

AKADEMIA TECHNICZNO-ROLNICZA
IM. JANA I JĘDRZEJA ŚNIADECKICH
W BYDGOSZCZY

ZESZYTY NAUKOWE NR 165

ELEKTROTECHNIKA 9

Ca
1436
BeH

BYDGOSZCZ - 1990

AKADEMIA TECHNICZNO-ROLNICZA
IM. JANA I JĘDRZEJA ŚNIADECKICH
W BYDGOSZCZY

ZESZYTY NAUKOWE NR 165

ELEKTROTECHNIKA 9

BYDGOSZCZ – 1990

PRZEWODNICZĄCY KOMITETU REDAKCYJNEGO
prof. dr hab. Ojcumiła Stefaniak

REDAKTOR NAUKOWY
dr inż. Janusz Hebenstreit

OPRACOWANIE REDAKCYJNE I TECHNICZNE
mgr Aleksandra Ławniczak, Zbigniew Gackowski

Wydano za zgodą Rektora
Akademii Techniczno-Rolniczej
w Bydgoszczy

ISSN 0209-0570

**WYDAWNICTWO UCZELNIANE AKADEMII TECHNICZNO-ROLNICZEJ
W BYDGOSZCZY**

Wyd. I. Nakład 150 egz. Ark. wyd. 3,77, ark. druk. 4. Papier kl. V.

Oddano do druku w październiku 1990 r. Druk ukończono w listopadzie 1990 r.

MEN

Prasowe Zakłady Graficzne RSW „Prasa-Książka-Ruch” w Bydgoszczy, ul. Dworcowa 13.
Zamówienie nr 3039/90.

Nv inw 390/91

91 D 23/33

SPIS TRESCI

Str.

1. J. Migdalski - Uogólniony model magnesowania i histerezy	5
2. J. Migdalski - Model średniego magnesowania materiałów	25
3. J. Migdalski - Model materiału magnetycznego Rayleigha	39
4. K.A. Lipkovskij, Z. Gientkowski - Sposoby sekcjonowania transformatorowo-łącznikowych struktur wykonawczych dyskretnych regulatorów napięcia	45
5. V.V. Gołubiev, Z. Gientkowski - Szerokozakresowy przekształtnik napięcia przemiennego	59

J. Migdalski

UOGÓLNIONY MODEL MAGNESOWANIA I HISTEREZY

W pracy podano uogólniony model magnesowania i histerezy magnetycznej umożliwiający dokładny opis krzywych magnesowania i histerezy, praktycznie biorąc, dowolnych materiałów magnetycznych. Przedstawiony model stanowi uogólnienie wcześniejszych modeli autora odnoszących się do histerezy i pierwszego magnesowania podanych w pracach [3, 4] i odznacza się tym, że umożliwia opis procesu magnesowania i histerezy materiałów rozpoczynającego się od dowolnego stanu początkowego, w którym stan materiału jest opisany przez parametry $\langle H_*, B_* \rangle$. Dla zilustrowania przedstawionych rozważań podano uogólniony opis krzywych magnesowania i histerezy materiałów magnetycznie twardych.

WYKAZ WAŻNIEJSZYCH OZNACZEŃ

B - indukcja magnetyczna

B_N - unormowana / bezwymiarowa / wartość B , $-0,5 \leq B_N \leq 0,5$

B_a - unormowana wartość B w punkcie a

B_b - unormowana wartość B w punkcie b

B_* - unormowana wartość B w punkcie startu $*$

\overrightarrow{B} - unormowana krzywa magnesowania "na prawo"

\overleftarrow{B} - unormowana krzywa magnesowania "na lewo"

$\overrightarrow{\overrightarrow{B}}$ - unormowana pętla "lewego" obiegu histerezy

$\overleftarrow{\overleftarrow{B}}$ - unormowana pętla "prawego" obiegu histerezy

\overrightarrow{B}_1 - unormowana pętla "lewego" obiegu histerezy rozpoczynająca się w punkcie i

\overleftarrow{B}_1 - unormowana pętla "prawego" obiegu histerezy rozpoczynająca się w punkcie i

H - natężenie pola magnetycznego

H_N - unormowana / bezwymiarowa / wartość H , $-0,5 \leq H_N \leq 0,5$

H_a - unormowana wartość H w punkcie a

H_b - unormowana wartość H w punkcie b

H_* - unormowana wartość H w punkcie startu $*$

\overrightarrow{H} - unormowane wartości H dla magnesowania "na prawo"

\overleftarrow{H} - unormowane wartości H dla magnesowania "na lewo"

$\overrightarrow{\overrightarrow{H}}$ - unormowane wartości H dla "lewego" obiegu histerezy

- \overline{H} - unormowane wartości H dla "prawego" obiegu histerezy
 $\overline{p}, \overline{\bar{p}}$ - prawdopodobieństwo orientacji "na prawo" elementu i ciała magnetycznego pod wpływem pola magnetycznego \overline{H}
 $\overline{\bar{p}}, \overline{p}$ - prawdopodobieństwo orientacji "na lewo" elementu i ciała magnetycznego pod wpływem pola magnetycznego \overline{H}

1. WSTĘP

Liczba prac dotyczących istoty oraz opisu zjawiska histerezy i magnesowania materiałów stale rośnie. Świadczy to z jednej strony o ważności i atrakcyjności problemu, a z drugiej o jego złożoności i skali trudności. Ogólnie prace te można podzielić na dwie grupy, a mianowicie na prace ujmujące problem obiektowo bądź systemowo. W ujęciu systemowym, w odróżnieniu od makroskopowego ujęcia obiektowego, przyjmuje się, że materiał magnetyczny jest systemem złożonym z bardzo dużej liczby elementów i posiada właściwą mu strukturę magnetyczną.

W pracy rozważa się model systemowy, albo inaczej strukturalny, uogólnionego magnesowania i histerezy materiałów, umożliwiający ilościowy i jakościowy opis zjawiska histerezy rozpoczynającej się teoretycznie w dowolnym punkcie płaszczyzny (H, B) - patrz rys. 1. W rozważanym modelu przyjmuje się, że każdy materiał magnetyczny jest systemem i zbudowany jest z elementów i ciał magnetycznych o określonej strukturze magnetycznej wyznaczającej jednoznacznie jego właściwości magnetyczne [3]. Rozpatrywany model w odróżnieniu od innych modeli matematycznych magnesowania, np. [6, 7, 9, 10], umożliwia badanie właściwości magnetycznych materiałów o dowolnych strukturach magnetycznych.

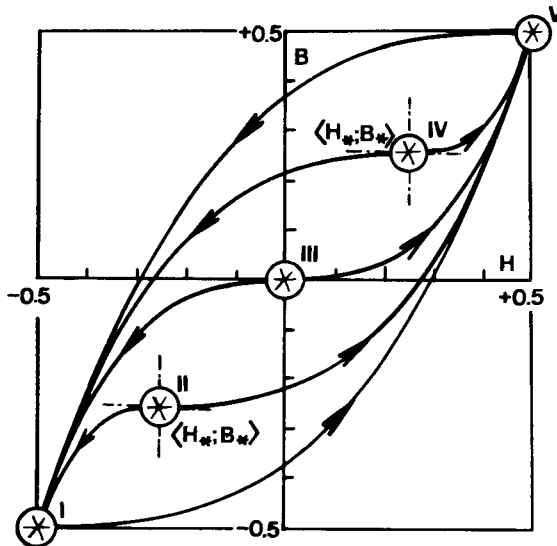
Dla zilustrowania ogólności oraz uniwersalności zastosowań rozważanego modelu na rys. 1 podano niektóre przebiegi magnesowania pewnego materiału magnetycznego uzyskane dla różnych punktów startowych oznaczonych odpowiednio numerami I, II, III, IV i V. Krzywe o punktach startowych I, III i V są znanymi krzywymi histerezy granicznej i pierwszego magnesowania [3,4], natomiast krzywe o punktach startowych II i IV są nowymi krzywymi magnesowania otrzymanymi teoretycznie w wyniku zastosowania przedstawionego uogólnienia modelu histerezy.

Jak pokazano dalej, krzywe histerezy oraz krzywe pierwszego magnesowania są jedynie szczególnymi przypadkami krzywych należących do zbioru krzywych uogólnionych właściwych danemu materiałowi magnetycznemu.

2. UOGÓLNIONY MODEL MATEMATYCZNY MAGNESOWANIA MATERIAŁÓW

Uogólnionym modelem matematycznym magnesowania materiałów będziemy nazywać taki model, który umożliwia opisanie, praktycznie biorąc, każdego procesu magnesowania materiału, a zwłaszcza procesu magnesowania rozpoczynającego się od dowolnego stanu początkowego, oznaczonego odpowiednio paramet-

rami $\langle p_*, P_* \rangle$ lub $\langle H_*, B_* \rangle$. Mówiąc inaczej, w uogólnionym modelu magnesowania materiału punkt startu (*) interesującej nas krzywej magnesowania (rys. 2) może znajdować się w dowolnym punkcie pola losowego (p, P) lub płaszczyzny (H, B) .



Rys. 1. Uogólnione przebiegi magnesowania pewnego materiału magnetycznego wyznaczone zależnościami:

$$\vec{B} = \vec{B}_* + (0,5 - \vec{H}_*) \left(\frac{\vec{H} - \vec{H}_*}{0,5 - \vec{H}_*} \right)^3$$

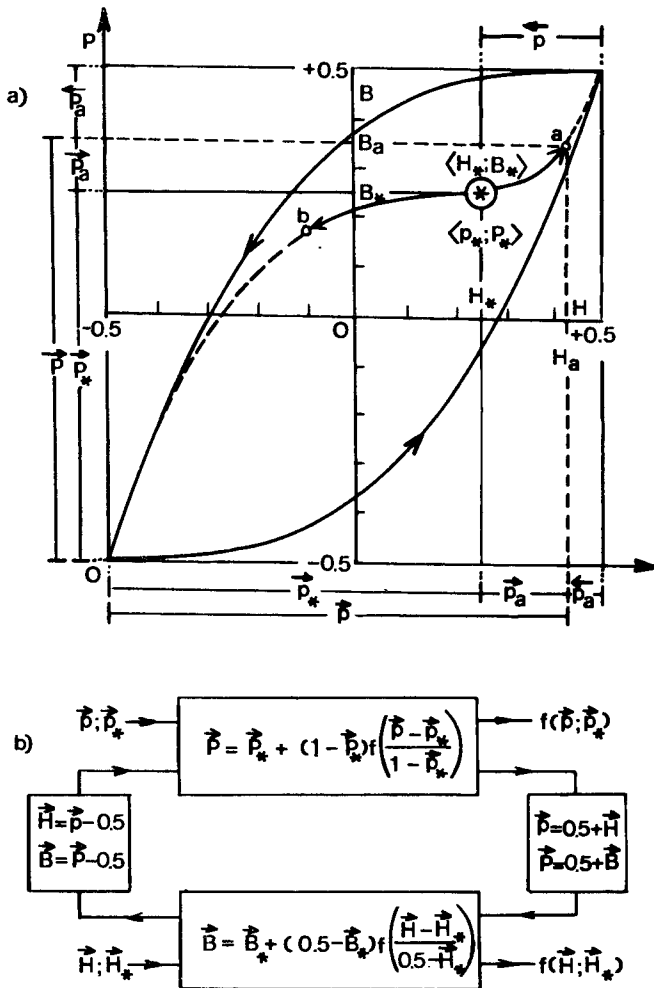
$$\vec{B} = \vec{B}_* - (0,5 + \vec{B}_*) \left(\frac{\vec{H} - \vec{H}_*}{0,5 + \vec{H}_*} \right)^3$$

- uzyskane dla następujących punktów startowych:
 I - dla $B_* = H_* = -0,5$; II - dla $B_* = H_* = -0,25$;
 III - dla $B_* = H_* = 0$; IV - dla $B_* = H_* = 0,25$;
 V - dla $B_* = H_* = 0,5$

Rozpatrywany w tej pracy model magnesowania materiałów jest modelem probabilistycznym, tj. modelem w którym własności elementów i ciał magnetycznych są probabilistyczne. Założenia modelu podano w pracach [3] i [4]. Omówimy dwa równoważne przypadki modeli, a mianowicie: a) model wymiarowy albo inaczej klasyczny, tzn. taki, w którym wartości H i B są wartościami mianowanymi oraz b) model bezwymiarowy, tzn. taki, w którym wartości H i B są wartościami niemianowanymi (względny).

W celu otrzymania interesujących nas zależności formalnych rozpatrzmy proces magnesowania "na prawo" (\rightarrow) i "na lewo" (\leftarrow) materiału magnetycznego podanego w punkcie 1, dla którego proces magnesowania rozpoczyna się od punktu (*), tj. punktu o współrzędnych (p_*, P_*) lub (H_*, B_*) . Zwiększając monotonicznie natężenie pola magnesującego "na prawo" do wartości $\vec{H}_a > \vec{H}_*$ a pola magnesującego "na lewo" do wartości $\vec{H}_b > \vec{H}_*$ otrzyma-

my przebiegi krzywych magnesowania jak na rysunku 2. W pracy przyjmuje się, że przebiegi tych krzywych są uwarunkowane (zdeteminowane) strukturą magnetyczną rozważanego materiału magnetycznego.



Rys. 2. Graficzna ilustracja współzależności dla uogólnionego procesu magnesowania (a) rozpoczynającego się w punkcie $(*)$ o współrzędnych (p_*, B_*) lub (H_*, B_*) oraz algorytm postępowania (b)

2.1. Model wymiarowy

Korzystając z rysunku 2 możemy dla podanego procesu magnesowania napisać (w ujęciu probabilistycznym) oczywiste związki formalne dla uogólnionego procesu magnesowania materiału "na prawo" (\rightarrow) i "na lewo" (\leftarrow):

$$\overline{P}_a = f(\overline{p}_a) \quad \overline{P}_b = f(\overline{p}_b) \quad (1)$$

$$\overline{P} = f(\overline{p}) \quad \overline{P} = f(\overline{p}) \quad (2)$$

$$\overline{P}_a = \overline{P} - \overline{P}_* \quad \overline{P}_b = \overline{P} - \overline{P}_* \quad (3)$$

$$\overline{P}_a = \overline{P} - \overline{P}_* \quad \overline{P}_b = \overline{P} - \overline{P}_* \quad (4)$$

Po prostych przekształceniach otrzymujemy poszukiwane wyrażenia na \overline{P} oraz \overline{P} :

$$\overline{P} = \overline{P}_* + f(\overline{p} - \overline{p}_*) \quad \text{natomiast} \quad \overline{P} = \overline{P}_* + f(\overline{p} - \overline{p}_*) \quad (5)$$

Wyrażenia te możemy również zapisać w postaci:

$$\overline{P} = f(\overline{p}, \overline{p}_*, \overline{P}_*) = \overline{P}_* + f(\overline{p} - \overline{p}_*) \quad \text{oraz}$$

$$\overline{P} = f(\overline{p}, \overline{P}_*, \overline{P}_*) = \overline{P}_* + f(\overline{p} - \overline{p}_*) \quad (6)$$

Mając dany opis probabilistyczny procesu magnesowania, tj. opis w układzie współrzędnych probabilistycznych (p, P), możemy w znany sposób [3] przejść do opisu deterministycznego (rys. 2b), tj. opisu w układzie współrzędnych fizycznych (H, B). Zatem uwzględniając przekształcenia afiniczne typu:

$$\overline{p} = 0,5 + \overline{H} \quad \overline{p} = 0,5 - \overline{H} \quad (7)$$

$$\overline{P} = 0,5 + \overline{B} \quad \overline{P} = 0,5 - \overline{B} \quad (8)$$

$$\overline{p}_* = 0,5 + \overline{H}_* \quad \overline{p}_* = 0,5 - \overline{H}_* \quad (9)$$

$$\overline{P}_* = 0,5 + \overline{B}_* \quad \overline{P}_* = 0,5 - \overline{B}_* \quad (10)$$

wyrażenia (5) i (6) możemy zapisać w postaci:

$$\overline{B} = \overline{B}_* + f(\overline{H} - \overline{H}_*) \quad \overline{B} = \overline{B}_* - f(\overline{H} - \overline{H}_*) \quad (11)$$

$$\overline{B} = f(\overline{H}, \overline{H}_*, \overline{B}_*) = \overline{B}_* + f(\overline{H} - \overline{H}_*) \quad \text{oraz}$$

$$\overline{B} = f(\overline{H}, \overline{H}_*, \overline{B}_*) = \overline{B}_* - f(\overline{H}_* - \overline{H}) \quad (12)$$

W szczególnym przypadku, a mianowicie wówczas, gdy $B_* = H_* = 0$, otrzymujemy znane wzory typu:

$$\overline{B} = f(\overline{H}) \quad \overline{B} = -f(-\overline{H}) \quad (13)$$

$$\overline{B} = f(\overline{H}; \overline{B}_* = \overline{H}_* = 0) = f(\overline{H}) \quad \text{oraz}$$

$$\overline{B} = f(\overline{H}; \overline{B}_* = \overline{H}_* = 0) = -f(-\overline{H}) \quad (14)$$

Otrzymane wyrażenia są poszukiwanymi formułami umożliwiającymi opisanie uogólnionego procesu magnesowania materiałów, tj. procesu magnesowania rozpoczynającego się od dowolnego stanu początkowego $\langle H_*, B_* \rangle$. Osobliwością otrzymanych wzorów jest to, że wyrażenie opisujące proces magnesowania "na lewo", albo - inaczej - proces rozmagnesowania można otrzymać bezpośrednio z odpowiedniego wyrażenia opisującego proces magnesowania "na prawo" i przeciwnie, jeżeli dokona się zmiany wszystkich znaków przy H i B oraz H_* i B_* na przeciwne. Oznacza to, że rozważane procesy magnesowania są równoważne.

Mankamentem otrzymanych wyrażeń jest to, że są one wyrażeniami mianowanymi (wymiarowymi), co pociąga za sobą określone trudności przy badaniu

odpowiednich modeli matematycznych. Dlatego w dalszej części pracy zajmemy się wygodniejszym modelem magnesowania, który umownie nazwano modelem bezwymiarowym, tj. modelem, w którym wartości H i B są wielkościami bezwymiarowymi.

2.2. Model bezwymiarowy

Aby przejść do bezwymiarowego modelu magnesowania materiałów, rozpatrzymy następujące tożsamości (rys. 2):

$$\vec{p}_a + \vec{p}_a = 1 - \vec{p}_* \qquad \vec{p}_b + \vec{p}_b = 1 - \vec{p}_* \qquad (15)$$

$$\vec{P}_a + \vec{P}_a = 1 - \vec{P}_* \qquad \vec{P}_b + \vec{P}_b = 1 - \vec{P}_* \qquad (16)$$

dla których po uwzględnieniu zależności (3) i (4) możemy napisać odpowiednie tożsamości normujące typu:

$$\frac{\vec{p}_a}{1 - \vec{p}_*} + \frac{\vec{P}_a}{1 - \vec{p}_*} = 1 \qquad \frac{\vec{p}_b}{1 - \vec{p}_*} + \frac{\vec{P}_b}{1 - \vec{p}_*} = 1 \qquad (17)$$

$$\frac{\vec{P}_a}{1 - \vec{P}_*} + \frac{\vec{P}_a}{1 - \vec{P}_*} = 1 \qquad \frac{\vec{P}_b}{1 - \vec{P}_*} + \frac{\vec{P}_b}{1 - \vec{P}_*} = 1 \qquad (18)$$

$$\frac{\vec{p}_a}{\vec{p}_a + \vec{p}_a} + \frac{\vec{P}_a}{\vec{p}_a + \vec{p}_a} = 1 \qquad \frac{\vec{p}_b}{\vec{p}_b + \vec{p}_b} + \frac{\vec{P}_b}{\vec{p}_b + \vec{p}_b} = 1 \qquad (19)$$

$$\frac{\vec{P}_a}{\vec{P}_a + \vec{P}_a} + \frac{\vec{P}_a}{\vec{P}_a + \vec{P}_a} = 1 \qquad \frac{\vec{P}_b}{\vec{P}_b + \vec{P}_b} + \frac{\vec{P}_b}{\vec{P}_b + \vec{P}_b} = 1 \qquad (20)$$

$$\frac{\vec{p} - \vec{p}_*}{1 - \vec{p}_*} + \frac{1 - \vec{p}}{1 - \vec{p}_*} = 1 \qquad \frac{\vec{P} - \vec{P}_*}{1 - \vec{P}_*} + \frac{1 - \vec{P}}{1 - \vec{P}_*} = 1 \qquad (21)$$

$$\frac{\vec{P} - \vec{P}_*}{1 - \vec{P}_*} + \frac{1 - \vec{P}}{1 - \vec{P}_*} = 1 \qquad \frac{\vec{P} - \vec{P}_*}{1 - \vec{P}_*} + \frac{1 - \vec{P}}{1 - \vec{P}_*} = 1 \qquad (22)$$

Wykorzystując otrzymane tożsamości możemy napisać odpowiednie zależności w ujęciu probabilistycznym dla uogólnionego bezwymiarowego modelu magnesowania materiałów "na prawo" (\rightarrow) i "na lewo" (\leftarrow):

$$\vec{P}_N = f(\vec{P}_N) \qquad \text{oraz} \qquad \vec{P}_N = f(\vec{P}_N) \qquad (23)$$

gdzie

$$\vec{P}_N = \frac{\vec{p} - \vec{p}_*}{1 - \vec{p}_*} \qquad \vec{P}_N = \frac{\vec{P} - \vec{P}_*}{1 - \vec{P}_*} \qquad (24)$$

$$\vec{P}_N = \frac{\vec{P} - \vec{P}_*}{1 - \vec{P}_*} \qquad \vec{P}_N = \frac{\vec{P} - \vec{P}_*}{1 - \vec{P}_*} \qquad (25)$$

Po prostych przekształceniach otrzymujemy poszukiwane zależności

$$\bar{P} = \bar{P}_* + (1 - \bar{P}_*) f\left(\frac{\bar{p} - \bar{p}_*}{1 - \bar{p}_*}\right) \quad (26)$$

$$\bar{P} = \bar{P}_* + (1 - \bar{P}_*) f\left(\frac{\bar{p} - \bar{p}_*}{1 - \bar{p}_*}\right) \quad (27)$$

$$P = f(p, p_*, P_*) = \begin{cases} \bar{P} = f(\bar{p}, \bar{p}_*, \bar{P}_*) = \bar{P}_* + (1 - \bar{P}_*) f\left(\frac{\bar{p} - \bar{p}_*}{1 - \bar{p}_*}\right) \\ \underline{P} = f(\underline{p}, \underline{p}_*, \underline{P}_*) = \underline{P}_* + (1 - \underline{P}_*) f\left(\frac{\underline{p} - \underline{p}_*}{1 - \underline{p}_*}\right) \end{cases} \quad (28)$$

Wyrażenia (26) - (28) są poszukiwanymi formułami probabilistycznymi umożliwiającymi opisanie uogólnionego procesu magnesowania materiałów, tj. procesu magnesowania rozpoczynającego się od dowolnego stanu początkowego $\langle p_*, P_* \rangle$.

W zależności od konkretnych wartości przyjmowanych przez zmienne p_* oraz P_* możemy mieć do czynienia z różnymi przypadkami szczególnymi magnesowania. Na rysunku 1 zaznaczono głównie przypadki typowe opisane następującymi formułami:

$$\bar{P} = f(\bar{p}, \bar{p}_*, \bar{P}_*) = \begin{cases} \text{I. } \bar{P}_I = f(\bar{p}) & \bar{P}_* = \bar{P}_* = 0 \\ \text{II. } \bar{P}_{II} = 0,25 + 0,75f\left(\frac{\bar{p} - 0,25}{0,75}\right) & \bar{P}_* = \bar{P}_* = 0,25 \\ \text{III. } \bar{P}_{III} = 0,5 + 0,5f(2\bar{p} - 1) & \bar{P}_* = \bar{P}_* = 0,50 \\ \text{IV. } \bar{P}_{IV} = 0,75 + 0,25f\left(\frac{\bar{p} - 0,75}{0,25}\right) & \bar{P}_* = \bar{P}_* = 0,75 \\ \text{V. } \bar{P}_V = 1,0 & \bar{P}_* = \bar{P}_* = 1,0 \end{cases} \quad (29)$$

oraz

$$\underline{P} = f(\underline{p}, \underline{p}_*, \underline{P}_*) = \begin{cases} \text{I. } \underline{P}_I = f(\underline{p}) & \underline{P}_* = \underline{P}_* = 0 \\ \text{II. } \underline{P}_{II} = 0,25 + 0,75f\left(\frac{\underline{p} - 0,25}{0,75}\right) & \underline{P}_* = \underline{P}_* = 0,25 \\ \text{III. } \underline{P}_{III} = 0,50 + 0,50f(2\underline{p} - 1) & \underline{P}_* = \underline{P}_* = 0,50 \\ \text{IV. } \underline{P}_{IV} = 0,75 + 0,25f\left(\frac{\underline{p} - 0,75}{0,25}\right) & \underline{P}_* = \underline{P}_* = 0,75 \\ \text{V. } \underline{P}_V = 1,0 & \underline{P}_* = \underline{P}_* = 1,0 \end{cases} \quad (30)$$

Mając dany opis probabilistyczny procesu magnesowania możemy w znany sposób [3] przejść do opisu deterministycznego (rys. 2b). Stosując przekształcenia afiniczne, jak w modelu wymiarowym, możemy napisać zależności:

$$\bar{B} = \bar{B}_* + (0,5 - \bar{B}_*)f\left(\frac{\bar{H} - \bar{H}_*}{0,5 - \bar{H}_*}\right) \quad (31)$$

$$\bar{B} = \bar{B}_* - (0,5 + \bar{B}_*)f\left(\frac{\bar{H}_* - \bar{H}}{0,5 + \bar{H}_*}\right) \quad (32)$$

oraz

$$\left\{ \begin{array}{l} \bar{B} = f(\bar{H}, \bar{H}_*, \bar{B}_*) = \bar{B}_* + (0,5 - \bar{B}_*)f\left(\frac{\bar{H} - \bar{H}_*}{0,5 - \bar{H}_*}\right) \\ \bar{B} = f(\bar{H}, \bar{H}_*, \bar{B}_*) = \bar{B}_* - (0,5 + \bar{B}_*)f\left(\frac{\bar{H}_* - \bar{H}}{0,5 + \bar{H}_*}\right) \end{array} \right. \quad (33)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \bar{B} = f(\bar{H}, \bar{H}_*, \bar{B}_*) = \bar{B}_* + (0,5 - \bar{B}_*)f\left(\frac{\bar{H} - \bar{H}_*}{0,5 - \bar{H}_*}\right) \\ \bar{B} = f(\bar{H}, \bar{H}_*, \bar{B}_*) = \bar{B}_* - (0,5 + \bar{B}_*)f\left(\frac{\bar{H}_* - \bar{H}}{0,5 + \bar{H}_*}\right) \end{array} \right. \quad (34)$$

W szczególnym przypadku, a mianowicie wówczas, gdy $B_* = H_* = 0$, otrzymujemy wzory typu:

$$\bar{B} = 0,5f(2\bar{H}) \quad (35)$$

$$\bar{B} = -0,5f(-2\bar{H}) \quad (36)$$

$$\bar{B} = f(\bar{H}, \bar{H}_*, \bar{B}_*; \bar{B}_* = \bar{H}_* = 0) = 0,5f(2\bar{H}) \quad (37)$$

$$\bar{B} = f(\bar{H}, \bar{H}_*, \bar{B}_*; \bar{B}_* = \bar{H}_* = 0) = -0,5f(-2\bar{H}) \quad (38)$$

Otrzymane wyrażenia są poszukiwanymi formułami umożliwiającymi opisanie, praktycznie biorąc, każdego procesu magnesowania materiału, tj. procesu magnesowania rozpoczynającego się od dowolnego stanu początkowego $\langle H_*, B_* \rangle$.

W zależności od konkretnych wartości przyjmowanych przez zmienne H_* oraz B_* możemy mieć do czynienia z różnymi przypadkami szczególnymi magnesowania. Dla sytuacji zaznaczonych na rysunku 1 możemy napisać wzory:

$$\bar{B} = f(\bar{H}, \bar{H}_*, \bar{B}_*) = \left\{ \begin{array}{ll} \text{I. } \bar{B}_I = -0,50 + f(\bar{H} + 0,5) & \bar{H}_* = \bar{B}_* = -0,50 \\ \text{II. } \bar{B}_{II} = -0,25 + 0,75f(1,33\dots\bar{H} + 0,33\dots) & \bar{H}_* = \bar{B}_* = -0,25 \\ \text{III. } \bar{B}_{III} = 0,5f(2\bar{H}) & \bar{H}_* = \bar{B}_* = 0 \\ \text{IV. } \bar{B}_{IV} = 0,25 + 0,25f(4\bar{H} - 1) & \bar{H}_* = \bar{B}_* = 0,25 \\ \text{V. } \bar{B}_V = 0,50 & \bar{H}_* = \bar{B}_* = 0,50 \end{array} \right. \quad (39)$$

oraz

$$\bar{B} = f(\bar{H}, \bar{H}_*, \bar{B}_*) = \left\{ \begin{array}{ll} \text{I. } \bar{B}_I = -0,50 & \bar{H}_* = \bar{B}_* = -0,50 \\ \text{II. } \bar{B}_{II} = -0,25 - 0,25f(-1 - 4\bar{H}) & \bar{H}_* = \bar{B}_* = -0,25 \\ \text{III. } \bar{B}_{III} = -0,5f(-2\bar{H}) & \bar{H}_* = \bar{B}_* = 0 \\ \text{IV. } \bar{B}_{IV} = 0,25 - 0,75f(0,33\dots - 1,33\dots\bar{H}) & \bar{H}_* = \bar{B}_* = 0,25 \\ \text{V. } \bar{B}_V = 0,5 - f(0,5 - \bar{H}) & \bar{H}_* = \bar{B}_* = 0,50 \end{array} \right. \quad (40)$$

Wyróżnione przypadki magnesowania obejmują typowe sytuacje spotykane w praktyce inżynierskiej.

P r z y p a d e k I Magnesowania granicznego

Z przypadkiem magnesowania granicznego "na prawo" lub "na lewo" mamy do czynienia wówczas, gdy magnesowanie materiału rozpoczyna się od stanu granicznego charakteryzującego się tym, że wszystkie jego elementy i ciała magnetyczne są zorientowane przeciwnie do kierunku magnesowania. W wyniku realizacji magnesowania granicznego otrzymujemy tzw. "graniczną" pętlę histerezy, która w sposób jednoznaczny charakteryzuje dany materiał magnetyczny. Obszerne omówienie tego przypadku magnesowania podano w [3].

P r z y p a d e k II Magnesowania quasigranicznego

Z przypadkiem magnesowania quasigranicznego mamy do czynienia wówczas, gdy magnesowanie materiału rozpoczyna się od stanu quasigranicznego charakteryzującego się tym, że większość jego elementów i ciał magnetycznych jest zorientowana przeciwnie do kierunku magnesowania. W wyniku realizacji magnesowania quasigranicznego możemy otrzymać tzw. "quasigraniczną" pętlę histerezy właściwą dla danego materiału magnetycznego.

P r z y p a d e k III Pierwszego magnesowania

Z przypadkiem pierwszego magnesowania mamy do czynienia wówczas, gdy magnesowanie materiału rozpoczyna się od stanu zerowego, albo - inaczej - stanu nienamagnesowania charakteryzującego się tym, że dokładnie połowa jego elementów i ciał magnetycznych znajduje się wyłącznie w dwu przeciwnych stanach orientacji. Dokładne omówienie tego przypadku magnesowania podano w [4].

P r z y p a d e k IV Quasimagnesowania

Z przypadkiem quasimagnesowania mamy do czynienia wówczas, gdy rozpoczyna się ono od stanu quasinasywienia charakteryzującego się tym, że większość elementów i ciał magnetycznych materiału jest zorientowana zgodnie z kierunkiem magnesowania.

P r z y p a d e k V Pseudomagnesowania

Z przypadkiem pseudomagnesowania albo - inaczej - magnesowania "pozornego" mamy do czynienia wówczas, gdy rozpoczyna się ono od stanu nasycenia granicznego charakteryzującego się tym, że wszystkie elementy i ciała magnetyczne materiału znajdują się w stanie nasycenia zgodnego z kierunkiem magnesowania.

3. UOGÓLNIONY MODEL MAGNESOWANIA I HISTEREZY MATERIAŁÓW MAGNETYCZNIE TWARDYCH

Dla zilustrowania podanych zależności matematycznych oraz zastosowań w praktyce przedstawionej teorii wyprowadzono poniżej podstawowe wzory na uogólnione krzywe magnesowania i histerezy materiałów magnetycznie twardych.

Spśród możliwego zbioru modeli rozpatrzmy jeden z prostszych, a mianowicie taki, dla którego proces magnesowania i histerezy rozpoczyna się w granicznych punktach histerezy ($B_* = H_* = 0,5$) oraz ($B_* = H_* = -0,5$).

3.1. Uogólnione krzywe histerezy materiałów magnetycznie twardych

Uogólniony proces magnesowania materiału magnetycznie twardego w ujęciu probabilistycznym (wyrażony w jednostkach niemianowanych) może być zapisany analitycznie następującymi wzorami:

$$P_N = f(p_N) = \begin{cases} \overline{P}_N = f(\overline{p}_N) = \overline{p}_N^n, & 0 \leq \overline{p}_N \leq 1 \\ \overline{P}_N = f(\overline{p}_N) = \overline{p}_N^n, & 0 \leq \overline{p}_N \leq 1 \end{cases} \quad (41)$$

oraz

$$P = f(p, p_*, p_*) = \begin{cases} \overline{P} = f(\overline{p}, \overline{p}_*, \overline{p}_*) = \overline{p}_* + (1 - \overline{p}_*) \left(\frac{\overline{p} - \overline{p}_*}{1 - \overline{p}_*} \right)^n \\ \overline{P} = f(\overline{p}, \overline{p}_*, \overline{p}_*) = \overline{p}_* + (1 - \overline{p}_*) \left(\frac{\overline{p} - \overline{p}_*}{1 - \overline{p}_*} \right)^n \end{cases} \quad (42)$$

gdzie $\langle \overline{p}_*, \overline{p}_* \rangle$ oraz $\langle \overline{p}_*, \overline{p}_* \rangle$ są początkowymi prawdopodobieństwami magnesowania "na prawo" (\rightarrow) i "na lewo" (\leftarrow) elementów i ciał magnetycznych rozpatrywanego materiału magnetycznego.

Mając dany model probabilistyczny magnesowania materiału możemy w znany sposób przejść do modelu deterministycznego. Zatem wyrażenia (41) i (42) możemy przedstawić w postaci

$$B_N = f(H_N) = \begin{cases} \overline{B}_N = -0,5 + f(0,5 + \overline{H}_N) = -0,5 + (0,5 + \overline{H}_N)^n, & -0,5 \leq \overline{H}_N \leq 0,5 \\ \overline{B}_N = +0,5 - f(0,5 - \overline{H}_N) = +0,5 - (0,5 - \overline{H}_N)^n, & -0,5 \leq \overline{H}_N \leq 0,5 \end{cases} \quad (43)$$

oraz

$$B = f(H, H_*, B_*) = \begin{cases} \overline{B} = \overline{B}_* + (0,5 - \overline{B}_*) \left(\frac{\overline{H} - \overline{H}_*}{0,5 - \overline{H}_*} \right)^n, & -0,5 \leq H_* < 0,5 \\ \overline{B} = \overline{B}_* - (0,5 + \overline{B}_*) \left(\frac{\overline{H}_* - \overline{H}}{0,5 + \overline{H}_*} \right)^n, & -0,5 < \overline{H}_* \leq 0,5 \end{cases} \quad (44)$$

gdzie $\langle \overline{H}_*, \overline{B}_* \rangle$ oraz $\langle \overline{H}_*, \overline{B}_* \rangle$ są początkowymi i unormowanymi, tj. bezwymiarowymi, wartościami H oraz B , tj. wartościami, od których rozpoczyna się proces magnesowania "na prawo" (\rightarrow) lub "na lewo" (\leftarrow) rozważanego materiału magnetycznego.

Wzór (44) jest poszukiwanym uogólnionym wyrażeniem opisującym proces magnesowania materiału magnetycznie twardego "na prawo" (\rightarrow) lub "na lewo" (\leftarrow), tj. wyrażeniem umożliwiającym opisanie procesu magnesowania rozpoczynającego się od dowolnego stanu początkowego $\langle H_*, B_* \rangle$.

W zależności od konkretnych wartości przyjmowanych przez zmienne (H_*, B_*) możemy mieć do czynienia z różnymi szczególnymi przypadkami magnesowania. Jako przykład: dla $H_* = B_* = -0,5$ otrzymujemy wzór na graniczną krzywą magnesowania "na prawo"

$$B = f(H, H_*, B_*; H_* = B_* = -0,5) = \begin{cases} \overline{B} = -0,5 + (\overline{H} + 0,5)^n \\ \overline{B} = -0,5 \end{cases} \quad (45)$$

Odpowiednio, dla $H_* = B_* = 0$ otrzymujemy znany wzór na krzywą pierwszego magnesowania [4]:

$$B = f(H, H_*, B_*; H_* = B_* = 0) = \begin{cases} \bar{B} = +0,5f(2\bar{H}), & 0 \leq \bar{H} \leq 0,5 \\ \bar{B} = -0,5f(-2\bar{H}), & -0,5 \leq \bar{H} \leq 0 \end{cases} \quad (46)$$

Obecnie podamy zależności na uogólnione krzywe histerezy albo, inaczej, rodziny histerezy, dla dwu przypadków magnesowania, a mianowicie:

1) dla "lewego" obiegu histerezy, tj. dla przypadku przemagnesowywania materiału rozpoczynającego się w punkcie granicznym o parametrach ($H_* = 0,5, B_* = 0,5$) oraz

2) dla "prawego" obiegu histerezy, tj. dla przypadku przemagnesowywania materiału rozpoczynającego się w punkcie granicznym o parametrach ($H_* = -0,5, B_* = -0,5$).

3.1.1. Uogólnione krzywe "lewego" obiegu histerezy

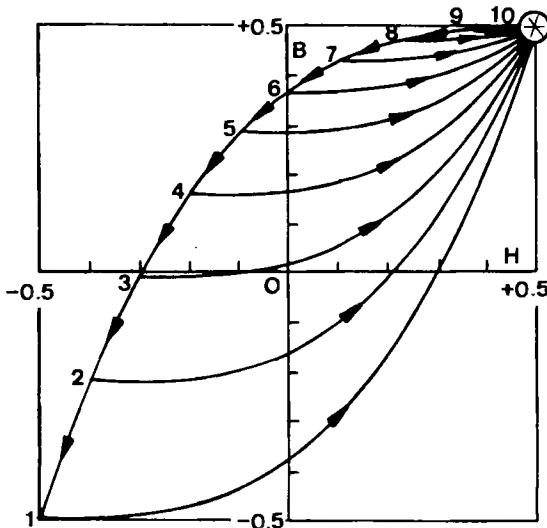
Dla przemagnesowywania materiału prowadzącego do otrzymania krzywych "lewego" obiegu histerezy, tj. przemagnesowywania rozpoczynającego się w punkcie $\bar{B}_* = \bar{H}_* = 0,5$ ($\bar{P}_* = \bar{p}_* = 0$) leżącym na krzywej $\bar{B}_* = 1 - (1 - \bar{p}_*)^n$, możemy napisać zależności:

$$\bar{P} = f(p, p_*) = \begin{cases} \bar{P} = \bar{p}^n \\ \bar{P} = 1 - (1 - \bar{p}_*)^n + (\bar{p} - \bar{p}_*)^n \end{cases} \quad (47)$$

oraz

$$\bar{B} = f(H, H_*) = \begin{cases} \bar{B} = 0,5 - (0,5 - \bar{H})^n \\ \bar{B} = 0,5 - (0,5 - \bar{H}_*)^n + (\bar{H} - \bar{H}_*)^n \end{cases} \quad (48)$$

Według zależności (48) wyznaczono rodzinę krzywych "lewego" obiegu histerezy (rys. 3) dla materiału magnetycznie twardego zbudowanego z ciał trzejelementowych ($n = 3$).



Rys. 3. Rodzina krzywych "lewego" obiegu histerezy materiału magnetycznie twardego zbudowanego z ciał trzejelementowych ($n = 3$). Opis matematyczny krzywych w tabl. 1

Zgodnie z przyjętą numeracją krzywych na rysunku 3 możemy napisać wyrażenia:

1. Dla $\vec{H}_* = -0,5$ o obiegu pełnym (* ← 1 ← *)

$$\vec{B}_1 = f(\vec{H}) = \begin{cases} \vec{B}_1 = +0,5 - (0,5 - \vec{H})^3, & -0,5 \leq \vec{H} \leq 0,5 \\ \vec{B}_1 = -0,5 + (\vec{H} + 0,5)^3, & -0,5 \leq \vec{H} \leq 0,5 \end{cases}$$

2. Dla $\vec{H}_* = -0,4$ o obiegu (* ← 2 ← *)

$$\vec{B}_2 = f(\vec{H}) = \begin{cases} \vec{B}_2 = +0,5 - (0,5 - \vec{H})^3, & -0,4 \leq \vec{H} \leq 0,5 \\ \vec{B}_2 = -0,229 + (\vec{H} + 0,4)^3, & -0,4 \leq \vec{H} \leq 0,5 \end{cases}$$

3. Dla $\vec{H}_* = -0,3$ o obiegu (* ← 3 ← *)

$$\vec{B}_3 = f(\vec{H}) = \begin{cases} \vec{B}_3 = +0,5 - (0,5 - \vec{H})^3, & -0,3 \leq \vec{H} \leq 0,5 \\ \vec{B}_3 = -0,012 + (\vec{H} + 0,3)^3, & -0,3 \leq \vec{H} \leq 0,5 \end{cases}$$

4. Dla $\vec{H}_* = -0,2$ o obiegu (* ← 4 ← *)

$$\vec{B}_4 = f(\vec{H}) = \begin{cases} \vec{B}_4 = +0,5 - (0,5 - \vec{H})^3, & -0,2 \leq \vec{H} \leq 0,5 \\ \vec{B}_4 = 0,157 + (\vec{H} + 0,2)^3, & -0,2 \leq \vec{H} \leq 0,5 \end{cases}$$

5. Dla $\vec{H}_* = -0,1$ o obiegu (* ← 5 ← *)

$$\vec{B}_5 = f(\vec{H}) = \begin{cases} \vec{B}_5 = +0,5 - (0,5 - \vec{H})^3, & -0,1 \leq \vec{H} \leq 0,5 \\ \vec{B}_5 = 0,284 + (\vec{H} + 0,1)^3, & -0,1 \leq \vec{H} \leq 0,5 \end{cases}$$

6. Dla $\vec{H}_* = 0$ o obiegu (* ← 6 ← *)

$$\vec{B}_6 = f(\vec{H}) = \begin{cases} \vec{B}_6 = 0,5 - (0,5 - \vec{H})^3, & 0 \leq \vec{H} \leq 0,5 \\ \vec{B}_6 = 0,375 + \vec{H}^3, & 0 \leq \vec{H} \leq 0,5 \end{cases}$$

7. Dla $\vec{H}_* = 0,1$ o obiegu (* ← 7 ← *)

$$\vec{B}_7 = f(\vec{H}) = \begin{cases} \vec{B}_7 = 0,5 - (0,5 - \vec{H})^3, & 0,1 \leq \vec{H} \leq 0,5 \\ \vec{B}_7 = 0,436 + (\vec{H} - 0,1)^3, & 0,1 \leq \vec{H} \leq 0,5 \end{cases}$$

8. Dla $\vec{H}_* = 0,2$ o obiegu (* ← 8 ← *)

$$\vec{B}_8 = f(\vec{H}) = \begin{cases} \vec{B}_8 = 0,5 - (0,5 - \vec{H})^3, & 0,2 \leq \vec{H} \leq 0,5 \\ \vec{B}_8 = 0,473 + (\vec{H} - 0,2)^3, & 0,2 \leq \vec{H} \leq 0,5 \end{cases}$$

9. Dla $\vec{H}_* = 0,3$ o obiegu (* ← 9 ← *)

$$\vec{B}_9 = f(\vec{H}) = \begin{cases} \vec{B}_9 = 0,5 - (0,5 - \vec{H})^3, & 0,3 \leq \vec{H} \leq 0,5 \\ \vec{B}_9 = 0,492 + (\vec{H} - 0,3)^3, & 0,3 \leq \vec{H} \leq 0,5 \end{cases}$$

10. Dla $\vec{H}_* = 0,4$ o obiegu (* ← 10 ← *)

$$\vec{B}_{10} = f(\vec{H}) = \begin{cases} \vec{B}_{10} = 0,5 - (0,5 - \vec{H})^3, & 0,4 \leq \vec{H} \leq 0,5 \\ \vec{B}_{10} = 0,499 + (\vec{H} - 0,4)^3, & 0,4 \leq \vec{H} \leq 0,5 \end{cases}$$

11. Dla $H_* = 0,5$ o obiegu zdegenerowanym (* ← * ← *)

$$\vec{B}_{**} = f(\vec{H}) = \begin{cases} \vec{B}_* = 0,5 - (0,5 - \vec{H})^3 = 0,5, & 0,5 \leq \vec{H} \leq 0,5 \\ \vec{B}_* = 0,5 + (\vec{H} - 0,5)^3 = 0,5, & 0,5 \leq \vec{H} \leq 0,5 \end{cases}$$

Otrzymane wyniki w postaci zbiorczej zestawiono w tablicy 1.

T a b l i c a 1

Opis matematyczny krzywych "lewego" obiegu histerezy materiału magnetycznie twardego z rys. 3

Lp.	Zapis obiegu	Wzory	Zakres zmienności H
*	Punkt startu	$\vec{B} = 0,5 - (0,5 - \vec{H})^3$	$-0,5 \leq \vec{H} \leq 0,5$
1	* ← 1 ← *	$\vec{B}_1 = -0,5 + (\vec{H} + 0,5)^3$	$-0,5 \leq \vec{H} \leq 0,5$
2	* ← 2 ← *	$\vec{B}_2 = -0,229 + (\vec{H} + 0,4)^3$	$-0,4 \leq \vec{H} \leq 0,5$
3	* ← 3 ← *	$\vec{B}_3 = -0,012 + (\vec{H} + 0,3)^3$	$-0,3 \leq \vec{H} \leq 0,5$
4	* ← 4 ← *	$\vec{B}_4 = 0,157 + (\vec{H} + 0,2)^3$	$-0,2 \leq \vec{H} \leq 0,5$
5	* ← 5 ← *	$\vec{B}_5 = 0,284 + (\vec{H} + 0,1)^3$	$-0,1 \leq \vec{H} \leq 0,5$
6	* ← 6 ← *	$\vec{B}_6 = 0,375 + \vec{H}^3$	$0 \leq \vec{H} \leq 0,5$
7	* ← 7 ← *	$\vec{B}_7 = 0,436 + (\vec{H} - 0,1)^3$	$0,1 \leq \vec{H} \leq 0,5$
8	* ← 8 ← *	$\vec{B}_8 = 0,473 + (\vec{H} - 0,2)^3$	$0,2 \leq \vec{H} \leq 0,5$
9	* ← 9 ← *	$\vec{B}_9 = 0,492 + (\vec{H} - 0,3)^3$	$0,3 \leq \vec{H} \leq 0,5$
10	* ← 10 ← *	$\vec{B}_{10} = 0,499 + (\vec{H} - 0,4)^3$	$0,4 \leq \vec{H} \leq 0,5$
*	* ← *	$\vec{B}_{**} = 0,5 + (\vec{H} - 0,5)^3 = 0,5$	$0,5 \leq \vec{H} \leq 0,5$

3.1.2. Uogólnione krzywe "prawego" obiegu histerezy

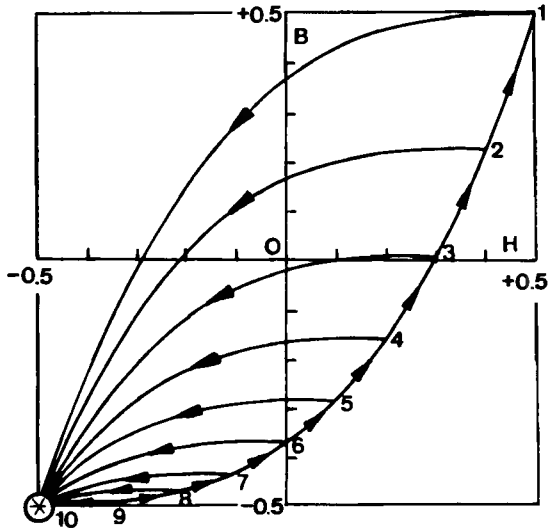
Dla przemagnesowywania materiału przewodzącego do otrzymania krzywych "prawego" obiegu histerezy, tj. przemagnesowywania rozpoczynającego się w punkcie $\vec{B}_* = \vec{H}_* = -0,5$ ($\vec{P}_* = \vec{p}_* = 0$), leżącym na krzywej $\vec{P}_* = 1 - (1 - \vec{p}_*)^n$, możemy napisać zależności:

$$\vec{P} = f(p, p_*) = \begin{cases} \vec{P} = \vec{p}^n \\ \vec{P} = 1 - (1 - \vec{p}_*)^n + (\vec{p} - \vec{p}_*)^n \end{cases} \quad (49)$$

oraz

$$\vec{B} = f(H, H_*) = \begin{cases} \vec{B} = -0,5 + (\vec{H} + 0,5)^n \\ \vec{B} = -0,5 + (0,5 + \vec{H}_*)^n - (\vec{H}_* - \vec{H})^n \end{cases} \quad (50)$$

Według zależności (50) wyznaczono rodzinę krzywych "prawego" obiegu histerezy (rys. 4) dla materiału magnetycznie twardego zbudowanego z ciał trzejelementowych ($n = 3$).



Rys. 4. Rodzina krzywych "prawego" obiegu histerezy materiału magnetycznie twardego zbudowanego z ciał trzejelementowych ($n = 3$). Opis matematyczny krzywych w tabl. 2

W tabelicy 2 podano opis matematyczny otrzymanych krzywych.

T a b l i c a 2

Opis matematyczny krzywych "prawego" obiegu histerezy
materiału magnetycznie twardego z rys. 4

Lp.	Zapis obiegu	Wzory	Zakres zmiennosci H
*	Punkt startu	$\bar{B} = -0,5 + (\bar{H} + 0,5)^3$	$-0,5 \leq \bar{H} \leq 0,5$
1	* → 1 → *	$\bar{B}_1 = 0,5 - (0,5 - \bar{H})^3$	$-0,5 \leq \bar{H} \leq 0,5$
2	* → 2 → *	$\bar{B}_2 = 0,229 - (0,4 - \bar{H})^3$	$-0,5 \leq \bar{H} \leq 0,4$
3	* → 3 → *	$\bar{B}_3 = 0,012 - (0,3 - \bar{H})^3$	$-0,5 \leq \bar{H} \leq 0,3$
4	* → 4 → *	$\bar{B}_4 = -0,157 - (0,2 - \bar{H})^3$	$-0,5 \leq \bar{H} \leq 0,2$
5	* → 5 → *	$\bar{B}_5 = -0,284 - (0,1 - \bar{H})^3$	$-0,5 \leq \bar{H} \leq 0,1$
6	* → 6 → *	$\bar{B}_6 = -0,375 - (-\bar{H})^3$	$-0,5 \leq \bar{H} \leq 0$
7	* → 7 → *	$\bar{B}_7 = -0,436 - (-0,1 - \bar{H})^3$	$-0,5 \leq \bar{H} \leq -0,1$
8	* → 8 → *	$\bar{B}_8 = -0,473 - (-0,2 - \bar{H})^3$	$-0,5 \leq \bar{H} \leq -0,2$
9	* → 9 → *	$\bar{B}_9 = -0,492 - (-0,3 - \bar{H})^3$	$-0,5 \leq \bar{H} \leq -0,3$
10	* → 10 → *	$\bar{B}_{10} = -0,499 - (-0,4 - \bar{H})^3$	$-0,5 \leq \bar{H} \leq -0,4$
*	* → *	$\bar{B}_{**} = -0,500 - (0,5 - \bar{H})^3$	$-0,5 \leq \bar{H} \leq -0,5$

Z przedstawionych rysunków i wzorów podanych w tabelicach 1 i 2 widać symetrię otrzymanych krzywych "lewego" i "prawego" obiegu histerezy.

3.1.3. Wyznaczanie krzywych rozmagnesowania

Z możliwego zbioru krzywych "lewego" i "prawego" obiegu histerezy można wyodrębnić odpowiednie krzywe rozmagnesowania mające istotne znaczenie dla zastosowań technicznych. Dla każdego z wymienionych obiegów histerezy istnieje dokładnie jedna krzywa rozmagnesowania, którą można wyznaczyć analitycznie. Znajomość krzywych rozmagnesowania ma istotne znaczenia dla materiałów magnetycznie twardych o dużych wymiarach i energiach.

Sposób wyznaczania omawianych krzywych rozmagnesowania przedstawimy na przykładzie materiału magnetycznie twardego zbudowanego z ciał trzelementowych ($n = 3$).

3.1.3.1. Krzywa "lewego" rozmagnesowania

Krzywą "lewego" rozmagnesowania wyznaczamy z równania

$$\bar{B} = \begin{cases} \bar{B} = 0,5 - (0,5 - \bar{H})^3 \\ \bar{B} = 0,5 - (0,5 - \bar{H}_*)^3 + (\bar{H} - \bar{H}_*)^3 \end{cases} \quad (51)$$

po dokonaniu w nim podstawienia typu $\bar{B} = \bar{H} = 0$.

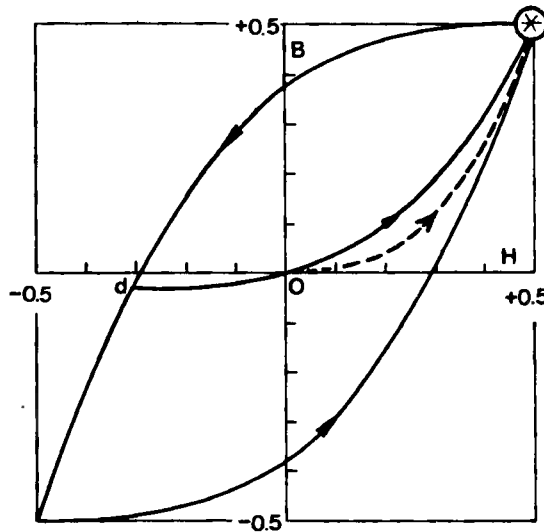
Ponieważ spełnienie tego warunku ma miejsce przy

$$\vec{H}_* = \vec{H}_d = 0,25 - 0,25\sqrt{5} = -0,3090169 \quad (52)$$

możemy podać wzór na krzywą "lewego" rozmagnesowania o obiegu (* \rightarrow 0 \leftarrow d \leftarrow *)

$$\vec{B}_d = \begin{cases} \vec{B} = 0,5 - (0,5 - \vec{H})^3 \\ \vec{B}_d = 0,5 - (0,25 + 0,25\sqrt{5})^3 + (\vec{H}_d - 0,25 + 0,25\sqrt{5})^3 \end{cases} \quad (53)$$

Przebieg krzywej "lewego" rozmagnesowania materiału według zależności (53) podano na rysunku 5, na którym zaznaczono również linią przerywaną przebieg krzywej pierwszego magniesowania.



Rys. 5. Krzywa "lewego" rozmagnesowania materiału magnetycznie twardego według zależności (53)

3.1.3.2. Krzywa "prawego" rozmagnesowania

Krzywą "prawego" rozmagnesowania wyznaczamy z równania

$$\vec{B} = \begin{cases} \vec{B} = -0,5 + (\vec{H} + 0,5)^3 \\ \vec{B} = -0,5 + (0,5 + \vec{H}_*)^3 - (\vec{H}_* - \vec{H})^3 \end{cases} \quad (54)$$

po dokonaniu w nim podstawienia typu $\vec{B} = \vec{H} = 0$.

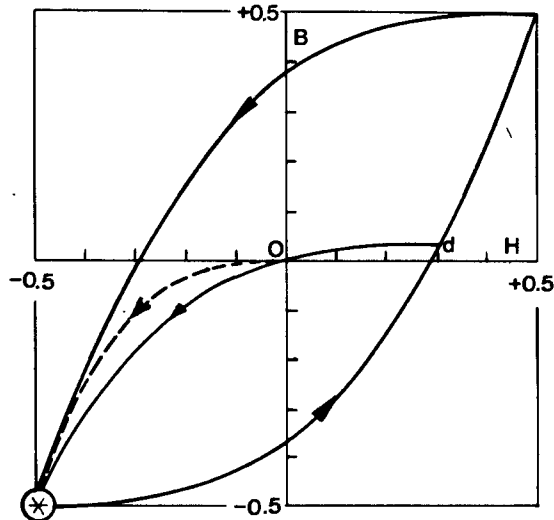
Ponieważ spełnienie tego warunku ma miejsce przy

$$\vec{H}_* = \vec{H}_d = -0,25 + 0,25\sqrt{5} = 0,3090169 \quad (55)$$

możemy podać wzór na krzywą "prawego" rozmagnesowania o obiegu (* \rightarrow d \rightarrow 0 \rightarrow *)

$$\vec{B}_d = \begin{cases} \vec{B} = -0,5 + (\vec{H} + 0,5)^3 \\ \vec{B}_d = -0,5 + (0,25 + 0,25\sqrt{5})^3 + \\ - (-0,25 + 0,25\sqrt{5} - \vec{H}_d)^3 \end{cases} \quad (56)$$

Przebieg krzywej "prawego" rozmagnesowania materiału według zależności (56) podano na rysunku 6, na którym zaznaczono również przebieg krzywej pierwszego magnesowania.



Rys. 6. Krzywa "prawego" rozmagnesowania materiału magnetycznie twardego według zależności (56)

4. UWAGI KOŃCOWE

Modele abstrakcyjne, a zwłaszcza modele matematyczne, dotyczące zjawisk magnetycznych, są podstawą do budowy bardziej doskonałych modeli fizycznych [5]. Odnosi się to również do modeli dotyczących zjawisk magnesowania i histerezy magnetycznej.

Przedstawiony w niniejszej pracy uogólniony model histerezy stwarza nowe możliwości w zakresie identyfikacji i opisu własności materiałów magnetycznych.

W odróżnieniu od innych modeli matematycznych magnesowania, np. modelu N.A. Zołotariewa [10], w omawianym modelu przyjmuje się, że każdy materiał magnetyczny ma właściwą mu strukturę magnetyczną, która w sposób jednoznaczny charakteryzuje jego własności magnetyczne.

Wykorzystując podany w pracy uogólniony model histerezy uzyskano niektóre nowe wyniki w zakresie opisu materiałów magnetycznie twardych, o prostokątnej pętli histerezy oraz materiałów perminwarowych. Wyprowadzono zwłaszcza wzory na całe rodziny krzywych magnesowania oraz rozmagnesowania mające istotne znaczenie dla praktyki. Podana teoria może znaleźć zastosowanie w inżynierii materiałów magnetycznych.

LITERATURA

- [1] Bozorth R.: Ferromagnetism. Toronto - New York - London 1951
- [2] Głuchow W.P., Szmidt R.K. (red.): Normalizacja charakteristik namagnicywania. Riga 1974
- [3] Migdalski J.: Model matematyczny zjawiska histerezy. Archiwum Elektrotechniki. 1976, z. 4
- [4] Migdalski J.: Model pierwszego magnesowania materiałów. Rozprawy Elektrotechniczne 1984, z. 1
- [5] Peierls R.: Budowanie modeli fizycznych. Post. Fiz. 1984, 4
- [6] Pipkin A.C., Rivlin R.S.: Phenomenological theory of magnetic hysteresis. J. Math. Phys. 8 (1967)
- [7] Prechtl A.: Ein nichtlineares Nachwirkungsmodell zur phänomenologischen Darstellung von Hystereseeffekten. Archiv für Elektrotechnik 1977, 4
- [8] PN-72/T-01019. Magnetyzm. Nazwy i określenia
- [9] Talukdar S.N., Bailey J.R.: Hysteresis models for system studies. JEEE Trans. PAS-95 (1976)
- [10] Zołotariew N.A.: Matematičeskaja model' namagnicywania fierromagnietika w odnonaprawlennom pole. Izv. wuzow SSSR Elektromiechanika 1976 No. 12, 1978 No. 7, 1980 No. 9, 1983 No. 5, 1983 No. 9

GENERALIZED MODEL OF MAGNETIZATION AND HYSTERESIS

Summary

A generalized model of magnetization and hysteresis is presented in this paper. The presented model constitutes a generalization of previous models of the author relative to hysteresis and first magnetizing, announced in works /3,4/. In order to illustrate the presented theoretical considerations there were given generalized expressions for magnetization and hysteresis curves of materials holding different magnetic structures, in particular hysteresis loop as well as materials of permivar type.

ОБОБЩЕННАЯ МОДЕЛЬ НАМАГНИЧИВАНИЯ И ГИСТЕРЕЗИСА

Резюме

В работе представлена обобщенная модель намагничивания и гистерезиса, позволяющая точно описать кривые намагничивания и гистерезиса, практически любых магнитных материалов. Рассмотренная модель, представляющая собой обобщение прежних моделей автора [3, 4], предоставляет возможность описать процессы перемагничивания и гистерезиса материалов, начинающиеся с любого начального состояния, в котором состояние материала описывается параметрами $\langle H_*, V_* \rangle$. Для иллюстрации предлагаемой теории приведено обобщенное описание кривых намагничивания и гистерезиса магнитотвердых материалов.

J. Migdalski

MODEL ŚREDNIEGO MAGNESOWANIA MATERIAŁÓW

W pracy podano model matematyczno-fizyczny średniego magnesowania materiałów oparty na teorii magnesowania pary ciał magnetycznych $\langle I, J \rangle$. Dla ilustracji rozważań teoretycznych wyznaczono krzywe średniego magnesowania materiałów magnetycznie twardych, o prostokątnej pętli histerezy oraz typu perminwarowego [4, 5].

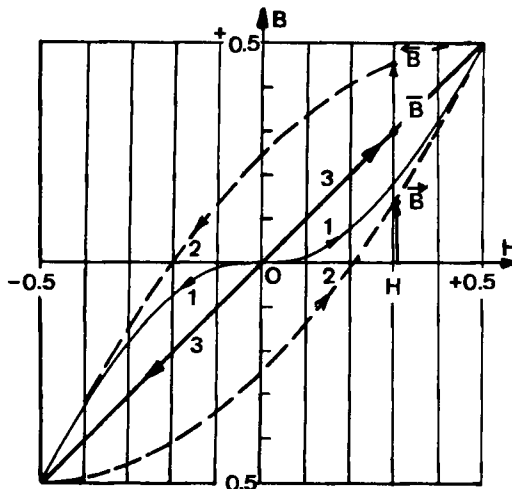
1. WSTĘP

Obliczanie obwodów magnetycznych wykonanych z materiałów o wąskiej pętli histerezy przeprowadza się zazwyczaj na podstawie tzw. krzywej średniego magnesowania danej wzorem

$$\bar{B} = \bar{B}(H) = (\bar{B}(H) + \bar{B}(H)) / 2 \quad (1)$$

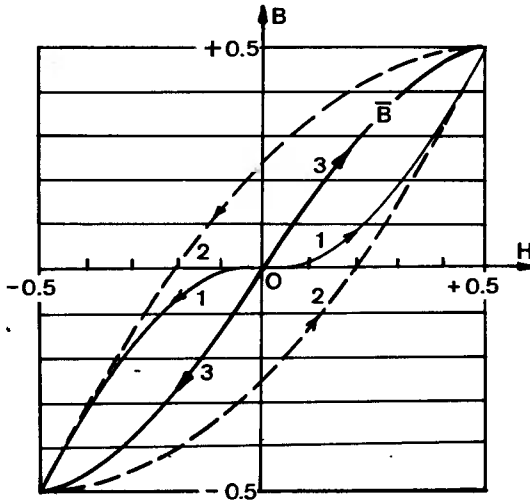
gdzie $\bar{B}(H)$ oraz $\bar{B}(H)$ są wartościami B odczytanymi odpowiednio z wznoszącej się i opadającej gałęzi pętli histerezy dla zadanej wartości H.

Cechą charakterystyczną krzywej średniego magnesowania jest to, że różni się ona w sposób istotny od krzywej pierwszego magnesowania (patrz rys. 1 i 2) i nie posiada punktu przegięcia właściwego dla tej krzywej.



Rys. 1. Konstrukcja krzywej średniego magnesowania (3) materiału typu Rayleigha przy wymuszonym natężeniu pola (liniami przerywanymi zaznaczono krzywe pierwszego magnesowania (1) i krzywe histerezy (2))

Dla obwodów magnetycznych o wymuszonym natężeniu pola, w przypadku obwodów magnetycznych o wymuszonym strumieniu [1] stosuje się odpowiednio wzór $\bar{H}(B) = 0,5 [\bar{H}(B) + \bar{H}(B)]$.

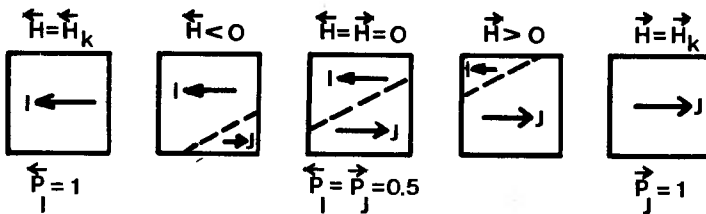


Rys. 2. Konstrukcja krzywej średniego magnesowania (3) materiału typu Rayleigha przy wymuszonym strumieniu

W pracy omówiono pewien model matematyczny magnesowania materiałów prowadzący do otrzymania przebiegu krzywej średniego magnesowania dla obwodów o wymuszonym natężeniu pola. Prezentowany model opiera się na założeniach przyjętych w pracy [4].

2. MAGNESOWANIE ŚREDNIE PARY CIAŁ MAGNETYCZNYCH

Żeby opisać proces magnesowania materiału za pomocą krzywej średniego magnesowania rozpatrzmy zjawiska zachodzące w strukturze złożonej z dwóch ciał namagnesowanych antyrównolegle (rys. 3).



Rys. 3. Poglądowe przedstawienie procesu magnesowania pary ciał magnetycznych $\langle I, J \rangle$ w układzie antyrównoległym $\langle \vec{I}, \vec{J} \rangle$

Ponieważ przedmiotem naszego zainteresowania są materiały jednorodne, tj. materiały zbudowane z elementów i ciał fizycznie i statystycznie jednorodnych [4, 5], będziemy przyjmować, że rozważane ciała magnetyczne są jednorodne, tj. posiadają właściwości magnetyczne typu:

$\vec{H}_{k_I} = \vec{H}_{k_J} = \vec{H}_k$, $\vec{H}_{k_I} = \vec{H}_{k_J} = \vec{H}_k$ oraz $\vec{P}_I = \vec{P}_J = \vec{P}$, $\vec{P}_I = \vec{P}_J = \vec{P}$
 dla $I = J = 1, 2, \dots, N$.

Cechą charakterystyczną wyróżnionej pary ciał magnetycznych jest to, że przy braku zewnętrznego pola magnetycznego ($H = 0$) wykazuje ona zupełny brak namagnesowania ($B = 0$). Oczywiście średnie prawdopodobieństwa magnesowania "na prawo" $\vec{P} = \vec{P}_{\langle I, J \rangle} = F(\vec{P}_I, \vec{P}_J)$ i "na lewo" $\vec{P} = \vec{P}_{\langle I, J \rangle} = F(\vec{P}_I, \vec{P}_J)$, przypadające na jedno ciało magnetyczne, są jednakowe i równe prawdopodobieństwom magnesowania pojedynczych ciał magnetycznych (patrz rys. 3)

$$\vec{P} = \vec{P}_{\langle I, J \rangle} = F(\vec{P}_I, \vec{P}_J) = \vec{P}_I = \vec{P}_J = 0,5 \quad (2)$$

$$\vec{P} = \vec{P}_{\langle I, J \rangle} = \vec{P}_I = \vec{P}_J = 0,5 \quad (3)$$

gdzie

$$\vec{P}_{\langle I, J \rangle} + \vec{P}_{\langle I, J \rangle} = 1 \quad (4)$$

$$\vec{P}_I + \vec{P}_I = 1 \quad (5)$$

$$\vec{P}_J + \vec{P}_J = 1 \quad (6)$$

Prawdopodobieństwa \vec{P}_I oraz \vec{P}_J dotyczą reorientacji I-tego oraz J-tego ciała magnetycznego pod wpływem zewnętrznego pola magnetycznego o wartości $H \in [\vec{H}_k, \vec{H}_k]$, natomiast prawdopodobieństwa \vec{P}_I oraz \vec{P}_J są prawdopodobieństwami zachowania przez I-te oraz J-te ciało magnetyczne posiadanej orientacji.

W wyniku oddziaływania zewnętrznego pola magnetycznego o wartości $0 < \vec{H} < \vec{H}_k$ nastąpi wzrost średniego prawdopodobieństwa magnesowania "na prawo" rozważanej pary ciał magnetycznych przy równoczesnym spadku średniego prawdopodobieństwa magnesowania "na lewo"

$$\vec{P} = \vec{P}_{\langle I, J \rangle} = F(\vec{P}_I, \vec{P}_J) = \frac{\vec{P}_I + \vec{P}_J}{2} = \frac{\vec{P}_I + 1 - \vec{P}_J}{2} = \vec{P} > 0,5 \quad (7)$$

$$\vec{P} = \vec{P}_{\langle I, J \rangle} = F(\vec{P}_I, \vec{P}_J) = \frac{\vec{P}_I + \vec{P}_J}{2} = \frac{\vec{P}_J + 1 - \vec{P}_I}{2} = \vec{P} < 0,5 \quad (8)$$

Ponieważ prawdopodobieństwa \vec{P}_I , \vec{P}_J oraz \vec{P}_I , \vec{P}_J są funkcjami prawdopodobieństw \vec{p} oraz \vec{p} , tj. prawdopodobieństw stanów poszczególnych elementów magnetycznych rozważanych ciał, możemy napisać

$$\vec{P} = \vec{P}_{\langle I, J \rangle} = [F f(\vec{p}), f(\vec{p})] = \frac{f(\vec{p}) + 1 - f(\vec{p})}{2} \quad (9)$$

$$\bar{P} = \bar{P}_{\langle \bar{I}, \bar{J} \rangle} = [F f(\bar{p})] = \frac{f(\bar{p}) + 1 - f(1 - \bar{p})}{2} \quad (10)$$

$$\bar{P} = \bar{P}_{\langle \bar{I}, \bar{J} \rangle} = [F f(\bar{p}), f(\bar{p})] = \frac{f(\bar{p}) + 1 - f(\bar{p})}{2} \quad (11)$$

$$\bar{P} = \bar{P}_{\langle \bar{I}, \bar{J} \rangle} = [F f(\bar{p})] = \frac{f(\bar{p}) + 1 - f(1 - \bar{p})}{2} \quad (12)$$

gdzie

$$\bar{P}_{\bar{I}} = f(\bar{p}) \quad (13)$$

$$\bar{P}_{\bar{I}} = 1 - f(\bar{p}) = 1 - f(1 - \bar{p}) \quad (14)$$

$$\bar{P}_{\bar{J}} = f(\bar{p}) \quad (15)$$

$$\bar{P}_{\bar{J}} = 1 - f(\bar{p}) = 1 - f(1 - \bar{p}) \quad (16)$$

Przy odpowiedniej wartości pola magnetycznego równej wartości krytycznej $\bar{H} = \bar{H}_k = 0,5$ otrzymamy wartości [4, 5]:

$$\bar{P}_{\bar{I}} = f(\bar{p}) = 1, \quad \bar{P}_{\bar{I}} = 1 - f(\bar{p}) = 0,$$

$$\bar{P}_{\bar{J}} = f(\bar{p}) = 0, \quad \bar{P}_{\bar{J}} = 1 - f(\bar{p}) = 1$$

oraz

$$\bar{P} = \bar{P}_{\langle \bar{I}, \bar{J} \rangle} = \frac{f(\bar{p}) + 1 - f(\bar{p})}{2} = 1 \quad (17)$$

$$\bar{P} = \bar{P}_{\langle \bar{I}, \bar{J} \rangle} = \frac{f(\bar{p}) + 1 - f(\bar{p})}{2} = 0 \quad (18)$$

Dla przeciwnego kierunku magnesowania otrzymamy rezultaty analogiczne, lecz o przeciwnych wartościach liczbowych odpowiednich prawdopodobieństw.

Stosując przekształcenia afiniczne typu:

$$\bar{p} = 0,5 + \bar{H}, \quad -0,5 \leq \bar{H} \leq +0,5 \quad (19)$$

$$\bar{p} = 0,5 - \bar{H}, \quad -0,5 \leq \bar{H} \leq +0,5 \quad (20)$$

oraz

$$\begin{aligned} \bar{P} = \bar{P}_{\langle \bar{I}, \bar{J} \rangle} &= 0,5 + \bar{E}_{\langle \bar{I}, \bar{J} \rangle}, \\ -0,5 \leq (\bar{E}_{\langle \bar{I}, \bar{J} \rangle} = \bar{E}) &\leq +0,5 \end{aligned} \quad (21)$$

$$\begin{aligned} \bar{P} = \bar{P}_{\langle \bar{I}, \bar{J} \rangle} &= 0,5 - \bar{E}_{\langle \bar{I}, \bar{J} \rangle}, \\ -0,5 \leq (\bar{E}_{\langle \bar{I}, \bar{J} \rangle} = \bar{E}) &\leq +0,5 \end{aligned} \quad (22)$$

$$\bar{P}_I = 0,5 + \bar{B}_I, \quad -0,5 \leq \bar{B}_I \leq +0,5 \quad (23)$$

$$\bar{P}_I = 0,5 - \bar{B}_I, \quad -0,5 \leq \bar{B}_I \leq +0,5 \quad (24)$$

$$\bar{P}_J = 0,5 - \bar{B}_J, \quad -0,5 \leq \bar{B}_J \leq +0,5 \quad (25)$$

$$\bar{P}_J = 0,5 + \bar{B}_J, \quad -0,5 \leq \bar{B}_J \leq +0,5 \quad (26)$$

możemy napisać następujące wzory

$$\bar{B}_I = \bar{B}_I = f(0,5 + \bar{H}) - 0,5, \quad -0,5 \leq \bar{H} \leq +0,5 \quad (27)$$

$$\bar{B}_I = \bar{B}_I = f(0,5 + \bar{H}) - 0,5 = f(0,5 + \bar{H}) - 0,5 \quad (28)$$

$$\bar{B}_J = \bar{B}_J = 0,5 - f(0,5 - \bar{H}), \quad -0,5 \leq \bar{H} \leq +0,5 \quad (29)$$

$$\bar{B}_J = \bar{B}_J = 0,5 - f(0,5 - \bar{H}) = 0,5 - f(0,5 - \bar{H}) \quad (30)$$

$$\bar{B} = \frac{\bar{B}_{\langle I, J \rangle}}{\langle I, J \rangle} = \frac{\bar{B}_{\langle I, J \rangle}}{\langle I, J \rangle} = \frac{\bar{B}_{\langle I, J \rangle}}{\langle I, J \rangle} = \frac{\bar{B}_I + \bar{B}_J}{2} = \frac{\bar{B}_I + \bar{B}_J}{2} \quad (31)$$

$$\bar{B} = \frac{\bar{B}_{\langle I, J \rangle}}{\langle I, J \rangle} = f(\bar{H}, \bar{H}) = \frac{f(0,5 + \bar{H}) - f(0,5 - \bar{H})}{2} \quad (32)$$

$$\bar{B} = \frac{\bar{B}_{\langle I, J \rangle}}{\langle I, J \rangle} = f(\bar{H}) = \frac{f(0,5 + \bar{H}) - f(0,5 - \bar{H})}{2} \quad (33)$$

$$-0,5 \leq \bar{H} \leq +0,5$$

$$\bar{B} = \frac{\bar{B}_{\langle I, J \rangle}}{\langle I, J \rangle} = f(\bar{H}, \bar{H}) = \frac{f(0,5 + \bar{H}) - f(0,5 - \bar{H})}{2} \quad (34)$$

$$\bar{B} = \frac{\bar{B}_{\langle I, J \rangle}}{\langle I, J \rangle} = f(\bar{H}) = \frac{f(0,5 + \bar{H}) - f(0,5 - \bar{H})}{2} \quad (35)$$

$$-0,5 \leq \bar{H} \leq +0,5$$

Porównując wyrażenia (32) - (35) możemy napisać wzór

$$\bar{B}(\bar{H}) = \frac{\bar{B}_{\langle I, J \rangle}}{\langle I, J \rangle} = \frac{\bar{B}_{\langle I, J \rangle}}{\langle I, J \rangle} = \frac{\bar{B}_{\langle I, J \rangle}}{\langle I, J \rangle} = f(\bar{H}) = \frac{f(0,5 + \bar{H}) - f(0,5 - \bar{H})}{2}, \quad (36)$$

$$-0,5 \leq \bar{H} \leq +0,5$$

Podane wzory pozwalają wyznaczyć krzywe średniego magnesowania ciał jednorodnych o dowolnej strukturze magnetycznej.

Godny podkreślenia jest tu fakt, że przebieg krzywej średniego magnesowania $\bar{B}(\bar{H})$ możemy wyznaczyć na podstawie znajomości krzywych histerezy. Mówiąc inaczej, uśredniony proces magnesowania pary ciał magnetycznych, tj. proces magnesowania odniesiony do jednego ciała magnetycznego, może być opisany z wykorzystaniem modeli magnesowania podanych w pracy [4].

3. MAGNESCWANIE ŚREDNIE MATERIAŁÓW MAGNETYCZNYCH

Proces średniego magnesowania jednorodnego materiału magnetycznego przedstawiony w postaci tzw. krzywej średniego magnesowania jest analogiczny do procesu magnesowania pary ciał magnetycznych $\langle I, J \rangle$ w układzie antyrównoległym $\langle \vec{I}, \vec{J} \rangle$. Podobnie jak w pracy [4] będziemy przyjmować, że materiał magnetyczny, zawierający bardzo dużą liczbę ($N \rightarrow \infty$) jednorodnych ciał magnetycznych, znajduje się w takim stanie namagnesowania, w jakim stanie namagnesowania znajduje się przynajmniej $0 \leq K \leq N$ spośród N jego ciał magnetycznych. Podstawowa różnica polega głównie na tym, że proces magnesowania pojedynczej pary ciał magnetycznych jest procesem o właściwościach probabilistycznych, natomiast proces magnesowania materiału magnetycznego, tj. zbioru ciał magnetycznych, jest procesem o właściwościach praktycznie deterministycznych.

Dla ilustracji praktycznej podanego modelu magnesowania wyznaczmy krzywe średniego magnesowania materiału: a) magnetycznie twardego, b) o prostokątnej pętli histerezy oraz c) typu perminwarowego.

3.1. Magnesowanie średnie materiałów magnetycznie twardych

Materiałami magnetycznie twardymi będziemy nazywać materiały utworzone z ciał magnetycznie twardych, tj. ciał posiadających szeregową strukturę magnetyczną.

Średnie prawdopodobieństwo magnesowania "na prawo" pary ciał magnetycznie twardych albo, inaczej, prawdopodobieństwo magnesowania odniesione do jednego ciała magnetycznie twardego możemy wyrazić wzorem

$$\bar{P} = \frac{\bar{P}_- + \bar{P}_+}{2} = \frac{\bar{p}^n + 1 - (1 - \bar{p})^n}{2}, \quad 0 \leq \bar{p} \leq 1 \quad (37)$$

gdzie $\bar{P}_- = \bar{p}^n$ jest prawdopodobieństwem magnesowania "na prawo" ciała zorientowanego "na lewo", $\bar{P}_+ = 1 - (1 - \bar{p})^n$ jest prawdopodobieństwem magnesowania "na prawo" ciała zorientowanego "na prawo", natomiast \bar{p} jest prawdopodobieństwem magnesowania "na prawo" pojedynczego elementu magnetycznego.

Stosując znane przekształcenia afiniczne możemy na podstawie wyrażenia (37) napisać wzór na krzywą średniego magnesowania materiału magnetycznie twardego

$$0,5 + \bar{B} = \frac{(0,5 + \bar{H})^n + 1 - (1 - 0,5 - \bar{H})^n}{2}, \quad -0,5 \leq \bar{H} \leq +0,5 \quad (38)$$

skąd

$$\bar{B} = \vec{B} = f(\vec{H}) = \frac{(0,5 + \vec{H})^n - (0,5 - \vec{H})^n}{2} \quad (39)$$

$$-0,5 \leq \vec{H} \leq +0,5, \quad -0,5 \leq \vec{B} \leq +0,5$$

gdzie \vec{B} jest unormowaną (bezwymiarową) wartością B, natomiast \vec{H} jest unormowaną (bezwymiarową) wartością H.

Krzywa magnesowania według wyrażenia (39) posiada następujące punkty osobliwe:

$$\vec{B} = \vec{B} = f(\vec{H}) = \begin{cases} -0,5 & \text{dla } \vec{H} = -0,5 \\ 0 & \text{dla } \vec{H} = 0 \\ +0,5 & \text{dla } \vec{H} = +0,5 \end{cases} \quad (40)$$

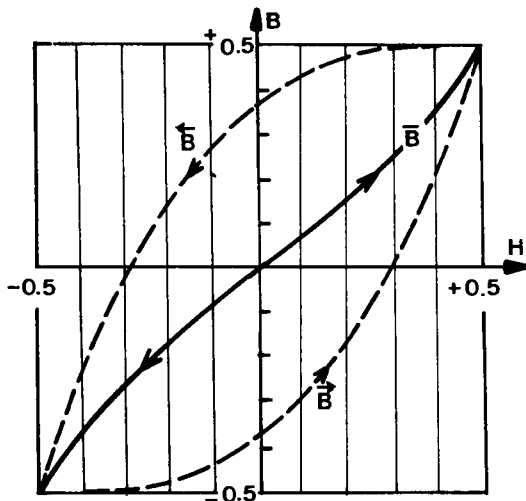
wyznaczające odpowiednio: stan początkowy krzywej namagnesowania ($\vec{B} = \vec{H} = 0$) oraz stany graniczne ($\vec{B} = \vec{H} = -0,5$) i ($\vec{B} = \vec{H} = +0,5$).

Jako przykład wyznaczmy krzywą średniego magnesowania "na prawo" materiału magnetycznie twardego zbudowanego z ciał zawierających po 3 elementy magnetyczne ($n = 3$). Zgodnie z wyrażeniem (39) otrzymujemy wzór

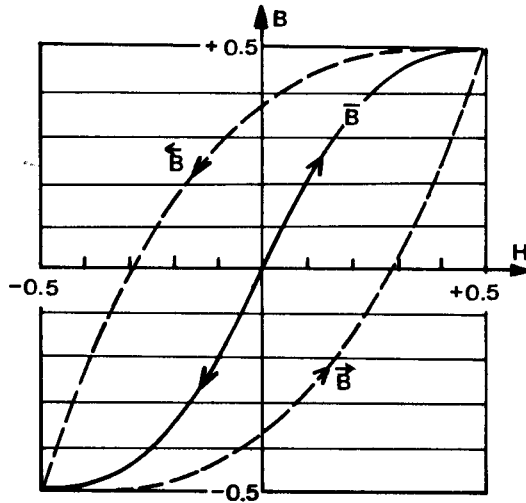
$$\bar{B} = \vec{B} = f(\vec{H}) = \frac{(0,5 + \vec{H})^3 - (0,5 - \vec{H})^3}{2} = \vec{H}^3 + 0,75 \vec{H} \quad (41)$$

$$(0 \leq \vec{H} \leq 0,5)$$

Przebieg krzywej średniego magnesowania według zależności (41) podano na rysunkach 4 i 5.



Rys. 4. Unormowana krzywa średniego magnesowania $\vec{B} = 0,75\vec{H} + \vec{H}^3$ materiału magnetycznie twardego przy wymuszonym natężeniu pola



Rys. 5. Unormowana krzywa średniego magnesowania materiału magnetycznie twardego przy wymuszonym strumieniu

Dla porównania na tym samym rysunku podano również przebieg pętli histerezy oraz krzywą średniego magnesowania "na lewo" wyrażoną wzorem

$$\bar{B} = \bar{B} = f(\bar{H}) = \frac{(0,5 + \bar{H})^3 + (0,5 - \bar{H})^3}{2} = \bar{H}^3 + 0,75 \bar{H} \quad (42)$$

$$(-0,5 \leq \bar{H} \leq 0)$$

Warto podkreślić, że przebiegi średnich krzywych magnesowania $\bar{B} = f(\bar{H})$ oraz $\bar{B} = f(\bar{H})$ możemy wyznaczyć bezpośrednio z przebiegu pętli histerezy korzystając z zależności

$$\bar{B} = \bar{B} = \bar{B} = f(\bar{H}) = \frac{\bar{B} + 1 - \bar{B}}{2} \cdot \frac{f(\bar{H}) + 1 - f(\bar{H})}{2} \quad (43)$$

gdzie $\bar{B} = f(\bar{H})$ oraz $\bar{B} = f(\bar{H})$ są unormowanymi (bezwymiarowymi) przebiegami pętli histerezy.

3.2. Magnesowanie średnie materiałów o strukturach progowych

Materiały o strukturach progowych albo, inaczej, materiały typu "kz n" należą do rodziny materiałów o prostokątnej pętli histerezy [4]. Średnie prawdopodobieństwo magnesowania "na prawo" pary ciał w takim materiale możemy wyrazić wzorem

$$\bar{P} = \frac{\bar{P}^n_{k z n} + \bar{P}^n_{k z n}}{2} = \frac{\bar{P}^n_{k z n} + 1 - \bar{P}^n_{k z n}}{2} \quad (44)$$

gdzie

$$\vec{P}''_{k z n''} = \vec{P}_i \vec{P}''_{(k-1)z(n-1)''} + (1 - \vec{P}_i) \vec{P}''_{k z (n-1)''} \quad (45)$$

$$\vec{P}''_{k z n''} = \vec{P}_i \vec{P}''_{(k-1)z(n-1)''} + (1 - \vec{P}_i) \vec{P}''_{k z (n-1)''} \quad (46)$$

Jako przykład wyznaczmy średnią krzywą magnesowania materiału zbudowanego z ciał typu "2 z 3".

Korzystając z podanych zależności otrzymamy

$$\begin{aligned} \vec{P}''_{2 z 3''} = f(\vec{p}) &= \vec{p} \vec{P}''_{1 z 2''} + (1 - \vec{p}) \vec{P}''_{2 z 2''} = \\ &= \vec{p} (2\vec{p} - \vec{p}^2) + (1 - \vec{p}) \vec{p}^2 = 3\vec{p}^2 - 2\vec{p}^3 \end{aligned} \quad (47)$$

$$\vec{P}''_{2 z 3''} = f(\vec{p}) = 3\vec{p}^2 - 2\vec{p}^3 = 3(1 - \vec{p})^2 - 2(1 - \vec{p})^3 \quad (48)$$

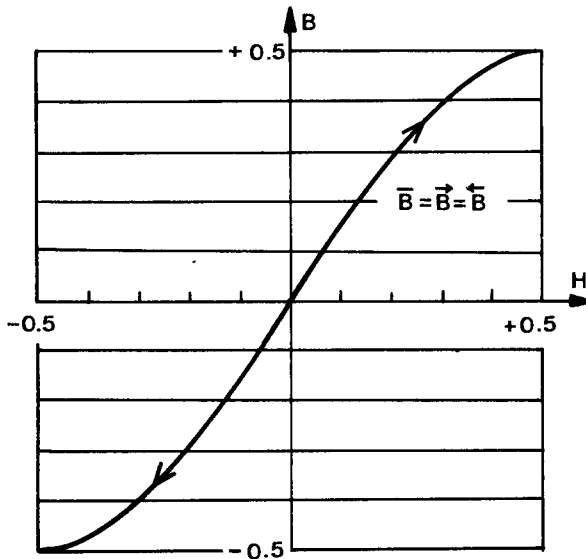
oraz

$$\begin{aligned} \bar{P} = f(p) = \vec{P} = \vec{P} = \\ = \frac{3p^2 - 2p^3 + 1 - 3(1 - p)^2 + 2(1 - p)^3}{2} = 3p^2 - 2p^3 \end{aligned} \quad (49)$$

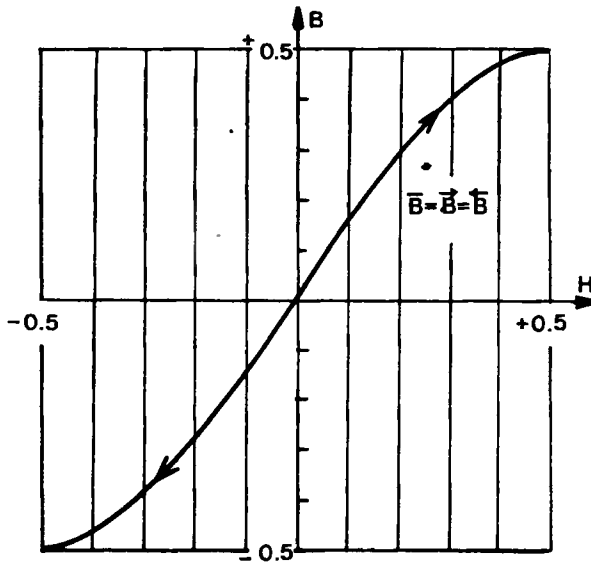
Stosując znane przekształcenia afiniczne otrzymamy wzór

$$\bar{B} = f(\bar{H}) = \vec{B} = \vec{B} = 1,5\bar{H} - 2\bar{H}^3, \quad -0,5 \leq \bar{H} \leq +0,5 \quad (50)$$

Przebiegi krzywych średniego magnesowania według zależności (50) podano na rysunkach 6 i 7.



Rys. 6. Unormowana krzywa średniego magnesowania $\bar{B} = 1,5\bar{H} - 2\bar{H}^3$ materiału o strukturze progowej bez histerezy przy wymuszonym natężeniu pola



Rys. 7. Unormowana krzywa średniego magnesowania materiału o strukturze progowej bez histerezy przy wymuszonym strumieniu

Osobliwością rozważanego materiału magnetycznego jest zupełny brak histerezy magnetycznej. Oczywiście, dla tego rodzaju materiałów przebiegi krzywych średniego magnesowania i przebiegi pętli histerezy są identyczne. Natomiast przebiegi krzywych pierwszego magnesowania różnią się istotnie od przebiegu krzywych średniego magnesowania.

3.3. Magnesowanie średnie materiałów perminwarowych

Materiałami perminwarowymi będziemy nazywać materiały utworzone z ciał magnetycznych typu perminwarowego, tj. ciał o szeregowo - równoległej strukturze magnetycznej.

Srednie prawdopodobieństwo magnesowania "na prawo" pary ciał w takim materiale możemy wyrazić wzorem

$$\bar{P} = f(\bar{p}, \bar{p}) = \frac{\bar{p} - \bar{p}(1 - \bar{p})^{n-1} + 1 - \bar{p} + \bar{p}(1 - \bar{p})^{n-1}}{2} \quad (\bar{p} + \bar{p} = 1) \quad (51)$$

lub też wzorem

$$\bar{P} = f(\bar{p}) = \frac{2\bar{p} - \bar{p}(1 - \bar{p})^{n-1} + (1 - \bar{p})\bar{p}^{n-1}}{2}, \quad (0 \leq \bar{p} \leq 1) \quad (52)$$

przy czym zachodzą następujące związki liczbowe:

$$\bar{P} = f(\bar{p}) = \begin{cases} 0 & \text{dla } \bar{p} = 0 \\ 0,5 & \text{dla } \bar{p} = 0,5 \\ 1 & \text{dla } \bar{p} = 1 \end{cases} \quad (53)$$

Stosując znane przekształcenia afiniczne możemy na podstawie zależności (52) napisać wzór

$$\bar{B} = \underline{B} = f(\bar{H}) = \bar{H} + \frac{(0,5 - \bar{H})(0,5 + \bar{H})[(0,5 + \bar{H})^{n-2} - (0,5 - \bar{H})^{n-2}]}{2} \quad (54)$$

gdzie $-0,5 \leq \bar{H} \leq +0,5$ oraz $-0,5 \leq \bar{B} \leq 0,5$ są unormowanymi (bezwymiaryowymi) wartościami H oraz B.

Krzywa średniego magnesowania według zależności (54) posiada następujące punkty osobiwe:

$$\bar{B} = \underline{B} = f(\bar{H}) = \begin{cases} -0,5 & \text{dla } \bar{H} = -0,5 \\ 0 & \text{dla } \bar{H} = 0 \\ +0,5 & \text{dla } \bar{H} = +0,5 \end{cases} \quad (55)$$

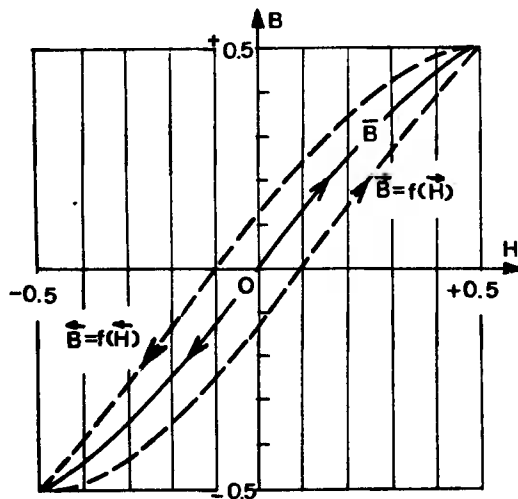
Dla ilustracji podanych związków formalnych wyznaczmy przebieg krzywej magnesowania materiału perminwarowego zbudowanego z najprostszyc ciał perminwarowych, tj. ciał o $n = 3$ elementach magnetycznych.

Wykorzystując zależność (54) możemy napisać wzór

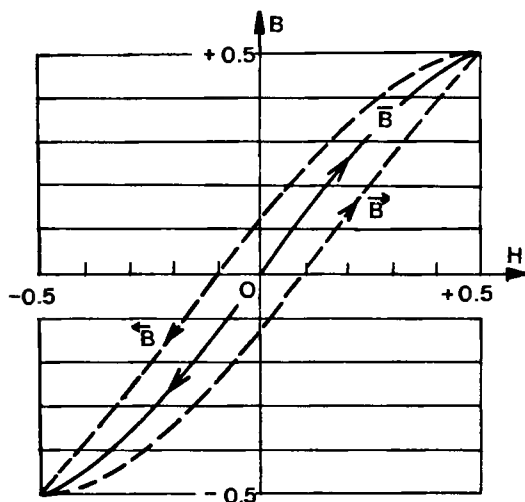
$$\bar{B} = \underline{B} = f(\bar{H}) = \bar{H} + (0,5 - \bar{H})(0,5 + \bar{H}) = 1,25\bar{H} - \bar{H}^3 \quad (56)$$

$-0,5 \leq \bar{H} \leq +0,5$

Przebieg krzywej magnesowania według zależności (56) nodano na rysunkach 8 i 9.



Rys. 8. Unormowana krzywa średniego magnesowania $\bar{B} = 1,25\bar{H} - \bar{H}^3$ materiału perminwarowego przy wymuszonym natężeniu pola



Rys. 9. Unormowana krzywa średniego magnesowania materiału paramagnetycznego przy wymuszonym strumieniu

4. UWAGI KONCOWE

Krzywe średniego magnesowania materiałów magnetycznych wyznacza się na podstawie tzw. granicznych krzywych histerezy, otrzymanych na podstawie rozważań teoretycznych.

Z analizy przebiegu wymienionych krzywych wynika, że są one identyczne jedynie w przypadku materiałów bez histerezy, praktycznie jednakowe dla materiałów o niewielkiej histerezy i zupełnie różne dla materiałów o prostokątnej pętli histerezy. Krzywe średniego magnesowania można modelować metodą pary ciał magnetycznych o przeciwnych kierunkach orientacji.

LITERATURA

- [1] Dąbrowski M.: Pola i obwody magnetyczne maszyn elektrycznych. WNT, Warszawa 1971
- [2] Głuchow W.P., Szmidt R.K. (red.): Normalizacja charakteristik namagniczewania. Zinatnyje, Riga 1974
- [3] Ikonnikow S.N.: Ispytanije magnitnych elementow. Energiya, Moskwa 1968
- [4] Migdalski J.: Model matematyczny zjawiska histerezy. Archiwum Elektryki 1976, z. 4
- [5] Migdalski J.: Model pierwszego magnesowania materiałów. Rozprawy Elektryczne 1984, z. 1

MATHEMATICAL MODEL OF THE AVERAGE MAGNETIZATION

Summary

A mathematical model of the average magnetization is presented in this paper. In the model it is assumed that the magnetic material is composed of a great number of magnetic bodies /I.J./. To illustrate the average magnetization for typical magnetic materials an outlook is given, namely: for magnetically hard materials, materials with rectangular hysteresis loop and for perm-invars type materials /4,5/

МОДЕЛЬ СРЕДНЕГО НАМАГНИЧИВАНИЯ МАТЕРИАЛОВ

Резюме

В работе представлена физико-математическая модель среднего намагничивания материалов, основанная на теории намагничивания пары магнитных тел <I.J>.

Для иллюстрации представленной теории приведены математические формулы кривых среднего намагничивания магнитотвердых материалов с прямоугольной петлей гистерезиса и материалов перминварового типа [4, 5].

J. Migdalski

MODEL MATERIAŁU MAGNETYCZNEGO RAYLEIGHA

Podano model matematyczno-fizyczny materiału magnetycznego typu Rayleigha. W modelu przyjęto, że materiał magnetyczny jest systemem złożonym z dużej liczby ciał i elementów magnetycznych.

1. WSTĘP

W bogatej literaturze z zakresu ferromagnetyzmu można spotkać wiele pojęć związanych z nazwiskiem znakomitego fizyka angielskiego J. Rayleigha [1, 3, 4, 11, 14], a zwłaszcza z takimi pojęciami jak prawo Rayleigha, obszar Rayleigha, releksyjowa pętla histerezy, stała materiałowa Rayleigha itp.

W pracy tej omówiono model matematyczno-fizyczny materiału prowadzący do uzyskania znanych formuł Rayleigha. Przedstawiony model umożliwi przeprowadzenie pełnej charakterystyki i identyfikacji rozważanego materiału magnetycznego, który proponuje się nazwać materiałem magnetycznym Rayleigha. Stwierdzono, że wśród praktycznie nieograniczonej różnorodności materiałów magnetycznych omawiany materiał Rayleigha jest najprostszy z możliwych, tj. materiałem nr 1 w omawianym układzie materiałów magnetycznych.

2. PĘTLA HISTEREZY TYPU RAYLEIGHA

W roku 1887, tj. ponad 100 lat temu, J. Rayleigh [12] podał dosyć proste wyrażenie matematyczne umożliwiające opisanie pętli histerezy badanych przez niego materiałów magnetycznych. We współczesnej konwencji wzory Rayleigha można zapisać w postaci:

$$\vec{B}_R = f(\vec{H}; \mu_0, \nu, H_m) = \begin{cases} \vec{B}_R = (\mu_0 + 2 \nu H_m) \vec{H} + \nu (H_m^2 - \vec{H}^2) \\ \vec{B}_R = (\mu_0 + 2 \nu H_m) \vec{H} - \nu (H_m^2 - \vec{H}^2) \end{cases} \quad (1)$$

przy czym:

H - chwilowa,

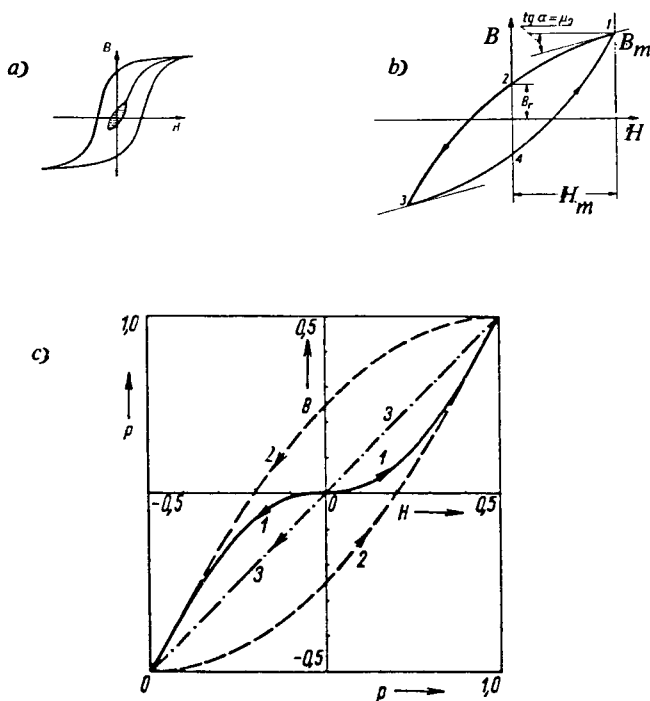
H_m - zaś maksymalna wartość natężenia pola magnetycznego występującego w danym cyklu (rys. 1b),

μ_0 - początkowa dynamiczna przenikalność magnetyczna materiału,

ν - stała materiałowa, nazywana obecnie stałą Rayleigha.

Chociaż J. Rayleigh nie podał żadnego modelu fizycznego opisywanych zjawisk, wielu autorów np. [11, 14] uważa, że nie jest to wyłącznie udana próba rozwinięcia funkcji $B = f(H)$ w szereg potęgowy ograniczony do drugiej składowej.

Według K.M. Poliwanowa [11] matematycznym opisem Rayleigha można przyrządkować odpowiednie modele fizyczne lub matematyczno-fizyczne.



Rys. 1. Graficzna ilustracja tzw. "obszaru Rayleigha" (a), relejowskiej pętli histerezy (b) oraz charakterystyk materiału magnetycznego Rayleigha (c) otrzymanych drogą teoretyczną: 1 - krzywe pierwszego magnesowania, 2 - krzywe histerezy, 3 - linia średniego magnesowania

3. MATERIAŁ MAGNETYCZNY RAYLEIGHA

Poniżej przedstawiono pewien model matematyczno-fizyczny materiału magnetycznego prowadzący do uzyskania wyrażeń Rayleigha. Model ten na cześć znakomitego badacza ferromagnetyków i magnetyzmu będziemy nazywać krótko materiałem magnetycznym Rayleigha.

Zgodnie z pracami [5, 6, 8] przyjmuje się, że o właściwościach magnetycznych materiału decyduje jego struktura magnetyczna. Pojęcie to omówiono m.in. w pracach [5 i 6].

Z analizy problemu wynika, że najprostszym materiałem magnetycznym jest właśnie materiał Rayleigha, tj. materiał utworzony z dwuelementowych

ciał magnetycznych o szeregowej strukturze magnetycznej. Tego rodzaju ciała magnetyczne będą dalej nazywane ciałami Rayleigha. Ich cechą charakterystyczną jest to, że zależnie od stanów elementów magnetycznych mogą one znajdować się w stanach magnetycznych nazwanych umownie stanami: a) orientacji "na prawo" (\rightarrow), b) orientacji "neutralnej" (—) i c) orientacji "na lewo" (\leftarrow). W przypadku ciał Rayleigha będziemy zatem przyjmować, że ciało to znajduje się w stanie: a) orientacji "na prawo" jedynie wtedy, kiedy oba elementy magnetyczne są zorientowane zgodnie "na prawo", b) orientacji "na lewo" jedynie wtedy, kiedy oba elementy magnetyczne zorientowane są zgodnie "na lewo" oraz c) orientacji "neutralnej" wtedy, kiedy oba elementy są zorientowane przeciwnie. O stanie magnetycznym materiału decyduje stan i liczba jego ciał magnetycznych [5, 6].

Dla materiału magnetycznego Rayleigha, tj. materiału utworzonego z ciał magnetycznych Rayleigha, można podać następujące wyrażenia na uogólnione krzywe magnesowania i histerezy [8]:

$$\vec{B}_R = f(\vec{H}; H_*, B_*) = \begin{cases} \vec{B}_R = \vec{B}_* - (0,5 + \vec{B}_*) \left(\frac{\vec{H} - \vec{H}_*}{0,5 + \vec{H}_*} \right)^2 \\ \vec{B}_R = \vec{B}_* + (0,5 - \vec{B}_*) \left(\frac{\vec{H}_* - \vec{H}}{0,5 - \vec{H}_*} \right)^2 \end{cases} \quad (2)$$

przy czym

H_* i B_* - wartości początkowe (punkty startowe) H i B .

Dla $B_* = H_* = 0$ otrzymuje się odpowiednie krzywe pierwszego magnesowania materiału magnetycznego Rayleigha (rys. 1c):

$$\vec{B}_{RO} = f(\vec{H}) = \begin{cases} \vec{B}_{RO} = f(\vec{H}) = 2\vec{H}^2, & -0,5 \leq \vec{H} \leq 0 \\ \vec{B}_{RO} = f(\vec{H}) = 2\vec{H}^2, & 0 \leq \vec{H} \leq 0,5 \end{cases} \quad (3)$$

natomiast dla $\vec{B}_* = \vec{H}_* = -0,5$ oraz $\vec{B}_* = \vec{H}_* = 0,5$ otrzymuje się graniczną pętlę histerezy rozważanego materiału magnetycznego (rys. 1c):

$$\vec{B}_R = f(\vec{H}) = \begin{cases} \vec{B}_R = +0,25 + \vec{H} - \vec{H}^2, & -0,5 \leq \vec{H} \leq 0,5 \\ \vec{B}_R = -0,25 + \vec{H} + \vec{H}^2, & -0,5 \leq \vec{H} \leq 0,5 \end{cases} \quad (4)$$

przy czym \vec{H} , \vec{H} oraz \vec{B} , \vec{B} są unormowanymi (bezwymiarowymi) wartościami H oraz B .

Porównując wyrażenia (1) i (4) można stwierdzić, że są one identyczne, przy czym ścisła identyczność ma miejsce wówczas, gdy poszczególne stałe wyrażenia relejowskie przyjmą następujące wartości liczbowe:

- stała materiałowa $\vec{V} = -1$,
- przenikalność początkowa materiału $\mu_0 = 0$,
- wartość maksymalna (graniczna) natężenia pola $H_m = -0,5$.

Istotnie, po podstawieniu podanych wartości do wzoru (1) otrzymuje się kolejno wyrażenia:

$$I. \vec{B}_R = f(\vec{H}, H_m, \mu_0, \psi = -1) = \begin{cases} \vec{B}_R = (\mu_0 - 2H_m) \vec{H} + (H_m^2 - H^2) \\ \vec{B}_R = (\mu_0 - 2H_m) \vec{H} - (H_m^2 - H^2) \end{cases} \quad (5)$$

$$II. \vec{B}_R = f(H, H_m, \mu_0 = 0, \psi = -1) = \begin{cases} \vec{B}_R = -2H_m \vec{H} + (H_m^2 - H^2) \\ \vec{B}_R = -2H_m \vec{H} - (H_m^2 - H^2) \end{cases} \quad (6)$$

$$III. \vec{B}_R = f(H, H_m = -0,5, \mu_0 = 0, \psi = -1) = \begin{cases} \vec{B}_R = +0,25 + \vec{H} - H^2 \\ \vec{B}_R = -0,25 + \vec{H} + H^2 \end{cases} \quad (7)$$

Ilustrację graficzną podanych zależności przedstawiono na rysunku 1c.

4. UWAGI KOŃCOWE

1. W pracy wykazano, że matematycznym wyrażeniom Rayleigha, podanym przeszło 100 lat temu, można przyporządkować odpowiedni model matematyczno-fizyczny materiału magnetycznego prowadzący do identycznych wyników.
2. Z głębszej analizy omawianego zagadnienia wynika, że teoretycznie (potencjalnie) istnieje nieograniczona różnorodność materiałów magnetycznych, przy czym każdy z nich może być opisany formalnie.
3. Przedstawiony model materiału, odpowiadający opisom Rayleigha, jest najprostszy z możliwych.

LITERATURA

- [1] Bozorth R.: Ferromagnetism. New York 1951
- [2] Chramow J.A.: Fiziki. Kijew 1977
- [3] Istvánffy E.: Materiały magnetyczne i ich zastosowanie. Warszawa 1956
- [4] Magnetyzm. Nazwy i określenia. PN-72/T-01019
- [5] Migdalski J.: Model matematyczny zjawiska histerezy. Archiwum Elektrotechniki 1976, z. 4
- [6] Migdalski J.: Model pierwszego magnesowania materiałów. Rozprawy Elektrotechniczne 1984, z. 1
- [7] Migdalski J.: Bezwymiarowe charakterystyki materiałów magnetycznych i ich wyznaczanie. Referat na I Krajowe Sympozjum Pomiarów Magnetycznych, Kielce-Chęciny 1985
- [8] Migdalski J.: Uogólniony model histerezy. Archiwum Elektrotechniki 1988, z. 1
- [9] Peierls R.: Budowanie modeli fizycznych. Post. Fizyki 1984, nr 4
- [10] Philippow E.: Nichtlineare Elektrotechnik. Leipzig 1957
- [11] Poliwanow K.M.: Fierromagnietiki. Moskwa 1957
- [12] Rayleigh J.: Phil. Mag. vol. 23: 1887

[13] Rayleigh J.: Phil. Mag. vol. 34: 1892

[14] Tikadzumi S.: Fizika ferromagnietizma. Moskwa 1987

PHYSICAL MODEL OF THE MAGNETIC MATERIAL OF RAYLEIGH

Summary

The paper presents a physical model of the magnetic material of Rayleigh. It is assumed in the model that the magnetic material (as a system is composed of a great number of magnetic elements (system elements) and magnetic bodies (subsystems).

МОДЕЛЬ МАГНИТНОГО МАТЕРИАЛА ТИПА RAYLEIGHA

Резюме

Представлена физико-математическая модель магнитного материала для известных формул Rayleigha. Материалы, обладающие такими особенностями, предлагается называть материалами "Rayleigha".

K.A. Lipkowskij
Z. Gientkowski

SPOSOBY SEKCJONOWANIA TRANSFORMATOROWO-ŁĄCZNIKOWYCH STRUKTUR WYKONAWCZYCH
DYSKRETNYCH REGULATORÓW NAPIĘCIA

Przedstawiono metodykę optymalizacji struktur transformatorowo-łącznikowych dyskretnych regulatorów napięcia. Podano zalecenia odnośnie takich układów oraz przykłady obliczeń.

Opisane w pracy [2] transformatorowo-łącznikowe struktury wykonawcze (TŁSW) zapewniają osiągnięcie określonej liczby S niepowtarzających się przekładni, dzięki dyskretnemu przełączaniu odczepów elementu transformującego za pomocą N półprzewodnikowych elementów łącznikowych. Struktury te znajdują szerokie zastosowanie w urządzeniach o różnym przeznaczeniu funkcjonalnym takich jak: przetwornica napięcia o działaniu dyskretnym, stabilizatory o jednym lub kilku kanałach wyjściowych, programowane regulatory, stabilizatory z możliwością zmiany poziomu nastawy itp.

Jeśli napięcie na obciążeniu ma być regulowane według zadanej funkcji, to wykorzystując TŁSW można to osiągnąć z określoną dokładnością, uwarunkowaną dyskretnością szeregu realizowanych przekładni, tj. możliwością przedstawienia napięcia wyjściowego tylko w postaci określonej liczby stopni regulacji.

Przy konstruowaniu tego rodzaju regulatorów cyfrowych na bazie TŁSW powstaje sprzeczność jaką jest wymaganie osiągnięcia możliwości największego S przy możliwie małej liczbie N (jako kryterium jakości struktury przyjęto wprowadzony w [3] współczynnik efektywności wykorzystania łączników $\xi = S/N$, bowiem poszukiwanie i uzasadnienie celowości zastosowania dowolnego innego formalnego kryterium stanowi oddzielny problem i nie jest w niniejszej pracy rozpatrywane). Osiągnięcie sukcesu w rozwiązaniu tej sprzeczności jest niemożliwe bez rozbicia (dekompozycji) wszystkich N łączników na grupy $N_i \in N$.

Najbardziej rozpowszechnionym sposobem jest dekompozycja na grupy (węzły regulacji - WR), z których każda składa się z jednej sekcji uzwojenia regulacyjnego i dwóch półprzewodnikowych łączników prądu przemiennego ($N_i = 2$). W tym przypadku $S = 2^{0.5N}$ a $\xi_2 = 2^{0.5N}/N$ [9]. Całkowicie równoważna, jeżeli chodzi o parametr ξ , jest dekompozycja na grupy zawierające po cztery łączniki i trzy sekcje uzwojenia regulacyjnego w WR. Dla tego przypadku $S = 4^{0.25N} = \xi_2^{0.5N}$ i $\xi_4 = 2^{0.5N}/N = \xi_2$.

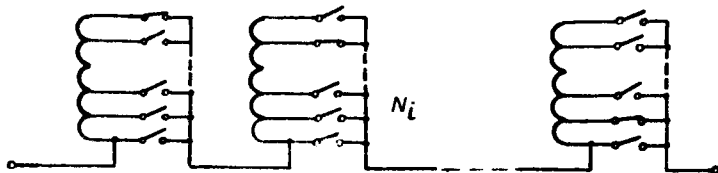
W [4] przedstawiono celowość zastosowania w każdym bloku dwóch podsekcji uzwojenia regulacyjnego i trzech łączników ($N_i = 3$). Dla tego wa-

riantu $S = 3^{N/3}$ i odpowiednio $\xi_3 = 3^{N/3}/N = 1.125^{N/6} \xi_2$. Maksymalną wartość można osiągnąć dla pewnego hipotetycznego przypadku przy $N_1=e$, gdzie e - podstawa logarytmu naturalnego. Teoretyczne uzasadnienie powyższego stwierdzenia przedstawione w [4], bazuje na założeniu, że przy wykorzystaniu jednego elementu elektromagnetycznego (transformatora, autotransformatora) w dowolnej chwili czasowej w każdym WR pracuje tylko jeden łącznik.

Warianty $N_1 = 2$ i $N_1 = 4$ są najbardziej zbliżonymi do optymalnego, możliwymi do praktycznej realizacji, przypadkami rozbitcia zbioru łączników N na podzbiory, przy czym WR zawierający trzy łączniki posiada pewną przewagę jeżeli chodzi o parametr ξ . Ocena efektywności WR o innej liczbie łączników N_1 (rys. 1) wydaje się być celowa właśnie względem tego parametru. Wtedy

$$\xi_{N_1}^* = \frac{N_1}{\xi_3} = (N^{1/N_1} 3^{-1/3})^N = (0.6934 N_1^{1/N_1})^N \quad (1)$$

Z powyższego wynika, że efektywność względna jest funkcją zarówno liczby łączników w WR, jak i całkowitej liczby łączników N .



Rys. 1. Dekompozycja zbioru N łączników na grupy N_1

Na rysunku 2 przedstawiono zależności $\xi_{N_1}^* = f(N_1)$ dla kilku wartości N ($N = 10, 15, 20, 25, 30$) oraz zależności wartości wyrażenia w nawiasach we wzorze (1) od N_1 .

Przedstawione zależności graficzne stanowią przejrzysty obraz jakościowy powyższych rozważań. W celu porównania ilościowego TŁSW o N_1 oraz trzech łącznikach w WR należy wybierać konkretne wartości N_1 oraz 3 (np. przy $N_1 = 5$ porównanie można przeprowadzić dla $N = 15, N = 30$ itd., przy $N_1 = 7$ dla $N = 21, N = 42$ itd.). Z porównania wynika, że zastosowanie $N_1 > 5$ jest niecelowe przy dowolnych wartościach N , zastosowanie wariantów $N_1 = 2$ oraz $N_1 = 4$ jest dopuszczalne tylko przy niewielkiej liczbie elementów, natomiast przewagę posiada TŁSW z węzłami regulacji o trzech łącznikach.

Na uwagę zasługuje fakt, że w procesie rozwiązywania danego problemu można zaobserwować ciekawą analogię odnośnie wyboru racjonalnej podstawy pozycyjnych systemów liczbowych (SL) w technice cyfrowej. W dowolnym systemie liczbowym tego rodzaju liczba x może być przedstawiona w postaci

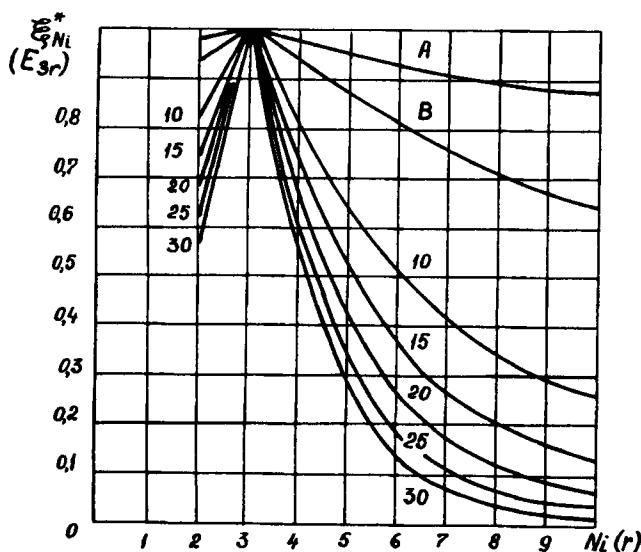
$$x = \sum_{i=1}^n x_i r_i \quad (2)$$

gdzie:

x_i - cyfry na poszczególnych pozycjach,

r_i - wartości pozycji,

n - ilość pozycji w zapisie cyfry.



Rys. 2. Zależność efektywności względnej TŁSW od całkowitej liczby łączników N oraz ilości łączników w węźle regulacji N_1

W praktyce stosowane są tylko jednorodnie SL o naturalnym następcie wag [7]. W takich SL liczba dopuszczalnych cyfr na każdej z pozycji jest jednakowa ($0 < x_i < r - 1$), a $r_i = r^{i-1}$, gdzie: r - liczba całkowita nazywana podstawą systemu liczbowego. Uwzględniając powyższe, wyrażenie (2) można zapisać w postaci:

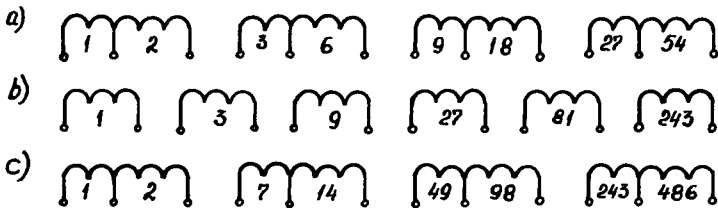
$$x = \sum_{i=1}^n x_i r^{i-1} \quad (3)$$

Jeżeli za punkt wyjścia przyjąć, tak jak to zrobiono w [1], warunek minimalizacji ilości elementów (rn), niezbędnych do przedstawienia liczby x , to optymalnym wariantem okaże się równość $r = e$. Niewygoda, związana z podstawą ułamkową, zmusza do wybierania w procesie realizacji zadania trójkowego lub dwójkowego systemu liczbowego. Ekonomiczność SL o dowolnej podstawie r wygodnie jest oceniać ze względu na koszt przedstawienia liczby $D_r = r \log_r x$, względem wariantu optymalnego, ($r = e$), lub też względem najbliższego temu wariantowi trójkowego systemu liczbowego [6]:

$$E_{3r} = \frac{D_3}{D_r} = \frac{3}{\ln 3} \cdot \frac{\ln r}{r} - 2.73 \frac{\ln r}{r} \quad (4)$$

Zależność E_{3r} , przeliczona zgodnie z (4), jest przedstawiona na rysunku 2 (krzywa B). Jak wynika z rysunku, krzywa ta jest zbieżna z zależnością $\xi^* = f(N_1)$. Różnicę ilościową można wyjaśnić tym, że zamiast stosunku zapisywanych liczb (liczb poziomów napięcia S) brany jest stosunek ich logarytmów. Prowadzi to jeszcze do tego, że na ocenę SL (TŁSW) przestaje wpływać całkowita liczba stanów rejestru nr (ilość łączników N). Mimo tych różnic, wspólną cechą pozostaje istnienie optymalnego wariantu ($r = e$ lub $N_1 = e$), zależnie od stosowania systemu trójkowego (lub ZR o $N_1 = 3$) jako najkorzystniejszego oraz dopuszczalności zastosowania dwójkowego lub trójkowego SL (o $N_1 = 2$ lub $N_1 = 4$).

Wyjawienie danej analogii stało się możliwe dzięki wykorzystaniu wyników prowadzonych w ostatnich latach badań nad transformatorowo-łącznikowymi strukturami wykonawczymi. Należy jednak zaznaczyć, że już w [8] była wykorzystana terminologia i niektóre zasady obowiązujące w technice cyfrowej do określania racjonalnego sekcjonowania uzwojeń transformatorów regulacyjnych. W pracy tej, jako funkcję celu przyjęto ilość odczepów uzwojeń transformatora, natomiast sposoby i środki techniczne służące do ich przełączenia pozostawały poza polem widzenia. Przy takim podejściu, za najlepszy uznano "system trójkowy o symetrycznej bazie" (rys. 3b), który przy 12 wyjściach pozwala uzyskać 364 niepowtarzalne przekładnie, stanowiące postęp arytmetyczny, podczas gdy wariant przedstawiony na rysunku 3a, nazywany przez autorów "zwykłym systemem trójkowym", zapewnia uzyskanie tylko 120 takich przekładni. W późniejszym czasie zaproponowano jeszcze efektywniejsze rozwiązanie, przedstawione na rysunku 3c, pozwalające przy tychże 12 wyjściach uzyskać 1200 możliwych przekładni, dzięki oryginalnemu wyborowi stosunków zwojów sekcji regulacyjnych transformatora [5].



Rys. 3. Sekcjonowanie uzwojeń transformatorów regulacyjnych: a) zwykły system trójkowy, b) system trójkowy o symetrycznej bazie, c) system kombinowany

Kompleksowe potraktowanie układu transformator z odczepami - przełącznik półprzewodnikowy, tj. rozpatrywanie transformatorowo-łącznikowych struktur wykonawczych, spowodowało konieczność przyjęcia innej funkcji celu - parametru ξ i, jak to wykazano, uznanie za najbardziej racjonalną realizację TŁSW na bazie dwu- i trójłącznikowych węzłów regulacji.

Oba wymienione warianty posiadają jednak istotną wadę - dodanie każdego następnego WR zwiększa ilość łączników o N_1 co powoduje podwojenie maksymalnej możliwej liczby przekładni. Inaczej, dyskretność szeregu S

$(S_{N_1}, S_{2N_1}, S_{3N_1}, \dots, S_{N-N_1}, S_N)$, w którym każdy następny wyraz jest N_1 razy większy od poprzedniego, jest bardzo duża. Poza tym, w ogólnym przypadku wymagana liczba przekładni S_p nie pokrywa się z żadnym wyrazem tego szeregu. Zmusza to do wybierania takiego N , aby

$$\frac{\frac{N}{N_1} - 1}{N_1} = \frac{S_N}{N_1} < S_p \leq S_N = \frac{N}{N_1}$$

Różnica $(S_N - S_p)$ może być dość istotna i osiąga ona maksymalną wartość równą $[S_N(1 - 1/N_1) - 1]$ w przypadku kiedy $S_p = S_N/N_1 - 1$. Fakt ten powoduje dwojaki skutek. Po pierwsze, zrealizowany praktycznie współczynnik efektywności wykorzystania elementów łącznikowych może okazać się znacznie mniejszy od maksymalnie dopuszczalnej jego wartości przy przyjętym N :

$$\frac{S_p}{N} = \xi_p \leq \xi_{\max} = \frac{S_N}{N}$$

Rzeczywiście, przedstawione na rysunku 4 zależności $\xi_p = f(S_p)$ dla $N_1 = 2$ (linia kresko-punktowa) oraz dla $N_1 = 3$ (linia punktowa) nie są monotoniczne i są znacznie oddalone od granicznego hipotetycznego wariantu ($N_1 = e$), chociaż jak należało oczekiwać, system trójkowy okazał się pod tym względem korzystniejszy.

Po drugie, wskutek tego, że $S_p \leq S_N$, często zachodzi konieczność niewykorzystania wszystkich możliwości, jakie zapewniają TŁSW. Pozwala to mówić o pewnym nadmiarze rozwiązania I , który należy rozumieć jako wielkość bezwymiarową

$$I = \frac{S_N - S_p}{S_p} = \frac{S_N}{S_p} - 1$$

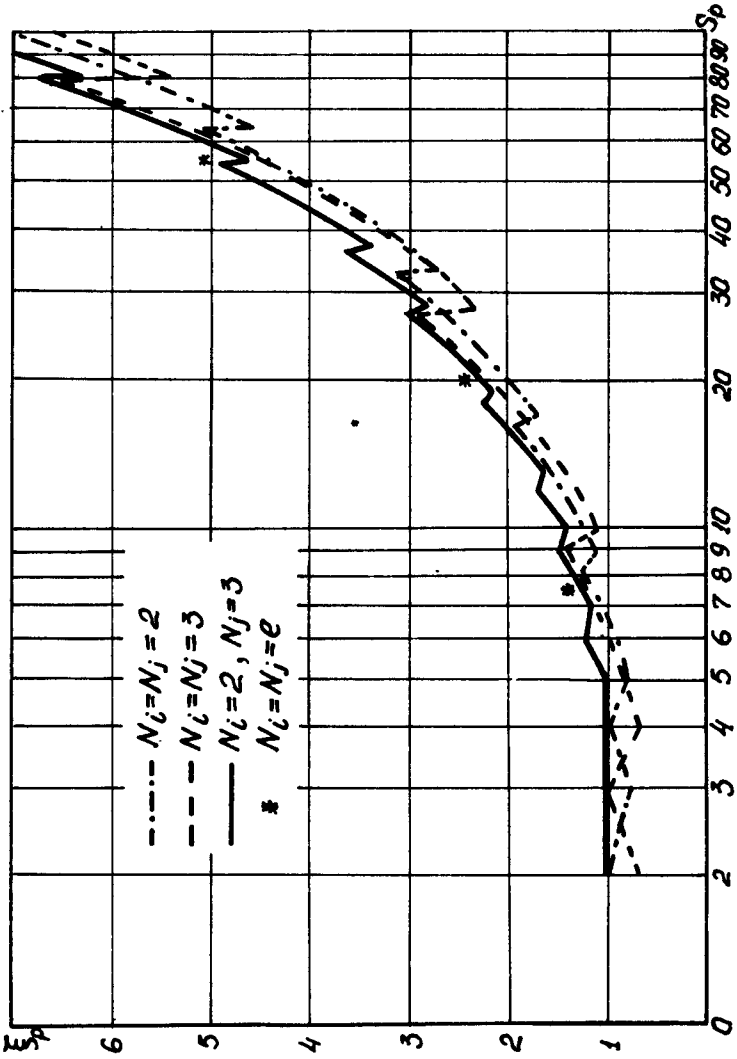
Na rysunku 5 przedstawiono zależności $I = f(S_p)$. Nadmiar w TŁSW o systemie trójkowym może osiągnąć wartości większe niż w TŁSW o systemie dwójkowym. Uśredniając ten wskaźnik w przedziale $S_p = 2 \dots 100$ zgodnie z wyrażeniem

$$I_{\text{sr}} = \frac{1}{99} \sum_{i=2}^{100} I_i$$

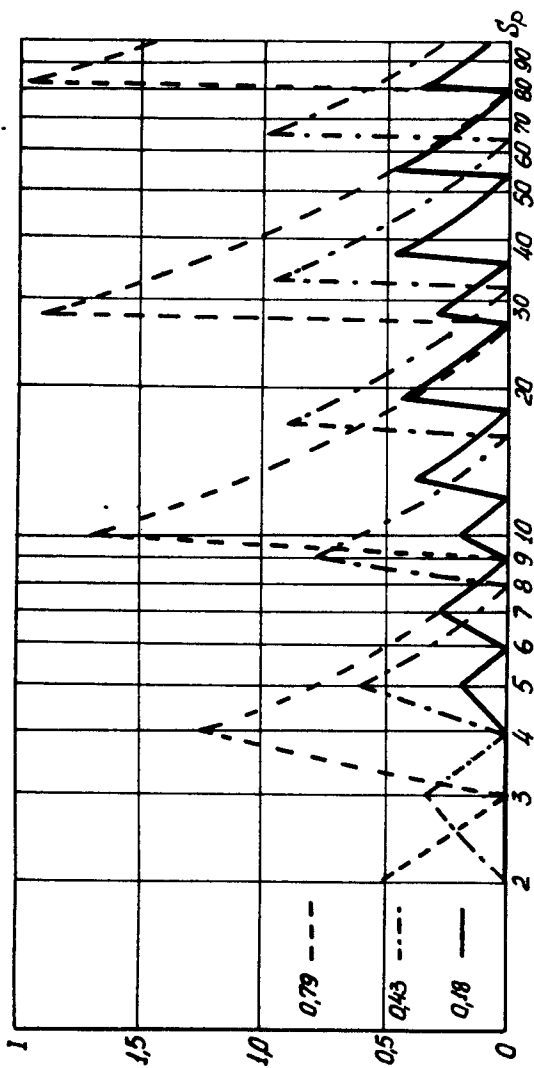
otrzymuje się dla przypadku $N_1 = 2$ $I_{\text{sr}} = 0.4276$, a dla przypadku $N_1 = 3$ $I_{\text{sr}} = 0.7939$.

Ponieważ nadmiarowość w odniesieniu do liczby przekładni jest w szeregu przypadków związana z nadmiarowością liczby łączników, niezbędnym okazało się opracowanie sposobów jej zmniejszania.

Jako udane rozwiązanie tego problemu należy uważać zgrupowanie w jednej TŁSW węzłów regulacji o różnej ilości łączników. Jest to równoważne z wprowadzeniem systemów liczbowych o zmiennych podstawach, tj. niejednorodnych SL. Zastosowanie takich SL w technice cyfrowej byłoby związane z du-



Rys. 4. Zależność współczynnika praktycznej efektywności wykorzystania elementów łącznikowych od wymaganej liczby przekładni



Rys. 5. Nadmiar liczby przekładni transformatora jako funkcja wymaganej liczby przekładni dla różnych sposobów sekcjonowania uzwojeń

żymi trudnościami. W danym przypadku mogą jedynie wystąpić pewne trudności wyłącznie w realizacji struktur wykonawczych.

Zbudowanie TŁSW na bazie tylko dwóch typów WR - dwu- i trójłącznikowych pozwala już zmniejszyć dyskretność szeregu $N = \{y : 2 \leq y \leq N_{\max}\}$ do jednego łącznika. Ponieważ własności WR o $N_1 = 3$ są zbliżone do własności wariantu optymalnego $N_1 = e$, to ten fakt dyktuje konieczność wykorzystania przede wszystkim trójłącznikowych WR w połączeniu z jednym ($n_2 = 1$) lub dwoma ($n_2 = 2$), w celu wyeliminowania liczby jednocześnie szeregowo pracujących łączników. Celowe jest zastąpienie dwóch dwułącznikowych węzłów regulacji jednym zespołem czterołącznikowym ($n_4 = 1$) o identycznym współczynniku efektywności wykorzystania elementów łącznikowych.

W ten sposób, w ogólnym przypadku TŁSW zawiera n_{Σ} węzłów regulacji:

$$n_{\Sigma} = n_2 + n_3 + n_4,$$

przy czym

$$n_3 \geq n_{\Sigma} - 1 \Rightarrow n_2 + n_4 \leq 1$$

Całkowitą liczbę węzłów regulacji można określić z nierówności

$$4 \cdot 3^{n_{\Sigma}-2} < S_p \leq 4 \cdot 3^{n_{\Sigma}-1},$$

która po pewnych przekształceniach przybiera postać:

$$\frac{\ln 0.75 S_p}{\ln 3} \leq n_{\Sigma} < \frac{\ln 2.25 S_p}{\ln 3} \quad (5)$$

Ponieważ w nierówności (5) górna granica różni się od dolnej o jedność, to n_{Σ} może być jednoznacznie określone jako całkowita część liczby, odpowiadającej górnej granicy

$$n_{\Sigma} = \left[\frac{\ln 2.25 S_p}{\ln 3} \right] \quad (6)$$

Wielkości poszczególnych składowych n_{Σ} określa się w sposób następujący:

$$n_2 = \begin{cases} 1, & \text{jeśli } S_p \leq 2 \cdot 3^{n_{\Sigma}-1} \\ 0, & \text{jeśli } S_p > 2 \cdot 3^{n_{\Sigma}-1} \end{cases}$$

$$n_3 = \begin{cases} n_{\Sigma}, & \text{jeśli } 2 \cdot 3^{n_{\Sigma}-1} < S_p < 3 \cdot 3^{n_{\Sigma}-1} \\ n_{\Sigma}-1, & \text{jeśli } S_p \leq 2 \cdot 3^{n_{\Sigma}-1} \text{ lub } S_p > 3 \cdot 3^{n_{\Sigma}-1} \end{cases}$$

$$n_4 = \begin{cases} 1, & \text{jeśli } S_p > 3 \cdot 3^{n_{\Sigma}-1} \\ 0, & \text{jeśli } S_p \leq 3 \cdot 3^{n_{\Sigma}-1}. \end{cases}$$

Teraz można określić całkowitą liczbę elementów łącznikowych, posługując się oczywistą zależnością

$$N_k = 2n_2 + 3n_3 + 4n_4, \quad (7)$$

a także górną granicę zbioru stanów (przekładni), osiąganą przy danej liczbie łączników:

$$S_{\max} = \sup S = 2^{n_2} \cdot 3^{n_3} \cdot 4^{n_4} = 3^{n_3} \cdot 2^{n_2+2n_4} \quad (8)$$

Niżej przedstawiono kilka przykładów.

1. Należy zapewnić $S_p \leq 10$

$$n_{\Sigma} = [\ln 22.5/\ln 3] = [2.83] = 2:$$

$$S_p > 3 \cdot 3^{2-1} \Rightarrow n_2 = 0, \quad n_3 = n_4 = 1$$

$$N_k = 7, \quad \sup S = 3^1 \cdot 3^2 = 12$$

2. Należy zapewnić $S_p \leq 25$

$$n_{\Sigma} = [\ln 56.25/\ln 3] = [3.67] = 3$$

$$2 \cdot 3^{3-1} < S_p < 3 \cdot 3^{3-1} \Rightarrow n_2 = n_4 = 0, \quad n_3 = 3$$

$$N_k = 9, \quad \sup S = 3^3 = 27$$

3. Należy zapewnić $S_p \leq 50$

$$n_{\Sigma} = [\ln 112.5/\ln 3] = [4, 3] = 4.$$

$$S_p < 2 \cdot 3^{4-1} \Rightarrow n_2 = 1, \quad n_3 = 3, \quad n_4 = 0.$$

$$N_k = 11, \quad \sup S = 2^1 \cdot 3^3 = 54$$

4. Należy zapewnić $S_p \leq 100$

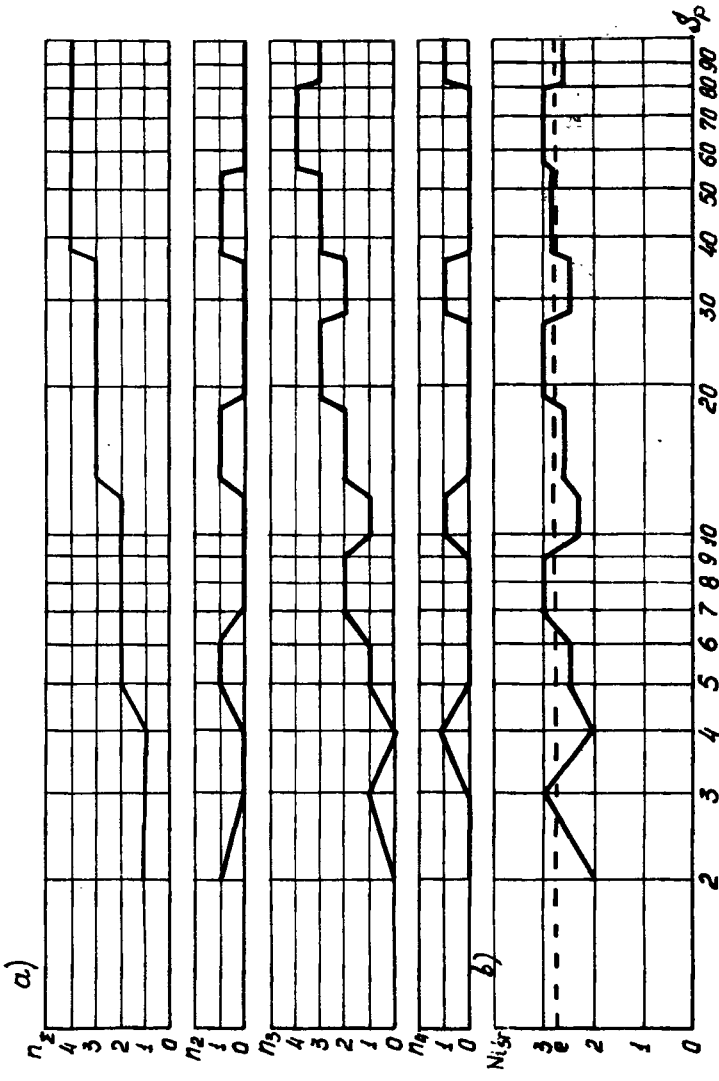
$$n_{\Sigma} = [\ln 225/\ln 3] = [4.93] = 4:$$

$$S_p < 3 \cdot 3^{4-1} = n_2 = 0, \quad n_3 = 3, \quad n_4 = 1.$$

$$N_k = 13, \quad \sup S = 3^3 \cdot 2^2 = 108.$$

Zależność n_{Σ} , n_2 , n_3 , n_4 od wymaganej liczby stanów TŁSW dla najbardziej rozpowszechnionego zakresu $S_p = 2 \dots 100$ przedstawiono na rysunku 6. Na tym samym rysunku przedstawiono również zależność średniej liczby łączników w węźle regulacji $N_{i\text{sr}}$ od S_p , z której wynika, że przy przyjętej procedurze wyboru węzłów regulacji, $N_{i\text{sr}}$ jest bliskie e (przy równoważnym zastąpieniu jednego węzła regulacji o czterech łącznikach dwoma WR o dwóch łącznikach. Rzeczywiście, średniokwadratowa odchyłka liczby łączników w WR od wielkości e , oznaczona przez φ_{sr} , wynosi:

$$\varphi_{\text{sr}} = \frac{1}{99} \sum_{i=2}^{100} (N_{i\text{sr}} - e)^2 = 0.0553$$



Rys. 6. Zależność całkowitej liczby węzłów regulacji (a) oraz średniej liczby łączników w węźle regulacji (b) od wymaganej liczby stanów TLSW

lub w procentach

$$\varphi_{\dot{s}r} \% = \frac{\varphi_{\dot{s}r}}{e} \cdot 100\% = 2.04\%$$

Całkowita liczba elementów łącznikowych N_k , w przypadku opisanego grupowania węzłów regulacji o różnej liczbie łączników (linia ciągła na rys. 7), w większości przypadków jest mniejsza niż N_2 w przypadku WR o dwóch łącznikach (linia kreskowo-punktowa) i N_3 w przypadku WR o trzech łącznikach (linia punktowa). Na tym samym rysunku przedstawiono również oszczędność łączników w stosunku do wariantów wyjściowych $\Delta N_{2k} = N_2 - N_k$ i $\Delta N_{3k} = N_3 - N_k$. Jak wynika z rysunku, oszczędność łączników w porównaniu z WR o dwóch łącznikach otrzymuje się w 76 przypadkach na 99 (w 52 przypadkach zaoszczędza się po jednym łączniku, a w 24 - po dwa). W przypadku WR o trzech łącznikach oszczędność łączników uzyskuje się w 58 przypadkach na 99 (w 26 przypadkach zaoszczędza się po jednym łączniku, a w 32 przypadkach - po dwa).

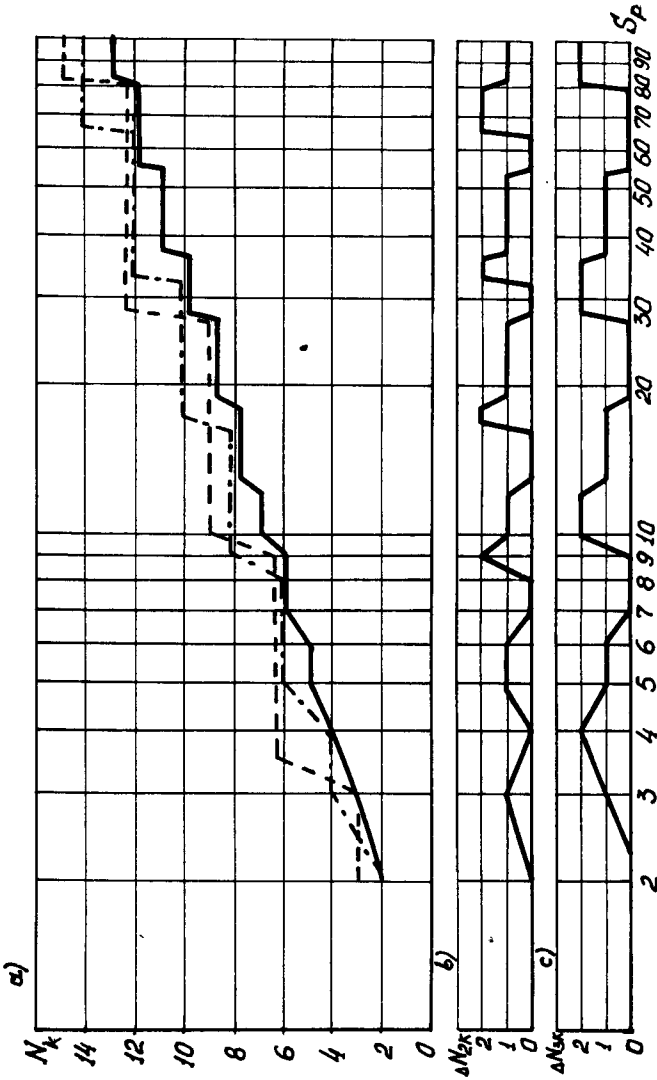
Skutkiem zmniejszenia całkowitej liczby elementów łącznikowych w grupowych TŁSW jest określony wzrost parametru (linia ciągła na rys. 4), którego wartości zbliżają się do wartości granicznych (wariant hipotetyczny $N_i = e$). Otrzymany szereg S posiada mniejszą dyskretność niż przy $N_i = \text{const}$. W tym przypadku stosunek j -go elementu do $(j-1)$ -go przybiera wartość bądź 1.33 (przy przejściu od przypadku $n_3 = n_{\Sigma}$, $n_2 = n_4 = 0$ do przypadku $n_3 = n_{\Sigma} - 1$, $n_2 = 0$, $n_4 = 1$), bądź 1.5 (przy wszystkich innych przejściach).

Dzięki temu mocno zmniejsza się nadmiarowość w odniesieniu do przekładni (linia ciągła na rys. 5), której uśredniona wartość $I_{u\dot{s}rk}$ w przedziale $S = 2 \dots 100$ wynosi zaledwie 0.1807. W takich TŁSW nadmiarowość można już traktować jako pewien zapas w odniesieniu do S, bowiem nadmiarowość w odniesieniu do ilości łączników została wyeliminowana (ilość łączników sprowadzono do minimalnie możliwej liczby).

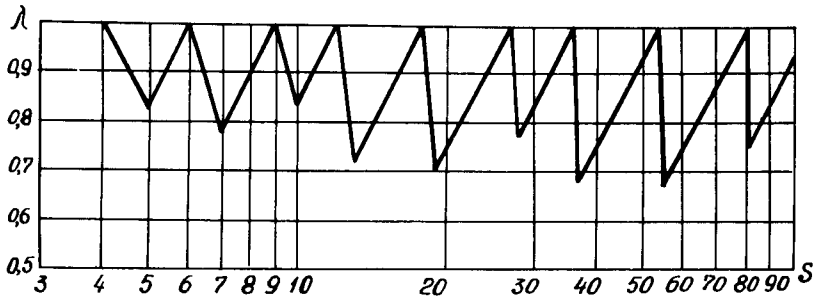
Istnienie zapasu liczby stanów stabilnych (liczby przekładni) w stosunku do wymaganej liczby tych stanów pozwala w większości przypadków, bez zwiększania liczby elementów łącznikowych, zmniejszyć niestabilność napięcia wyjściowego w stabilizatorach lub zwiększyć dokładność jego nastawiania w regulatorach.

Stopień zmniejszenia stopni regulacji można scharakteryzować współczynnikiem $\lambda = S_p/S_N$, który jest różny od jedności dla wszystkich $S_p \neq S_N$ (rys. 8).

Przytoczone rozważania są słuszne dla grupowych TŁSW o dowolnym wzajemnym rozmieszczeniu zespołów regulacji różnego typu, ponieważ w dowolnym wariacie zapewniona jest maksymalna efektywność wykorzystania elementów łącznikowych. Istnieje jednak jeden ważny fakt, który może narzucać pewne ograniczenia jeżeli chodzi o wybór pozycji poszczególnych WR w strukturze wykonawczej. Polega on na tym, że w rozpatrywanych TŁSW maksymalne napięcia U_{kmax} są przykładane do dwóch łączników w węzle regulacji o największej wartości pozycji. Właśnie ten węzeł regulacji oblicza się na największą moc przechodnią P_{WRmax} .



Rys. 7. Zależność liczby elementów łącznikowych od wymaganej liczby stanów TŁSW dla rozpatrzonego przykiadu (a) — dla całkowitej liczby elementów łącznikowych dla opisanego sposobu grupowania węzłów regulacji; -.- dla węzłów regulacji o dwóch łącznikach; ---- dla węzłów regulacji o trzech łącznikach; (b), (c) - oszczędność łączników w stosunku do wariantów wyjściowych



Rys. 8. Zależność współczynnika charakteryzującego zmniejszenie liczby stopni regulacji od liczby stanów TŁSW

Jeżeli w zespole regulacji odpowiadającym pozycji o największej wartości zastosowane są cztery, trzy lub dwa łączniki, to otrzymuje się odpowiednio:

$$U_{kmax4}^* = U_{kmax4} / \Delta U_N = P_{WRmax4}^* = P_{WRmax4} / \Delta P_N = \frac{9}{12} \cdot \frac{S}{S-1}; \quad (9)$$

$$U_{kmax3}^* = U_{kmax3} / \Delta U_N = P_{WRmax3}^* = P_{WRmax3} / \Delta P_N = \frac{8}{12} \cdot \frac{S}{S-1}; \quad (10)$$

$$U_{kmax2}^* = U_{kmax2} / \Delta U_N = P_{WRmax2}^* = P_{WRmax2} / \Delta P_N = \frac{6}{12} \cdot \frac{S}{S-1} \quad (11)$$

gdzie:

ΔU_N - zakres zmian napięcia wyjściowego,

ΔP_N - moc regulacji.

Jak wynika z wyrażeń (9) - (11), w celu zmniejszenia wymagań odnośnie klasy zastosowanych tyrystorów (symistorów) oraz pewnego wyrównania obciążenia mocą poszczególnych węzłów regulacji, w węzłach regulacji odpowiadających pozycji o największej wartości należy stosować minimalnie możliwą liczbę łączników: dwa - jeśli TŁSW zawiera węzły regulacji o dwóch i trzech łącznikach oraz trzy - jeśli zawiera tylko węzły regulacji o trzech łącznikach lub o trzech łącznikach z jednym węzłem regulacji o czterech łącznikach. W tym ostatnim przypadku może okazać się celowe rozbić WR o czterech łącznikach na dwa o dwóch łącznikach i zastąpienie jednym z nich węzła regulacji pozycji o największej wartości.

Przeprowadzone badania wykazały, że grupowanie w jednej TŁSW węzłów regulacji o różnej ilości łączników jest jedną z realnych dróg doskonałania transformatorowo-łącznikowych struktur wykonawczych przekształtników napięcia przemiennego. Proponowana metoda jest efektywna również przy budowie TŁSW dla przekształtników o innym przeznaczeniu funkcjonalnym - prostowników wielopoziomowych, falowników z modulacją amplitudowo-impulsową, dławików z dyskretną regulacją indukcyjności itp.

Wykorzystanie proponowanej metody praktycznie zawsze pozwala zmniejszyć ilość elementów półprzewodnikowych i obniżyć poziom stawianych im wymagań. Wpływa to na polepszenie wskaźników masowo-gabarytowych projektowanych urządzeń, zwiększenie ich elastyczności oraz rozszerzenie możliwości funkcjonalnych.

LITERATURA

- [1] Feldbaum A.A.: Vycislitelnye ustrojstva v avtomaticheskikh sistemach. M., Gos. izd-vo fiz-mat. literatury, 1959, s. 800
- [2] Lipkovskij K.A.: Transformatorno-klucevye ispolnitelnye struktury preobrazovatelej peremennogo napraženija. Kiev, Naukova Dumka, 1983, s.216
- [3] Lipkovskij K.A.: Osnovy postroenija transformatorno-klucevych ispolnitelnych struktur dla preobrazovatelej razlichnogo funkcionalnogo naznachenija. V: Problemy preobrazovat tehniki. Kiev, IED USSR, 1979, No 1, ss. 9 - 12
- [4] Lipkovskij K.A., Ozerjanskij A.A.: Osnovy i klassifikacii ispolnitelnych organov v transformatorno-tiristornych stabilizatorach peremennogo napraženija. Probl. tèchn. elektrodinamiki, 1973, vyp. 41, ss.63-68
- [5] Lipkovskij K.A., Ozerjanskij A.A., Gradobljanskij V.M.: Osobennosti postroenija transformatorno-tiristornych reguljatorov vyprjamennogo napraženija. V: Metody i sredstva preobrazovanija parametrov elektriceskoj energii. Kiev, Naukova Dumka, 1977, ss. 24 - 28
- [6] Rabinovic Z.L., Ramanauskas V.A.: Tipovye operacii v vycislitelnych masinach. Kiev, Technika, 1980, s. 264
- [7] Smoľov V.B., Ugrjumov B.P.: Mikroelektronnye cifroanalogovye - analogocifrovye preobrazovateli informacii. L., Energija, 1976, s. 336
- [8] Sribner L.A.: Issledovanie razlichnych sistem scislenija dlja postroenija schem reguliruemych transformatorov., Elektrotehnika, 1968, No 7, ss. 18 - 23
- [9] Tonkal V.E., Lipkovskij K.A.: Alternating voltage regulator and stabilizers with undistorted output voltage. In: Elektrical energy supply and other applications. 3 rd Power Electron. Conf. Budapest, 1977, Vol. 6.6.15, p. 187 - 198

SECTIONALIZING PROCEDURES OF TRANSFORMER-SEMICONDUCTOR OUTPUT STRUCTURES OF DISCRETE VOLTAGE REGULATORS

Summary

The method of optimization of the transformer-semiconductor regulator structure was described. The remarks of design and the examples of calculations were given.

СПОСОБЫ СЕКЦИОНИРОВАНИЯ ТРАНСФОРМАТОРНО-КЛЮЧЕВЫХ ИСПОЛНИТЕЛЬНЫХ СТРУКТУР ДИСКРЕТНЫХ РЕГУЛЯТОРОВ НАПРЯЖЕНИЯ

Резюме

Приведена методика оптимизации трансформаторно-ключевых структур дискретных регуляторов напряжения. Даны рекомендации по их проектированию. Приведены примеры.

V.V. Gołubiev
Z. Gientkowski

SZEROKOZAKRESOWY PRZEKSZTAŁTNIK NAPIĘCIA PRZEMIENNEGO

Opisano transformatorowo-łącznikowy układ przekształtnika napięcia przemiennego ze wspólnymi dla modulatora i demodulatora węzłami komutacji wymuszonej tyrystorów oraz czterema strefami częstotliwościowo-impulsowej regulacji napięcia. Załączono wykresy przedstawiające zasadę działania i sterowania przekształtnikiem.

Szerokokresowe przekształcanie poziomu napięcia przemiennego charakteryzujące się wysokimi wskaźnikami techniczno-ekonomicznymi, dużą dokładnością stabilizacji, szybkością działania, wysoką jakością energii wyjściowej przy zachowaniu wysokiej sprawności, małej masy i wymiarów gabarytowych jest zadaniem sprzecznym. Rozwiązanie tego zadania zależy od prawidłowości wyboru struktury obwodu mocy, bazy elementowej oraz algorytmu sterowania przekształtnikiem.

Analiza istniejących rozwiązań wykazuje, że najlepsze wskaźniki przekształtnika napięcia przemiennego mogą zapewnić jednofazowe transformatorowo-łącznikowe struktury wykonawcze, w których cały zakres regulacji jest rozdzielony na strefy, wewnątrz których odbywa się szerokościowa lub częstotliwościowo-szerokościowa regulacja (stabilizacja) wyjściowego napięcia przemiennego [1, 2].

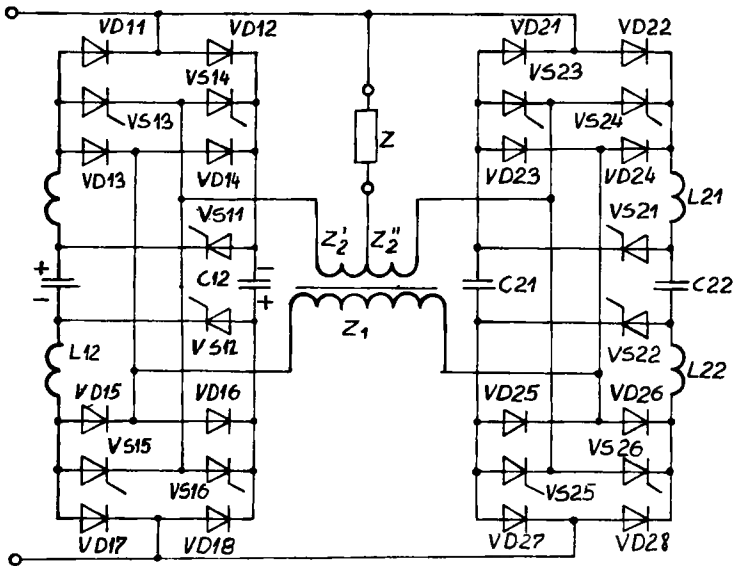
Regulacja zgrubna (wybór strefy) i dokładna może być realizowana za pomocą jednego lub kilku zespołów funkcjonalnych, tworzących strukturę przekształtnika:

- 1) transformator rozdzielczy lub autotransformator z wysokoczęstotliwościowym przełączaniem odczepów;
- 2) transformator rozdzielczy lub autotransformator z odczepami, przełączanymi nie częściej niż jeden raz w ciągu jednego okresu napięcia sieciowego (dla regulacji zgrubnej) oraz napięciowy moduł dodatkowy z transformatorem pracującym z częstotliwością podstawową lub podwyższoną (do regulacji dokładnej);
- 3) dwa lub kilka połączonych szeregowo napięciowych modułów dodatkowych z transformatorami pracującymi z częstotliwością podstawową lub podwyższoną [2];
- 4) transformator z możliwością rewersyjnego przełączania uzwojenia pierwotnego w celu zmiany rodzaju pracy (z pracy transformator rozdzielczy - do pracy jako napięciowy moduł dodatkowy, pracujący z częstotliwością podstawową);

- 5) transformator z możliwością rewersyjnego przełączania uzwojenia pierwotnego oraz napięciowy moduł dodawczy bez członu lub z członem podwyższonej częstotliwości.

Możliwe są także inne warianty przekształtników, jednak układy 2,3,5 z modułem dodawczym o częstotliwości podstawowej i z uprzednim wyborem strefy regulacji zapewniają osiągnięcie najlepszych wskaźników energetycznych. W układach 1 i 4 występuje najmniejsza liczba elementów łącznikowych a transformatory posiadają większą moc zainstalowaną w porównaniu z układem 3, który z kolei charakteryzuje się zwiększoną ilością łączników, co prowadzi do zwiększenia stopnia złożoności przekształtnika oraz zmniejszenia jego niezawodności. Budowa przekształtnika staje się jeszcze bardziej złożona w przypadku przekształtników średniej i dużej mocy, w których w pełni sterowane łączniki trzeba budować na tyrystorach z komutacją wymuszoną.

Przekształtnik, będący przedmiotem niniejszego artykułu (rys. 1), posiada wspólne dla modulatora i demodulatora węzły wymuszonej komutacji tyrystorów, zmniejszoną liczbę elementów demodulatora oraz transformator pracujący przy podwyższonej częstotliwości i kształtujący za pomocą łączników tyrystorowych cztery strefy częstotliwościowo-impulsowej regulacji napięcia. Wszystko to pozwala uzyskiwać mniejszą masę i wymiary gabarytowe tego rodzaju przekształtników przy dużej szybkości ich działania i wysokiej dokładności szerokozakresowej regulacji napięcia wyjściowego.



Rys. 1. Schemat ideowy przekształtnika

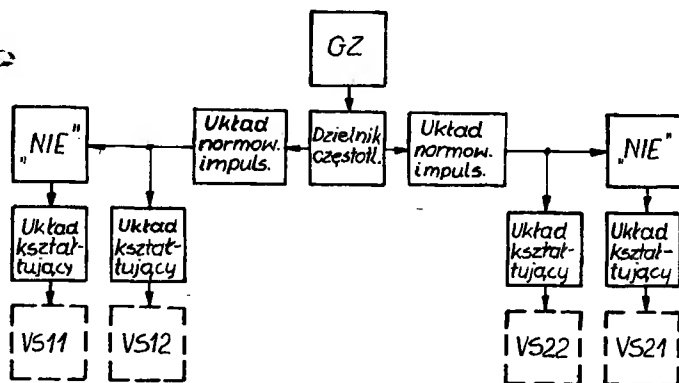
Przekształtnik zawiera cztery mostkowe diodowo-tyrystorowe łączniki prądu przemiennego modulatora VS11, VD11 - VD14; VS12, VD15 - VD18 itd.,

cztery łączniki demodulatora na tyrystorach VS13 - VS16 i VS23 - VS26, transformator i elementy komutacji wymuszonej L11, L12, L21, L22, C11, C12, C21, C22.

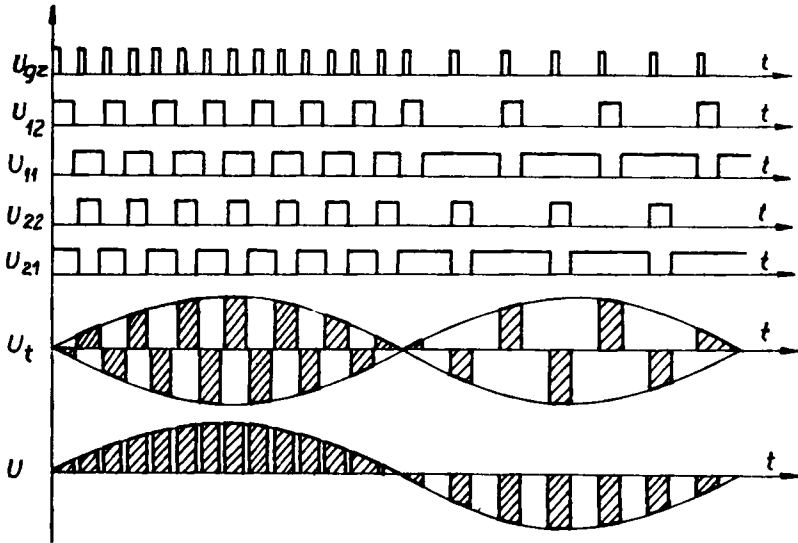
Na rysunkach 2 i 3 przedstawiono uproszczony schemat blokowy oraz algorytmy sterowania przekształtnikiem. Zasada działania przekształtnika jest następująca:

Generator zadający (GZ) układu sterowania (rys. 2) kształtuje wąskie impulsy U_{gz} (rys.3), których częstotliwość jest liniowo zależna od napięcia sterującego generatorem. Trafiając do dzielnika częstotliwości impulsy U_{gz} są rozdzielane na dwa ciągi impulsów o dwukrotnie mniejszej częstotliwości, które są podawane na układy normowania impulsów. Ciąg impulsów o kolejności zgodnej U_{12} i przeciwnej U_{11} (za elementem "NIE") jest podawany na układy kształtujące i po wzmocnieniu, na tyrystory VS11, VS12. Drugi ciąg impulsów U_{22} , po przejściu przez układ kształtujący, jest podawany na bramkę tyrystora VS22, a po zanegowaniu na elemencie "NIE" i wzmocnieniu w układzie kształtującym w postaci impulsów U_{21} (rys. 3) - na bramkę tyrystora VS21. W wyniku kolejnego przełączenia tyrystorów VS11, VS12 i VS21, VS22 w uzwojeniu pierwotnym Z_1 transformatora jest kształtowane napięcie U_t o częstotliwości generatora zadającego (lecz wyższej od częstotliwości sieci) i o sinusoidalnej obwiedni.

Taki sam kształt posiada indukcja magnetyczna w rdzeniu transformatora. Skrajne odczepy uzwojenia wtórnego, przełączane w takt z uzwojeniem pierwotnym, wytwarzają na obciążeniu przekształtnika napięcie o kształcie wycinków sinusoidy o częstotliwości podstawowej równej częstotliwości sieci. Pozostawiając szerokość impulsów kształtowanych przez układy normowania impulsów bez zmian i zmieniając częstotliwość impulsów taksujących, można regulować wartość średnią i skuteczną napięcia o częstotliwości sieciowej na wyjściu przekształtnika. Równomierny rozkład impulsów w napięciu wyjściowym stwarza korzystne warunki do filtracji wyższych harmonicznych.



Rys. 2. Schemat blokowy układu sterowania



Rys. 3. Przebiegi czasowe napięć sterujących i wyjściowych

W momentach jednoczesnego przewodzenia tyrystorów VS11, VS12, VS13, VS14, VS23 i VS24 uzwojenie wtórne transformatora jest zwierane, co umożliwia przepływ składowej biernej prądu obciążenia w momentach kiedy napięcie na obciążeniu jest równe zero. Jednoczesne załączenie tyrystorów VS12, VS22 i związana z tym przerwa w obwodzie obciążenia są przy opisanym algorytmie sterowania wyeliminowane.

Komutacja tyrystorów VS11, VS12, VS21 i VS22 zostanie wyjaśniona na przykładzie tyrystora VS11. W stanie załączenia tyrystora VS11 każdy z kondensatorów komutacyjnych C11, C12 ładuje się do napięcia sieci poprzez diody VD11 - VD14 o biegunowości przedstawionej na rysunku 1. Przy załączaniu tyrystora VS12 do tyrystora VS11 jest przykładane natychmiast napięcie zwrotne, równe sumie napięć na kondensatorach C11, C12. Pod działaniem tego napięcia tyrystor wyłącza się i odzyskuje swoje zdolności zaporowe wcześniej niż kondensatory rozładują się przez diody VD11 - VD14. Zgromadzona przy tym w dławiku L11 energia elektryczna przepływa do kondensatorów, ładując je do napięcia o przeciwnej biegunowości. Po całym cyklu przeładowania kondensatory są gotowe do wyłączenia tyrystora VS12.

Tyrystory demodulatora VS13 i VS14 wyłączają się po zaniku przepływającego przez nie prądu i pod działaniem napięcia wstecznego przeładowanych kondensatorów C11 i C12.

Sterując odpowiednimi parami tyrystorów demodulatora, można zapewnić pracę przekształtnika (przy stosunku zwojów uzwojenia transformatora $Z_2'/Z_1 = Z_2''/Z_1 = 1/3$) w czterech strefach regulacji i czterech stanach pracy: w stanie transformatora rozdzielczego (dopasowującego) (VS13, VS14 i VS23, VS24), stanach dodawania i odejmowania napięć (VS15, VS16 i VS25, VS26) oraz w

stanie pracy w strefie pośredniej, uzyskując wysoką jakość energii wyjściowej w szerokim zakresie jej regulacji.

LITERATURA

- [1] Kobzev A.V.: *Mnogozonная импульсная модуляция*. Novosibirsk, Nauka, 1979
- [2] Lipkovskij K.A.: *Трансформаторно-ключевые исполнителные структуры преобразователей переменного напряжения*. Kijev, Naukova Dumka, 1983

WIDE -RANGE A.C. VOLTAGE CONTAINER

Summary

The transformer-semiconductor a.c. converter with joint modulator and demodulator nodes of thyristor forced commutation and four pulsefrequency voltage regulation zones. The charts which describe the principle of operation and converter control are enclosed.

ШИРОКОДИАПАЗОННЫЙ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЬ ПЕРЕМЕННОГО НАПРЯЖЕНИЯ

Резюме

Описана схема трансформаторно-ключевого преобразователя переменного напряжения с общими для модулятора и демодулятора узлами искусственной коммутации тиристоров, с четырьмя зонами частотно-импульсного регулирования напряжения. Приведены графики, образующие принцип действия и управления преобразователем.



4800, -

ISSN 0209-0570