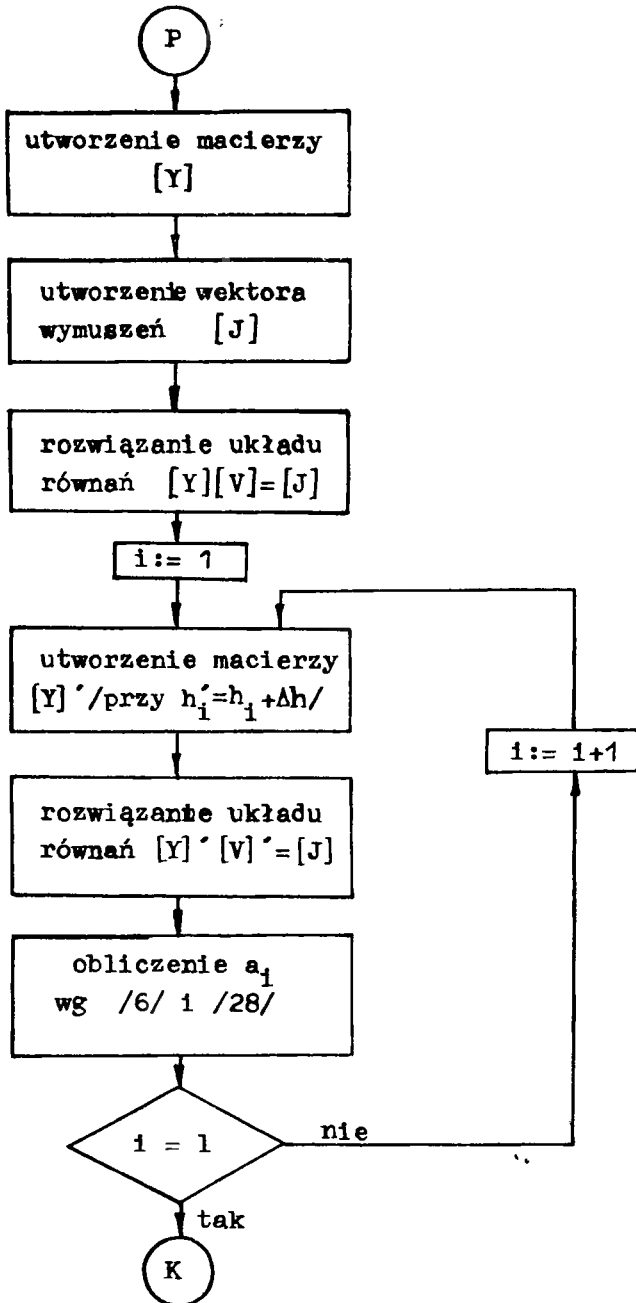
W pierwszym przypadku uzyskujemy możliwość szybkiego wyznaczenia dowolnej transmitancji w układzie o niezmiennych parametrach. Sama operacja odwracania jest jednak pracochłonna i dla układów o liczbie węzłów  $N > 20$  zachodzi potrzeba wykonania około  $N^3$  operacji mnożenia i dzielenia [11]. Poza tym należy zarezerwować odpowiedni obszar pamięci operacyjnej dla elementów macierzy odwrotnej.

W drugim przypadku jednokrotna analiza układu pozwala na szybkie wyznaczenie transmitancji  $Z_{pq}$  dla dowolnej pary zacisków  $p$  przy niezmiennym  $q$ . Rozwiązanie układu równań metodą eliminacji Gaussa lub redukcji Gaussa-Jordana [11] wymaga, przy  $N > 20$ , około  $\frac{1}{3} N^3$  działań.

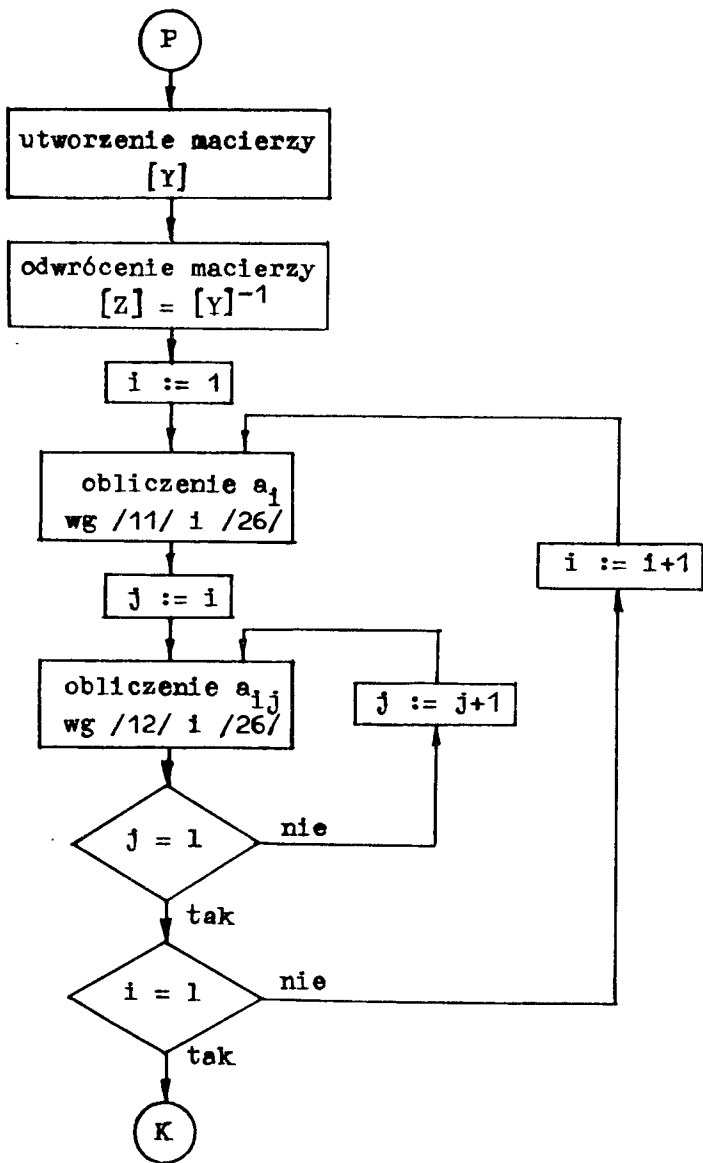
Znaczną oszczędność zarówno czasu obliczeń jak i pamięci operacyjnej dają metody wykorzystujące mały stopień zapełnienia macierzy  $[Y]$  elementami niezerowymi. Liczba operacji wykonywanych przy analizie układów o liczbie węzłów  $N = 20 - 30$  wynosi  $4N$  do  $16N$  [10].

Algorytm według metody przyrostów /rys. 6/ zbudowany został przy założeniu, że transmitancje są określane poprzez rozwiązywanie równań, gdyż odwracanie macierzy jest operacją bardziej pracochłonną i nie daje w tym przypadku żadnych korzyści.

Metody transmitancyjne, przy wykorzystaniu do obliczania transmitancji elementów macierzy odwrotnej oraz metoda dopełnień algebraicznych prowadzą do jednakowego algorytmu /rys. 7/. Zbieżność tych metod wynika z faktu, że transmitancje występujące we wzorach (11), (12), (15), (16) oraz z zależności (23), (24) można wyrazić, korzystając ze wzoru (26) oraz (18) i (25) przez elementy macierzy odwrotnej  $[Y]^{-1}$ . Wrażliwość wyrażona przez elementy macierzy odwrotnej nie zależy oczywiście od drogi, na której uzyskano odpowiednie wzory.



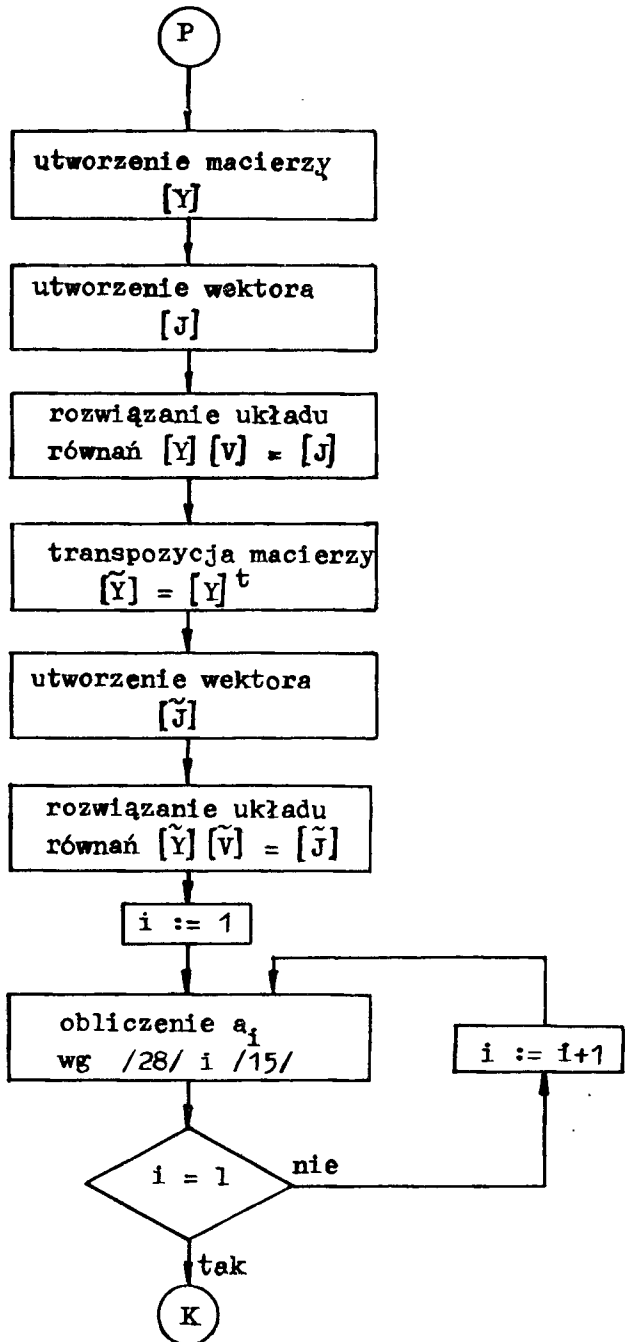
Rys. 6. Schemat blokowy algorytmu wg metody małych przyrostów



Rys. 7. Schemat blokowy algorytmu wykorzystującego elementy macierzy odwrotnej

Metody transmitancyjne w połączeniu z wyznaczaniem transmi-tancji przez rozwiązywanie układu równań dają korzystny algorytm jedynie w przypadku metody sieci dołączonej. Uzyskuje się go





Rys. 8. Schemat blokowy algorytmu wg metody sieci dołączonej

dzięki temu, iż analiza sieci pierwotnej przy zasilaniu od strony zacisków wejściowych oraz analiza sieci dołączonej zasilanej od strony wyjścia pozwala na wyznaczenie transmitancji  $Z_{i1}$  oraz  $Z_{k2}$  wszystkich elementów układu. Algorytm pozwalający wyznaczyć wrażliwości pierwszego rzędu pokazano na rysunku 8.

#### 4. Porównanie algorytmów i wnioski

Metoda małych przyrostów daje algorytm, który charakteryzuje się prostotą oraz łatwością zastosowania przy dowolnym sposobie analizy sieci.

Metoda ta ma również istotne wady:

1. Długi czas obliczeń, np. dla obliczenia wrażliwości pierwszego rzędu względem parametrów elementów w układzie zawierającym  $l$  elementów należy  $l+1$  razy powtórzyć cały ciąg obliczeń związanych z analizą układu, a więc najbardziej czasochłonną częścią programu.
2. Powstawanie w niektórych przypadkach dość znacznego błędu w obliczeniach wskutek operowania skończonymi przyrostami.
3. Trudności w oszacowaniu względnych zmian  $\Delta h_i/h_i$ , przy których błąd obliczeń mieści się w założonych granicach
  - wybór zbyt dużej wartości wywołuje zwiększenie błędu wskutek nieliniowości rozważanej funkcji od  $h_i$ ,
  - wybór zbyt małej wartości może doprowadzić do sytuacji, gdy przyrost funkcji  $T$  staje się porównywalny z błędem popełnianym w samej analizie sieci.

Następne algorytmy pozwalają na szybsze wyznaczanie wrażliwości oraz nie wykazują wad związanych z posługiwaniem się przyrostami skończonymi.

Do obliczania wrażliwości pierwszego rzędu najbardziej przydatna jest metoda sieci dołączonej. Czas obliczeń oraz zajętość pamięci operacyjnej można w tym przypadku dodatkowo znacznie zmniejszyć, jeśli analizę układu przeprowadza się jedną z metod macierzy rzadkich.

Algorytm obliczania wrażliwości pierwszego i wyższych rzędów według metod transmitancyjnych i metody dopełnień algebraicznych jest jednakowy i opiera się na wykorzystaniu elementów macierzy odwrotnej. Zastosowanie koncepcji sieci dołączonej do obliczania wrażliwości wyższych rzędów nie prowadzi do algorytmów korzystniejszych od tych, które oparte są na innych metodach pośredniego obliczania wrażliwości.

Do obliczania wrażliwości pierwszego i drugiego rzędu zostały ułożone programy w języku Algol 1204. Jako przykłady do obliczeń wykorzystano sieć stabilizatora napięcia i układ filtrujący LC. Pierwszy schemat został zaczerpnięty z artykułu [6], natomiast drugi z [7]. W podanych źródłach zamieszczono wyniki obliczeń wrażliwości pierwszego rzędu.

W przypadku sieci stabilizatora uzyskano prawie jednakowe wartości wrażliwości na zmiany parametrów rezystorów i źródeł sterowanych. Natomiast w przypadku układu LC stwierdzono różnicę w znakach wrażliwości na zmiany R i L. Wyniki podane w [7] zawierają błąd, gdyż nie spełniają twierdzeń o niezmiennikach wrażliwości [2]. Wrażliwości podane w [7] odpowiadają wrażliwościom parametrów odwrotnych  $/R^{-1}, L^{-1}/$ .

#### Literatura

1. Mitra S.K.: Analiza i synteza układów aktywnych liniowych, WNT, Warszawa 1974.
2. Geher K.: Teoria tolerancji i wrażliwość układów elektronicznych, WNT, Warszawa 1976.
3. Sigorski W.P.: Analiza układów elektronicznych, WNT, Warszawa 1965.
4. Calahan D.A.: Computer Aided Network Design, McGraw-Hill Book Company, New York 1968 /tłum. ros. 1970/.
5. Grobelny M.: Projektowanie układów elektronicznych za pomocą komputerów. WKŁ, Warszawa 1973.

6. Wolszczak B.: Analiza czułościowa układów elektronicznych za pomocą EMC. Arch. Elektrotechniki 1/74.
7. Rezniczienko W.K.: O niestabilności radiotechnicznych cępiej pierwszego i wtorego poriadkow. Radiotekhnika 4/1975.
8. Penfield P., Spence R., Duinker S.: Tellegen's theorem and electrical networks The MIT Press. Cambridge, London 1970 /tłum. ros. 1974/.
9. Director S., Rohrer R.A.: The generalized adjoint network and network sensitivities IEEE Trans. on Circuit Theory v. CT-16, nr 3, 1969.
10. Berry R.O.: An optimal ordering of electronic circuit equations for a sparse matrix solution IEEE Trans. on Circuit Theory v. CT-18, nr 1, 1971.
11. Ralston A.: Wstęp do analizy numerycznej. PWN, Warszawa 1975.

ON ALGORITHMS SUITABLE FOR DETERMINING OF ELECTRONIC NETWORKS SENSITIVITY BY MEANS OF A DIGITAL COMPUTER

Summary

This paper deals with methods applied for numerical determining of network sensitivity. The estimation of the properties of suitable algorithms have been given. The obtained results have been compared with those given in references /6/ and /7/.

О АЛГОРИТМАХ ПРИМЕНЯЕМЫХ ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ЧУВСТВИТЕЛЬНОСТИ ЭЛЕКТРОННЫХ СХЕМ С ПОМОЩЬЮ ЭВМ

Резюме

В статье описаны численные методы определения чувствительности; указаны блок-схемы соответствующих алгоритмов и дана оценка их свойств, сравниваются полученные результаты с указанными в литературе [6] и [7].

Tadeusz Uhl

MODEL GENERATORA GAUSSOWSKIEGO SZUMU BIAŁEGO  
NA PASMO AKUSTYCZNE I JEGO CHARAKTERYSTYKI

Opisano zrealizowany układ generatora białego szumu. Wytwarza on sygnał przypadkowy o rozkładzie normalnym, ciągły, o mocy średniej 0,1 V. Otrzymany szum gaussonowski ma stałą gęstość widma mocy w zakresie od 0 - 15 kHz.

1. Wstęp

Często używanym modelem zakłóceń w różnego rodzaju systemach telekomunikacyjnych jest szum biały [1].

Definicja 1.

Proces stochastyczny o wartości średniej równej zeru oraz o funkcji korelacji określonej wzorem

$$g_{xx}(\tau) = S_b \delta(\tau) \quad (1)$$

nosi nazwę szumu białego. Parametr  $S_b$  jest tzw. gęstością widma mocy szumu.

Z zależności wyrażającej gęstość widma mocy szumu białego tj.:

$$S(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} S_b \delta(\tau) e^{-j\omega \tau} d\tau = S_b \quad (2)$$

wynika, że gęstość widma mocy jest dla szumu białego stała w całym paśmie częstotliwości ( $0 \div \infty$ )

Z uwagi na to, że nie ma fizycznych możliwości wyko-  
nania generatora białego szumu w zakresie ( $0 - \infty$ ) Hz, og-  
raniczono się w praktycznej realizacji do szumu białego  
dolnopasmowego.

## Definicja 2.

Proces stochastyczny o gęstości widma

$$S(\omega) = \begin{cases} S_b & \text{dla } |\omega| \leq \Omega \\ 0 & \text{dla } |\omega| > \Omega \end{cases} \quad (3)$$

nosi nazwę szumu białego dolnopasmowego [1].

Korzystając z twierdzenia Wienera-Chinczyna [1] można w łatwy sposób wyznaczyć funkcję autokorelacji szumu białego dolnopasmowego.

$$g_{xx}(\tau) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\Omega} S_b \cos \omega \tau d\omega = \frac{S_b \Omega}{\pi} \frac{\sin \Omega \tau}{\Omega \tau} \quad (4)$$

Moc średnia szumu białego dolnopasmowego jest skończona i wynosi

$$g_{xx}(0) = \frac{S_b \Omega}{\pi} \quad (5)$$

Zależność (5) wykorzystano przy skalowaniu wykonanego modelu.

Istotną sprawą przy ustalaniu założeń projektowych generatora jest rozkład gęstości generowanego procesu przypadkowego.

Założono gaussowski charakter generowanego szumu.

## Definicja 3.

Zmienną losową normalną lub gaussowską nazywamy zmienną losową, której gęstość rozkładu prawdopodobieństwa jest wzorem

$$p(x) = \frac{1}{\hat{\sigma} \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-m)^2}{2\hat{\sigma}^2}} \quad (6)$$

gdzie:

$m$  - wartość średnia

$\hat{\sigma}$  - dyspersja

Dystrybuanta zmiennej losowej gaussowskiej jest dana wzorem

$$F(x) = \int_{-\infty}^x f(y) dy = \frac{1}{2} + \operatorname{erf} \frac{x-m}{\sigma} \quad (7)$$

gdzie

$$\operatorname{erf} \frac{x-m}{\sigma} = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} \int_0^x e^{-(y-m)^2 / 2\sigma^2} dy \quad (8)$$

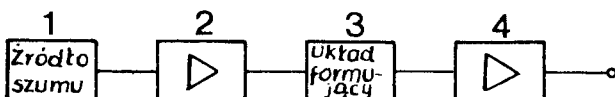
Do dalszych założeń projektowych generatora gaussowskiego szumu dolnopasmowego należy zaliczyć:

- pasmo generatora 0 - 15 kHz
- moc średnia szumu 0,1 V
- rezystancja wyjściowa 600 Ω

Przyjęte tu założenia wynikają z funkcji, jaką generator ma spełniać. Niebezpieczne byłoby nazwanie tego generatora generatorem teletransmisyjnym do pomiaru charakterystyk przejścia i przenoszenia kanałów telefonicznych. Ponieważ na urządzeniach końcowych występuje poziom napięciowy - 2 Np na rezystancji 600 Ω, stąd powyższe ustalenia. Pasma starano się tak uformować, aby zakres generatora pokrywał co najmniej 2-krotnie pasmo naturalnego kanału telefonicznego. Przy projektowaniu generatora wzięto również pod uwagę minimalne gabaryty generatora oraz własne bateryjne zasilanie.

## 2. Opis wykonanego modelu szumu

Schemat blokowy generatora szumu przedstawiono na rysunku 1.



Rys. 1. Schemat blokowy generatora.

Głównym blokiem w generatorze jest pierwotne źródło szumu; jest nim tranzystor germanowy. Generowany szum jest wzmacniany przez wzmacniacze operacyjne ukazane na rysunku 1 jako bloki 3 i 4. Pomiędzy wzmacniaczami znajduje się układ formujący widmo generowanego szumu. Układ ten jest zrealizowany poprzez odpowiednio dobrane pojemności sprzęgające oraz pojemności i rezystancje w układach kompensacji wzmacniaczy operacyjnych. Poziom wyjściowy generowanego szumu został ustalony poprzez odpowiednio dobrane wielkości rezystancji w pętlach sprzężenia zwrotnego wzmacniaczy operacyjnych.

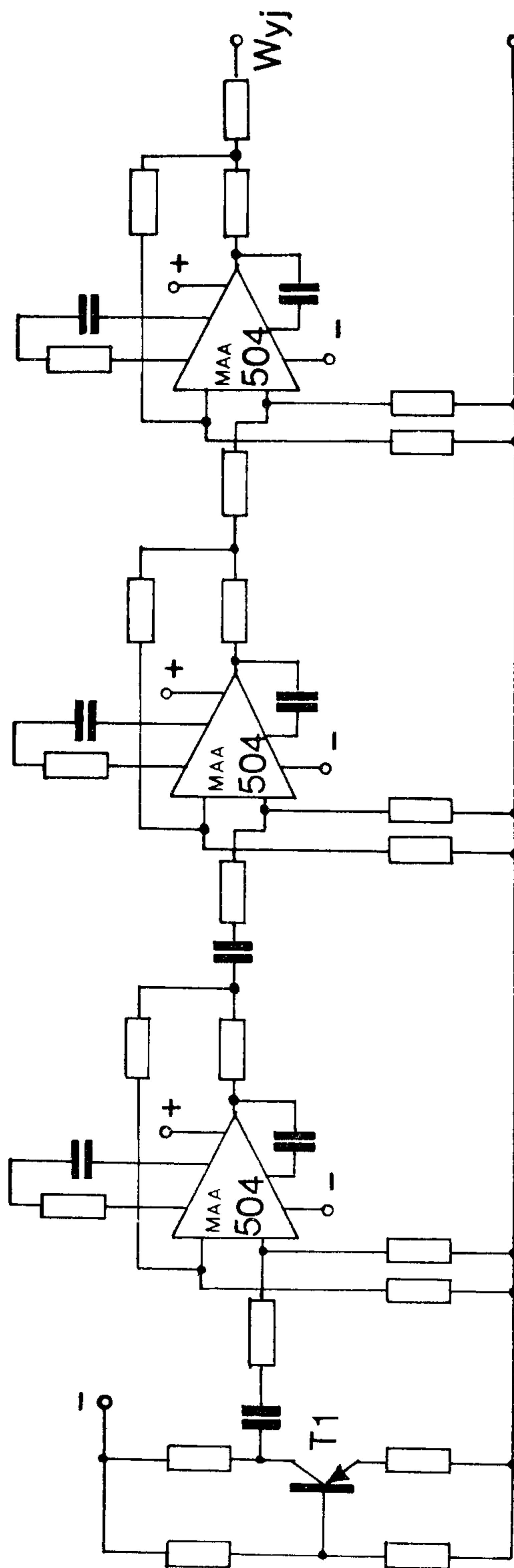
Na rysunku 2 ukazano uproszczony schemat ideowy zbudowanego generatora. Generator ten został wykonany w oparciu o elementy półprzewodnikowe i scalone wzmacniacze operacyjne. Wszystkie jego układy umieszczono we wspólnej obudowie.

### 5. Wyniki pomiarów i ich ocena

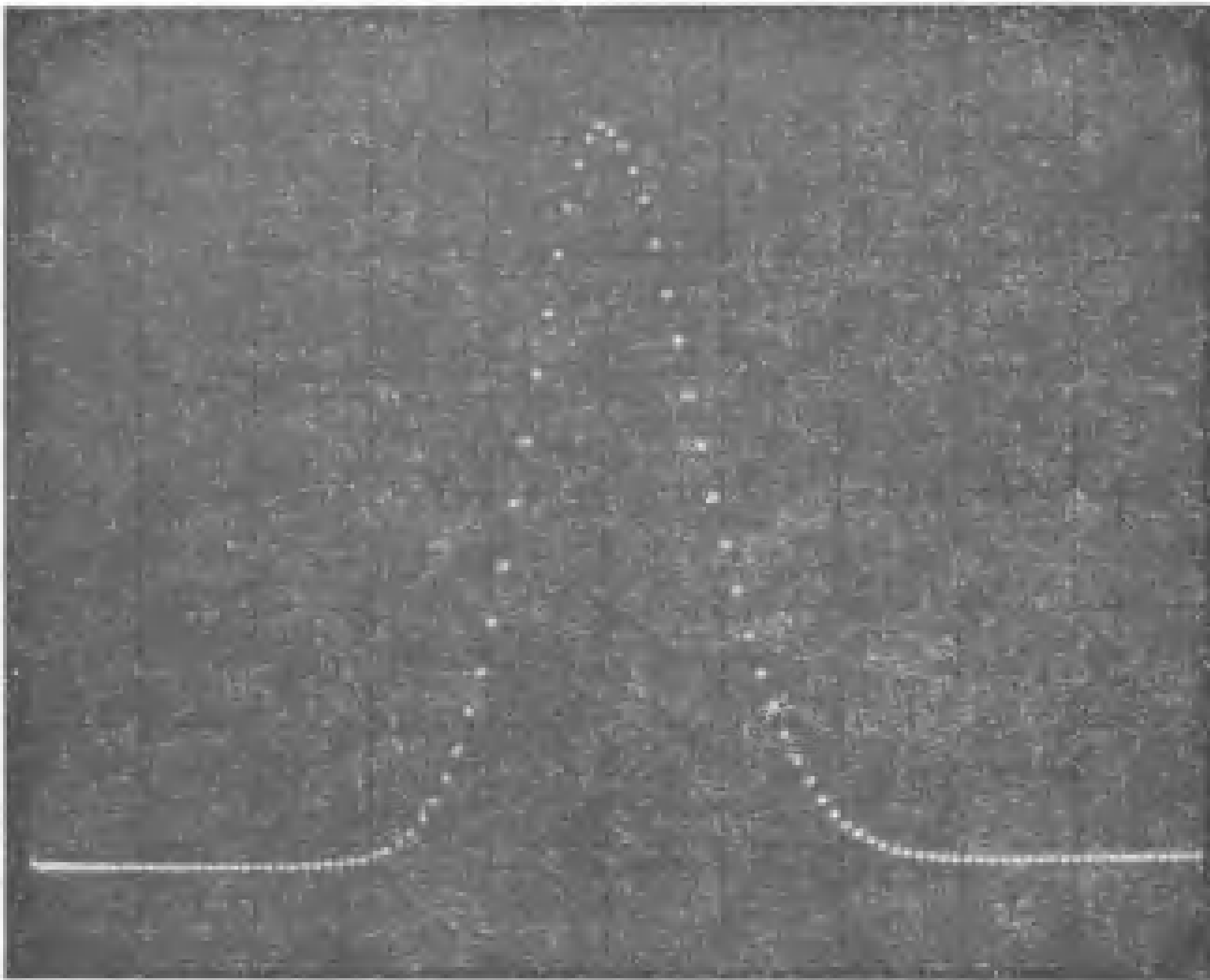
Pomiary były przeprowadzone przy użyciu korelatora typ 3721 A i analizatora widma typ 3720 A firmy Hewlett-Packard, a otrzymane wyniki przedstawiono na poniższych rysunkach.

Obrazy, które uzyskano z pomiarów potwierdzają założenia projektowe. Funkcja korelacji spełnia zależność (1), gęstość widma mocy zależność (3), funkcja gęstości prawdopodobieństwa zależność (6), a dystrybuanta wzór (7). Dodatkowo przetestowano hipotezę o normalności rozkładu dla wygenerowanego szumu. W tym celu dystrybuantę empiryczną /rys. 11/  $S_n /x/$  naniesiono na siatkę rozkładu normalnego, gdzie linią ciągłą zaznaczono również dystrybuantę teoretyczną  $F /x/$ .

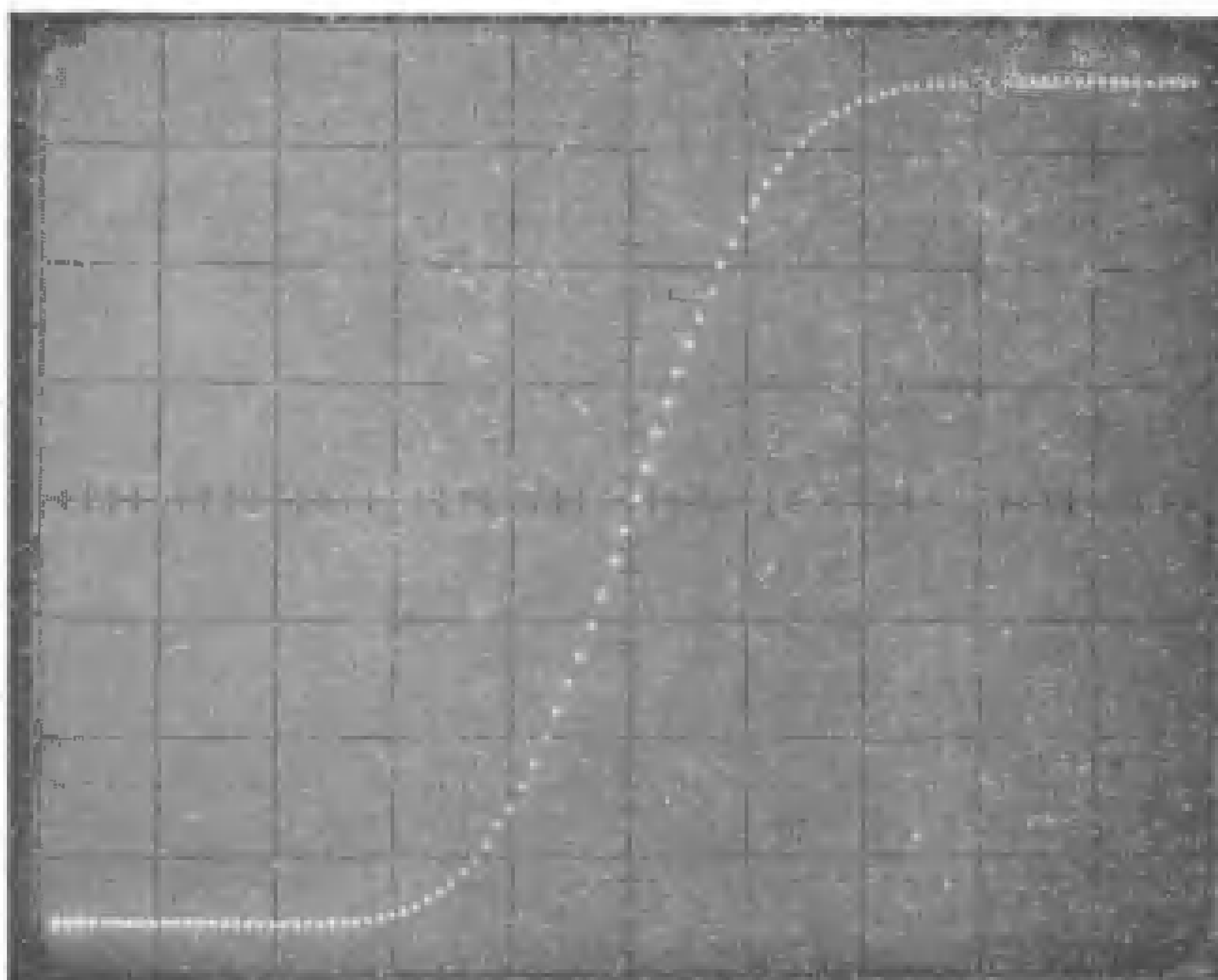




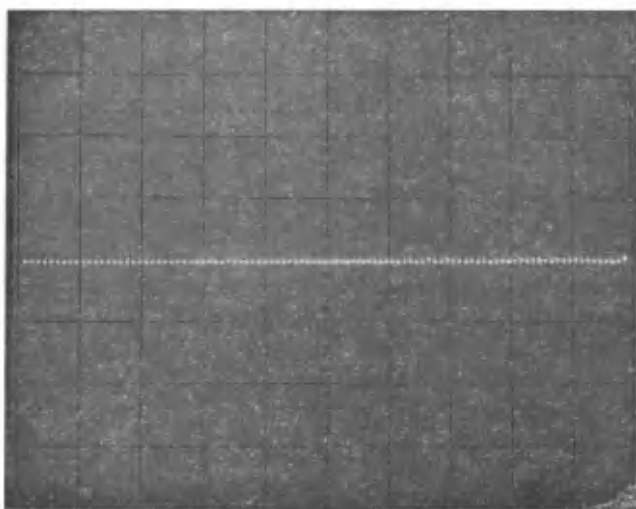
Rys. 2. Uproszczony schemat ideowy generatora



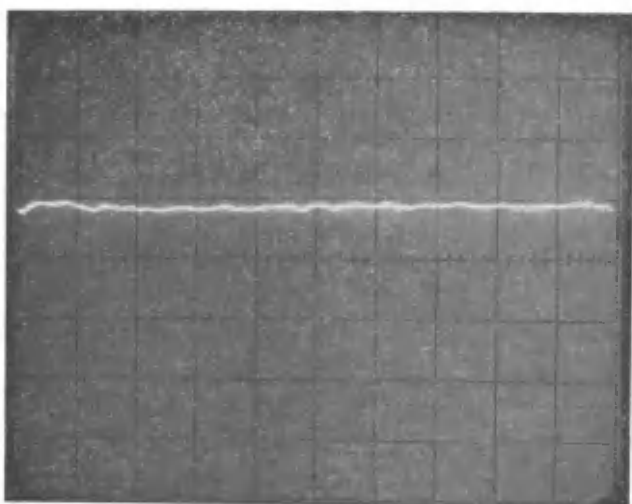
Rys. 3. Gęstość prawdopodobieństwa wartości chwilowych wygenerowanego szumu



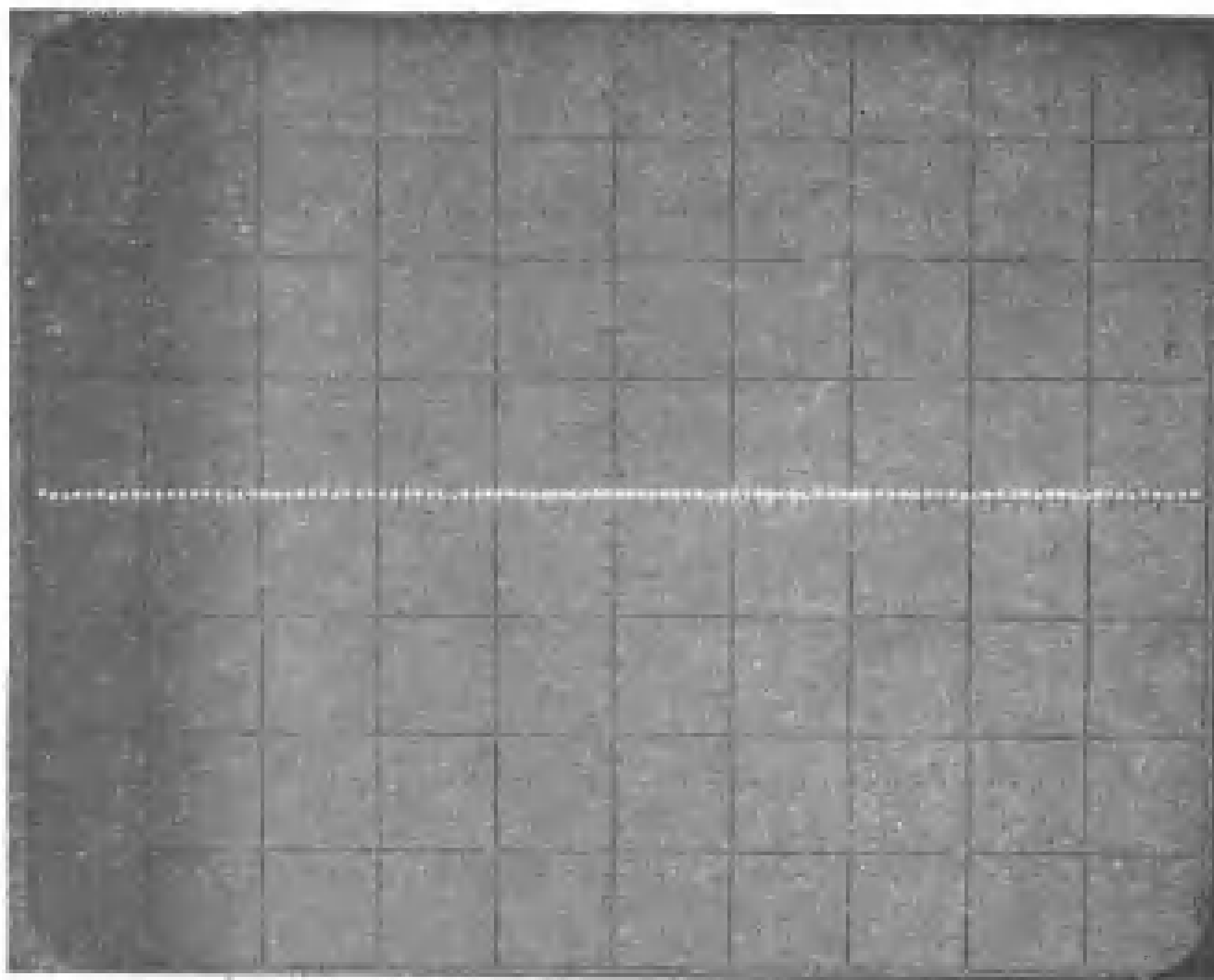
Rys. 4. Dystrybuanta wartości chwilowych wygenerowanego szumu



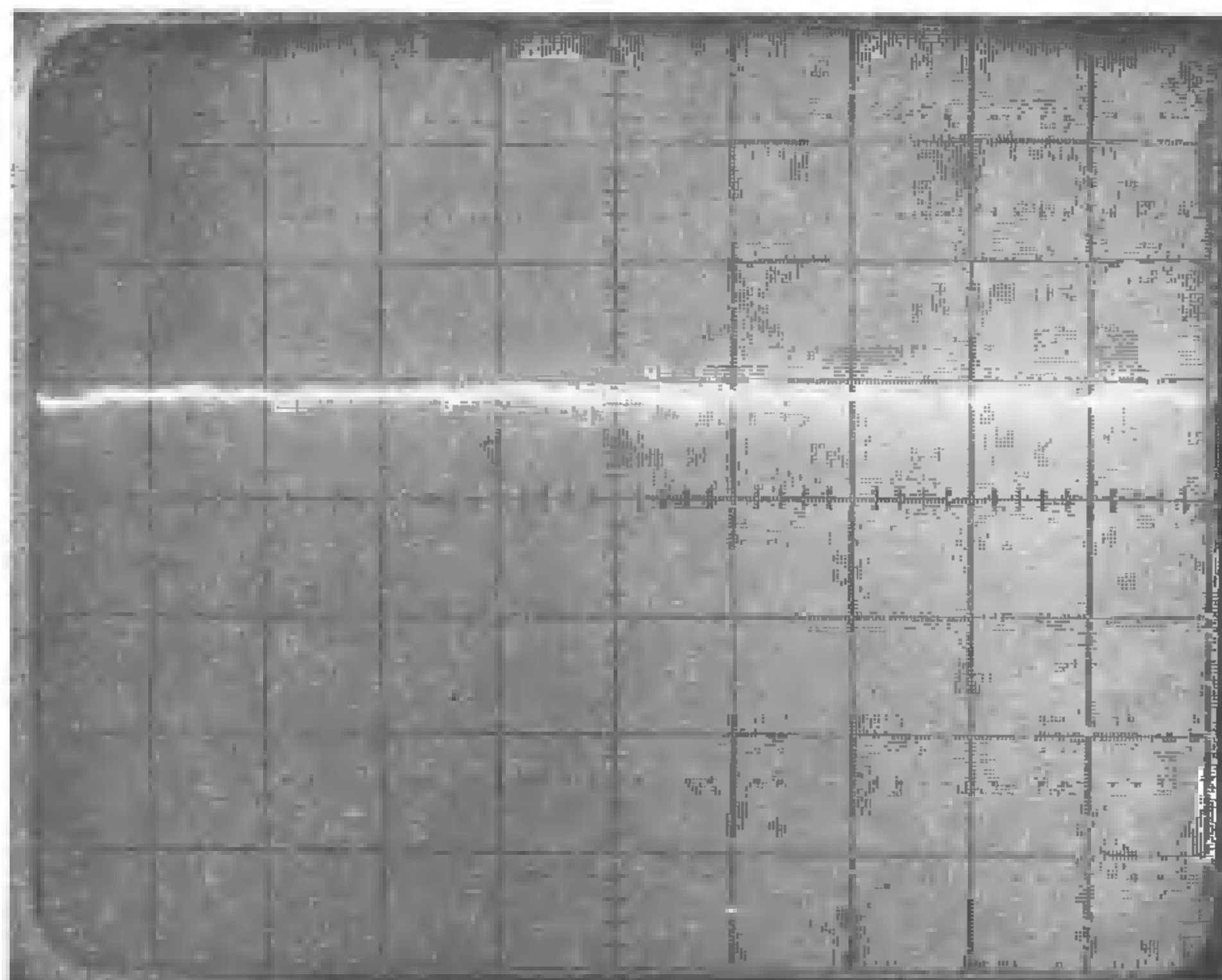
Rys. 5. Funkcja autokorelacji wygenerowanego szumu w zakresie 0 - 33,3 ms



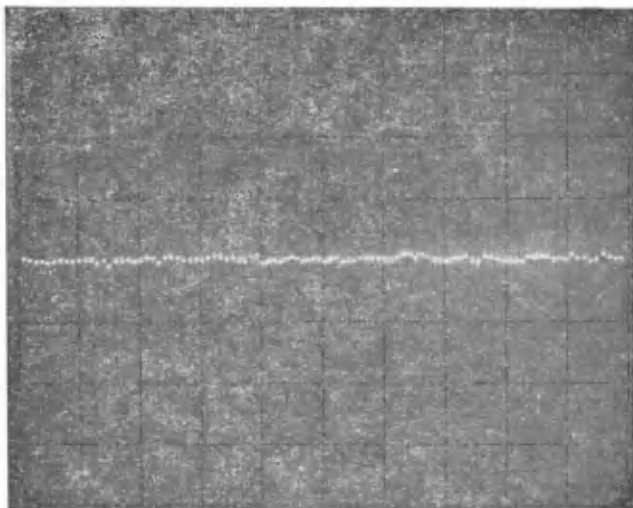
Rys. 6. Gęstość widma mocy wygenerowanego szumu w zakresie 0 - 15 kHz



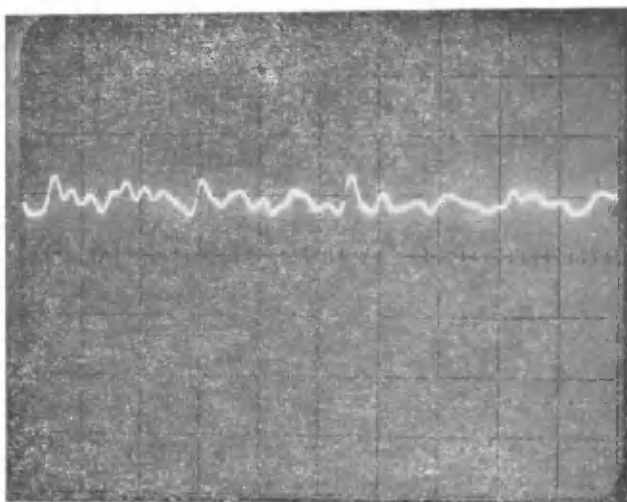
Rys. 7. Funkcja autokorelacji wygenerowanego szumu w zakresie 0 - 10 ms



Rys. 8. Gęstość widma mocy wygenerowanego szumu w zakresie 0 - 5 kHz

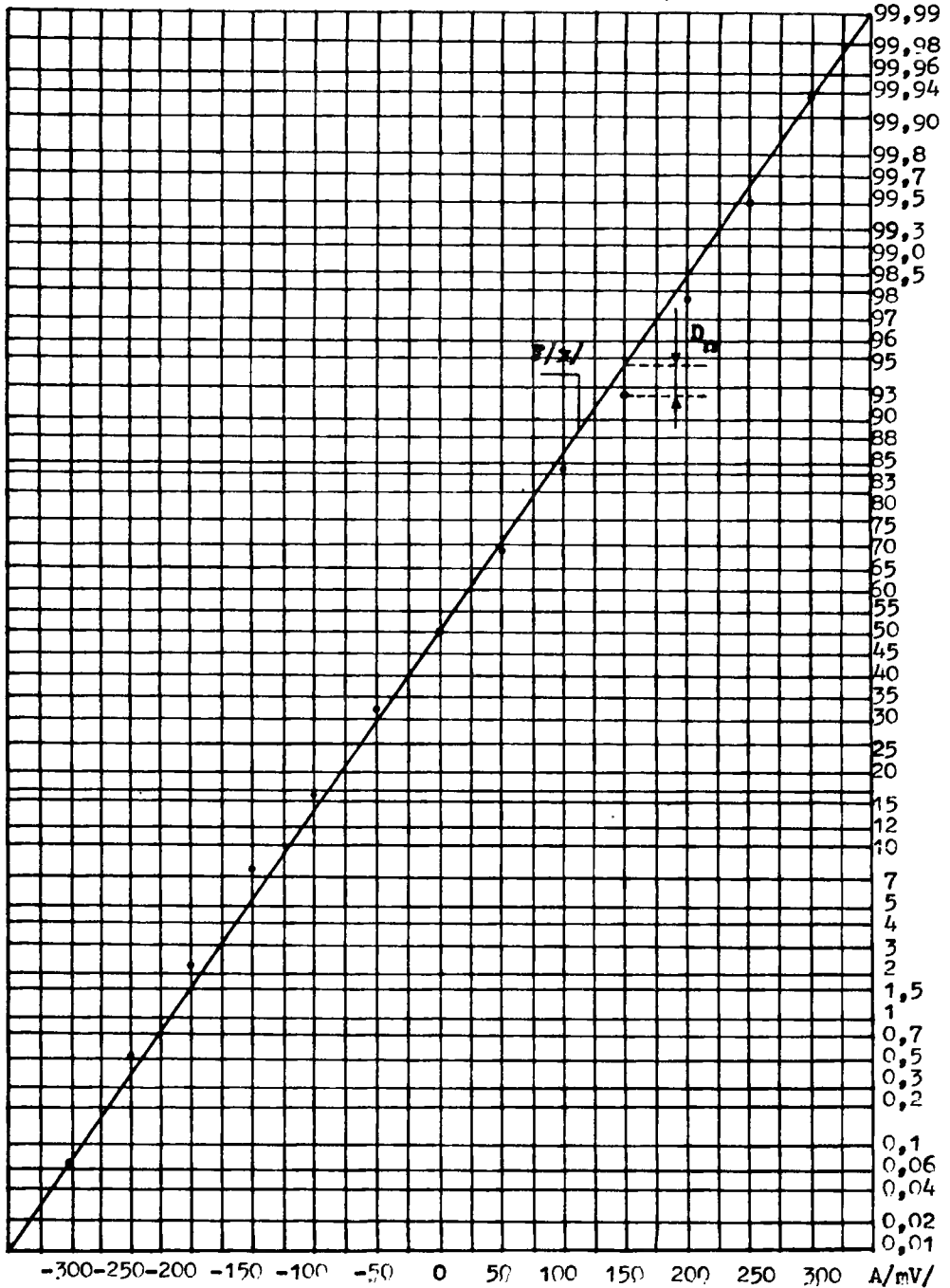


Rys. 9. Funkcja autokorelacji wygenerowanego szumu w zakresie 0 - 333 s



Rys. 10. Gęstość widma mocy wygenerowanego szumu w zakresie 0 - 15 Hz

## Siatka rozkładu normalnego



Rys. 11. Wykres dystrybucyj teoretycznej i empirycznej dla wygenerowanego szumu

Stworzono statystykę  $D_n$ , którą jest maksymalna różnica pomiędzy dystrybuantą empiryczną i teoretyczną

$$D_n = \sup_{-\infty < x < \infty} |S_n(x) - F(x)| \quad (9)$$

$S_n(x)$  - dystrybuanta empiryczna w próbie  $n$ -elementowej

$F(x)$  - dystrybuanta teoretyczna

W myśl twierdzenia Kołmogorowa [2] zachodzi dla  $\lambda > 0$  równość

$$\lim_{n \rightarrow \infty} Q_n(\lambda) = \lim_{n \rightarrow \infty} P(D_n < \lambda / \sqrt{n}) = Q(\lambda) \quad (10)$$

gdzie

$$Q(\lambda) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} (-1)^k e^{-2k^2 \lambda^2} \quad (11)$$

Wartość  $Q(\lambda)$  możemy znaleźć w odpowiednich tablicach rozkładu  $\lambda$  Kołmogorowa-Smirnowa [2].

Dla maksymalnej różnicy  $|S_n(x) - F(x)| = 0,018$  oraz dla  $n = 4096$  wyznaczono

$$\lambda = D_n \sqrt{n} = 1,15$$

Weryfikujemy hipotezę na poziomie istotności  $\alpha = 0,05$ .

Z tablicy rozkładu  $\lambda$  znajdujemy

$$P(D_n \sqrt{n} \geq \lambda) \cong 0,142 > 0,05 \quad (12)$$

Test ten nie prowadzi więc do odrzucenia hipotezy o normalności rozkładu wartości chwilowych uzyskanego procesu przypadkowego.

#### 4. Zakończenie

Generator przedstawiony w pracy przeznaczony jest do pomiarów czwórników elektrycznych o funkcjach przenoszenia z zakresu akustycznego przy wykorzystaniu korelatora i współpracującego z nim analizatora widma. Może być również wykorzystywany jako model źródła zakłóceń z zakresu akustycznego. W przyszłości przewiduje się rozbudowę generatora. Zamierza się zbudować losowy asynchroniczny i synchroniczny generator sygnałów telegraficznych.

#### Literatura

1. Sobczak W.: Metody statystyczne w elektronice. NT , Warszawa 1971.
2. Fisz M.: Rachunek prawdopodobieństwa i statystyka matematyczna. PWN, Warszawa 1969.
3. Kulka Zb.: Nadachowski M.: Liniowe układy scalone i ich zastosowanie. Ośrodek Informacji o Energii Jądrowej, Warszawa 1973.

#### A MODEL OF THE WHITE NOISE GENERATOR

##### Summary

The author describes the circuit of a constructed white noise generator which produces a random continuous signal of standard distribution and of a RMS amplitude 0,1v. The signal obtained has a constant spectral density within frequency range 0-15 kHz.



МОДЕЛЬ ГАУССОВСКОГО ГЕНЕРАТОРА БЕЛОГО ШУМА  
НА ДИАПАЗОН АКУСТИЧЕСКИХ ЧАСТОТ И ЕГО  
ХАРАКТЕРИСТИКИ

Резюме

Описана реализованная схема белого шума. Он генерирует непрерывный случайный сигнал нормального распределения со средней мощностью 0,1 В. Полученный сигнал имеет постоянную спектральную плотность в диапазоне частот от 0 ÷ 15 кГц.

Andrzej Kamiński

STATYSTYCZNA OCENA TRWAŁOŚCI ZESTYKÓW ŚLIZGOWYCH  
STOSOWANYCH W ZESPOŁACH KOMUTACYJNYCH

W niniejszej pracy podjęto próbę statystycznej oceny trwałości zestyków ślizgowych stosowanych w zespołach komutacyjnych, wchodzących w skład podstawowego wyposażenia telefonicznych central systemu biegowego.

Oceny dokonano na podstawie wyników badań laboratoryjnych dziesięciu wybieraków podnosząco-obrotowych. Za kryterium trwałości przyjęto rezystancję przejścia zestyku.

Rozrzut rezystancji przejścia oceniony został na podstawie wyznaczonej dystrybuanty empirycznej.

## 1. Wstęp

Jedną z istotnych wad telefonicznych central systemu biegowego jest stosunkowo niska jakość transmisji wynikająca z obecności dużej liczby zestyków ślizgowych w obwodach fonicznych. Problem staje się szczególnie istotny w związku z prowadzoną aktualnie dynamiczną rozbudową ilościową i terytorialną telefonicznych sieci miejscowych i okręgowych, a także ze względu na możliwość realizacji w coraz większym stopniu połączeń między-miastowych na drodze pełnoautomatycznej. Niska jakość transmisji wynika przede wszystkim stąd, że stosowane zestyki ślizgowe wykonane są z konieczności z materiałów nieszlachetnych, w większym stopniu podatnych na chemiczne oddziaływanie składników otaczającej atmosfery oraz z samego charakteru pracy tych zestyków, w wyniku czego następuje stopniowe mechaniczne ich zużycie.

Jak wykazały badania [1, 2], ścieranie się współpracujących styczek w powiązaniu z powstającymi na ich powierzchni warstwami obcymi, pochodzenia organicznego lub nieorganicznego, ma is-

totny wpływ na rezystancję przejścia takiego zestyku, a co za tym idzie, na znaczne zwiększenie poziomu szumów wnoszonych do obwodu rozmównego.

## 2. Metoda oceny trwałości

Trwałość zestyku wyrazić można liczbą poprawnych jego łączeń. Do oceny trwałości zestyku konieczne jest więc określenie pojęcia poprawnego łączenia, które może być oparte na różnych kryteriach. Najdogodniejszym kryterium przy ocenie trwałości zestyku jest rezystancja przejścia  $R$ . Można więc przyjąć, że zestyk łączy poprawnie, gdy jego rezystancja  $R$  w stanie zwarcia jest mniejsza od pewnej granicznej rezystancji  $R_g$ , wymaganej dla danego obwodu. Rodzaj obwodu jest w tym przypadku bardzo istotny. I tak np. odpowiedni wzrost rezystancji przejścia  $R$  zestyku znajdującego się w obwodzie rozmównym poza określoną wartością  $R_g$  spowoduje obniżenie się jakości transmisji. Natomiast taki sam wzrost rezystancji przejścia  $R$  w układach sterujących może nie mieć praktycznie żadnego znaczenia.

Ponieważ zmienność rezystancji przejścia  $R$  ma charakter losowy, do oceny trwałości zestyków wykorzystać można metodę probabilistyczną, w której  $R$  jest zmienną losową  $X$ . W tym celu zakres pomiarowy rezystancji przejścia  $R$  podzielono na  $m$  przedziałów jednakowych  $\Delta R$ .

Jeżeli przyjąć, że  $x_i / i = 1, 2, \dots, m/$  oznacza liczbę wyników pomiarów zawartych w  $i$  - tym przedziale jednostkowym  $\Delta R$ , a  $n$  całkowitą liczbę pomiarów badanej próbki wybieraków, to prawdopodobieństwo  $p_i$  trafienia mierzonej rezystancji zestyku  $R$  do  $i$ -tego przedziału wynosi:

$$p_i = \frac{x_i}{n} \quad (1)$$

Odpowiednio dystrybuantę empiryczną  $F_x/R/$  wyznaczyć można ze

wzoru:

$$F_x/R/ = P/X < R/ = \sum_{i=1}^m p_i \quad (2)$$

Wyznaczona w ten sposób dystrybuanta empiryczna  $F_x/R/$  daje obraz rozrzutu rezystancji przejścia  $R$  mierzonych zestyków.

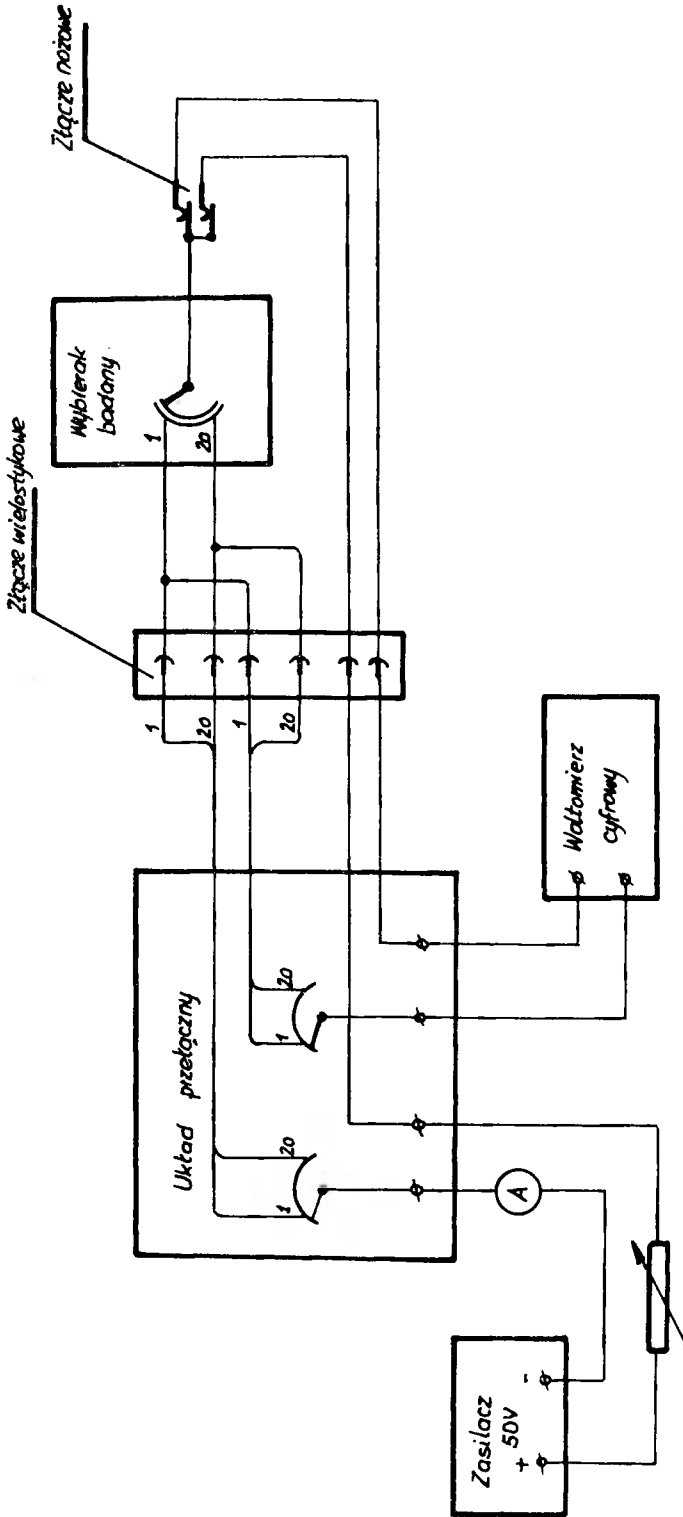
### 3. Warunki pomiarów

W celu dokonania oceny trwałości zestyków ślizgowych stosowanych w telefonicznych centralach systemu Strowgera, poddano badaniom laboratoryjnym próbkę złożoną z dziesięciu wybieraków podnosząco-obrotowych typu 32 AB, pracujących na typowym stojaku szukaczy liniowych SL<sup>1/</sup>.

Pomiary rezystancji przejścia  $R$  zestyków ślizgowych prowadzone były w warunkach statycznych i dynamicznych, okresowo co przyjętą liczbę łączy  $N$  szczotek z wycinkami stykowymi pół. Za warunki statyczne przyjęto uważać stan, w którym badany wybierak jest poza wpływem mechanicznych zakłóceń wywołujących drgania ramy stojaka. Za warunki dynamiczne przyjęto uważać stan, w którym badany wybierak znajduje się pod wpływem mechanicznych zakłóceń wnoszonych przez powtarzające się działanie sąsiadującego z nim drugiego wybieraka, sterowanego ciągiem impulsów o częstotliwości 10 Hz. Układ pomiarowy pokazano na rysunku 1.

Tok postępowania w czasie pomiarów był następujący: mechanicznie ustawiono szczotki badanego wybieraka na określonym poziomie /poziom raz ustalony dla całego zakresu łączy/. Przez krótkotrwałe zamknięcie obwodu elektromagnesu obrotowego wybieraka

<sup>1/</sup> Badania trwałości zestyków ślizgowych stanowiły część szerszego programu, obejmującego badania trwałości wybieraków jako całości.



Rys. 1 Układ pomiarowy statycznej i dynamicznej rezystancji przejścia zestyków ślizgowych stosowanych w wybierakach podnosząco-obrotowych

spowodowano przesunięcie szczotek na żądany wycinek pola. Po ustawieniu prądu w obwodzie  $I = 100 \text{ mA}$ , dokonano odczytu mierzonej wartości  $R \left[ \text{m} \Omega \right]$ . Ze względu na zmienność wskazań woltomierza cyfrowego, za wynik końcowy przyjmowano średnią arytmetyczną z pięciu kolejnych odczytów. Podobnie postępowano przy pomiarach rezystancji przejścia  $R$  dla następnych wycinków górnego i dolnego pola badanego oraz następnych wybieraków.

W okresie badań szczotki wybieraków podlegały sprawdzeniu i regulacji zgodnie z wymaganiami obowiązujących norm.

#### 4. Wyniki badań

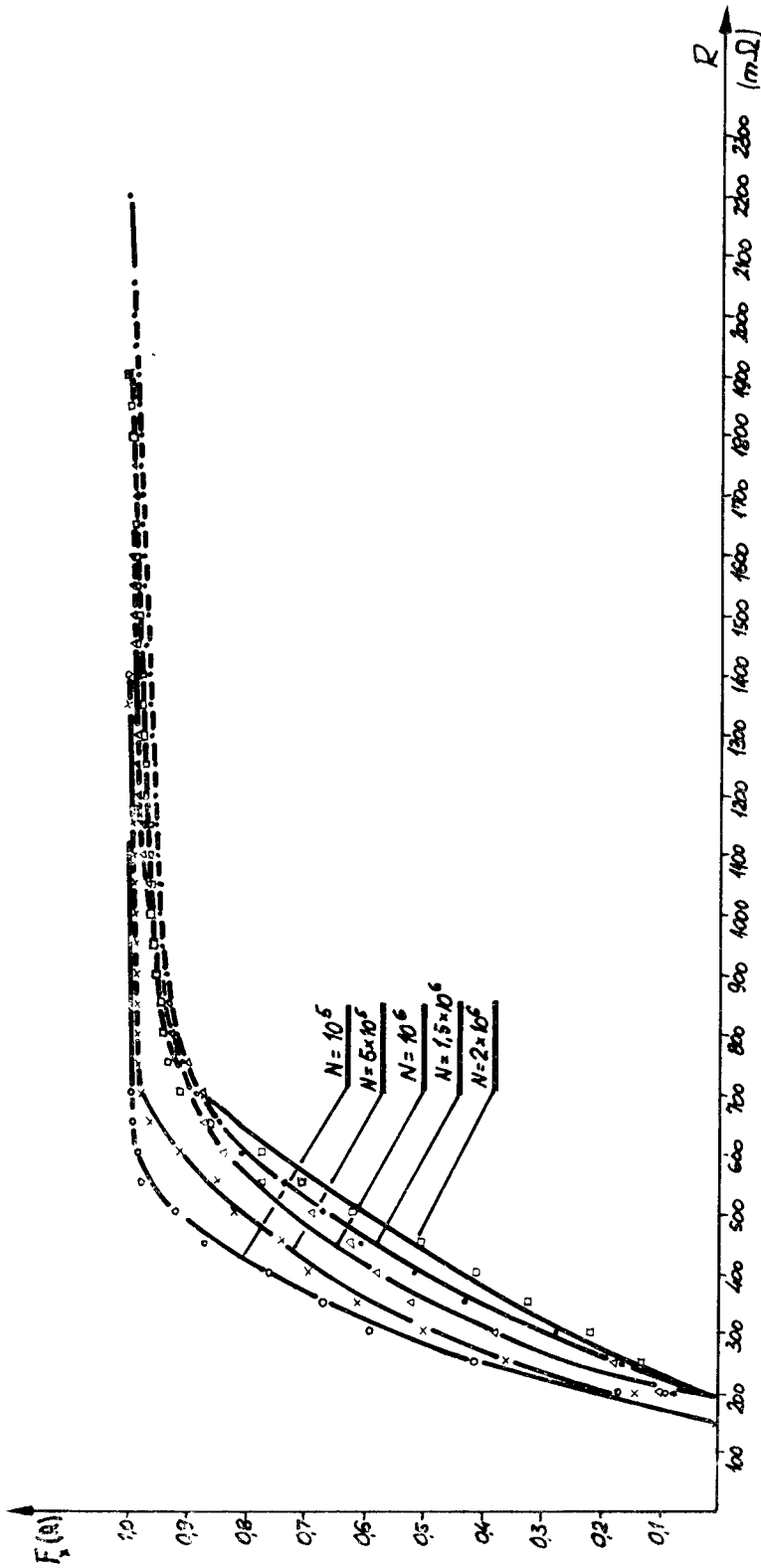
Na podstawie otrzymanych wyników pomiarów, w oparciu o wzory /1/ i /2/, wyznaczono odpowiednio prawdopodobieństwo  $p_i$  oraz dystrybuantę empiryczną  $F_x/R/$  dla poszczególnych zakresów liczby łączy  $N$  badanych zestyków. W obliczeniach przyjęto przedział jednostkowy  $\Delta R = 50 \text{ m} \Omega$ .

W badanej próbie wybieraków dla każdego  $N$ , całkowita liczba pomiarów  $n = 200$ .

Ze względu na otrzymany w ten sposób obszerny materiał statystyczny, w niniejszej pracy zamieszczono jedynie przykładowe opracowanie wyników pomiarów i obliczeń. W tabelicy 1 zestawiono wyniki obliczeń prawdopodobieństwa  $p_i$  oraz dystrybuantę  $F_x/R/$  średniej rezystancji przejścia  $R$  ze styków ślizgowych mierzonej w warunkach statycznych i dynamicznych dla  $N = 10^5$ . Na rysunkach 2 i 3 przedstawiono wykresy zmian dystrybuanty empirycznej  $F_x/R/$  średniej rezystancji przejścia  $R$  zestyków mierzonej w warunkach statycznych i dynamicznych dla kilku wartości  $N$ .

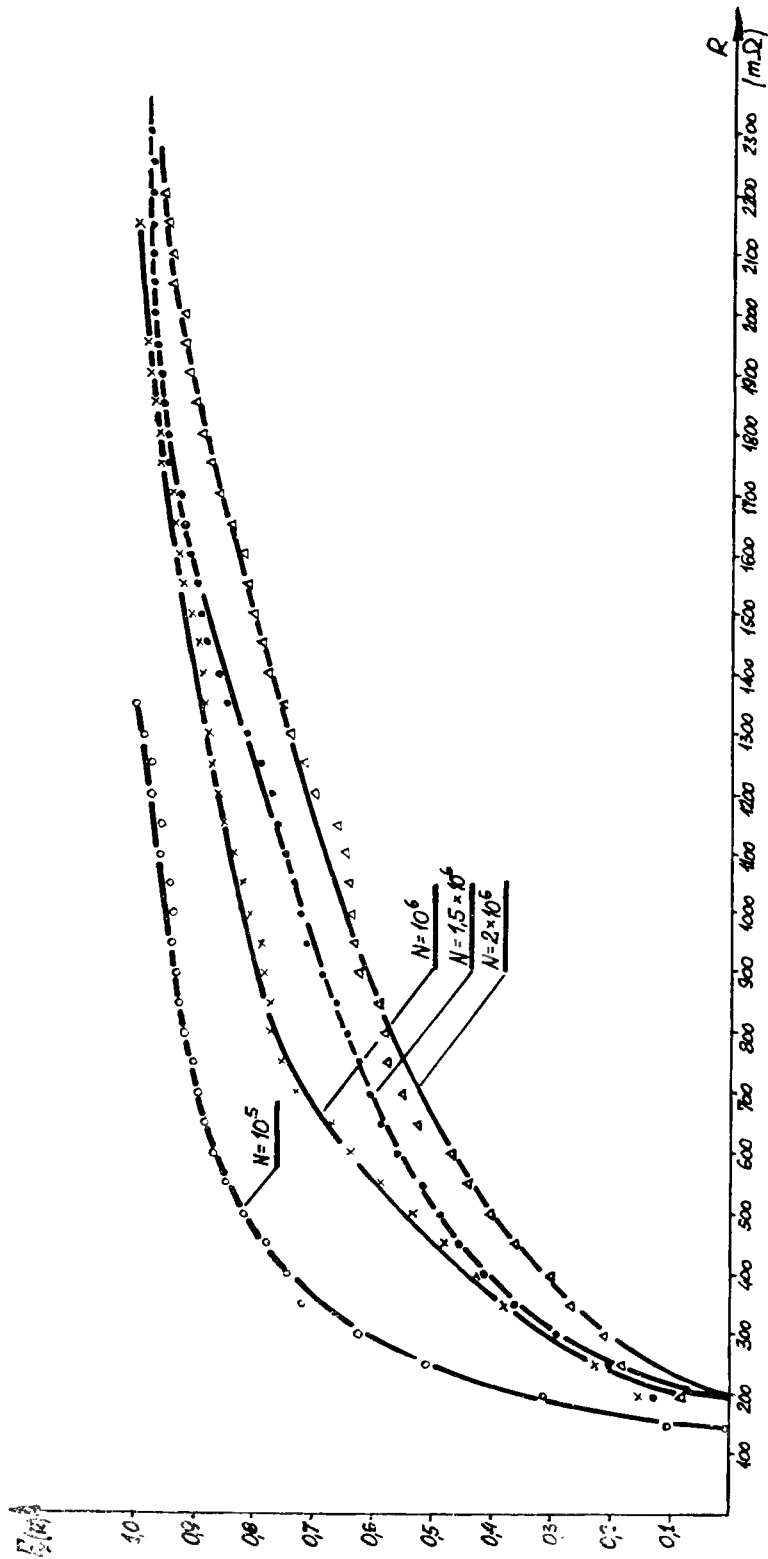
Tablica 1

i	$\Delta R$ /m Ω /	N = 10 <sup>5</sup>					
		Warunki statyczne			Warunki dynamiczne		
		x <sub>i</sub>	p <sub>i</sub>	F <sub>x</sub> /R/	x <sub>i</sub>	p <sub>i</sub>	F <sub>x</sub> /R/
1	100-194,9	3	0,015	0,015	21	0,105	0,105
2	150-199,9	31	0,155	0,170	42	0,210	0,315
3	200-249,9	48	0,240	0,410	39	0,195	0,510
4	250-299,9	36	0,180	0,590	23	0,115	0,625
5	300-349,9	16	0,080	0,670	19	0,095	0,720
6	350-399,9	19	0,095	0,765	5	0,025	0,745
7	400-449,9	21	0,105	0,870	7	0,035	0,780
8	450-499,9	10	0,050	0,920	8	0,040	0,820
9	500-549,9	12	0,060	0,980	6	0,030	0,850
10	550-599,9	1	0,005	0,985	4	0,020	0,870
11	600-649,9	2	0,010	0,995	1	0,005	0,875
12	650-699,9	0	0,000	0,995	3	0,015	0,890
13	700-749,9	0	0,000	0,995	3	0,015	0,905
14	750-799,9	0	0,000	0,995	3	0,015	0,920
15	800-849,9	0	0,000	0,995	2	0,010	0,930
16	850-899,9	0	0,000	0,995	1	0,005	0,935
17	900-949,9	0	0,000	0,995	1	0,005	0,940
18	950-999,9	0	0,000	0,995	0	0,000	0,940
19	1000-1049,9	0	0,000	0,995	1	0,005	0,945
20	1050-1099,9	0	0,000	0,995	3	0,015	0,960
21	1100-1149,9	0	0,000	0,995	0	0,000	0,960
22	1150-1199,9	0	0,000	0,995	3	0,015	0,975
23	1200-1249,9	0	0,000	0,995	3	0,015	0,975
24	1250-1299,9	0	0,000	0,995	3	0,015	0,990
25	1300-1349,9	0	0,000	0,995	2	0,010	1,000
26	1350-1399,9	1	0,005	1,000	-	-	-



Rys. 2 Wykres zmian dystrybuanty empirycznej  $F_x/R$  / średniej rezystancji przejścia zestyków mierzonej w warunkach statycznych





Rys. 3 Wykres zmian dystrybuanty empirycznej  $F/R$ / średniej rezystancji przejścia zestyków mierzonej w warunkach dynamicznych

## 5. Wnioski

Z wykresu na rysunku 2 wynika, że im bardziej stroma jest dystrybuanta  $F_x/R/$ , tym mniej zmienia się rezystancja przejścia  $R$  badanych zestyków i bliższa jest wartości początkowej, a więc poziom szumów wnoszonych do obwodu rozmównego przez taki zestyk jest stosunkowo mały.

Ze wzrostem liczby łączy  $N$  obliczona dystrybuanta  $F_x/R/$  ma przebieg coraz mniej stromy, co świadczy o stopniowym pogarszaniu się zestyku w badanym zakresie łączy.

Istotny wpływ na przebieg dystrybuanty  $F_x/R/$ , a tym samym na zmianę rezystancji przejścia  $R$  przy ślizgowym ruchu szczotek w polu stykowym wybieraka ma powtarzające się działanie podobnych sąsiednich wybieraków.

Jak wynika z wykresu na rysunku 3, przebieg dystrybuanty  $F_x/R/$  jest w tym przypadku stosunkowo łagodny. Zestyk ślizgowy znajdujący się w takich warunkach charakteryzuje się zmienną rezystancją przejścia  $R$  w szerokim zakresie, a tym samym staje się źródłem szumów i trzasków znacznie obniżających jakość transmisji.

Z przedstawionych wyników badań i obliczeń wynika, że stan taki powstaje już po stosunkowo niewielkiej liczbie łączy  $N$ .

## Literatura

1. Miłkowska M.: Zestyki elektryczne w telekomunikacji, WNT Warszawa 1970 r.
2. Stolarz S.: Materiały na styki elektryczne, WNT Warszawa 1968 r.

## THE ESTIMATION OF SLIDING CONTACTS DURABILITY IN COMMUTATION DEVICES

### Summary

In this paper there has been made an attempt at estimating

the statistical durability of sliding contacts applied in commutation devices which are the basic equipment of automatic step-by-step exchange. This estimation has been based on the results of laboratory investigations of ten two-motion selectors.

As the criterion of durability there has been taken into account the contact resistance which should not be greater than the desirable value.

The dispersion of the contact resistance has been estimated on the basis of empirical cumulative distribution function.

СТАТИЧЕСКАЯ ОЦЕНКА ДОЛГОВЕЧНОСТИ СКОЛЬЗЯЩИХ  
КОНТАКТОВ ПРИМЕНЯЕМЫХ В КОММУТАЦИОННЫХ  
ПРИБОРАХ

Резюме

В статье предпринята попытка статистической оценки долговечности скользящих контактов применяемых в коммутационных приборах декадно-шаговых АТС. Оценка осуществлена на основе полученных результатов лабораторных исследований десяти декадно-шаговых искателей. Критерием долговечности принято переходное сопротивление контактов, которое не должно превышать требуемого значения. Рассеивание переходного сопротивления было оценено на основе полученной эмпирической функции распределения.

Wojciech Sobczak

## OCENA JAKOŚCI SYSTEMÓW WIELODOSTĘPOWYCH

Praca zawiera zestawienie najważniejszych wyników autora w zakresie oceny jakości różnych modeli systemów wielodostępowych /systemy ze zwielokrotnieniem centralnym, dwuetapowym oraz ze sprzężeniem zwrotnym/. Rozważaniami objęto zarówno systemy służące przekazywaniu informacji analogowych oraz cyfrowych. Uwzględniono wpływ zakłóceń zewnętrznych jak i interferencje sygnałów wysyłanych przez różne nadajniki. Jako kryteria jakości przyjęto dla systemów analogowych błędy średnio-kwadratowe, zaś dla systemów cyfrowych średnie prawdopodobieństwa błędnego odtworzenia nadawanych informacji.

### 1. Wstęp

#### 1.1. Ogólne uwagi o kanałach przesyłania informacji z wielu źródeł

Wykorzystanie wspólnego kanału do przesyłania informacji z wielu źródeł odgrywa od dawna zasadniczą rolę w systemach telefonicznych, telegraficznych i systemach transmisji danych. Wspólnymi kanałami, przez które przesyła się informacje są w tych przypadkach tory przewodowe i kanały radiowe. Tradycyjna sieć telefoniczna wielokońcówkowa ciągle się rozwija, powstaje sieć wielokońcówkowa dla transmisji danych. Wzrasta zapotrzebowanie na nowe kanały co znajduje potwierdzenie w rozwoju kabli współosiowych, radiolinii i falowodów. W komunikacji dalekosiężnej zasadniczą rolę zaczynają odgrywać systemy wykorzystujące stacje przekaźnikowe umieszczone na sztucznych satelitach. Dzięki dużej wysokości /około 36 000 km/, na której umieszczone są satelity telekomunikacyjne istnieje możliwość przesyłania informacji pomiędzy obiektami naziemnymi rozmieszczonymi w odległości przekraczającej 13 000 km. Wynika stąd dodatkowo, że liczba obsługujących przez satelitę stacji naziemnych może być duża /od kilkunastu-

ciu w chwili obecnej do rzędu setek, a nawet tysiący w niedalekiej przyszłości/.

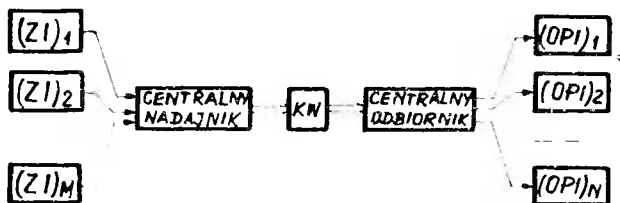
Obok wymienionych przyczyn, wpływ na rozwój kanałów przesyłania informacji z wielu źródeł mają nowe osiągnięcia w zakresie technologii układów cyfrowych. Rozwój techniki komputerowej spowodował pojawienie się z jednej strony nowych wymagań stawianych systemom przesyłania informacji, z drugiej strony zaś stworzył nowe możliwości udoskonalenia tych systemów. Duża moc obliczeniowa współczesnych MC umożliwia realizację złożonych algorytmów obróbki sygnałów. Szereg rozwiązań zagadnień optymalizacji nadawania i odbioru sygnałów, które do niedawna uważano jako jedynie pewne oszacowania teoretyczne kresów górnych możliwości przesyłania informacji, może dzięki temu wejść w stadium realizacji bez uszczerbku dla właściwych zadań wykonywanych przez MC.

Efektywne wykorzystanie potencjału systemów obliczeniowych jest możliwe przy jednoczesnym zapewnieniu systemów przesyłania informacji z dostatecznie dużą prędkością i wysoką jakością transmisji. Wymagania takie muszą spełniać zarówno systemy przesyłania informacji cyfrowych od użytkowników do MC jak systemy łączności między komputerami wykonującymi wspólne zadanie.

Dotychczasowe osiągnięcia w zakresie budowy kabli współosiowych, radiolinii, falowodów i łączny satelitarnych prowadzą do kanałów o coraz większej przepustowości. Zmniejsza się koszt przypadający na jednostkę przepustowości. Jak wynika np. z pracy Boag'a /The design and planning of the main transmission network Post Off Elektr. Rng. J. Engl., vol. 64 /1972/ Pt 1, April, str. 16-21/ zmniejszenie kosztów na przestrzeni dziesięciu lat wynosi od 20 procent /w latach 1965 - 75/ do 30 procent /w latach 1955-65/. Analiza wymagań dotyczących szybkości przesyłania informacji w większości systemów telekomunikacyjnych pozwala stwierdzić, że wymagane szybkości są znacznie mniejsze od przepustowości współczesnych kanałów. W takiej sytuacji pozostaje stale aktualne, dodatkowo podyktowane względami ekonomicznymi, zagadnienie wykorzystania jednego wspólnego kanału przez wielu użytkowników.

## 1.2. Podstawowe pojęcia

Systemy, w których dla przesyłania informacji z wielu źródeł wykorzystywany jest jeden wspólny kanał nazywać będziemy systemami wielodostępowymi. Stosując terminologię teorii badań operacyjnych można powiedzieć, że jeżeli sygnały jakie mogą być przesyłane przez wspólny kanał potraktowane zostaną jako resursy, wówczas problem wielodostępowości staje się problemem rozdziału resursów. Zbiór sygnałów, które mogą być przesyłane przez wspólny kanał jest dzielony na podzbiory przydzielane poszczególnym źródłom informacji. Przykładem mogą być podkanały częstotliwościowe lub czasowe. Tworzenie podkanałów będziemy nazywali zwielokrotnieniem. Regułą przyporządkowania podkanałów źródłom nazwiemy regułą dostępu. Jednym z podstawowych zagadnień przy projektowaniu systemów jest zagadnienie doboru sygnałów przesyłanych przez wspólny kanał. Jeśli źródła informacji znajdują się dostatecznie blisko siebie wówczas informacje z poszczególnych źródeł mogą być przekazane do centralnego nadajnika gdzie wytworzony zostaje sygnał wprowadzony do wspólnego kanału. Tego rodzaju systemy noszą nazwę systemów ze zwielokrotnianiem centralnym /rys. 1/.

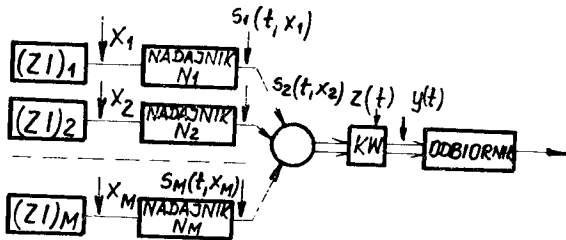


Rys. 1. Schemat blokowy systemów wielodostępowych ze zwielokrotnieniem centralnym, ZI - źródło informacji, KW - kanał wspólny, OPI - obiekt przeznaczenie informacji

Jeśli źródła informacji znajdują się w odległych od siebie miejscach /lub znajdują się w ruchu/, wówczas na ogół sygnał przesy-

zany przez wspólny kanał wytwarzany jest w dwu etapach. Z każdym źródłem związany jest indywidualny nadajnik mogący wysyłać tzw., sygnały składowe. Sygnały te nakładając się na siebie tworzą sygnał złożony, który jest przesyłany przez wspólny kanał.

Systemy wielodostępowe, w których wytwarzanie sygnału złożonego odbywa się w wymienionych dwu etapach nazwiemy systemami ze zwielokrotnieniem dwuetapowym. /rys. 2/.



Rys. 2. Struktura systemu ze zwielokrotnieniem dwuetapowym

Wśród sygnałów stosowanych w systemach ze zwielokrotnieniem dwuetapowym można wyróżnić dwa podstawowe rodzaje:

- a/ sygnały przenoszące informacje w strukturze amplitudowej,
- b/ sygnały przenoszące informacje w rozkładzie czasów przejść przez zero

W sygnałach pierwszego typu, przesyłana informacja istotnie wpływa na wartość chwilową, a w przypadku sygnałów pasmowych na amplitudę chwilową, czy też na amplitudę składowych cosinusoidalnych i sinusoidalnych. Przykładem sygnałów drugiego typu są sygnały wielkiej częstotliwości o różnorodnych obwiedniach, których faza lub częstotliwość uzależniona jest od informacji.

### 1.3. Stan aktualny teorii systemów wielodostępowych

Pomimo dużego zainteresowania systemami wielodostępowymi nie została dotychczas opracowana ogólna teoria optymalizacji takich

systemów. Dotychczasowe prace w tym zakresie mają charakter dość wąskich przyczynków opartych najczęściej na przesłankach typu heurystycznego. Najpełniejszy przegląd problematyki dotyczącej teorii systemów wielodostępowych zawarty jest w monografii [31]. Spośród innych prac o charakterze przeglądowym należy wymienić prace [3], [6], [21], [22], [27], [28], [46]. Niektórym aspektem teoretycznym o charakterze ogólnym poświęcone są artykuły Fultona [16] i Jelinka [20] zaś możliwości modelowania systemów wielodostępowych opisano w [7].

Problemem wyboru sygnałów w systemach wielodostępowych poświęcona jest praca Zadeha i Millera [48]. Własności sygnałów wyjściowych kanału wielodostępowego zależą zarówno od własności sygnałów nadawanych jak i własności kanałów.

Jakość decyzji podejmowanych na podstawie sygnałów odbieranych /sygnał wyjściowy kanału/ zależy w istotny sposób od stosunku sygnału do szumu. Podstawowe znaczenie ma również parametr charakteryzujący sprawność wykorzystania przepustowości [31].

Usystematyzowana analiza własności stosunku sygnału do szumu oraz sprawności wykorzystania przepustowości dla różnego typu sygnałów nadawanych oraz kanałów podana jest w monografii [31]. Spośród innych prac poświęconych temu zagadnieniu należy wymienić prace [4], [5], [8], [10], [18], [38 - 40] oraz [45].

Podstawowymi typami /z punktu widzenia rodzaju nadawanych sygnałów/ systemów wielodostępowych są systemy z rozdziałem częstotliwościowym, czasowym oraz z sygnałami kluczowania fazy. Ich rozwinięciem są systemy z sygnałami kluczowania czasowo - częstotliwościowego.

Jedną z zasadniczych trudności technicznych w systemach z rozdziałem częstotliwościowym jest praktyczne uzyskanie sygnałów ściśle ortogonalnych. Problemy te poruszono w pracach [11], [14] i [19].

Systemy z rozdziałem czasowym odgrywają poważną rolę przy wykorzystywaniu kanałów z ograniczeniem amplitudy, a zatem mogą być stosowane w przypadkach komunikacji za pośrednictwem sztucznych



satelitów. Opisy systemów wykorzystujących satelity INTELSAT I i INTELSAT IV podane są w pracach Gabbarda [17] oraz [24] - [26]. Przykład systemu z sygnałami kluczenia fazy omówiono w pracy [9].

Najbardziej znanym systemem z sygnałami kluczenia czasowo-częstotliwościowego jest system TATS opisany w pracy Drouilheta [15]. Podstawowymi metodami odbioru sygnałów w tego rodzaju systemach jest tzw. metoda koincydencyjna oraz metoda oparta na decyzjach większościowych. Badaniem jakości reguły koincydencyjnej zajmowano się w pracach Cheslera [12] i [13] oraz Sommera [41] - [44]. Oszacowania prawdopodobieństwa błędów decyzji dla reguł większościowych dało się uzyskać jedynie przy dość upraszczających założeniach. Wyniki zebrane są w pracach Reiffena [23] i Wittmana [47].

#### 1.4. Krótkie przedstawienie zakresu pracy

Mając na uwadze naszkicowany w poprzednim punkcie aktualny stan badań nad systemami wielodostępowymi, w pracy niniejszej podjęto próbę znalezienia rozwiązania niektórych problemów optymalizacyjnych takich systemów. W szczególności podano sposoby określenia jakości niektórych systemów optymalnych lub quasi optymalnych. Rozpatrzono przypadki, gdy przekazywane są informacje zarówno analogowe jak i cyfrowe.

Możliwość interferencji sygnałów pochodzących od różnych źródeł jak i możliwość występowania szumu zewnętrznego w kanale wielodostępowym uniemożliwiają dokładne odtwarzanie sygnałów nadawanych. Powstaje stąd zagadnienie optymalizacji odbioru sygnałów w systemach wielodostępowych. W odniesieniu do systemów, w których przekazywane są informacje mogące zmieniać się w sposób ciągły przyjęto jako kryterium jakości błędy średniokwadratowe. W systemach cyfrowych rolę kryterium odgrywa średnie prawdopodobieństwo błędu decyzji.

Rozdział drugi pracy poświęcony jest systemom analogowym tzn.

takim, w których przekazywane wiadomości mogą być wybierane ze zbiorów jednowymiarowych dających się przedstawić w postaci odcińka. Jak wspomnieliśmy poprzednio, jeżeli źródła informacji znajdują się dostatecznie blisko siebie, informacje wysyłane przez poszczególne źródła można przekazać do centralnego nadajnika i wytworzyć tam sygnał złożony. Takim systemom ze zwielokrotnianiem centralnym poświęcony jest punkt 2.1. Sformułowano tam ogólną metodę rozwiązania problemu optymalizacji odbiornika sygnałów przyjmując, że sygnały nadawane ulegają zniekształceniom powodowanym szumem zewnętrznym. Jako model zakłóceń przyjęto biały szum gaussowski. Ponadto podano metodę obliczania przybliżonych wartości błędów średnio kwadratowych decyzji.

Punkt 2.2 poświęcony jest optymalizacji systemów wielodostępowych ze zwielokrotnianiem dwuetapowym. Punkt ten obejmuje rozważania na temat jakości transmisji w optymalizowanych systemach synchronicznych. Podano metodę obliczenia jakości optymalnego systemu. Rozważania o charakterze ogólnym uzupełniono dokładniejszą analizą systemów, w których informacje przenoszone są w strukturze amplitudowej nadawanych sygnałów.

Rozdziały 3 i 4 obejmują rozważania dotyczące systemów cyfrowych. Otwartym systemom cyfrowym poświęcono rozdział 3. Ponieważ analiza przesyłania informacji cyfrowych w systemach wielodostępowych ze zwielokrotnianiem centralnym jest w zasadniczym stopniu podobna do analizy odnoszącej się do pojedynczego źródła informacji cyfrowych, w pracy niniejszej pominięto systemy cyfrowe ze zwielokrotnianiem centralnym. W odniesieniu do systemów ze zwielokrotnianiem dwuetapowym rozpatrzono krótko problem optymalizacji systemów synchronicznych. Podano sposób obliczania średniego prawdopodobieństwa błędu decyzji.

Rozdział 4 zawiera analizę systemów cyfrowych ze sprzężeniem zwrotnym. Wzajemne nakładanie się sygnałów wysyłanych przez różne nadajniki oraz szumu w kanale wielodostępowym powoduje, że nadawane sygnały ulegają zniekształceniom. Jeżeli nadany sygnał uległ zniekształceniom uniemożliwiającym odtworzenie nadanej

wiadomości, wówczas dzięki kanałowi sprzężenia zwrotnego można spowodować powtórne nadanie tej samej informacji. Procedura powtórnego nadawania wiadomości jest kontynuowana tak długo aż transmisja zakończy się sukcesem. Dopuszczenie możliwości wielokrotnego nadawania tej samej wiadomości powoduje wzrost obciążenia kanału wielodostępowego. W wyniku tego zwiększa się szansa wzajemnego zakłócenia nadawanych sygnałów. Wspomniane efekty powodują ograniczenie liczby źródeł informacji mogących korzystać z kanału wielodostępowego. W związku z powyższym wprowadzono pojęcie przepustowości kanału wielodostępowego jako pewnej miary charakteryzującej dopuszczalne obciążenie kanału. Przy dodatkowych założeniach wyznaczono zdefiniowaną wcześniej przepustowość uwzględniając szum w kanale wielodostępowym, interferencję nadawanych sygnałów oraz możliwość powstawania błędów w kanale sprzężenia zwrotnego. Podano dalej metodę znajdowania średniego prawdopodobieństwa błędnych decyzji w systemach ze sprzężeniem zwrotnym. W pierwszym z rozpatrywanych przypadków kanał wielodostępowy jest bezszumowy, a błędy transmisji powstają dzięki nakładaniu się sygnałów wysyłanych przez pozostałe nadajniki. Założono, że w badanym systemie stosowany jest kod umożliwiający wykrywanie i korekcję błędów elementarnych. Rozważono dwie sytuacje, gdy znana jest lub nie jest znana liczba czynnych źródeł informacji. Uwzględniono dodatkowo możliwość powstawania błędów decyzji w wyniku działania szumu w kanale wielodostępowym.

## 2. Systemy analogowe

### 2.1. Systemy ze zwielokrotnianiem centralnym

Struktura systemów wielodostępowych ze zwielokrotnianiem centralnym pokazana jest na rys. 1. Zakładamy - że mamy  $M$  źródeł informacji. Każde ze źródeł może wysłać wiadomość będącą elementem zbioru jednowymiarowego ciągłego t.j. dającego się przedstawić w postaci odcinka. Wiadomość wysłaną przez  $m$ -te źródło

informacji oznaczymy przez

$$x_m, x_m \in \langle x_{m_a}, x_{m_b} \rangle, \quad m = 1, 2, \dots, M.$$

Wiadomości przekazywane są do centralnego nadajnika gdzie przyporządkowany jest im sygnał  $s(t, x_1, x_2, \dots, x_M)$ . Sygnał ten po przejściu przez wspólny kanał /w skrócie KW/ dociera do centralnego odbiornika.

Zakładamy, że sygnał odebrany  $y(t)$  jest sumą sygnału nadanego  $s(t, x_1, x_2, \dots, x_M)$  oraz zakłócenia  $z(t)$ .

$$y(t) = s(t, x_1, x_2, \dots, x_M) + z(t) \quad (1)$$

Będziemy zakładali, że  $z(t)$  jest realizacją białego szumu gaussowskiego  $Z(t)$ . Zależność (1) oznacza, że rozpatrujemy przypadek gdy niezasumiony sygnał odebrany jest identyczny z sygnałem nadanym. Decyzje o nadanych wiadomościach są podejmowane w centralnym odbiorniku. Liczba obiektów przeznaczenia informacji może być w ogólności różna od liczby źródeł informacji. Zasadniczym celem jest znalezienie optymalnych reguł decyzyjnych odbioru i określenie ich jakości. Jako kryterium jakości odbioru przyjmuje się błędy średniokwadratowe decyzji. Przy określaniu optymalnych reguł decyzyjnych zasadniczą rolę odgrywa warunkowa gęstość prawdopodobieństwa wiadomości, przy warunku, że dany jest sygnał odebrany  $y(\cdot)$ . Powyższa gęstość prawdopodobieństwa może być wyrażona następująco:

$$p_x [x_1, x_2, \dots, x_M | y(\cdot)] = C p_y [y(\cdot) | x_1, x_2, \dots, x_M] \cdot p_x (x_1, x_2, \dots, x_M) \quad (2)$$

gdzie  $C$  oznacza stałą nie zależną od  $(x_1, x_2, \dots, x_M)$ .

$p_x (x_1, x_2, \dots, x_M)$  jest gęstością rozkładu a priori nadawanych wiadomości, zaś  $p_y [y(\cdot) | x_1, \dots, x_M]$  jest warunkową gęstością prawdopodobieństwa sygnałów odbieranych gdy ustalony jest zespół wiadomości nadanych. Jeśli nadawane wiadomości są statystycznie niezależne i mają rozkłady równomierne, wówczas z uwagi na gaussowski charakter addytywnych zakłóceń logarytm na-

turalny warunkowej gęstości prawdopodobieństwa (2) można przedstawić w postaci

$$\begin{aligned} & \int_{\mathbf{x}} p_{\mathbf{x}} [x_1, x_2, \dots, x_M | y(\cdot)] = \\ & = C'''' - \frac{1}{2S_0} \int_0^T [y(t) - s(t, x_1, x_2, \dots, x_M)]^2 dt \quad (3) \end{aligned}$$

Decyzje optymalne  $(x_1^*, x_2^*, \dots, x_M^*)$  są wiadomościami, dla których funkcja  $\int_{\mathbf{x}} p_{\mathbf{x}} [x_1, x_2, \dots, x_M | y(\cdot)]$  osiąga maksimum. Są one rozwiązaniami układu  $M$  równań

$$\frac{\partial}{\partial x_m} \left[ E(x_1, x_2, \dots, x_M) - 2 \int_0^T y(t) s(t, x_1, x_2, \dots, x_M) dt \right] = 0 \quad (4)$$

$$m = 1, 2, \dots, M$$

gdzie  $E(x_1, x_2, \dots, x_M)$  oznacza energię sygnału

$$s(t, x_1, x_2, \dots, x_M).$$

Jak wynika z tych równań, optymalne decyzje są funkcjami sygnału odebranego. Występuje tam bowiem całka oznaczona po okresie obserwacji z iloczynu sygnału odebranego oraz sygnału  $s(t, x_1, \dots, x_M)$ . Ponieważ sygnał odebrany jest realizacją procesu stochastycznego zaś optymalne decyzje są funkcjami sygnałów odbieranych, zatem są one zmiennymi losowymi. Oznaczmy je przez  $X_1^*, X_2^*, \dots, X_M^*$ .

Jak stwierdziliśmy poprzednio, optymalne decyzje są rozwiązaniami układu równań (4). Wyłania się problem wyznaczania jakości decyzji optymalnych t.j. wyznaczenie błędów średniokwadratowych. W pracy niniejszej zaproponowano metodę rekurencyjną, prowadzącą do wyników przybliżonych. Metoda ta pozwala uzyskiwać wartości błędów średniokwadratowych optymalnych decyzji z dowolną w zasadzie dokładnością. W miarę podnoszenia wymagań odnośnie dokładności wzrasta jednak dość szybko ilość obliczeń. Tak więc ilość obliczeń jest podstawowym czynnikiem ograniczającym praktycznie dokładność wyników.

Obliczanie błędów średniokwadratowych można podzielić na dwa

etapy. Najpierw obliczane są błędy średniokwadratowe dla dowolnie wybranego, ale ustalonego zespołu nadawanych wiadomości.

W drugim etapie, otrzymane wartości błędów należy uśrednić po całym zbiorze nadawanych wiadomości. Wynika stąd, że przy założeniu znajomości własności statystycznych nadawanych wiadomości, główne trudności obliczeniowe dotyczą etapu pierwszego. Niech

$(x_1, x_2, \dots, x_M)$  oznacza zespół  $M$  wybranych wiadomości. Do kanału jest wówczas wprowadzony sygnał  $s(t, x_1, x_2, \dots, x_M)$  zaś sygnał odebrany jest realizacją procesu stochastycznego

$$Y(t) = s(t, x_1, x_2, \dots, x_M) + Z(t) \quad (5)$$

Wobec powyższego, równania (4) po podstawieniu procesu stochastycznego (5) można sprowadzić do postaci

$$\int_0^T [s(t, x_1, \dots, x_M) - s(t, x_1', \dots, x_M')] \frac{\partial s(t, x_1, \dots, x_M)}{\partial x_m} dt = \\ = \int_0^T Z(t) \frac{\partial s(t, x_1, \dots, x_M)}{\partial x_m} dt \quad (6)$$

$$m = 1, 2, \dots, M$$

Po prawej stronie każdego z równań występuje określony funkcjo - nał szumu. Funkcjonały te są zmiennymi losowymi gaussowskimi. Rozwiązanie układu (6) daje się uzyskać jedynie przy upraszcza - jącym założeniu występowania małego szumu. Można wówczas przyjąć, że różnica między nadaną wiadomością a decyzją jest mała. Przy takim założeniu można rozwinąć w szeregi potęgowe obydwie strony równań (6). Otrzymujemy wówczas:

$$\sum_{i=1}^M D_{m,i} (x_i - x_i') + \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^M D_{m,ij} (x_i - x_i') (x_j - x_j') +$$

$$\sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^M \sum_{k=1}^M D_{m,ijk} (x_i - x_i') (x_j - x_j') (x_k - x_k') + \dots =$$

$$\begin{aligned}
 &= \sqrt{\frac{S_0}{B_{m,1:m,1}}} D_{m,m} \left[ V_m + \sum_{i=1}^M b_{m,i} V_{m,i} (x_i - x'_i) + \right. \\
 &+ \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^M b_{m,ij} V_{m,ij} (x_i - x'_i)(x_j - x'_j) + \\
 &+ \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^M \sum_{k=1}^M b_{m,ijk} V_{m,ijk} (x_i - x'_i)(x_j - x'_j)(x_k - x'_k) + \dots \\
 &\left. m = 1, 2, \dots, M \right] \quad (7)
 \end{aligned}$$

Występujące w powyższych równaniach współczynniki liczbowe  $D$  oraz  $b$  /wraz z odpowiednimi indeksami/ nie zależą od właściwości szumu, zaś zmienne losowe  $V$  /wraz z odpowiednimi indeksami/ są unormowanymi zmiennymi gaussowskimi. Jedynymi współczynnikami w równaniach (7), które zależą od szumu są współczynniki

$$\gamma_m = \sqrt{\frac{S_0}{B_{m,1:m,1}}} \quad (8)$$

$m = 1, 2, \dots, M$

gdzie  $S_0$  jest gęstością widma białego szumu. Ze wzoru powyższego wynika, że współczynniki  $\gamma_m$  maleją w miarę jak zmniejsza się szum. Parametry  $B_{m,1:m,1}$  występujące w mianownikach ułamków pod pierwiastkiem zależą od sposobu przyporządkowania sygnałów nadawanych wiadomościom. Przyporządkowanie jest tym lepsze im wartości parametrów  $B_{m,1:m,1}$  są większe. Parametry  $\gamma_m$  mogą zatem osiągać małą wartość w wyniku odpowiedniego przyporządkowania sygnałów nadawanych wiadomościom lub dla małego szumu zewnętrznego albo w przypadku gdy obydwa wymienione czynniki występują jednocześnie. Z uwagi na wcześniejsze założenie o małym szumie zewnętrznym w kanale, rozwiązania układu równań (7) mogą być przedstawione w postaci szeregu potęgowego parametrów  $\gamma_m$ . Ponieważ rozważania nasze dotyczą sytuacji, w której przyjmujemy małe wartości współczynników  $\gamma_m$ , zatem kolejne potęgi parametrów

$\gamma_m$  stają się coraz mniejsze i mogą być pomijane. Tak więc biorąc pod uwagę jedynie składniki pierwszego rzędu, układ równań (7) upraszcza się do układu równań liniowych. Wynika stąd następująca postać rozwiązań będących pierwszymi przybliżeniami błędów decyzji.

$$\begin{pmatrix} D_{1,1}^D, D_{1,2}^D, \dots, D_{1,i-1}^D, \gamma_1^D, D_{1,1}^V, V_{-1}^D, D_{1,i+1}^D, \dots, D_{1,M}^D \\ \dots \\ D_{M,1}^D, D_{M,2}^D, \dots, D_{M,i-1}^D, \gamma_M^D, D_{M,M}^V, V_M^D, D_{M,i+1}^D, \dots, D_{M,M}^D \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} D_{1,1}, \dots, D_{1,M} \\ \dots \\ D_{M,1}, \dots, D_{M,M} \end{pmatrix} \quad (9)$$

$$i = 1, 2, \dots, M$$

Różnica między ustaloną nadaną wiadomością  $x_i'$  a decyzją ma charakter zmiennej losowej. Z wzoru (9) widać, że jest to kombinacja liniowa zmiennych losowych gaussowskich  $V_m$  /  $m=1, 2, \dots, M$  będących funkcjonalami liniowymi zewnętrznego szumu kanału. Ponieważ zmienne  $V_m$  są zmiennymi unormowanymi, a ponadto znana jest ich macierz korelacji, można zatem uznać, że znane są własności statystyczne pierwszego przybliżenia błędu decyzji. Umożliwia to obliczanie dowolnych momentów a w szczególności momentu drugiego, który jest przybliżeniem błędu średniokwadratowego decyzji. Warto dodatkowo zauważyć, że z uwagi na zerowanie się wartości średnich funkcjonalów szumu  $V_m$ , wartość średnia błędu  $(x_i' - X_i^*)$  też jest równa zero a zatem optymalne decyzje są estymatorami nieobciążonymi nadawanych wiadomości. Wartości średnie decyzji o poszczególnych wiadomościach są równe wiadomościom faktycznie nadanym. Po wyznaczeniu pierwszego przybliżenia błędu decyzji w oparciu o równania (7) znajduje się przybliżenie rzędu drugiego. Biorąc pod uwagę wyrazy kwadratowe współczynników  $\gamma_m$  w równaniach (7) można pokazać, że poprawki do znalezionej wcze-



śniej pierwszego przybliżenia mają postać kombinacji liniowej iloczynów funkcjonałów liniowych szumu w kanale. Procedurę znajdowania kolejnych poprawek w ocenie błędów decyzji można kontynuować.

## 2.2. Systemy ze zwielokrotnianiem dwuetapowym

Sformułowanie problemu optymalizacji, jego rozwiązanie jak i koncepcja metody wyznaczania jakości optymalnych systemów ze zwielokrotnianiem centralnym, mogą być bezpośrednio wykorzystane przy analizie systemów ze zwielokrotnianiem dwuetapowym. Podobnie jak poprzednio zakładaliśmy, że mamy  $M$  źródeł informacji wysyłających wiadomości będące elementami zbiorów jednowymiarowych ciągłych. Proces zwielokrotniania jest teraz realizowany w dwu etapach. Z każdym źródłem informacji związany jest nadajnik wysyłający sygnał składowy. Sygnały składowe sumują się tworząc sygnał złożony, który przesyłany jest przez wspólny kanał KW. Struktura omawianego systemu pokazana jest na rys. 2.

Rozważmy teraz system synchroniczny. Każdy sygnał składowy zależy jedynie od trzech parametrów tzn. czasu, adresu /czyli numeru źródła informacji/ oraz wiadomości, którą przesyła. Zapisujemy to oznaczając sygnał składowy przy pomocy symbolu  $s_m(t, x_m)$   $m=1, 2, \dots, M$ . Zgodnie z przyjętymi założeniami, sygnał złożony można zapisać w postaci

$$s(t, x_1, x_2, \dots, x_M) = \sum_{m=1}^M S_m(t, x_m) \quad (10)$$

Równania określające optymalne decyzje uzyskuje się podstawiając do równań (4) sygnał (10)

$$\int_0^T y(t) \frac{\partial}{\partial x_m} s_m(t, x_m) dt - \sum_{l=1}^M \int_0^T \frac{\partial s_m(t, x_m)}{\partial x_m} s_l(t, x_l) dt = 0$$

$$m=1, 2, \dots, M \quad (11)$$

Równania powyższe pokazują w jaki sposób optymalne decyzje, podejmowane na podstawie sygnału odebranego  $y(t)$ , zależą od sygnałów składowych  $s_m(t, x_m)$   $m=1,2,\dots,M$ . Na dotychczasowym poziomie ogólności rozważań, nie daje się uzyskać explicite rozwiązań układu (11). Okazuje się jednak, że optymalne reguły decyzyjne można wyznaczyć czyniąc dodatkowe założenia o sygnałach składowych oraz o rozkładzie nadawanych wiadomości. Przykładem takiego założenia jest założenie, że sygnały składowe są sygnałami przenoszącymi informacje w strukturze amplitudowej tzn.

$$s_m(t, x_m) = x_m \phi_m(t) \quad 0 < t \leq T \quad (12)$$

$$m=1,2,\dots,M$$

gdzie funkcje  $\phi_m(t)$ ,  $m=1,2,\dots,M$  tworzą rodzinę funkcji liniowo niezależnych. Jeśli założyć dodatkowo równomierność rozkładów nadawanych wiadomości, to równania (11) stają się układem równań liniowych postaci

$$\sum_{m=1}^M a_{ml} x_m = \int_0^T y(t) \phi_l(t) dt \quad (13)$$

$$l=1,2,\dots,M$$

gdzie

$$a_{ml} = \int_0^T \phi_m(t) \phi_l(t) dt, \quad m,l = 1,2,\dots,M \quad (14)$$

Wobec powyższego optymalna reguła decyzyjna dotycząca  $m$ -tej spośród nadawanych wiadomości ma postać

$$\left| \begin{array}{ccc} a_{11} \dots a_{1m-1} & \int_0^T y(t) \phi_1(t) dt & a_{1m+1} \dots a_{1M} \\ \dots & \dots & \dots \\ a_{M1} \dots a_{Mm-1} & \int_0^T y(t) \phi_M(t) dt & a_{Mm+1} \dots a_{MM} \end{array} \right| \quad (15)$$

$$m=1,2,\dots,M$$

gdzie  $A$  oznacza wyznacznik macierzy o elementach  $a_{ml}$ .

Reguła (15) może być sprowadzona do postaci

$$x_m^*(y) = \int_0^T y(t) \left[ w_1(m) \phi_1(t) + w_2(m) \phi_2(t) + \dots + w_M(m) \phi_M(t) \right] dt$$

(16)

$w_i(m)$ , ( $i, m=1, 2, \dots, M$ ) - stałe współczynniki dające się wyznaczyć na podstawie elementów  $a_{kl}$  ( $k, l = 1, 2, \dots, M$ ). Tak więc optymalny odbiornik  $m$ -tej wiadomości może być traktowany jako filtr dopasowany o funkcji przejścia będącej kombinacją liniową sygnałów nośnych  $\phi_i(t)$ ,  $i=1, 2, \dots, M$ . Poszczególne odbiorniki mają identyczną strukturę, a różnią się jedynie współczynnikami kombinacji liniowej.

Dalsze uproszczenie optymalnej reguły decyzyjnej uzyskuje się zakładając ortogonalność funkcji  $\phi_i(t)$ ,  $i=1, 2, \dots, M$ . Założenie takie odpowiada rzeczywistości zarówno w systemach z rozdziałem czasowym jak i w systemach z rozdziałem częstotliwości. Uproszczona wersja reguły (16) jest następująca

$$x_m^*(y) = a_{mm} \int_0^T y(t) \phi_m(t) dt \quad m=1, 2, \dots, M$$

(17)

Uproszczenia spowodowane przyjętym dodatkowo założeniem sprowadzają się zatem do znacznego uproszczenia funkcji przejścia filtrów dopasowanych. Jakość reguły (16) wyrażona błędami średniokwadratowymi decyzji jest równa iloczynowi gęstości widmowej białego szumu i całki kwadratu kombinacji liniowej sygnałów nośnych

$$E \left( \underline{X}_m^* - \underline{X}_m \right)^2 = S_0 \int_0^T \left[ w_1(m) \phi_1(t) + \dots + w_M(m) \phi_M(t) \right]^2 dt$$

(18)

$\underline{X}_m$  i  $\underline{X}_m^*$  oznaczają zmienne losowe reprezentujące odpowiednio nadawane wiadomości i decyzje.

W szczególnym przypadku ortogonalnych sygnałów składowych, błędy średniokwadratowe decyzji wyrażają się wzorem

$$E\left(\bar{X}_m^* - X_m\right)^2 = \frac{S_o}{\int_0^T \phi_m^2(t) dt} \quad (19)$$

Z ostatnich dwóch wzorów widać, że błędy średniokwadratowe optymalnych reguł decyzyjnych są wprost proporcjonalne do gęstości widmowych zakłóceń w kanale, a odwrotnie proporcjonalne do energii nadawanych sygnałów.

W dotychczasowych rozważaniach zakładaliśmy, że sygnały składowe, będące funkcjami czasu, zależą jedynie od nadawanej wiadomości oraz od numeru źródła informacji. Innymi słowy rozważaliśmy systemy synchroniczne. Analiza jakości systemów wielodostępowych znacznie komplikuje się jeśli uwzględnić istnienie parametrów biernych. Najczęściej parametry bierne mają charakter wielkości losowych statystycznie niezależnych. Parametry bierne występują np. w sytuacjach gdy poszczególne źródła informacji / a zatem poszczególne nadajniki / pracują niezależnie od siebie. Mogą to być wówczas opóźnienia momentów nadawania sygnałów składowych. Autorowi nie udało się wyznaczyć explicite optymalnych reguł odbioru w systemach niesynchronicznych. Okazało się jednakże, że struktura reguł optymalnych oraz błędy średniokwadratowe decyzji dla systemów niesynchronicznych wyrażają się formułami podobnymi jak dla systemów synchronicznych w przypadku małych stosunków sygnału do szumu. W przypadku takim bowiem dominujące znaczenie mają zakłócenia w kanale, zaś wpływ parametrów biernych na strukturę reguły odbioru jest drugorzędny.

### 3. Otwarte cyfrowe systemy wielodostępowe ze zwielokrotnianiem dwuetapowym

Analiza jakości cyfrowych systemów wielodostępowych ze zwielokrotnianiem centralnym jest identyczna jak dla systemów przesyłania informacji cyfrowych od pojedynczego źródła do pojedynczego odbiornika. Wobec powyższego omówione są jedynie cyfrowe

systemy wielodostępowe ze zwielokrotnianiem dwuetapowym, zarówno otwarte jak też systemy ze sprzężeniem zwrotnym. Podobnie jak poprzednio przyjęto, że system obsługuje  $M$  źródeł informacji. Każde ze źródeł może wysyłać wiadomość będącą elementem zbioru dyskretnego. Tak więc wiadomości wysyłane przez  $m$ -te źródła oznaczamy symbolem  $x_{m,l}$   $l_m = 1, 2, \dots, L(m)$ . Wartość  $L(m)$  jest liczbą różnych wiadomości wysyłanych przez  $m$ -te źródło. Jako podstawowy rodzaj uwzględnianych sygnałów składowych przyjęto sygnały przenoszące informacje w strukturze amplitudowej. Sygnały składowe mają zatem postać (12) z tym, że wiadomość  $x_m$  przyjmuje też wartości dyskretne. Założenia dotyczące zakłóceń w kanale pozostają bez zmian. Podobnie jak w systemach analogowych optymalizacja podejmowania decyzji sprowadza się do wyznaczania /przy ustalonym sygnale odebranym  $y(t)$ / zespołu wiadomości najbardziej warunkowo prawdopodobnych. Okazuje się, że optymalne decyzje  $(x_1^*, \dots, x_M^*)$  są tymi wiadomościami, dla których funkcja

$$\ln P(x_{1,l_1}, \dots, x_{M,l_M}) + \frac{1}{S_0} \sum_{m=1}^M x_{m,l_m} \int_0^T \phi_m(t) y(t) dt - \frac{1}{2S_0} \sum_{m=1}^M \sum_{p=1}^M a_{mp} x_{m,l_m} x_{p,l_p} \quad (20)$$

osiąga maksimum. Współczynniki  $a_{mp}$  oznaczają całki z iloczynów odpowiednich sygnałów nośnych /patrz wzór (14) /, zaś  $P(x_{1,l_1}, x_{2,l_2}, \dots, x_{M,l_M})$  jest prawdopodobieństwem łącznym nadawanych wiadomości. Widać, że optymalne decyzje zależą od sygnałów odbieranych jedynie poprzez  $M$  funkcjonałów liniowych  $\int_0^T \phi_m(t) y(t) dt$ ,  $m=1, 2, \dots, M$ . Mogą zatem być wyznaczane przy pomocy  $M$  odpowiednich filtrów dopasowanych. Drugi składnik funkcji (20) jest jedynym składnikiem, który musi być wyznaczony na bieżąco dla każdego sygnału odebranego. Pozostałe dwa składniki mogą być obliczone jednorazowo i są takie same dla wszyst -

kich sygnałów odbieranych. Tak więc z postaci funkcji (20) wynika, że parametry liczbowe optymalnej reguły decyzyjnej zależą od:

- a/ własności statystycznych nadawanych wiadomości /prawdopodobieństwa łączne  $P(x_{1,l_1}, \dots, x_{M,l_M})$  /
- b/ własności zakłóceń w kanale /gęstość widmowa  $S_0$  /
- c/ własności sygnałów nadawanych /funkcje  $\phi_m(t)$  /.

W rozważanym aktualnie przypadku przesyłania informacji cyfrowych jako kryterium jakości reguły odbioru przyjęto średnie prawdopodobieństwo błędu decyzji. Reguła decyzyjna oparta na funkcji rozstrzygającej (20) jest regułą optymalną w sensie powyższego kryterium. Okazuje się, że obliczanie średniego prawdopodobieństwa błędu optymalnej reguły decyzyjnej sprowadza się do obliczania oznaczonych całek wielokrotnych z gęstości prawdopodobieństwa  $M$  - wymiarowego rozkładu gaussowskiego.

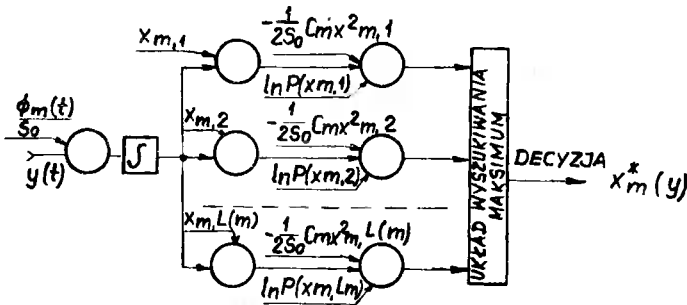
Obszar całkowania zależy od wymienionych poprzednio trzech czynników mających wpływ na postać reguły odbioru, zaś poszczególne zmienne losowe są funkcjonalami zakłóceń w kanale. Można w prosty sposób wyznaczyć ich wartości średnie, dyspersję i współczynniki korelacji. Tym samym można przyjąć, że znana jest w pełni całkowana gęstość prawdopodobieństwa.

Jako przykład ilustrujący dotychczasowe rozważania rozpatrzmy system, w którym kanał wielodostępowy zostaje rozdzielony na  $M$  podkanałów. Sprowadza się to do przyjęcia założeń, że wiadomości z różnych źródeł są statystycznie niezależne, zaś sygnały nośne  $\phi_m(t)$   $m=1,2,\dots,M$  są ortogonalne. Funkcja rozstrzygająca (20) przy uczynionych dodatkowo powyższych założeniach daje się sprowadzić do postaci:

$$\sum_{m=1}^M \left[ \ln P(x_m, l_m) + \frac{1}{S_0} x_{m,l_m} \int_0^T \phi_m(t) y(t) dt - \frac{a_{mm}}{2S_0} x_{m,l_m}^2 \right] \quad (21)$$

Jest to suma  $M$  składników, przy czym każdy składnik zależy jedynie od wielkości odnoszących się do jednego źródła informacji.

Wynika stąd, że odbiornik zakłóconego sygnału złożonego składa się z  $M$  odbiorników odpowiadających poszczególnym źródłom informacji. Wyniku tego należało się spodziewać. Trzeba go traktować jedynie jako formę weryfikacji poprawności poprzednich rozważań o charakterze ogólniejszym. Optymalna reguła decyzyjna bazująca na funkcji rozstrzygającej (21) może być realizowana przez odbiornik o strukturze pokazanej na rys. 3.



Rys. 3. Struktura optymalnego odbiornika sygnałów z  $m$ -tego źródła

Widać stąd, że podstawowymi blokami takiego odbiornika są bloki mnożące, sumatory oraz integrator i blok wyszukiwania maksimum. Należy zwrócić uwagę na to, że większość wymnażanych czynników oraz sumowanych składników może być wyznaczona jednorazowo i niezależnie od sygnałów odbieranych.

Dla omawianej reguły, średnie prawdopodobieństwo błędu decyzji wyraża się wzorem

$$\bar{P}_{me} = 1 - \sum_{k=1}^{L(m)} \left\{ \frac{1}{2} - \phi \left[ \frac{1}{x_{m,k} - x_{m,d}} \sqrt{\frac{S_0}{a_{mm}}} \ln \frac{P(x_{m,d})}{P(x_{m,k})} + \frac{x_{m,k} - x_{m,d}}{2} \sqrt{\frac{a_{mm}}{S_0}} \right] \right\} P(x_{m,k}) \quad (22)$$

$$m=1, 2, \dots, M$$

gdzie  $\phi$  oznacza funkcję błędu, zaś  $P(x_{m,k})$  jest prawdopodobieństwem nadania  $k$ -tej informacji przez  $m$ -te źródło. Powyższa skomplikowa-

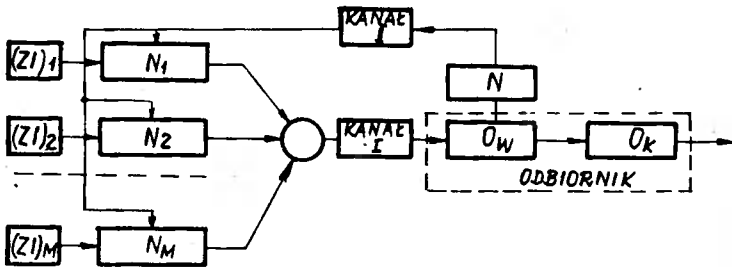
na zależność prowadzi w skrajnych przypadkach małego i dużego szumu do dość oczywistych wniosków. Ponieważ  $\emptyset$  jest funkcją rosnącą, zatem średnie prawdopodobieństwo błędu decyzji maleje monotonicznie w miarę wzrostu energii nadawanych sygnałów. Z właściwości granicznych funkcji błędu wynika, że powyższe średnie prawdopodobieństwo błędu zmierza do zera, gdy gęstość widmowa zakłóceń w kanale dąży do zera. Wzrost zakłóceń powoduje monotoniczny wzrost prawdopodobieństwa błędu i wtedy gdy  $S_0$  staje się bardzo duże, osiąga w przybliżeniu wartość jedynki pomniejszonej o prawdopodobieństwo wiadomości najbardziej prawdopodobnej. Ostatni przypadek odpowiada sytuacji, gdy zakłócenia są na tyle intensywne, że sygnał odebrany nie zawiera praktycznie żadnej informacji /np. w sensie Shannona/ o nadawanych wiadomościach. Jest wówczas rzeczą naturalną podejmowanie decyzji wskazujących w każdym przypadku, że nadano wiadomość najbardziej a priori prawdopodobną. W takiej sytuacji decyzja jest poprawna wtedy, gdy rzeczywiście nadano wiadomość najbardziej prawdopodobną, zaś w pozostałych przypadkach decyzja jest błędna. Można również łatwo sprawdzić, że prawdopodobieństwo błędu decyzji maleje do zera gdy prawdopodobieństwo a priori jednej z wiadomości zmierza do jedności.

Postać optymalnej reguły decyzyjnej oraz wzór wyznaczający średnie prawdopodobieństwo błędu w ogólności znacznie komplikują się gdy przyjąć założenie o istnieniu parametrów biernych. Podobieństwo optymalnych reguł odbioru w systemach synchronicznych i niesynchronicznych występuje jedynie w szczególnym przypadku gdy stosunek sygnału do szumu jest mały, a ponadto wiadomości i parametry bierne są statystycznie niezależne.

#### 4. Cyfrowe wielodostępowe systemy ze sprzężeniem zwrotnym

Zajmiemy się teraz pokazanym na rys. 4 systemem wielodostępowym, w którym istnieje sprzężenie zwrotne między stroną odbiorczą i nadawczą. Podobnie jak w systemach otwartych /tzn. bez





Rys. 4 System wielodostępowy ze sprzężeniem zwrotnym

$O_w$  - blok podejmowania decyzji wstępnej o pakietach

$O_k$  - blok podejmowania decyzji ostatecznej o nadanej informacji

ZI - źródła informacji

N - nadajnik

sprzężenia zwrotnego/ zakładamy, że istnieje  $M$  źródeł informacji cyfrowych. Nadajniki  $N_m$  / $m=1,2,\dots,M$ / wysyłają przez kanał I sygnały w postaci pakietów. Nie istnieje synchronizacja nadawania między nadajnikami  $N_m$  / $m=1,2,\dots,M$ /. Stosowany jest kod umożliwiający wykrywanie błędów elementarnych. Wtedy i tylko wtedy, gdy po stronie odbiorczej podjęto decyzję, że odebrany pakiet może być odtworzony bezbłędnie, nadajnik N wysyła sygnał przez kanał sprzężenia zwrotnego do odpowiedniego nadajnika. Nadajnik  $N_m$ , który wysłał sygnał przez kanał I czeka określony przedział czasu /różny dla różnych nadajników/ na sygnał od nadajnika N. Jeśli wspomniany sygnał nie zostanie odebrany, nadajnik  $N_m$  wysyła pakiet powtórnie. Proces ten jest kontynuowany tak długo aż pakiet zostanie po stronie odbiorczej uznany jako nadający się do poprawnego odtworzenia nadanej informacji oraz odebrany zostanie sygnał z nadajnika N.

Istnieją dwie zasadnicze przyczyny wywołujące błędy elementarne /a zatem również błędy decyzji ostatecznych/. Pierwszą przyczyną jest szum zewnętrzny występujący w kanale I, zaś drugą zakłócenia interferencyjne. Każdy aktywny nadajnik  $N_m$  / $m=1,2,\dots,M$ /

wysyła ciąg pakietów. Czasy trwania wszystkich pakietów są jednakowe i wynoszą  $\tau$ .

Momenty wysyłania pakietów mają charakter losowy. W pracy przyjęto założenie, że rozkład początkowych momentów wysyłania pakietów jest poissonowski. Niech  $\lambda$  będzie średnią liczbą wiadomości wysyłanych przez pojedyncze źródło informacji w jednostce czasu.

Zakładamy, że średnia ta jest jednakowa dla wszystkich źródeł informacji. Wobec powyższego średnia liczba wiadomości wysyłanych w jednostce czasu przez wszystkie  $M$  aktywnych źródeł wynosi  $r = M\lambda$ . Iloczyn  $r\tau$  nazwiemy współczynnikiem intensywności całkowitej źródeł informacji. Oznaczmy przez  $R$  średnią liczbę pakietów zwiększoną o liczbę pakietów przesyłanych powtórnie w jednostce czasu od wszystkich  $M$  źródeł informacji. Iloczyn  $R\tau$  nazwiemy współczynnikiem wykorzystania kanału. W dalszych rozważaniach dotyczących systemów ze sprzężeniem zwrotnym przyjęto następujące dodatkowe oznaczenia prawdopodobieństw:

$P$  - prawdopodobieństwo odrzucenia po stronie odbiorczej pakietu z powodu szumu zewnętrznego w kanale I.

$P_0$  - prawdopodobieństwo odrzucenia pakietu w wyniku zakłóceń interferencyjnych

$P'$  - prawdopodobieństwo błędnego odtworzenia wiadomości binarnych przesyłanych przez kanał sprzężenia zwrotnego.

Podamy dalej związki między obciążeniem i zajętością kanału dla różnych wartości prawdopodobieństw  $P$ ,  $P_0$  oraz  $P'$ .

#### 4.1. Przepustowość kanałów wielodostępowych

Przyjmijmy początkowe założenia:

a/ istnieje szum zewnętrzny /  $P \neq 0$  /

b/ kanał sprzężenia zwrotnego jest bezszumowy /  $P' = 0$  /

c/ każda interferencja pakietów powoduje, że obydwa pakiety są po stronie odbiorczej odrzucane /  $P_0 = 1$  /.

Przy powyższych założeniach można obliczyć prawdopodobieństwo  $P_R$

odrzućcia pakietu po stronie odbiorczej. Aby wybrany pakiet /o czasie trwania  $\tau$  / nie nałożył się z jakimkolwiek innym pakie - tem musi zaistnieć sytuacja, w której w czasie o długości  $2\tau$  nie rozpocznie się wysyłanie pakietu przez którykolwiek z pozostałych nadajników. Prawdopodobieństwo, że dany pakiet lub powtórka nie będzie nadawana powtórnie /w wyniku interferencji z innymi pakie - tami/ wynosi  $e^{-2R\tau}$ . Pakiet, który nie nałożył się z innymi, będzie nadany powtórnie z prawdopodobieństwem  $P$ . Wynika stąd, że prawdopodobieństwo  $P_R$  odrzućcia pakietu po stronie odbiorczej /bez wnikania w przyczynę/ wynosi

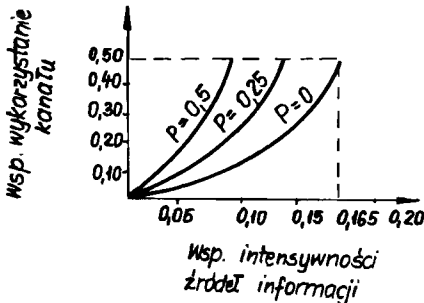
$$P_R = 1 - e^{-2R\tau} + P e^{-2R\tau} \quad (23)$$

Powyższe prawdopodobieństwo zależy od intensywności zakłóceń w kanale oraz współczynnika wykorzystania kanału. Im zakłócenia w kanale są mniejsze tym mniejsze jest prawdopodobieństwo  $P$ , a zatem zmniejsza się prawdopodobieństwo  $P_R$ . Ze wzoru (23) widać ponadto, że prawdopodobieństwo retransmisji rośnie do jedności ze wzrostem współczynnika wykorzystania kanału. Ponieważ parametr  $R$  jest tym większy im więcej użytkowników korzysta z kanału oraz im częściej każdy z użytkowników wysyła wiadomości, zatem prawdopodobieństwo odrzućcia pakietu po stronie odbiorczej jest funkcją monotonicznie rosnącą prawdopodobieństwa  $P$ , ilości użytkowników, średniej liczby wiadomości wysyłanych przez pojedyncze źródło w jednostce czasu oraz czasu trwania pakietów.

Zdefiniowany wcześniej parametr  $R$  jest równy średniej liczbie wiadomości wysyłanych w jednostce czasu przez wszystkie źródła powiększonej o liczbę pakietów odrzuconych po stronie odbiorczej w jednostce czasu. Każdy z pakietów wprowadzonych do kanału jest odrzucany z prawdopodobieństwem  $P_R$ , zatem liczba odrzuconych pakietów w jednostce czasu wynosi  $RP_R$ . Biorąc powyższe pod uwagę można ustalić związek między współczynnikiem wykorzystania kanału i współczynnikiem intensywności całkowitej źródeł informacji.

$$r\tau = R\tau (1 - P) e^{-2R\tau} \quad (24)$$

Powyższa zależność dla kilku wartości prawdopodobieństw błędów powodowanych szumem pokazana jest na rys. 5.



Rys. 5. Zależność między współczynnikiem intensywności całkowitej źródeł informacji i współczynnikiem wykorzystania kanału wielodostępowego

Z zależności (24) wynika, że współczynnik intensywności źródeł osiąga maksimum gdy współczynnik wykorzystania kanału wynosi 0,5. Wartość maksymalną współczynnika intensywności całkowitej źródeł informacji nazwiemy przepustowością wielodostępowego kanału i oznaczymy ją literą C.

$$C \stackrel{\text{df}}{=} \max_{R\tau} (r\tau) = \frac{1 - P}{2e} \quad (25)$$

Przepustowość kanału wielodostępowego rośnie w miarę zmniejszania się szumu /czyli jednocześnie malenia prawdopodobieństwa P/. Zgodnie z podaną definicją, przepustowość C reprezentuje dopuszczalny współczynnik intensywności całkowitej źródeł informacji. Przy przekroczeniu przepustowości ilość pakietów wprowadzanych do kanału jest na tyle duża, że z prawdopodobieństwem równym jeden każdy pakiet będzie po stronie odbiorczej odrzucony. Powoduje to dalszy lawinowy wzrost liczby pakietów w kanale, a tym samym przesłanie przez kanał pakietu bez zniekształceń staje się niemożliwe. Jeżeli współczynnik intensywności źródeł przekroczy przepustowość wówczas kanał niejako "zatyka" się. Z poda -

nej interpretacji wynikają w szczególności ograniczenia na liczbę użytkowników, którzy mogą efektywnie korzystać z kanału wielodostępowego. Tak więc przy ustalonych  $\lambda$  i  $\tau$  maksymalna liczba źródeł informacji, które mogą wysyłać wiadomości przez opisany kanał wielodostępowy wynosi

$$M_{\max} = \frac{1 - P}{2 e \lambda \tau} \quad (26)$$

Maksymalna liczba użytkowników maleje w miarę pogarszania się warunków transmisji /wzrost  $P$ /. Szansa wystąpienia zniekształceń powodowanych interferencją pakietów rośnie w miarę wydłużania pakietów oraz w miarę wzrostu aktywności poszczególnych źródeł informacji /parametr  $\lambda$  /.

Ze wzoru (26) wynika, że dopuszczalna liczba użytkowników jest odwrotnie proporcjonalna do czasu trwania pakietów  $\tau$  oraz średniej liczby pakietów wysyłanych w jednostce czasu przez poszczególne źródła.

Oskłabimy teraz założenia, że każde nałożenie się pakietów powoduje ich odrzucenie. Przyjmijemy, że prawdopodobieństwo odrzucenia pakietów wskutek zakłóceń interferencyjnych jest bliskie jedności ale nie koniecznie jest równe jedności /co zakładaliśmy wcześniej/. Podobnie jak poprzednio, pakiety mogą być wysyłane więcej niż jeden raz w wyniku nakładania się pakietów oraz z uwagi na szумы w kanale. Przy uczynionych założeniach, związek między współczynnikiem intensywności źródeł i współczynnikiem wykorzystania kanału ma postać

$$r\tau = R\tau \left[ 1 - P_0 + (P_0 - P) e^{-2R\tau} \right] \quad (27)$$

Zauważmy, że kładąc w powyższym związku  $P_0 = 1$  otrzymujemy zależność (24). Przepustowość kanału wynikająca z powyższego związku jest rozwiązaniem równania, w którym występuje funkcja wykładnicza przy czym potęgowaniu podlega podstawa logarytmów naturalnych "e". Okazuje się, że wykładnik potęgowy osiąga małą wartość dla prawdopodobieństw  $P_0$  bliskich jedności. Można wówczas wykorzystać

rozwiniecie potęgowe funkcji wykładniczej i uwzględnić pierwsze składniki takiego rozwinięcia. Otrzymuje się tym samym kolejne przybliżenia przepustowości  $C$ . Pierwsze przybliżenie przepustowości  $C_I$  jest równe

$$C_I = \frac{1}{2} \left( 1 - e^{-\frac{1 - P_0}{P - P_0}} \right) \left[ 1 - P_0 - (P - P_0) \exp \left( e^{-\frac{1 - P_0}{P - P_0}} - 1 \right) \right] \quad (28)$$

Jak łatwo sprawdzić, przepustowość powyższa maleje monotonicznie ze wzrostem prawdopodobieństw  $P_0$  oraz  $P$ . Zgodnie z oczekiwaniami, przepustowość zmierza do zera w miarę wzrostu zakłóceń w kanale oraz wzrostu prawdopodobieństwa zniekształceń pakietów w wyniku interferencji. Ponieważ dopuszczalna liczba użytkowników mogących efektywnie korzystać z kanału jest równa przepustowości podzielonej przez iloczyn zatem naszkicowany wyżej typ zależności  $C_I$  od  $P_0$  i  $P$  przenosi się bez zmian na ograniczenie liczby źródeł informacji.

Drugie i następne /coraz dokładniejsze/ przybliżenia przepustowości /przy uczynionych założeniach/ zachowują się podobnie ze względu na zależność od  $P$  i  $P_0$ . Ze względu na ich złożony charakter zaniechamy tutaj ich przytaczania. Można je znaleźć w pracy [36]. W niektórych przypadkach nie można przyjąć, że kanał sprzężenia zwrotnego jest bezszumowy. Przez kanał ten przesyłane są wiadomości binarne, a zatem jego jakość charakteryzuje prawdopodobieństwo błędu binarnego  $P'$ .

Podobnie jak dla przypadku bezszumowych kanałów sprzężenia zwrotnego można znaleźć kolejne przybliżenia przepustowości  $C$ . Wyrażają się one jednak dość złożonymi formułami. Przepustowość zależy teraz od wszystkich trzech prawdopodobieństw /tzn.  $P_0$ ,  $P$  i  $P'$ / i jest ich funkcją monotonicznie malejącą.

#### 4.2. Jakość przekazywania informacji

Zajmiemy się teraz wyznaczaniem jakości transmisji w systemach wielodostępowych ze sprzężeniem zwrotnym. Założymy na po-

czątku, że kanał wielodostępowy I jest bezszumowy i interferencja pakietów jest jedyną przyczyną powodującą, że dany pakiet może być po stronie odbiorczej odrzucony. Załóżmy dalej, że:

- 1/ stosowany jest kod z wykrywaniem  $d - \alpha$  / i korelacja  $\alpha$  błędów elementarnych /gdzie "d" oznacza minimalną odległość między dwoma ciągami kodowymi/;
- 2/ każdy ciąg kodowy składa się z D sygnałów elementarnych;
- 3/ czas trwania sygnału elementarnego wynosi  $\beta$  a zatem czas trwania ciągu kodowego  $\tau$  jest równy  $D\beta$  ;
- 4/ sygnał elementarny nakładający się z dowolnym innym ciągiem kodowym jest zawsze odtworzony błędnie.

Przy uczynionych założeniach:

1. Decyzja o nadanej wiadomości jest poprawna jeżeli dany pakiet nie nałożył się z żadnym innym pakietem lub wtedy gdy czas trwania interferencji był mniejszy od  $\gamma = \alpha\beta$
2. Dany pakiet jest po stronie odbiorczej odrzucony w przypadku gdy czas interferencji  $\delta$  pakietów ograniczony jest przez nierówność  $\gamma \leq \delta \leq \eta - \gamma$  gdzie  $\eta = d\beta$
3. Decyzja o nadanej wiadomości jest błędna jeżeli czas interferencji był większy od  $\eta - \gamma$

Nadajnik N wysyła sygnał przez kanał II jedynie wtedy gdy występują sytuacje opisane w punktach 1 i 3. Przy uczynionych założeniach wyznaczamy prawdopodobieństwa błędnego odtwarzania nadawanych wiadomości. Niech  $\lambda_i$  / $i=1,2,\dots, M$ / oznacza średnią liczbę wiadomości wysyłanych w jednostce czasu przez i-te źródło informacji. Tak więc, średnia liczba wiadomości wysyłanych w  $M$  jednostce czasu przez wszystkie  $M$  źródła informacji wynosi  $r = \sum_{i=1}^M \lambda_i$ .

W oparciu o założenia poissonowskiego charakteru rozkładu momentów wysyłania pakietów, możliwe jest obliczenie prawdopodobieństw zdarzeń opisanych w podpunktach 1, 2 i 3.

Okazuje się [36] że prawdopodobieństwo  $P_1$  poprawnej decyzji jest równe

$$P_1 = \exp \left[ -R (2\tau - \gamma) \right] \quad (29)$$

zaś prawdopodobieństwo  $P_3$  błędnego odtworzenia nadanej wiadomości wynosi

$$P_3 = 1 - \exp \left[ -R (2\tau - \eta + \gamma) \right] \quad (30)$$

Odejmując od jedynki powyższe dwa prawdopodobieństwa otrzymuje się prawdopodobieństwo odrzucenia pakietu. Jest to odpowiednik wprowadzonego wcześniej prawdopodobieństwa  $P_0$ . W oparciu o powyższe prawdopodobieństwo można w sposób podobny jak poprzednio znaleźć średnią liczbę pakietów wprowadzonych w jednostce czasu do kanału. W przypadkach mogących wystąpić w rzeczywistości, współczynnik wykorzystania kanału jest dużo mniejszy od jedności. Wyznaczając dla takiego przypadku przybliżoną wartość parametru  $R$  i podstawiając do wzoru (30) otrzymujemy następującą przybliżoną wartość prawdopodobieństwa błędnego odtworzenia nadanej wiadomości:

$$P_3 \approx 1 - \exp \left\{ -\frac{2\tau - \eta + \gamma}{2(\eta - 2\gamma)} \left[ 1 - \sqrt{1 - 4(\eta - 2\gamma) \sum_{i=1}^M \lambda_i} \right] \right\} \quad (31)$$

Widać zatem, że jakość transmisji, oceniona przy pomocy prawdopodobieństwa błędnej decyzji, zależy od ilości źródeł informacji  $M$ , ich aktywności /wyrażonej przez  $\lambda_i$ /, a ponadto od parametrów stosowanego kodu korekcyjnego /parametry  $\tau, \eta, \gamma$ /. Przy ustalonych parametrach kodu, jakość transmisji obniża się monotonicznie w miarę wzrostu liczby użytkowników i ich aktywności.

Prawdopodobieństwo błędu decyzji wyrażone wzorem (31) otrzymano przy założeniu, że znana jest liczba czynnych aktualnie źródeł informacji. Mogą wystąpić sytuacje, w których założenie takie nie jest słuszne. Należy zatem rozważyć przypadek, w którym w danej chwili tylko niektóre źródła informacji wysyłają wiadomości i nie znamy liczby czynnych źródeł. Można wówczas z każdym źródłem powiązać zmienną losową binarną przyjmującą wartości zero i jeden. Każda z tych zmiennych przyjmuje wartość zero gdy odpowiadające jej źródło nie wysyła aktualnie wiadomości, zaś wartość jeden w przypadku przeciwnym. Wobec powyższego, średnia



liczba wiadomości wysyłanych przez  $i$ -te źródła w jednostce czasu staje się zmienną losową binarną przyjmującą z określonymi prawdopodobieństwami wartości zero oraz  $\lambda_i$ . Wynika stąd dalej, że średnia liczba informacji wysyłanych w jednostce czasu przez wszystkie czynne źródła traktowane łącznie jest również zmienną losową. Jej własności statystyczne dają się bezpośrednio określić w oparciu o prawdopodobieństwa wysyłania informacji w dowolnie wybranym momencie czasu przez poszczególne źródła.

Rozważania dotyczące przypadku znanej liczby czynnych źródeł informacji można łatwo uogólnić na omawiany przypadek gdy liczba ta nie jest znana. Należy mianowicie sumę  $(\lambda_1 + \lambda_2, \dots + \lambda_M)$  traktować jako zmienną losową, przy czym znane są jej własności statystyczne. W każdej sytuacji, odpowiednikiem prawdopodobieństwa (31) staje się średnie prawdopodobieństwo błędu decyzji/uśrednione z uwagi na losowy charakter liczby czynnych źródeł/.

Wzór (31) został wyprowadzony przy założeniu, że kanał I jest bezszumowy, a błędy decyzji spowodowane są interferencją pakietów.

W odróżnieniu od powyższej sytuacji założymy teraz, że błędy decyzji są następstwem zarówno interferencji pakietów jak i szumem zewnętrznym kanału I. Mając na uwadze dotychczasowe rezultaty osiągnięte w zakresie teorii informacji, a w szczególności w zakresie statystycznej teorii odbioru sygnałów, można przyjąć, że szumy zewnętrzne kanału wielodostępowego charakteryzowane są prawdopodobieństwem  $P_b$  błędnego odtwarzania pojedynczego binarnego elementu ciągów kodowych. Tego rodzaju charakterystykę kanału przyjmujemy w dalszych rozważaniach. Niech stosowany kod korekcyjny umożliwia wykrywanie " $m$ " błędów elementarnych. Uwzględniając obydwie przyczyny błędnego odtwarzania wiadomości / szum zewnętrzny oraz interferencję ciągów kodowych/, dla kodu umożliwiającego wykrywanie " $m$ " błędów elementarnych otrzymuje się [36] następujące prawdopodobieństwo błędnego odtwarzania nadanej wiadomości:

$$P'_e = \sum_{k=m+1}^D \sum_{i=0}^k \binom{D-i}{k-i} P_b^{k-i} (1-P_b)^{D-k} \left\{ e^{-R(2D-i+1)\beta} + e^{-R(2D-i+2)\beta} \right\} \quad (32)$$

gdzie przybliżona wartość parametru R opisana jest wzorem

$$R \approx \frac{1 - \sqrt{1 - 4r \sum_{k=n+1}^m \sum_{i=0}^k \binom{D-i}{k-i} P_b^{k-i} (1-P_b)^{N-k} \beta}}{2 \left[ 1 - 4r \sum_{k=n+1}^m \sum_{i=0}^k \binom{D-i}{k-i} P_b^{k-i} (1-P_b)^{N-k} \beta \right]} \quad (33)$$

Z ostatniego wzoru widać w jaki sposób w miarę wzrostu liczby źródeł informacji oraz ich aktywności rośnie średnia liczba ciągów kodowych wraz z powtórkami wprowadzonych w jednostce czasu do kanału. Zgodnie ze wzorem (32) wzrost parametru R zwiększa prawdopodobieństwo błędu decyzji. Wobec powyższego prawdopodobieństwo błędnego odtwarzania nadanej wiadomości rośnie monotonicznie ze wzrostem liczby źródeł informacji oraz ich aktywności wyrażonej średnią liczbą wiadomości wysyłanych w jednostce czasu. Łatwo również sprawdzić, że parametr R zwiększa się przy wzroście zakłóceń w kanale, tzn. przy wzroście prawdopodobieństwa błędu binarnego  $P_b$ . Ponieważ dodatkowe współczynniki zależne od  $P_b$  przed nawiasami klamrowymi we wzorze (32) również rosną monotonicznie, tym samym widać, że prawdopodobieństwo błędu  $P'_e$  jest funkcją monotonicznie rosnącą prawdopodobieństwa błędu binarnego  $P_b$ . Ze wzorów (32) i (33) wynika dalej, że z punktu widzenia jakości transmisji nie jest korzystne zwiększenie czasu trwania  $\beta$  pojedynczego sygnału elementarnego. Wynika to stąd, że przy ustalonej długości ciągów kodowych D, zwiększenie  $\beta$  powoduje zwiększenie czasu trwania sygnału przenoszącego cały ciąg kodowy. Powoduje to dalej zwiększenie szansy interferencji pakietów wysyłanych przez różne nadajniki, a tym samym maleje szansa /wyrażona prawdopodobieństwem/ poprawnego odtwarzania nadanej wiadomości.

ci. Ciekawym problemem jest wpływ parametrów stosowanego kodu korekcyjnego na wielkość prawdopodobieństwa  $P'_e$ . Parametry  $D$ ,  $m$  oraz częściowo  $\beta$  powinny być tutaj traktowane łącznie. Należy bowiem zauważyć, że wzrost długości ciągów kodowych stwarza lepsze możliwości korekcji błędów elementarnych, jednocześnie powoduje jednak wzrost zakłóceń typu interferencyjnego. Wyłania się stąd zagadnienie optymalizacji kodu korekcyjnego. Złożoność wzorów (32) i (33) nie pozwoliła jednakże autorowi na uzyskanie możliwie prostych wzorów wyznaczających parametry kodu optymalnego.

Ostatnie rozważania dotyczące kanałów wielodostępowych z szumem przeprowadzono przy założeniu, że liczba aktywnych w danej chwili źródeł informacji jest znana. Podobnie jak dla systemów z kanałami wielodostępowymi bezszumowymi, traktując liczbę czynnych źródeł informacji jako zmienną losową o znanych własnościach statystycznych, można dotychczasowe ustalenia uogólnić na przypadek gdy liczba czynnych źródeł /w ustalonej chwili/ nie jest znana.

#### Literatura

- [1]. Abramson N.: Aloha System—Another Alternative for Computer Communications. Proceedings of the Fall Joint Computer Conference. Vol. 37 1970 pp. 281-285, AFIPS Press.
- [2]. Abramson N.: Some Considerations in the Design of ALOHA Communications System. THE ALOHA SYSTEM. Technical Note 69-3, University of Hawaii, June 1969.
- [3]. Aein J.M., Schwartz J.W. /eds/: Multiple access to a communication satellite with a hard limiting repeater. Institute for Defence Analysis Rept. R-108, Arlington 1965.
- [4]. Aein J.M.: Multiple access to a hard-limiting communication satellite repeater. IEEE Trans. on Space Electronics and Telemetry, vol. SEP 10, 1964 p. 159-167.

- [5]. Aein J.M.: Random multiple access to a peak power limited channel using pseudonoise. W pracy [3], p. 1-24.
- [6]. Assadourian F., Jacoby D.L.: Multiple access consideration for communication satellites. RCA Rev., vol. 27, 1966 p. 179-198.
- [7]. Beals B.W.: Simulation for RADAS. IEEE Trans on Comm. Techn., vol. COM-14, 1966 p. 553-561.
- [8]. Blasbalg H.: A note on the performance of digital pseudonoise multiple access techniques. W pracy [3] p. 71-75.
- [9]. Blasbalg H.; Freeman D., Keeler R.: Random access communications using frequency shift pseudo-random signals. IEEE Trans. on Inf. Theory vol. IT-11, 1967 p. 13-52.
- [10]. Cahn C.R.: Constant envelope spread spectrum multiple access W pracy [3] p. 61-70.
- [11]. Cahn C.R.: Crosstalk due to finite limiting of frequency multiple xed signals. Proc. of the IRE, vol. 48, 1960, p. 53-60.
- [12]. Chesler D.: M-ary RADA System. Proc. of the IEEE, vol. 53, 1965 p 390-391.
- [13]. Chesler D.: Performance of a multiple address RADA system. IEEE Trans. on Comm. Techn. vol. COM-14, 1966 p. 369 - 372.
- [14]. Doyle W.: Feedback FM frequency-division multiplex for multiple access. W pracy [3] p. 43-52.
- [15]. Drouilhet P.R.: TATS A bandsread modulation demodulation system for multiple access tactical satellite communication. RAND Rese. Rept. 11/52 1966.
- [16]. Fulton F.F.: Channel utilisation by intermittent transmitters. Stanford Electronics Laboratory Res. Rep. 1235 - 1967.
- [17]. Gabbard O.G.: Design of a satellite time-division multiple access burst synchronizer. IEEE Trans. on Comm. Techn.vol. COM-16, 1968, p 589-596.
- [18]. Golay M.J.E.: An approach to multiple access satellite communication through the use of network synchronized orthogonal signals. W pracy [3] p. 107-114.

- [19]. Grossman H.W.: Random access discrete communication system. Telecommunications, vol. 15, 1969, p. 37-40.
- [20]. Jelinek F.: Three signaling systems for double access to an active satellite. IEEE Trans. on Comm. Techn. vol. COM-14, 1966, p. 140-157.
- [21]. Mc Calmont A.M.: Multiple access discrete address concepts for vehicular communication. IEEE Trans. on Comm. Techn. vol. COM-13, 1965, p. 39-42.
- [22]. Mc Calmont A.M.: Multiple access discrete address communication system. IEEE Spectrum, vol. 4, 1967, p. 87-94.
- [23]. Reiffen B.: On the use non-coherent pulse address modulation for multiple access to a hard limiting satellite repeater. W pracy [3] p. 117-136.
- [24]. Schmidt W.G.: An efficient TDM system for use by emerging nations with the INTELSAT IV satellite. Eascon Record, 1968, p. 21-27.
- [25]. Schmidt W.G.; Gabbard O.G., Caciamani E.R., Maillet W.G.: A 700-channel time-division multiple-access system with demand-assignment features. IEEE Inter. Conf. on Comm. Colorado 1969, p. 115-125.
- [26]. Schremp W., Sekimoto T.: Unique word detection in digital burst communication. IEEE Trans. on Comm. Techn. vol. COM-16, 1969, p. 597-605.
- [27]. Schwartz J.W., Aein J.M., Kaiser J.: Modulation techniques for multiple access to a hard-limiting satellite repeater. Proc. IEEE vol. 54, 1966, p. 763-777.
- [28]. Schwartz J.M.: Random access versus controlled access. Proc. of Third Hawaii Inter. Conf. on System Sciences, Honolulu, Western Periodicals Co, 1970.
- [29]. Seidler J.: Statystyczna teoria odbioru sygnałów, PWN Warszawa - Wrocław 1963.
- [30]. Seidler J.: Lecture Notes on Communication systems-Part II : feedback, multiple access and adaptive communication systems. Information Sciences Program, University of Hawaii,

Spring 1970.

- [31]. Seidler J.: Systemy przesyłania informacji cyfrowych, WNT Warszawa 1972.
- [32]. Seidler J.: Teoretyczne problemy cyfrowych systemów telekomunikacyjnych. Opracowanie dla Podsekcji Telekomunikacji i Elektroniki II Kongresu Nauki Polskiej 1973.
- [33]. Sobczak W.: The Capacity of the Noisy Random Access Channels. Technical Report IS 71-6, Information Sciences Program, University of Hawaii, March 1971.
- [34]. Sobczak W.: Quality of Transmission Over Noisy Random Access Channels. Technical Report IS 71-8, Information Sciences Program, University of Hawaii June 1971.
- [35]. Sobczak W.: Zdolność przesyłowa kanałów w niekontrolowanych systemach wielodostępowych ze sprzężeniem zwrotnym. Archiwum Automatyki i Telemekhaniki, tom XVII, zeszyt 2, 1972.
- [36]. Sobczak W.: Analiza jakości systemów wielodostępowych, Zeszyty Naukowe P.G. Elektronika XXX, 1973.
- [37]. Sobczak W.: The channel capacity for multiple access systems Bulletin de L'Academie Polonaise Des Sciences, vol. XX, No 12, 1972.
- [38]. Sommer R.C.: The noisy asynchronously multiplexed binary channel. IEEE Trans. on Inf. Theory, vol. IT 13, 1967, p. 140-142.
- [39]. Sommer R.C.: Asynchronously multiplexed binary channel capacity. Proc. of the IEEE, vol. 53, 1965, p. 80-81.
- [40]. Sommer R.C.: High efficiency multiple access communication through a signal processing repeater. IEEE Trans. on Comm. Techn. vol. COM-16, 1968, p. 222-282.
- [41]. Sommer R.C.: On the optimization of random - access discrete address communications. Proc. of IEEE, vol. 52, 1964, p. 1255.
- [42]. Sommer R.C.: An improved detection technique for random access discrete RADA communications. Proc. of the IEEE, vol. 53, 1965, p. 183-196.

- [43]. Sommer R.C.: A coded RADA system. Proc. of the IEEE, vol. 54  
1966, s. 1196-1197.
- [44]. Sommer R.C.: Time-frequency RADA signaling with a random number of active subscribers. Proc. of the IEEE, vol. 58,  
1963, p. 212-213.
- [45]. White E.D.: Theoretical aspects of asynchronous multiplexing. Proc. of the IRE, vol. 38, 1950, p. 270-275.
- [46]. Wittman J.H.: Categorization of multiple access random access modulation techniques. IEEE Trans. on Comm. Techn. vol.COM 15. 1967, p. 724-725.
- [47]. Wittman J.H.: Analysis of a hybrid frequency - time hopping random access satellite communication system. Sylvania Res. Rap. TR 30-66, 1966.
- [48]. Zadeh L.A., Miller K.S.: Fundamental aspects of linear multiplexing. Proc. of the IRE, vol. 40, 1972, p. 1091-1097.

## THE ANALYSIS OF THE MULTIPLE ACCESS SYSTEMS

### Summary

The paper gives quality analysis for central multiplexing and two stage multiplexing signal systems. It has been assumed in the paper that the errors can be caused by overlapping between packets and by small Gaussian noise.

## ОЦЕНКА КАЧЕСТВА МНОГОСТУПНЫХ СИСТЕМ

### Резюме

Работа содержит обзор важнейших результатов полученных автором по оценкам качества различных моделей многоступных систем /системы с центральным и двухэтапным уплотнением, системы с обратной связью/ для передачи непрерывных и дискретных сообщений. В работе обращено внимание на влияние внешних полей и интерференции сигналов, передаваемых разными передатчиками. За критерии качества принято среднеквадратическую ошибку для непрерывных сообщений и среднюю вероятность ошибки для цифровых сообщений.

Tadeusz Boenigk,  
Zdzisław Drzycimski,  
Tadeusz Iwański,  
Leszek Knopik,  
Józef Zalewski

STATYSTYCZNA ANALIZA WYNIKÓW POMIARÓW PSOFOMETRYCZNEJ  
MOCY SZUMU W KANAŁACH TELEFONICZNYCH

W pracy podjęto próbę znalezienia jednowymiarowego rozkładu gęstości prawdopodobieństwa psofometrycznej mocy szumu na podstawie jedenastu tysięcy wyników pomiarów w dwóch kanałach telefonicznych. Opisano sposób wykonania pomiarów oraz sposób ich statystycznego opracowania. Wykazano, że rozkład gęstości prawdopodobieństwa psofometrycznej mocy szumu nie jest rozkładem normalnym.

## 1. Wstęp

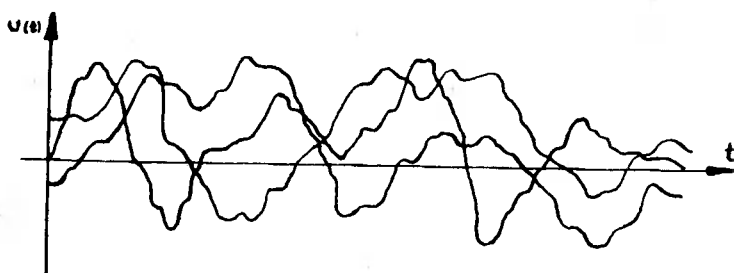
### 1.1. Uwagi ogólne

Umowną wielkością służącą do charakteryzowania łańcucha telekomunikacyjnego lub jego części pod względem zdolności do wiernego przekazania informacji jest jakość transmisji. Czynnikiem wpływającym na jakość transmisji lub jej zasięg /dla określonej jakości/ są: tłumienie sygnału, opóźnienie sygnału, zniekształcenie sygnału i zakłócenia nakładające się na sygnał. Zakłócenia ze względu na efekt akustyczny występujący przy ich odbiorze często nazywa się szumem. W dalszej części pracy szumem będziemy nazywali sygnał elektryczny obserwowany w kanale lub łączy telefonicznym w normalnych warunkach eksploatacji, w przypadku, gdy w tym kanale lub łączy nie jest przesyłany sygnał użyteczny. Szum jest wynikiem oddziaływania wielu źródeł znajdujących się w kanale lub



łącza /np. elementy czynne, biernie i zestyki itp./ oraz leżących poza nimi /np. przenik linearny i nieliniarny, sieć energetyczna, zakłócenia atmosferyczne itp./.

Ze względu na znaczną liczbę niezależnych źródeł zakłócających o różnej ważkości ich oddziaływania, będącego losową funkcją czasu, szum należy traktować jako proces losowy.



Rys. 1.1. Zbiór realizacji procesu stochastycznego

## 1.2. Podstawowe założenia i cel pracy

Przy pomiarach lub rejestracji chwilowych wartości napięć szumu w kanałach w nieograniczonym przedziale czasu, przebiegi pomierzone lub zarejestrowane  $u_k(t)$ , ( $k = 1, 2, \dots$ ) są realizacjami procesu stochastycznego  $U(t)$ . Realizacja  $u_k(t)$  opisuje przebieg napięcia szumu w  $k$ -tym kanale telefonicznym. Rejestrując lub mierząc napięcie chwilowe szumu w skończonych przedziałach czasu w  $k$ -tym kanale lub łączy uzyskujemy wycinek realizacji procesu stochastycznego.

Z fizycznych własności kanału wynika, że wartość średnia napięcia szumu w kanale jest równa zero. W pracy przyjęto hipotezę o stacjonarności i ergodyczności badanego procesu  $U(t)$ .

Zgodnie z zaleceniem CCITT G.222 [9] jako jedno z kryteriów oceny jakości transmisji telefonicznej i sygnalizacji w kanałach i łączach telefonicznych przyjmuje się wartość średniej psfometrycznej mocy szumu. Wobec tego celową jest analiza procesu  $X(t)$ , którego  $k$ -tą realizację  $x_k(t)$ , ( $k=1,2,3,\dots$ ), określa się następująco:

$$x_k(t) \stackrel{\text{df}}{=} \frac{10^{12}}{600 T} \int_t^{t+T} u_k^2(t) dt, [\text{pWp}] \quad (1.1)$$

gdzie:  $\langle t, t+T \rangle$  - przedział czasu uśredniania w sekundach;

$T$  - czas uśredniania w sekundach;

$u_k(t)$  - przebieg napięcia szumu ważonego w  $k$ -tym kanale wyrażony w woltach.

Do pomiaru średniej mocy można stosować woltomierz o charakterystyce kwadratowej lub korelator.

Zgodnie z definicją wariancji przy założeniu  $E[U_p(t)] = 0$  mamy

$$\sigma_{U_p}^2 \stackrel{\text{df}}{=} E[U_p^2(t)] = R_u(0) \quad (1.2)$$

gdzie  $R_u(0)$  - wartość funkcji autokorelacji psfometrycznego napięcia szumu  $R_u(\tau)$  dla  $\tau = 0$

Wartość  $R_u(0)$  dla  $k$ -tej realizacji procesu  $U(t)$  szacujemy przy pomocy estymatora  $R_{u_k}(t,0)$  określonego następująco:

$$R_{u_k}(t,0) = \frac{1}{T} \int_t^{t+T} u_k^2(t) dt \quad (1.3)$$

Z zależności (1.1) i (1.3) wynika, że

$$x_k(t) = \frac{10^{12}}{600} R_{u_k}(t,0), [pWp] \quad (1.4)$$

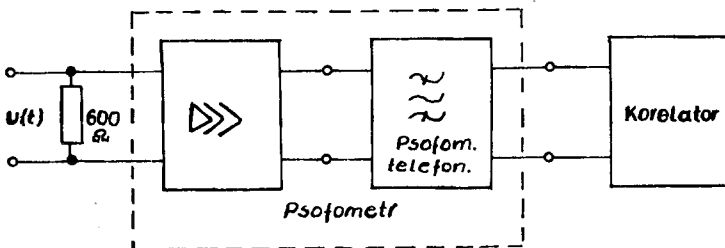
Ciąg tak utworzonych wartości  $x_k(t)$  dla dyskretnie zmienianego  $t$  w skończonym przedziale czasu, jest wycinkiem  $k$ -tej realizacji procesu stochastycznego

$$X(t) = \frac{10^{12}}{600T} \int_t^{t+T} U^2(k) dt$$

Tak określoną dyskretną realizację procesu stochastycznego można uzyskać poprzez pomiar średniej psofometrycznej mocy szumu. W dalszej części pracy dyskretną realizację procesu losowego traktuje się jako realizację  $n$ -wymiarowej zmiennej losowej:

$$X(t_1), X(t_2), \dots, X(t_n)$$

Dla ustalonego czasu uśredniania  $T$  zbiór wszystkich wartości  $x_k(t)$  za rozłączne przedziały czasu dla badanego kanału telefonicznego nazwano populacją generalną. Dowolny podzbiór populacji generalnej nazwano próbą. Do pomiaru  $x_k(t)$  zastosowano zestaw przyrządów przedstawiony na rysunku 1.2.



Rys. 1.2. Układ do pomiaru średniej mocy psofometrycznej.

Przy pomiarze mocy należy założyć lub wyznaczyć konieczny przedział uśredniania. Dla procesów stacjonarnych przyjęcie zbyt krótkiego czasu uśredniania  $T$  powoduje zwiększenia błędów statystycznych związanych ze skończonym czasem trwania wycinka realizacji. Przyjęcie zbyt długiego przedziału czasu  $T$  powoduje niepotrzebne wydłużenie czasu obserwacji badanego procesu i związane z tym wydłużenie czasu pomiaru. Uwzględniając możliwości techniczne korelatora 3721 A produkcji firmy Hewlett-Packard oraz szerokość pasma przenoszonych w kanale telefonicznym możliwe jest przyjęcie przedziałów czasu uśredniania 66 s lub 33 s, jako najbardziej zbliżonych do czasu zalecanego przez CCITT G.222 p.1.2.[9]. Celem pracy jest próba znalezienia jednowymiarowego rozkładu gęstości prawdopodobieństwa psfometrycznej mocy szumu. Poszukiwanie tego rozkładu przeprowadza się wśród rozkładów, których charakterystyki będą opisane pierwszym i drugim momentem. Należy przyjąć tego typu wymaganie jeżeli zakładamy, że wyniki badań mają być zastosowane w eksploatacji nie dysponującej na codzień elektronicznymi maszynami cyfrowymi.

## 2. Pomiary

### 2.1. Sposób wykonywania pomiarów i rejestracji wyników

W celu uzyskania możliwie małych błędów, zastosowano bezpośrednią metodę pomiaru mocy szumu przy pomocy korelatora, a wyniki rejestrowano na taśmie perforowanej. Zestaw pomiarowy zawierał następujące elementy:

- psfometr typu PsTr-1 produkcji ZOTAP;
- korelator typu 3121 A produkcji Hewlett-Packard;
- przystawkę pośredniczącą korelator-dziurkarka typ CK1;

- dziurkarka typu D-102 produkcji ZMP Błonie.

Przystawka pośrednicząca korelator-dziurkarkatypu CK1 została zaprojektowana i wykonana w Akademii Techniczno - Rolniczej w Bydgoszczy. Sposób połączenia zestawu pomiarowego z obiektem badań przedstawiono na rysunku 2.1. Przed przystąpieniem do rejestracji wykonano pomiary charakterystyki przenoszenia kanału, natomiast w czasie wykonywania pomiarów szumu okresowo korygowano poziom sygnału kalibrującego. Pomiary charakterystyki przenoszenia oraz poziomu kalibrującego wykonano w układzie przedstawionym na rysunku 2.2. Charakterystyki przenoszenia mierzonych kanałów były zgodne z zaleceniem CCITT-G. 232[9]. Podczas wykonywania pomiarów zakres zmian poziomu kalibrującego wynosi  $\pm 0,43$  dB /  $\pm 0,05$  Np/. W czasie badań rejestrowano funkcję autokorelacji psofometrycznego napięcia szumu, dla wycinka realizacji o czasie trwania ok. 35 s i ok. 66 s. Rejestrację wykonano na taśmie perforowanej. Dla każdego wycinka realizacji badanego szumu uzyskano 100 czterocyfrowych rzędnych funkcji autokorelacji. Wartości rzędnych funkcji autokorelacji na wejściu i wyjściu psofometru powiązane są zależnością

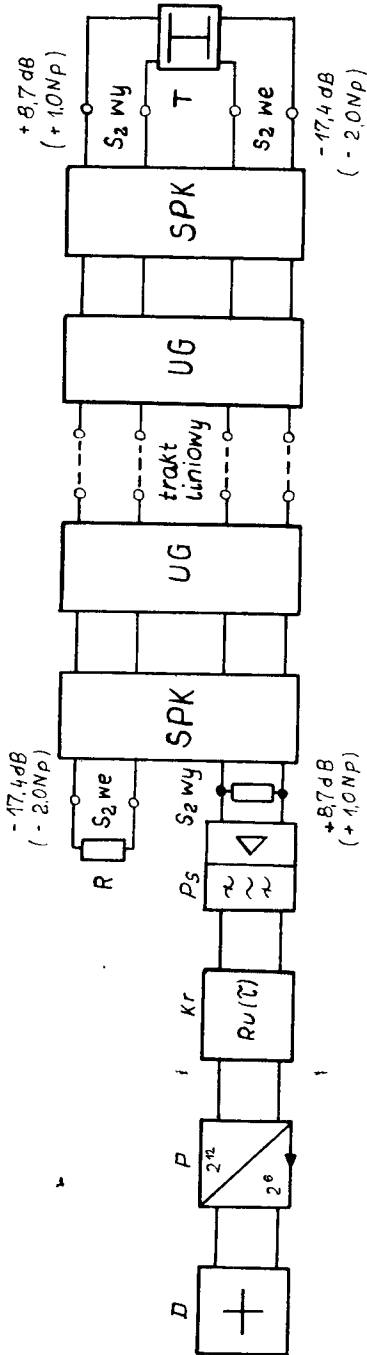
$$R_{u_2}(\tau) = K^2 R_{u_1}(\tau)$$

gdzie:  $R_{u_2}(\tau)$  - funkcja autokorelacji psofometrycznego napięcia szumu na wyjściu psofometru

$R_{u_1}(\tau)$  - funkcja autokorelacji psofometrycznego napięcia szumu, odniesiona do wejścia psofometru

$K$  - wzmocnienie psofometru przy częstotliwości 800 Hz.

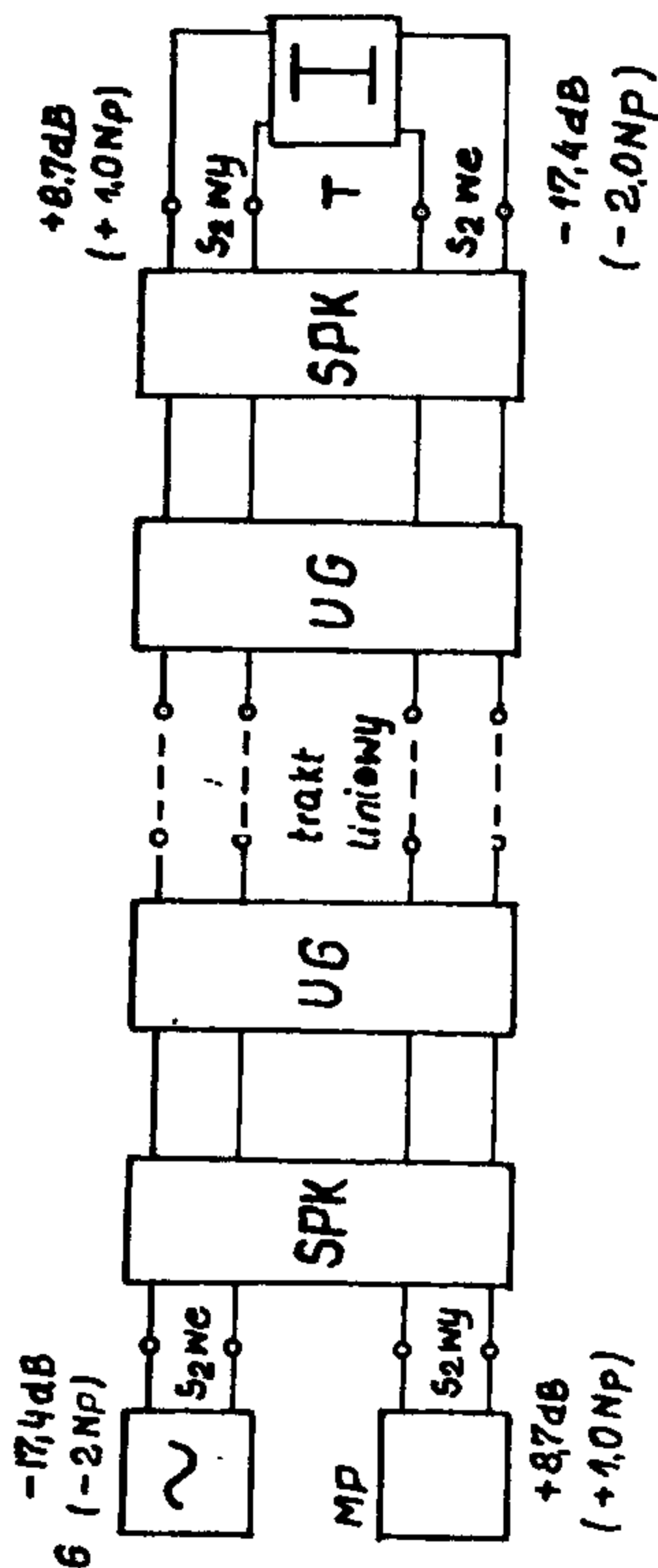
W wybranym kanale relacji Bydgoszcz - Toruń rejestracji dokonywano przez okres 53 dni, średnio 5 godzin dzien-



Rys. 2.1. Układ do rejestracji szumu na taśmie perforowanej

Oznaczenia:

- SPK - stojak przemienników kanałowych
- UG - urządzenie grupowe
- D - dziurkarka typu D-102
- P - przekształtnik kodu /przystawka pośrednicząca/
- T - tłumik symetryczny o  $Z = 600$  i  $A = 26,1$  dB
- Ps - psofometr typu PsTr - 1 produkcji ZOTAP  
0/zew/ 10 k z włączonym telefonicznym  
filtrem psofometrycznym
- Kr - korelator typu 3721 A
- R - rezystor  $600 \pm 1\%$  0,5 W



Rys. 2.2. Pomiar poziomu i charakterystyki przenoszenia kanału

Oznaczenia:

- SPK - stojak przemienników kanałowych
- UK - urządzenie grupowe
- G - generator Rwg - 600;  $p = 17,4$  dB,  $f=800$ Hz

MP - miernik poziomu /Zew/ = 600  
 T - tłumik symetryczny o Zew = 600,  
 A = 26,1 dB

nie. Zapis dokonywany był w godzinach 8<sup>00</sup> - 14<sup>00</sup>. Uzyskano 9338 wyników pomiarów funkcji autokorelacji psfometrycznego napięcia szumu. Zbiór tych wyników nazwano próbą B-T. W relacji Warszawa - Kraków rejestracja trwała przez okres 15 dni, średnio 6 godzin dziennie. Zapis dokonywany był w godzinach 8<sup>00</sup> - 14<sup>45</sup>. Uzyskano 1576 wyników pomiarów funkcji autokorelacji psfometrycznego napięcia szumu. Zbiór tych wyników nazwano próbą W-K.

## 2.2. Ocena błędów metody pomiaru

Należy sprawdzić czy dla przyjętych długości wyników realizacji nie popełnimy zbyt dużego błędu przy cyfrowej metodzie pomiaru funkcji autokorelacji [4]. Jak podaje J.G. Mirskij [3] maksymalny błąd średniokwadratowy wyznaczania rzędnych funkcji autokorelacji metodą analogową, określony jest zależnością

$$\delta_{Ta} = \frac{D[\hat{R}_u(\tau)]}{R_u(0)} < 2 \sqrt{\frac{\tau_{mk}}{T}} \quad (2.1)$$

gdzie:  $D[\hat{R}_u(\tau)]$  - wariancja estymatora funkcji autokorelacji

$R_u(0)$  - funkcja autokorelacji dla  $\tau = 0$   
 /wariancja/

$\tau_{mk}$  - maksymalny czas korelacji (jest to czas po którym rzędne funkcji autokorelacji spełniają nierówność  $R_u(\tau) \leq \frac{1}{20} R_u(0)$ , [5])

T - długość przedziału czasu uśredniania w sekundach



W cyfrowej metodzie uśredniania według J.J. Gribanova [2] przy zachowaniu tego samego błędu jak w metodzie analogowej, należy długość wycinka realizacji wydłużyć 1.2. - 1.5 razy, w porównaniu z wymaganym dla metody analogowej. Z tego względu maksymalny błąd średniokwadratowy należy wyznaczyć z zależności

$$\delta_{T_c} = \sqrt{1.2} ; \quad \delta_{T_a} < 2 \sqrt{\frac{1.2 \tau_{mk}}{T}} \quad (2.2)$$

gdzie:  $\delta_{T_c}$  i  $\delta_{T_a}$  - są odpowiednio średniokwadratowymi błędami związanymi ze skończoną długością wycinka realizacji w metodach pomiarowych cyfrowych i analogowych

Dla czasów uśredniania  $T=33$  s i  $T=66$  s przy  $\tau_{mk} \leq 10$  ms zgodnie z (2.2) maksymalne błędy średniokwadratowe odpowiednio wynoszą 3,9% i 2,8%. Przy wyznaczaniu funkcji autokorelacji metodą cyfrową należy spełnić warunek wynikający z twierdzenia Shannona - Kotielnikowa

$$f_p = \frac{1}{\Delta t} \gg 2 f_{max} \quad (2.3)$$

gdzie:  $f_p$  - częstotliwość próbkowania  
 $\Delta t$  - okres pobierania próbki  
 $f_{max}$  - maksymalna częstotliwość widma przenoszona w kanale telefonicznym

Błąd  $\delta_N(\tau)$  związany ze skończoną liczbą  $N$  punktów dyskretyzacji w czasie  $T$ , można wyznaczyć [2] z zależności

$$\delta_N(\tau) \approx \sqrt{\frac{1 + \rho(\tau)^2}{N}} \quad (2.4)$$

gdzie:  $\rho(\tau) = \frac{R_u(\tau)}{R_u(0)}$  - unormowana funkcji autokorelacji  
 $N$  - liczba próbek pobranych z wycinka realizacji

Maksymalna wartość błędu  $\delta_{N \max}$  zgodnie z (2.4) wynosi

$$\delta_{N \max} \approx \delta_N(0) \sqrt{\frac{2}{N}} \quad (2.5)$$

Jeżeli do pomiaru funkcji autokorelacji używa się korelatora typu 3721 A HP to dla czasu całkowania 66 s i 33 s otrzymamy odpowiednio

$$N = 64 \times 1024 = 2^{16} \quad \delta_{N \max} \approx 0,55\%$$

$$N = 32 \times 1024 = 2^{15} \quad \delta_{N \max} \approx 0,78\%$$

Błąd średniokwadratowy metody pomiaru funkcji autokorelacji  $R_n(\tau)$  obliczamy ze wzoru

$$\delta = \sqrt{\delta_{T_c}^2 + \delta_{N \max}^2}$$

jest równy 2,84% dla czasu całkowania 66 s i 4% dla 33 s.

### 3. Rozkład prawdopodobieństwa uśrednionej mocy szumu

Próba B-T zawierająca 9338 wyników została podzielona na 7 grup ze względu na czas wykonania pomiarów.

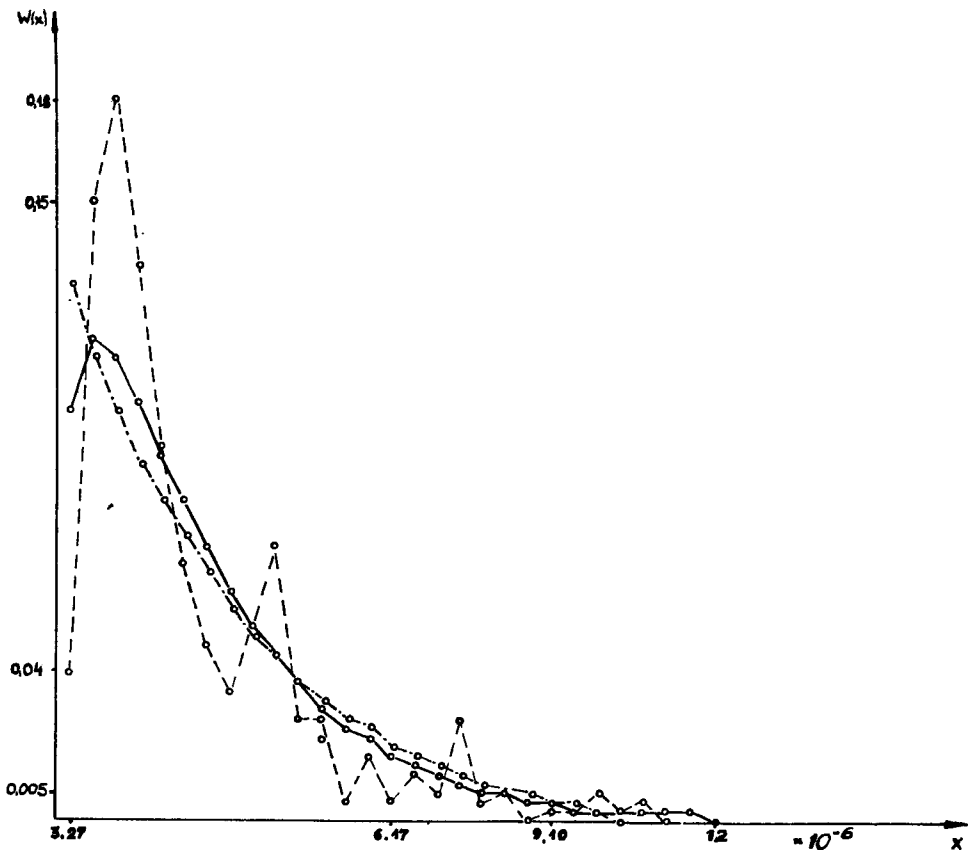
Liczebność poszczególnych grup zestawiono w tabeli 3.1.

Tabela 3.1

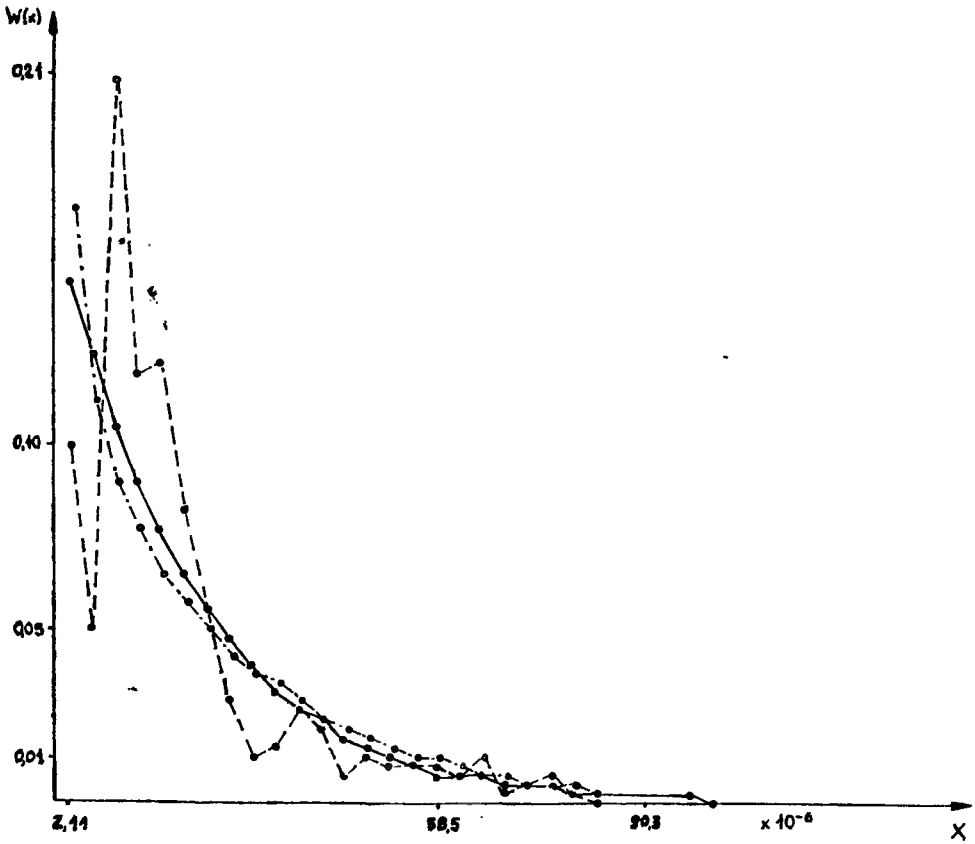
Podział próby B-T na grupy

Nr grupy	godzina	Ilość wykonanych pomiarów
1	8-9	998
2	9-10	1750
3	10-11	1751
4	11-12	1490
5	12-13	1318
6	13-14	1268
7	14-15	763

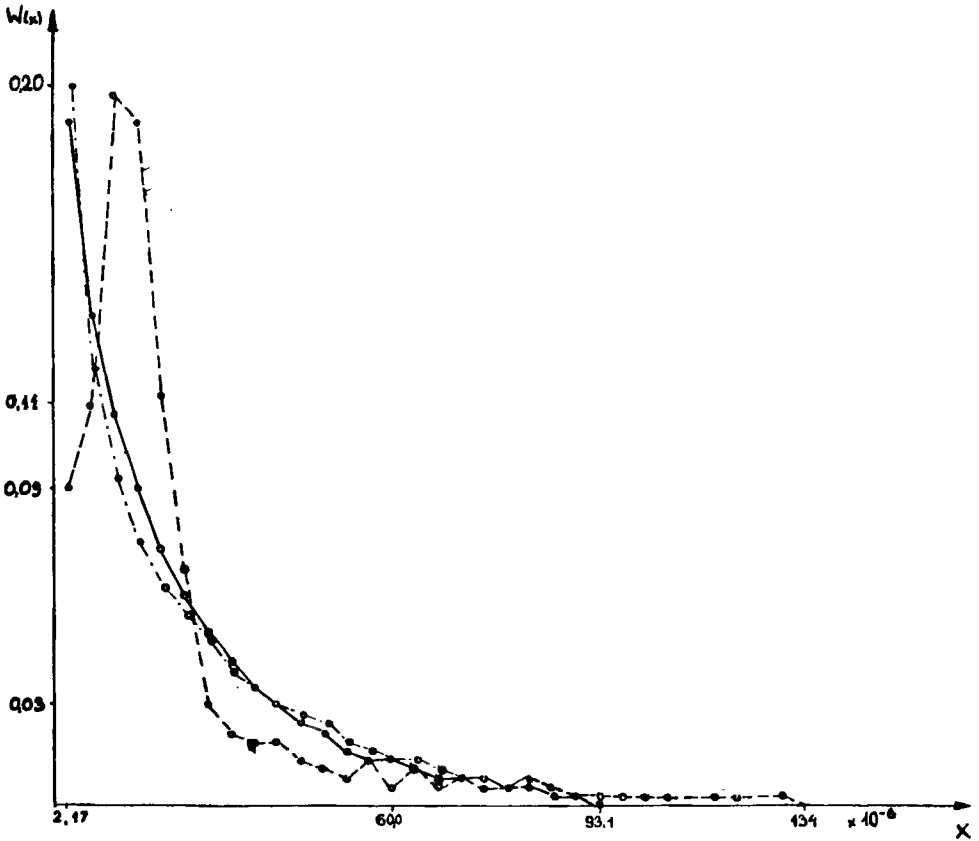
Dla poszczególnych grup tabeli 3.1 sporządzono histogramy mocy szumu /rys. 3.1 - 3.8/ dzieląc wyniki pomiarów w każdej grupie na 40 klas. Ponieważ moc szumu przyjmuje wartości nieujemne, rozważane mogą być jedynie rozkłady zmiennej losowej określonej na półprostej. W takim przypadku najogólniejszym rozkładem prawdopodobieństwa jest



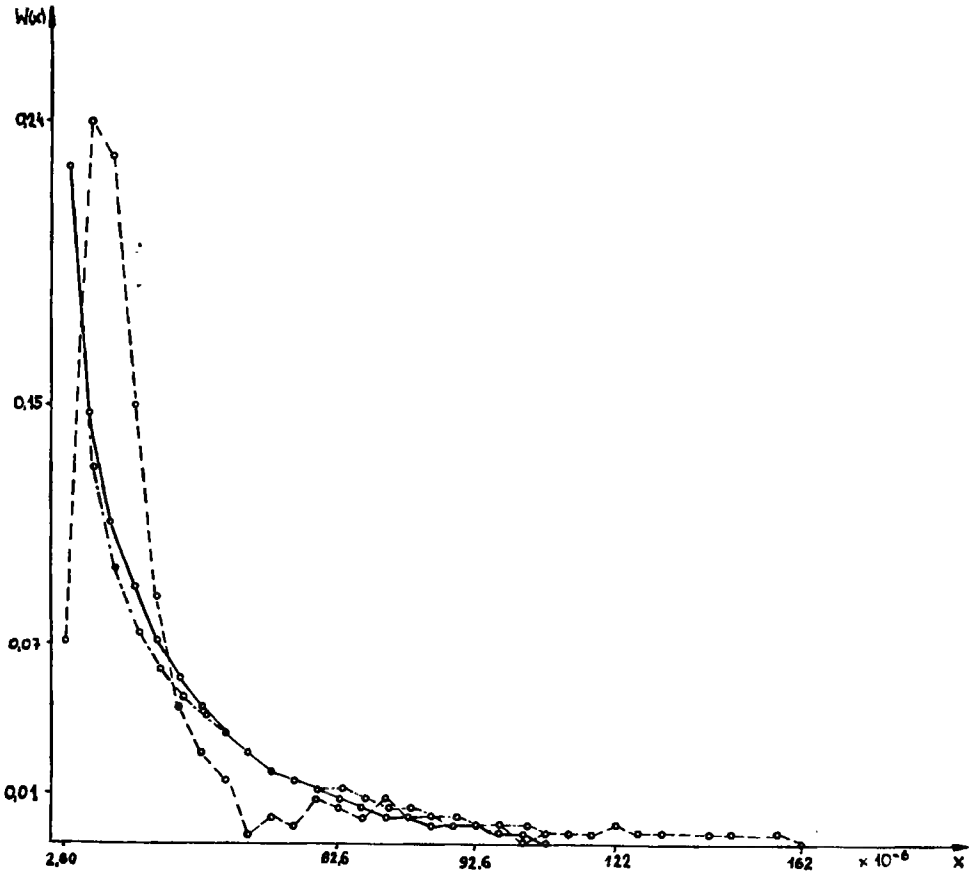
Rys. 3.1. Histogram mocy szumu dla relacji B-T  
w godz. 8<sup>00</sup> - 9<sup>00</sup>



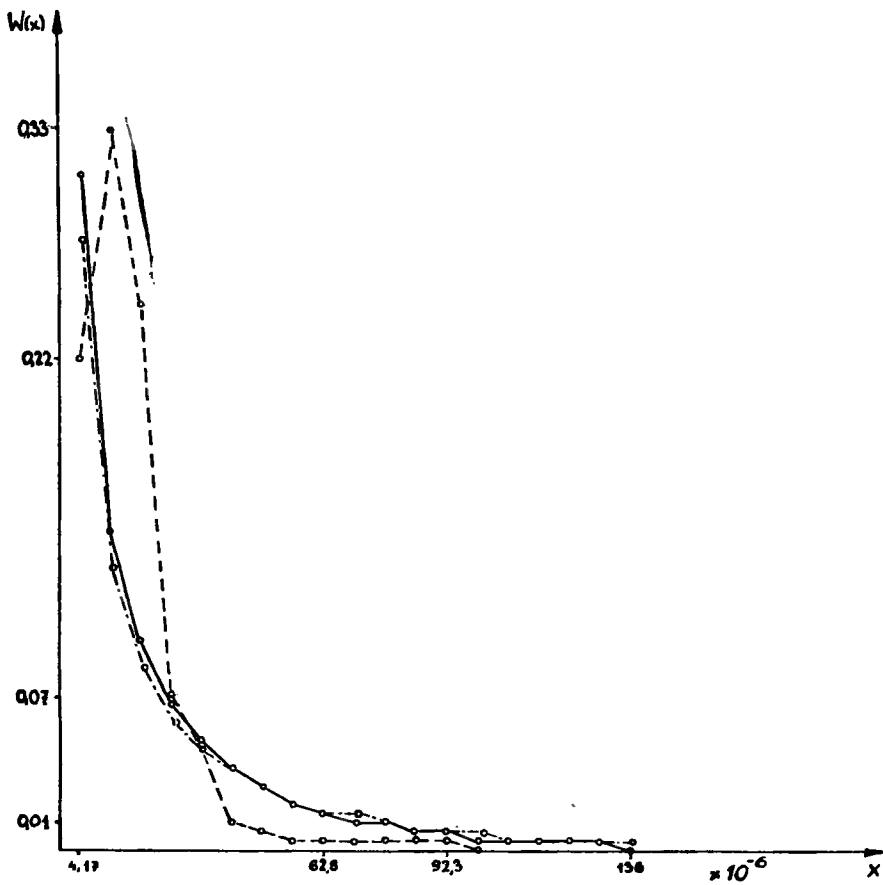
Rys. 3.2. Histogram mocy szumu dla relacji B-T  
w godz. 9<sup>00</sup> - 10<sup>00</sup>



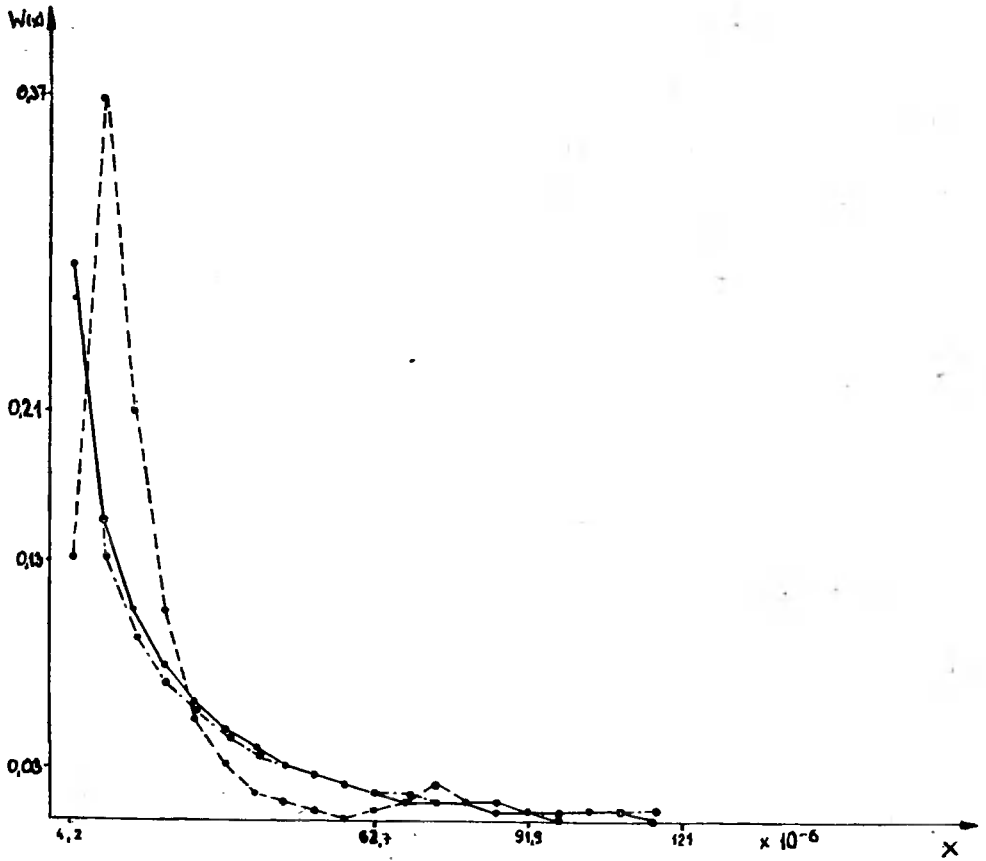
Rys. 3.3. Histogram mocy szumu dla relacji B-T  
w godz. 10<sup>00</sup> - 11<sup>00</sup>



Rys. 3.4. Histogram mocy szumu dla relacji B-T  
w godzinach 11<sup>00</sup> - 12<sup>00</sup>

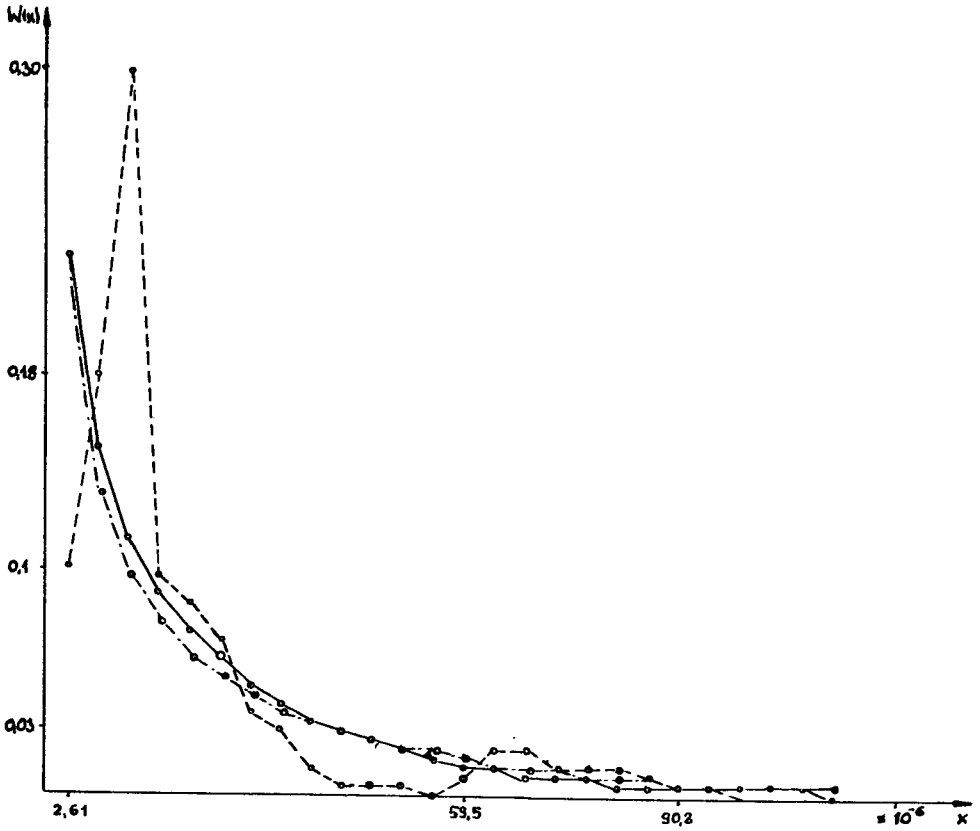


Rys. 3.5. Histogram mocy szumu dla relacji B-T  
w godzinach 12<sup>00</sup> - 13<sup>00</sup>

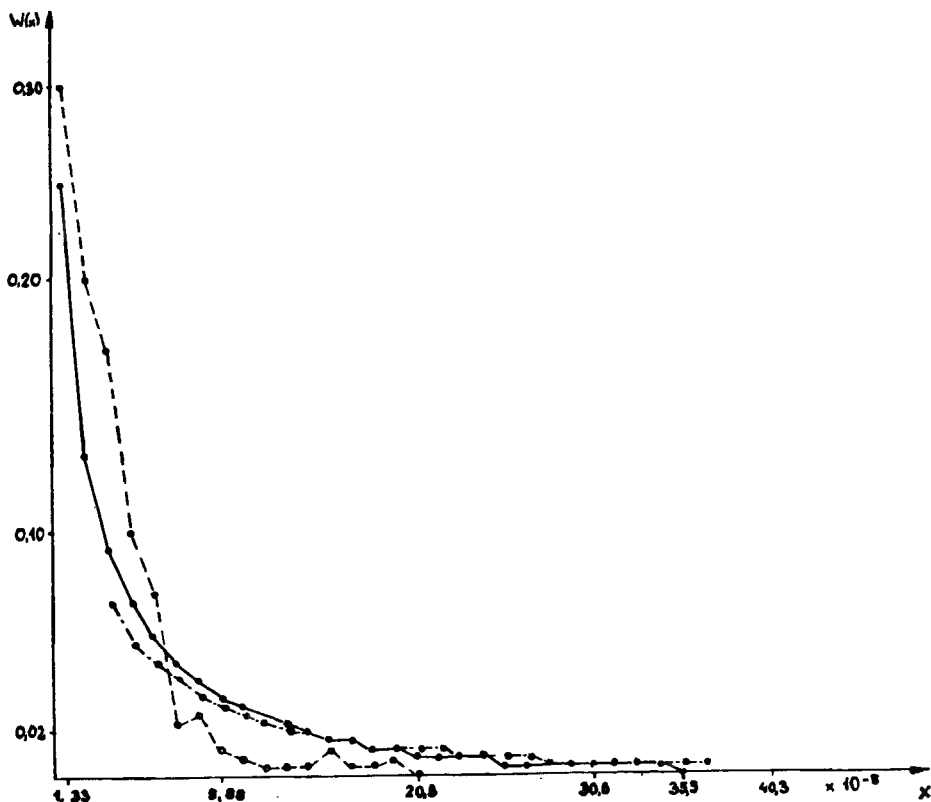


Rys. 3.6. Histogram mocy szumu dla relacji B-T  
w godzinach 13<sup>00</sup> - 14<sup>00</sup>





Rys. 3.7. Histogram mocy szumu dla relacji B-T  
w godzinach 14<sup>00</sup> - 15<sup>00</sup>



Rys. 3.8. Histogram mocy szumu dla relacji W-K  
w godzinach 8<sup>00</sup> - 15<sup>00</sup>

rozkład "gamma" o funkcji gęstości prawdopodobieństwa danej wzorem:

$$f(x, \eta, \lambda) = \begin{cases} \frac{\lambda^\eta}{\Gamma(\eta)} x^{\eta-1} \cdot e^{-\lambda x}; & x \geq 0, \eta > 0, \lambda > 0 \\ 0; & x < 0 \end{cases} \quad (3.1)$$

Oceny  $\hat{\lambda}$  i  $\hat{\eta}$  parametrów  $\lambda$  i  $\eta$  wyznaczono metodą momentów z próby n-elementowej przy użyciu wzorów:

$$\begin{aligned} \hat{\lambda} &= \frac{\bar{x}}{s} \\ \hat{\eta} &= \hat{\lambda} \cdot \bar{x} \end{aligned} \quad (3.2)$$

gdzie:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i; \quad s^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (\bar{x}_i - \bar{x})^2$$

Dodatkowo wyznaczono wartości funkcji gęstości prawdopodobieństwa dla rozkładu "beta", którego gęstość wyraża się wzorem:

$$f(x, \beta, \gamma) = \begin{cases} \frac{\Gamma(\beta + \gamma)}{\Gamma(\beta) \cdot \Gamma(\gamma)} x^{\beta-1} \cdot (1-x)^{\gamma-1}; & 0 \leq x \leq 1, \beta > 0, \gamma > 0 \\ 0; & x < 0 \text{ lub } x > 1 \end{cases} \quad (3.3)$$

Oceny  $\hat{\beta}$  i  $\hat{\gamma}$  parametrów  $\beta$  i  $\gamma$  wyznaczono metodą momentów przy pomocy wzorów

$$\hat{\beta} = \frac{1 - \bar{x}}{s} [\bar{x} \cdot (1 - \bar{x}) - s^2] \quad (3.4)$$

$$\hat{\gamma} = \frac{\bar{x} \cdot \hat{\beta}}{1 - \bar{x}}$$

Na rysunkach 3.1 - 3.8 oprócz histogramu przedstawiono także funkcje gęstości prawdopodobieństwa określone wzorami 3.1 i 3.3 z parametrami wyznaczonymi przy pomocy wzorów 3.2 i 3.4, dla grup wyników, których ilości są zestawione w tabeli 3.1.

Przegląd rysunków ujawnia fakt dużej rozbieżności w każdej grupie między histogramem a wykresami funkcji gęstości prawdopodobieństwa rozkładu "gamma" i "beta". Jednak należy zwrócić uwagę na to, że kształt wszystkich histogramów jest podobny.

Bardzo często w praktyce przyjmuje się, że wyniki pomiarów różnych wielkości fizycznych podlegają rozkładowi normalnemu. W takim przypadku znane są [7] wartości statystyk  $g$  i  $b_2$  określone wzorami:

$$g = \frac{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^3}{s^3}$$

$$b_2 = \frac{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^4}{s^4}$$

na podstawie których można testować hipotezę o normalności rozkładu. Na podstawie tablic [7] sporządzono tabelę 3.2 podającą przedziały dla  $g$  i  $b_2$  dla badanych liczebności i poziomu istotności  $\alpha = 0,05$ . W tabeli tej podano także obliczone wartości statystyk  $g$  i  $b_2$ . Wartości te nie należą do obliczonych przedziałów. Wobec tego hipotezę o normalności rozkładu należy odrzucić. Dla wszystkich grup wartości statystyk  $b_2$  i  $g^2$  wystąpiły w układzie

Tabela 3.2

Wyniki testów  $b_2$  i  $g$  przy poziomie istotności  $\alpha = 0.05$ 

Nr grupy	Relacje	Godzina	Wartość kwantyla $g$ spełniającego warunek $P[g < \frac{g}{2}] = \alpha$	Wartość kwantyla $b_2$ dla rozkładu Gaussa spełniającego warunek $P[b_2 < \frac{b_2}{2}] = \frac{\alpha}{2}$	Wartość kwantyla $b_2$ dla rozkładu Gaussa spełniającego warunek $P[b_2 > b_{1-\frac{\alpha}{2}}] = 1 - \frac{\alpha}{2}$	Obliczona wartość statystyki $g$	Obliczona wartość statystyki $b_2$
1	B-T	8-9	0,127	2,76	3,26	4,3385	20,309
2	B-T	9-10	0,094	2,82	3,20	5,9422	37,449
3	B-T	10-11	0,094	2,82	3,20	5,8598	36,671
4	B-T	11-12	0,103	2,80	3,21	7,6920	67,267
5	B-T	12-13	0,110	2,79	3,23	6,7038	49,038
6	B-T	13-14	0,110	2,78	3,24	6,5462	47,563
7	B-T	14-15	0,146	2,73	3,30	4,3353	22,078
1	W-X	8-15	0,104	2,78	3,20	3,2804	15,169

współrzędnych  $b_2$ ,  $g^2$  w pobliżu prostej

$$b_2 - g^2 = 1$$

co potwierdza trudności w znalezieniu rozkładu gęstości prawdopodobieństwa wyników pomiarów w grupach z tabeli 3.1.

#### 4. Wnioski

Z przeprowadzonej analizy wynika, że rozkład psofometrycznej mocy średniej 33- i 66-sekundowej nie jest rozkładem beta, gamma i gaussowskim.

Na podstawie analizy histogramów można stwierdzić, że kształt ich jest podobny. Trudności związane z aproksymacją histogramów przy pomocy jednej funkcji gęstości można byłoby usunąć stosując aproksymację przy pomocy dwu lub więcej rozkładów. Jednakże tego typu opis histogramów nie byłby wygodny dla eksploatacji ponieważ wymagałby stosowania elektronicznej maszyny cyfrowej do oceny przedziałowej, średniej psofometrycznej mocy szumów w kanałach i łączach telefonicznych.

Należy przeprowadzić badania psofometrycznej mocy szumu w ciągu całej doby, aby poznać gruntownie zjawisko szumu oraz zaproponować ewentualną zmianę czasu pomiaru np. w godzinach popołudniowych lub nocnych - co jest bardziej ekonomiczne dla eksploatacji.

Celowym byłoby wykonanie pomiaru mocy szumu o określonej godzinie po jednym pomiarze dziennie. Badaniami tego typu należy objąć wiele kanałów lub łącz w okresie czasu pozwalającym na dostatecznie dokładną aproksymację wybranych charakterystyk.

Należy dokładnie przebadać problem optymalnego czasu uśredniania, którego rozwiązanie pozwoliłoby na ustosunko-

wanie się do zaleconych przez CCITT czasów uśredniania i ewentualną ich modyfikację. Badania tego typu są trudne i pracochłonne.

Do pomiaru średniej psofometrycznej mocy szumu można wykorzystać cyfrowy miernik mocy średniej, opracowany i wykonany w Instytucie Łączności. Optymalnym rozwiązaniem byłoby zrealizowanie automatycznej rejestracji wyników oraz automatycznego powtarzania cyklu pomiaru.

#### Literatura

1. Księga zielona, t.3., CCITT 1973, WKŁ, Warszawa 1976.
2. Gribanow J.J. i inni: Awtomaticzeskije cifrowyje korrilatory, Energia, Moskwa 1971.
3. Mirskij J.G.: Aparaturnoje opriedelenije szuczajnych processow, Energia, Moskwa - Leningrad 1967.
4. Hewlett - Packard, South Queensferry Scotland, Service manual, vol. 1, Correlator 3721 A 1971.
5. Romanienko A.F., Sergiejew G.A.: Woprosy prikladnowo analiza szuczajnych processow, Sow. Radio, Moskwa 1968.
6. Kendall M.G., Stuart A.: The advanced theory of statistics, vol. 2., London. Tłumaczenie na język rosyjski, Mir, Moskwa 1973.
7. Bolszew L.J., Smirnow N.W.: Tablicy matematycznej statistiki, Nauka, Moskwa 1965.

#### THE STATISTICAL ANALYSIS OF PSOPHOMETRIC NOISE POWER MEASUREMENTS IN TELEPHONIC CHANNELS

##### Summary

On the basis of eleven thousand measurements obtained in two telephonic channels, a test of finding the two-

dimensional distribution of probability density of psophometric noise power has been carried out. The data collecting procedure as well as the statistical elaboration of the results have been described. It has been shown that the distribution of probability density of the psophometric noise power is not gaussian.

СТАТИСТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ ИЗМЕРЕНИЙ  
ПСОФОМЕТРИЧЕСКОЙ МОЩНОСТИ ШУМА В ТЕЛЕФОННЫХ  
КАНАЛАХ

Резюме

На основании 11.000 результатов измерений проведён анализ возможности определения одномерного закона плотности распределения псофометрической мощности шума.

Описан способ проведения измерений и метод статистической обработки результатов измерений. Доказано, что псофометрическая мощность шума не распределена по нормальному закону.







Biblioteka Główna ATR  
w Bydgoszczy

Cz

921

2

1979