

AKADEMIA TECHNICZNO-ROLNICZA
IM. JANA I JĘDRZEJA ŚNIADECKICH
W BYDGOSZCZY

ZESZYTY NAUKOWE NR 218

ELEKTROTECHNIKA 12

BYDGOSZCZ - 1999

AKADEMIA TECHNICZNO-ROLNICZA
IM. JANA I JĘDRZEJA ŚNIADECKICH
W BYDGOSZCZY

ZESZYTY NAUKOWE NR 218

ELEKTROTECHNIKA 12

1.
1996

BYDGOSZCZ - 1999

PRZEWODNICZĄCY KOMITETU REDAKCYJNEGO
prof. dr hab. Ojcumiła Stefaniak

REDAKTOR DZIAŁOWY
dr hab. inż. Ryszard Borowski, prof. nadzw. ATR

OPRACOWANIE REDAKCYJNE I TECHNICZNE
mgr Elżbieta Rudzińska, Zbigniew Gackowski

Wydano za zgodą Rektora
Akademii Techniczno-Rolniczej
w Bydgoszczy

ISSN 0209-0570

WYDAWNICTWA UCZELNIANE
AKADEMII TECHNICZNO-ROLNICZEJ W BYDGOSZCZY

Wyd. I. Nakład 150 egz. Ark. aut. 3,8. Ark. druk. 5,0. Papier druk. kl. III.

Oddano do druku i druk ukończono w czerwcu 1999 r.

Uczelniany Zakład Małej Poligrafii ATR Bydgoszcz, ul. Ks. A. Kordeckiego 20

Zamówienie nr 10/99

Spis treści

1. Stanisław Chojnacki, Wiesław Zech – Rozważania na temat realizacji współbieżnych procesów dyskretnych w układach ASIC..... 5
2. Andrzej Demenko, Bogdan Płachta, Zdzisław Gientkowski – Model polowo–obwodowy i jego wykorzystanie do kształtowania charakterystyk prądnicy asynchronicznej o wzbudzeniu kondensatorowym 21
3. Zdzisław Gientkowski, Bogdan Płachta – Analiza procesów elektromagnetycznych w autonomicznej prądnicy asynchronicznej z wykorzystaniem modelu obwodowego w układzie współrzędnych fazowych..... 39
4. Zdzisław Gientkowski – Modele matematyczne wielouzwojeniowej przekształtnikowej prądnicy asynchronicznej..... 49
5. Włodzimierz Jabłoński, Edward Greczko – Zasady budowy trójfazowych stabilizatorów napięcia przemiennego typu modulacyjnego 67

ROZWAŻANIA NA TEMAT REALIZACJI WSPÓLBIEŻNYCH PROCESÓW DYSKRETNYCH W UKŁADACH ASIC

Stanisław Chojnacki¹, Wiesław Zech²

¹Institut Telekomunikacji ATR

²Institut Elektrotechniki ATR

85–796 Bydgoszcz, ul. Prof. S. Kaliskiego 7

W pracy zamieszczono skrócony przegląd problematyki związanej z realizacją procesów współbieżnych w zagadnieniach sterowania urządzeniami lub systemami przemysłowymi. Zwrócono uwagę na możliwość implementacji dyskretnych sterowników współbieżnych w strukturach ASIC oraz podano przykład implementacji takiego procesu. Przedstawione zostały również wnioski z badań laboratoryjnych modelu sterownika zaimplementowanego w strukturze GAL22V10 oraz wnioski nt. przydatności języków HDL do wspomagania procesu projektowania sterowników współbieżnych.

Słowa kluczowe: interpretowana sieć Petriego, współbieżny proces dyskretny, sterownik współbieżny, ASIC

1. WSTĘP

Większość procesów produkcyjnych i wiele cyfrowych ma charakter współbieżny. Oznacza to, że składają się z szeregu równoległych procesów sekwencyjnych, w których przepływają detale produkcyjne lub dane cyfrowe.

W związku z potrzebą wymiany zasobów lub informacji, tak wewnętrznie między procesami sekwencyjnymi, jak i zewnętrznie z innymi procesami, zachodzi potrzeba wprowadzenia mechanizmów ich odpowiedniej koordynacji. Stanowi to przesłankę do syntezy układu cyfrowego, określonego zwykle mianem sterownika, którego zadaniem jest takie wpływanie na proces współbieżny, by przebiegał prawidłowo, tj. zgodnie z założeniami.

Do opisu algorytmów działania sterowników binarnych używany jest zwykle formalizm skończonej maszyny sekwencyjnej (automatu skończonego). Model ten jest jednak dość nieporęczny, jeśli chodzi o specyfikację algorytmów sterowania procesami współbieżnymi. Automat sekwencyjny ze swej natury nie przystaje do procesów i systemów współbieżnych, gdyż wymaga uszeregowania w czasie, (np. kolejnych taktach zegara) zdarzeń, które w rzeczywistości występują współbieżnie. Oznacza to, że urządzenie cyfrowe zaprojektowane tą metodą jest strukturalnie wolniejsze od odpowiadającego mu urządzenia uwzględniającego współbieżność zdarzeń. Dodatkowo proces formalnej specyfikacji algorytmu działania sterownika – w przypadku użycia maszyny sekwencyjnej jako modelu formalnego – jest trudny i opiera się głównie na doświadczeniu i intuicji projektanta. Użycie sieci Petriego, jako modelu opisującego współbieżne procesy dyskretne, a w szczególności algorytmy sterowania tymi procesami, daje możli-

wość zaradzenia przedstawionym wyżej trudnościom. Dodatkową zaletą używania modeli współbieżnych jest możliwość użycia układów ASIC, szeroko oferowanych obecnie przez szereg firm, (np. ALTERA, AMD, LATTICE i inne). Zastosowanie sieci Petriego do opisu algorytmów działania sterowników współbieżnych oraz wykorzystanie nowoczesnych pakietów wspomagających projektowanie układów cyfrowych w strukturach PLD, (np. LOGiC, ABEL, SYNARIO, MAX+PLUS II i inne) daje przynajmniej następujące korzyści:

- a) zmniejsza czasochłonność realizacji projektów sterowników,
- b) daje możliwość zmiany algorytmów działania sterowników „pod prądem”, (np. układy ISP, ICR),
- c) zwiększa zakres automatyzacji procesu projektowania. (np. makro funkcje, megafunkcje, optymalizacja, automatyczna implementacja w strukturze PLD itd.),
- d) zwiększa szybkość działania układów dzięki sprzętowej realizacji współbieżnych algorytmów sterowania.

Zakres zastosowań sterowników współbieżnych w praktyce uwarunkowany jest przynajmniej następującymi względami:

- a) łatwością transformacji opisu słownego na sformalizowany opis procesu sterowania,
- b) dostępnością narzędzi wspomagających proces syntezy i projektowania sterowników,
- c) dostępnością odpowiednich układów cyfrowych nadających się do realizacji technicznej zaprojektowanych sterowników,
- d) możliwościami łatwej (niekiedy automatycznej) zmiany algorytmów sterowania podczas modyfikacji procesów technologicznych,
- e) szybkością reakcji na zdarzenia zachodzące w procesie sterowania,
- f) pewnością działania sterowników.

Obecny stan rozwoju techniki pozwala ocenić optymistycznie spełnienie wielu z wymienionych wyżej zagadnień. Ograniczając się do krótkiej oceny wybranych aspektów tej problematyki należy wskazać na:

ad. a) Dostatecznie łatwą transformację opisu słownego sterowników współbieżnych (i innych) na opis formalny, poprzez zastosowanie teorii sieci Petriego [1, 2, 3, 11, 13]. Ten rodzaj opisu algorytmów sterowania pozwala ponadto dokonać wstępnego testowania formalnej poprawności opisu słownego i graficznego symulowania [12] procesu sterowania, co bardzo ułatwia jego zdefiniowanie.

ad. b) Obecnie dostępne są pakiety oprogramowania wspomagającego projektowanie układów cyfrowych w strukturach PLD, w których układ cyfrowy opisuje się w różnych dialektach języka HDL (np. Abel HDL[21], Altera HDL[19], DSP [22], Logic HDL i inne. Do opisu układów sekwencyjnych wykorzystywane są definicje automatów sekwencyjnych. W/w pakiety wspomagają optymalizację wg różnych kryteriów (czasu, ilości wejść, ilości wyjść itp.) projektowanych układów cyfrowych o dużej złożoności, (np. kilkanaście tys. bramek), dokonując również automatycznie podziału układu cyfrowego na partycje, (np. MAX+PLUS II, PLSyn), jeśli nie mieści się on w jednej zadeklarowanej strukturze PLD. Do projektowania sterowników współbieżnych można wykorzystywać, np. sieć Petriego oraz jej dekompozycję na zbiór automatów wzajemnie uzależnionych [5,14,17] lub inne podejścia proponowane, np. w [1, 2, 3, 8, 9, 13].

ad. c) Obecnie produkowanych jest wiele rodzin układów ASIC, dobrze nadających się do implementacji sterowników współbieżnych (i innych), np. rodzina MAX

i rodzina FLEX firmy ALTERA [18], rodzina MACH firmy AMD [20], rodzina PDS firmy LATTICE, rodzina XILINX i inne. W rodzinach tych można znaleźć układy o różnej złożoności, co pozwala efektywnie analizować koszty i wielkość układów scalonych dla realizacji sterowników.

Dodatkowa możliwość automatycznego podziału układu na partycje, jaką posiadają niektóre pakiety projektowe, (np. MAX+PLUS II, PLSyn) ułatwia dopasowanie układu cyfrowego do potrzeb, a dekompozycja wstępna [14] układu cyfrowego, ułatwiająca projektowanie, staje się wówczas zbędna.

ad. d) Możliwość łatwej zmiany algorytmu sterowania w przypadku zmiany procesu technologicznego lub realizacji sterowania adaptacyjnego, można obecnie również (podobnie jak w sterownikach mikroprocesorowych) osiągnąć, jeśli zastosuje się reprogramowalne, (np. ispLSI) lub rekonfigurowalne, (np. icrLSI) układy ASIC. Wymianę algorytmu sterowania uzyskuje się wówczas przez elektryczne kasowanie algorytmu starego i zaprogramowanie układu do pracy wg nowego algorytmu, jak to ma miejsce w układach reprogramowalnych, bądź przez wprowadzenie nowego algorytmu sterowania z wybranej pamięci konfiguracyjnej (lub innej), jak to ma miejsce w układach rekonfigurowalnych.

ad. e) Zastosowanie układów ASIC do realizacji sterowników, w tym również sterowników współbieżnych pozwala uzyskiwać znacznie większą szybkość reakcji sterownika na zachodzące w procesie sterowania zdarzenia niż ma to miejsce w sterownikach mikroprocesorowych. Osiąga się to dzięki sprzętowej realizacji algorytmów sterowania z procesami współbieżnymi włącznie.

ad. f) Minimalizacja zewnętrznych połączeń związana z implementacją sterowników w pojedynczych strukturach ASIC, nawet o złożonych algorytmach sterowania oraz możliwość symulacji działania sterownika na różnych etapach procesu projektowania, np. na poziomie sieci Petriego, równań boolowskich, zbiorów wynikowych przeznaczonych do programowania układów ASIC, zwiększa niezawodność pracy sterowników implementowanych w strukturach ASIC. Ponadto można również stosować tradycyjne podwyższanie niezawodności, poprzez stosowanie sterowników nadmiarowych (równoległych), ponieważ wówczas koszt sterownika wzrasta głównie o koszt dodatkowych układów scalonych (które tanieją ze względu na wzrastającą podaż).

W tej pracy przedstawiono przykład realizacji wybranego procesu sterowania, w którym część procesu realizowana jest współbieżnie. Sterownik taki zaimplementowano w popularnej strukturze PLD typu GAL22V10, którą można zaliczyć do układów o małych zasobach cyfrowych.

2. INTERPRETOWANE SIECI PETRIEGO

W tym rozdziale pragniemy bardziej precyzyjne – choć w wielkim skrócie – przedstawić te pojęcia, które występują w niniejszym artykule i mogłyby – jak sądzimy – budzić pewne niejasności u czytelnika. Rozwianie ich w oparciu o literaturę przedmiotu może być trudne, gdyż część z nich precyzowana jest w ramach innych prac realizowanych przez autorów niniejszego artykułu.

2.1. OKREŚLENIE INTERPRETOWANEJ SIECI PETRIEGO

Interpretowaną siecią Petriego nazywamy system:

$$\Sigma = \langle PN, \chi, Y, CK, L, L_y, \delta, \lambda \rangle \quad [17]$$

w którym:

$PN = \langle P, T, F, m^0, E \rangle$ jest siecią Petriego, która opisana jest w następujący sposób:

P, T są zbiorami miejsc i tranzycji, przy czym $P \cup T \neq \emptyset$ i $P \cap T = \emptyset$,
 $F \subseteq (P \times T) \cup (T \times P)$ jest relacją przepływu (zbiór krawędzi w grafie sieci).

$m^0 : P \rightarrow N = \{0, 1, 2, \dots\}$ jest markowaniem początkowym, które określa wstępny rozkład markerów w poszczególnych miejscach sieci.

W artykule tym ograniczamy się do tzw. sieci bezpiecznych, czyli takich, w których każde miejsce może zawierać co najwyżej jeden marker. Możemy więc napisać $m^0 : P \rightarrow \{0, 1\}$ i w konsekwencji $m^0 \in P(P)$. (m^0 i inne osiągnięte poprzez działanie sieci markowania m traktujemy jak podzbiory P). Poprzez dodanie do powszechnie używanego w literaturze opisu sieci Petriego funkcji

$E: \text{dom}(E) \rightarrow P(P)$ opisanej następującą formułą:

$$E(m, t) = (m \setminus {}^*t) \cup t^*$$

określamy działanie tej sieci, gdzie:

$$\text{dom}(E) = \{ \langle m, t \rangle \in P(P) \times T \mid t \subseteq m \wedge (m \setminus {}^*t) \cap t^* = \emptyset \}$$

$${}^*t = \{ p \in P \mid \langle p, t \rangle \in F \}$$

$$t^* = \{ p \in P \mid \langle t, p \rangle \in F \} \quad (\text{jeśli } a \subseteq P, \text{ to } {}^*a = \bigcup_{t \in a} {}^*t \cup a, \quad a^* = \bigcup_{t \in a} t^*)$$

symbole: \setminus, \cap, \cup oznaczają operacje teoriomnogościowe różnicy, przekroju i unii.

W celu określenia interpretacji warunków zewnętrznych w działaniu sieci wprowadzamy zbiory zmiennych boolowskich

$$X = \{x_1, x_2, \dots, x_r\}$$

$$Y = \{y_1, y_2, \dots, y_v\}$$

$$CK = \{ck_1, ck_2, \dots, ck_u\}, \quad (r, v, u \in N)$$

odzwierciedlających sygnały pojawiające się na wejściach X, CK i wyjściach Y modelowanego przez sieć urządzenia. Przy czym CK jest zbiorem zmiennych boolowskich wejściowych uzależniających swą wartość logiczną od impulsów generatorów taktujących. Załóżmy dla ustalenia uwagi, że $CK = \{ck\}$ (sieć jest taktowana jednym generatorem).

$$L = \langle h_x, h_c \rangle : T \rightarrow FB(X) \times CK$$

$$L_y : P \rightarrow FB(Y),$$

są funkcjami etykietującymi tranzycje i miejsca, gdzie $FB(X), FB(Y)$ są formułami boolowskimi [10].

Funkcję $L = \langle h_x, h_c \rangle$ określamy w następujący sposób:

$$L(t) = h_x(t) \wedge ck \quad (*)$$

wartość logiczna formuły boolowskiej $h_x(t)$ zależy od stanu wejść $\underline{w} \in \underline{X}$, co zapisujemy

$$h_x(t)(\underline{w}) \in \{0,1\}$$

Wartość logiczna $h_c(t) = 1$ wynosi 1, gdy wystąpi impuls generatora taktującego, 0 – w pozostałych chwilach czasu.

Funkcja $\delta: P(P) \times \underline{X} \rightarrow P(P)$ określona przez równość:

$$\delta(m, \underline{w}) = \begin{cases} E^*(m, a) & a = sel(m, \underline{w}) \neq \emptyset \\ m & sel(m, \underline{w}) = \emptyset \end{cases}$$

jest interpretacją otoczenia sieci przez jej działanie, gdzie

$$sel(m, \underline{w}) = \{t \in T \mid \langle m, t \rangle \in \text{dom}(E) \wedge L(t)(\underline{w}) = 1\}$$

$$E^*(m, a) = \bigcup_{t \in a} E(m, t)$$

Zakładamy, że spełniony jest warunek:

$$\forall t_1, t_2 \in a: t_1 \neq t_2 \Rightarrow t_1 \cap t_2 = \emptyset \wedge t_1^* \cap t_2^* = \emptyset$$

Spełnienie tego warunku zależy od wyboru funkcji h_x , co odbywa się na etapie specyfikacji. Szersza dyskusja tego zagadnienia zawarta jest w [17]. Ze względu na formułę (*) wszystkie tranzycje ze zbioru $sel(m, \underline{w})$ przenoszą markery ze swych wejść do wyjść jednocześnie, podczas jednego impulsu generatora taktującego. Tak interpretowana sieć nazywa się synchroniczną lub jednotaktowaną [17].

Funkcję wyjść $\lambda: P(P) \rightarrow \text{FB}(Y)$ określamy w następujący sposób

$$\lambda(m) = \bigwedge_{p \in m} L_y(p)$$

(tworzymy koniunkcje formuł przypisanych poszczególnym miejscom z markowania m). Szersza i bardziej wnikliwa dyskusja przedstawionych tu pojęć zawarta jest w pracy [17].

2.2. PRZYKŁADY SYMULACJI INTERPRETOWANEJ SIECI PETRIEGO

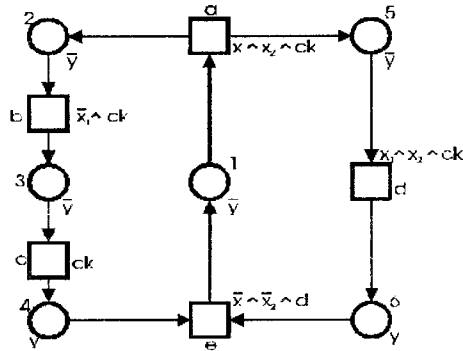
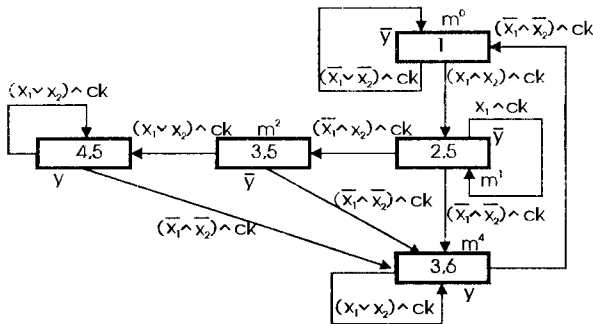
a) symulacja synchroniczna [17]

Niech $\Sigma = \langle P, T, F, m^0, E, X, CK, Y, L, L_y, \delta, \lambda \rangle$

$$P = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}, \quad T = \{a, b, c, d\}, \quad m^0 = \{1\},$$

$$F = \{ \langle 1, a \rangle, \langle a, 2 \rangle, \langle a, 5 \rangle, \langle 2, b \rangle, \langle b, 3 \rangle, \langle 3, c \rangle, \langle c, 4 \rangle, \langle 5, d \rangle, \langle d, 6 \rangle, \langle 4, e \rangle, \langle 6, e \rangle, \langle e, 1 \rangle \}$$

Sieć ta pokazana jest na rysunku 1. Symulacja synchroniczna odbywa się na drodze obliczania wartości funkcji E (działanie sieci). Przykładowe obliczenie tej funkcji podane jest w tekście pod rysunkiem 2.

Rys.1. Interpretowana i synchroniczna sieć Petriego Σ_1 

Rys.2. Diagram przejść sieci jako wynik synchronicznej symulacji sieci z rysunku 1

Obliczamy działanie E sieci dla markowania $m = \{3,5\}$ i tranzycji c
 $\langle m, c \rangle \in \text{dom}(E)$ gdyż

$${}^{\circ}c = \{3\} \subseteq \{3,5\} \text{ oraz } (m \setminus {}^{\circ}c) \cap c^{\circ} = \{5\} \cap \{4\} = \emptyset$$

$$E(m, c) = (\{3,5\} \setminus \{3\}) \cup \{4\} = \{4,5\}$$

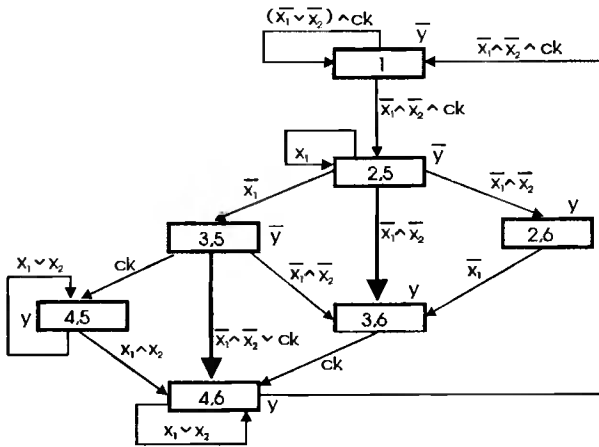
$${}^{\circ}X = \{x_1, x_2\}, Y = \{y\}, CK = \{ck\}$$

$$L(a) = x_1 \wedge x_2 \wedge ck, L(b) = \bar{x}_1 \wedge ck, L(c) = 1 \wedge ck$$

$$L(d) = \bar{x}_1 \wedge \bar{x}_2 \wedge ck, L(e) = \bar{x}_1 \wedge \bar{x}_2 \wedge ck$$

b) częściowo asynchroniczna symulacja [17]

Gdy z formuł $L(b) = \bar{x} \wedge ck$, $L(d) = \bar{x}_1 \wedge \bar{x}_2 \wedge ck$ usuniemy ck , uzyskamy, w wyniku częściowo asynchronicznego działania sieci, diagram przejść pokazany na rysunku 3.



Rys.3. Diagram przejść jako wynik częściowo asynchronicznej symulacji sieci z rys.1

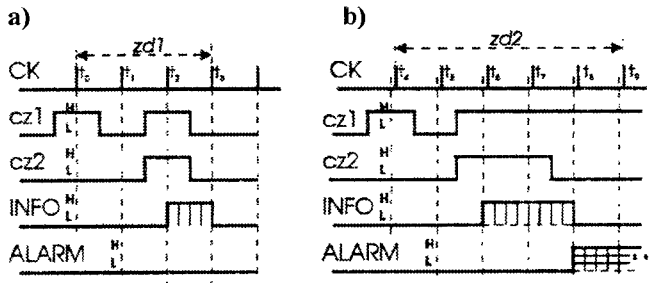
3. ALGORYTM STEROWANIA

Jako przykład ilustrujący spostrzeżenia zamieszczone we wstępie przygotowano niżej opisany algorytm sterowania. Jest on fragmentem bardziej złożonego procesu sterowania, lecz dla przejrzystości opisu ograniczono się tylko do opisanego niżej fragmentu. Schemat blokowy systemu sterowania, który powinien realizować ten algorytm, przedstawiono na rysunku 4.

Sterownik *S*, pokazany na rysunku 4, powinien kontrolować dwa niezależne od siebie procesy. Stany tych procesów reprezentowane są przez sygnały czujnikowe *cz1* i *cz2*. Na wyjściach tych czujników w procesie sterowania mogą pojawiać się różne ciągi sygnałów cyfrowych obserwowane w dyskretnych chwilach czasowych *t_i*. Na rysunku 5 pokazano przykładowe fragmenty sygnałów *cz1* i *cz2*, jakie można obserwować na wyjściach czujnikowych. Na tym rysunku zamieszczono również sygnał ostrzegawczy – INFO oraz sygnał alarmowy – ALARM, które powinny uruchamiać odpowiednio blok sygnalizacji ostrzegawczej i blok alarmowy. Sygnały te powinny być generowane przez sterownik *S* jako odpowiedzi na zajście zbiorów zdarzeń nazwanych odpowiednio *ZD_1* oraz *ZD_2*, określonych niżej.



Rys.4. Schemat blokowy sterownika współbieżnego



Rys.5. Wybrane ciągi sygnałów cz1 i cz2, a) dla zdarzenia $ZD-1$. b) dla zdarzenia $ZD-2$

Zadaniem sterownika S jest rozpoznawanie dwóch zbiorów zdarzeń. Zbiór zdarzeń $ZD-1$ zachodzi wówczas, gdy czujniki cz1 i cz2 zarejestrują współbieżne pojawienie się ciągów sygnałów, jakie na rysunku 5a pokazano w przedziale czasowym $zd1$. Po wykryciu tego zbioru zdarzeń, sterownik S powinien wysteroować system ostrzegania – INFO (wy.1 na rysunku 4) na czas przynajmniej jednego taktu zegara CK. Jeśli jednak bezpośrednio po zajściu zbioru zdarzeń $ZD-1$ w kolejnych dwóch chwilach czasowych t_1 i t_2 pojawią się współbieżnie sygnały czujnikowe, takie jak pokazano na rysunku 5b, w przedziale czasowym $zd2$, to stan ostrzegania – INFO powinien być podtrzymany przez kolejny (drugi) takt zegara CK, a bezpośrednio po nim tj. w chwili t_3 powinien zostać uruchomiony system alarmowy – ALARM. Ten stan systemu sterowania określa zajście zbioru zdarzeń $ZD-2$, na które sterownik S powinien odpowiedzieć wyłączeniem sygnału ostrzegania – INFO oraz powinien włączyć system alarmowy – ALARM, zatrzymując jednocześnie proces sterowania w całym systemie, którego tylko część pokazano na rysunku 4.

Stan alarmowy powinien być utrzymywany w sposób ciągły, niezależnie od tego, jakie zdarzenia będą rejestrowały czujniki cz1 i cz2 w kontrolowanym systemie po chwili t_3 aż do chwili interwencji operatora, polegającej na wyłączeniu alarmu sygnałem CLR. Wyłączenie alarmu sygnałem CLR powinno sprowadzać sterownik S do stanu spoczynkowego (rys.6), tj. takiego, w jakim sterownik znajdował się przed pierwszym taktem zegarowym t_0 – rysunek 5a przy zerowych (poziom L) sygnałach czujnikowych cz1 i cz2.

Algorytm działania sterownika S , zgodny z wyżej podaną specyfikacją, można przedstawić w postaci sieci Petriego, pokazanej na rysunku 6. Przedstawioną na nim graficzną reprezentację interpretowanej sieci Petriego rozumiemy następująco: tranzykcje, które przedstawione są jako prostokąty, reprezentują zdarzenia zachodzące w procesie sterowania. Okręgi są graficzną reprezentacją stanów lokalnych (nazywanych miejscami), w jakich może znajdować się proces sterowania, a aktualny stan procesu oznaczony jest markerami (kropki w odpowiednich okręgach). Dla danej tranzykcji miejscami wejściowymi są te, od których dochodzą do niej strzałki. Odpowiednio te miejsca, do których dochodzą strzałki od tranzykcji, są jej wyjściami. Warunkiem koniecznym wykonania tranzykcji (tj. zdarzenia przez nią reprezentowanego) jest istnienie markerów we wszystkich jej wejściach. Przebieg procesu sterowania polega na odpowiednim przemieszczaniu się markerów z miejsc wejściowych do miejsc wyjściowych tranzykcji. Interpretacja tej sieci polega na uwzględnieniu sygnałów wejściowych i wyjściowych

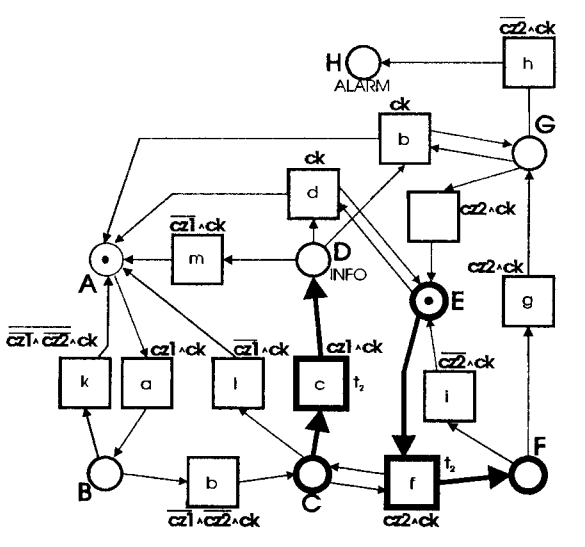
sterownika. Sygnały wejściowe przedstawione są w postaci zmiennych w formułach boolowskich, przypisanych poszczególnym tranzycjom.

Formuły przyjmują wartości ze zbioru $\{1,0\}$, zależnie od stanu sygnałów wejściowych. Warunkiem koniecznym do wykonania tranzycji jest przyjęcie przez tę formułę wartości logicznej 1. Sygnały wyjściowe reprezentowane są przez zmienne boolowskie, przypisywane odpowiednim miejscom. Szerszy opis sieci Petriego można znaleźć w literaturze [11].

Symbol ck przy tranzycjach oznacza impuls zegara taktującego, zatem cały system jest sterowany z jednego (centralnego) zegara. Rozumiane jest to w ten sposób, że przy spełnieniu wszystkich warunków wykonania tranzycji, zdarzenie to jest możliwe jedynie w chwili wystąpienia ck .

Jeśli w interpretowanej sieci Petriego mamy kilka tranzycji, które są przygotowane do zajęcia, to wystąpią wszystkie jednocześnie w chwili ck .

Oznacza to, że sieć Petriego, z natury asynchroniczna, jest tu interpretowana w sposób synchroniczny. Możliwe jest jednak użycie kilku zegarów taktujących ck_1, ck_2, \dots, ck_k dla poszczególnych fragmentów sieci [17]. Brak przypisania etykiety ck oznacza, że interpretujemy je w sposób asynchroniczny.



Rys.6. Specyfikacja algorytmu działania sterownika oparta na formalizmie interpretowanej sieci Petriego

Rozumiemy to w ten sposób, że w sytuacji, kiedy przygotowanych jest kilka tranzycji, wykonanie ich odbywa się spontanicznie, bez ustalonego z góry porządku co przypomina wyścig w automatach asynchronicznych. Takie sieci, lub ich fragmenty, trzeba realizować jak automaty asynchroniczne [4]. Warto zauważyć, że oferowane obecnie układy ASIC umożliwiają implementacje układów cyfrowych dla tych wszystkich warunków.

4. IMPLEMENTACJA STEROWNIKA W STRUKTURZE ASIC

W rozdziale tym – na przykładzie modelu z rysunku 6 – zajmujemy się sprawdzeniem, czy istotnie istnieje wierna implementacja fizyczna w strukturach ASIC współbieżnych algorytmów sterowania binarnego, jeśli realizacja ta odbywa się na drodze kodowania miejsc sieci Petriego (nie stanów) i przy użyciu przerzutników D jako elementów pamięciowych.

Dla sprawdzenia możliwości zaimplementowania wyżej opisanego algorytmu sterowania w sterowniku cyfrowym, zaprojektowano sterownik realizujący ten algorytm w strukturze GAL22V10. Algorytm działania sterownika, zgodny ze specyfikacją zawartą na rysunku 6 (sieć Petriego), opisano w języku Abel HDL [21]. Dla zakodowania stanów wewnętrznych układu sterowania zadeklarowano wykorzystanie przerzutników typu D w układzie GAL. Rysunek 7 zawiera formuły opisujące sterownik oraz kody miejsc sieci Petriego. W artykule tym nie zajmujemy się problemem generacji kodu miejsc sieci. Zagadnienie to jest dość intensywnie dyskutowane w literaturze przedmiotu, np. [1, 5, 8, 9, 13, 16, 17]. Autorzy niniejszego artykułu poświęcili temu problemowi oddzielne opracowanie [16].

a)	b)																																													
state A:																																														
if cz1 then B else A;																																														
state B:																																														
if !cz1 & !cz2 then C else A;																																														
state C:																																														
if cz1 then D else A;																																														
state D:																																														
if cz1 & Q2.Q then D else A;																																														
state E:																																														
if cz2 & !Q0.Q & Q1.Q then F else E;																																														
state F:																																														
if cz2 then G else E;																																														
state G:																																														
if !cz2 then H else E;																																														
state H:																																														
if cz2 # Q3.Q then H else E;																																														
	<table border="1" style="border-collapse: collapse; text-align: center;"> <thead> <tr> <th></th> <th>Q0</th> <th>Q1</th> <th>Q2</th> <th>Q3</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>A</td> <td>0</td> <td>0</td> <td>-</td> <td>-</td> </tr> <tr> <td>B</td> <td>1</td> <td>0</td> <td>-</td> <td>-</td> </tr> <tr> <td>C</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>-</td> <td>-</td> </tr> <tr> <td>D</td> <td>1</td> <td>1</td> <td>-</td> <td>-</td> </tr> <tr> <td>E</td> <td>-</td> <td>-</td> <td>0</td> <td>0</td> </tr> <tr> <td>F</td> <td>-</td> <td>-</td> <td>1</td> <td>0</td> </tr> <tr> <td>G</td> <td>-</td> <td>-</td> <td>0</td> <td>1</td> </tr> <tr> <td>H</td> <td>-</td> <td>-</td> <td>1</td> <td>1</td> </tr> </tbody> </table>		Q0	Q1	Q2	Q3	A	0	0	-	-	B	1	0	-	-	C	0	1	-	-	D	1	1	-	-	E	-	-	0	0	F	-	-	1	0	G	-	-	0	1	H	-	-	1	1
	Q0	Q1	Q2	Q3																																										
A	0	0	-	-																																										
B	1	0	-	-																																										
C	0	1	-	-																																										
D	1	1	-	-																																										
E	-	-	0	0																																										
F	-	-	1	0																																										
G	-	-	0	1																																										
H	-	-	1	1																																										

Rys.7. Opis sterownika w języku Abel HDL: a) formuły opisujące sterownik, b) kod miejsc sieci Petriego z rysunku 6

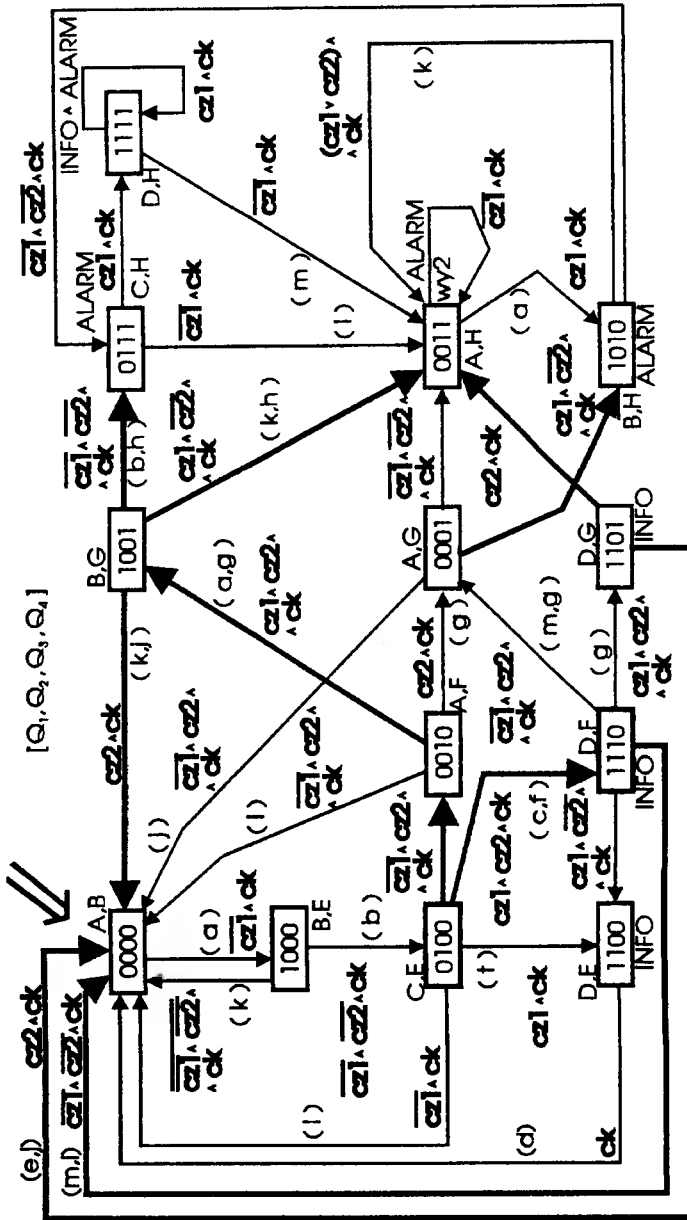
Wykorzystując opis z rysunku 7, zaprojektowano sterownik w strukturze GAL22V10 i po zaprogramowaniu układu scalonego, poddano go testom eksperymentalnym. Wyniki tych testów zamieszczono na rysunku 8 i rysunku 9. Test rozpoczęto od stanu spoczynkowego sterownika, do którego wprowadzono go sygnałem CLR – rysunek 4. W stanie tym, zgodnie z opisem na rysunku 7, sygnały wewnętrzne Q_0 , Q_1 , Q_2 , Q_3 , sterownika posiadają poziom zera logicznego (poziom L). Krokowo generowano impulsy zegarowe, zadając przed każdym kolejnym impulsem zegarowym odpowiednie stany na wejściach czujniko-

wych sterownika oraz kontrolowano stany sygnałów zewnętrznych $wy1$ i $wy2$. Kontrolowano również stany wewnętrzne Q_0, Q_1, Q_2, Q_3 , do których „przechodził” sterownik w trakcie wykonywania testów. Wynik testów zamieszczono na rysunku 8 w postaci diagramu przejść (graf). Węzły tego grafu odpowiadają poszczególnym stanom wewnętrznym badanego sterownika, a krawędzie grafu są etykietowane formułami boolowskimi, odpowiadającymi stanom sygnałów wejściowych $cz.1$ i $cz.2$. Symbol ck , umieszczony przy krawędziach oznacza, że przejścia między kolejnymi stanami odbywają się synchronicznie z impulsem taktującym zegara CK – rysunek 5. Etykiety *INFO* i *ALARM* umieszczone zostały jedynie przy tych węzłach, którym odpowiada wysoki poziom /H/ sygnałów wyjściowych $wy1$ i $wy2$. Wszędzie tam, gdzie powinien występować niski poziom sygnałów $wy1$ lub $wy2$ etykiety *INFO* i *ALARM* pominięto.

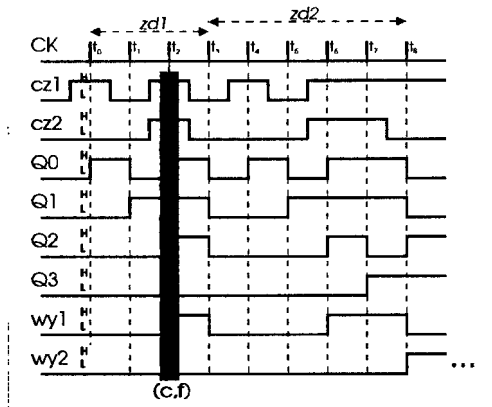
Uzyskany w ten sposób diagram porównano z wynikiem symulacji sieci z rysunku 6 (sposób wykonania symulacji wyjaśniony jest w rozdziale 2 na prostszym przykładzie sieci). Diagram przejść, będący wynikiem symulacji sieci z rysunku 6, okazał się być analogiczny [15] z otrzymanym doświadczalnie. Oznacza to zgodność implementacji z pierwotną specyfikacją formalną. Fakt izomorfizmu przedstawiono na rysunku 8 w ten sposób, że przy poszczególnych węzłach pokazanego tam grafu umieszczono dodatkowo symbole tych miejsc sieci Petriego (z rys.6), które „pasują” do tych węzłów. Dodatkowo przy poszczególnych krawędziach umieszczone są w nawiasach symbole tych tranzycji, których wykonanie „pasuje” do przejścia rzeczywistego. Krawędzie z rysunku 8, przy których umieszczono symbole dwóch tranzycji, odpowiadają ich współbieżnemu wykonaniu (w jednym taktcie zegara). Zaznaczono to grubszą linią na rysunku.

Wyniki testów eksperymentalnych w postaci wybranego fragmentu przebiegów czasowych sygnałów czujnikowych $cz1$ i $cz2$, sygnałów wewnętrznych $Q1, Q2, Q3, Q4$ oraz sygnałów wyjściowych $wy1$ i $wy2$, pokazano na rysunku 6. Zaznaczono na nim również przykładowo chwilę czasową $t_2 /ck/$, dla której zachodzi współbieżne wykonanie tranzycji c oraz f . Odpowiada to sytuacji, w której markery znajdują się w miejscach C i E (rys.6). Aktywne są wówczas tranzycje c oraz f , co na rysunku 6 zaznaczono grubszą linią.

Opisane wyżej rezultaty potwierdzają poprawność zastosowanego algorytmu projektowania [6,16] oraz zgodność wyników eksperymentalnych z założeniami projektowymi, opisanymi w rozdziale 3 i przedstawionymi na rysunku 5.



Rys.8. Diagram przejść sterownika zrealizowanego w strukturze GAL22V10



Rys.9. Przebiegi czasowe dla sterownika zaimplementowanego w strukturze GAL22V10

5. WNIOSKI

Wyniki procesu projektowania i wyniki testów eksperymentalnych potwierdzają możliwość realizacji sterowników współbieżnych w strukturach ASIC oraz możliwość opisywania takich sterowników w języku Abel HDL. Ponieważ wiele innych dialektów języka HDL, (np. Log/IC HDL, Palasm HDL, SYNARIO HDL itd.) zawierają podobne struktury językowe do opisu logiki i automatów, zatem można sądzić, że będą one umożliwiały również projektowanie sterowników współbieżnych. Wniosek ten potwierdzony został na tym samym przykładzie, który zamieszczony jest w tej publikacji, po wykorzystaniu środowiska wspomagającego projektowanie MAX+PLUS II firmy ALTERA i zaimplementowaniu sterownika realizującego algorytm sterowania, opisany siecią Petriego z rysunku 6 w układach MAX7032, MAX7064 oraz FLEX8282C tej samej firmy [6]. Wniosek ten potwierdzony został również na innym przykładzie zaczerpniętym z [16] po zaimplementowaniu zawartego tam algorytmu sterowania w strukturze GAL22V10.

Sterowniki takie mogą wykorzystywać różnego rodzaju przerzutniki dla kodowania stanów wewnętrznych, w tym D i T, a nie tylko RS czy JK.

Wyniki testów eksperymentalnych, zawarte w tej publikacji i opracowane w raportach [6,16], potwierdzają poprawność zarówno procesu projektowania jak i implementacji sterowników współbieżnych w strukturach ASIC.

LITERATURA

- [1] Adamski M, A., Monteiro J. L.: PLD Implementation of Logic Controlers. IEEE Intern. Symposium on Industrial Electronics, ISIE'95, Athens, Greece.
- [2] Augin M., Borei F., Andre C.: Systematic method of realization of interpreted Petri nets. Digit. Proc. No.6, 1980.

- [3] Baranowski J.: Metody syntezy układów cyfrowych opisywanych sieciami Petriego. Rozprawa doktorska, Pol. Śl., Gliwice 1982.
- [4] Beister J., Wollowski R.: Controller Implementation by Communicating Asynchronous Sequential Circuits Generated from a Petri Net Specification of Required Behavior in Synthesis for Control Dominated Circuits. G. Souicer and J. Trilche Eds. Amsterdam: Elsevier pp. 103–115, 1993.
- [5] Biliński K., Adamski M., Saul J. M., Daugless E. L.: Petri-net-based algorithms for parallel-controller synthesis. IEE Proc.–Comput. Digit. Tech., vol.141, No.6, Nov.1994.
- [6] Chojnacki S., Zech W.: Implementacje sterownika współbieżnego w strukturach ASIC. Raport nr 2/97 opracowany w ramach tematu BS13/94, Instytut Telekomunikacji ATR, Bydgoszcz, 1997.
- [7] Kalinowski J.: Wykorzystanie sieci Petriego do projektowania układów cyfrowych. Rozpr. dokt. Polit. Warszawska 1984.
- [8] Kozłowski T., Daugless E. L., Saul J. M., Adamski M., Szajna J.: Parallel controller synthesis using Petri nets. IEE Proc.–Comput. Digit. Tech., vol 142, No.4, July 1995.
- [9] Pardey J., Amroun A., Bolton M., Adamski M.: Parallel controller synthesis for programmable logic devices. Microprocessors and Microsystems vol.18, Number 8, Oct.1994.
- [10] Puchałka T.: Teoria systemów przełączających. PWN, Warszawa–Poznań, 1976.
- [11] Reisig W.: Sieci Petriego. WNT, 1988.
- [12] Suraj Z., Komarek B.: GRAF – system graficznej konstrukcji i analizy sieci Petriego. Akad. Oficyna Wyd. PLJ. Warszawa 1994.
- [13] Węgrzyn M., Adamski M. A., Monteiro J. L.: Reconfigurable Logic Controller with FPGA, 4th IFAC Workshop on Algorithm and Architectures for Real Time Control – AARTC'97, Klamoura, Algarre Portugal. 04.1997.
- [14] Zech W.: Synchroniczna dekompozycja P/T – systemów. Zeszyty naukowe ATR, Bydgoszcz, Telekom. i Elektron. nr 9, 1997.
- [15] Zech W.: Odwzorowania zachowujące strukturę i działanie sieci Petriego. PTPN, Prace Komisji Automatyki, tom XV, 1989.
- [16] Zech W., Chojnacki S.: Automatyzacja Syntezy sterowników współbieżnych w języku HDL. Rap. nr 3/97, opracowany w ramach tematu BS13/94, Inst. Telek. i Eletr., ATR, Bydgoszcz, styczeń 1997.
- [17] Zech W.: Właściwości struktury sieci Petriego i ich wykorzystanie do syntezy układów sterowania binarnego. Politechnika Poznańska, Rozprawa doktorska (w przygotowaniu).
- [18] ALTERA Corporation: Data Book, June 1996.
- [19] ALTERA Corporation: MAX+PLUS II, Programmable Logic Development System – AHDL.
- [20] AMD: PAL Devices Data Book and Design Guide, 1996.
- [21] DATA I/O GmbH: EasyABEL Design Software, User Manual. Dec. 1992.

[22] MicroSim Corporation: PLSyn. Programmable Logic Synthesis User's Guide ver.6.2, 1995.

DISCUSSION ABOUT THE REALISATION OF THE CONCURRENT DISCRETE PROCESSES IN THE ASIC STRUCTURE

Summary

This paper presents short review of some aspects for concurrent and discrete processes modelling and synthesis. The interpreted Petri nets are considered as formal models of binary parallel controllers of technological processes. Discussion under synthesis interpreted Petri nets in ASIC structures is presented. In addition the results of physical realisation (in GAL22V10) has been shown and tested.

Key words: interpreted Petri net, concurrent discrete process, synchronous parallel controller, ASCI

MODEL POŁOWO-OBWODOWY I JEGO WYKORZYSTANIE DO KSZTAŁTOWANIA CHARAKTERYSTYK PRĄDNICY ASYNCHRONICZNEJ O WZBUDZENIU KONDENSATOROWYM

Andrzej Demenko, Bogdan Płachta, Zdzisław Gientkowski

Instytut Elektrotechniki ATR
85-796 Bydgoszcz, ul. Prof. S. Kaliskiego 7

Przedstawiono model połowo-obwodowy autonomicznej prądnicy asynchronicznej o wzbudzeniu kondensatorowym. Model zastosowano do kształtowania charakterystyk prądnicy asynchronicznej poprzez wpływ na długość pakietu blach wirnika oraz liczbę zwojów uzwojenia stojana.

Słowa kluczowe: generator indukcyjny, elementy skończone, analiza

1. WSTĘP

Charakterystyki statyczne i dynamiczne autonomicznych prądnic asynchronicznych (APA) w istotny sposób zależą od parametrów zastosowanej maszyny asynchronicznej. Parametry te, głównie charakteryzujące stan obwodu magnetycznego, decydują o przebiegu charakterystyk APA, a także określają celowość zastosowania, rodzaj oraz stopień złożoności układów stabilizacji napięcia prądnic. APA o wzbudzeniu kondensatorowym posiadają korzystniejsze charakterystyki przy zwiększonym współczynniku nasycenia obwodu magnetycznego [1], natomiast dla APA o wzbudzeniu przekształtnikowym wskazane jest możliwe małe nasycenie obwodu magnetycznego [2].

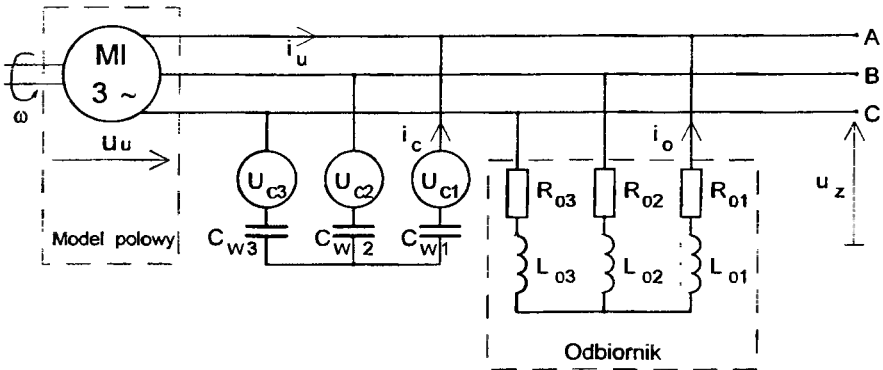
Ponieważ, jak dotychczas, praktycznie wszystkie maszyny asynchroniczne projektowane są pod kątem pracy silnikowej, do budowy APA wykorzystuje się silniki asynchroniczne, produkowane w szerokiej gamie wykonań, mocy i prędkości obrotowej. W tej sytuacji przy budowaniu APA powstaje problem kształtowania parametrów obwodu magnetycznego użytej maszyny, przy możliwie małej ingerencji w jej konstrukcję.

W będących przedmiotem badań autorów APA o wzbudzeniu kondensatorowym, jak już wspomniano wyżej, celowe jest zwiększenie współczynnika nasycenia obwodu magnetycznego maszyny. Najprostszym sposobem realizacji, tak postawionego zadania, jest skrócenie pakietu blach wirnika lub zmniejszenie liczby zwojów uzwojenia stojana tak, aby uzyskać pożądane charakterystyki prądnic.

W artykule przedstawiono model połowo-obwodowy APA o wzbudzeniu kondensatorowym oraz wyniki badań, ilustrujące wpływ w/w zmian konstrukcyjnych na podstawowe charakterystyki statyczne i dynamiczne tych prądnic.

2. MODEL POŁOWO-OBWODOWY APA

Przyjęty model matematyczny prądnicy indukcyjnej zawiera równania opisujące rozpyły strumienia magnetycznego wewnątrz maszyny i równania, które językiem teorii obwodów opisują strukturę połączeń uzwojeń tej maszyny i zewnętrznych elementów przetwornika o parametrach skupionych (rys.1).



Rys.1. Schemat połączeń prądnicy indukcyjnej

Zależności te wiążą składowe wektora przepływu i wektora potencjałów, które opisują pole elektromagnetyczne prądnicy, z prądami i napięciami gałęziowymi uzwojeń. Rozpatrywano maszynę indukcyjną o uzwojeniu stojana, wykonanym z cienkich przewodów, i klatkowym uzwojeniu wirnika. Przedstawiono równanie napięciowe uzwojeń stojana i obwodów zewnętrznych. Zaprezentowano uproszczony sposób odwzorowania połączeń czołowych uzwojenia klatkowego.

2.1. RÓWNANIA OPISUJĄCE ROZKŁAD POLA MAGNETYCZNEGO

Rozpatrywana jest maszyna indukcyjna o strukturze walcowej. Przyjęto, że oś wału maszyny pokrywa się z osią z kartezjańskiego układu współrzędnych. Jeśli nie uwzględnić zjawisk związanych ze skosem żłobków, to symulując stany pracy maszyny można przyjąć, że występujące w niej pole elektromagnetyczne charakteryzuje się symetrią płaszczyznową i wielkości polowe nie zależą od współrzędnej z . W rozpatrywanym układzie wektorowy potencjał magnetyczny wyraża się zatem za pomocą składowej $A_z = A_z(x, y, t)$.

Przy tworzeniu połowo-obwodowego modelu zjawisk prądnicy indukcyjnej, dogodnie jest wprowadzić pojęcie zmodyfikowanego potencjału magnetycznego $\phi = \phi(x, y, t)$. Potencjał ten definiuje się jako iloczyn składowej $A = A_z(x, y, t)$, i mierzonej w kierunku osi z , długości $l = l(x, y)$ magnetowodu maszyny, czyli

$$\phi = l \cdot A \quad (1)$$

Zmodyfikowany potencjał ϕ odpowiada strumieniowi przenikającemu na długości l pomiędzy prostą $x = \text{const}$, $y = \text{const}$ a zewnętrzną powierzchnią S_z jarzma stojana. Rozkład potencjału ϕ wyznacza się metodami polegającymi na dyskretyzacji przestrzeni,

według metody elementów skończonych (MES). Rozpatrywany obszar w płaszczyźnie xy dzieli się na elementy i poszukuje się funkcji ϕ_i , opisujących przebiegi czasowe potencjału ϕ w narożach $Q_i = Q(x, y)$ tych elementów, tj. funkcji określających zmiany w czasie strumienia przenikającego na długości l_j przez powierzchnię zawartą pomiędzy prostymi $L_j = L(x = x_j, y = y_j, z)$ a powierzchnią S_{zj} . Relacje pomiędzy potencjałami naroży otrzymuje się minimalizując funkcjonal opisujący energię układu. W rezultacie dochodzi się do zależności, które są różnicową formą zapisu prawa przepływu dla podobszarów przyporządkowanych narożom siatki dyskretyzującej. Układ różnicowych równań przepływu zapisuje się w następującej formie macierzowej

$$[S_\mu][\phi] = [\theta] \quad (2)$$

Przepływy θ_i wyraża się za pomocą gęstości prądu przewodnictwa oraz obszarów S_i przyporządkowanych węzłom siatki dyskretyzującej.

2.2. RÓWNANIA NAPIĘCIOWE UZWOJEŃ

Przyjęto, że zarówno uzwojenie o cienkich przewodach, jak i uzwojenie prętowe są złożone z elementarnych włókien przewodzących

2.2.1. Odwzorowanie uzwojenia stojana za pomocą struktury o cienkich przewodach

W przypadku struktur o cienkich przewodach włókno reprezentuje bok zwoju. Rozpatrując takie struktury, ograniczono się do najbardziej typowych układów, w których uzwojenie złożone jest z szeregowo połączonych zwojów. W takim przypadku przepływ θ_i znajduje się mnożąc prąd i_q q -tego uzwojenia przez liczbę z_{iq} boków zwojów tego uzwojenia, leżących w otoczeniu węzła Q_i . Liczba z_{iq} ma znak dodatni – jeśli w obszarze S_i leżą prawe boki uzwojenia i znak ujemny – jeśli lewe boki uzwojenia. Oznaczając przez $[z]$ macierz liczb $\pm z_{iq}$, a przez $[i_u]$ prądy w uzwojeniach, wektor $[\theta]$ można więc wyrazić następująco:

$$[\theta] = [z][i_u] \quad (3)$$

Można zauważyć, że iloczyn macierzy transponowanej względem $[z]$ oraz wektora $[\theta]$ daje w wyniku wektor strumieni skojarzonych z q -tymi uzwojeniami $[\phi_u]$, czyli

$$[\phi_u] = [z]^T [\theta] \quad (4)$$

Innymi słowy macierz $[z]^T$ jest macierzą przejścia od wektora strumieni węzłów $[\theta]$ do wektora strumieni $[\phi_u]$.

Wobec powyższego równania napięciowe dla uzwojeń złożonych z szeregowo połączonych cienkich przewodów można przedstawić wyrażeniem o postaci

$$[u_u] = ([R] + p[L_e])[i_u] + p[z]^T [\theta] \quad (5)$$

w którym:

$[R]$ – macierz rezystancji uzwojeń,

$[L_e]$ – macierz indukcyjności połączeń czołowych.

2.2.2. Odwzorowanie klatkowego uzwojenia wirnika za pomocą struktury o masywnych przewodach

Masywne przewody, zwane także prętami, złożone są z równoległe połączonych włókien przyporządkowanym węzłom. Jeśli uwzględnić, że z i -tym elementarnym włóknem przewodzącym skojarzony jest strumień ϕ_i , to wektor $[u_i]$ napięć na włóknach można wyrazić następująco

$$[u_i] = [R_i][i_i] + p[\phi] \quad (6)$$

przy czym:

- $[R_i]$ – diagonalna macierz rezystancji włókien o elementach $R_i = \gamma \frac{l_i}{S_i}$
(γ – przewodność środowiska i -tego włókna),
- $[i_i]$ – wektor prądów włókien,
- $p = \frac{d}{dt}$ – operator różniczkowania względem czasu.

Napięcia u_i na włóknach leżących w obrębie masywnego przewodu są jednakowe i równe napięciu u_p na przewodzie, co w odniesieniu do wszystkich przewodów zapisuje się w równaniu macierzowym o postaci

$$[u_i] = [k_b][u_p] \quad (7)$$

gdzie:

- $[u_p]$ – wektor napięć na przewodach masywnych,
- $[k_b]$ – macierz przejścia od wektora napięć na prętach do wektora napięć na włóknach; wyraz tej macierzy $k_b(i, j) = 1$, jeżeli i -te włókno (węzeł) leży w obrębie j -tego pręta klatki, pozostałe wyrazy są równe zeru.

Całkowity prąd i_p w masywnym przewodzie otrzymuje się sumując prądy we włóknach modelujące ten przewód. W odniesieniu do wszystkich przewodów operację sumowania można przeprowadzić poprzez iloczyn macierzy transponowanej do $[k_b]$ i wektora $[i_i]$ prądów włókien:

$$[i_p] = [k_b]^T [i_i] \quad (8)$$

Wykorzystując zależności (6), (7), (8), można wyznaczyć równania napięciowe dla prętów według wzoru

$$[u_p] = [R_p][i_p] + [k_s]^T p[\phi] \quad (9)$$

w którym:

- $[R_p] = ([k_b]^T [R_i]^{-1} [k_b])^{-1}$ – macierz diagonalna rezystancji prętów,
- $[k_s]^T = ([R_i]^{-1} [k_b] [R_p])^T$ – macierz przejścia od wektora strumieni skojarzonych z włóknami $[\phi]$ do wektora strumieni skojarzonych z prętami.

W równaniu (9) pominięto napięcia $[u_c]$ na wystających poza rdzeń częściach pręta. Częściami tymi są połączenia masywnych przewodów wraz z czołowymi pierścieniami zwierającymi. Można je potraktować jako elementy skupione o zadanej rezystancji R_e i indukcyjności L_e . W wyniku uwzględnienia wektora $[u_c]$, wektor $[u_u]$ napięć na prętach przedstawia się następującym wyrażeniem:

$$[u_u] = [u_p] + [u_c] = ([R] + p[L_e])[i_p] + [k_s]^T p[\varphi] \quad (10)$$

gdzie:

$$[R] = [R_p] + [R_e]$$

Na podstawie powyższych zależności można wyznaczyć wektor przepływów $[\theta]$, występujący w równaniu (2). W układzie z masywnymi przewodami wektor ten odpowiada wektorowi $[i_j]$ prądów włókien. Wykorzystując zależność (6) oraz uwzględniając wyrażenia (7) i (9), otrzymuje się wzór na, wspomniany wcześniej, wektor przepływów o postaci

$$[\theta] = [i_j] = [k_s][i_p] + [k_s][R_p]^{-1}[k_s]^T p[\varphi] - [R_s]^{-1} p[\varphi] \quad (11)$$

2.2.3. Ujednoczenie równań dla obszaru wirnika i stojana

Jeżeli każdy pręt klatki potraktować jako pojedyncze włóknowe uzwojenie, oraz wykorzystując przedstawione wyżej zależności, można utworzyć jednolity zespół równań, zawierający równania pola, w różnicowej formie prawa przepływu, oraz równania napięciowe uzwojeń odnoszący się zarówno do uzwojenia wirnika, jak i uzwojenia stojana. Podstawiając wyrażenia (3), (11) do równania (2) i wykorzystując zależności (5), (10), otrzymuje się następujący układ równań

$$\begin{bmatrix} [S_u] + p[G] & -[k_s] \\ p[k_s]^T & [R] + p[L_e] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [\varphi] \\ [i_u] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [0] \\ [u_u] \end{bmatrix} \quad (12)$$

przy czym:

$$[k_s] = \begin{cases} [z] & \text{– dla uzwojenia stojana} \\ [R_s]^{-1}[k_b][R_p] & \text{– dla uzwojenia wirnika} \end{cases}$$

$$[G] = \begin{cases} [0] & \text{– dla uzwojenia stojana} \\ -[R_s]^{-1} + [R_s]^{-1}[k_b][R_p][k_b]^T[R_s]^{-1} & \text{– dla uzwojenia wirnika} \end{cases}$$

Występująca w równaniu (12) macierz $[R]$ opisuje rezystancję uzwojenia stojana i rezystancję prętów wirnika łącznie z rezystancją R_e ich części wystających poza rdzeń. Macierz $[L_e]$ jest macierzą indukcyjności połączeń czołowych uzwojenia stojana i indukcyjności wystających poza rdzeń końców prętów klatki. Wektor $[u_u]$ opisuje napięcia zasilające uzwojenia stojana i napięcia na prętach klatki, a $[i_u]$ jest wektorem prądów uzwojeń stojana i prętów uzwojenia wirnika.

Podobne równania dotyczą także obszaru obejmującego wał maszyny. Wał ten traktuje się jako pojedynczy pręt, składający się z włókien, którego całkowity prąd równa się zero.

2.3. UWZGLĘDNIENIE POŁĄCZEŃ UZWOJEŃ I ELEMENTÓW ZEWNĘTRZNYCH MASZYNY

Występujący w równaniach (12) wektor $[u_u]$ nie jest znany, więc tworząc polo-
obwodowy model prądnicy indukcyjnej, równania te uzupełnia się zależnościami,
opisującymi strukturę połączeń prętów wirnika i połączeń uzwojeń stojana z elementami
obwodu zewnętrznego. Przy formułowaniu tych zależności, uzwojenia stojana i pręty
wirnika przedstawia się jako gałęzie obwodu elektrycznego oraz strukturę połączeń tych
uzwojeń opisuje się za pomocą macierzy $[k_x]$ przejścia od prądów oczkowych do prą-
dów gałęziowych.

2.3.1. Obwód stojana

W obwodzie stojana, poza uzwojeniami, występują gałęzie z pojemnościami i ga-
łęzie reprezentujące obciążenie (rys. 1). Modelując samodzielną pracę prądnicy, pomija
się prądy sieci A B C w gałęziach "za" odbiornikiem, gałęzie te są bowiem rozwarte na
skutek braku zewnętrznych napięć sieci u_z . W tak przedstawionym układzie, wektor $[i_g]$
prądów gałęziowych składa się z podwektora $[i_u]$ prądów fazowych uzwojenia stojana,
podwektora $[i_o]$ prądów gałęzi obciążenia i podwektora $[i_c]$ prądów gałęzi z kondensato-
rami wzbudzającymi. Wektor $[i_u]$ oraz niektóre składowe wektora $[i_o]$ i wektora $[i_c]$ wy-
godnie jest wyrazić za pomocą ich pozostałych składowych, zgodnie z metodą prądów
oczkowych. Wektor $[i]$ prądów oczkowych przedstawiono za pomocą podwektora $[i_{mc}]$,
z prądami gałęziowymi kondensatorów i_{cb} i i_{cc} , oraz z podwektora $[i_{mo}]$, z prądami ga-
łęziowymi obciążenia i_{ob} i i_{oc} . Utworzony w ten sposób wektor prądów oczkowych po-
siada tyle składowych, ile jest niezależnych oczek obwodu. Relacja pomiędzy prądami
gałęziowymi a tak określonymi prądami oczkowymi jest następująca

$$[i_g] = \begin{bmatrix} [i_u] \\ [i_o] \\ [i_c] \end{bmatrix} = [k_x][i] = \begin{bmatrix} -[k] & -[k] \\ [0] & [k] \\ [k] & [0] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [i_{mc}] \\ [i_{mo}] \end{bmatrix} \quad (13)$$

w której

$$[k] = \begin{bmatrix} -1 & -1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (14)$$

Równania napięciowe dla gałęzi obciążenia i gałęzi z pojemnościami zapisano
w postaci:

$$[u_o] = [Z_o][i_o] \quad [u_c] = [Z_c][i_c] \quad (15a,b)$$

przy czym $[Z_o]$, $[Z_c]$ są macierzami diagonalnymi, których elementy Z_{ou} i Z_{cu} są odpo-
wiednio równe: $Z_{ou} = R_{ou} + pL_{ou}$ i $Z_{cu} = 1/pC_{wu}$ dla $u = A, B, C$.

Według teorii obwodów, suma napięć gałęziowych w danym oczku jest równa zeru.
Przechodząc od wektora napięć gałęziowych do wektora napięć skojarzonych z oczkami,
otrzymuje się następującą zależność

$$[k_s] \begin{bmatrix} [u_u] \\ [u_o] \\ [u_c] \end{bmatrix} = [0] \quad (16)$$

Jeżeli uwzględnić powyższe wyrażenie, to z zależności (12), (13) i (15), po przekształceniach, dochodzi się do następującego układu równań:

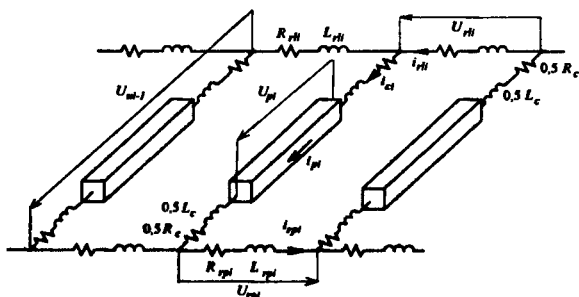
$$\begin{bmatrix} [S_\mu] & [z][k] & [z][k] \\ -p[k]^\top [z]^\top & [k]^\top \{[R]+p[L_c]\} + [Z_c][k] & [k]^\top \{[R]+p[L_c]\} [k] \\ -p[k]^\top [z]^\top & [k]^\top \{[R]+p[L_c]\} [k] & [k]^\top \{[R]+p[L_c]\} + [Z_o][k] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [\varphi] \\ [i_{mc}] \\ [i_{mo}] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [0] \\ [0] \\ [0] \end{bmatrix} \quad (17)$$

opisującego rozkład pola w obszarze uzwojeń stojana i rozptyły prądów w oczkach obwodu związanego z tymi uzwojeniami.

2.3.2. Obwód wirnika

W obwodzie uzwojenia wirnika gałęziami są pręty klatki i wycinki pierścieni zwierających. Przy tym przyjmuje się, że wycinki pierścieni zwierających są elementami skupionymi o zadanej indukcyjności L_{rj} i rezystancji R_{rj} , dla $j = 1, 2, \dots, 2Z_2$; gdzie Z_2 jest liczbą prętów klatki.

Wektor prądów wycinków pierścieni zwierających wyrażono za pomocą dwóch podwektorów: podwektora $[i_{rp}]$, opisującego prądy w wycinkach po jednej stronie wycinka, i podwektora $[i_{rl}]$ prądów w wycinkach po stronie przeciwnej (rys.2). Podobnie wyodrębniono dwa podwektory $[u_{rp}]$, $[u_{rl}]$ napięć na wycinkach, a indukcyjności L_{rj} i rezystancje R_{rj} zapisano w formie macierzy $[L_{rp}]$, $[L_{rl}]$ i $[R_{rp}]$, $[R_{rl}]$.



Rys.2. Schemat fragmentu uzwojenia wirnika

Wykorzystując te oznaczenia równania napięciowe dla wycinków pierścieni zwierających można przedstawić w następującej, skróconej postaci

$$\begin{bmatrix} [u_{rp}] \\ [u_{rl}] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [R_{rp}] + p[L_{rp}] & [0] \\ [0] & [R_{rl}] + p[L_{rl}] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [i_{rp}] \\ [i_{rl}] \end{bmatrix} \quad (18)$$

W przypadku uzwojenia klatkowego najdogodniej jest przyjąć, że prądami oczkowymi są prądy $[i_{rp}]$ w wycinkach pierścienia zwierającego pręty z jednej strony czołowej i jeden prąd obwodowy i_0 z drugiej strony czołowej. Jeżeli wycinki pierścieni zwierających

są jednakowe, a więc jeśli można przyjąć, że $L_{rj} = L_{rj+1} = L_r$, $R_{rj} = R_{rj+1} = R_r$, to prąd obwodowy i_0 jest równy zeru i rozptyw prądu w oczkach uzwojenia klatkowego opisuje się tylko za pomocą prądów $[i_{rp}]$ w wycinkach pierścienia zwierającego pręty po jednej stronie czołowej. W takim przypadku wektor $[i_g]$ prądów gałęziowych uzwojenia klatkowego wyraża się następująco

$$[i_g] = \begin{bmatrix} [i_u] \\ [i_{rp}] \\ [i_{rl}] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [k_k] \\ [I] \\ [I] \end{bmatrix} [i_{rp}] \quad (19)$$

przy czym $[i_u]$ jest występującym w równaniu (12) wektorem prądów w prętach, a macierz $[k_k]$ jest operatorem przejścia od wektora prądów w wycinkach pierścieni do wektora prądów w prętach, tj.

$$[k_k] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & -1 \\ -1 & 1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & -1 & 1 \end{bmatrix} \quad (20)$$

Wykorzystując te zależności i uwzględniając, że

$$[k_k]^T [u_u] + [u_{rp}] + [u_{rl}] = [k_k]^T [u_u] + 2(R_r + pL_r)[i_{rp}] = [0] \quad (21)$$

z równania (12) otrzymuje się następujące wyrażenie:

$$\begin{bmatrix} [S_\mu] + p[G] & -[k_s][k_k] \\ p[k_k]^T [k_s]^T & [k_k]^T ([R] + p[L_e])[k_k] + 2(R_r + pL_r)[1] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [\phi] \\ [i_{rp}] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [0] \\ [0] \end{bmatrix} \quad (22)$$

Przedstawione równanie opisuje rozptyw strumienia w obrębie uzwojenia klatkowego i rozptyw prądów w wycinkach pierścienia zwierających.

Wyznaczając rozkład pola w obszarze z uzwojeniem klatkowym, należy dodatkowo, poza równaniami opisującymi potencjały ϕ , uwzględnić Z_2 równań napięciowych. Macierz współczynników równań napięciowych jest bardzo gęsta, co w znacznym stopniu wydłuża obliczenia. Czasochłonność obliczeń można zmniejszyć, odwzorowując połączenia czołowe klatki w uproszczony sposób. Przyjmuje się, że rezystancje R_e , R_r i indukcyjności L_e , L_r uzwojenia klatkowego są równe zeru. Koryguje się zaś rezystancje R_i włókien prętów i zakłada się, że w szereg z rezystancjami R_i włączone są indukcyjności L_{ci} , reprezentujące "sprowadzone do włókien" indukcyjności L_r , L_e . Relacje pomiędzy skorygowaną rezystancją R_{zi} włókna a rezystancją rzeczywistą R_i wyznacza się, postępując podobnie jak przy wyznaczaniu zastępczej rezystancji uzwojenia klatkowego. W rezultacie otrzymuje się wyrażenie

$$R_{zi} = R_i \left\{ R_p + R_e + 0,5R_r / (\sin p\pi/Z_2)^2 \right\} / R_p \quad (23)$$

w którym p jest liczbą par biegunów maszyny.

Reprezentującą połączenia czołowe indukcyjność L_{ci} wyznacza się z następującej zależności

$$L_{ci} = R_i \left\{ L_e + 0,5 L_r / (\sin p \pi / Z_2)^2 \right\} / R_p \quad (24)$$

Uproszczony model ma tylko jeden węzeł odwzorowujący połączenia czołowe. Można wykazać, że jeśli w całym obszarze spełnione są równania przepływu i całkowity przepływ uzwojenia stojana jest równy zeru, to spełnione jest także równanie uproszczonego modelu połączeń czołowych klatki wirnika. Posługując się uproszczonym modelem uzwojenia klatkowego i stosując odpowiedni algorytm obliczeniowy, można zatem uniknąć rozwiązywania równań połączeń czołowych.

2.4. ODWZOROWANIE SKOSU ŻŁOBKÓW

Dokładna analiza rozkładu pola w układach ze skoszonymi żłobkami możliwa jest tylko w ujęciu trójwymiarowym. Przedstawiony dwuwymiarowy model połowo-obwodowy pozwala jedynie na uproszczone odwzorowanie skosu żłobków. Rozpatrywany obwód magnetyczny dzieli się na N warstw płaszczyznami prostopadłymi do osi z i przyjmuje się, że w każdej warstwie pole jest dwuwymiarowe. Skoszone "płynnie" żłobki zastępuje się przy tym żłobkami skoszonymi "schodowo". Każdą warstwę dyskretyzuje się niezależnie i dla każdej j -tej warstwy wyznacza się macierz $[S_{\mu j}]$ reluktancji oraz macierz $[R_{ij}]$ rezystancji włókien przewodzących. Uwzględnia się przy tym, że długości l_{ij} poszczególnych warstw są częścią całkowitych długości l_j . W rezultacie tworzy się model wielowarstwowy. Równania napięciowe i różnicowe równania przepływu dla tego modelu można wyrazić w formie podobnej do równania (12). Poszukiwany wektor $[\phi]$ składa się z N podwektorów $[\phi_j]$ potencjałów warstw, wektory $[i_u]$, $[u_u]$ zawierają podwektory $[i_{uj}]$, $[u_{uj}]$ prądów i napięć uzwojeń warstw, a występujące w równaniu (12) macierze zbudowane są z diagonalnie rozmieszczonych podmacierzy dla warstw, np.

$$[S_{\mu}] = \begin{bmatrix} [S_{\mu 1}] & [0] & \dots & [0] \\ [0] & [S_{\mu 2}] & \dots & [0] \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ [0] & [0] & \dots & [S_{\mu N}] \end{bmatrix} \quad [k_s] = \begin{bmatrix} [k_{s1}] & [0] & \dots & [0] \\ [0] & [k_{s2}] & \dots & [0] \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ [0] & [0] & \dots & [k_{sN}] \end{bmatrix} \quad (25)$$

Indukcyjności połączeń czołowych i wystających poza rdzeń części prętów przepięsuje się warstwom skrajnym.

Równania połowo-obwodowe dla warstw uzupełnia się równaniami połączeń podzielonych uzwojeń. Uwzględnia się więc, że ze względu na szeregowe połączenie warstw podwektory $[i_{uj}]$ są jednakowe, a wektor napięć wypadkowych jest równy sumie podwektorów $[u_{uj}]$. W rezultacie dochodzi się do zależności o postaci podobnej do równań (17) i (22). Występującą w równaniu (17) macierz $[k]^T$ zastępuje się przy tym następująco opisaną macierzą $[k_w]^T$

$$[k_w]^T = \left[[k_1]^T [k_2]^T [k_3]^T \dots [k_N]^T \right] \quad (26)$$

Podmacierze $[k_j]$ ($j = 1, 2, \dots, N$) tej macierzy odpowiadają występującej w równaniu (17) macierzy $[k]$, a więc macierzy opisującej połączenia gałęzi obwodu dla modelu jednowarstwowego. Podobnie, w równaniu (22) macierz $[k_k]^T$ zastępuje się macierzą

$[k_{kv}]^T$, złożoną z podmacierzy $[k_{kj}]$ odpowiadających, wyrażonej zależnością (21), macierzy przejścia od prądów wycinków pierścieni do prądów prętów.

Stosując ujęcie wielowarstwowe można, podobnie jak w modelu jednowarstwowym, połączenia czołowe odwzorować w sposób uproszczony. Uproszczone odwzorowanie połączeń czołowych ma jednak w tym przypadku bardzo niewielki wpływ na czasochłonność obliczeń.

2.5. MODELOWANIE RUCHU WIRNIKA

Wyodrębnić można dwie grupy metod symulacji ruchu środowisk w polowo-obwodowych modelach stanów pracy maszyn elektrycznych: metody z przemieszczającą się siatką dyskretyzacyjną – wirnik razem z elementami wirującymi (metody o wirującej siatce MWS) oraz metody, w których siatka dyskretyzacyjna jest nieruchoma, a środowiska przemieszczają się względem siatki (metody o nieruchomej siatce MNS).

W metodach MWS rozpatrywany obszar dzieli się na dwie części: podobszar obejmujący stojan i podobszar obejmujący wirnik. Pomiędzy tymi częściami tworzy się pasmo "przejściowe", w którym odwzorowana jest zmiana powiązań międzywęzłowych. Znane są następujące metody symulacji powiązań międzywęzłowych:

- metoda z pasmem sprowadzonym do powierzchni granicznej, dla której formułowane są warunki brzegowe i równania zapewniające ciągłość tych warunków,
- metoda, w której pasmo graniczne traktowane jest jako jeden "wielowęzłowy makroelement",
- metoda z pasmem o odkształconych elementach i zmienianych powiązaniach w przypadku znacznych odkształceń (MOE).

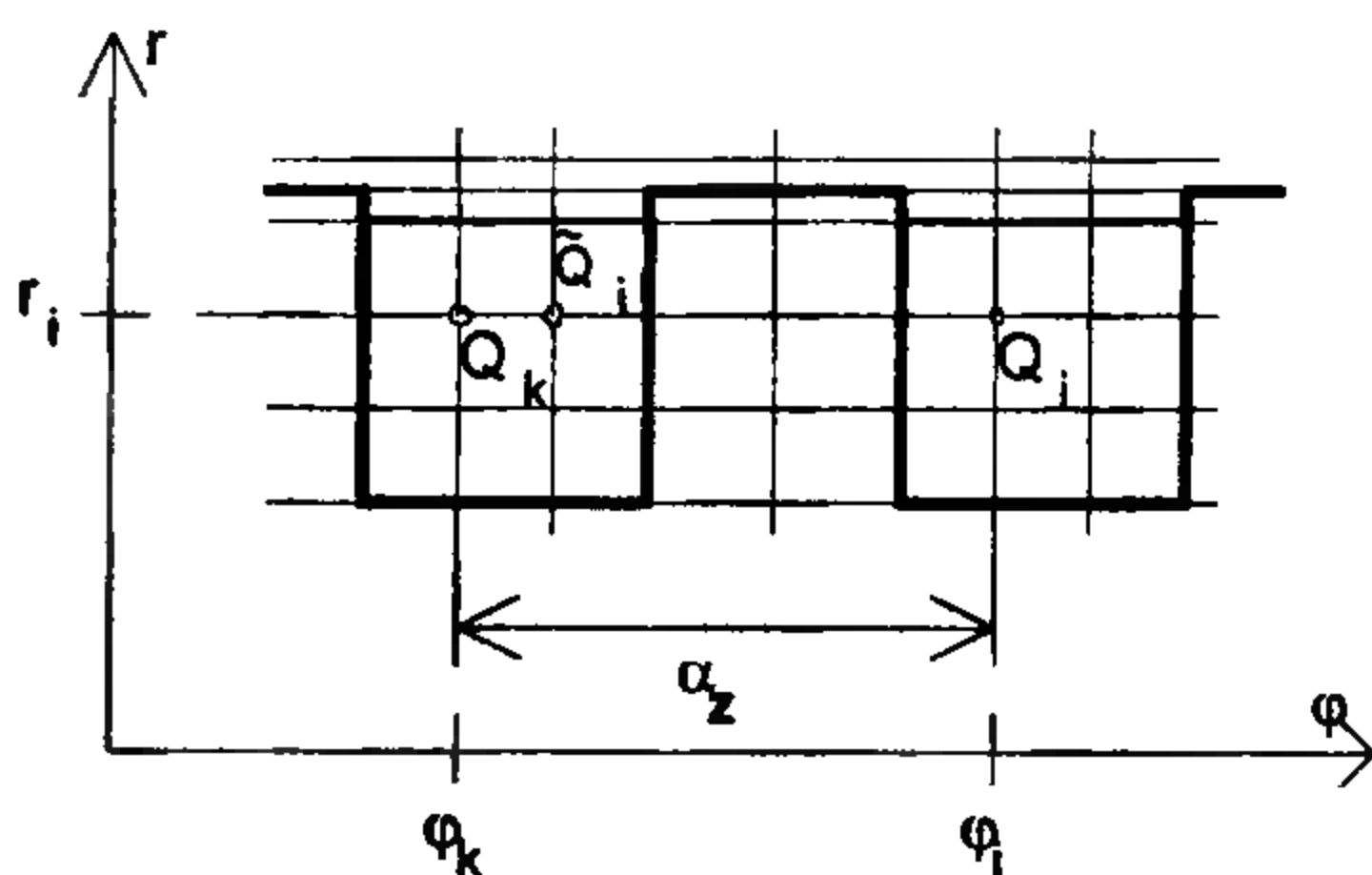
Z uwagi na stosunkowo małą złożoność obliczeniową, najczęściej, spośród wyżej wymienionych metod, stosowana jest metoda z pasmem o odkształconych elementach. Metoda MOE ma zastosowanie przy symulacji ruchu układów ze środowiskiem niejednorodnym, np. przy modelowaniu stanów pracy magnetoelektrycznej maszyny synchronicznej.

Metody o nieruchomej siatce MNS, prostsze niż metody MWS, stosuje się przede wszystkim przy odwzorowaniu ruchu układów ze środowiskiem jednorodnym, np. ruchu wirnika silnika kubkowego lub też układów, w których niejednorodność środowiska nie ma znaczącego wpływu na rozpatrywane stany pracy. W metodach o nieruchomej siatce dyskretyzacyjnej przemieszczanie się środowiska niejednorodnego magnetycznie symuluje się poprzez zmiany wartości wyrazów wektora przepływu od prądów Ampera. Ruch środowisk przewodzących odwzorowuje zaś przepływ od prądów wzniesionych przez siłę elektromotoryczną rotacji. Metody tego typu z powodzeniem wykorzystywane są do analizy stanów pracy maszyn indukcyjnych klatkowych. Dotyczy to w szczególności ruchu układów, w których pomijane są zjawiska związane ze zmianami reluktancji w funkcji kąta obrotu, a więc na przykład maszyn z odpowiednio skoszonymi żłobkami wirnika. W takim przypadku można przyjąć w warstwach, na które podzielono maszynę płaszczyznami prostopadłymi do osi z, że zęby wirnika zajmują stałe położenie względem zębów stojana. Przy tym tworzy się wielomiany interpolacyjne, opisujące rozkład potencjału φ i na podstawie tych wielomianów znajduje się prądy (przepływy) od siły elektromotorycznej rotacji.

2.6. SCHEMATY NUMERYCZNE

Równania polowo-obwodowego modelu maszyny indukcyjnej rozwiązuje się metodami numerycznymi. W tym celu dyskretyzuje się czas, a równania różniczkowe zastępuje się układem równań algebraicznych, opisujących rozptyw strumienia, prądy w uzwojeniach, położenie oraz prędkość wirnika dla kolejnych chwil czasowych t_n ; $n = 0, 1, \dots$; $t_{n+1} = t_n + \Delta t$. Do rozwiązywania równań pola i równań napięciowych uzwojeń najdogodniej jest przy tym stosować schemat numeryczny Cranka–Nicolsona. Znane są zasady tworzenia tego schematu w odniesieniu do układów o siatce dyskretyzującej nieruchomej względem przemieszczającego się środowiska. Dotyczy to metody, w której siatka przemieszcza się razem z wirnikiem (MWS) i w związku z tym jest nieruchoma względem przewodów w całym rozpatrywanym obszarze.

W metodzie o nieruchomej siatce (MNS) rozkład pola w kolejnych chwilach czasowych wyznacza się na podstawie rozwiązań dla dyskretnych położań α_k ($k = 0, 1, 2, \dots$) wirnika względem stojana. Przyjmuje się, że odległość katowa $\alpha_{k+1} - \alpha_k$ pomiędzy położeniami dyskretnymi odpowiada kątowi α_z podziałki żłobkowej wirnika. Obszar ten dyskretyzuje się przy tym tak, że stały węzeł wirnika $Q_i(r_i, \theta_i)$ po obrocie o kąt $\alpha = k\alpha_z$ pokrywa się również z węzłami Q_k wirnika, np. $Q_i(r_i, \theta_i) = Q_k(r_i, \theta_i + \alpha)$ (rys.3).



Rys.3. Schemat podziałki żłobkowej wirnika

W rezultacie otrzymuje się układ z nieruchomą siatką, jednakowo dyskretyzujący obszar dla wszystkich położań dyskretnych wirnika. Jeśli kąt $\Delta\alpha_n$, o który obrócił się wirnik w czasie $\Delta t = t_n - t_{n-1}$, odpowiada kątowi α_z , i punkt $P(t_{n-1}) = Q_k$, to po czasie Δt punkt ten znajdzie się w węzle Q_i . Formując schematy numeryczne dla równań pola w obrębie prętów wirnika wykorzystuje się następujące przybliżenie różnicowe

$$\frac{1}{\Delta t} \int_{t_{n-1}}^{t_n} (p\phi)_P dt = \frac{1}{\Delta t} (\phi(Q_i, t_n) - \phi(Q_k, t_{n-1})) \cong \frac{1}{2} \left((p\phi)_{Q_i, t_n} + (p\phi)_{Q_k, t_{n-1}} \right) \quad (27)$$

Z powyższego wyrażenia otrzymuje się zależność

$$(p\phi)_{Q_i, t_n} = \frac{2}{\Delta t} (\phi(Q_i, t_n) - \phi(Q_k, t_{n-1})) - (p\phi)_{Q_k, t_{n-1}} \quad (28)$$

Pochodną potencjału węzła Q_i siatki, pokrywającego się w chwili $t = t_n$ z punktem P , określa się więc na podstawie wartości potencjału i pochodnej $p\phi$ w tym punkcie dla chwili $t = t_{n-1}$.

Jeśli w przedziale czasu (t_{n-1}, t_n) wirnik nie zmienia położenia, tzn. że $Q_i = Q_k$ z zależności (28) dochodzi się do wyrażenia typowego dla schematu Cranka-Nicolsona

$$(p\phi)_{Q_i, t_n} = \frac{2}{\Delta t} (\phi(Q_i, t_n) - \phi(Q_i, t_{n-1})) - (p\phi)_{Q_i, t_{n-1}} \quad (29)$$

Z uwagi na dokładność obliczeń czas dyskretyzuje się tak, że dla wszystkich interwałów $t_n - t_{n-1}$ zmiana $\Delta\alpha_n$ kąta położenia wirnika jest mniejsza od kąta α_z . W takim przypadku zależność (28) przedstawia się następująco

$$(p\phi)_{Q_i, t_n} = \frac{2}{\Delta t} (\phi(Q_i, t_n) - \phi(\tilde{Q}_i, t_{n-1})) - (p\phi)_{\tilde{Q}_i, t_{n-1}} \quad (30)$$

gdzie dla $t = t_{n-1}$, wartości potencjału $\phi(\tilde{Q}_i, t_{n-1})$ i pochodnej $(p\phi)_{\tilde{Q}_i, t_{n-1}}$ punktu $\tilde{Q}_i = Q(r_i, \theta_{si} - \omega\Delta t)$, należy określić metodami interpolacyjnymi. Punkt ten w chwili t_n pokrywa się z węzłem Q_p , a występująca w równaniu prędkość kątowna wirnika $\omega = \Delta\alpha_n/\Delta t$. Użycie liniowej interpolacji potencjału i jego pochodnej prowadzi do następujących wyrażen:

$$\begin{aligned} \phi(\tilde{Q}_i, t_{n-1}) &= (1-\nu)\phi(Q_i, t_{n-1}) + \nu\phi(Q_k, t_{n-1}) \\ (p\phi)_{\tilde{Q}_i, t_{n-1}} &= (1-\nu)(p\phi)_{Q_i, t_{n-1}} + \nu(p\phi)_{Q_k, t_{n-1}} \end{aligned} \quad (31)$$

gdzie:

$$\nu = \omega\Delta t/\Delta\alpha_z.$$

Przy uwzględnieniu, że rozkład potencjału i pochodnej potencjału jest okresową funkcją współrzędnej θ , większą dokładność w stosunku do interpolacji liniowej zapewnia interpolacja odcinkami funkcji okresowej, o postaci

$$(p\phi)_{\tilde{Q}_i, t_{n-1}} = \frac{(p\phi)_{Q_i, t_{n-1}} \sin\left(\frac{\Delta\alpha_z - \omega\Delta t}{m}\right) + (p\phi)_{Q_k, t_{n-1}} \sin\left(\frac{\omega\Delta t}{m}\right)}{\sin\left(\frac{\Delta\alpha_z}{m}\right)} \quad (32)$$

Powyższe wyrażenia interpolujące zbudowane są na dwóch węzłach. Ogólnie, tworząc przybliżenie różnicowe potencjału i pochodnej potencjału węzła \tilde{Q}_i , można posłużyć się szeregiem interpolacyjnym Fouriera opartym na tylu m węzłach, ile jest prętów wirnika. Węzły te $Q_{i+j} = Q(r_i, \theta_{si} + j\beta)$, gdzie: $\beta = 2\pi/m$, $j = 0, 1, 2, \dots, m$ ($Q_{j+m} = Q_k$), leżą na okręgu o promieniu r_i , a wartości ϕ , $p\phi$ wszystkich węzłów leżących na okręgu o promieniu r_i , służą do wyznaczenia $\phi(\tilde{Q}_i, t_{n-1})$, $(p\phi)_{\tilde{Q}_i, t_{n-1}}$. Ostatecznie formuła interpolacyjna ma postać

$$(p\phi)_{Q_i, t_n} = \frac{2}{\Delta t} \left(\phi(Q_i, t_n) - \sum_{j=0}^m d_j \phi(Q_{i+j}, t_{n-1}) \right) - \sum_{j=0}^m d_j (p\phi)_{Q_{i+j}, t_{n-1}} \quad (33)$$

gdzie:

$d_j (j = 1, 2, \dots, m)$ są współczynnikami zależącymi od wartości kąta $\omega\Delta t = \alpha(t_n) - \alpha(t_{n-1})$.

Następujące jest wyrażenie na współczynnik d_j w którym

$$d_j = \frac{1}{m} \sum_{q=0}^h c_q \cos q(\omega\Delta t + j\beta) \quad (34)$$

gdzie:

$h = (m + \delta)/2$, $\delta = 0$ jeśli m jest liczbą parzystą,

$\delta = 1$ jeśli m jest liczbą nieparzystą,

$c_0 = 1$, $c_q = 2$ dla $q = 1, 2, \dots, h-1$, $c_h = 2 - \delta$.

Ogólnie, dla wszystkich węzłów w obszarze wirnika zależność (33) może być zapisana w postaci macierzowej

$$[\phi_{t,n}] = \frac{2}{\Delta t} \left([\phi_n] - [d] [\phi_{n-1}] \right) - [d] [\phi'_{t,n-1}] \quad (35)$$

o następujących wyrazach $\phi'_{t,n} = (p\phi)_{t,n}$, $\phi'_{t,n-1} = (p\phi)_{t,n-1}$, $\phi_n = \phi(t_n)$, $\phi_{n-1} = \phi(t_{n-1})$ i $[d]$ jest macierzą o elementach d_j .

Zależność (35) jest analogiczna do klasycznej metody Cranka–Nicolsona, gdzie $[d] = [1]$. Powyższy algorytm może być stosowany do analizy układu z nieruchomą siatką dyskretyzującą (MNS) odzwierciedlającą ruch wirnika. Wykorzystując tak uzyskaną formę różnicową, dochodzi się do schematów numerycznych, różniących się od schematu dla układu bez ruchu tylko tym, że w równaniach wystąpi więcej składników obliczonych dla chwili poprzedzającej chwilę rozpatrywaną. Odwzorowanie ruchu nie komplikuje więc algorytmu obliczeniowego i tylko nieznacznie zwiększa jego czasochłonność.

W porównaniu z metodami o ruchomej siatce dyskretyzującej (MWS), wadą omówionej metody jest niedokładne ujmowanie zjawisk związanych z występowaniem harmonicznych żłobkowych.

Formułując schematy numeryczne dla części obwodowej, tj. dla gałęzi z pojemnościami i dla obwodu obciążenia, posłużono się przybliżeniami podobnymi do przybliżeń stosowanych w schemacie Cranka–Nicolsona. Z uwagi na nieliniowość obwodu magnetycznego prądniczy do rozwiązywania równań, odpowiadających opracowanemu schematowi numerycznemu, zastosowano metodę Newtona–Raphsona.

2.7. ALGORYTM NEWTONA–RAPHSONA

Jeżeli przenikalność przestrzeni magnetowodu μ jest zależna od modułu indukcji magnetycznej B , tzn. $\mu = f(B)$, to otrzymany układ równań (12), dokładniej (17) i (22) jest układem równań nieliniowych, bowiem elementy macierzy $[S]$ są funkcją przenikalności środowiska. Natomiast indukcja zależy od szukanego rozwiązania tj. $[\phi]$. Zatem macierz $[S]$ na wstępie obliczeń nie jest znana i z tego względu należy jej poszukiwać iteracyjnie.

Dla k -tego kroku iteracyjnego rozkład potencjału magnetycznego $[\phi^k]$ wyznaczany jest z następującej zależności:

$$[\phi^k] = [\phi^{k-1}] - [\delta\phi^k] \quad (36)$$

w której:

- $[\phi^{k-1}]$ – rozkład potencjału w iteracji poprzedniej.
- $[\delta\phi^k]$ – wektor poprawek potencjału w k -tym przybliżeniu.

Poprawkę potencjału w k -tym kroku oblicza się według wzoru

$$[\delta\phi^k] = -[N^k][R^k] \quad (37)$$

gdzie:

- $[N^k]$ – macierz procesu iteracyjnego.
- $[R^k]$ – wektor reszt równania różnicowego w k -tym kroku iteracyjnym, wyznaczanym na podstawie rozkładu potencjału $[\phi^{k-1}]$.

Ogólny algorytm rozwiązywania nieliniowego układu równań jest przedstawiony poniżej. Na wstępie obliczeń zakłada się rozkład początkowy pola $[\phi] = [\phi^0]$, np. $[\phi^0] = [0]$.

W k -tym kroku iteracyjnym ($k=1,2,3,\dots$) należy:

1. Wyznaczyć macierz układu równań

$$[S^k] = [S(\mu(B^{k-1}))]$$

2. Obliczyć wektor reszt

$$[R^k] = [S^k][\phi^{k-1}] - [\Theta]$$

3. Wyznaczyć macierz procesu iteracyjnego

$$[N^k] = [N(\phi^{k-1})]$$

4. Obliczyć wektor poprawek

$$[\delta\phi^k] = -[N^k][R^k]$$

5. Obliczyć wektor potencjałów

$$[\phi^k] = [\phi^{k-1}] + [\delta\phi^k]$$

6. Wyznaczyć wektor indukcji

$$[B^k] = f([\phi^k])$$

7. Na podstawie charakterystyki magnesowania wyznaczyć macierz

$$[\mu^k] = [\mu(B^k)]$$

8. Powtórzyć pkt 1 i pkt 2.
9. Sprawdzić kryterium zakończenia procesu iteracyjnego, przez porównanie wyrażenia $\sum_{i=1}^N R_i^k$ z zadaną dokładnością ε . Jeśli kryterium nie jest spełnione, to należy ponowić obliczenia od punktu 3, natomiast jeśli kryterium jest spełnione, to $[\phi^k]$ jest rozwiązaniem równania (12).

W powyższej procedurze nie jest określony wektor poprawek, dokładniej macierz procesu iteracyjnego występująca w punkcie 3. Rodzaj tej macierzy w k -tym kroku zależy od przyjętego algorytmu iteracji. W metodzie iteracji prostych przyjmuje się $[N^k] = [S^k]^{-1}$, natomiast w metodzie Newtona-Raphsona macierz procesu iteracyjnego jest równa tzw. macierzy Jacobiego $[P^k]^{-1}$.

Zbieżność metody Newtona-Raphsona jest o wiele szybsza niż metody iteracji prostej. Tym też tłumaczy się jej częste stosowanie do wyznaczania rozkładu pola w środowisku nieliniowym, pomimo nieco bardziej rozbudowanego algorytmu.

W celu wyznaczenia elementów macierzy $[P]$ rozwija się gradient funkcjonału w szereg Taylora w otoczeniu wektora $[\phi]$, tzn.

$$\left. \frac{\partial W(\phi)}{\partial \phi_i} \right|_{\phi} = \left. \frac{\partial W(\phi)}{\partial \phi_i} \right|_{\tilde{\phi}} + \sum_{j=1}^N \left. \frac{\partial^2 W(\phi)}{\partial \phi_j \partial \phi_i} \right|_{\tilde{\phi}} \delta \phi_j + \dots \quad (38)$$

gdzie:

- $[\phi]$ – dokładne rozwiązanie, tzn. $[R^k] = 0$,
- $[\tilde{\phi}]$ – poszukiwane przybliżone rozwiązanie,
- N – liczba węzłów siatki dyskretyzującej.

Wektor poprawek $[\delta\phi]$ spełnia równanie

$$[\delta\phi] = [\phi] - [\tilde{\phi}]$$

Biorąc pod uwagę tylko dwa pierwsze wyrazy rozwinięcia (38) oraz uwzględniając zerową jego lewą stronę, uzyskuje się zależność analogiczną do wyrażenia (37):

$$[\delta\phi] = -[P]^{-1}[r]$$

w której: elementy macierzy Jacobiego $[P]$ mają postać

$$P_{ij}^{(l)} = \iint_{\Omega} \frac{\partial^2 W(\phi)}{\partial \phi_j \partial \phi_i} d\Omega = \nu(B^2)_j S_{ij} + \frac{2}{S_{\Delta}} \frac{\partial \nu(B^2)_j}{\partial B^2} E_i E_j \quad (41)$$

gdzie:

S_{Δ} – powierzchnia l -tego elementu trójkątnego,
 $\nu(B^2)\mu^{-1}(B^2)$

$$E_i = \frac{1}{S_{\Delta}} \sum_{m=1}^3 S_{im} \phi_m \quad E_j = \frac{1}{S_{\Delta}} \sum_{n=1}^3 S_{jn} \phi_n$$

S_{ij} , S_{im} , S_{jn} – wyznacza się na postawie współrzędnych węzłów.

Składnik wektora reszt $[V]$ w l -tym trójkącie oblicza się ze wzoru

$$V_i^{(l)} = \frac{\partial W_l}{\partial A_i} = v(B^2)E_i - J_i T_{il} \quad (42)$$

w którym:

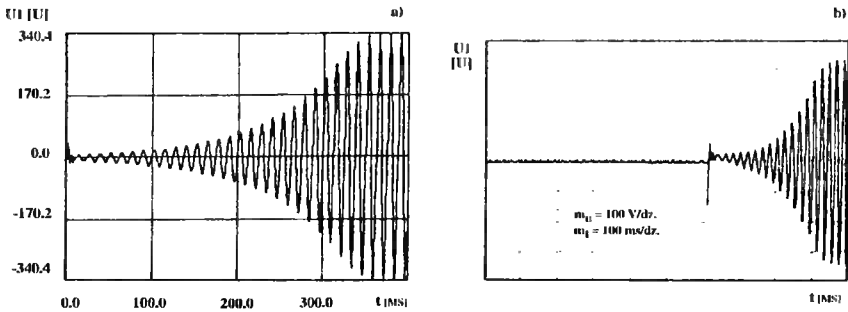
J_i – gęstość prądu w węźle o numerze i ,

T_{il} – wyraz macierzy elementarnych podobszarów, reprezentujący fragment obszaru l -tego elementu, przylegający do i -tego węzła.

3. WYNIKI BADAŃ EKSPERYMENTALNYCH

Badania przeprowadzono dla modelu prądnicy zbudowanej z 4-biegunowego silnika indukcyjnego typu Sg 100L-4B o następujących parametrach znamionowych: $P_N = 3$ kW; $U_N = 220/380$ V; $I_N = 12.0/6,9$ A; $n_N = 1415$ obr/min; $\cos\varphi_N = 0,81$; $\eta_N = 81\%$.

Na rysunku 4 przedstawiono wyniki obliczeń testujących program dla procesu samowzbudzenia prądnicy, przy wstępnie naładowanym do napięcia 150 V kondensatorze jednej z faz.



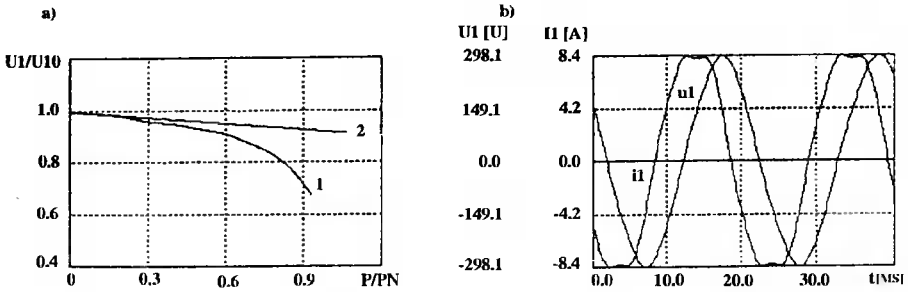
Rys.4. Przebiegi czasowe napięcia fazowego w procesie samowzbudzenia APA ($C = 75 \mu\text{F}/\text{fazę}$); a) obliczony, b) zdjęty doświadczalnie

Porównanie wyników, przedstawionych na rysunku 4 oraz w [3,4], pozwala stwierdzić ich zadawalającą zbieżność, mimo zastosowanych w modelu matematycznym uproszczeń (dwuwymiarowego ujęcia zagadnień polowych, nieruchomej siatki dyskretyzujących i innych).

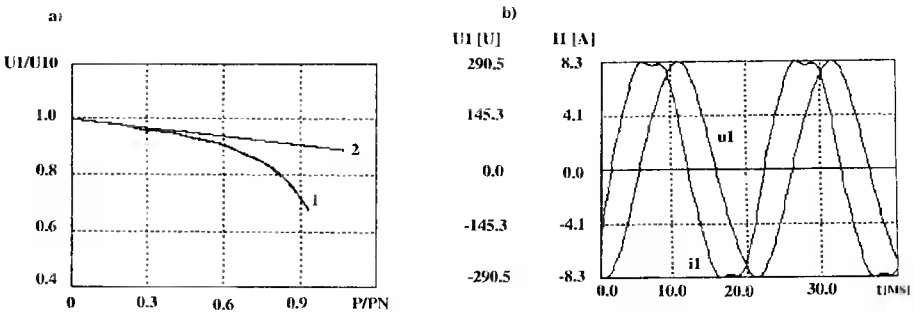
Na rysunku 5a przedstawiono charakterystykę zewnętrzną modelowanej prądnicy z pakietem blach wirnika skróconym o 8% w stosunku do długości znamionowej przy obciążeniu rezystancyjnym (krzywa 2) oraz przy nie zmienionej długości (krzywa 1), a na rysunku 5b przebiegi czasowe prądu i napięcia fazowego prądnicy, przy obciążeniu rezystancyjnym $P = 1,1P_N$.

Analogiczne charakterystyki i przebiegi czasowe dla wariantu pracy prądnicy o zmniejszonej o 3,3% liczbie zwojów uzwojenia stojana przedstawiono na rysunkach 6a,b.

Wielkość skrótu długości pakietu blach wirnika, zmniejszenie liczby zwojów uzwojenia stojana oraz pojemności kondensatorów wzbudzających dobrano w ten sposób, aby przy zbliżonych napięciach na biegu jałowym prąd prądnicy przy obciążeniu rezystancyjnym $P = 1,1P_N$ nie przekraczał prądu znamionowego.



Rys.5. Charakterystyki zewnętrzne modelowanej APA o nie skróconej (krzywa 1) i skróconej o 8% długości pakietu blach wirnika (krzywa 2).



Rys.6. Charakterystyki zewnętrzne modelowanej APA a) o znamionowej (krzywa 1) i zmniejszonej o 3.3% liczbie zwojów w uzwojeniach fazowych stojana (krzywa 2) oraz b) przebiegi czasowe napięcia i prądu przy obciążeniu rezystancyjnym $P = 1.1P_N$

4. PODSUMOWANIE

1. Przedstawiony model matematyczny APA o wzbudzeniu kondensatorowym, mimo pewnych uproszczeń, pozwala z wystarczającą dokładnością, dla celów praktycznych dokładnością, analizować wpływ parametrów konstrukcyjnych maszyny na przebiegi charakterystyk statycznych i dynamicznych.
2. Skrócenie długości pakietu blach wirnika oraz zmniejszenie liczby zwojów uzwojenia stojana pozwalają zwiększyć nasycenie obwodu magnetycznego silnika użytego do budowy APA. Prowadzi to do usztywnienia charakterystyk zewnętrznych tak, że przy obciążeniu rezystancyjnym, odpowiadającym mocy znamionowej silnika, zmniejszenie napięcia wyjściowego nie przekracza 8–10% U_N , a prąd prądnicy nie przekracza wartości znamionowej. Upraszcza to (niekiedy nawet eliminuje) układy stabilizacji napięcia prądnic tego typu, zwiększając ich konkurencyjność w stosunku do analogicznych prądnic synchronicznych. Wymienione zmiany wpływają także na przebiegi procesów dynamicznych takich prądnic.

3. Przeprowadzone zmiany konstrukcyjne spowodują zwiększenie strat mocy w maszynie pracującej jako prądnica w stosunku do pracy silnikowej. Zmniejszy to znamionową moc maszyny indukcyjnej w stanie pracy prądnicowej. Określenie tej mocy będzie przedmiotem dalszych badań.

LITERATURA

- [1] Gientkowski Z., Plachta B.: Obliczanie charakterystyk statycznych prądnicy asynchronicznej o wzbudzeniu pojemnościowym. Zeszyty Naukowe Politechniki Poznańskiej. Elektryka nr 43. 1994. s. 137–149.
- [2] Gientkowski Z.: Przekształtnikowe samowzbudzenie prądnicy asynchronicznej. Konferencja Nowoczesne Metody Sterowania w Energoelektronice i Napędzie Elektrycznym. Łódź–Dobieszków. 1993. s. 151–158.
- [3] Demenko A., Gientkowski Z., Plachta B.: Schiemo–polievoj analiz eliektromagnitnykh javlijenij w avtonomnom asinchronnom gienieratorie. Tiechniczieskaja Eliektrodinamika. NAN Ukrainy. Kijev. 1995. nr 1–2. s. 37–46.
- [4] Demenko A., Gientkowski Z., Plachta B.: Finite Element Analysis of Selfexcitation Process in Induction Generator. XIII Symposium Electromagnetic Phenomena in Nonlinear Circuits. May 25–28. 1994. Poznań. Poland. s. 25–30.

FIELD – CIRCUIT MODEL AND ITS APPLICATION FOR CHARACTERISTICS FORMING OF ASYNCHRONOUS GENERATOR WITH CAPACITOR EXCITATION

Summary

Field – circuit model of the autonomous, asynchronous generator with capacitor excitations is presented. This model is applied for characteristics forming of the asynchronous generator by means of influence on a rotor magnetic core length and on a stator winding turns number.

Key words: induction generator, finite element, analysis

ANALIZA PROCESÓW ELEKTROMAGNETYCZNYCH W AUTONOMICZNEJ PRĄDNICY ASYNCHRONICZNEJ Z WYKORZYSTANIEM MODELU OBWODOWEGO W UKŁADZIE WSPÓLRZĘDNYCH FAZOWYCH

Zdzisław Gientkowski, Bogdan Płachta

Instytut Elektrotechniki ATR
85–796 Bydgoszcz, ul. Prof. S. Kaliskiego 7

Przedstawiono obwodowy model matematyczny autonomicznej prądnicy asynchronicznej o wzbudzeniu kondensatorowym w układzie współrzędnych fazowych. Wykorzystanie modelu oraz jego doświadczalną weryfikację zaprezentowano na przykładzie samowzbudzenia, załączenia i odłączenia obciążenia oraz zwarcia.

Słowa kluczowe: prądnica indukcyjna, wzbudzenie kondensatorowe, modelowanie

1. WSTĘP

Maszyna indukcyjna jest pod względem ilościowym najbardziej rozpowszechnioną elektryczną maszyną wirującą. Ponad 90% wszystkich napędów to napędy z silnikami indukcyjnymi. Stosowana do niedawna wyłącznie jako silnik, obecnie, dzięki rozwojowi energoelektroniki, ma realne szanse na zastosowanie jako prądnica. Pojawiły się bowiem nowe możliwości wzbudzania i regulacji mocy biernej dostarczanej do maszyny. Dotyczy to zarówno układów, w których źródłem mocy biernej jest bateria kondensatorów o regulowanych dyskretnie pojemnościach, jak i najnowszych półprzewodnikowych układów mocy. Ze względu na szereg zalet, prądnice indukcyjne stosowane są do pracy autonomicznej w małych lokalnych elektrowniach wodnych lub wiatrowych oraz w stacjonarnych i ruchomych agregatach prądotwórczych.

Wśród wielu istniejących modeli autonomicznych prądnic asynchronicznych (APA) o wzbudzeniu kondensatorowym, przydatnym okazuje się model matematyczny prądnicy w układzie współrzędnych fazowych, uwzględniający nasycenie obwodu magnetycznego dla strumienia głównego.

Prezentowany model prądnicy jest analogią modelu zapisanego w układzie współrzędnych α , β , θ , opublikowanego w [1]. Model ten z wystarczającą dokładnością odzwierciedla procesy elektromagnetyczne w stanach symetrycznych. W rzeczywistych APA o wzbudzeniu kondensatorowym mogą występować stany niesymetryczne spowodowane zarówno niesymetrią obciążenia, jak i niesymetrycznym dołączaniem i odłączaniem kondensatorów w procesie dołączania i odłączania kondensatorów regulacyjnych, służących do stabilizacji napięcia prądnicy przy zmieniających się warunkach obciążenia. W takich przypadkach staje się konieczne zastosowanie innych modeli,

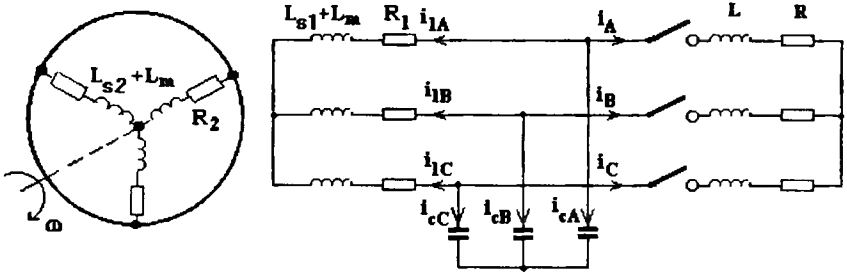
zapewniających poprawne odzwierciedlenie procesów fizycznych w tego typu prądnicach. Jednym z modeli może być niżej zaprezentowany model APA o wzbudzeniu kondensatorowym, zapisany w układzie współrzędnych fazowych.

2. MODEL OBWODOWY PRĄDNICY

W przedstawionym opisie APA o wzbudzeniu kondensatorowym przyjęto następujące założenia upraszczające:

- 1) wielkość strumienia indukcyjności wzajemnej Ψ_m nie wpływa na reaktancje rozproszenia uzwojeń stojana i wirnika, które przyjęto jako stałe (założenie takie zapewnia wystarczającą dla inżynierskich celów dokładność obliczeń, jeżeli prądy fazowe nie przekraczają 3–4-krotnie prądów znamionowych, co, jak wykazały badania, w większości przypadków, mających praktyczne znaczenie, jest spełnione);
- 2) nie uwzględnia się zjawiska histerezy obwodu magnetycznego maszyny, tj. zakłada się, że wektor strumienia Φ_m i odpowiadający mu wektor strumienia sprzężonego Ψ_m są kolinearne względem wektora prądu magnesującego i_m ;
- 3) obwód magnetyczny nasycy się równomiernie w całej objętości.

Schemat ideowy rozpatrywanego układu APA przedstawiono na rysunku 1. Na tymże rysunku oznaczono podstawowe wielkości elektryczne, występujące w równaniach modelu matematycznego.



Rys. 1. Schemat ideowy APA o wzbudzeniu kondensatorowym z obciążeniem typu R-L

Układ równań różniczkowych, opisujących prądnicę asynchroniczną z wirnikiem klatkowym (przy założeniu stałej prędkości wirowania wirnika $\omega = \text{const}$), ma postać:

$$\frac{d\psi_I}{dt} = u_I - i_I R_I$$

$$\frac{d\psi_i}{dt} = -i_i R_2 - p\omega(\psi_i - \psi_{i+1})/\sqrt{3} \quad (1)$$

dla $I = A, B, C$ (fazy stojana); $i = a, b, c$ (fazy wirnika).

Równania różniczkowe, opisujące obwody dołączone do uzwojenia stojana, mają postać:

- dla kondensatorów wzbudających

$$\frac{du_I}{dt} = \frac{I}{C_1} i_{cl} \quad (2)$$

- dla obciążenia rezystancyjno-indukcyjnego

$$\frac{di_{ol}}{dt} = (u_I - i_{ol}R_{ol})/L_{ol} \quad (3)$$

gdzie:

- i_{ol} – prąd I-tej fazy obciążenia,
- R_{ol}, L_{ol} – rezystancja i indukcyjność I-tej fazy obciążenia.

Nasylenie obwodu magnetycznego prądnicy dla strumienia głównego uwzględnia się poprzez korygowanie wartości indukcyjności L_m na każdym kroku całkowania numerycznego, korzystając z zależności (charakterystyki) nieliniowej

$$X_m = f(Y)$$

gdzie:

$$Y = (p\omega)^2 (\Psi_1 L_{s2} + \Psi_2 L_{s1}) \quad (5)$$

Występujące w zależności (5) wartości strumieni sprzężonych stojana Ψ_1 i wirnika Ψ_2 są określone wzorami (6) i (7)

$$\Psi_1 = \sqrt{\frac{2}{3} \left(\left(\frac{2}{3} \psi_A - \frac{1}{3} \psi_B - \frac{1}{3} \psi_C \right)^2 + \left(-\frac{1}{3} \psi_A + \frac{2}{3} \psi_B - \frac{1}{3} \psi_C \right)^2 + \left(-\frac{1}{3} \psi_A - \frac{1}{3} \psi_B + \frac{2}{3} \psi_C \right)^2 \right)} \quad (6)$$

$$\Psi_2 = \sqrt{\frac{2}{3} \left(\left(\frac{2}{3} \psi_a - \frac{1}{3} \psi_b - \frac{1}{3} \psi_c \right)^2 + \left(-\frac{1}{3} \psi_a + \frac{2}{3} \psi_b - \frac{1}{3} \psi_c \right)^2 + \left(-\frac{1}{3} \psi_a - \frac{1}{3} \psi_b + \frac{2}{3} \psi_c \right)^2 \right)} \quad (7)$$

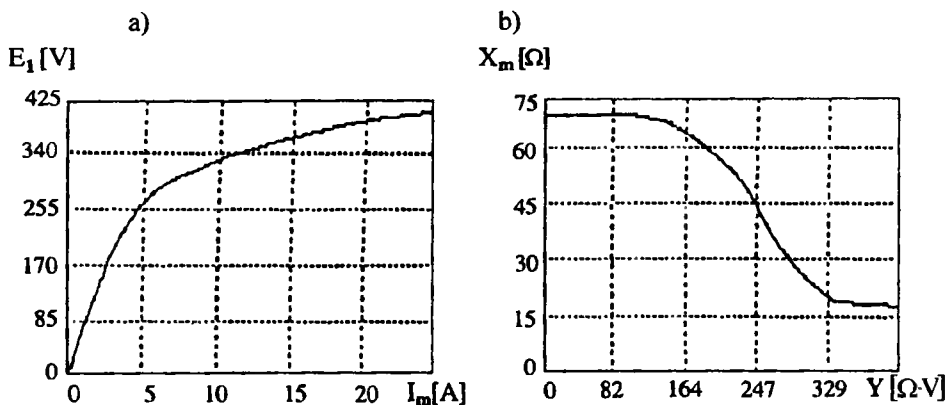
Charakterystyka $X_m = f(Y)$ jest inną postacią charakterystyki magnesowania maszyny, którą określa się na podstawie typowej charakterystyki magnesowania, uzyskanej z próby biegu jałowego maszyny $E_1 = f(I_m)$. Algorytm określenia k -tej wartości Y można zapisać w postaci:

$$i_{mk} \rightarrow X_{mk} \rightarrow Y_k = i_{mk} [(X_{s1} + X_{s2})X_{mk} + X_{s1}X_{s2}]$$

gdzie:

$$X_{mk} = \frac{E_1}{i_{mk}} \quad L_{mk} = \frac{X_{mk}}{\omega_1} \quad (8)$$

Przebiegi charakterystyki magnesowania $E_1 = f(I_m)$ oraz $X_m = f(Y)$ dla modelowanej prądnicy o mocy $P_N = 3$ kW przedstawiono na rysunku 2.



Rys.2. Charakterystyki magnesowania maszyny: a) $E_1 = f(I_m)$ – określona z próby biegu jałowego, b) $X_m = f(\Psi)$ – obliczona wg algorytmu (8)

Niezbędne w procesie obliczeń wzajemne strumienie magnesujące poszczególnych faz oblicza się z zależności:

$$\psi_{ml} = (\psi_l L_{s2} + \psi_l L_{s1}) / (L_{s1} + L_{s2} + L_{s1} L_{s2} / L_m) \quad (9)$$

dla $l = A, B, C$ (fazy stojana); $i = a, b, c$ (fazy wirnika).

Znajomość całkowitych strumieni sprzężonych oraz strumieni magnetycznych poszczególnych faz pozwala określić prądy fazowe w stojanie i wirniku. Odpowiednie zależności mają postać:

– dla prądów stojana

$$i_l = (\psi_l - \psi_{ml}) / L_{s1} \quad (10)$$

– dla prądów wirnika

$$i_i = (\psi_i - \psi_{ml}) / L_{s2} \quad (11)$$

Równania prądów fazowych kondensatorów wzbudzających otrzymuje się z I prawa Kirchhoffa

$$i_{cl} = -i_l - i_{ol} \quad (12)$$

W przypadku mocy napędu porównywalnej z mocą prądnicy przydatne może być również równanie ruchu układu elektromechanicznego napęd-prądnica

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{1}{J} (M_{sil} - M_{em\ pr}) \quad (13)$$

gdzie:

$$M_{em\ pr} = -pL_m \left(i_A \frac{i_b - i_c}{\sqrt{3}} + i_B \frac{i_c - i_a}{\sqrt{3}} + i_C \frac{i_a - i_b}{\sqrt{3}} \right) \quad (14)$$

Częstotliwość generowanego przez prądnicę napięcia określa się z zależności

$$f_1 = \frac{\omega}{2\pi(1-s)} \quad (15)$$

gdzie:

s – poślizg – wyznacza się w procesie obliczeń ze wzoru

$$s = \frac{T_{pr} - T_{syn}}{T_{syn}} \quad (16)$$

w której:

- ω – prędkość kątowna wirnika,
- T_{pr} – okres napięcia prądnicy przy obciążeniu,
- T_{syn} – okres napięcia prądnicy, odpowiadający częstotliwości synchronicznej.

Kolejność operacji obliczeniowych, przy rozwiązywaniu powyższego układu równań, jest następująca:

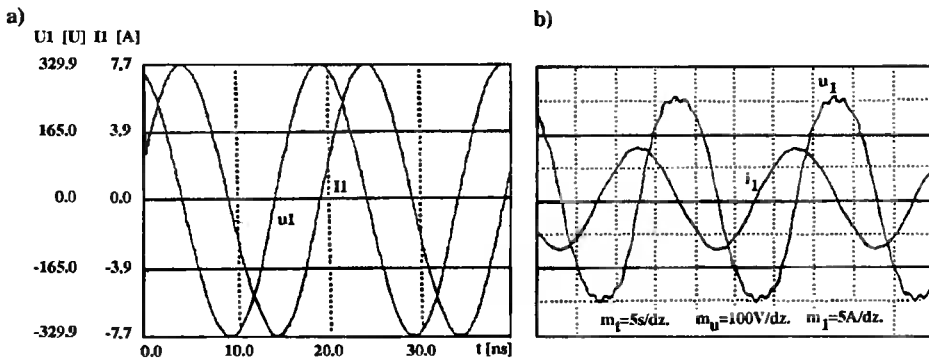
1. Dla zadanych w chwili (punkcie) $t = t_0$ wartości początkowych strumieni sprzężonych faz stojana ψ_A, ψ_B, ψ_C i wirnika ψ_a, ψ_b, ψ_c (zwykle przyjmuje się istnienie magnetyzmu szczątkowego), oblicza się wypadkowe strumienie sprzężone stojana Ψ_1 wg (6) i wirnika Ψ_2 wg (7).
2. Z zależności (5) określa się stan magnetyczny, obliczając wartość Y , odpowiadającą mu wartość X_m , oraz z zależności (4) wartość L_m .
3. Z zależności (9) oblicza się składowe $\Psi_{mA}, \Psi_{mB}, \Psi_{mC}$ wektora Ψ_m .
4. Z zależności (10–12) oblicza się odpowiednio składowe prądów stojana, wirnika i kondensatorów.
5. Oblicza się składowe strumieni sprzężonych stojana ψ_A, ψ_B, ψ_C i wirnika ψ_a, ψ_b, ψ_c dla następnej chwili czasowej $t = t + h$, gdzie h – czasowy krok całkowania, poprzez rozwiązanie numeryczne, (np. metodą Rungego Kutty 4 rzędu) układu równań (1), a także wektory strumieni przestrzennych Ψ_1 i Ψ_2 wg wzorów (6–7).
6. Wyznaczone w p-kt 5 strumienie magnetyczne traktuje się jak warunki początkowe (p-kt 1), określa się "nową" wartość Y (p-kt 2) itd., aż scałkowany zostanie cały badany przedział czasowy, tzn. $t > t_k$.

3. WYNIKI BADAŃ

Opracowany model wykorzystano do symulacji stanu ustalonego oraz stanów dynamicznych APA, takich jak: samowzbudzenie, trójfazowe zwarcie symetryczne na zaciskach oraz załączenie i odłączenie obciążenia.

Rysunek 3 przedstawia przebiegi czasowe prądów i napięć jednej z faz APA w stanie ustalonym, przy czym rysunek 3a stanowi wynik symulacji komputerowej, a rysunek 3b wynik pomiarów oscyloskopem z pamięcią.

Na rysunku 4a przedstawiono wyniki symulacyjne przebiegu napięcia w procesie samowzbudzenia prądnicy dla różnych warunków początkowych wynikających ze sposobu odwzbudzenia wg tabeli 1.

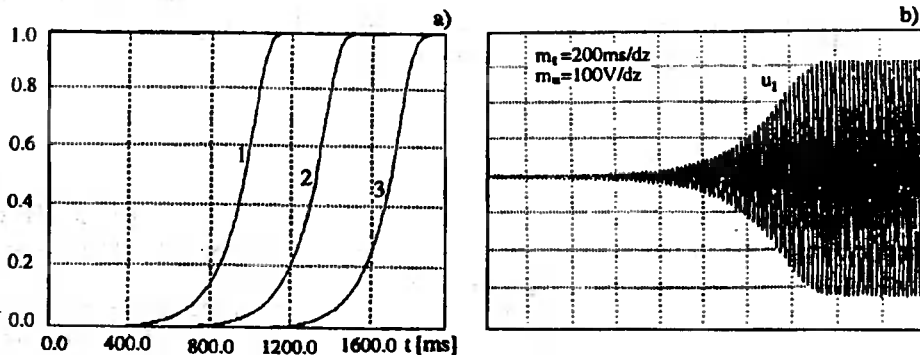


Rys.3. Przebiegi czasowe napięcia i prądu fazowego prądnicy w stanie ustalonym: a) obliczone. b) zmierzone

Tabela 1. Zestawienie wyników badań strumienia szczątkowego w prądnicy asynchronicznej przy różnych sposobach odzwbudzenia

Lp.	Rodzaj odzwbudzenia	ϕ_{sz} / ϕ_N [%]
1	Odlączenie obciążenia i napędu	1,1
2	Odzwbudzenie przez zwarcie	0,08
3	Odzwbudzenie przez przeciążenie	0,005

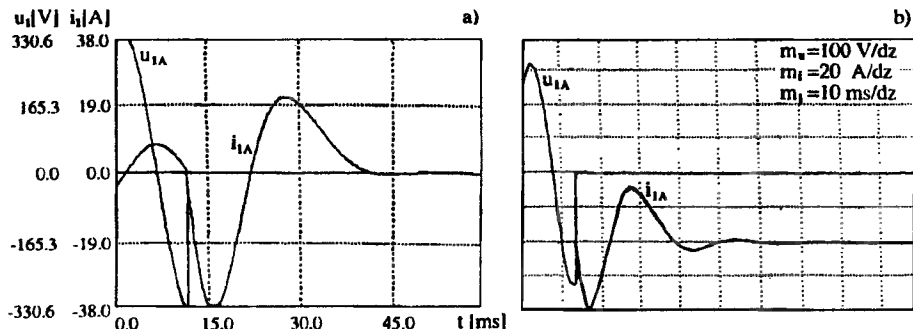
Doświadczalną weryfikację wyników dla przypadku 3 z tabeli 1 przedstawiono na rysunku 4b.



Rys.4. Przebiegi napięcia fazowego prądnicy w procesie samowzbudzenia: a) obwódnicze obliczone w wyniku symulacji dla przypadków jak w tab.1, b) zdjęty doświadczalnie po uprzednim odzwbudzeniu prądnicy na skutek przeciążenia

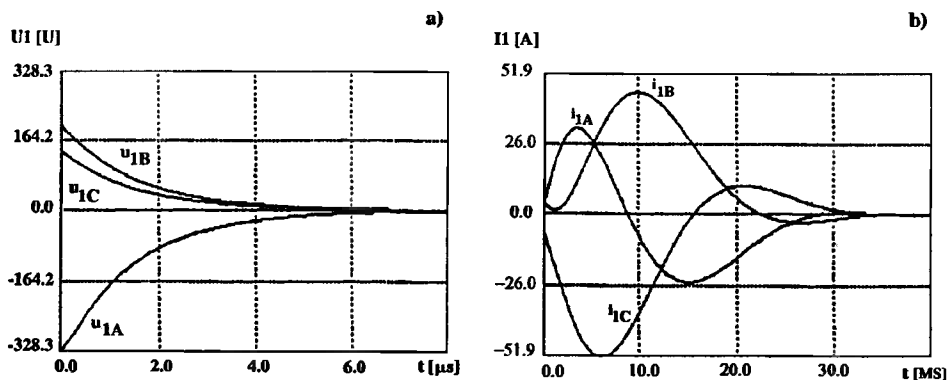
Na rysunku 5a,b przedstawiono wyniki badań modelowanej prądnicy w stanie zwarcia symetrycznego na zaciskach. Przyjęto tzw. zwarcie techniczne, tj. takie, kiedy rezystancja zwierająca zaciski jest porównywalna z rezystancją przewodów ($R_z = 0,02 \Omega$),

oraz założono, że wystąpiło ono w momencie, kiedy napięcie fazy A miało wartość amplitudową.



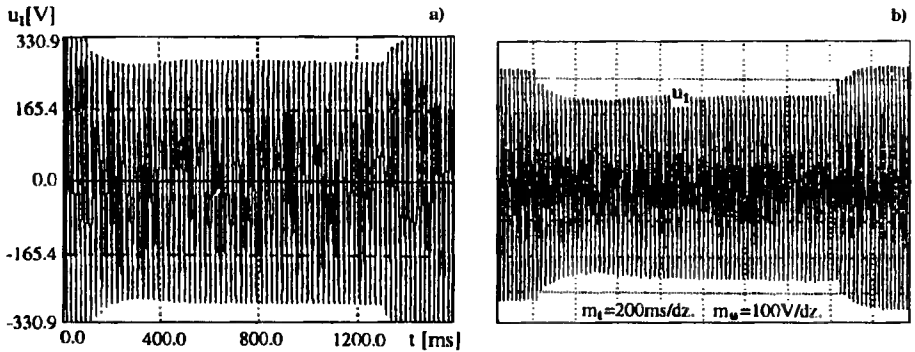
Rys.5. Przebiegi czasowe prądu i napięcia prądnic w przypadku zwarcia symetrycznego na zaciskach wyjściowych: a) obliczone, b) zdjęte doświadczalnie

Na rysunkach 6a,b przedstawiono przebiegi czasowe wszystkich prądów i napięć fazowych prądnic po symetrycznym zwarcia technicznym. Na uwagę zasługuje bardzo krótki czas zaniku napięcia na zaciskach prądnic, wynoszący około 5–10 mikrosekund.



Rys.6. Przebiegi: a) napięć fazowych, b) prądów fazowych przy symetrycznym zwarcia technicznym

Za pomocą prezentowanego modelu matematycznego symulowano także procesy przejściowe przy załączeniu i odłączeniu znamionowego obciążenia rezystancyjnego. Wyniki symulacji w procesie przebiegu czasowego napięcia fazowego prądnic przedstawiono na rysunku 7a, a odpowiadający temu przebiegowi, przebieg tego samego napięcia, zmierzony za pomocą oscyloskopu – na rysunku 7b. Również w tym przypadku uzyskano zadowalającą zbieżność wyników.



Rys.7. Przebiegi czasowe napięcia fazowego prądnicy w procesie załączenia i odłączenia znamionowego obciążenia rezystancyjnego: a) obliczony, b) zdjęty eksperymentalnie

4. WNIOSKI

1. Opracowany model matematyczny APA o wzbudzeniu kondensatorowym odzwierciedla przebiegi procesów elektromagnetycznych zarówno co do amplitud, jak i do czasów trwania tych procesów z błędem rzędu $\pm 5\%$ (rys.3–7).
2. Większe różnice między wynikami symulacji i badań eksperymentalnych stanu zwarcia prądnicy należy tłumaczyć przyjętymi założeniami upraszczającymi (p.1 założeń). Jak wiadomo, w przypadku zwarcia drogi, po których zamykają się strumienie rozproszenia, zmieniają się, a zatem zmieniają się także indukcyjności rozprożeń przyjęte z założeń jako stałe. Obserwuje się również wzajemne oddziaływanie strumieni rozproszenia i strumienia głównego (w założeniach przyjęto brak takiego oddziaływania).
3. Opracowany i zweryfikowany doświadczalnie model matematyczny APA jest przydatny w badaniach stanów niesymetrycznych prądnicy zarówno w odniesieniu do niesymetrii obciążenia, jak i niesymetrii pojemności kondensatorów regulacyjnych, występującej w procesie załączania poszczególnych stopni [2].

LITERATURA

- [1] Gientkowski Z.: Model matematyczny elektromagnetycznych procesów przejściowych w generatorze asynchronicznym. 6. Sympozjum – Symulacja Procesów Dynamicznych, Polana Chochołowska 1990, s.79–86.
- [2] Liszchenko A. I., Farenjuk A. P., Kuzmin M. A.: Matematyčeskaja model sudovoj energičeskoj ustanowki na baze asinchronnogo genieratora. Techničeskaja Elektrodynamiczka, Nr 4, Kijew 1993, s.49–57.

**ANALIS OF ELECTROMAGNETIC PROCESSES
IN AUTONOMOUS ASYNCHRONOUS GENERATOR
WITH UTILIZATION OF CIRCUIT MODEL
IN PHASE CO-ORDINATE SYSTEM**

Summary

Mathematical circuit model of autonomous, asynchronous generator with capacitor exciting in the phase co-ordinate system is presented. Utilizing of the model as well as its experimental verification is described using examples of self – excitation, on and off load switching as well as short circuit.

Key words: induction generator condenser exciting modelling

MODELE MATEMATYCZNE WIELOUZWOJENIOWEJ PRZEKSZTAŁTNIKOWEJ PRĄDNICY ASYNCHRONICZNEJ

Zdzisław Gientkowski

Instytut Elektrotechniki ATR
85–796 Bydgoszcz, ul Prof. S.Kaliskiego 7

Przedstawiono modele matematyczne przekształtnikowej prądnicy asynchronicznej z kilkoma uzwojeniami w stojanie i klatkowym lub pierścieniowym wirnikiem. Zaletą modeli jest dostosowanie do modeli przekształtnika, który może być podłączony tylko do uzwojenia stojana, tylko do uzwojenia wirnika lub jednocześnie do uzwojeń stojana i wirnika. Modele uwzględniają nasycenie obwodu magnetycznego prądnicy dla strumienia głównego i zjawisko wypierania prądu w masywnych prętach klatki wirnika.

Słowa kluczowe: prądnica asynchroniczna wielouzwojeniowa, modelowanie

1. WSTĘP

Z ogólnej teorii maszyn elektrycznych wiadomo, że w celu opisanego zachowania się maszyny w układzie elektromechanicznym, należy rozpatrywać ją jako pewien układ sprzężonych magnetycznie obwodów elektrycznych o parametrach skupionych. Przy takim podejściu w ogólnym przypadku maszynę elektryczną opisuje się układem równań różniczkowych o okresowych współczynnikach, do wyeliminowania których stosuje się różne układy współrzędnych. Wybór układu współrzędnych jest określony specyfiką konkretnego obwodu, stanem pracy oraz celem badań.

W przypadku autonomicznych prądnic asynchronicznych (APA), szczególnie o wzbudzeniu przekształtnikowym, modele matematyczne poszczególnych rozwiązań prądnic można otrzymać z uogólnionego modelu prądnicy, będącego szczególnym przypadkiem elektromechanicznego przetwornika energii, zawierającego kilka trójfazowych uzwojeń na stojanie i klatkowy lub pierścieniowy wirnik. Uzwojenia mogą być połączone w gwiazdę lub w trójkąt. Podstawową zaletą, zaproponowanego niżej uogólnionego modelu prądnicy, jest wygodne przechodzenie od rzeczywistej maszyny do jej modelu matematycznego oraz dostosowanie tego modelu do modelu przekształtnika.

Przy badaniu stanów symetrycznych przekształtnikowych APA celowe jest stosowanie układu współrzędnych $0dq$, wirujących z prędkością kątową, określoną przez podstawową harmoniczną wzbudzenia. W takim układzie współrzędnych prądnicę z prądami o zmiennej częstotliwości można przedstawić w postaci zastępczej prądnicy z prądami stałymi.

Przy badaniu procesów elektromagnetycznych w przekształtnikowych APA metodą wartości chwilowych, wybór nowych osi współrzędnych jest określony miejscem po-

dłączenia przekształtnika. Jeżeli przekształtnik jest podłączony tylko do uzwojeń stojana, najbardziej wskazany jest wielofazowy układ osi współrzędnych, które pokrywają się z odpowiednimi osiami faz stojana. Takie przekształcenie pozwoli wyeliminować współczynniki okresowe z równań i jednocześnie wykorzystać jako zmienne rzeczywiste prądy i napięcia stojana, co jest wygodne przy dopasowywaniu modeli matematycznych maszyny i przekształtnika.

Analogicznie można postępować przy konstruowaniu modelu matematycznego APA z przekształtnikiem dołączonym tylko do uzwojeń wirnika.

Do badania APA, z przekształtnikami dołączonymi zarówno do uzwojenia stojana, jak i wirnika, celowe jest wykorzystanie równań zapisanych w układzie współrzędnych fazowych.

Celem niniejszego artykułu jest przedstawienie modelu matematycznego wielofazowej APA, w wielofazowym układzie współrzędnych fazowych wirujących z dowolną prędkością kątową, pokazanie możliwości przechodzenia od tego modelu do modeli w innych układach współrzędnych oraz przedstawienie sposobu określania parametrów modeli.

2. ZAŁOŻENIA UPRASZCZAJĄCE

Przy opisie maszyny asynchronicznej przyjęto, że każde uzwojenie trójfazowe stojana $s_1, s_2, \dots, s_k, \dots, s_n$ jest symetryczne oraz że uzwojenia trójfazowe są przesunięte na obwodzie maszyny względem siebie o dowolny kąt. Uzwojenie wirnika przyjęto również jako symetryczne. W takiej maszynie, przy normalnej konstrukcji, rozkład przepływu w szczelinie powietrznej jest zbliżony do sinusoidy. Na przykład, dla typowego sześciostrefowego uzwojenia o skrócie równym $1/6$ podziałki biegunowej i liczbie żłobków na biegun i fazę większej od dwóch, niezależnie od kształtu prądu, współczynnik zawartości wyższych harmonicznych w krzywej przepływu fazy nie przekracza 0,25 [1]. W krzywej wypadkowego przepływu w stanach symetrycznych, kiedy trzecia harmoniczna i jej wielokrotności nie występują, współczynnik zawartości harmonicznych nie przekracza 0,15. Uwzględniając rzeczywiste przekroje przewodów i ich rozkład w żłobku, schodki krzywej przepływu są wygładzone i zawartość wyższych harmonicznych w krzywej przepływu jest jeszcze mniejsza.

Oprócz tego założono, że szczelina powietrzna jest gładka i równomierna, a obwód magnetyczny maszyny jest nienasycony. Nierównomierność szczeliny powietrznej, nasylenie obwodu magnetycznego, zjawisko wypierania prądu, straty w żelazie i inne mniej istotne zjawiska uwzględniono w sposób przybliżony, przy określaniu parametrów dla podstawowej harmonicznej pola.

3. RÓWNIANIA I PARAMETRY PRĄDNICY W UKŁADZIE WSPÓLRZĘDNYCH UZWOJEŃ

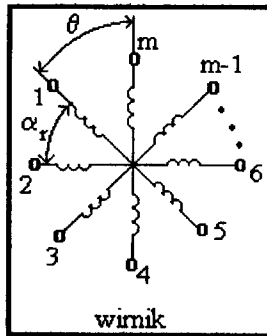
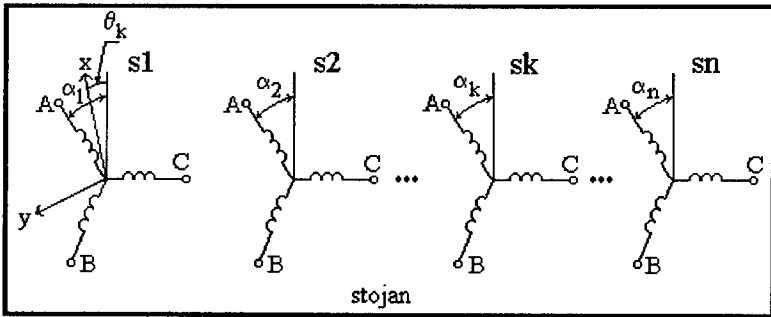
Dla maszyny, której schemat uzwojeń przedstawiono na rysunku 1, równanie równowagi elektrycznej będzie miało postać:

$$[u] = [R][i] + \frac{d}{dt}([L][i]) + [L_s] \frac{d}{dt}[i] \quad (1)$$

gdzie:

$$\begin{bmatrix} u^{s1} \\ u^{s2} \\ \dots \\ u^{sk} \\ \dots \\ u^{sn} \\ u^r \end{bmatrix}; \begin{bmatrix} i^{s1} \\ i^{s2} \\ \dots \\ i^{sk} \\ \dots \\ i^{sn} \\ i^r \end{bmatrix}; \quad \begin{bmatrix} u^{sk} \\ u^{sk} \\ u^{sk} \\ u^{sk} \\ u^{sk} \\ u^{sk} \\ u^{sk} \end{bmatrix}; \begin{bmatrix} i^{sk} \\ i^{sk} \\ i^{sk} \\ i^{sk} \\ i^{sk} \\ i^{sk} \\ i^{sk} \end{bmatrix}$$

Wirnik można przedstawić w postaci uzwojenia wielofazowego o liczbie faz równej m . W przypadku wirnika pierścieniowego $\alpha_r = 2\pi/3$, $m = 3$. Dla wirnika klatkowego: m – liczba żłobków wirnika, α_r – kąt między sąsiednimi żłobkami wirnika, $[u^r] = [0]$.



Rys.1. Schemat prądnicy asynchronicznej z n uzwojeniami trójfazowymi stojana i m uzwojeniami wirnika

Podmacierze napięć i prądów wirnika mają postać:

$$[u^r] = \begin{bmatrix} u_1^r \\ u_2^r \\ \dots \\ u_j^r \\ \dots \\ u_m^r \end{bmatrix}; [i^r] = \begin{bmatrix} i_1^r \\ i_2^r \\ \dots \\ i_j^r \\ \dots \\ i_m^r \end{bmatrix}$$

Macierz rezystancji ma postać:

$$[R] = \text{diag} \left[[R^{sk}] [R^{sj}] \right]$$

gdzie:

$[R^{sk}]_{3 \times 3}$ – diagonalna macierz rezystancji uzwojeń odpowiednich faz k-tego układu trójfazowego w stojanie,

$[R^{sj}]_{m \times m}$ – diagonalna macierz zastępczych rezystancji j-tego uzwojenia wirnika.

Macierze indukcyjności rozproszenia $[L_s]$ tworzy się analogicznie jak macierz $[R]$. Macierz indukcyjności dla strumienia głównego jest następująca:

$$[L] = \begin{bmatrix} [L^{s1}] & [M^{s1,s2}] & \dots & [M^{s1,sk}] & \dots & [M^{s1,sn}] & [M^{s1,r}] \\ [M^{s2,s1}] & [L^{s2}] & \dots & [M^{s2,sk}] & \dots & [M^{s2,sn}] & [M^{s2,r}] \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ [M^{sk,s1}] & [M^{sk,s2}] & \dots & [L^{sk}] & \dots & [M^{sk,sn}] & [M^{sk,r}] \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ [M^{sn,s1}] & [M^{sn,s2}] & \dots & [M^{sn,sk}] & \dots & [L^{sn}] & [M^{sn,r}] \\ [M^{r,s1}] & [M^{r,s2}] & \dots & [M^{r,sk}] & \dots & [M^{r,sn}] & [L^r] \end{bmatrix}$$

Podmacierz indukcyjności własnych k-tego uzwojenia stojana ma postać:

$$[L^{sk}] = L^{sk} \begin{bmatrix} 1 & \cos \frac{2\pi}{3} & \cos \frac{4\pi}{3} \\ \cos \frac{4\pi}{3} & 1 & \cos \frac{2\pi}{3} \\ \cos \frac{2\pi}{3} & \cos \frac{4\pi}{3} & 1 \end{bmatrix}$$

gdzie:

L^{sk} – indukcyjność fazy k-tego uzwojenia stojana dla strumienia głównego.

Podmacierz indukcyjności wzajemnych uzwojeń "k" i "n" stojana ma postać:

$$[M^{sk,sn}] = [M^{sn,sk}] = M^{sk,sn} \begin{bmatrix} \cos(\alpha_k - \alpha_n) & \cos(\alpha_k - \alpha_n + \frac{2\pi}{3}) & \cos(\alpha_k - \alpha_n - \frac{2\pi}{3}) \\ \cos(\alpha_k - \alpha_n - \frac{2\pi}{3}) & \cos(\alpha_k - \alpha_n) & \cos(\alpha_k - \alpha_n + \frac{2\pi}{3}) \\ \cos(\alpha_k - \alpha_n + \frac{2\pi}{3}) & \cos(\alpha_k - \alpha_n - \frac{2\pi}{3}) & \cos(\alpha_k - \alpha_n) \end{bmatrix}$$

gdzie:

α_k, α_n – kąty (w radianach elektrycznych), określające położenie osi magnetycznych faz A uzwojeń trójfazowych stojana względem początku układu współrzędnych,

$M^{sk,sn}$ – indukcyjność wzajemna uzwojeń przy pokryciu się ich osi.

Podmacierz indukcyjności wirnika ma postać:

$$[L^r] = L^r \begin{bmatrix} 1 & \cos \alpha_r & \cos 2\alpha_r & \dots & \cos(m-1)\alpha_r \\ \cos \alpha_r & 1 & \cos \alpha_r & \dots & \cos(m-2)\alpha_r \\ \cos 2\alpha_r & \cos \alpha_r & 1 & \dots & \cos(m-3)\alpha_r \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \cos(m-1)\alpha_r & \cos(m-2)\alpha_r & \cos(m-3)\alpha_r & \dots & 1 \end{bmatrix}$$

gdzie:

L^r – indukcyjność fazy wirnika.

Podmacierz indukcyjności wzajemnych k-tego uzwojenia trójfazowego stojana i uzwojenia wirnika ma postać:

$$[M^{k,r}] = M^{k,r} \begin{bmatrix} \cos(\alpha_k - \vartheta) & \cos(\alpha_k - \vartheta - \alpha_r) & \dots & \cos(\alpha_k - \vartheta - (m-1)\alpha_r) \\ \cos(\alpha_k - \frac{2\pi}{3} - \vartheta) & \cos(\alpha_k - \frac{2\pi}{3} - \vartheta - \alpha_r) & \dots & \cos(\alpha_k - \vartheta - \frac{2\pi}{3} - (m-1)\alpha_r) \\ \cos(\alpha_k + \frac{2\pi}{3} - \vartheta) & \cos(\alpha_k + \frac{2\pi}{3} - \vartheta - \alpha_r) & \dots & \cos(\alpha_k - \vartheta + \frac{2\pi}{3} - (m-1)\alpha_r) \end{bmatrix}$$

gdzie:

ϑ – kąt obrotu wirnika (w radianach elektrycznych),

$M^{k,r}$ – indukcyjność wzajemna k-tej fazy stojana i fazy wirnika przy pokryciu się ich osi magnetycznych

$$[M^{sk,r}] = [M^{r,sk}]^T$$

4. RÓWNANIA I PARAMETRY PRĄDNICY W UKŁADZIE WSPÓLRZĘDNYCH PROSTOKĄTNYCH 0XY, WIRUJĄCYCH Z DOWOLNĄ PRĘDKOŚCIĄ KĄTOWĄ

Równanie (1) w macierzy indukcyjności dla strumienia głównego zawiera współczynniki okresowe. Utrudnia to analizę procesów elektromagnetycznych w przekształtnikowych APA. W celu wyeliminowania tych współczynników wygodnie jest zapisać równanie (1) najpierw w prostokątym układzie osi współrzędnych 0XY, wirującym z dowolną prędkością kątową ω_k . Przejścia do nowego układu współrzędnych z zachowaniem inwariantności mocy można dokonać wg wzorów [2]:

$$[i] = [\Pi][i']; \quad [u'] = [\Pi]^T [u] \quad (2)$$

Macierz przekształcenia ma postać:

$$[\Pi] = \text{diag} \left\{ [\Pi^{s1}], [\Pi^{s2}], \dots, [\Pi^{sk}], \dots, [\Pi^{sn}] \right\} [\Pi^r] \quad (3)$$

Podmacierze przekształceń dla stojana i wirnika mają postacie:

$$[\Pi^{sn}] = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \cos(\vartheta_k + a_n) & -\sin(\vartheta_k + a_n) \\ \frac{1}{\sqrt{2}} \cos(\vartheta_k + a_n - \frac{2\pi}{3}) & -\sin(\vartheta_k + a_n - \frac{2\pi}{3}) \\ \frac{1}{\sqrt{2}} \cos(\vartheta_k + a_n + \frac{2\pi}{3}) & -\sin(\vartheta_k + a_n + \frac{2\pi}{3}) \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$[\Pi^r] = \sqrt{\frac{2}{m}} \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \cos(\vartheta_k + \vartheta) & \dots & -\sin(\vartheta_k + \vartheta) \\ \frac{1}{\sqrt{2}} \cos(\vartheta_k + \vartheta - a_r) & \dots & -\sin(\vartheta_k + \vartheta - a_r) \\ \dots & \dots & \dots \\ \frac{1}{\sqrt{2}} \cos(\vartheta_k + \vartheta - (m-1)a_r) & \dots & -\sin(\vartheta_k + \vartheta - (m-1)a_r) \end{bmatrix} \quad (5)$$

gdzie:

ϑ_k – kąt określający położenie nowego układu współrzędnych.

Po wykonaniu przekształcenia równania (1), według (2), otrzymuje się równanie macierzowe (6), w którym "p" jest symbolem różniczkowania względem czasu, a " ω " i " ω_k " – elektrycznymi prędkościami kątowymi wirnika i osi współrzędnych.

$$\begin{bmatrix} u_x^{s1} \\ u_y^{s1} \\ u_x^{s2} \\ u_y^{s2} \\ \dots \\ u_x^{sn} \\ u_y^{sn} \\ u_x^c \\ u_y^c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R^{s1} + pL^{s1} & -\omega_k L^{s1} & pM^{s1s2} & -\omega_k M^{s1s2} & \dots & pM^{s1sn} & -\omega_k M^{s1sn} & pM^{s1r} & -\omega_k M^{s1r} \\ \omega_k L^{s1} & R^{s1} + pL^{s1} & \omega_k M^{s1s2} & pM^{s1s2} & \dots & \omega_k M^{s1sn} & pM^{s1sn} & \omega_k M^{s1r} & pM^{s1r} \\ pM^{s2s1} & -\omega_k M^{s2s1} & R^{s2} + pL^{s2} & -\omega_k L^{s2} & \dots & pM^{s2sn} & -\omega_k M^{s2sn} & pM^{s2r} & -\omega_k M^{s2r} \\ \omega_k M^{s2s1} & pM^{s2s1} & \omega_k L^{s2} & R^{s2} + pL^{s2} & \dots & \omega_k M^{s2sn} & pM^{s2sn} & \omega_k M^{s2r} & pM^{s2r} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ pM^{sns1} & -\omega_k M^{sns1} & pM^{sns2} & -\omega_k M^{sns2} & \dots & R^{sn} + pL^{sn} & -\omega_k L^{sn} & pM^{snr} & -pM^{snr} \\ \omega_k M^{sns1} & pM^{sns1} & \omega_k M^{sns2} & pM^{sns2} & \dots & \omega_k L^{sn} & R^{sn} + pL^{sn} & pM^{snr} & pM^{snr} \\ pM^{sc1} & (\omega - \omega_k) M^{sc1} & pM^{sc2} & (\omega - \omega_k) M^{sc2} & \dots & pM^{scn} & (\omega - \omega_k) M^{scn} & R^c + pL^c & (\omega - \omega_k) L^c \\ (\omega_k - \omega) M^{sc1} & pM^{sc1} & (\omega_k - \omega) M^{sc2} & pM^{sc2} & \dots & (\omega_k - \omega) M^{scn} & pM^{scn} & (\omega_k - \omega) L^c & R^c + pL^c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_x^{s1} \\ i_y^{s1} \\ i_x^{s2} \\ i_y^{s2} \\ \dots \\ i_x^{sn} \\ i_y^{sn} \\ i_x^c \\ i_y^c \end{bmatrix} \quad (6)$$

Dla maszyny z wirnikiem klatkowym dwa dolne wyrazy macierzy napięć w (6) są równe zero. W przypadku analizy stanów niesymetrycznych konieczne jest rozpatrzenie równania dla składowych zerowych, które ma w tym przypadku postać:

$$\begin{bmatrix} u_0^{s1} \\ u_0^{s2} \\ \dots \\ u_0^{sk} \\ \dots \\ u_0^{sn} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R^{s1} + pL_0^{s1} & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 \\ 0 & R^{s2} + pL_0^{s2} & \dots & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & R^{sk} + pL_0^{sk} & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & 0 & \dots & R^{sn} + pL_0^{sn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_0^{s1} \\ i_0^{s2} \\ \dots \\ i_0^{sk} \\ \dots \\ i_0^{sn} \end{bmatrix} \quad (7)$$

Gdy moc napędu jest porównywalna z mocą prądnicy, równanie (6) trzeba uzupełnić następującym równaniem ruchu:

$$M_{mech} = \frac{J}{p_b} \frac{d\omega}{dt} + \frac{k_t}{p_b} \omega + M \quad (8)$$

gdzie:

- M_{mech} – moment mechaniczny,
- J – moment bezwładności wirujących mas,
- p_b – liczba par biegunów,
- k_t – współczynnik tarcia lepkiego.

Moment elektromagnetyczny ma postać:

$$M = \frac{1}{2} [i_{xy}]^T [T_{xy}] [i_{xy}] \quad (9)$$

gdzie macierz współczynników momentu wyrażona jest następująco:

$$[T_{xy}] = \frac{3}{2} p_b \begin{bmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 & M^{s1,r}[H] \\ 0 & 0 & \dots & 0 & M^{s2,r}[H] \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & 0 & M^{sn,r}[H] \\ M^{s1,r}[H]^T & M^{s2,r}[H]^T & \dots & M^{sn,r}[H]^T & 0 \end{bmatrix} [H] = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

W przypadku szczególnym, dla prądnicy trójfazowej, zachodzi następująca zależność:

$$M = \frac{3}{2} p_b M^{s,r} (i_x^r i_y^s - i_x^s i_y^r) \quad (10)$$

gdzie:

$$M^{s,r} = L_m$$

Ponieważ dokładność rozwiązania wyżej przedstawionych równań jest określona przede wszystkim dokładnością występujących w nich współczynników – głównie parametrów prądnicy asynchronicznej, niżej zostaną podane zależności zapewniające wystarczającą do obliczeń inżynierskich dokładność rozwiązania.

Rezystancje faz uzwojeń stojana R^{sk} i uzwojeń wirnika pierścieniowego R^r określa się doświadczalnie lub jedną z powszechnie znanych metod, przedstawionych w przedmiotowej literaturze [1,3]. W prądnicy przekształtnikowej do rezystancji uzwojeń należy dodać rezystancję dynamiczną zaworów. Rezystancję fazy wirnika klatkowego można określić z zależności:

$$R^r = k_r R_{pr} + R_{pier} \quad (11)$$

gdzie:

- R_{pr}, R_{pier} – rezystancja pręta i części pierścienia między sąsiednimi prętami (bez uwzględnienia zjawiska wypierania prądu),
 $k_r = f(\omega_1 - \omega)$ – współczynnik uwzględniający wypieranie prądu.

Przy założeniu, że w przetwarzaniu energii uczestniczy wyłącznie podstawowa harmoniczna pola w szczelinie powietrznej, indukcyjności i indukcyjności wzajemne można obliczyć z zależności:

– indukcyjność fazy k -tego uzwojenia stojana

$$L^{sk} = \frac{12\lambda}{2\pi^2 p_b} (z^{sk} k_u^{sk})^2 + L_s^{sk} \quad (12)$$

– indukcyjność wzajemna między fazami uzwojeń "k" i "n" stojana

$$M^{sk,sn} = \frac{12\lambda}{2\pi^2 p_b} z^{sn} k_u^{sn} z^{sk} k_u^{sk} \quad (13)$$

gdzie:

- $z^{sn}, k_u^{sn}, z^{sk}, k_u^{sk}$ – liczby zwojów faz uzwojeń i ich współczynniki uzwojeń,
 $\lambda = \frac{\mu\tau l'}{\delta'\sigma}$ – permeancja dla głównego strumienia magnetycznego,
 τ, l', δ' – podziałka biegunowa, długość obliczeniowa i szczelina powietrzna z uwzględnieniem jej nierównomierności,
 σ – współczynnik nasycenia obwodu magnetycznego.

Indukcyjność wirnika klatkowego oblicza się ze wzoru:

$$L' = \frac{m\lambda}{2\pi^2 p_b} + L'_s \quad (14)$$

Indukcyjność wzajemną uzwojenia wirnika klatkowego i k-tego uzwojenia stojana określa poniższy wzór:

$$M^{sk,r} = \frac{\sqrt{3}m\lambda}{\pi^2 p_b} z^{sk} k_u^{sk} k_{sk} \quad (15)$$

gdzie:

k_{sk} – współczynnik skosu żłobków wirnika.

Ponieważ prądnice przekształtnikowe konstrukcyjnie na ogół nie różnią się od silników indukcyjnych, również indukcyjności rozproszeń mogą być określone wg sprawdzonych w praktyce zależności [3]:

$$L_s^{sk} = 2\mu_0 l' \frac{(z^{sk})^2}{p_b q} \sum \lambda_s^{sk} \quad (16)$$

$$L'_s = \mu_0 l' \sum \lambda_s^r \quad (17)$$

gdzie:

q – liczba żłobków na biegun i fazę,

$\sum \lambda_s^{sk}, \sum \lambda_s^r$ – sumaryczne permeancje rozproszenia na jednostkę długości obliczeniowej maszyny.

Indukcyjności uzwojeń wirnika pierścieniowego można obliczyć z zależności (12) i (16), podstawiając zamiast indeksu "sk" indeks "r". Niekiedy korzystnie jest sprawdzić wszystkie uzwojenia do jednego, np. pierwszego s1. W tym przypadku rezystancje, indukcyjności własne i indukcyjności wzajemne należy przeliczyć wg następujących wzorów:

$$R'^{sk} = KR^{sk}$$

$$R'^r = KR^r$$

$$L'^{sk} = L_m + L_s^{rsk}$$

$$M'^{sk,sn} = M'^{sn,r} = M'^{sk,r} = L_m \quad (18)$$

$$L'^r = L_m + L_s'^r$$

$$L_s'^{sk} = KL_s^{sk}$$

$$L'_s{}^r = KL'_s$$

gdzie:

L_m – wypadkowa indukcyjność magnesowania dla strumienia głównego

$$L_m = \frac{12\lambda}{2\pi^2 p_b} (z^{s1} k_u^{s1})^2 \quad (19)$$

K – współczynnik sprawozdania:

– dla trójfazowych uzwojeń stojana

$$K = \left(\frac{z^{s1} k_u^{s1}}{z^{sn} k_u^{sn}} \right)^2 \quad (20)$$

– dla uzwojenia wirnika pierścieniowego

$$K = \left(\frac{z^{s1} k_u^{s1}}{z^r k_u^r} \right)^2 \quad (21)$$

– dla uzwojenia klatkowego

$$K = \frac{12(z^{s1} k_u^{s1})^2}{mk_{sk}^2} \quad (22)$$

W przypadku istnienia skosu żłobków do permeancji rozproszenia sprawozdzonego wirnika należy dodać permeancję dla strumienia rozproszenia skosu.

W analizie procesów elektromagnetycznych prądnic przekształtnikowych prędkość kątowna wirnika jest na ogół zadana i niezależna od obciążenia prądnicy. Dlatego też celowe jest przyjąć prędkość wirowania osi współrzędnych równą prędkości kątowej podstawowej harmonicznej napięcia, podawanego z przekształtnikowego źródła mocy biernej, które w takim układzie współrzędnych jest przedstawione jako źródło napięcia stałego, a cała prądnica z prądami o zmiennej częstotliwości jest przedstawiona jako zastępcza prądnica prądu stałego. Upraszcza to znacznie opis matematyczny i jego analizę oraz skraca czas obliczeń.

5. RÓWNANIA I PARAMETRY PRĄDNICY W NIERUCHOMYM UKŁADZIE WSPÓLRZĘDNYCH STOJANA $0\alpha\beta$

W danym przypadku przekształca się tylko zmienne wirnika. Macierz przekształcenia ma postać:

$$[\Pi_{ABC}] = \text{diag} \{ \mathbb{1} \} [\Pi'_{ABC}] \quad (23)$$

gdzie, w oparciu o własności grup przekształceń [4], podmacierz przekształcenia dla sprawozdzonego trójfazowego uzwojenia wirnika ma postać:

$$[\Pi'_{abc}] = [\Pi^r_{0\alpha\beta}] [\Pi^s_{0\alpha\beta}]^{-1} \quad (24)$$

Podstawiając w (4) i (5) $\vartheta_k=0$ z (24) otrzymuje się:

$$\left[\Pi'_{ABC} \right] = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} 0.5 + \cos \vartheta & 0.5 + \cos(\vartheta - \frac{2\pi}{3}) & 0.5 + \cos(\vartheta + \frac{2\pi}{3}) \\ 0.5 + \cos(\vartheta + \frac{2\pi}{3}) & 0.5 + \cos \vartheta & 0.5 + \cos(\vartheta - \frac{2\pi}{3}) \\ 0.5 + \cos(\vartheta - \frac{2\pi}{3}) & 0.5 + \cos(\vartheta + \frac{2\pi}{3}) & 0.5 + \cos \vartheta \end{bmatrix} \quad (25)$$

Przekształcając równanie (1) za pomocą macierzy (23) otrzymuje się równanie (26) równowagi elektrycznej wielouzwojeniowej maszyny asynchronicznej w osiach współrzędnych $0\alpha\beta$, nieruchomych względem stojana:

$$\begin{bmatrix} u_{ABC}^{s1} \\ u_{ABC}^{s2} \\ \dots \\ u_{ABC}^{sk} \\ \dots \\ u_{ABC}^{sn} \\ u_{abc}^r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} z^{s1} \\ z^{s2,s1} \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} z^{s1,s2} \\ z^{s2} \end{bmatrix} & \dots & \begin{bmatrix} z^{s1,sk} \\ z^{s2,sk} \end{bmatrix} & \dots & \begin{bmatrix} z^{s1,sn} \\ z^{s2,sn} \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} z^{s1,r} \\ z^{s2,r} \end{bmatrix} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \begin{bmatrix} z^{sk,s1} \\ z^{sk,s2} \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} z^{sk,s2} \\ z^{sk,s2} \end{bmatrix} & \dots & \begin{bmatrix} z^{sk} \\ z^{sk} \end{bmatrix} & \dots & \begin{bmatrix} z^{sk,sn} \\ z^{sk,r} \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} z^{sk} \\ z^{sk} \end{bmatrix} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \begin{bmatrix} z^{sn,s1} \\ z^{r,s1} \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} z^{sn,s2} \\ z^{r,s2} \end{bmatrix} & \dots & \begin{bmatrix} z^{sn,sk} \\ z^{r,sk} \end{bmatrix} & \dots & \begin{bmatrix} z^{sn} \\ z^{r,sn} \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} z^{sn,r} \\ z^r \end{bmatrix} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{ABC}^{s1} \\ i_{ABC}^{s2} \\ \dots \\ i_{ABC}^{sk} \\ \dots \\ i_{ABC}^{sn} \\ i_{abc}^r \end{bmatrix} \quad (26)$$

gdzie:

$$\begin{aligned} [z^{sk}] &= R^{sk} [1]_B + pL_s^{sk} [1]_B + pL^{sk} [B_1] \\ [z^{sk,sn}] &= pM^{sk,sn} [B^{k,n}] \\ [z^{sn,sk}] &= pM^{sk,sn} [B^{k,n}]^T \\ [z^{sk,r}] &= pM^{sk,r} [B_1] \\ [z^{r,sk}] &= pM^{sk,r} [B_1] + \omega M^{sk,r} [T^{sk}] \\ [z^r] &= (R^r + pL_s^r) [1]_B + pL^r [B_1] + \omega(L^r + \frac{2}{3}L_s^r) [\Gamma^r] \\ [B_1] &= \begin{bmatrix} 1 & -0.5 & -0.5 \\ -0.5 & 1 & -0.5 \\ -0.5 & -0.5 & 1 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$[B^{k,n}] = \begin{bmatrix} \cos(\alpha_k - \alpha_n) & \cos(\alpha_k - \alpha_n - \frac{2\pi}{3}) & \cos(\alpha_k - \alpha_n + \frac{2\pi}{3}) \\ \cos(\alpha_k - \alpha_n + \frac{2\pi}{3}) & \cos(\alpha_k - \alpha_n) & \cos(\alpha_k - \alpha_n - \frac{2\pi}{3}) \\ \cos(\alpha_k - \alpha_n - \frac{2\pi}{3}) & \cos(\alpha_k - \alpha_n + \frac{2\pi}{3}) & \cos(\alpha_k - \alpha_n) \end{bmatrix}$$

$$[\Gamma^{sk}] = \begin{bmatrix} \sin \alpha_k & \sin(\alpha_k + \frac{2\pi}{3}) & \sin(\alpha_k - \frac{2\pi}{3}) \\ \sin(\alpha_k - \frac{2\pi}{3}) & \sin \alpha_k & \sin(\alpha_k + \frac{2\pi}{3}) \\ \sin(\alpha_k + \frac{2\pi}{3}) & \sin(\alpha_k - \frac{2\pi}{3}) & \sin \alpha_k \end{bmatrix}$$

$$[\Gamma^r] = \begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

Dla prądnicy z jednym trójfazowym uzwojeniem stojana równanie równowagi elektrycznej w formie rozwiniętej ma postać:

$$\begin{bmatrix} u_A^s \\ u_B^s \\ u_C^s \\ u_a^r \\ u_b^r \\ u_c^r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_1 + pL_1 & -0.5pL_m & -0.5pL_m & pL_m & -0.5pL_m & -0.5pL_m \\ -0.5pL_m & R_1 + pL_1 & -0.5pL_m & -0.5pL_m & pL_m & -0.5pL_m \\ -0.5pL_m & -0.5pL_m & R_1 + pL_1 & -0.5pL_m & -0.5pL_m & pL_m \\ pL_m & Z_1 & Z_2 & R_2' + pL_2 & Z_3 & Z_4 \\ Z_2 & pL_m & Z_1 & Z_4 & R_2' + pL_2 & Z_3 \\ Z_1 & Z_2 & pL_m & Z_3 & Z_4 & R_2' + pL_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_A^s \\ i_B^s \\ i_C^s \\ i_a^r \\ i_b^r \\ i_c^r \end{bmatrix} \quad (27)$$

gdzie:

$$Z_1 = 0.5(-p + \sqrt{3}\omega)L_m$$

$$Z_2 = 0.5(-p - \sqrt{3}\omega)L_m$$

$$Z_3 = Z_1 + \frac{\omega}{\sqrt{3}}L_s' r$$

$$Z_4 = Z_2 - \frac{\omega}{\sqrt{3}}L_s' r$$

Równanie to jest przydatne również do analizy procesów w prądnicy przekształtnikowej, w której przekształtnik jest podłączony tylko do uzwojenia wirnika pierścieniowego. W tym celu należy zamienić miejscami indeksy "s" i "r" oraz zmienić znak pulsacji ω .

Moment elektromagnetyczny w nieruchomym układzie współrzędnych ABC stojana ma postać:

$$M = 0.5 \left[i_{ABC}^{s,r} \right]^T \left[T_{ABC} \right] \left[i_{ABC}^{s,r} \right] \quad (28)$$

gdzie macierz współczynników momentu ma postać:

$$[T_{ABC}] = p_b \begin{bmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 & M^{s1,r} [T^{s1}] \\ 0 & 0 & \dots & 0 & M^{s2,r} [T^{s2}] \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & 0 & M^{sn,r} [T^{sn}] \\ M^{s1,r} [T^{s1}]^T & M^{s2,r} [T^{s2}]^T & \dots & M^{sn,r} [T^{sn}]^T & 0 \end{bmatrix}$$

Dla prądnicy z jednym uzwojeniem stojana można zapisać:

$$[T_{ABC}] = \frac{\sqrt{3}}{2} p_b L_m \begin{bmatrix} 0 & [B_2] \\ [B_2]^T & 0 \end{bmatrix}$$

gdzie

$$[B_2] = \begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

Parametry maszyny z wieloma uzwojeniami stojana w układzie współrzędnych ABC określa się jak w punkcie 3. W przypadku szczególnym dla jednego uzwojenia stojana i sprowadzonego uzwojenia wirnika parametry określa się ze wzorów:

$$R_1 = R^s ; R'_2 = KR^r$$

$$L_1 = L_{1m} + L_s^s \quad (29)$$

$$L_s'^r = KL_s^r = \frac{X'_{s2}}{\omega_1}$$

gdzie:

- ω_1 – pulsacja prądu i napięcia w uzwojeniu stojana,
- K – współczynnik sprowadzenia (20),
- $R_1, R'_2, X_m, X_{s1}, X'_{s2}$ – parametry schematu zastępczego maszyny typu T.

Indukcyjność magnesowania dla głównego strumienia fazy oblicza się ze wzoru:

$$L_m = \frac{4\lambda}{\pi^2 p_b} (z^s k_u^s)^2 \quad (30)$$

W odróżnieniu od układu OXY w układzie osi współrzędnych ABC współczynnik $3/2$ we wzorze (30) nie występuje, nie ma tu miejsca bowiem przekształcenie maszyny trójfazowej w zastępczą – dwufazową.

6. UWZGLĘDNIENIE NASYCENIA OBWODU MAGNETYCZNEGO

W przeciwieństwie do APA o wzbudzeniu kondensatorowym, obwód magnetyczny maszyny asynchronicznej w przekształtnikowych APA jest nienasycony [5]. Jak wykazano w [2], przy zmianach strumienia magnetycznego w granicach 0,25–1,10 wartości znamionowej, zawartość trzeciej harmonicznej przestrzennej nie przekracza 10% podstawowej harmonicznej. Upoważnia to do zastosowania przekształceń układów współrzędnych w odniesieniu do równań opisujących maszynę asynchroniczną, w których uwzględnia się tylko nasycenie obwodu magnetycznego spowodowane podstawową harmoniczną pola.

Ponieważ w przekształtnikowej APA, pracującej z zamkniętą pętlą sprzężenia zwrotnego, w stanach symetrycznych krotność prądów nie przekracza dwa, można nie uwzględniać nasycenia obwodu magnetycznego, spowodowanego strumieniami rozproszenia, nie popełniając przy tym istotnego błędu.

W prezentowanych modelach matematycznych prądnicy asynchronicznej zjawisko nasycenia obwodu magnetycznego uwzględnia się jak przedstawiono niżej. Dla zadanej krzywej magnesowania maszyny $E = f(I_m)$ oblicza się w wybranych punktach funkcję nasycenia w jednostkach względnych:

$$L_r = f(\Psi_r)^2 \quad (31)$$

gdzie:

Ψ_r – wypadkowy strumień sprzężony.

W celu określenia strumienia Ψ_r w osiach OXY można przyjąć, że w stanie idealnego biegu jałowego wszystkie uzwojenia, oprócz pierwszego, są rozwarte, a w pierwszym uzwojeniu płyną prądy:

$$\begin{bmatrix} i_A^{s1} \\ i_B^{s1} \\ i_C^{s1} \end{bmatrix} = \sqrt{2} I_m \begin{bmatrix} \sin \omega_1 t \\ \sin(\omega_1 t - \frac{2\pi}{3}) \\ \sin(\omega_1 t + \frac{2\pi}{3}) \end{bmatrix} \quad (32)$$

Wykonując przekształcenie (2) z uwzględnieniem (4) i (32), otrzymuje się prądy w układzie osi współrzędnych OXY :

$$\begin{bmatrix} i_0^{s1} \\ i_x^{s1} \\ i_y^{s1} \end{bmatrix} = \sqrt{3} I_m \begin{bmatrix} 0 \\ \sin(\omega_1 t - \vartheta_k) \\ \sin(\omega_1 t + \vartheta_k) \end{bmatrix} \quad (33)$$

Dla i-tego punktu krzywej magnesowania oblicza się argument funkcji nasycenia:

$$\Psi_{ir}^2 = \frac{2}{3}(\Psi_{xir}^2 + \Psi_{yir}^2) = \frac{2E_{ir}^2}{\omega_{1r}^2} \quad (34)$$

Argument ten jest obliczany na każdym kroku obliczeń jako:

$$\Psi_r^2 = \frac{2}{3}(\Psi_x^2 + \Psi_y^2) \frac{1}{\Psi_0^2} \quad (35)$$

gdzie:

Ψ_0^2 – wartość odniesienia strumienia sprzężonego,

$$\Psi_x = \Psi_x^{s1} + \Psi_x^{s2} + \dots + \Psi_x^{sn} + \Psi_x^r$$

$$\Psi_y = \Psi_y^{s1} + \Psi_y^{s2} + \dots + \Psi_y^{sn} + \Psi_y^r$$

Strumienie sprzężone uzwojeń w osi X oblicza się z zależności:

$$\begin{bmatrix} \Psi_x^{s1} \\ \Psi_x^{s2} \\ \dots \\ \Psi_x^{sn} \\ \Psi_x^r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L^{s1} - L_s^{s1} & M^{s1,s2} & \dots & M^{s1,sn} & M^{s1,r} \\ M^{s2,s1} & L^{s2} - L_s^{s2} & \dots & M^{s2,sn} & M^{s2,r} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ M^{sn,s1} & M^{sn,s2} & \dots & L^{sn} - L_s^{sn} & M^{sn,r} \\ M^{r,s1} & M^{r,s2} & \dots & M^{r,sn} & L^r - L_s^r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_x^{s1} \\ i_x^{s2} \\ \dots \\ i_x^{sn} \\ i_x^r \end{bmatrix} \quad (36)$$

Strumienie sprzężone uzwojeń w osi Y oblicza się z (36) zastępując indeks "x" indeksem "y".

Przy wykorzystaniu równań zapisanych w nieruchomym układzie osi współrzędnych stojana, dla każdego k-tego uzwojenia trójfazowego określa się prądy w osiach $0\alpha\beta$:

$$\begin{bmatrix} i_\alpha^k \\ i_\beta^k \end{bmatrix} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \cos \alpha_k & \cos(\alpha_k - \frac{2\pi}{3}) & \cos(\alpha_k + \frac{2\pi}{3}) \\ -\sin \alpha_k & -\sin(\alpha_k + \frac{2\pi}{3}) & -\sin(\alpha_k - \frac{2\pi}{3}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_A^k \\ i_B^k \\ i_C^k \end{bmatrix} \quad (37)$$

gdzie:

α_k – kąt określający położenie osi magnetycznej uzwojenia (rys.1).

Następnie, wg zależności analogicznych (34)–(36), oblicza się wypadkowy strumień sprzężony w funkcji nasycenia. Funkcję nasycenia między obliczonymi punktami aproksymuje się np. funkcjami sklejanymi.

Indukcyjności z uwzględnieniem nasycenia uzyskuje się mnożąc macierz indukcyjności przez funkcję nasycenia.

7. UWZGLĘDNIENIE ZJAWISKA WYPIERANIA PRĄDU W PRĘTACH

Zjawisko wypierania prądu występuje w prętach i pierścieniach klatki wirnika oraz w masywnych prętach uzwojenia stojana i wirnika pierścieniowego. Obecność zaworów w obwodzie stojana lub wirnika przekształtnikowej APA powoduje niesinusoidalność prądów. Przy dostatecznej wysokości prętów ($h > 10\text{mm}$) umieszczonych w środowisku ferromagnetycznym i niesinusoidalnych prądach, zjawisko wypierania prądu może być istotne nawet przy niewielkich poślizgach. Dokładne uwzględnienie tego zjawiska wymagałoby rozwiązania układu równań magnetostatyki maszyny asynchronicznej z jednoczesnym uwzględnieniem nasycenia obwodu magnetycznego maszyny na bazie modeli złożonych z warstw anizotropowych [6,7]. Jednak zastosowanie takich modeli do analizy własności przekształtnikowej APA byłoby zbędnym skomplikowaniem modelu. Dlatego też dla maszyn małej mocy zjawisko wypierania prądu uwzględnia się w sposób uproszczony, poprzez współczynnik zwiększenia rezystancji k_R , obliczony wg jednej ze znanych metod [1].

Dla maszyn z prętami o wysokości powyżej 15–20 mm wskazane jest dokładniejsze uwzględnienie zjawiska wypierania prądu.

W proponowanych modelach matematycznych do analizy procesów elektromagnetycznych w przekształtnikowych APA zjawisko wypierania prądu jest uwzględnione następująco. Wysokość zębka wirnika i przekrój pierścieni dzieli się na warstwy o zmniejszającej się wraz z wysokością zębka grubości. Otrzymuje się w ten sposób maszynę, w której na stojanie i wirniku jest kilka uzwojeń, przy czym osie magnetyczne uzwojeń wirnika pokrywają się. Maszynę taką opisuje się w sposób, który przedstawiono wcześniej. Tak więc, np. układ równań takiej maszyny z trzema uzwojeniami w stojanie zapisany w układzie współrzędnych fazowych nieruchomych względem stojana ma postać:

$$\begin{bmatrix} [u^{s1}] \\ [u^{s2}] \\ [u^{s3}] \\ [0] \\ [0] \\ \dots \\ [0] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [z^{s1}] & [z^{s1,s2}] & [z^{s1,s3}] & [z^{s1,r1}] & [z^{s1,r2}] & \dots & [z^{s1,rm}] \\ [z^{s2,s1}] & [z^{s2} & [z^{s2,s3}] & [z^{s2,r1}] & [z^{s2,r2}] & \dots & [z^{s2,rm}] \\ [z^{s3,s1}] & [z^{s3,s2}] & [z^{s3}] & [z^{s3,r1}] & [z^{s3,r2}] & \dots & [z^{s3,rm}] \\ [z^{r1,s1}] & [z^{r1,s2}] & [z^{r1,s3}] & [z^{r1}] & [z^{r1,r2}] & \dots & [z^{r1,rm}] \\ [z^{r2,s1}] & [z^{r2,s2}] & [z^{r2,s3}] & [z^{r2,r1}] & [z^{r2}] & \dots & [z^{r2,rm}] \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ [z^{rm,s1}] & [z^{rm,s2}] & [z^{rm,s3}] & [z^{rm,r1}] & [z^{rm,r2}] & \dots & [z^{rm}] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [i^{s1}] \\ [i^{s2}] \\ [i^{s3}] \\ [i^{r1}] \\ [i^{r2}] \\ \dots \\ [i^{rm}] \end{bmatrix} \quad (38)$$

Podmacierze stojana i wirnika w (38) są określone zależnościami (26).

Podmacierz indukcyjności własnych i -tej warstwy uzwojenia wirnika ma postać:

$$[z^{ri}] = \text{diag}[R^r] + p(L^r[B_1] + \text{diag}[L_s^r]) + \omega(L^r + \frac{2}{3}L_s^{ri})[\Gamma^r] \quad (39)$$

gdzie:

- $[B_1], [\Gamma^r]$ – macierze określone wyrażeniami (26),
 $R^{ir} = R'_{pr} + R'_{pier}$ – rezystancja i-tej warstwy,
 R'_{pr}, R'_{pier} – rezystancje i-tej warstwy pręta i pierścienia spowodowane do uzwojenia stojana,
 L''_s – indukcyjność rozproszenia i-tej warstwy.

Podmacierz indukcyjności wzajemnych ma postać:

$$[z^{r,i,k}] = p(L^r[B_1] + \text{diag}[M^{r,i,k}]) + \omega(M^r + \frac{2}{3}M^{r,i,k})[\Gamma^r] \quad (40)$$

gdzie:

- $M_s^{r,i,k}$ – indukcyjność wzajemna między i-tą i k-tą warstwą uzwojenia wirnika dla strumienia głównego.

Indukcyjności własne i indukcyjności wzajemne określa się z zależności (29)–(31), w których permeancje dla strumieni rozproszenia na jednostkę długości pręta dla i-tej warstwy wynoszą:

$$\sum \lambda_{si}^r = \lambda_{zi} + \lambda_{ci} + \lambda_r + \lambda_{sk}$$

$$\sum \lambda_{st,k}^r = \lambda_{zi,k} + \lambda_{ci,k}$$

gdzie:

- $\lambda_{zi}, \lambda_{zi,k}, \lambda_{ci}, \lambda_{ci,k}$ – permeancje dla żłobkowych i czołowych strumieni rozproszenia warstw,
 λ_r, λ_{sk} – permeancja dla strumienia rozproszenia różniczkowego i permeancja zastępczego rozproszenia spowodowanego skosem żłobków.

Permeancje można obliczyć wg wzorów podanych w literaturze dotyczącej projektowania maszyn asynchronicznych.

8. PODSUMOWANIE

1. Zaproponowane modele matematyczne maszyny asynchronicznej z wieloma uzwojeniami w stojanie i klatkowym lub pierścieniowym wirniku pozwalają na łatwe tworzenie modeli matematycznych przekształtnikowych APA o różnych konfiguracjach tj. z przekształtnikiem dołączonym tylko do stojana, tylko do wirnika oraz jednocześnie do stojana i wirnika.
2. Równania równowagi elektrycznej i mechanicznej wielouzwojeniowej maszyny asynchronicznej są zapisane w wirującym układzie współrzędnych prostokątnych oraz w osiach fazowych. Równania nie zawierają współczynników okre-

sowych i w odróżnieniu od innych, są dopasowane do modeli przekształtników, ponieważ występujące w nich zmienne są rzeczywistymi prądami i napięciami uzwojeń.

3. Zakres zastosowania przedstawionych modeli jest ograniczony zawartością wyższych harmonicznych przestrzennych w krzywej pola, która nie powinna przekraczać 20% harmonicznej podstawowej. Zapewnia to dokładność wyników obliczeniowych 5–7% w stanach statycznych i 10–16% w stanach dynamicznych.

LITERATURA

- [1] Вольдек А.И.: Электрические машины, 3–изд. Энергия, 1978, с. 832.
- [2] Уайт Д., Вудсон Г.: Электромеханическое преобразование энергии. М., Энергия, 1978, с. 424.
- [3] Plamitzner A.: Maszyny elektryczne. WNT, Warszawa, 1978, s. 386
- [4] Крон Г.: Тензорный анализ сетей. Пер. с англ., М., Сов. радио, 1978, с. 720.
- [5] Gientkowski Z.: Przekształtnikowe samowzbudzenie prądnicy asynchronicznej. Konferencja: Nowoczesne Metody Sterowania w Energoelektronice i Napędzie Elektrycznym, Łódź–Dobieszków, 1993, str.151–158.
- [6] Williamson S.: The anisotropic layer theory on induction machines and induction devices. Journal Inst. Math. and Appl., 1976, v.17, N° 1, p.69–84.
- [7] Иванов–Смоленский А.В.: Анализ магнитного поля в магнитном контуре с двухсторонней зубчатостью. Изв. АН СССР Энергетика и транспорт, 1976, № 4, 1976, с. 37–51.

MATHEMATICAL MODEL OF MULTIWINDING, CONVERTER TYPE ASYNCHRONOUS GENERATOR

Summary

Mathematical models of the converter type asynchronous generator with few windings on a stator and a squirrel – cage or ring rotor windings are presented. The advantage of these models is adaptation to converter models, which can be connected only the stator windings, only to the rotor windings or both to the stator and to the rotor windings. Models take into account saturation of the generator magnetic circuit for a main flux and a phenomenon of current displacement in solid bars of the rotor squirrel cage.

Key words: multiwinding inductron generator modelling

ZASADY BUDOWY TRÓJFAZOWYCH STABILIZATORÓW NAPIĘCIA PRZEMIENNEGO TYPU MODULACYJNEGO

Włodzimierz Jabłoński, Edward Greczko

Instytut Elektrotechniki ATR
85-796 Bydgoszcz, ul. Prof. S. Kaliskiego 7

W pracy omówiono zasady budowy trójfazowych stabilizatorów napięcia przemiennego z transformatorem dodawczym przy jednobiegunowej i dwubiegunowej modulacji napięć wyjściowych. Oceniono ich zakresy regulacyjne. Przedstawiono uproszczone zależności matematyczne określające widmo harmonicznych napięcia wyjściowego tych sterowników.

Słowa kluczowe: stabilizator napięcia przemiennego, modulacyjny, zasady budowy, trójfazowy stabilizator

1. WSTĘP

W praktyce przemysłowej sterowniki napięcia przemiennego mają zastosowanie w następujących ważniejszych dziedzinach, a mianowicie w napędzie silników prądu przemiennego, zasilaniu elektro- i radioaparatury, zasilaniu systemów łączności, automatyki i kontroli, zasilaniu urządzeń technologicznych itp.

W związku z powstaniem nowej generacji [1,2] impulsowych sterowników mocy prądu przemiennego (SMPP), o modulacji typu PWM i częstotliwości przełączeń zaworów znacznie większej od częstotliwości napięcia zasilającego, aktualnym zagadnieniem jest rozpatrzenie zasad budowy na ich podstawie stabilizatorów napięcia przemiennego (SNP) oraz analiza poprawności ich charakterystyk.

Zakres regulacji napięć wyjściowych sterowników napięcia przemiennego zazwyczaj oceniamy za pomocą współczynnika zakresu sterowania K_s , jako stosunek względnej różnicy maksymalnego i minimalnego napięcia na odbiorniku do wartości znamionowej napięcia U_s sieci zasilającej:

$$K_s = \frac{U_{o_{max}} - U_{o_{min}}}{U_s} \quad (1)$$

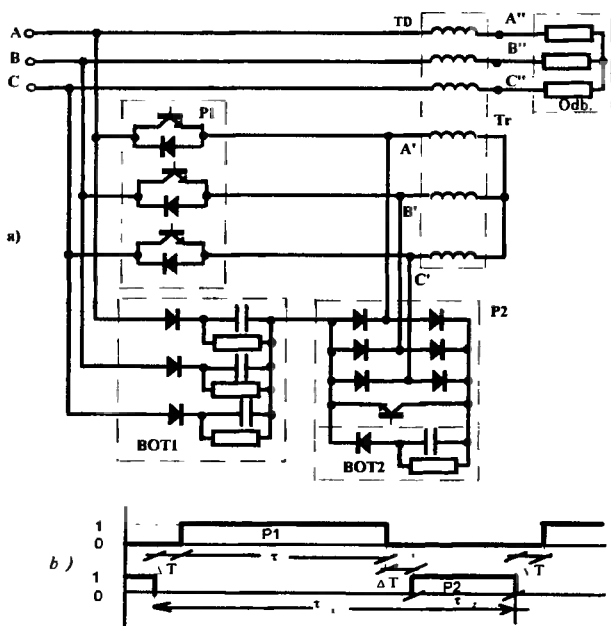
W praktyce na podstawie tego współczynnika można dokonać podziału sterowników na sterowniki o szerokim zakresie sterowania wartości napięć wyjściowych, dla których $K_s > 0,5$, oraz sterowniki o wąskim zakresie sterowania, dla których $K_s \leq 0,5$ wartości napięć wyjściowych.

Celem referatu jest rozpatrzenie możliwości rozbudowy trójfazowych stabilizatorów napięcia przemiennego z transformatorem dodawczym, przy modulacji jednobie-

gunowej i dwubiegunowej napięć wyjściowych, ocena ich zakresów regulacyjnych oraz wyznaczenie wyrażeń matematycznych, określających widmo harmonicznych napięć wyjściowych.

2. STABILIZATORY NAPIĘCIA PRZEMIENNEGO Z TRANSFORMATOREM DODAWCZYM

Istotą proponowanej realizacji rozbudowy impulsowych SNP jest wykorzystanie wielofazowych przełączników oraz rozdzielenie kanałów mocy sterowanej i niesterowanej [3,4]. Najprostszy schemat takiego stabilizatora z transformatorem napięcia dodatkowego przedstawiono na rysunku 1a. Poza transformatorem układ zawiera trójfazowe przełączniki o różnych konfiguracjach P1 i P2 oraz dwa bloki obciążeniowo-tłumiące BOT1 i BOT2.



Rys.1. Trójfazowy SNP z transformatorem dodatkowym: a) schemat blokowy, b) sygnały sterujące łącznikami P1 i P2

Przełącznik trójfazowy P1 zrealizowany został z trzech jednokierunkowych zaworów (tranzystorów mocy), które zbocznikowane są diodami przyłączonymi odwrotnie równolegle. Przełącznik ten pozwala na przyłączenie lub odłączenie do biegunów A'B'C' uzwojeń pierwotnych transformatora trójfazowego źródła zasilania, natomiast przełącznik trójfazowy P2 umożliwia w miejscu swego przyłączenia utworzenie trójfazowego sztucznego punktu zerowego, poprzez zwarcie zacisków, do których jest podłączony, zmieniając tym samym strukturę obwodów SNP. Przełącznik P2 zrealizowany został jako niesterowalny mostkowy 3-fazowy prostownik z tranzystorem mocy na wyjściu prądu stałego.

Załączenie P2 (przy wyłączonym P1) powoduje uzyskiwanie napięć zerowych na uzwojeniach transformatora (pomijając spadki napięć w stanie przewodzenia na tranzystorze i diodach mostka prostownika); załączenie P1 (przy wyłączonym P2) powoduje transformację napięcia sieciowego na uzwojenia wtórne transformatora i tym samym zwiększenie napięcia na zaciskach A''B''C'' odbiornika, w wyniku sumowania tego napięcia z napięciem sieciowym.

Podstawowym warunkiem poprawnej pracy SNP jest wykluczenie jednoczesnego zadziałania przełączników P1 i P2. Biorąc pod uwagę skończone czasy załączania i wyłączania przyrządów półprzewodnikowych, celem uniknięcia krótkotrwałych zwarc źródła zasilania przez P1 i P2, konieczne jest opóźnienie przebiegów sygnałów sterujących P1 i P2 między sobą o tzw. "czas martwy" ΔT , jak pokazano na rysunku 1b. Pierwszy blok obejściowo-tłumiący BOT1 zrealizowany jest jako układ trójfazowy i współpracuje z przełącznikiem P1, a drugi BOT2 zrealizowany jest jako układ jednofazowy i współpracuje z przełącznikiem P2.

Wykorzystane są one jako obwody do przepływu prądów na czas blokowania łączników i tym samym powodują zredukowanie możliwych przepięć w układzie.

Suma czasu trwania przewodzenia τ przełącznika P1, czasu trwania przewodzenia τ_z przełącznika P2, przy uwzględnieniu czasu martwego ΔT , wyznacza okres częstotliwości impulsowania:

$$\tau_i = \tau + \tau_z + 2\Delta T, \quad (2)$$

a stosunek czasu τ do okresu impulsowania określa współczynnik wypełnienia:

$$\gamma = \tau / \tau_i \quad (3)$$

Algorytm sterowania impulsowym SNP polega na zmianie τ przy $\tau_i = \text{const}$. Czas τ określa się w zależności od żądanej wartości napięcia wyjściowego, a czas τ_z określa się jako funkcję różnicy maksymalnego i żądanego napięcia wyjściowego sterownika. Ta metoda szeroko-impulsowej regulacji napięcia dodatkowego różni się od innych metod modulacji prostym układem sterowania ze względu na to, że $\tau_i = \text{const}$.

Teoretycznie maksymalnie możliwa do uzyskania wartość napięcia fazowego na odbiorniku, przy załączonym przełączniku P1 i $\gamma = 1$, wynosi:

$$U_{o_{maks}} = U_s(1 + z_2/z_1) \quad (4)$$

przy czym:

- z_1 i z_2 – liczba zwojów pierwotnych i wtórnych uzwojeń transformatora,
- U_s – napięcie fazowe sieci zasilającej.

Minimalnie możliwa wartość napięcia fazowego na odbiorniku, przy załączonym przełączniku P2, równa się napięciu fazowemu sieci zasilającej. Przy założonym stosunku liczby zwojów $z_1/z_2 = 2,5$, uzyskuje się zakres sterowania napięcia na odbiorniku $K_s = 25\%$.

Zaletą impulsowego SNP, przedstawionego na rysunku 1, jest możliwość regulowania napięcia dodatkowego od zera do maksimum, przy kształtowaniu quasi-sinusoidalnego napięcia, pomimo dyskretnego charakteru pracy zaworów sterownika. Główną

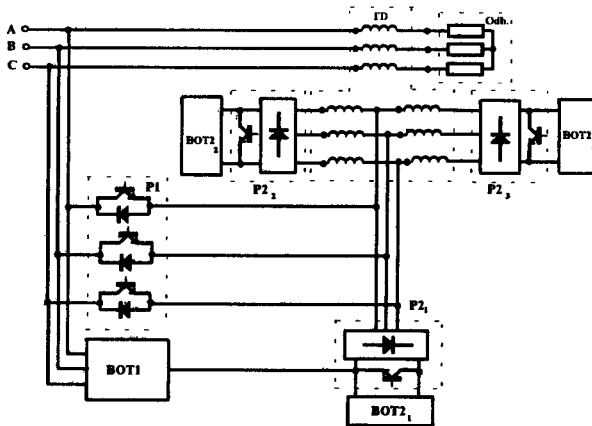
wadą tego układu jest możliwość wyłącznie sumowania napięcia dodatkowego z napięciem sieci zasilającej.

Wykorzystanie wielofazowych przełączników oraz transformatora dodatkowego pozwala na zbudowanie impulsowego SNP pozbawionego tej wady [3,4]. Na rysunku 2 przedstawiono schemat impulsowego sterownika, w którym napięcie dodatkowe można dodawać i odejmować od napięcia zasilania. Z tego wynika, że w tym schemacie przy tej samej mocy zainstalowanej transformatora dodatkowego, jak w schemacie na rysunku 1a, można otrzymać dwukrotnie zwiększony zakres sterowania napięcia odbiornika. Zgodnie z rysunkiem 2 transformator dodatkowy zawiera dwie grupy uzwojeń pierwotnych o równej liczbie zwojów połączonych szeregowo. Do wspólnych zacisków tych uzwojeń podłączone są trójfazowe przełączniki P1 i P2₁, które pracują na przemian. Przy załączonym na stałe przełączniku P2₂ lub P2₃, napięcia dodatkowe indukowane we wtórnych uzwojeniach transformatora sumują się lub odejmują się z napięciem sieci zasilającej. Przełączniki P2₂ i P2₃ pracują na przemian z częstotliwością znacznie wyższą od częstotliwości zasilania f_s . Maksymalne napięcie fazowe na odbiorniku, przy załączonych przełącznikach P1 i P2₂, opisuje wzór (4).

Minimalne napięcie fazowe na odbiorniku, przy załączonych przełącznikach P1 i P2₃, wynosi:

$$U_{o_{min}} = U_s(1 - z_2/z_1) \quad (5)$$

Przyjmując, np. jak poprzednio, stosunek $z_1/z_2 = 2,5$, zakres sterowania napięcia na odbiorniku wynosi $K_s = 50\%$.

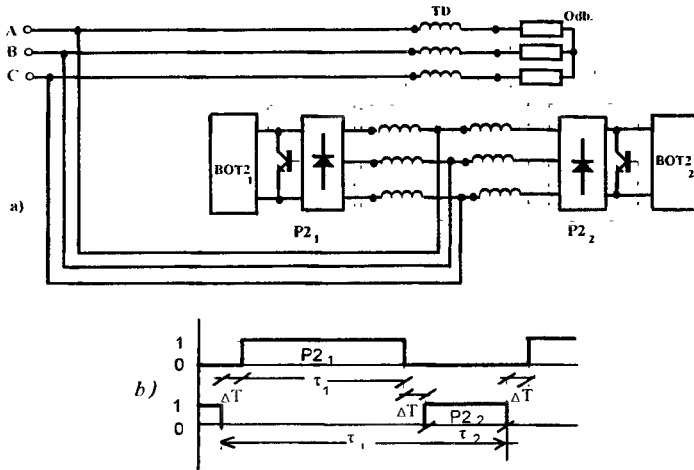


Rys.2. Trójfazowy SNP z dodawaniem i odejmowaniem napięcia dodatkowego

Algorytm sterowania impulsowym SNP nie jest skomplikowany, a mianowicie: przełączniki P1 i P2₁ pracują na przemian z częstotliwością znacznie wyższą od f_s , natomiast przełączniki P2₂ i P2₃ pracują na przemian z częstotliwością niższą od f_s .

Zarówno pierwszy, jak i drugi układ SNP realizują modulację jednobiegunową odpowiednio, nierwersyjną i rewersyjną. Bardziej korzystne jest zastosowanie dwubiegunowej modulacji rewersyjnej, co pozwala na zmniejszenie liczby trójfazowych łączników w układzie. Na rysunku 3 przedstawiono schemat impulsowego SNP, w którym napięcie dodatkowe formuje się za pomocą dwubiegunowej modulacji rewersyjnej. Trans-

formator dodawczy zawiera dwie grupy uzwojeń pierwotnych o równej liczbie zwojów połączonych szeregowo, których wspólne zaciski podłączone są do przewodów fazowych ABC sieci zasilającej.



Rys.3. Trójfazowy SNP z dwubiegunową modulacją rewersyjną: a) schemat blokowy. b) sygnały sterujące okresem impulsowania

Do wolnych końców uzwojeń pierwszej i drugiej grupy podłączone są trójfazowe przełączniki $P2_1$ oraz $P2_2$, pracujące na przemian z różnymi częstotliwościami impulsowania. Konieczne jest również opóźnienie sygnałów sterujących na $P2_1$ oraz $P2_2$ między sobą o czas martwy ΔT . Na rysunku 3b podane są sygnały sterujące okresem impulsowania. Okres impulsowania, zgodnie z podanymi przebiegami, wynosi:

$$\tau_i = \tau_1 + \tau_2 + 2\Delta T \quad (6)$$

gdzie:

τ_1 – czas przewodzenia przełącznika $P2_1$,

τ_2 – czas przewodzenia przełącznika $P2_2$,

ΔT – czas martwy.

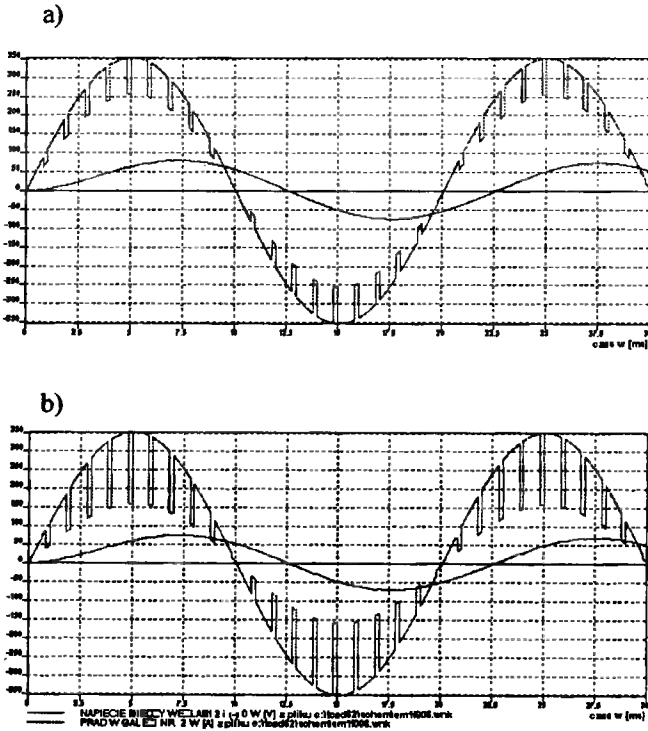
Algorytm sterowania polega na regulacji τ_1 względem τ_2 , przy stałej wartości $\tau_i = \text{const}$. Maksymalne napięcie fazowe na odbiorniku, przy załączonym przełączniku $P2_1$, opisuje wzór (4). Minimalne napięcie fazowe na odbiorniku, przy załączonym przełączniku $P2_2$, opisuje wzór (5). Przyjmując, jak poprzednio $z_1/z_2 = 2,5$, zakres sterowania napięcia na odbiorniku wynosi $K_s = 50\%$.

Można wnioskować, że w impulsowych SNP o dwubiegunowej modulacji rewersyjnej napięcie dodawcze można dodawać lub odejmować od napięcia zasilającego, regulując, tylko współczynnik wypełnienia. W tym sterowniku, przy tej samej mocy zainstalowanej transformatora dodawczego jak na schemacie przedstawionym na rysunku 1, otrzymujemy dwukrotnie zwiększony zakres regulacji napięcia na odbiorniku, podobnie jak na schemacie przedstawionym na rysunku 2, z jednobiegunową modulacją rewersyjną.

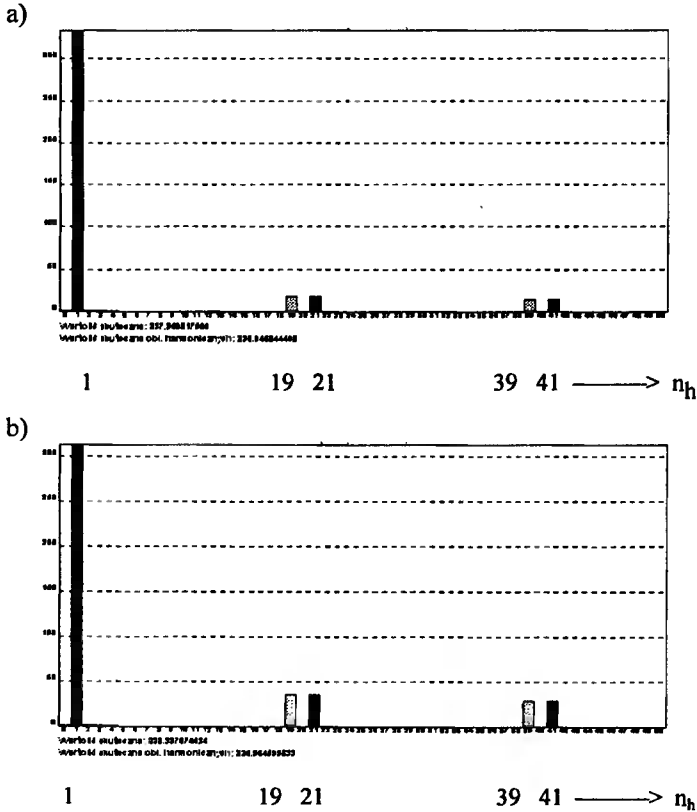
Dalsze rozszerzenie możliwości funkcjonalnych omówionych układów z transformatorami dodatkowymi polega na wprowadzeniu zmian w dodatkowym torze napięcia dodatkowego (transformator – źródło zasilania) [4].

3. ANALIZA PORÓWNAWCZA WIDM HARMONICZNYCH

Na rysunku 4 przedstawiono przebiegi napięć fazowych odbiornika, odpowiednio przy modulacji jedno- i dwubiegunowej. Na rysunku 5 podano widma harmoniczne tych napięć. Badania symulacyjne przeprowadzono dla tych samych parametrów odbiornika i częstotliwości impulsowania 1 kHz. Danej częstotliwości odpowiada (patrz.rys.4) liczba impulsów w ciągu okresu $2i = 20$, gdzie i – liczba impulsów za pół okresu.



Rys.4. Przebiegi napięć fazowych odbiornika przy modulacji: a) jednobiegunowej, b) dwubiegunowej



Rys.5. Zawartość harmoniczných w napięciach fazowych odbiornika przy modulacji: a) jednobiegunowej, b) dwubiegunowej

Liczba wyeliminowanych wyższych harmoniczných bliskich harmonicznęj podstawowej zarówno przy modulacji jednobiegunowej, jak i dwubiegunowej zależy tylko od częstotliwości impulsowania, czyli od liczby impulsów za półokres. Numery występujących wyższych harmoniczných w widmie określa wzór:

$$n_h = 2i / \pm 1 \quad (7)$$

gdzie:

$i = 1, 2, 3, \dots$ odpowiednio przy $f_i = 1 \text{ kHz}$ określa $n_h = 19, 21, 39, 41, \dots$

Z przedstawionych rysunków również wynika, że w sterownikach z modulacją dwubiegunową – w porównaniu ze sterownikami z modulacją jednobiegunową – widmo harmoniczných zawiera zwiększone dwukrotnie amplitudy występujących wyższych harmoniczných.

Amplitudy harmoniczných na rysunku 5, przedstawione w odniesieniu do amplitudy napięcia fazowego odbiornika, zależą również od względnej wartości napięcia dostawczego

$$\mu = U_{\text{dod}} / U_o = 1 / k_{Tr} = z_2 / z_1 \quad (8)$$

Badanie symulacyjne przeprowadzono przy $\mu = 0.25$. Należy zauważyć, że przy stabilizacji celowym jest przedstawianie wszystkich wielkości względem amplitudy napięcia fazowego odbiornika, a przy sterowaniu – w odniesieniu do amplitudy napięcia fazowego sieci.

4. WIDMO HARMONICZNE NAPIĘCIA FAZOWEGO DODAWCZEGO PRZY MODULACJI JEDNOBIEGUNOWEJ

Wartości amplitudy podstawowej oraz wyższych harmonicznych występujących w widmie napięcia międzyfazowego można określić za pomocą wyrażenia [1]:

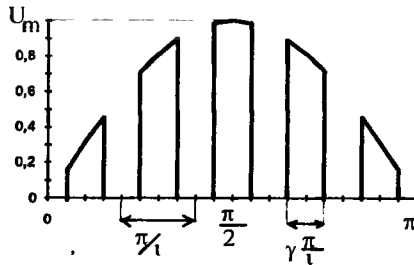
$$B_l = \gamma U_s$$

$$B_{n_k} = \cos \pi(l-1)U_s \frac{\sin \pi \gamma k}{\pi k} \quad (10)$$

gdzie:

$l = 1, 2, 3, \dots$ oraz współczynnik k jest funkcją l :

$$k = \frac{1}{2} \left(l + \sin^2 \frac{l\pi}{2} \right) \quad (11)$$



Rys.6. Przebieg napięcia na uzwojeniach pierwotnych transformatora dodatkowego przy założeniu upraszczającym, że źródło zasilania i elementy SNP są idealne

Dla opisanego rzędu występujących harmonicznych w widmie napięć fazowych odbiornika (7), można skorzystać również ze wzoru:

$$n_h = i \left(l + \sin^2 \frac{l\pi}{2} \right) + \cos l\pi = 2ik + \cos l\pi \quad (12)$$

Ze wzoru (12) wynika, że w widmie harmonicznych występują tylko nieparzyste harmoniczne, np. dla częstotliwości impulsowania $f_{\text{imp}} = 1, 2.5, 5$ kHz, co odpowiada liczbie impulsów $i = 10, 25, 50$ za półokres napięcia zasilania. Obliczone za pomocą

wzoru (12) numery występujących harmoniczných składowych, przy $l = 0, 1, \dots, 8$, przedstawiono w tabelcy 1.

Tabela 1. Rząd harmoniczných dla modulacji jedno- i dwubiegunowej

Numery harmoniczných składowych występujących w widmie			
l	$i = 10$	$i = 25$	$i = 50$
$l = 0$	1	1	1
$l = 1$	19	49	99
$l = 2$	21	51	101
$l = 3$	39	99	199
$l = 4$	41	101	201
$l = 5$	59	149	299
$l = 6$	61	151	301
$l = 7$	79	199	399
$l = 8$	81	201	401

Z tabelcy 1 wynika, że rząd pierwszej występującej wyższej harmoniczných zależy od częstotliwości impulsowania, a mianowicie – ze wzrostem częstotliwości impulsowania rośnie rząd pierwszej występującej wyższej harmoniczných, np. dla liczby impulsów $i = 10$ pierwszą występującą wyższą harmoniczną jest 19-ta, dla $i = 25$ jest 49-ta, natomiast dla $i = 50$ dopiero 99-ta. Liczbę zredukowanych wyższych harmoniczných nieparzystych, bliskich podstawowej można wyznaczyć ze wzoru $n_{zred} = i - 2$. Dla naszego przykładu wynosi ona odpowiednio 8,23,48. W przypadku obecności dwóch wyższych harmoniczných, liczba nie występujących harmoniczných cyklicznie powtarza się.

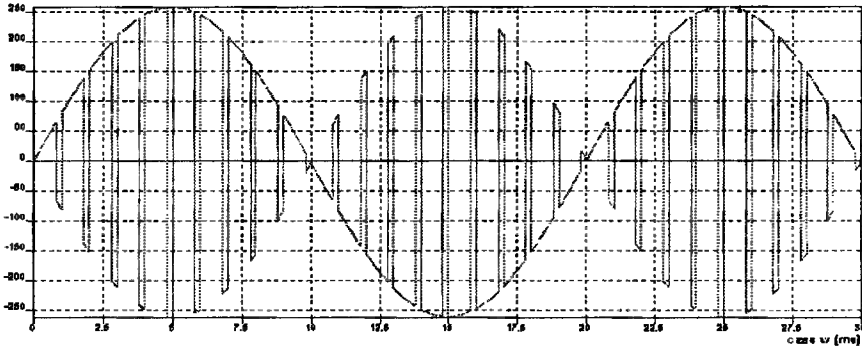
Przyjmując fazę początkową napięcia fazy A zasilania równą zero, napięcie na uzwojeniu pierwotnym fazy A transformatora dodatkowego (rys.1 lub rys.2) można wyrazić wzorem [1]:

$$u(t) = U_m [\gamma \sin \omega t + \sum_{l=1,2,\dots}^{\infty} \frac{1}{\pi k} \cos(l-1)\pi \sin \gamma \pi k \sin n_w \omega t] \quad (13)$$

Mnożąc napięcie dodatkowe, opisane wzorem (13), przez μ (względną wartość napięcia dodatkowego), a zatem sumując (lub odejmując) je z napięciem fazowym zasilania, można określić napięcie fazowe odbiornika SNP, przedstawionego na rysunku 1 i rysunku 2.

5. WIDMO HARMONICZNE NAPIĘCIA FAZOWEGO DODAWCZEGO PRZY MODULACJI DWUBIEGUNOWEJ

Przy modulacji dwubiegunowej przebieg napięcia na uzwojeniach przy uwzględnieniu założeń upraszczających przedstawiono na rysunku 7.



Rys.7. Krzywa napięcia na uzwojeniach pierwotnych transformatora dodawczego przy modulacji jednobiegunowej oraz założeniach upraszczających

Dla opisanego numerów występujących harmonicznych w widmie krzywej napięcia fazowego, przy modulacji dwubiegunowej, przydatny jest wzór (12). Wartości amplitud występujących w widmie wyższych harmonicznych, w porównaniu z modulacją jednobiegunową są większe i można je wyznaczyć ze wzoru:

$$B_{n_w} = \cos \pi(l-1)U_m \frac{2 \sin \pi \gamma k}{\pi k} \quad (14)$$

przy uwzględnieniu odpowiednich wartości n_w, l, k wg wzorów (11) i (12).

Amplituda podstawowej harmonicznej zmienia się w funkcji współczynnika wypełnienia, od wartości maksymalnej dodatniej, do maksymalnej ujemnej: można ją wyznaczyć ze wzoru:

$$B_1 = (2\gamma - 1) M_u \quad (15)$$

Przyjmując fazę początkową napięcia fazy A zasilania równą zero, napięcie na uzwojeniu pierwotnym fazy A transformatora dodawczego (rys.3), można wyrazić wzorem:

$$u(t) = U_m [(2\gamma - 1) \sin \omega t + \sum_{l=1,2,\dots}^{\infty} \cos(l-1)\pi \frac{2 \sin \pi \gamma k}{\pi k} \sin n_w \omega t] \quad (16)$$

Mnożąc napięcie dodawcze, opisane wzorem (16), przez μ (względną wartość napięcia dodawczego), a zatem sumując je z napięciem fazowym zasilania, można określić napięcie fazowe odbiornika impulsowego SNP, przedstawionego na rysunku 3.

6. PODSUMOWANIE

1. Rozbudowa impulsowych SNP typu modulatoryjnego z transformatorem dodawczym polega na stosowaniu przełączników wielofazowych oraz rozdzieleniu torów mocy sterowanej i nie sterowanej.
2. Zaletą rozpatrzonych SNP typu modulatoryjnego jest możliwość regulowania napięcia dodawczego od zera do maksimum, przy kształtowaniu quasi-sinusoidalnego napięcia na odbiorniku, niezależnie od dyskretnego charakteru pracy

zaworów sterownika. Stosowanie modulacji szerokości impulsów w SNP pozwala otrzymać poprawne charakterystyki energetyczne, na zasadzie wyeliminowania szeregu wyższych harmonicznych bliskich harmonicznej podstawowej, w efekcie przesuwania wyższych harmonicznych w kierunku wyższych rzędów, ze wzrostem częstotliwości impulsowania.

3. Bardziej korzystne jest zastosowanie modulacji dwubiegunowej, co pozwala ograniczyć liczbę trójfazowych łączników w rozpatrywanych obwodach.

LITERATURA

- [1] Greczko E., Fedyczak. Z.: Zasady budowy trójfazowych impulsowych sterowników mocy prądu przemiennego. II Konferencja SENE'95, Łódź, 15–17 listopada 1995, pp. 226– 231.
- [2] Strzelecki R., Fedyczak Z., Greczko E.: Nowy algorytm sterowania 3–fazowym impulsowym regulatorem napięcia przemiennego o zmniejszonej liczbie zaworów. Materiały VI Sympozjum PPEE'95. Ustroń, 1995.
- [3] Toporkiewicz J.T.: Analiza przebiegów wielofazowego układu napięć sterowanych impulsowo. Archiwum Elektrotechniki, Tom XXXII, zeszyt 3/4, s. 429– 451, 1987.
- [4] Tonkal W.E., Greczko E.N., Lipkowskij K.A., Bezgacin N.I.: Trójfazowy sterownik napięcia przemiennego. Patent Nr 758427 ZSSR, Moskwa, Bul. pat., 1980, nr 31.

THE PRINCIPLES OF 3–phase MODULATION REGULATORS DESIGN

Summary

In this paper are given basis principles design of three phase impulse AC power controllers with summing transformer and estimated range of control, at different kinds of modulations. Harmonic spectrum of the output voltages curves are also presented.

Key words: AC regulator, modulation converter, the principles of the construction, 3-phase regulator

ISSN 0209-0570